

**MA TRẬN ĐỀ KIỂM TRA CUỐI KỲ I BỘ SÁCH CÁNH DIỀU**  
**MÔN: TOÁN, LỚP 10 – THỜI GIAN LÀM BÀI: 90 phút**

TT	Nội dung kiến thức	Đơn vị kiến thức	Mức độ nhận thức										Tổng		% tổng điểm				
			Nhận biết		Thông hiểu		Vận dụng		Vận dụng cao		Số CH	TN	TL	Thời gian (phút)					
			Số CH	Thời gian (phút)	Số CH	Thời gian (phút)	Số CH	Thời gian (phút)	Số CH	Thời gian (phút)									
1	1. Mệnh đề và tập hợp	Mệnh đề, tập hợp, các phép toán trên tập hợp	1	1	1	1	2	2	2	2	2	2	2	2	2				
			1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1			
2	2. Bất phương trình và hệ bất phương trình	2.1. Bất phương trình bậc nhất hai ẩn 2.2. Hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn	2	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1		
			2	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1		
			2	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	
			2	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	
3	3. Hàm số bậc hai và đồ thị	3.1. Hàm số và đồ thị 3.2. Hàm số bậc hai 3.3. Dấu tam thức bậc 2 3.4. Bất pt bậc 2 một ẩn 3.5. Hai dạng phương trình quy về phương trình bậc hai	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1		
			1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1		
			1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	
			1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	
			1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	
4	4. Hệ thức lượng trong tam giác	4.1. Giá trị lượng giác của một góc từ $0^0$ đến $180^0$ 4.2. Định lý cosin và định lý sin 4.3. Giải tam giác và ứng dụng thực tế	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1		
			1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1		
			1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	
			1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	
5	5. Vectơ	5.1. Khái niệm vectơ 5.2. Tổng hiệu của hai vectơ 5.3. Tích của một số với một vectơ 5.2. Tích vô hướng của hai vectơ	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1		
			1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1		
			1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1		
<b>Tổng</b>			20	15	3	3	20	20	30	30	20	10	10	35	4				
<b>Tỉ lệ (%)</b>			40		70		30		30		20		10						
<b>Tỉ lệ chung (%)</b>																	100	100	

**Lưu ý:**

- Các câu hỏi ở cấp độ nhận biết và thông hiểu là các câu hỏi trắc nghiệm khách quan 4 lựa chọn, trong đó có duy nhất 1 lựa chọn đúng.

- Các câu hỏi ở cấp độ vận dụng và vận dụng cao là các câu hỏi tự luận.

- Số điểm tính cho 1 câu trắc nghiệm là 0,20 điểm/câu; số điểm của câu tự luận được quy định trong hướng dẫn chấm nhưng phải tương ứng với tỉ lệ điểm được quy định trong ma trận.

***Phân tự luận: (để được phong phú mình để nhiều lựa chọn) (3.0Đ)***

- Hai câu vận dụng mỗi câu 1,0 điểm ta chọn ở 1\* sao cho 1 câu Đại Số và 1 câu Hình học.
- Hai câu vận dụng cao mỗi câu 0,5 điểm ta chọn ở 1\*\* sao cho 1 câu Đại Số và 1 câu Hình học.



**Câu 10:** Bảng xét dấu nào sau đây là của tam thức  $f(x) = x^2 + 4x + 3$ .

**A.**

$x$	$-\infty$	$-1$	$3$	$+\infty$	
$f(x)$	$+$	$0$	$-$	$0$	$+$

**B.**

$x$	$-\infty$	$-1$	$3$	$+\infty$	
$f(x)$	$-$	$0$	$+$	$0$	$-$

**C.**

$x$	$-\infty$	$3$	$-1$	$+\infty$	
$f(x)$	$+$	$0$	$-$	$0$	$+$

**D.**

$x$	$-\infty$	$3$	$-1$	$+\infty$	
$f(x)$	$-$	$0$	$+$	$0$	$-$

**Câu 11:** Cho tam thức bậc hai  $f(x) = x^2 + 1$ . Mệnh đề nào sau đây đúng?

**A.**  $f(x) > 0 \Leftrightarrow x \in (-\infty; +\infty)$ .

**B.**  $f(x) = 0 \Leftrightarrow x = -1$ .

**C.**  $f(x) < 0 \Leftrightarrow x \in (-\infty; 1)$ .

**D.**  $f(x) > 0 \Leftrightarrow x \in (0; 1)$ .

**Câu 12:** Tìm tập nghiệm  $S$  của bất phương trình  $x^2 - 4 > 0$ .

**A.**  $S = (-\infty; -2) \cup (2; +\infty)$ .

**B.**  $S = (-2; 2)$ .

**C.**  $S = (-\infty; -2] \cup [2; +\infty)$ .

**D.**  $S = (-\infty; 0) \cup (4; +\infty)$ .

**Câu 13:** Cho tam thức bậc hai  $f(x) = -x^2 - 4x + 5$ . Tìm tất cả giá trị của  $x$  để  $f(x) \geq 0$ .

**A.**  $x \in (-\infty; -1] \cup [5; +\infty)$ .

**B.**  $x \in [-1; 5]$ .

**C.**  $x \in [-5; 1]$ .

**D.**  $x \in (-5; 1)$ .

**Câu 14:** Nghiệm của phương trình  $\sqrt{2x-1} = \sqrt{3-x}$  là

**A.**  $x = \frac{3}{4}$ .

**B.**  $x = \frac{2}{3}$ .

**C.**  $x = \frac{4}{3}$ .

**D.**  $x = \frac{3}{2}$ .

**Câu 15:** Trong các khẳng định sau đây, khẳng định nào sai?

**A.**  $\sin 30^\circ = -\sin 150^\circ$ . **B.**  $\tan 30^\circ = -\tan 150^\circ$ .

**C.**  $\cot 30^\circ = -\cot 150^\circ$ . **D.**  $\cos 30^\circ = -\cos 150^\circ$ .

**Câu 16:** Cho tam giác  $ABC$  có  $AB = c, AC = b, CB = a$ . Chọn mệnh đề *sai* ?

**A.**  $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cdot \cos A$ .

**B.**  $b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cdot \cos B$ .

**C.**  $c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cdot \cos B$ .

**D.**  $c^2 = b^2 + a^2 - 2ba \cdot \cos C$ .

**Câu 17:** Cho tam giác  $ABC$ . Số các véc tơ khác  $\vec{0}$ , có điểm đầu và điểm cuối là các đỉnh của tam giác  $ABC$  là:

**A.** 3.

**B.** 6.

**C.** 2.

**D.** 1.

**Câu 18:** Cho tam giác  $ABC$ , khẳng định nào sau đây là đúng?

**A.**  $\vec{AB} + \vec{AC} = \vec{BC}$ .

**B.**  $\vec{BC} + \vec{AB} = \vec{AC}$ .

**C.**  $\vec{AB} - \vec{AC} = \vec{BC}$ .

**D.**  $\vec{AB} + \vec{AC} = \vec{CB}$ .

**Câu 19:** Trong mặt phẳng với hệ trục tọa độ  $Oxy$ , cho hai điểm  $M(-3;1)$  và  $N(6;-4)$ . Tọa độ trọng tâm  $G$  của tam giác  $OMN$  là

- A.  $G(9;-5)$ .      B.  $G(-1;1)$ .      C.  $G(1;-1)$ .      D.  $G(3;-3)$ .

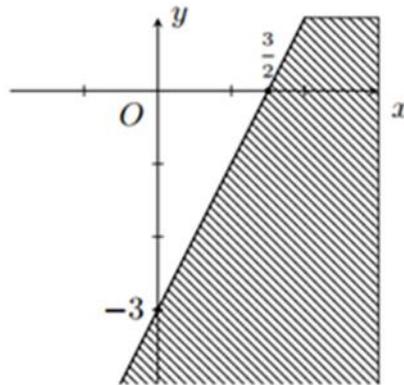
**Câu 20:** Cho tam giác  $ABC$  có  $\angle C = 30^\circ$ .  $AB = 5, BC = 8$ . Tính  $\overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{BC}$ .

- A. 20.      B.  $20\sqrt{3}$ .      C.  $20\sqrt{2}$ .      D.  $40\sqrt{3}$ .

**Câu 21:** Biết rằng  $C_{\mathbb{R}}A = [-3;11)$  và  $C_{\mathbb{R}}B = (-8;1]$ . Khi đó  $C_{\mathbb{R}}(A \cap B)$  bằng

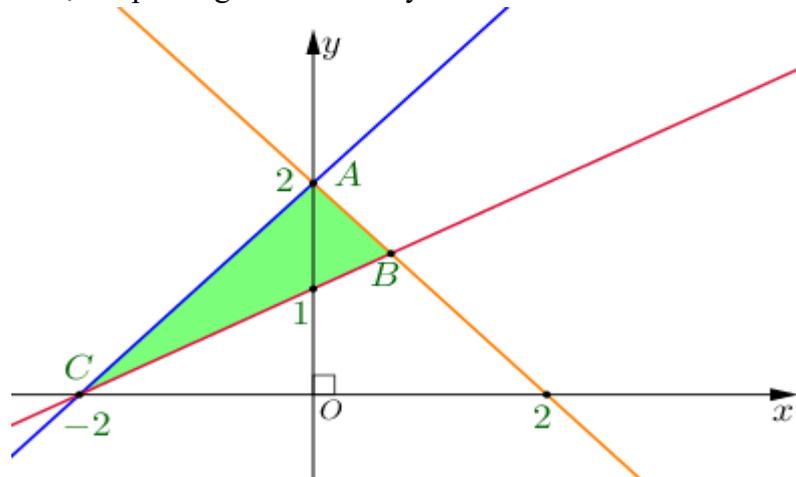
- A.  $(-8;11)$ .      B.  $[=3;1]$ .  
C.  $(-\infty;-8] \cup [11;+\infty)$ .      D.  $(-\infty;-3) \cup (1;+\infty)$ .

**Câu 22:** Miền nghiệm của bất phương trình nào sau đây được biểu diễn bởi nửa mặt phẳng không bị gạch trong hình vẽ sau?



- A.  $2x - y \leq 3$ .      B.  $x - y \geq 3$ .      C.  $2x - y \geq 3$ .      D.  $2x + y \leq 3$ .

**Câu 23:** Miền tam giác  $ABC$  kẻ cả ba cạnh  $AB, BC, CA$  trong hình là miền nghiệm của hệ bất phương trình nào trong bốn hệ bất phương trình dưới đây?



- A.  $\begin{cases} x + y - 2 \leq 0 \\ x - y + 2 \geq 0 \\ x - 2y + 2 \leq 0 \end{cases}$ .      B.  $\begin{cases} x + y - 2 \geq 0 \\ x - y + 2 \geq 0 \\ x - 2y + 2 \leq 0 \end{cases}$ .      C.  $\begin{cases} x + y - 2 \leq 0 \\ x - y + 2 \leq 0 \\ x - 2y + 2 \leq 0 \end{cases}$ .      D.  $\begin{cases} x + y - 2 \leq 0 \\ x - y + 2 \geq 0 \\ x - 2y + 2 \geq 0 \end{cases}$ .

**Câu 24:** Cho hàm số  $f(x) = \begin{cases} \frac{2\sqrt{x+2}-3}{x-1} & \text{khi } x \geq 2 \\ x^2+1 & \text{khi } x < 2 \end{cases}$ . Khi đó,  $f(2) + f(-2)$  bằng:

- A.  $\frac{8}{3}$ .                      B. 4.                      C. 6.                      D.  $\frac{5}{3}$ .

**Câu 25:** Giao điểm của parabol  $(P): y = x^2 - 3x + 2$  với đường thẳng  $y = x - 1$  là:

- A.  $(1; 0); (3; 2)$ .                      B.  $(0; -1); (-2; -3)$ .                      C.  $(-1; 2); (2; 1)$ .                      D.  $(2; 1); (0; -1)$ .

**Câu 26:** Cho tam thức bậc hai  $f(x) = (m-1)x^2 + 2(m-1)x + 1$ . Tìm điều kiện của tham số  $m$  để  $f(x) > 0 \forall x \in \mathbb{R}$ .

- A.  $1 < m < 2$ .                      B.  $\begin{cases} m > 2 \\ m < 1 \end{cases}$ .                      C.  $1 \leq m < 2$ .                      D.  $\begin{cases} m > 2 \\ m \leq 1 \end{cases}$ .

**Câu 27:** Số nghiệm của phương trình  $\sqrt{3x^2 - 9x + 7} = x - 2$  là

- A. 3.                      B. 1.                      C. 0.                      D. 2.

**Câu 28:** Tam giác  $ABC$  có  $A = 120^\circ$  thì đẳng thức nào sau đây đúng?

- A.  $a^2 = b^2 + c^2 - 3bc$ .                      B.  $a^2 = b^2 + c^2 + bc$ .                      C.  $a^2 = b^2 + c^2 + 3bc$ .                      D.  $a^2 = b^2 + c^2 - bc$ .

**Câu 29:** Cho tam giác  $ABC$  có  $B = 60^\circ$ ,  $C = 75^\circ$  và  $AC = 10$ . Khi đó, độ dài cạnh  $BC$  bằng

- A.  $\frac{10\sqrt{6}}{3}$ .                      B.  $5\sqrt{6}$ .                      C.  $\frac{5\sqrt{6}}{3}$ .                      D. 10.

**Câu 30:** Cho tam giác  $ABC$  có  $AB = 6\text{cm}$ ;  $AC = 9\text{cm}$ ;  $BAC = 60^\circ$ . Diện tích tam giác  $ABC$  là

- A.  $S = \frac{27\sqrt{3}}{2} \text{cm}^2$ .                      B.  $S = \frac{27}{2} \text{cm}^2$ .                      C.  $S = \frac{27\sqrt{3}}{4} \text{cm}^2$ .                      D.  $S = \frac{27}{4} \text{cm}^2$ .

**Câu 31:** Cho hình thoi  $ABCD$  có cạnh bằng  $a$  và  $A = 60^\circ$ . Độ dài của vectơ  $\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC}$  bằng

- A.  $\frac{a}{2}$ .                      B.  $2a$ .                      C.  $a\sqrt{2}$ .                      D.  $a$ .

**Câu 32:** Trong mặt phẳng hệ tọa độ  $Oxy$ , cho hai điểm  $A(2; 1)$ ,  $B(-1; 7)$ . Tọa độ điểm  $M$  thỏa mãn hệ thức  $3\overrightarrow{AM} + \overrightarrow{AB} = \vec{0}$  là

- A.  $M(1; -3)$                       B.  $M(5; -5)$                       C.  $M(1; -1)$                       D.  $M(3; -1)$

**Câu 33:** Trong hệ tọa độ  $Oxy$ , cho hai điểm  $A(2; 3)$ ;  $B(4; -1)$ . Giao điểm của đường thẳng  $AB$  với trục tung tại  $M$ , đặt  $\overrightarrow{MA} = k\overrightarrow{MB}$ , giá trị của  $k$  là

- A.  $-2$ .                      B. 2.                      C.  $-\frac{1}{2}$ .                      D.  $\frac{1}{2}$ .

**Câu 34:** Trong mặt phẳng  $Oxy$  cho các điểm  $A(-1; 2); B(5; 8)$ . Điểm  $M \in Ox$  sao cho tam giác  $MAB$  vuông tại  $A$ . Diện tích tam giác  $MAB$  bằng

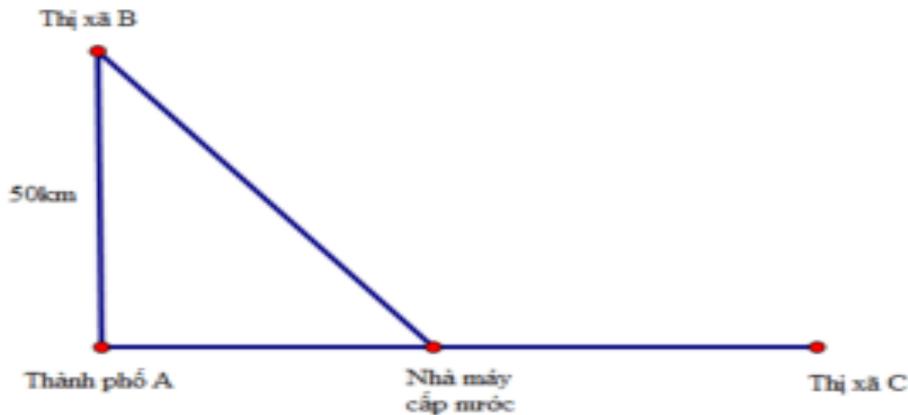
- A. 10.                      B. 18.                      C. 24.                      D. 12.

