

[1]

Bài 1 (1,0 điểm). Chọn một chữ cái trước câu trả lời đúng và đầy đủ nhất

1. Kết quả rút gọn biểu thức $(2x - 5)^2 - 4x(x - 5) + 10$ là

A. 10 B. 28 C. 35 D. 25

2. Kết quả phân tích đa thức $2x^2 - 5xy + 2y^2$ là

A. $(x - y)(2x - y)$ B. $(x - 2y)(2x - y)$ C. $(2x - 3y)(x - y)$ D. $(4x - y)(x - y)$

3. Khẳng định nào sau đây là đúng

A. Hình bình hành có một góc vuông là hình thoi.

B. Tứ giác có hai cặp cạnh đối song song là hình bình hành.

C. Hình thang có một góc vuông là hình chữ nhật.

D. Hình thoi có một góc 60 độ thì trở thành hình chữ nhật.

4. Tam giác ABC, ba điểm M, N, P lần lượt là trung điểm các cạnh AB, AC, BC. Tính diện tích S của tam giác ABC nếu diện tích tam giác MNP là 4 (đvdt).

A. $S = 12$ (đvdt) B. $S = 15$ (đvdt) C. $S = 20$ (đvdt) D. $S = 16$ (đvdt)

Bài 2 (3,0 điểm).

1. Phân tích đa thức thành nhân tử

a) $4x^2 - y^2 + 1999(2x - y)^2$.

b) $20x^4 - 5$.

2. Chứng minh biểu thức $P = 2x^2 + y^2 - 4x - 4y + 10$ luôn nhận giá trị dương với mọi biến x, y.

3. Chứng minh giá trị của biểu thức $(2n+1)(n^2 - 3n - 1) - 2n^3 + 1$ luôn chia hết cho 5 với mọi số nguyên n.

Bài 3 (2,0 điểm).

1. Tìm x biết rằng

a) $4x^2 - 24x + 36 = (x - 3)^3$.

b) $(8x^3 - 7x^2) : x^2 = 3x + \sqrt{\frac{9}{25}}$.

2. Tìm giá trị của a để đa thức $3x^3 + x^2 + x - a + 1$ chia hết cho đa thức $x - 3$.

Bài 4 (3,5 điểm).

Cho tam giác ABC vuông cân tại A, đường cao AH. Gọi M là trung điểm của AB, E đối xứng với H qua M.

1. Tứ giác AHBE là hình gì ? Vì sao ?

2. Chứng minh AEHC là hình bình hành.

3. Gọi O là giao điểm của AH và EC, N là trung điểm của AC. Chứng minh M, O, N thẳng hàng.

Bài 5 (0,5 điểm). Thí sinh chỉ được lựa chọn một trong hai ý (5.1 hoặc 5.2)

1. Tìm các số dương a, b thỏa mãn $a^3 + b^3 + 8 = 6ab$.

2. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $K = xy(x - 2)(y + 6) + 13x^2 + 4y^2 - 26x + 24y + 46$.

[2]

Bài 1 (1,0 điểm). Chọn một chữ cái trước câu trả lời đúng và đầy đủ nhất

1. Tính tổng các số nguyên x thỏa mãn $x^2 - 5x + 4 = 0$.

A. 5 B. 10 C. 8 D. 4

2. Tìm n sao cho $10x^5y^{n-1} : 2x^n y^4$

A. $n > 5$ B. $n = 5$ C. $n < 4$ D. $n \geq 5$

3. Biểu thức $(x+3)^2 - x(x-5) - x$ sau khi rút gọn thì hệ số của x bằng

A. 3 B. 2 C. 10 D. 13

4. Cho tam giác ABC vuông tại A, trung tuyến $AM = 2\text{cm}$. Tính độ dài đường trung bình PQ (biết rằng $PQ \parallel BC$).

A. 2cm B. 4cm C. 2,5cm D. 3,5cm

5. Cho hình bình hành ABCD, M và N lần lượt là trung điểm của AB và CD. AMCN là hình gì ?

A. Hình thoi B. Hình chữ nhật C. Hình bình hành D. Hình vuông

Bài 2 (3,0 điểm).

1. Phân tích đa thức thành nhân tử

a) $x^2 - 9y^2 - 6x + 9$.

b) $2x^3 - 12x^2 + 10x$.

2. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $Q = (x-3)(4x+4) + 2019$.

3. Tính giá trị biểu thức $4z - 2y + 1999$ biết rằng y, z thỏa mãn điều kiện

$$y^3 - 9y^2 + 27y = 8z^3 + 27.$$

Bài 3 (2,0 điểm).

1. Tìm x biết rằng $x^2 - 4x + 4 = 8(x-2)^5$.

2. Tìm m sao cho đa thức $x - 2$ là ước của đa thức $x^3 + 4x^2 + 5x - m$.

3. Cho $a + b = 1$. Tính giá trị của biểu thức

$$T = 4(a^3 + b^3) - 6(a^2 + b^2).$$

Bài 4 (3,5 điểm).

Hình bình hành ABCD có $BC = 2AB$ và $\widehat{BAC} = 60^\circ$. Gọi E, F theo thứ tự là trung điểm của BC và AD.

1. Tứ giác ECDF là hình gì ?

2. Tứ giác ABED là hình gì ?

3. Tính số đo của góc \widehat{AED} .

Bài 5 (0,5 điểm). Thí sinh chỉ được lựa chọn một trong hai ý (5.1 hoặc 5.2)

1. Tìm giá trị nhỏ nhất của $A = \frac{a^2 + b^2}{a^2 b^2}$ biết rằng a, b là hai số dương thỏa mãn $a + b + 1 = 8ab$.

2. Chứng minh tam giác ABC vuông khi độ dài các cạnh a, b, c của nó thỏa mãn

$$(5a - 3b + 4c)(5a - 3b - 4c) = (3a - 5b)^2.$$

[3]

Bài 1 (1,0 điểm). Chọn một chữ cái trước câu trả lời đúng và đầy đủ nhất

1. Tìm điều kiện của m để biểu thức $x^2 - 2x + m$ có giá trị nhỏ nhất bằng 2.

A. $m = 0$ B. $m = 2$ C. $m = 3$ D. $m = 4$

2. Cho x, y thỏa mãn $3x + y = 4$. Tính $1999 - 9x^2 - 6xy - y^2$.

A. 1997 B. 2000 C. 1992 D. 1983

3. Đa thức $x - 2$ là một nhân tử của

A. $2x - 6$ B. $x^2 - 6x + 5$ C. $x^3 - 8$ D. $x^3 + 1$

4. Cho các chữ cái in hoa N, K, H, M, P, E. Có bao nhiêu chữ cái có trục đối xứng ?

A. 5 B. 4 C. 3 D. 6

5. Hình chữ nhật ABCD có tâm đối xứng O, E là trung điểm của OB. Tính diện tích S của tứ giác AECD biết rằng diện tích tam giác ABE bằng 10cm^2 .

A. $S = 50\text{cm}^2$ B. $S = 60\text{cm}^2$ C. 80cm^2 D. 75cm^2

Bài 2 (3,0 điểm).

1. Phân tích đa thức thành nhân tử

a) $x^4 - 10x^2 + 9$.

b) $x^2 - y^2 - 2x + 4y - 3$.

2. Tìm m để biểu thức $P = (4x^3 - 2x^2) : x + 6x + m$ có giá trị nhỏ nhất bằng 1998.

3. Chứng minh giá trị của biểu thức sau không phụ thuộc vào biến

$$Q = 5(x + 4)^2 + 4(x - 5)^2 - 9(4 + x)(x - 4).$$

Bài 3 (2,0 điểm).

1. Tìm x biết rằng

a) $x^3 - 3x^2 + 3x = 1 + 2019(x - 1)^2$.

b) $4x^2 - 24x + 20 = 0$.

2. Tìm m để đa thức $x^3 + 3x^2 + 4x - m$ chia cho đa thức $x - 3$ được số dư bằng 3.

Bài 4 (3,5 điểm).

Cho tam giác đều ABC, K là điểm thuộc cạnh AB sao cho $KA = 2KB$. Lấy điểm O bất kỳ nằm giữa K và C. Các điểm M, N, P, Q theo thứ tự lần lượt là trung điểm của OA, OB, BC, AC.