**Câu 35:** Tìm  $x$  để khoảng cách giữa hai điểm  $A(5; -1)$  và  $B(x; 4)$  bằng 7.

- A.  $-10 \pm 2\sqrt{6}$ .                      B.  $10 \pm 2\sqrt{6}$ .                      C.  $5 \pm 2\sqrt{6}$ .                      D.  $-5 \pm 2\sqrt{6}$ .

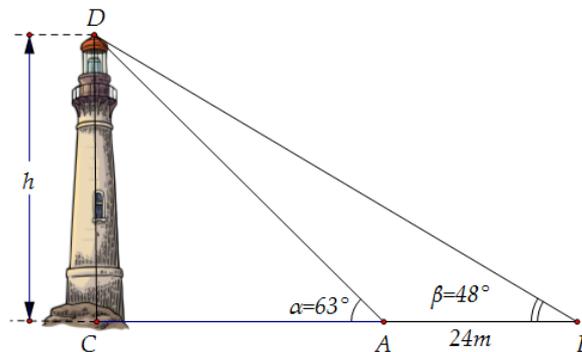
## II. PHẦN TỰ LUẬN (3,0 điểm)

**Câu 36:** Có một nhà máy nước nọ muốn tìm vị trí để xây dựng trạm cấp nước sao cho khoảng cách từ nhà máy đến 2 thị xã B, C là bằng nhau. Biết 2 thị xã trên lần lượt cách thành phố A lần lượt 50 km và 100 km ( như hình vẽ)



Hỏi khoảng cách từ thành phố A đến nhà máy cấp nước là bao nhiêu?

**Câu 37:** Giả sử  $CD = h$  là chiều cao của tháp trong đó  $C$  là chân tháp. Chọn hai điểm  $A, B$  trên mặt đất sao cho ba điểm  $A, B, C$  thẳng hàng (như hình vẽ bên dưới).



Ta đo được  $AB = 24m$ ,  $CAD = 63^\circ$ ;  $CBD = 48^\circ$ . Tính chiều cao  $h$  của khối tháp.

**Câu 38:** Người ta dự định dùng hai loại nguyên liệu để chiết xuất ít nhất 140kg chất A và 9 kg chất B. Từ mỗi tấn nguyên liệu loại I giá 4 triệu đồng có thể chiết xuất được 20kg chất A và 0,6 kg chất B. Từ mỗi tấn nguyên liệu loại II giá 3 triệu đồng, có thể chiết xuất được 10kg chất A và 1,5 kg chất B. Hỏi phải dùng bao nhiêu tấn nguyên liệu mỗi loại để chi phí mua nguyên liệu là ít nhất, biết rằng cơ sở cung cấp nguyên liệu chỉ có thể cung cấp không quá 10 tấn nguyên liệu loại I và không quá 9 tấn nguyên liệu loại II?

**Câu 39:** Cho tam giác  $ABC$ ,  $M$  là điểm thỏa mãn  $3\overline{MA} + 2\overline{MB} = \vec{0}$ . Trên các cạnh  $AC, BC$  lấy các điểm  $P, Q$  sao cho  $CPMQ$  là hình bình hành. Lấy điểm  $N$  trên  $AQ$  sao cho  $a\overline{NA} + b\overline{NQ} = \vec{0}$  (với  $a, b \in \mathbb{Z}$  và  $a, b$  nguyên tố cùng nhau). Khi ba điểm  $B, N, P$  thẳng hàng hãy tính  $a + b$ .

----- HẾT -----

## HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

### I. PHẦN TRẮC NGHIỆM (35 câu – 7,0 điểm)

**Câu 1:** Phát biểu nào sau đây là một mệnh đề toán học?

A. Trời hôm nay đẹp quá!

B. New York có phải là thủ đô của Anh?

C. Con đang làm gì đó?

D. Số 3 là số số nguyên tố

Lời giải

D là một mệnh đề toán học

**Câu 2:** Bất phương trình nào sau đây là bất phương trình bậc nhất hai ẩn?

A.  $2x^2 - 3y < 0$

B.  $-x + 4y > -3$

C.  $x + y^2 \geq 2$

D.  $x^2 + 4y^2 \leq 6$

Lời giải

Ta thấy A,C,D là bất phương trình bậc 2 hai ẩn.

**Câu 3:** Trong các hệ sau, hệ nào **không phải** là hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn:

A.  $\begin{cases} x + y > 0 \\ x > 1 \end{cases}$

B.  $\begin{cases} x + y = -2 \\ x - y = 5 \end{cases}$

C.  $\begin{cases} 2x + 3y > 10 \\ x - 4y < 1 \end{cases}$

D.  $\begin{cases} y > 0 \\ x - 4 \leq 1 \end{cases}$

Lời giải

Hệ ở đáp án B không là hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn vì hệ này chỉ gồm các phương trình.

**Câu 4:** Trong mặt phẳng  $Oxy$ , điểm nào dưới đây thuộc miền nghiệm của hệ  $\begin{cases} 3x - y > 1 \\ x + 2y \leq 2 \end{cases}$ ?

A.  $P(-1; 0)$ .

B.  $N(1; 1)$ .

C.  $M(1; -1)$ .

D.  $Q(0; 1)$ .

Lời giải

Ta thấy tọa độ điểm  $M$  thỏa mãn hệ bất phương trình nên thuộc miền nghiệm của hệ bất phương trình

**Câu 5:** Cho hàm số:  $y = \frac{x-1}{2x^2-3x+1}$ . Trong các điểm sau đây điểm nào thuộc đồ thị của hàm số?

A.  $M_1(2; 3)$ .

B.  $M_2(0; -1)$ .

C.  $M_3\left(\frac{1}{2}; \frac{-1}{2}\right)$ .

D.  $M_4(1; 0)$ .

Lời giải

Thay  $x=0$  vào hàm số ta thấy  $y=-1$ . Vậy  $M_2(0; -1)$  thuộc đồ thị hàm số.

**Câu 6:** Tập xác định của hàm số  $y = \frac{x-1}{x^2-x+3}$  là

A.  $\emptyset$ .

B.  $\mathbb{R}$ .

C.  $\mathbb{R} \setminus \{1\}$

D.  $\mathbb{R} \setminus \{2\}$ .

Lời giải

Điều kiện:  $x^2 - x + 3 \neq 0 \Leftrightarrow x \in \mathbb{R}$ .

**Câu 7:** Trong các hàm số sau, hàm số nào là hàm số bậc hai?

A.  $y = 2x(3-x)$ .

B.  $y = x(2x^2 - 3)$ .

C.  $y = 2x - 3$ .

D.  $y = \frac{2x^2 + 6x - 1}{x^2 + x + 1}$ .

Lời giải

Hàm số  $y = 2x(3-x) = -2x^2 + 6x$  là hàm số bậc hai  $y = ax^2 + bx + c$  với  $a = -2 \neq 0$ ,  $b = 6$ ,  $c = 0$ .

**Câu 8:** Trục đối xứng của parabol  $(P)$ :  $y = 3x^2 + 9x + 2022$  là

- A.  $x = \frac{3}{2}$ .                      B.  $x = 3$ .                      C.  $x = -3$ .                      **D.  $x = -\frac{3}{2}$ .**

**Lời giải**

Trục đối xứng  $x = -\frac{b}{2a} = -\frac{3}{2}$ .

**Câu 9:** Cho tam thức bậc hai  $f(x) = ax^2 + bx + c, a \neq 0$  có bảng xét dấu như sau:

$x$	$-\infty$	$-\frac{1}{2}$	$+\infty$
$f(x)$	+	0	+

Khẳng định nào sau đây là đúng:

- A.  $f(x) > 0$  với mọi  $x \in \mathbb{R}$ .                      **B.  $f(x) > 0$  với mọi  $x \in \mathbb{R} \setminus \left\{-\frac{1}{2}\right\}$ .**
- C.  $f(x) > 0$  với mọi  $x \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$ .                      D.  $f(x) < 0$  với mọi  $x \in \mathbb{R}$ .

**Lời giải**

Từ bảng xét dấu ta thấy  $f(x) > 0$  với mọi  $x \in \mathbb{R} \setminus \left\{-\frac{1}{2}\right\}$ . Do đó B là khẳng định đúng.

**Câu 10:** Bảng xét dấu nào sau đây là của tam thức  $f(x) = x^2 + 4x + 3$ .

**A.**

$x$	$-\infty$	$-1$	$3$	$+\infty$	
$f(x)$	+	0	-	0	+

**B.**

$x$	$-\infty$	$-1$	$3$	$+\infty$	
$f(x)$	-	0	+	0	-

**C.**

$x$	$-\infty$	$3$	$-1$	$+\infty$	
$f(x)$	+	0	-	0	+

**D.**

$x$	$-\infty$	$3$	$-1$	$+\infty$	
$f(x)$	-	0	+	0	-

**Lời giải**

Tam thức bậc hai  $f(x) = x^2 + 4x + 3$  có hai nghiệm phân biệt  $x_1 = -1, x_2 = 3$  và hệ số  $a = 1 > 0$

Ta có bảng xét dấu  $f(x)$  như sau:

$x$	$-\infty$	$-1$	$3$	$+\infty$	
$f(x)$	+	0	-	0	+

Do đó ta chọn đáp án **A.**

**Câu 11:** Cho tam thức bậc hai  $f(x) = x^2 + 1$ . Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A.**  $f(x) > 0 \Leftrightarrow x \in (-\infty; +\infty)$ . **B.**  $f(x) = 0 \Leftrightarrow x = -1$ .  
**C.**  $f(x) < 0 \Leftrightarrow x \in (-\infty; 1)$ . **D.**  $f(x) > 0 \Leftrightarrow x \in (0; 1)$ .

**Lời giải**

Ta có  $f(x) = x^2 + 1 \geq 1 > 0, \forall x \in \mathbb{R}$ .

**Câu 12:** Tìm tập nghiệm  $S$  của bất phương trình  $x^2 - 4 > 0$ .

- A.**  $S = (-\infty; -2) \cup (2; +\infty)$ . **B.**  $S = (-2; 2)$ .  
**C.**  $S = (-\infty; -2] \cup [2; +\infty)$ . **D.**  $S = (-\infty; 0) \cup (4; +\infty)$ .

**Lời giải**

\* Bảng xét dấu:

$x$	$-\infty$	$-2$	$2$	$+\infty$	
$x^2 - 4$	$+$	$0$	$-$	$0$	$+$

\* Tập nghiệm của bất phương trình là  $S = (-\infty; -2) \cup (2; +\infty)$ .

**Câu 13:** Cho tam thức bậc hai  $f(x) = -x^2 - 4x + 5$ . Tìm tất cả giá trị của  $x$  để  $f(x) \geq 0$ .

- A.**  $x \in (-\infty; -1] \cup [5; +\infty)$ . **B.**  $x \in [-1; 5]$ .  
**C.**  $x \in [-5; 1]$ . **D.**  $x \in (-5; 1)$ .

**Lời giải**

Ta có  $f(x) = 0 \Leftrightarrow -x^2 - 4x + 5 = 0 \Leftrightarrow x = 1, x = -5$ .

Mà hệ số  $a = -1 < 0$  nên:  $f(x) \geq 0 \Leftrightarrow x \in [-5; 1]$ .

**Câu 14:** Nghiệm của phương trình  $\sqrt{2x-1} = \sqrt{3-x}$  là

- A.**  $x = \frac{3}{4}$ . **B.**  $x = \frac{2}{3}$ . **C.**  $x = \frac{4}{3}$ . **D.**  $x = \frac{3}{2}$ .

**Lời giải**

$$\sqrt{2x-1} = \sqrt{3-x} \Leftrightarrow \begin{cases} 3-x \geq 0 \\ 2x-1 = 3-x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq 3 \\ x = \frac{4}{3} \end{cases} \Leftrightarrow x = \frac{4}{3}$$

**Câu 15:** Trong các khẳng định sau đây, khẳng định nào sai?

- A.**  $\sin 30^\circ = -\sin 150^\circ$ . **B.**  $\tan 30^\circ = -\tan 150^\circ$ .  
**C.**  $\cot 30^\circ = -\cot 150^\circ$ . **D.**  $\cos 30^\circ = -\cos 150^\circ$ .

**Lời giải**

Ta có  $\sin 30^\circ = \sin(180^\circ - 30^\circ) = \sin 150^\circ$

**Câu 16:** Cho tam giác  $ABC$  có  $AB = c, AC = b, CB = a$ . Chọn mệnh đề **sai** ?

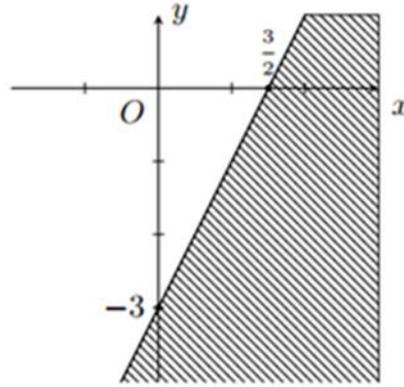
- A.**  $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cdot \cos A$ . **B.**  $b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cdot \cos B$ .  
**C.**  $c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cdot \cos B$ . **D.**  $c^2 = b^2 + a^2 - 2ba \cdot \cos C$ .

**Lời giải**

$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cdot \cos B$  là mệnh đề sai.



**Câu 22:** Miền nghiệm của bất phương trình nào sau đây được biểu diễn bởi nửa mặt phẳng không bị gạch trong hình vẽ sau?



**A.**  $2x - y \leq 3.$

**B.**  $x - y \geq 3.$

**C.**  $2x - y \geq 3.$

**D.**  $2x + y \leq 3.$

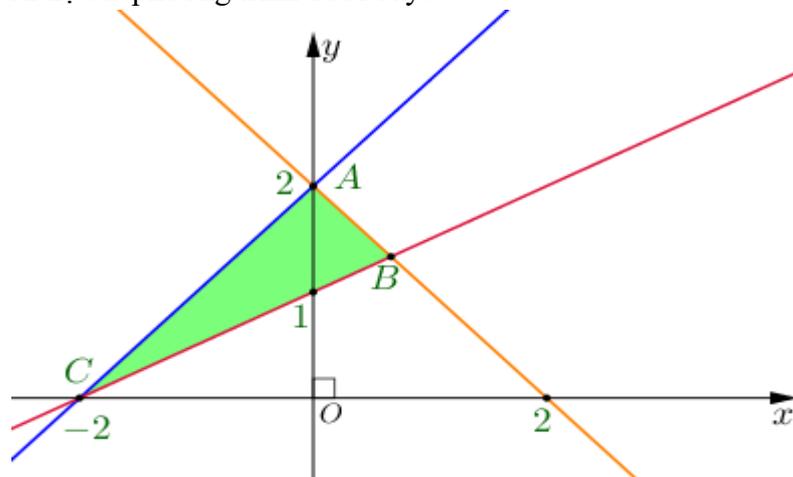
**Lời giải**

Đường thẳng  $2x - y = 3$  đi qua điểm  $(0; -3), (\frac{3}{2}; 0)$ . Loại B, D

Thay tọa độ điểm  $O(0;0)$  vào vế trái của các bất phương trình ở đáp án A, C

Ta thấy đáp án A thỏa mãn.

**Câu 23:** Miền tam giác  $ABC$  kẻ cả ba cạnh  $AB, BC, CA$  trong hình là miền nghiệm của hệ bất phương trình nào trong bốn hệ bất phương trình dưới đây?