1. Chứng minh MNPQ là hình hình hành.

2. Trên nửa mặt phẳng bờ OB không chứa điểm C vẽ tam giác đều OBE. Trên nửa mặt phẳng bờ OC không chứa điểm B vẽ tam giác đều OCF. Chứng minh AEOF là hình bình hành.

Bài 5 (0,5 điểm). Thí sinh chỉ được lựa chọn một trong hai ý (5.1 hoặc 5.2)

1. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = 4x^4 - 14x^2 - 4\sqrt{2}x + 2019$.

2. Tìm tất cả các cặp số nguyên $(x; y)$ thỏa mãn đẳng thức

$$(x - y)(x - 2y) + 7x - 10y + 3 = 0.$$

[4]

Bài 1 (1,0 điểm). Chọn một chữ cái trước câu trả lời đúng và đầy đủ nhất

1. Tìm m để đa thức $x^2 - (m+1)x + 2$ có một nhân tử là $x - 1$.
A. $m = 1$ B. $m = 2$ C. $m = 4$ D. $m = 3$
2. Tìm k để $x^3 - 3x^2 + (k+3)x - 1$ là lập phương đúng của một nhị thức.
A. $k = 3$ B. $k = 2$ C. $k = 1$ D. $k = 0$
3. Cho hình bình hành ABCD, E và F lần lượt là trung điểm của AB và CD. AF và CE cắt BD theo thứ tự tại G và H. Tính độ dài đoạn BD nếu $GH + HB = 6\text{cm}$.
A. 10cm B. 12cm C. 8cm D. 9cm
4. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $x^2 - 2x + y^2 - 4y + 1999$ là
A. 1992 B. 1994 C. 1996 D. 1993
5. Cho tam giác ABC nhọn với trực tâm H, điểm K đối xứng với H qua đường thẳng BC. Tính số đo góc \widehat{BKC} nếu $\widehat{BAC} = 60^\circ$.
A. 120° B. 130° C. 140° D. 150°

Bài 2 (3,0 điểm).

1. Phân tích các đa thức sau thành nhân tử
a) $x^2 + 2xy + y^2 - 2019x - 2019y$.
b) $a^3 + b^3 + 3ab(a+b) - 1$.
2. Chứng minh biểu thức $4x^2 - 2x + 1999$ luôn nhận giá trị dương (theo hai cách khác nhau).
3. Thực hiện phép chia $(8x^3 + 1000) : (x + 5)$.

Bài 3 (2,0 điểm).

1. Cho x, y, z thỏa mãn $x^3 - 9x^2y + 27xy^2 = z^3 + 27y^3$. Tính $x - 3y - z + 2019$.
2. Tìm x biết
a) $x^3 - 3x^2 + 2x = 9(x^2 - 3x + 2)$.
b) $4x^3 + 2x^2 + x = 7$.

Bài 4 (3,5 điểm).

Cho tam giác MNP vuông tại M, đường cao MH. Gọi D, E lần lượt là chân các đường vuông góc hạ từ H xuống MN và MP.

1. Chứng minh tứ giác MDHE là hình chữ nhật.
2. Gọi A là trung điểm của HP. Chứng minh tam giác DEA vuông.
3. Tam giác MNP cần có thêm điều kiện gì để $DE = 2EA$.

Bài 5 (0,5 điểm). Thí sinh chỉ được lựa chọn một trong hai ý (5.1 hoặc 5.2)

1. Tồn tại hay không các số nguyên a, b, c, d thỏa mãn
$$\begin{cases} a + b + c = 29d, \\ a^5 + b^5 + c^5 = 299d^5 + 1. \end{cases}$$
2. Dựng tứ giác ABCD biết rằng $AB = 2\text{cm}, AD = 3\text{cm}, \widehat{A} = 80^\circ, \widehat{B} = 120^\circ, \widehat{D} = 100^\circ$.

[5]

Bài 1 (1,0 điểm). Chọn một chữ cái trước câu trả lời đúng và đầy đủ nhất

1. Tìm $a - b$ biết rằng $\frac{28}{5}(b-a)^6 : \frac{7}{5}(a-b)^3 = \frac{1}{2}$

A. $a - b = 0,5$

B. $a - b = 1$

C. $a - b = 2$

D. $a - b = 2,5$

2. Tính tổng các giá trị thỏa mãn $(x+2)^2 + x = 10$.

A. -4

B. -5

C. 3

D. $1,6$

3. Khẳng định nào sau đây đúng ?

A. Hình bình hành có hai đường chéo cắt nhau tại trung điểm mỗi đường.

B. Hình chữ nhật có hai đường chéo vuông góc.

C. Hình thoi có hai đường chéo tạo với nhau một góc 45° .

D. Hình thang có một góc vuông là hình chữ nhật.

4. Hai đa thức $x^3 + 3x^2 + 10x - 14$ và $x^3 + x - 2$ có chung nhân tử là

A. $2x - 1$

B. $x - 1$

C. $x - 2$

D. $x - 3$

5. Hình thang ABCD có $AB \parallel CD$, $\widehat{A} - \widehat{D} = 20^\circ$, $\widehat{B} = 2\widehat{C}$. Tính góc \widehat{B} .

A. 130°

B. 120°

C. 110°

D. 70°

Bài 2 (3,0 điểm).

1. Phân tích đa thức thành nhân tử

a) $5x^2 + 20xy + 20y^2 - 3x - 6y$.

b) $(x^2 + 2)^2 + 12$.

2. Chứng minh biểu thức $2x^2 - 3x + 5$ luôn nhận giá trị dương với mọi x .

3. Cho $x + 3y - 4 = 0$. Tính $x^3 - x^2 + 9x^2y - 9y^2 + 27xy^2 + 27y^3 - 6xy$.

Bài 3 (2,0 điểm).

1. Tìm x biết

a) $4(x+1)^3 + 2(x+2)^2 + 1999 = (x+2)(4x+14)$.

b) $5(x^2 - 10x + 25) - 2(x-5) = 0$.

2. Tìm a và b để đa thức $x^3 - 3x^2 - (a+2)x - b - 2$ chia hết cho đa thức $x - 1$.

Bài 4 (3,5 điểm).

1. Cho tam giác ABC, điểm D thuộc tia đối của tia AB sao cho $BD = BA$, điểm M là trung điểm của BC. Gọi K là giao điểm của DM và AC. Chứng minh $AK = 2KC$.

2. Dựng hình chữ nhật ABCD biết rằng $BD = 10\text{cm}$, khoảng cách từ A đến BD bằng 4cm .

3. Hình thoi ABCD có đường cao bằng a , cạnh bằng $2a$. Tính các góc của hình thoi biết $\widehat{A} > \widehat{B}$.

Bài 5 (0,5 điểm). Thí sinh chỉ được lựa chọn một trong hai ý (5.1 hoặc 5.2)

1. Cho a, b, c là độ dài ba cạnh của một tam giác, p là nửa chu vi. Tìm giá trị nhỏ nhất của

$$M = \frac{a}{p-b} + \frac{b}{p-c} + \frac{c}{p-a}.$$

2. Tìm x biết $x^6 + (3x-1)^3 - (5x-2)^3 = (x-1)^6$.

[6]

Bài 1 (1,0 điểm). Chọn một chữ cái trước câu trả lời đúng và đầy đủ nhất

- Tồn tại bao nhiêu số tự nhiên n để $6x^n y^6 : 3x^4 y^n$
A. 4 B. 2 C. 3 D. 5
- Kết quả rút gọn biểu thức $(2x+1)^2 + x - 1$ có một nhân tử là
A. $4x + 5$ B. $2x + 1$ C. $x + 2$ D. $4x + 1$
- Cho $x + 2y = 3$. Tính $3x^2 + 12xy + 12y^2 + 5x + 10y + 2019$.
A. 2061 B. 2010 C. 2019 D. 2017
- Hình thang cân ABCD có $BC = 25\text{cm}$, các cạnh đáy $AB = 10\text{cm}$, $CD = 24\text{cm}$. Diện tích hình thang ABCD là
A. 391cm^2 B. 408cm^2 C. 360cm^2 D. 340cm^2
- Tam giác ABC có M, N, P lần lượt là trung điểm của AB, AC, BC. Tính chu vi của tam giác ABC biết $MN = 5\text{cm}$, $MP = 4\text{cm}$, $NP = 3\text{cm}$.
A. 24cm B. 18cm C. 20cm D. 16cm

Bài 2 (3,0 điểm).