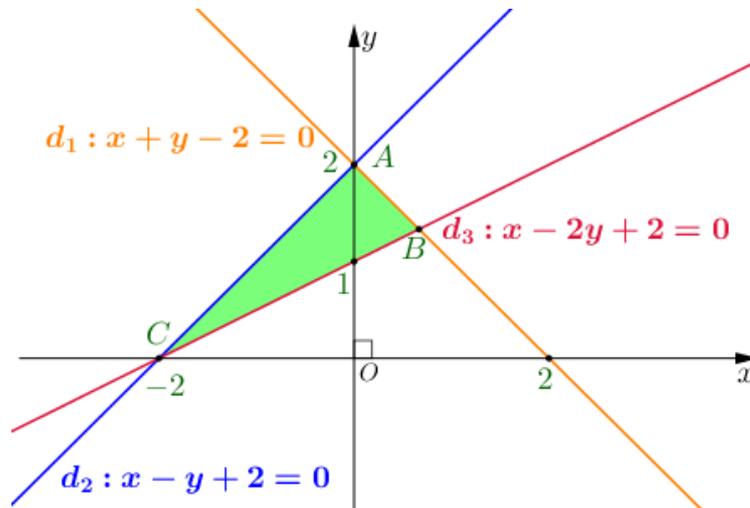
**A.**  $\begin{cases} x + y - 2 \leq 0 \\ x - y + 2 \geq 0 \\ x - 2y + 2 \leq 0 \end{cases}$

**B.**  $\begin{cases} x + y - 2 \geq 0 \\ x - y + 2 \geq 0 \\ x - 2y + 2 \leq 0 \end{cases}$

**C.**  $\begin{cases} x + y - 2 \leq 0 \\ x - y + 2 \leq 0 \\ x - 2y + 2 \leq 0 \end{cases}$

**D.**  $\begin{cases} x + y - 2 \leq 0 \\ x - y + 2 \geq 0 \\ x - 2y + 2 \geq 0 \end{cases}$

**Lời giải**



Cạnh  $AB$  nằm trên đường thẳng  $d_1 : x + y - 2 = 0$

Cạnh  $AC$  nằm trên đường thẳng  $d_2 : x - y + 2 = 0$

Cạnh  $BC$  nằm trên đường thẳng  $d_3 : x - 2y + 2 = 0$

Đường thẳng  $d_1 : x + y - 2 = 0$  chia mặt phẳng  $Oxy$  thành hai nửa mặt phẳng bờ  $d_1$ , thay tọa độ

$O(0;0)$  vào vế trái  $d_1$  ta có  $-2 < 0$ . Vậy nửa mặt phẳng chứa điểm  $O$  là miền nghiệm của bất phương trình  $x + y - 2 \leq 0$ .

Tương tự nửa mặt phẳng chứa điểm  $O$  là miền nghiệm của bất phương trình  $x - y + 2 \geq 0$ .

Nửa mặt phẳng không chứa điểm  $O$  là miền nghiệm của bất phương trình  $x - 2y + 2 \leq 0$ .

Từ (1), (2), (3) suy ra miền tam giác  $ABC$  kể cả ba cạnh  $AB, BC, CA$  là miền nghiệm của hệ bất

$$\text{phương trình } \begin{cases} x + y - 2 \leq 0 \\ x - y + 2 \geq 0 \\ x - 2y + 2 \leq 0 \end{cases} .$$

**Câu 24:** Cho hàm số  $f(x) = \begin{cases} \frac{2\sqrt{x+2}-3}{x-1} & \text{khi } x \geq 2 \\ x^2+1 & \text{khi } x < 2 \end{cases}$ . Khi đó,  $f(2) + f(-2)$  bằng:

A.  $\frac{8}{3}$ .

B. 4.

C. 6.

D.  $\frac{5}{3}$ .

**Lời giải**

$$f(2) \Rightarrow \frac{2\sqrt{4}-3}{2-1} = 1; f(-2) = 5 \Rightarrow f(2) + f(-2) = 6.$$

**Câu 25:** Giao điểm của parabol  $(P): y = x^2 - 3x + 2$  với đường thẳng  $y = x - 1$  là:

A.  $(1;0); (3;2)$ .

B.  $(0;-1); (-2;-3)$ .

C.  $(-1;2); (2;1)$ .

D.  $(2;1); (0;-1)$ .

**Lời giải**

$$\text{Cho } x^2 - 3x + 2 = x - 1 \Leftrightarrow x^2 - 4x + 3 = x - 1 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = 3 \end{cases} .$$

**Câu 26:** Cho tam thức bậc hai  $f(x) = (m-1)x^2 + 2(m-1)x + 1$ . Tìm điều kiện của tham số  $m$  để  $f(x) > 0 \forall x \in \mathbb{R}$ .

- A.  $1 < m < 2$ .      B.  $\begin{cases} m > 2 \\ m < 1 \end{cases}$ .      C.  $1 \leq m < 2$ .      D.  $\begin{cases} m > 2 \\ m \leq 1 \end{cases}$ .

Lời giải

Ta xét hai trường hợp sau:

□ Trường hợp 1:  $m-1=0 \Leftrightarrow m=1$ . Thay  $m=1$  vào bất phương trình  $f(x) > 0$  ta được  $1 > 0$  rõ ràng bất phương trình này luôn đúng với mọi  $x \in \mathbb{R}$ .

Do đó  $m=1$  thỏa yêu cầu bài toán

□ Trường hợp 2:  $m-1 \neq 0 \Leftrightarrow m \neq 1$ . Lúc này  $f(x)$  là một tam thức bậc hai nên  $f(x) > 0 \forall x \in \mathbb{R}$  khi

$$\text{và chỉ khi } \begin{cases} a=1 > 0 \\ \Delta' = (m-1)^2 - (m-1) < 0 \end{cases} \Leftrightarrow m^2 - 3m + 2 < 0 \Leftrightarrow 1 < m < 2$$

Kết luận: Từ hai trường hợp ta được  $1 \leq m < 2$  thỏa yêu cầu bài toán.

**Câu 27:** Số nghiệm của phương trình  $\sqrt{3x^2 - 9x + 7} = x - 2$  là

- A. 3.      B. 1.      C. 0.      D. 2.

Lời giải

$$\sqrt{3x^2 - 9x + 7} = x - 2 \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 2 \\ 3x^2 - 9x + 7 = x^2 - 4x + 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 2 \\ 2x^2 - 5x + 3 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \text{vô nghiệm}$$

**Câu 28:** Tam giác  $ABC$  có  $A = 120^\circ$  thì đẳng thức nào sau đây đúng?

- A.  $a^2 = b^2 + c^2 - 3bc$ .      B.  $a^2 = b^2 + c^2 + bc$ .  
C.  $a^2 = b^2 + c^2 + 3bc$ .      D.  $a^2 = b^2 + c^2 - bc$ .

Lời giải

Áp dụng định lí hàm số  $\cos$  tại đỉnh  $A$  ta có:  $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cdot \cos A$ .

$$\Rightarrow a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cdot \cos 120^\circ \Rightarrow a^2 = b^2 + c^2 + bc.$$

**Câu 29:** Cho tam giác  $ABC$  có  $B = 60^\circ$ ,  $C = 75^\circ$  và  $AC = 10$ . Khi đó, độ dài cạnh  $BC$  bằng

- A.  $\frac{10\sqrt{6}}{3}$ .      B.  $5\sqrt{6}$ .      C.  $\frac{5\sqrt{6}}{3}$ .      D. 10.

Lời giải

Ta có  $A = 180^\circ - 60^\circ - 75^\circ = 45^\circ$ .

Áp dụng định lí Sin cho tam giác  $ABC$ , ta có:

$$\frac{BC}{\sin A} = \frac{AC}{\sin B} \Leftrightarrow BC = \frac{AC \cdot \sin A}{\sin B} = \frac{10 \cdot \sin 45^\circ}{\sin 60^\circ} = \frac{10\sqrt{6}}{3}.$$

**Câu 30:** Cho tam giác  $ABC$  có  $AB = 6\text{cm}$ ;  $AC = 9\text{cm}$ ;  $BAC = 60^\circ$ . Diện tích tam giác  $ABC$  là

- A.  $S = \frac{27\sqrt{3}}{2} \text{cm}^2$ .      B.  $S = \frac{27}{2} \text{cm}^2$ .      C.  $S = \frac{27\sqrt{3}}{4} \text{cm}^2$ .      D.  $S = \frac{27}{4} \text{cm}^2$ .

Lời giải

$$S = \frac{1}{2} \cdot AC \cdot AB \cdot \sin BAC = \frac{1}{2} \cdot 6 \cdot 9 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{27\sqrt{3}}{4} \text{cm}^2.$$

**Câu 31:** Cho hình thoi  $ABCD$  có cạnh bằng  $a$  và  $A = 60^\circ$ . Độ dài của vectơ  $\overline{BA} + \overline{BC}$  bằng

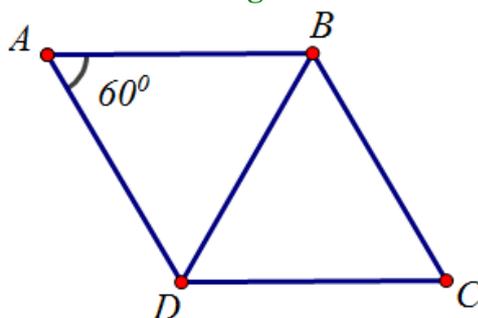
A.  $\frac{a}{2}$ .

B.  $2a$ .

C.  $a\sqrt{2}$ .

D.  $a$ .

Lời giải



$ABCD$  là hình thoi nên  $AB = AD = a \Rightarrow \triangle ABD$  cân tại  $A$ .

Mà  $A = 60^\circ$  nên  $\triangle ABD$  đều cạnh  $a$ . Suy ra  $AB = AD = BD = a$ .

Ta có  $|\overline{BA} + \overline{BC}| = |\overline{BD}| = a$ .

**Câu 32:** Trong mặt phẳng hệ tọa độ  $Oxy$ , cho hai điểm  $A(2; 1)$ ,  $B(-1; 7)$ . Tọa độ điểm  $M$  thỏa mãn hệ thức  $3\overline{AM} + \overline{AB} = \vec{0}$  là

A.  $M(1; -3)$

B.  $M(5; -5)$

C.  $M(1; -1)$

D.  $M(3; -1)$

Lời giải

Gọi  $M(a; b)$

Ta có  $\overline{AM} = (a-2; b-1)$  và  $\overline{AB} = (-3; 6)$

$$\text{Lại có } 3\overline{AM} + \overline{AB} = \vec{0} \Leftrightarrow \begin{cases} 3(a-2) - 3 = 0 \\ 3(b-1) + 6 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 3 \\ b = -1 \end{cases} \text{ Suy ra } M(3; -1).$$

**Câu 33:** Trong hệ tọa độ  $Oxy$ , cho hai điểm  $A(2; 3)$ ;  $B(4; -1)$ . Giao điểm của đường thẳng  $AB$  với trục tung tại  $M$ , đặt  $\overline{MA} = k\overline{MB}$ , giá trị của  $k$  là

A.  $-2$ .

B.  $2$ .

C.  $-\frac{1}{2}$ .

D.  $\frac{1}{2}$ .

Lời giải

Gọi  $M(0; y)$ .

$M \in AB$  nên  $\overline{MA}$  cùng phương  $\overline{MB}$ .

$$\overline{MA} = (2; 3-y); \overline{MB} = (4; -1-y)$$

$$\overline{MA} = k\overline{MB} \Leftrightarrow \begin{cases} 2 = k.4 \\ 3-y = k.(-1-y) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} k = \frac{1}{2} \\ y = 7 \end{cases}$$

Vậy  $M(0; 7)$  và  $k = \frac{1}{2}$ .

**Câu 34:** Trong mặt phẳng  $Oxy$  cho các điểm  $A(-1; 2)$ ;  $B(5; 8)$ . Điểm  $M \in Ox$  sao cho tam giác  $MAB$  vuông tại  $A$ . Diện tích tam giác  $MAB$  bằng

A.  $10$ .

B.  $18$ .

C.  $24$ .

D.  $12$ .

Lời giải

Vì  $M \in Ox$  nên có tọa độ  $M(a; 0)$ , ta có  $\overrightarrow{AM} = (a+1; -2)$ ;  $\overrightarrow{AB} = (6; 6)$ .

Tam giác  $MAB$  vuông tại  $A \Leftrightarrow \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AM} = 0 \Leftrightarrow 6(a+1) - 12 = 0 \Leftrightarrow a = 1 \Rightarrow M(1; 0)$ .

Ta có  $AM = \sqrt{(1+1)^2 + (0-2)^2} = 2\sqrt{2}$ .

$AB = \sqrt{(5+1)^2 + (8-2)^2} = 6\sqrt{2}$ .

$$\text{Vậy } S_{\triangle ABM} = \frac{1}{2} \cdot AM \cdot AB = \frac{1}{2} \cdot 2\sqrt{2} \cdot 6\sqrt{2} = 12.$$

**Câu 35:** Tìm  $x$  để khoảng cách giữa hai điểm  $A(5; -1)$  và  $B(x; 4)$  bằng 7.

**A.**  $-10 \pm 2\sqrt{6}$ .

**B.**  $10 \pm 2\sqrt{6}$ .

**C.**  $5 \pm 2\sqrt{6}$ .

**D.**  $-5 \pm 2\sqrt{6}$ .

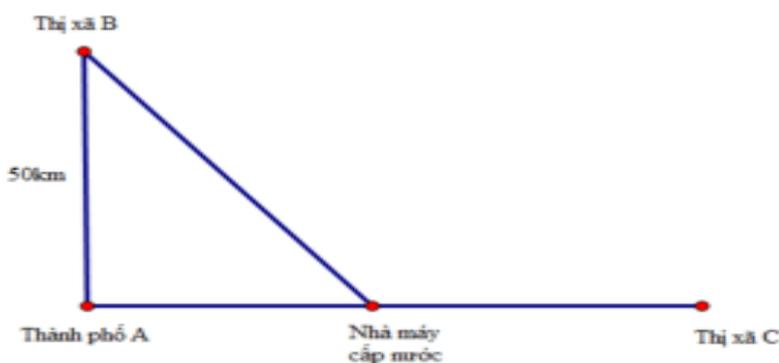
**Lời giải**

Ta có:  $AB = \sqrt{(x-5)^2 + 5^2} = 7 \Leftrightarrow x^2 - 10x + 25 + 25 = 49$

$$\Leftrightarrow x^2 - 10x + 1 = 0 \Leftrightarrow x = 5 \pm 2\sqrt{6}.$$

## II. PHẦN TỰ LUẬN (3,0 điểm)

**Câu 36:** Có một nhà máy nước nọ muốn tìm vị trí để xây dựng trạm cấp nước sao cho khoảng cách từ nhà máy đến 2 thị xã B, C là bằng nhau. Biết 2 thị xã trên lần lượt cách thành phố A lần lượt 50 km và 100 km ( như hình vẽ)



Hỏi khoảng cách từ thành phố A đến nhà máy cấp nước là bao nhiêu?

**Lời giải**

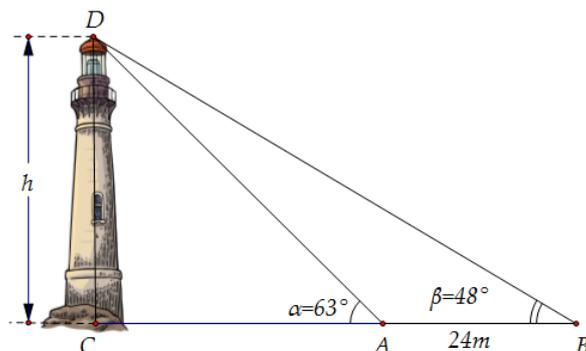
Đặt  $x(km)$  là khoảng cách từ thành phố A đến nhà máy cấp nước

Khoảng cách từ thị xã C đến nhà máy cấp nước là:  $100 - x(km)$

Vì khoảng cách từ 2 thị xã đến nhà máy cấp nước là như nhau nên ta có phương trình:

$$\sqrt{x^2 + 50^2} = 100 - x. \text{ Giải phương trình này ta được } x = 37,5km$$

**Câu 37:** Giả sử  $CD = h$  là chiều cao của tháp trong đó C là chân tháp. Chọn hai điểm A, B trên mặt đất sao cho ba điểm A, B, C thẳng hàng (như hình vẽ bên dưới).