- Phân tích đa thức thành nhân tử
a) $x^2 - y^2 + 3x^2 z + 6xyz + 3y^2 z$
b) $x^2 + xy + 5 - 6x - y$.
- Biểu thức $P = 4x^2 - 8x + a + b + 2$ có giá trị nhỏ nhất bằng 2. Tính $a^3 + b^3 + 3ab(a + b) + 2019$.
- Thực hiện phép chia $(x^3 - 3x^2 + 3x - 1)(2y^2 + 4y + 2) : (x - 1)(y + 1)^2$.

Bài 3 (2,0 điểm).

- Tìm x biết
a) $(4x^3 + 2x^2 + 1999x) : x = 2005$.
b) $2(x - 1)^2 + 3(x - 2)^2 = 5(x + 2)(x + 1) + 4$.
- Tìm m để đa thức $3x^3 + x^2 + x - m + 3$ có một nhân tử là $x - 1$.

Bài 4 (3,5 điểm).

Cho hình bình hành ABCD, H và K lần lượt là hình chiếu của A và C trên đường chéo BD.

- Chứng minh $DH = BK$ và $AH = CK$.
- Chứng minh AHCK là hình bình hành và AC đi qua trung điểm của HK.

Bài 5 (0,5 điểm). Thí sinh chỉ được lựa chọn một trong hai ý (5.1 hoặc 5.2)

- Cho ba số thực x, y, z thỏa mãn
$$\begin{cases} x + y + z = 6 \\ x^2 + y^2 + z^2 = 12 \end{cases}$$

Chứng minh $x^4 + y^4 + z^4 = 9(x^3 + y^3 + z^3)$.

- Cho $P = (a + b + c)^3 - 4(a^3 + b^3 + c^3) - 12abc$. Hỏi ba số a, b, c có thể là độ dài ba cạnh của một tam giác hay không nếu $P < 0$?

[7]

Bài 1 (1,0 điểm). Chọn một chữ cái trước câu trả lời đúng và đầy đủ nhất

1. Một nhân tử của đa thức $x^2 - 9y^2 + (x + 3y)^2$ là

A. $x - 3y$

B. $x + 3y$

C. $x - y$

D. $x + 2y$

2. Giá trị nhỏ nhất của $\frac{3x^2 - 6x + 10}{7}$ bằng

A. 7

B. 1

C. 2

D. 2,5

3. Cho hình thang ABCD có $AB \parallel CD$, E là trung điểm của AD, F là trung điểm của BC. Đường thẳng EF cắt BD ở I, cắt AC ở K. Tính IK nếu $AB = 6\text{cm}$, $CD = 10\text{cm}$.

A. 2cm

B. 3cm

C. 4cm

D. 3,5cm

4. Hình thang cân là hình thang có

A. Hai đường chéo bằng nhau.

B. Hai góc bằng nhau.

C. Hai cạnh đối bằng nhau.

D. Hai cạnh bên bằng nhau.

5. Tổng số trục đối xứng của hình vuông và hình thoi là

A. 3

B. 4

C. 6

D. 8

Bài 2 (3,0 điểm).

1. Phân tích đa thức thành nhân tử

a) $3x^2 - 4x + 1 + xy - y$

b) $4x^2 - 4xy - 8y^2$.

2. Cho $a - 2b = 3$. Tính $K = a^3 - 8b^3 - 6ab(a - 2b) + 4a - 8b + 10$.

3. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $M = x^2 - 4xy + 4y^2 - 2x + 4y + 10$.

Bài 3 (2,0 điểm).

1. Tìm x biết rằng

a) $(x + 1)^3 + (x - 2)^3 = 2x^3 + 2(2x - 1)^2 - 9$.

b) $(3x^3 + 24) : (x + 2) + (2x^3 - 54) : (x^2 + 3x + 9) = 6$.

2. Tìm a, b để đa thức $x^4 - 3x^3 + ax^2 - 6x + b$ chia hết cho đa thức $x^2 - 3x + 2$.

Bài 4 (3,5 điểm).