Ta đo được  $AB = 24m$ ,  $CAD = 63^\circ$ ;  $CBD = 48^\circ$ . Tính chiều cao  $h$  của khối tháp.

### Lời giải

Ta có  $CAD = 63^\circ \Rightarrow BAD = 117^\circ \Rightarrow ADB = 180^\circ - (117^\circ + 48^\circ) = 15^\circ$ .

Áp dụng định lý sin trong tam giác  $ABD$  ta có:  $\frac{AB}{\sin ADB} = \frac{BD}{\sin BAD} \Rightarrow BD = \frac{AB \cdot \sin BAD}{\sin ADB}$

Tam giác  $BCD$  vuông tại  $C$  nên có:  $\sin CBD = \frac{CD}{BD} \Rightarrow CD = BD \cdot \sin CBD$

Vậy  $CD = \frac{AB \cdot \sin BAD \cdot \sin CBD}{\sin ADB} = \frac{24 \cdot \sin 117^\circ \cdot \sin 48^\circ}{\sin 15^\circ} = 61,4(m)$ .

**Câu 38:** Người ta dự định dùng hai loại nguyên liệu để chiết xuất ít nhất 140kg chất A và 9 kg chất B. Từ mỗi tấn nguyên liệu loại I giá 4 triệu đồng có thể chiết xuất được 20kg chất A và 0,6 kg chất B. Từ mỗi tấn nguyên liệu loại II giá 3 triệu đồng, có thể chiết xuất được 10kg chất A và 1,5 kg chất B. Hỏi phải dùng bao nhiêu tấn nguyên liệu mỗi loại để chi phí mua nguyên liệu là ít nhất, biết rằng cơ sở cung cấp nguyên liệu chỉ có thể cung cấp không quá 10 tấn nguyên liệu loại I và không quá 9 tấn nguyên liệu loại II?

### Lời giải

Gọi số tấn nguyên liệu loại I, loại II được sử dụng lần lượt là  $x, y$ .

Khi đó chiết xuất được  $(20x+10y)$  kg chất A và  $(0,6x+1,5y)$  kg chất B.

Tổng số tiền mua nguyên liệu là  $T(x, y) = 4x + 3y$ .

Theo giả thiết ta có  $0 \leq x \leq 10, 0 \leq y \leq 9$

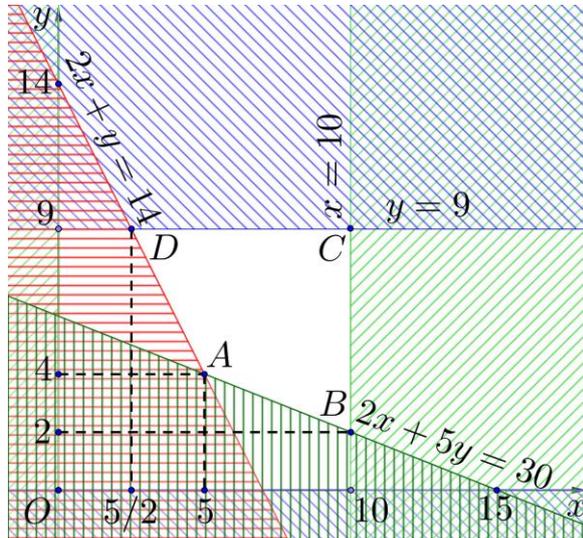
$20x+10y \geq 140 \Leftrightarrow 2x+y \geq 14$ ;  $0,6x+1,5y \geq 9 \Leftrightarrow 2x+5y \geq 30$ .

Bài toán trở thành: Tìm  $x, y$  thỏa mãn hệ bất phương trình

$$\begin{cases} 0 \leq x \leq 10 \\ 0 \leq y \leq 9 \\ 2x+y \geq 14 \\ 2x+5y \geq 30 \end{cases}$$

sao cho  $T(x, y) = 4x + 3y$  có giá trị nhỏ nhất.

Miền nghiệm của hệ bất phương trình được biểu diễn bởi hình vẽ.



Suy ra miền nghiệm của là miền tứ giác lồi ABCD, kể cả biên.

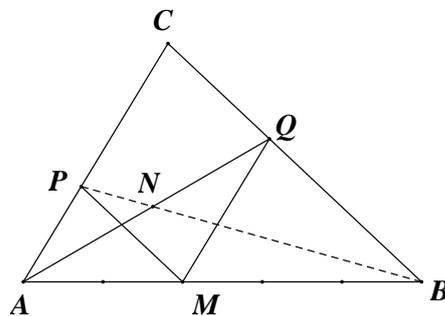
Ta có  $A(5;4)$ ,  $B(10;2)$ ,  $C(10;9)$ ,  $D\left(\frac{5}{2};9\right)$ .

Thử lần lượt tọa độ các điểm trên vào biểu thức  $T(x,y) = 4x + 3y$  ta được  $T(5;4) = 32$  là nhỏ nhất.

Vậy  $x = 5$ ;  $y = 4$ . Nghĩa là sử dụng 5 tấn nguyên liệu loại I và 4 tấn nguyên liệu loại II thì chi phí thấp nhất.

**Câu 39:** Cho tam giác  $ABC$ ,  $M$  là điểm thỏa mãn  $3\overline{MA} + 2\overline{MB} = \vec{0}$ . Trên các cạnh  $AC, BC$  lấy các điểm  $P, Q$  sao cho  $CPMQ$  là hình bình hành. Lấy điểm  $N$  trên  $AQ$  sao cho  $a\overline{NA} + b\overline{NQ} = \vec{0}$  (với  $a, b \in \mathbb{Z}$  và  $a, b$  nguyên tố cùng nhau). Khi ba điểm  $B, N, P$  thẳng hàng hãy tính  $a + b$ .

**Lời giải**



$$\text{Vì } MP \parallel BC, MQ \parallel AC \Rightarrow \frac{AP}{AC} = \frac{CQ}{CB} = \frac{AM}{AB} = \frac{2}{5}.$$

$$\text{Ta có: } \overline{AQ} = \overline{AB} + \overline{BQ} = \overline{AB} + \frac{3}{5}\overline{BC} = \overline{AB} + \frac{3}{5}(\overline{AC} - \overline{AB}) = \frac{2}{5}\overline{AB} + \frac{3}{5}\overline{AC} = \frac{2}{5}\overline{AB} + \frac{3}{2}\overline{AP}.$$

$$\text{Đặt } \overline{AN} = x\overline{AQ}. \text{ Suy ra: } \overline{AN} = \frac{2}{5}x\overline{AB} + \frac{3}{2}x\overline{AP}.$$

$$\text{Do } B, N, P \text{ thẳng hàng nên } \frac{2}{5}x + \frac{3}{2}x = 1 \Leftrightarrow x = \frac{10}{19} \Rightarrow \overline{AN} = \frac{10}{19}\overline{AQ}$$

$$\text{Hay } \overline{AN} = \frac{10}{9}\overline{NQ} \Leftrightarrow 9\overline{NA} + 10\overline{NQ} = \vec{0}.$$

Vậy  $a+b=10+9=19$ .

**I. PHẦN TRẮC NGHIỆM (35 câu – 7,0 điểm)**

**Câu 1:** Cho các phát biểu sau đây:

1. "17 là số nguyên tố"
2. "Tam giác vuông có một đường trung tuyến bằng một nửa cạnh huyền"
3. "Các em hãy cố gắng học tập thật tốt nhé!"
4. "Mọi hình chữ nhật đều nội tiếp được đường tròn"

Hỏi có bao nhiêu phát biểu là mệnh đề?

- A.** 4.                      **B.** 3.                      **C.** 2.                      **D.** 1.

**Câu 2:** Cặp số  $(-2; 3)$  là nghiệm của bất phương trình nào dưới đây?

- A.**  $2x + y + 1 > 0$ .              **B.**  $x + 3y + 1 < 0$ .              **C.**  $2x - y - 1 \geq 0$ .              **D.**  $x + y + 1 > 0$ .

**Câu 3:** Điểm  $O(0; 0)$  **không** thuộc miền nghiệm của hệ bất phương trình nào sau đây?

- A.**  $\begin{cases} x + 3y < 0 \\ 2x + y + 4 > 0 \end{cases}$               **B.**  $\begin{cases} x + 3y \geq 0 \\ 2x + y - 4 < 0 \end{cases}$               **C.**  $\begin{cases} x + 3y - 6 < 0 \\ 2x + y + 4 > 0 \end{cases}$               **D.**  $\begin{cases} x + 3y - 6 < 0 \\ 2x + y + 4 \geq 0 \end{cases}$

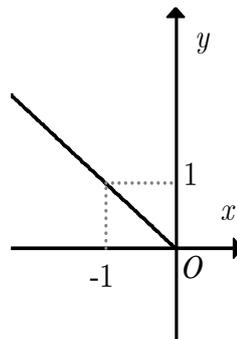
**Câu 4:** Trong các hệ sau, hệ nào **không phải** là hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn:

- A.**  $\begin{cases} x - 3y > 4 \\ 2x + y \leq 12 \\ y \geq 1 \end{cases}$               **B.**  $\begin{cases} x - 1 > 3 \\ y + 3 \leq \pi \end{cases}$               **C.**  $\begin{cases} x + y \leq 14 \\ -3 < x \leq 5 \end{cases}$               **D.**  $\begin{cases} x - y < 4 \\ x^2 + 2y \leq 15 \end{cases}$

**Câu 5:** Cho hàm số  $f(x) = 4 - 3x$ . Khẳng định nào sau đây đúng?

- A.** Hàm số đồng biến trên  $(-\infty; \frac{4}{3})$ .              **B.** Hàm số nghịch biến trên  $(\frac{4}{3}; +\infty)$ .  
**C.** Hàm số đồng biến trên  $\mathbb{R}$ .              **D.** Hàm số đồng biến trên  $(\frac{3}{4}; +\infty)$ .

**Câu 6:** Đồ thị hình vẽ là đồ thị của một hàm số trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D dưới đây. Hỏi hàm số đó là hàm số nào?

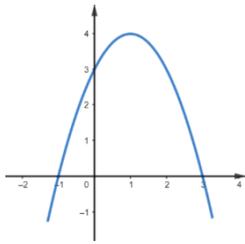


- A.**  $y = |x|$ .              **B.**  $y = -x$ .              **C.**  $y = |x|$  với  $x < 0$ .              **D.**  $y = -x$  với  $x < 0$ .

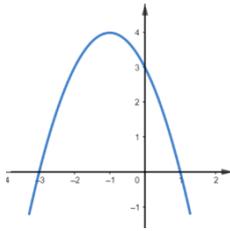
**Câu 7:** Điểm nào sau đây thuộc đồ thị hàm số  $y = x^2 - 4x + 1$ ?

- A.**  $M(2; 13)$               **B.**  $P(2; 1)$               **C.**  $N(2; -3)$ .              **D.**  $Q(2; 3)$ .

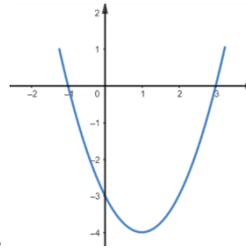
**Câu 8:** Hàm số  $y = -x^2 + 2x + 3$  có đồ thị như hình nào trong các hình sau



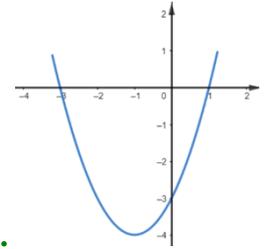
**A.**



**B.**



**C.**



**D.**

**Câu 9:** Cho tam thức bậc hai  $f(x) = ax^2 + bx + c$  ( $a \neq 0$ ). Khẳng định nào sau đây **đúng**?

**A.**  $f(x) > 0, \forall x \Leftrightarrow \begin{cases} a < 0 \\ \Delta < 0 \end{cases}$ .

**B.**  $f(x) > 0, \forall x \Leftrightarrow \begin{cases} a > 0 \\ \Delta > 0 \end{cases}$ .

**C.**  $f(x) > 0, \forall x \Leftrightarrow \begin{cases} a < 0 \\ \Delta > 0 \end{cases}$ .

**D.**  $f(x) > 0, \forall x \Leftrightarrow \begin{cases} a > 0 \\ \Delta < 0 \end{cases}$ .

**Câu 10:** Bảng xét dấu sau đây là của tam thức bậc 2 nào?

$x$	$-\infty$		2		3		$+\infty$
$f(x)$		-	0	+	0	-	

**A.**  $f(x) = -x^2 + 5x - 6$ .

**B.**  $f(x) = x^2 + 5x - 6$ .

**C.**  $f(x) = x^2 - 5x - 6$ .

**D.**  $f(x) = -x^2 - 5x + 6$ .

**Câu 11:** Tập nghiệm của bất phương trình  $-x^2 + 3x - 2 \geq 0$  là

**A.**  $[1; 2]$ .

**B.**  $[-1; 2]$ .

**C.**  $(1; 2)$ .

**D.**  $[-2; 1]$ .

**Câu 12:** Tập nghiệm của phương trình  $\sqrt{3-x} = \sqrt{x+2}$  là

**A.**  $S = \emptyset$ .

**B.**  $S = \left\{-2; \frac{1}{2}\right\}$ .

**C.**  $S = \left\{\frac{1}{2}\right\}$ .

**D.**  $S = \left\{-\frac{1}{2}\right\}$ .

**Câu 13:** Trong các hệ thức sau, hệ thức nào **đúng**?

**A.**  $\sin 150^\circ = \frac{1}{2}$ .

**B.**  $\cos 150^\circ = -\frac{1}{2}$ .

**C.**  $\tan 150^\circ = \sqrt{3}$ .

**D.**  $\cot 150^\circ = \frac{1}{\sqrt{3}}$ .

**Câu 14:** Tam giác  $ABC$  có  $BC = a$ ;  $AB = c$ ;  $AC = b$  và có  $R$  là bán kính đường tròn ngoại tiếp. Hệ thức nào sau đây là **sai**?

**A.**  $\frac{a}{\sin A} = 2R$ .

**B.**  $\sin A = \frac{a}{2R}$ .

**C.**  $b \cdot \sin B = 2R$ .

**D.**  $\sin C = \frac{c \cdot \sin A}{a}$ .

**Câu 15:** Gọi  $a, b, c, r, R, S$  lần lượt là độ dài ba cạnh, bán kính đường tròn nội tiếp, ngoại tiếp và diện tích của  $\Delta ABC$ ,  $p = \frac{a+b+c}{2}$ . Khẳng định nào sau đây là đúng?

**A.**  $S = pR$ .

**B.**  $S = \frac{abc}{4R}$ .

**C.**  $S = \frac{1}{2} \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$ .

**D.**  $S = \frac{1}{2} ab \cos C$ .

**Câu 16:** Cho các điểm phân biệt  $A, B, C$ . Đẳng thức nào sau đây **đúng**?

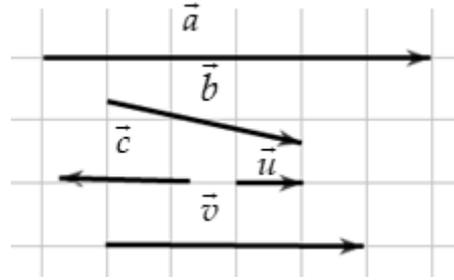
**A.**  $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{BC} - \overrightarrow{AC}$ .

**B.**  $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CB} - \overrightarrow{CA}$ .

**C.**  $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{BC} - \overrightarrow{CA}$ .

**D.**  $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CA} - \overrightarrow{CB}$ .

**Câu 17:** Cho các vectơ  $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}, \vec{u}$  và  $\vec{v}$  như trong hình bên.



Hỏi có bao nhiêu vectơ cùng hướng với vectơ  $\vec{u}$ ?

- A. 4.                                      B. 2.                                      C. 3.                                      D. 1.

**Câu 18:** Cho tam giác  $ABC$  có trọng tâm  $G$ , gọi  $M$  là trung điểm  $BC$ . Phân tích véc tơ  $\overrightarrow{AG}$  theo hai véc tơ là hai cạnh của tam giác, khẳng định nào sau đây **đúng**?

- A.  $\overrightarrow{AG} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AB} + \frac{2}{3}\overrightarrow{AC}$ .    B.  $\overrightarrow{AG} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AC}$ .    C.  $\overrightarrow{AG} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{3}\overrightarrow{AC}$ .    D.  $\overrightarrow{AG} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{3}\overrightarrow{AC}$ .

**Câu 19:** Cho tam giác  $ABC$  với  $A(-3;6); B(9;-10)$  và  $G\left(\frac{1}{3};0\right)$  là trọng tâm. Tọa độ  $C$  là:

- A.  $C(5;-4)$ .                              B.  $C(5;4)$ .                              C.  $C(-5;4)$ .                              D.  $C(-5;-4)$ .

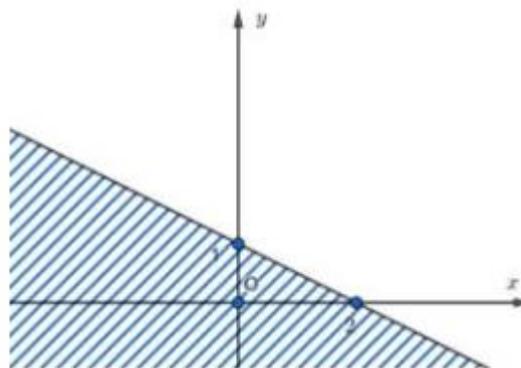
**Câu 20:** Cho tam giác  $ABC$  đều cạnh bằng  $a$ . Tính tích vô hướng  $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BC}$ .

- A.  $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BC} = \frac{a^2\sqrt{3}}{2}$ .    B.  $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BC} = \frac{-a^2\sqrt{3}}{2}$ .    C.  $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BC} = \frac{a^2}{2}$ .    D.  $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BC} = \frac{-a^2}{2}$ .

**Câu 21:** Cho tập  $A = (2; +\infty)$ ,  $B = (m; +\infty)$ . Điều kiện cần và đủ của  $m$  sao cho tập hợp  $B$  là con của tập hợp  $A$

- A.  $m \leq 2$ .                                      B.  $m = 2$ .                                      C.  $m > 2$ .                                      D.  $m \geq 2$ .

**Câu 22:** Miền để trống trong miền bên dưới là hình biểu diễn miền nghiệm của bất phương trình nào sau đây?



- A.  $2x - y + 1 \geq 0$ .    B.  $x + 2y - 2 \leq 0$ .    C.  $x + 2y + 1 \leq 0$ .    D.  $x + 2y - 2 \geq 0$ .

**Câu 23:** Miền trong của tam giác  $ABC$  ( không kể các cạnh) với  $A(0;1), B(-1;3), C(-2;0)$  biểu diễn tập nghiệm của hệ bất phương trình nào sau đây?

- A.  $\begin{cases} 2x + y < 1 \\ -x + 2y > 2 \\ 3x - y < -6 \end{cases}$     B.  $\begin{cases} 2x + y > 1 \\ -x + 2y > 2 \\ 3x - y < -6 \end{cases}$     C.  $\begin{cases} 2x + y < 1 \\ -x + 2y < 2 \\ 3x - y < -6 \end{cases}$     D.  $\begin{cases} 2x + y < 1 \\ x - 2y < -2 \\ 3x - y > -6 \end{cases}$

**Câu 24:** Bảng giá cước của một hãng taxi được cho như sau

Giá mở cửa	Giá km tiếp theo
11.000đ/0,7 km	15.800đ/1 km

\* **Giá mở cửa:** Khi lên taxi mà quãng đường di chuyển không quá 0,7 km thì hãng taxi vẫn tính 11000 đồng

Gọi  $y$  (đồng) là số tiền phải trả sau khi đi  $x$  (km). Hàm số của  $y$  theo  $x$  là

$$\begin{aligned} \text{A. } y &= \begin{cases} 11000 & \text{khi } x \leq 0,7 \\ 15800x - 100 & \text{khi } x > 0,7 \end{cases} & \text{B. } y &= \begin{cases} 11000 & \text{khi } x \leq 1 \\ 15800x - 150 & \text{khi } x > 1 \end{cases} \\ \text{C. } y &= \begin{cases} 11000 & \text{khi } x \leq 0,7 \\ 15800x - 60 & \text{khi } x > 0,7 \end{cases} & \text{D. } y &= \begin{cases} 11000 & \text{khi } x \leq 1 \\ 15800x - 70 & \text{khi } x > 1 \end{cases} \end{aligned}$$

**Câu 25:** Biết parabol  $(P): y = 2x^2 + bx + c$  đi qua điểm  $M(0;4)$  và có trục đối xứng là đường thẳng  $x = 1$ . Tính  $S = b + c$ .

A.  $S = 0$ .                      B.  $S = 1$ .                      C.  $S = -1$ .                      D.  $S = 5$ .

**Câu 26:** Tìm tập xác định của hàm số  $y = \sqrt{2x^2 - 5x + 2}$ .

A.  $\left(-\infty; \frac{1}{2}\right]$ .                      B.  $[2; +\infty)$ .                      C.  $\left(-\infty; \frac{1}{2}\right] \cup [2; +\infty)$ .                      D.  $\left[\frac{1}{2}; 2\right]$ .

**Câu 27:** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số  $m$  để hàm số  $y = \sqrt{(m-2)x^2 - 2(m-3)x + m - 1}$  có tập xác định là  $\mathbb{R}$ ?

A.  $m > \frac{7}{3}$ .                      B.  $m < \frac{7}{3}$ .                      C.  $m \leq \frac{7}{3}$ .                      D.  $m \geq \frac{7}{3}$ .

**Câu 28:** Tính tổng các nghiệm của phương trình  $\sqrt{6-5x} = 2-x$ ?

A.  $-1$ .                      B.  $1$ .                      C.  $2$ .                      D.  $0$ .

**Câu 29:** Cho tam giác  $ABC$  có  $BC = 8, CA = 10$ , và  $\angle ACB = 60^\circ$ . Độ dài cạnh  $AB$  bằng

A.  $3\sqrt{21}$ .                      B.  $7\sqrt{2}$ .                      C.  $2\sqrt{11}$ .                      D.  $2\sqrt{21}$ .

**Câu 30:** Tam giác  $ABC$  có độ dài cạnh  $AB = 3\text{cm}$ ;  $AC = 6\text{cm}$  và  $\angle A = 60^\circ$ . Bán kính  $R$  của đường tròn ngoại tiếp tam giác  $ABC$  bằng

A.  $R = \sqrt{3}$ .                      B.  $R = 3\sqrt{3}$ .                      C.  $R = 3$ .                      D.  $R = 6$ .

**Câu 31:** Cho tam giác  $ABC$  có  $B + C = 135^\circ$ ,  $BC = 10\sqrt{2}(\text{cm})$ . Chu vi đường tròn ngoại tiếp tam giác  $ABC$  bằng

A.  $10\pi(\text{cm})$ .                      B.  $15\pi(\text{cm})$ .                      C.  $20\pi(\text{cm})$ .                      D.  $25\pi(\text{cm})$ .

**Câu 32:** Cho hình bình hành  $ABCD$  có tâm là  $O$ . Khẳng định nào là đúng?

A.  $\vec{AO} + \vec{BO} = \vec{BD}$ .                      B.  $\vec{AO} + \vec{AC} = \vec{BO}$ .                      C.  $\vec{AO} - \vec{BD} = \vec{CD}$ .                      D.  $\vec{AB} - \vec{AC} = \vec{DA}$ .

**Câu 33:** Gọi  $AN, CM$  là các trung tuyến của tam giác  $ABC$ . Đẳng thức nào sau đây đúng?

$$\begin{aligned} \text{A. } \vec{AB} &= \frac{2}{3}\vec{AN} + \frac{2}{3}\vec{CM} & \text{B. } \vec{AB} &= \frac{4}{3}\vec{AN} - \frac{2}{3}\vec{CM} \\ \text{C. } \vec{AB} &= \frac{4}{3}\vec{AN} + \frac{4}{3}\vec{CM} & \text{D. } \vec{AB} &= \frac{4}{3}\vec{AN} + \frac{2}{3}\vec{CM} \end{aligned}$$

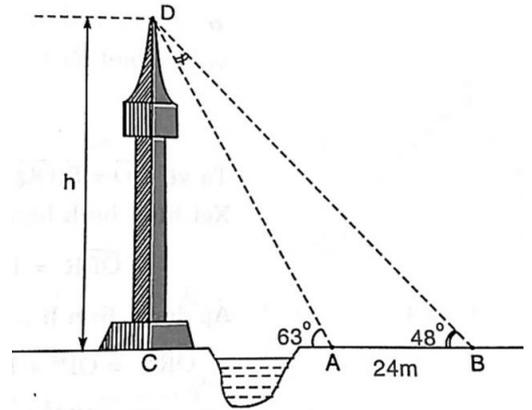
**Câu 34:** Trong hệ tọa độ  $Oxy$ , cho ba điểm  $A(2; 1)$ ,  $B(0; -3)$ ,  $C(3; 1)$ . Tìm tọa độ điểm  $D$  để  $ABCD$  là hình bình hành.  
**A.**  $(5; 5)$ .                      **B.**  $(5; -2)$ .                      **C.**  $(5; -4)$ .                      **D.**  $(-1; -4)$ .

**Câu 35:** Cho hình bình hành  $ABCD$ , với  $AB=2$ ,  $AD=1$ ,  $BAD=60^\circ$ . Độ dài đường chéo  $BD$  bằng  
**A.**  $\sqrt{3}$ .                      **B.**  $\sqrt{5}$ .                      **C.**  $5$ .                      **D.**  $3$ .

**II. PHẦN TỰ LUẬN (3,0 điểm)**

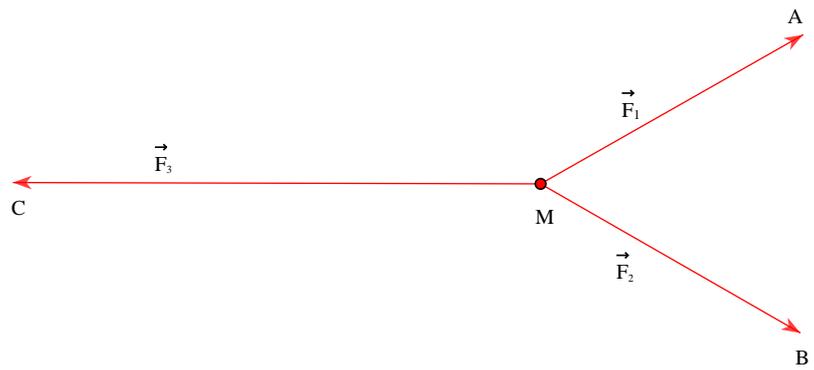
**Câu 36:** Có hai địa điểm  $A, B$  cùng nằm trên một tuyến quốc lộ thẳng. Khoảng cách giữa  $A$  và  $B$  là  $30,5\text{km}$ . Một xe máy xuất phát từ  $A$  lúc 7 giờ theo chiều từ  $A$  đến  $B$ . Lúc 9 giờ, một ô tô xuất phát từ  $B$  chuyển động thẳng đều với vận tốc  $80\text{km/h}$  theo cùng chiều với xe máy. Chọn  $A$  làm mốc, chọn thời điểm 7 giờ làm mốc thời gian và chọn chiều từ  $A$  đến  $B$  làm chiều dương. Phương trình chuyển động của xe máy là  $y=2t^2+36t$ , trong đó  $y$  tính bằng kilômét,  $t$  tính bằng giờ. Biết rằng đến lúc ô tô đuổi kịp xe máy thì hai xe dừng lại và vị trí đó cách điểm  $B$  là  $x\text{km}$ . Tìm  $x\text{km}$ .

**Câu 37:** Muốn đo chiều cao  $CD$  của một cái tháp mà ta không thể đến được tâm  $C$  của chân tháp. Trong mặt phẳng đứng chứa chiều cao  $CD$  của tháp ta chọn hai điểm  $A$  và  $B$  sao cho ba điểm  $A, B, C$  thẳng hàng. Giả sử ta đo được khoảng cách  $AB=24\text{m}$  và các góc  $CAD=63^\circ$ ,  $CBD=48^\circ$ . Hãy tính chiều cao  $h=CD$  của tháp (kết quả làm tròn đến hàng phần chục).



**Câu 38:** Trong một cuộc thi gói bánh vào dịp năm mới, mỗi đội chơi được sử dụng tối đa 20 kg gạo nếp, 2 kg thịt ba chỉ, 5 kg đậu xanh để gói bánh chung và bánh ống. Để gói một cái bánh chung cần 0,4 kg gạo nếp, 0,05 kg thịt và 0,1 kg đậu xanh; để gói một cái bánh ống cần 0,6 kg gạo nếp, 0,075 kg thịt và 0,15 kg đậu xanh. Mỗi cái bánh chung nhận được 5 điểm thưởng, mỗi cái bánh ống nhận được 7 điểm thưởng. Hỏi cần phải gói mấy cái bánh mỗi loại để được nhiều điểm thưởng nhất?

**Câu 39:** Cho ba lực  $\vec{F}_1 = \vec{MA}$ ,  $\vec{F}_2 = \vec{MB}$ ,  $\vec{F}_3 = \vec{MC}$  cùng tác động vào một vật tại điểm  $M$  và vật đứng yên. Cho biết cường độ của  $\vec{F}_1$ ,  $\vec{F}_2$  đều bằng  $25\text{N}$  và góc  $AMB=60^\circ$ . Tính cường độ lực của  $\vec{F}_3$ .



----- HẾT -----

## HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

### I. PHẦN TRẮC NGHIỆM (35 câu – 7,0 điểm)

**Câu 1:** Cho các phát biểu sau đây:

- "17 là số nguyên tố"
- "Tam giác vuông có một đường trung tuyến bằng một nửa cạnh huyền"
- "Các em hãy cố gắng học tập thật tốt nhé!"
- "Mọi hình chữ nhật đều nội tiếp được đường tròn"

Hỏi có bao nhiêu phát biểu là mệnh đề?

- A. 4.                      **B. 3.**                      C. 2.                      D. 1.

**Lời giải**

**Câu 2:** Cặp số  $(-2; 3)$  là nghiệm của bất phương trình nào dưới đây?

- A.  $2x + y + 1 > 0$ .              B.  $x + 3y + 1 < 0$ .              C.  $2x - y - 1 \geq 0$ .              **D.  $x + y + 1 > 0$ .**

**Lời giải**

Ta có  $2(-2) + 3 + 1 > 0$  sai nên  $(-2; 3)$  không là nghiệm của  $2x + y + 1 > 0$ .

$-2 + 3(3) + 1 < 0$  sai nên  $(-2; 3)$  không là nghiệm của  $x + 3y + 1 < 0$ .

$2(-2) - 3 - 1 \geq 0$  sai nên  $(-2; 3)$  không là nghiệm của  $2x - y - 1 \geq 0$ .

$-2 + 3 + 1 > 0$  đúng nên  $(-2; 3)$  là nghiệm của  $x + y + 1 > 0$ .

**Câu 3:** Điểm  $O(0; 0)$  **không** thuộc miền nghiệm của hệ bất phương trình nào sau đây?

- A.**  $\begin{cases} x + 3y < 0 \\ 2x + y + 4 > 0 \end{cases}$ .              B.  $\begin{cases} x + 3y \geq 0 \\ 2x + y - 4 < 0 \end{cases}$ .              C.  $\begin{cases} x + 3y - 6 < 0 \\ 2x + y + 4 > 0 \end{cases}$ .              D.  $\begin{cases} x + 3y - 6 < 0 \\ 2x + y + 4 \geq 0 \end{cases}$ .

**Lời giải**

Thay tọa độ  $O$  vào hệ ta được đáp án.