Cho hình chữ nhật ABCD. Gọi H là chân đường vuông góc kẻ từ A đến BD. Gọi M và N theo thứ tự là trung điểm của các đoạn AH và DH.

1. Chứng minh $MN \parallel AD$.

2. Gọi I là trung điểm của cạnh BC. Chứng minh tứ giác BMNI là hình bình hành.

3. Chứng minh tam giác ANI vuông tại N.

Bài 5 (0,5 điểm). Thí sinh chỉ được lựa chọn một trong hai ý (5.1 hoặc 5.2)

1. Tìm x biết $x(x + 2)(x + 4)(x + 6) = 9$.

2. Cho x, y là hai số dương thỏa mãn $x + y = 1$. Tìm giá trị nhỏ nhất của $K = \frac{1}{x^2 + y^2} + \frac{2019}{xy}$.

Bài 1 (1,0 điểm). Chọn một chữ cái trước câu trả lời đúng và đầy đủ nhất

1. Tìm giá trị nhỏ nhất m để đa thức $x^2 + 11x + m$ là tích của hai đa thức với hệ số nguyên.
A. 4 B. 15 C. 8 D. 10
2. Biểu thức nào sau đây luôn nhận giá trị dương
A. $x^2 - 2x + 5$ B. $2x + 7$ C. $x^2 - 4x + 3$ D. $x(x + 4)$
3. Đa thức $x - 1$ là một nhân tử của
A. $x^3 - 3x^2 + 3x - 1$ B. $x^2 - 4x + 5$ C. $x^6 + 1$ D. $x^3 + 4x + 5$
4. Hình bình hành cần điều kiện gì để trở thành hình chữ nhật ?
A. Hai cạnh kề bằng nhau B. Hai đường chéo bằng nhau
C. Hai đường chéo vuông góc D. Có một góc bằng 60°
5. Tam giác MNP đối xứng với tam giác ABC qua đường thẳng d , biết rằng $AB = 3\text{cm}$, $AC = 4\text{cm}$ và chu vi tam giác ABC bằng 12cm . Tính diện tích tam giác MNK với K là trung điểm của NP.
A. 6cm^2 B. 10cm^2 C. 20cm^2 D. 12cm^2

Bài 2 (3,0 điểm).

1. Phân tích đa thức thành nhân tử
a) $x^3(x^2 + 1)^2 - 49x$ b) $a^2 + b^2 - x^2 - y^2 + 2ab - 2xy$
2. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $P = -3x^2 + 6x - y^2 + 3y + 10$.
3. Tìm a để đa thức $2x^3 - 54x + a$ chia hết cho đa thức $(x + 3)^2$.

Bài 3 (2,0 điểm).

1. Tìm x biết
a) $(1 - 3x)^2 = 4(9x^2 - 6x + 1) + 27x^3 - 27x^2 + 9x - 1$ b) $x^3 + x = 2$
2. Tìm a để đa thức $6x^2 + 5ax - 4$ chia cho đa thức $x - 2$ được số dư bằng 10.

Bài 4 (3,5 điểm).

Cho tam giác ABC cân tại A, gọi H, K lần lượt là trung điểm của BC và AC.

1. Chứng minh tứ giác ABHK là hình thang.
2. Trên tia đối của tia HA lấy điểm E sao cho H là trung điểm của các cạnh AE. Chứng minh tứ giác ABEC là hình thoi.
3. Qua A vẽ đường thẳng vuông góc với AH cắt tia HK tại D, chứng minh $AD = BH$.
4. Vẽ HN vuông góc với AB tại N, gọi I là trung điểm của AN. Trên tia đối của tia BH lấy điểm M sao cho B là trung điểm của HM. Chứng minh MN vuông góc với HI.

Bài 5 (0,5 điểm). Thí sinh chỉ được lựa chọn một trong hai ý (5.1 hoặc 5.2)

1. Tìm tất cả các số nguyên dương x, y thỏa mãn $x^3 - y^3 = 95(x^2 + y^2)$.
2. Cho các số a, b, c thỏa mãn đồng thời
$$\begin{cases} (a + b)(b + c)(c + a) = abc \\ (a^3 + b^3)(b^3 + c^3)(c^3 + a^3) = a^3b^3c^3 \end{cases}$$
 Chứng minh $abc = 0$.