**Câu 4:** Trong các hệ sau, hệ nào **không phải** là hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn:

- A.  $\begin{cases} x - 3y > 4 \\ 2x + y \leq 12 \\ y \geq 1 \end{cases}$               B.  $\begin{cases} x - 1 > 3 \\ y + 3 \leq \pi \end{cases}$               C.  $\begin{cases} x + y \leq 14 \\ -3 < x \leq 5 \end{cases}$               **D.**  $\begin{cases} x - y < 4 \\ x^2 + 2y \leq 15 \end{cases}$

**Lời giải**

Hệ ở đáp án D không là hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn vì hệ này chứa một bất phương trình bậc hai  $x^2 + 2y \leq 15$ .

**Câu 5:** Cho hàm số  $f(x) = 4 - 3x$ . Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. Hàm số đồng biến trên  $(-\infty; \frac{4}{3})$ .              **B.** Hàm số nghịch biến trên  $(\frac{4}{3}; +\infty)$ .  
C. Hàm số đồng biến trên  $\mathbb{R}$ .              D. Hàm số đồng biến trên  $(\frac{3}{4}; +\infty)$ .

**Lời giải.**

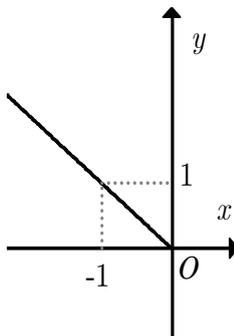
TXĐ:  $D = \mathbb{R}$ . Với mọi  $x_1, x_2 \in \mathbb{R}$  và  $x_1 < x_2$

ta có  $f(x_1) - f(x_2) = (4 - 3x_1) - (4 - 3x_2) = -3(x_1 - x_2) > 0$ .

Suy ra  $f(x_1) > f(x_2)$ . Do đó, hàm số nghịch biến trên  $\mathbb{R}$ .

Mà  $\left(\frac{4}{3}; +\infty\right) \subset \mathbb{R}$  nên hàm số cũng nghịch biến trên  $\left(\frac{4}{3}; +\infty\right)$ .

**Câu 6:** Đồ thị hình vẽ là đồ thị của một hàm số trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D dưới đây. Hỏi hàm số đó là hàm số nào?



- A.  $y = |x|$ .                      B.  $y = -x$ .  
 C.  $y = |x|$  với  $x < 0$ .      D.  $y = -x$  với  $x < 0$ .

**Lời giải**

Đồ thị hàm số nằm hoàn toàn "bên trái" trục tung. Loại A, B.  
 Đồ thị hàm số đi xuống từ trái sang phải  $\longrightarrow a < 0$ .

**Câu 7:** Điểm nào sau đây thuộc đồ thị hàm số  $y = x^2 - 4x + 1$ ?

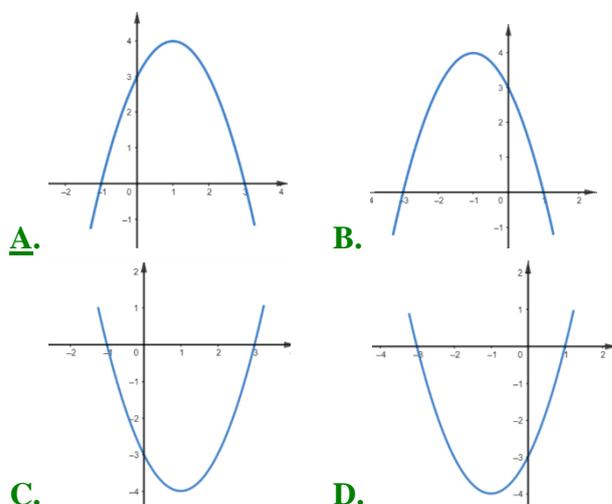
- A.  $M(2;13)$                       B.  $P(2;1)$                       C.  $N(2;-3)$ .                      D.  $Q(2;3)$ .

**Lời giải**

Lần lượt thay tọa độ ở các đáp án vào hàm số  $y = x^2 - 4x + 1$ .

Nhận thấy điểm  $N(2;-3)$  thỏa mãn  $-3 = 2^2 - 4 \cdot 2 + 1$ . Vậy điểm  $N(2;-3)$  thuộc đồ thị hàm số đã cho.

**Câu 8:** Hàm số  $y = -x^2 + 2x + 3$  có đồ thị như hình nào trong các hình sau



**Lời giải**

Ta thấy hàm số có hệ số  $a < 0$  do đó đồ thị lõm xuống dưới. Từ đó ta loại đáp án C và D

Hàm số có tọa độ đỉnh  $I\left(-\frac{b}{2a}; -\frac{\Delta}{4a}\right) \Rightarrow I(1;4)$ .

**Câu 9:** Cho tam thức bậc hai  $f(x) = ax^2 + bx + c$  ( $a \neq 0$ ). Khẳng định nào sau đây **đúng**?

- A.  $f(x) > 0, \forall x \Leftrightarrow \begin{cases} a < 0 \\ \Delta < 0 \end{cases}$ .      B.  $f(x) > 0, \forall x \Leftrightarrow \begin{cases} a > 0 \\ \Delta > 0 \end{cases}$ .
- C.  $f(x) > 0, \forall x \Leftrightarrow \begin{cases} a < 0 \\ \Delta > 0 \end{cases}$ .      **D.  $f(x) > 0, \forall x \Leftrightarrow \begin{cases} a > 0 \\ \Delta < 0 \end{cases}$ .**

**Lời giải**

$$\text{Ta có } f(x) > 0, \forall x \Leftrightarrow \begin{cases} a > 0 \\ \Delta < 0 \end{cases}.$$

**Câu 10:** Bảng xét dấu sau đây là của tam thức bậc 2 nào?

$x$	$-\infty$	2	3	$+\infty$	
$f(x)$	-	0	+	0	-

- A.  $f(x) = -x^2 + 5x - 6$ .**      B.  $f(x) = x^2 + 5x - 6$ .
- C.  $f(x) = x^2 - 5x - 6$ .      D.  $f(x) = -x^2 - 5x + 6$ .

**Lời giải**

Từ bảng xét dấu ta có  $f(x) = 0$  có 2 nghiệm phân biệt  $x = 2, x = 3$  và  $f(x) > 0$  khi  $x \in (2; 3)$

Do đó  $f(x) = -x^2 + 5x - 6$ .

**Câu 11:** Tập nghiệm của bất phương trình  $-x^2 + 3x - 2 \geq 0$  là

- A.  $[1; 2]$ .**      B.  $[-1; 2]$ .      C.  $(1; 2)$ .      D.  $[-2; 1]$ .

**Lời giải**

$$\text{Đặt } f(x) = -x^2 + 3x - 2$$

Hệ số  $a = -1 < 0$ ;  $f(x)$  có hai nghiệm là  $x = 1; x = 2$  nên  $f(x) \geq 0 \Leftrightarrow 1 \leq x \leq 2$ .

Vậy tập nghiệm của bpt là  $[1; 2]$ .

**Câu 12:** Tập nghiệm của phương trình  $\sqrt{3-x} = \sqrt{x+2}$  là

- A.  $S = \emptyset$ .      B.  $S = \left\{-2; \frac{1}{2}\right\}$ .      **C.  $S = \left\{\frac{1}{2}\right\}$ .**      D.  $S = \left\{-\frac{1}{2}\right\}$ .

**Lời giải**

$$\sqrt{3-x} = \sqrt{x+2} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq -2 \\ 3-x = x+2 \end{cases} \Leftrightarrow x = \frac{1}{2}$$

**Câu 13:** Trong các hệ thức sau, hệ thức nào **đúng**?

- A.  $\sin 150^\circ = \frac{1}{2}$ .**      B.  $\cos 150^\circ = -\frac{1}{2}$ .      C.  $\tan 150^\circ = \sqrt{3}$ .      D.  $\cot 150^\circ = \frac{1}{\sqrt{3}}$ .

**Lời giải**

$$\text{Ta có } \sin 150^\circ = \frac{1}{2}; \cos 150^\circ = -\frac{\sqrt{3}}{2}; \tan 150^\circ = -\frac{\sqrt{3}}{3}; \cot 150^\circ = -\sqrt{3}.$$

**Câu 14:** Tam giác  $ABC$  có  $BC = a$ ;  $AB = c$ ;  $AC = b$  và có  $R$  là bán kính đường tròn ngoại tiếp. Hệ thức nào sau đây là **sai**?

A.  $\frac{a}{\sin A} = 2R.$

B.  $\sin A = \frac{a}{2R}.$

**C.  $b \cdot \sin B = 2R.$**

D.  $\sin C = \frac{c \cdot \sin A}{a}.$

**Lời giải**

Theo định lý sin trong tam giác  $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R.$

Nên ta suy ra đáp án sai là  $b \cdot \sin B = 2R$

**Câu 15:** Gọi  $a, b, c, r, R, S$  lần lượt là độ dài ba cạnh, bán kính đường tròn nội tiếp, ngoại tiếp và diện tích của  $\Delta ABC$ ,  $p = \frac{a+b+c}{2}$ . Khẳng định nào sau đây là đúng?

A.  $S = pR.$

**B.  $S = \frac{abc}{4R}.$**

C.  $S = \frac{1}{2} \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}.$

D.  $S = \frac{1}{2} ab \cos C.$

**Lời giải**

$S = pR$  sai vì  $S = pr$  với  $r$  là bán kính đường tròn nội tiếp  $\Delta ABC$ .

$S = \frac{1}{2} \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$  sai vì  $S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$  với  $p = \frac{a+b+c}{2}$ .

$S = \frac{1}{2} ab \cos C$  sai vì  $S = \frac{1}{2} ab \sin C$ .

$S = \frac{abc}{4R}$  đúng vì  $S = \frac{abc}{4R}$ .

**Câu 16:** Cho các điểm phân biệt  $A, B, C$ . Đẳng thức nào sau đây đúng?

A.  $\vec{AB} = \vec{BC} - \vec{AC}.$

**B.  $\vec{AB} = \vec{CB} - \vec{CA}.$**

C.  $\vec{AB} = \vec{BC} - \vec{CA}.$

D.  $\vec{AB} = \vec{CA} - \vec{CB}.$

**Lời giải**

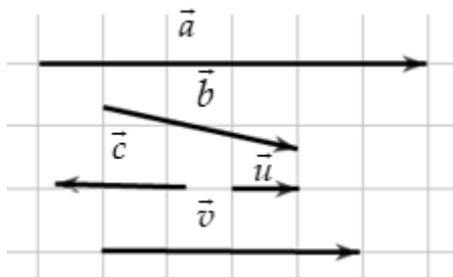
$\vec{AB} = \vec{BC} - \vec{AC} \Leftrightarrow \vec{AB} = \vec{BC} + \vec{CA} \Leftrightarrow \vec{AB} = \vec{BA}$  (Sai)

$\vec{AB} = \vec{BC} - \vec{CA} \Leftrightarrow \vec{CA} + \vec{AB} = \vec{BC} \Leftrightarrow \vec{CB} = \vec{BC}$  (Sai)

$\vec{AB} = \vec{CA} - \vec{CB} \Leftrightarrow \vec{AB} = \vec{BC} + \vec{CA} \Leftrightarrow \vec{AB} = \vec{BA}$  (Sai)

$\vec{AB} = \vec{CB} - \vec{CA}$  (Đúng)

**Câu 17:** Cho các vector  $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}, \vec{u}$  và  $\vec{v}$  như trong hình bên.



Hỏi có bao nhiêu vector cùng hướng với vector  $\vec{u}$ ?

A. 4.

**B. 2.**

C. 3.

D. 1.

**Lời giải**

**Chọn B**

Các vector cùng hướng với vector  $\vec{u}$  là vector  $\vec{a}$  và  $\vec{v}$ .

**Câu 18:** Cho tam giác  $ABC$  có trọng tâm  $G$ , gọi  $M$  là trung điểm  $BC$ . Phân tích véc tơ  $\overrightarrow{AG}$  theo hai véc tơ là hai cạnh của tam giác, khẳng định nào sau đây **đúng**?

A.  $\overrightarrow{AG} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AB} + \frac{2}{3}\overrightarrow{AC}$ . B.  $\overrightarrow{AG} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AC}$ .

C.  $\overrightarrow{AG} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{3}\overrightarrow{AC}$ . D.  $\overrightarrow{AG} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{3}\overrightarrow{AC}$ .

**Lời giải**

Ta có  $\overrightarrow{AG} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AM} = \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{2}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}) \Rightarrow \overrightarrow{AG} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{3}\overrightarrow{AC}$ .

**Câu 19:** Cho tam giác  $ABC$  với  $A(-3;6)$ ;  $B(9;-10)$  và  $G\left(\frac{1}{3};0\right)$  là trọng tâm. Tọa độ  $C$  là:

A.  $C(5;-4)$ . B.  $C(5;4)$ . C.  $C(-5;4)$ . D.  $C(-5;-4)$ .

**Lời giải.**

**Chọn C**

Ta có: 
$$\begin{cases} x_A + x_B + x_C = 3x_G \\ y_A + y_B + y_C = 3y_G \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_C = 3x_G - (x_A + x_B) \\ y_C = 3y_G - (y_A + y_B) \end{cases} \Rightarrow C(-5;4).$$

**Câu 20:** Cho tam giác  $ABC$  đều cạnh bằng  $a$ . Tính tích vô hướng  $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BC}$ .

A.  $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BC} = \frac{a^2\sqrt{3}}{2}$ . B.  $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BC} = \frac{-a^2\sqrt{3}}{2}$ . C.  $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BC} = \frac{a^2}{2}$ . D.  $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BC} = \frac{-a^2}{2}$ .

**Lời giải**

Ta có  $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BC} = |\overrightarrow{AB}| |\overrightarrow{BC}| \cos(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{BC}) = a \cdot a \cdot \cos 120^\circ = -\frac{a^2}{2}$ .

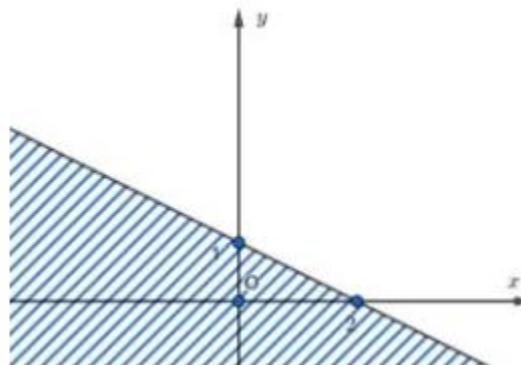
**Câu 21:** Cho tập  $A = (2; +\infty)$ ,  $B = (m; +\infty)$ . Điều kiện cần và đủ của  $m$  sao cho tập hợp  $B$  là con của tập hợp  $A$

A.  $m \leq 2$ . B.  $m = 2$ . C.  $m > 2$ . D.  $m \geq 2$ .

**Lời giải**

Ta có  $B \subset A \Leftrightarrow \forall x \in B: x \in A \Leftrightarrow 2 \leq m$ .

**Câu 22:** Miền để trống trong miền bên dưới là hình biểu diễn miền nghiệm của bất phương trình nào sau đây?



A.  $2x - y + 1 \geq 0$ . B.  $x + 2y - 2 \leq 0$ . C.  $x + 2y + 1 \leq 0$ . D.  $x + 2y - 2 \geq 0$ .

**Lời giải**

Đường thẳng  $d$  đi qua hai điểm  $A(2;0)$ ,  $B(0;1)$  có dạng  $y = ax + b$ . Suy ra

$$\begin{cases} 2a+b=0 \\ b=1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=-\frac{1}{2} \\ b=1 \end{cases}.$$

$$\Rightarrow d: y = -\frac{1}{2}x + 1 \Leftrightarrow x + 2y - 2 = 0. \text{ Ta loại được đáp án A, C.}$$

Nhận thấy điểm  $O(0;0)$  không thuộc miền nghiệm của bất phương trình. Mà  $0 + 2 \cdot 0 - 2 \leq 0$   
nên loại đáp án **B.**

Vậy bất phương trình cần tìm là  $x + 2y - 2 \geq 0$ .

**Câu 23:** Miền trong của tam giác  $ABC$  ( không kể các cạnh) với  $A(0;1), B(-1;3), C(-2;0)$  biểu diễn tập nghiệm của hệ bất phương trình nào sau đây?

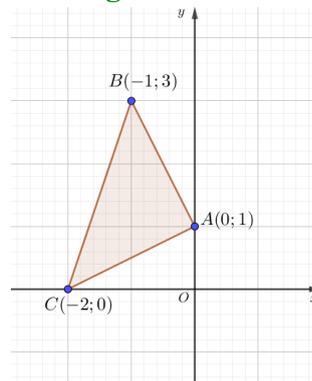
**A.** 
$$\begin{cases} 2x + y < 1 \\ -x + 2y > 2. \\ 3x - y < -6 \end{cases}$$

**B.** 
$$\begin{cases} 2x + y > 1 \\ -x + 2y > 2. \\ 3x - y < -6 \end{cases}$$

**C.** 
$$\begin{cases} 2x + y < 1 \\ -x + 2y < 2. \\ 3x - y < -6 \end{cases}$$

**D.** 
$$\begin{cases} 2x + y < 1 \\ x - 2y < -2. \\ 3x - y > -6 \end{cases}$$

**Lời giải**



**Cách 1:** Lấy điểm  $M(-1;1)$  thuộc miền trong tam giác  $ABC$ .

Thay tọa độ điểm  $M$  vào các phương án, ta thấy  $(-1;1)$  thỏa mãn hệ bất phương trình

$$\begin{cases} 2x + y < 1 \\ x - 2y < -2. \\ 3x - y > -6 \end{cases}$$

**Cách 2:** Phương trình đường thẳng  $AB: 2x + y = 1$ .

Xét điểm  $M(-1;1)$  thuộc miền trong tam giác  $ABC$ .

Ta có:  $2x_M + y_M = -1 < 1$  nên  $(-1;1)$  là một nghiệm của bất phương trình  $2x + y < 1$ .

Tương tự với cách viết phương trình  $BC, AC$  ta có  $(-1;1)$  là một nghiệm của các bất phương trình sau  $3x - y > -6$  và  $x - 2y < -2$ .

Vậy miền trong tam giác  $ABC$  biểu diễn tập nghiệm hệ bất phương trình 
$$\begin{cases} 2x + y < 1 \\ x - 2y < -2. \\ 3x - y > -6 \end{cases}$$

**Câu 24:** Bảng giá cước của một hãng taxi được cho như sau

Giá mở cửa	Giá km tiếp theo
11.000đ/0,7 km	15.800đ/1 km

\* **Giá mở cửa:** Khi lên taxi mà quãng đường di chuyển không quá 0,7 km thì hãng taxi vẫn tính 11000 đồng

Gọi  $y$  (đồng) là số tiền phải trả sau khi đi  $x$  (km). Hàm số của  $y$  theo  $x$  là

A.  $y = \begin{cases} 11000 & \text{khi } x \leq 0,7 \\ 15800x - 100 & \text{khi } x > 0,7 \end{cases}$       B.  $y = \begin{cases} 11000 & \text{khi } x \leq 1 \\ 15800x - 150 & \text{khi } x > 1 \end{cases}$

C.  $y = \begin{cases} 11000 & \text{khi } x \leq 0,7 \\ 15800x - 60 & \text{khi } x > 0,7 \end{cases}$       D.  $y = \begin{cases} 11000 & \text{khi } x \leq 1 \\ 15800x - 70 & \text{khi } x > 1 \end{cases}$

**Lời giải**

Nếu quãng đường đi không quá 0,7 km ( $x \leq 0,7$ ) thì số tiền phải trả là:

$$y = 11000 \text{ (đồng)}$$

Nếu quãng đường khách đi trên 0,7 km ( $x > 0,7$ ) thì số tiền phải trả là:

$$y = 11000 + (x - 0,7) \cdot 15800 = 15800x - 60 \text{ (đồng)}$$

Do đó ta có hàm số của  $y$  theo  $x$  là

$$y = \begin{cases} 11000 & \text{khi } x \leq 0,7 \\ 15800x - 60 & \text{khi } x > 0,7 \end{cases}$$

**Câu 25:** Biết parabol  $(P): y = 2x^2 + bx + c$  đi qua điểm  $M(0;4)$  và có trục đối xứng là đường thẳng  $x = 1$ . Tính  $S = b + c$ .

A.  $S = 0$ .      B.  $S = 1$ .      C.  $S = -1$ .      D.  $S = 5$ .

**Lời giải**

Ta có

Do  $M \in (P)$  nên  $c = 4$ .

Trục đối xứng:  $-\frac{b}{2a} = 1 \Leftrightarrow b = -4$ .

Vậy  $(P): y = 2x^2 - 4x + 4$  và  $S = -4 + 4 = 0$ .

**Câu 26:** Tìm tập xác định của hàm số  $y = \sqrt{2x^2 - 5x + 2}$ .

A.  $\left(-\infty; \frac{1}{2}\right]$ .      B.  $[2; +\infty)$ .      C.  $\left(-\infty; \frac{1}{2}\right] \cup [2; +\infty)$ .      D.  $\left[\frac{1}{2}; 2\right]$ .

**Lời giải**

Điều kiện  $2x^2 - 5x + 2 \geq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 2 \\ x \leq \frac{1}{2} \end{cases}$ . Vậy tập xác định của hàm số là  $\left(-\infty; \frac{1}{2}\right] \cup [2; +\infty)$ .

**Câu 27:** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số  $m$  để hàm số  $y = \sqrt{(m-2)x^2 - 2(m-3)x + m-1}$  có tập xác định là  $\mathbb{R}$ ?

A.  $m > \frac{7}{3}$ .      B.  $m < \frac{7}{3}$ .      C.  $m \leq \frac{7}{3}$ .      D.  $m \geq \frac{7}{3}$ .

**Lời giải**

Hàm số có tập xác định là  $\mathbb{R}$  khi và chỉ khi  $f(x) = (m-2)x^2 - 2(m-3)x + m-1 \geq 0, \forall x \in \mathbb{R}$

\* Xét  $m-2=0 \Leftrightarrow m=2$  thì  $f(x) = 2x+1 \geq 0 \Leftrightarrow x \geq -\frac{1}{2}$ , loại  $m=2$ .

\* Xét  $m \neq 2$

$$(m-2)x^2 - 2(m-3)x + m-1 \geq 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} m-2 > 0 \\ (m-3)^2 - (m-2)(m-1) \leq 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m > 2 \\ m \geq \frac{7}{3} \end{cases} \Leftrightarrow m \geq \frac{7}{3}$$

$$\text{Vậy } m \geq \frac{7}{3}$$

**Câu 28:** Tính tổng các nghiệm của phương trình  $\sqrt{6-5x} = 2-x$  ?

**A.** -1.

**B.** 1.

**C.** 2.

**D.** 0.

**Lời giải**

$$\text{Phương trình } \sqrt{6-5x} = 2-x \Leftrightarrow \begin{cases} 2-x \geq 0 \\ 6-5x = 4-4x+x^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq 2 \\ x^2 + x - 2 = 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x \leq 2 \\ x = 1 \\ x = -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -2 \end{cases}$$

Vậy tổng các nghiệm của phương trình bằng  $1 + (-2) = -1$ .

**Câu 29:** Cho tam giác  $ABC$  có  $BC = 8, CA = 10$ , và  $ACB = 60^\circ$ . Độ dài cạnh  $AB$  bằng

**A.**  $3\sqrt{21}$ .

**B.**  $7\sqrt{2}$ .

**C.**  $2\sqrt{11}$ .

**D.**  $2\sqrt{21}$ .

**Lời giải**

$$\text{Ta có: } AB^2 = BC^2 + CA^2 - 2BC \cdot CA \cdot \cos C = 8^2 + 10^2 - 2 \cdot 8 \cdot 10 \cdot \cos 60^\circ = 84 \Rightarrow AB = 2\sqrt{21}.$$

**Câu 30:** Tam giác  $ABC$  có độ dài cạnh  $AB = 3\text{cm}$ ;  $AC = 6\text{cm}$  và  $A = 60^\circ$ . Bán kính  $R$  của đường tròn ngoại tiếp tam giác  $ABC$  bằng

**A.**  $R = \sqrt{3}$ .

**B.**  $R = 3\sqrt{3}$ .

**C.**  $R = 3$ .

**D.**  $R = 6$ .

**Lời giải**

Xét tam giác  $ABC$  ta có:

$$BC^2 = AB^2 + AC^2 - 2AB \cdot AC \cdot \cos A$$

$$\Rightarrow BC^2 = 3^2 + 6^2 - 2 \cdot 3 \cdot 6 \cdot \cos 60^\circ = 27 \Rightarrow BC^2 + AB^2 = AC^2$$

Do đó tam giác  $ABC$  vuông tại  $B$ .

$$\text{Vậy bán kính } R \text{ của đường tròn ngoại tiếp tam giác } ABC: R = \frac{AC}{2} = \frac{6}{2} = 3(\text{cm}).$$

**Câu 31:** Cho tam giác  $ABC$  có  $B + C = 135^\circ$ ,  $BC = 10\sqrt{2}(\text{cm})$ . Chu vi đường tròn ngoại tiếp tam giác  $ABC$  bằng

**A.**  $10\pi(\text{cm})$ .

**B.**  $15\pi(\text{cm})$ .

**C.**  $20\pi(\text{cm})$ .

**D.**  $25\pi(\text{cm})$ .

**Lời giải**

$$\text{Ta có } B + C = 135^\circ \Rightarrow A = 180^\circ - 135^\circ = 45^\circ.$$

$$\text{Theo định lý sin trong tam giác ta có: } \frac{BC}{\sin A} = 2R \Rightarrow R = \frac{10\sqrt{2}}{2 \cdot \sin 45^\circ} = 10(\text{cm}).$$

Chu vi đường tròn ngoại tiếp bằng:  $2R\pi = 2 \cdot 10\pi = 20\pi$  (cm)

**Câu 32:** Cho hình bình hành  $ABCD$  có tâm là  $O$ . Khẳng định nào là **đúng**?

- A.  $\overrightarrow{AO} + \overrightarrow{BO} = \overrightarrow{BD}$ .      B.  $\overrightarrow{AO} + \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{BO}$ .  
 C.  $\overrightarrow{AO} - \overrightarrow{BD} = \overrightarrow{CD}$ .      D.  $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{DA}$ .

**Lời giải**

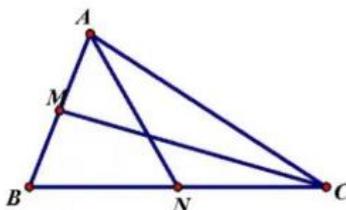
Theo quy tắc hiệu:  $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{DA} \Leftrightarrow \overrightarrow{CB} = \overrightarrow{DA}$ .

$ABCD$  là hình bình hành nên  $\overrightarrow{CB} = \overrightarrow{DA}$ .

**Câu 33:** Gọi  $AN, CM$  là các trung tuyến của tam giác  $ABC$ . Đẳng thức nào sau đây đúng?

- A.  $\overrightarrow{AB} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AN} + \frac{2}{3}\overrightarrow{CM}$ .      B.  $\overrightarrow{AB} = \frac{4}{3}\overrightarrow{AN} - \frac{2}{3}\overrightarrow{CM}$ .  
 C.  $\overrightarrow{AB} = \frac{4}{3}\overrightarrow{AN} + \frac{4}{3}\overrightarrow{CM}$ .      D.  $\overrightarrow{AB} = \frac{4}{3}\overrightarrow{AN} + \frac{2}{3}\overrightarrow{CM}$ .

**Lời giải**



Ta có  $2\overrightarrow{AN} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$  (1)

Và  $2\overrightarrow{CM} = \overrightarrow{CA} + \overrightarrow{CB} = \overrightarrow{CA} + \overrightarrow{CA} + \overrightarrow{AB} = 2\overrightarrow{CA} + \overrightarrow{AB}$

Suy ra  $\overrightarrow{CM} = \overrightarrow{CA} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$  (2)

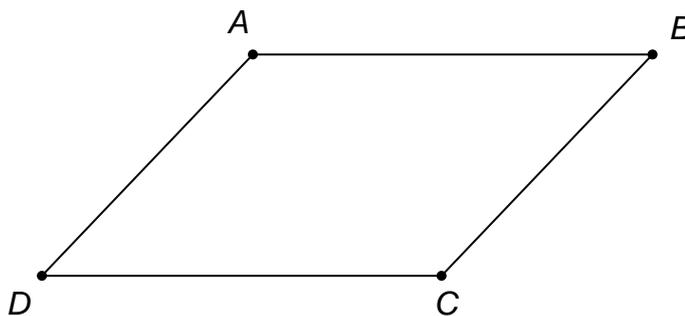
Từ (1) và (2) suy ra  $2\overrightarrow{AN} + \overrightarrow{CM} = \frac{3}{2}\overrightarrow{AB} \Rightarrow \overrightarrow{AB} = \frac{4}{3}\overrightarrow{AN} + \frac{2}{3}\overrightarrow{CM}$ .

**Câu 34:** Trong hệ tọa độ  $Oxy$ , cho ba điểm  $A(2; 1)$ ,  $B(0; -3)$ ,  $C(3; 1)$ . Tìm tọa độ điểm  $D$  để  $ABCD$  là hình bình hành.

- A.  $(5; 5)$ .      B.  $(5; -2)$ .      C.  $(5; -4)$ .      D.  $(-1; -4)$ .

**Lời giải**

**Chọn A**



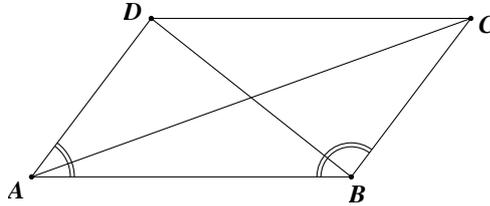
Gọi  $D(x; y)$ ,  $ABCD$  là hình bình hành  $\Leftrightarrow \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BC} \Leftrightarrow (x-2; y-1) = (3; 4)$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x-2=3 \\ y-1=4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=5 \\ y=5 \end{cases}$$

Vậy  $D(5; 5)$ .

- Câu 35:** Cho hình bình hành  $ABCD$ , với  $AB=2$ ,  $AD=1$ ,  $BAD=60^\circ$ . Độ dài đường chéo  $BD$  bằng
- A.**  $\sqrt{3}$ .                      **B.**  $\sqrt{5}$ .                      **C.** 5.                      **D.** 3.

**Lời giải**



$$\vec{BD} = \vec{BA} + \vec{BC} \Rightarrow \vec{BD}^2 = \vec{BA}^2 + \vec{BC}^2 + 2\vec{BA} \cdot \vec{BC} \Leftrightarrow BD^2 = 2^2 + 1^2 + 2 \cdot (-1)$$

$$\Rightarrow BD = \sqrt{3}.$$

## II. PHẦN TỰ LUẬN (3,0 điểm)

- Câu 36:** Có hai địa điểm  $A, B$  cùng nằm trên một tuyến quốc lộ thẳng. Khoảng cách giữa  $A$  và  $B$  là  $30,5 \text{ km}$ . Một xe máy xuất phát từ  $A$  lúc 7 giờ theo chiều từ  $A$  đến  $B$ . Lúc 9 giờ, một ô tô xuất phát từ  $B$  chuyển động thẳng đều với vận tốc  $80 \text{ km/h}$  theo cùng chiều với xe máy. Chọn  $A$  làm mốc, chọn thời điểm 7 giờ làm mốc thời gian và chọn chiều từ  $A$  đến  $B$  làm chiều dương. Phương trình chuyển động của xe máy là  $y = 2t^2 + 36t$ , trong đó  $y$  tính bằng kilômét,  $t$  tính bằng giờ. Biết rằng đến lúc ô tô đuổi kịp xe máy thì hai xe dừng lại và vị trí đó cách điểm  $B$  là  $x \text{ km}$ . Tìm  $x \text{ km}$ .

**Lời giải**

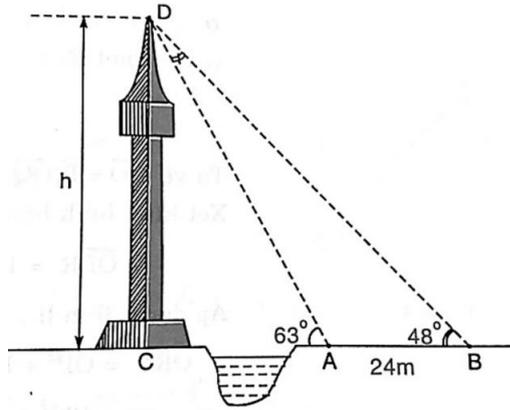
Phương trình chuyển động của xe máy là  $y = 30,5 + 80(t - 2) = 80t - 129,5$ .

Thời điểm  $t$  ô tô đuổi kịp xe máy tương ứng với giao điểm của hai đồ thị hàm số  $y = 2t^2 + 36t$  và  $y = 80t - 129,5$ .

$$\text{Xét phương trình } 2t^2 + 36t = 80t - 129,5 \Leftrightarrow 2t^2 - 44t + 129,5 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 3,5 \\ t = 18,5 \end{cases}$$

Vậy ô tô đuổi kịp xe máy sớm nhất ứng với thời điểm  $t = 3,5$  tại vị trí cách điểm  $A$  là  $80 \cdot 3,5 - 129,5 = 150,5 \text{ (km)}$  hay cách điểm  $B$  là  $150,5 - 30,5 = 120 \text{ (km)}$ .

- Câu 37:** Muốn đo chiều cao  $CD$  của một cái tháp mà ta không thể đến được tâm  $C$  của chân tháp. Trong mặt phẳng đứng chứa chiều cao  $CD$  của tháp ta chọn hai điểm  $A$  và  $B$  sao cho ba điểm  $A, B, C$  thẳng hàng. Giả sử ta đo được khoảng cách  $AB = 24 \text{ m}$  và các góc  $CAD = 63^\circ$ ,  $CBD = 48^\circ$ . Hãy tính chiều cao  $h = CD$  của tháp (kết quả làm tròn đến hàng phần chục).



### Lời giải

Vì là hai góc  $DAC$  và  $DAB$  kề bù nên  $DAB = 180^\circ - DAC = 180^\circ - 63^\circ = 117^\circ$

Xét tam giác  $ABD$ , ta có  $ADB = 180^\circ - DAB - DBA = 15^\circ$ .

Áp dụng định lí sin cho tam giác  $ABD$  ta có

$$\frac{AB}{\sin D} = \frac{AD}{\sin B} \Leftrightarrow AD = \frac{AB \cdot \sin B}{\sin D} \Leftrightarrow AD = \frac{24 \cdot \sin 48^\circ}{\sin 15^\circ}.$$

Ta có chiều cao của tháp là  $h = CD = AD \cdot \sin DAC = \frac{24 \cdot \sin 48^\circ}{\sin 15^\circ} \cdot \sin 63^\circ \approx 61,4(m)$ .

**Câu 38:** Trong một cuộc thi gói bánh vào dịp năm mới, mỗi đội chơi được sử dụng tối đa 20 kg gạo nếp, 2 kg thịt ba chỉ, 5 kg đậu xanh để gói bánh chưng và bánh ống. Để gói một cái bánh chưng cần 0,4 kg gạo nếp, 0,05 kg thịt và 0,1 kg đậu xanh; để gói một cái bánh ống cần 0,6 kg gạo nếp, 0,075 kg thịt và 0,15 kg đậu xanh. Mỗi cái bánh chưng nhận được 5 điểm thưởng, mỗi cái bánh ống nhận được 7 điểm thưởng. Hỏi cần phải gói mấy cái bánh mỗi loại để được nhiều điểm thưởng nhất?

### Lời giải

Gọi số bánh chưng gói được là  $x$ , số bánh ống gói được là  $y$ . Khi đó số điểm thưởng là:

$$f(x; y) = 5x + 7y.$$

Số kg gạo nếp cần dùng là  $0,4x + 0,6y$

Số kg thịt ba chỉ cần dùng là  $0,05x + 0,075y$

Số kg gạo đậu xanh cần dùng là  $0,1x + 0,15y$

Vì trong cuộc thi này chỉ được sử dụng tối đa 20 kg gạo nếp, 2 kg thịt ba chỉ, 5 kg đậu xanh

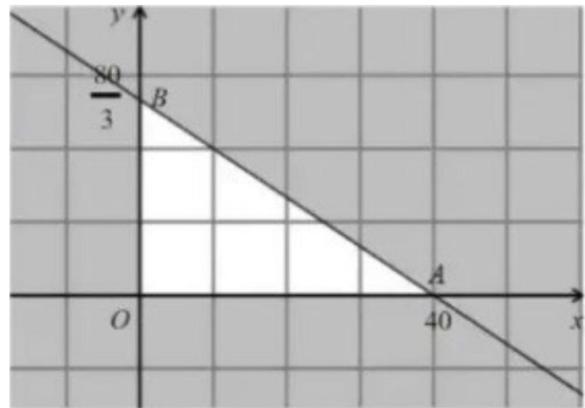
nên ta có hệ bất phương trình :

$$\begin{cases} 0,4x + 0,6y \leq 20 \\ 0,05x + 0,075y \leq 2 \\ 0,1x + 0,15y \leq 5 \\ x, y \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x + 3y \leq 100 \\ 2x + 3y \leq 80 \\ 2x + 3y \leq 100 \\ x, y \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x + 3y \leq 80 \\ x, y \geq 0 \end{cases} \quad (*)$$

Bài toán trở thành tìm giá trị lớn nhất của hàm số  $f(x; y)$  trên miền nghiệm của hệ bất phương trình (\*).

Miền nghiệm của hệ bất phương trình (\*) là tam giác  $OAB$  (kể cả biên)

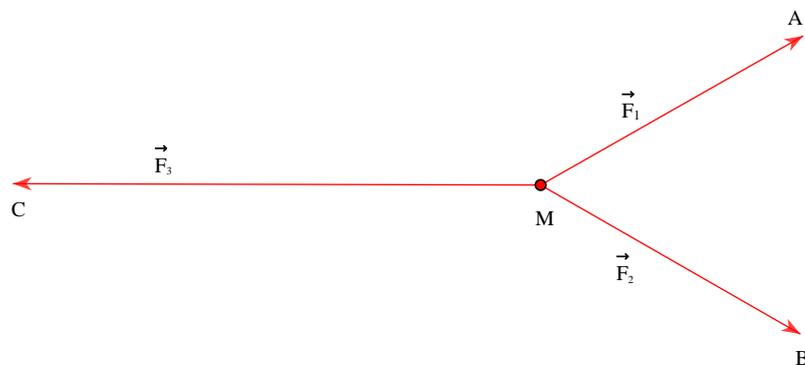
Hàm số  $f(x; y) = 5x + 7y$  sẽ đạt giá trị lớn nhất trên miền nghiệm của hệ bất phương trình (\*) khi  $(x; y)$  là tọa độ một trong các đỉnh  $O(0;0)$ ,  $A(40;0)$ ,  $B\left(0; \frac{80}{3}\right)$ .



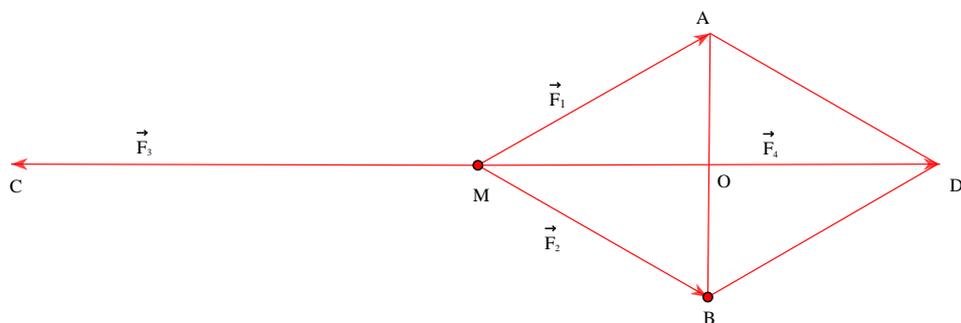
Mà  $f(0;0) = 0$ ,  $f(40;0) = 200$ ,  $f\left(0; \frac{80}{3}\right) = \frac{560}{3}$ . Suy ra  $f(x; y)$  lớn nhất khi  $(x; y) = (40; 0)$ .

Do đó cần phải gói 40 cái bánh chưng để nhận được số điểm thưởng là lớn nhất.

**Câu 39:** Cho ba lực  $\vec{F}_1 = \vec{MA}$ ,  $\vec{F}_2 = \vec{MB}$ ,  $\vec{F}_3 = \vec{MC}$  cùng tác động vào một vật tại điểm  $M$  và vật đứng yên. Cho biết cường độ của  $\vec{F}_1$ ,  $\vec{F}_2$  đều bằng  $25\text{ N}$  và góc  $AMB = 60^\circ$ . Tính cường độ lực của  $\vec{F}_3$ .



**Lời giải**



Vật đứng yên là do  $\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 = \vec{0}$ .

Vẽ hình thoi  $MADB$ , ta có  $\vec{F}_1 + \vec{F}_2 = \vec{MD}$  và lực  $\vec{F}_4 = \vec{MD}$  có cường độ lực là  $25\sqrt{3}\text{ N}$ .

Ta có  $\vec{F}_3 + \vec{F}_4 = \vec{0}$ , do đó  $\vec{F}_3$  là vec tơ đối của  $\vec{F}_4$ .

Như vậy  $\vec{F}_3$  có cường độ là  $25\sqrt{3}\text{ N}$  và ngược hướng với  $\vec{F}_4$ .

**I. PHẦN TRẮC NGHIỆM (35 câu – 7,0 điểm)**

**Câu 1:** Cho tập hợp  $A = \{x \in \mathbb{R} \mid -3 < x < 1\}$ . Tập A là tập nào sau đây?

- A.  $\{-3;1\}$                       B.  $[-3;1]$                       C.  $[-3;1)$                       D.  $(-3;1)$

**Câu 2:** Bất phương trình nào sau đây là bất phương trình bậc nhất hai ẩn số?

- A.  $3x+4y-5 \leq 0$               B.  $3x+y^2-5 \leq 0$               C.  $x^2+y+3 \leq 0$               D.  $2xy-5 \geq 0$

**Câu 3:** Trong các hệ sau, hệ nào **không phải** là hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn:

- A.  $\begin{cases} x+y > 0 \\ x > 1 \end{cases}$                       B.  $\begin{cases} x+y = -2 \\ x-y = 5 \end{cases}$                       C.  $\begin{cases} 2x+3y > 10 \\ x-4y < 1 \end{cases}$                       D.  $\begin{cases} y > 0 \\ x-4 \leq 1 \end{cases}$

**Câu 4:** Điểm nào sau đây thuộc miền nghiệm của hệ bất phương trình  $\begin{cases} 2x-5y-1 > 0 \\ 2x+y+5 > 0 \\ x+y+1 < 0 \end{cases}$ ?

- A.  $(0;0)$ .                      B.  $(1;0)$ .                      C.  $(0;-2)$ .                      D.  $(0;2)$ .

**Câu 5:** Cho hàm số  $f(x) = \begin{cases} x+\sqrt{x-2}, & \text{khi } x \geq 2 \\ 1-3x, & \text{khi } x < 2 \end{cases}$ . Giá trị  $f(1)$  bằng

- A.  $-2$ .                      B.  $0$ .                      C. không xác định.                      D.  $2$ .

**Câu 6:** Tập xác định của hàm số  $y = \frac{1}{x} + \sqrt{3-x}$  là

- A.  $(-\infty;3]$ .                      B.  $[3;+\infty)$ .                      C.  $\mathbb{R} \setminus \{0\}$ .                      D.  $(-\infty;3] \setminus \{0\}$ .

**Câu 7:** Cho hàm số  $y = 2x^2 + 4x - 2023$ . Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. đồng biến trên khoảng  $(-\infty;-2)$  và nghịch biến trên khoảng  $(-2;+\infty)$ .  
 B. nghịch biến trên khoảng  $(-\infty;-2)$  và đồng biến trên khoảng  $(-2;+\infty)$ .  
 C. đồng biến trên khoảng  $(-\infty;-1)$  và nghịch biến trên khoảng  $(-1;+\infty)$ .  
 D. nghịch biến trên khoảng  $(-\infty;-1)$  và đồng biến trên khoảng  $(-1;+\infty)$ .

**Câu 8:** Tập nghiệm của phương trình  $\sqrt{x^2+3x-2} = \sqrt{1+x}$  là

- A.  $\emptyset$                       B.  $\{-3\}$                       C.  $\{1;-3\}$                       D.  $\{1\}$ .

**Câu 9:** Tập nghiệm S của phương trình  $\sqrt{x^2-x-12} = 7-x$  là

- A.  $S = \emptyset$ .                      B.  $S = \left\{ \frac{-61}{13} \right\}$ .                      C.  $S = \{7\}$ .                      D.  $S = \left\{ \frac{61}{13} \right\}$ .

**Câu 10:** Bảng xét dấu nào sau đây là bảng xét dấu của tam thức  $f(x) = -x^2 + 6x - 9$ ?

A. 

$x$	$-\infty$	$3$	$+\infty$
$f(x)$	$+$	$0$	$-$

.

B. 

$x$	$-\infty$	$3$	$+\infty$
$f(x)$	$-$	$0$	$+$

.

C. 

$x$	$-\infty$	$3$	$+\infty$
$f(x)$	$+$	$0$	$+$

.

D. 

$x$	$-\infty$	$3$	$+\infty$
$f(x)$	$-$	$0$	$-$

.

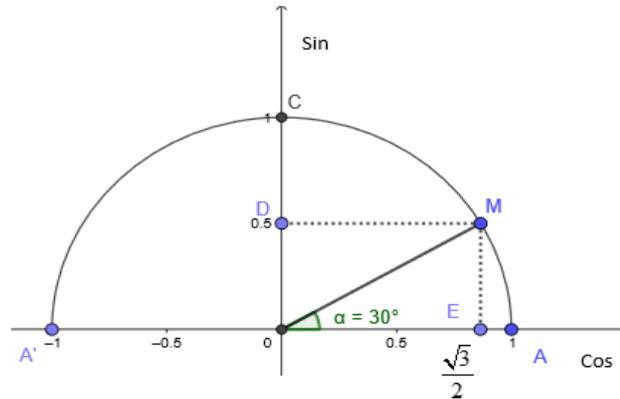
**Câu 11:** Với  $x$  thuộc tập hợp nào dưới đây thì đa thức  $f(x) = x^2 - 6x + 8$  không dương?

- A.  $[2; 3]$ .                      B.  $(-\infty; 2] \cup [4; +\infty)$ .    C.  $[2; 4]$ .                      D.  $[1; 4]$ .

**Câu 12:** Tập nghiệm của bất phương trình  $-x^2 + 3x - 2 \geq 0$  là

- A.  $[1; 2]$ .                      B.  $[-1; 2]$ .                      C.  $(1; 2)$ .                      D.  $[-2; 1]$ .

**Câu 13:** Trên nửa đường tròn đơn vị, cho góc  $\alpha$  như hình vẽ. Hãy chỉ ra các giá trị lượng giác của góc  $\alpha$ .



A.  $\sin \alpha = 0.5$ ;  $\cos \alpha = \frac{\sqrt{3}}{2}$ ;  $\tan \alpha = \frac{\sqrt{3}}{3}$ ;  $\cot \alpha = \sqrt{3}$ .

B.  $\sin \alpha = \frac{\sqrt{3}}{2}$ ;  $\cos \alpha = 0.5$ ;  $\tan \alpha = \frac{\sqrt{3}}{3}$ ;  $\cot \alpha = \sqrt{3}$ .

C.  $\sin \alpha = 0.5$ ;  $\cos \alpha = \frac{\sqrt{3}}{2}$ ;  $\tan \alpha = \sqrt{3}$ ;  $\cot \alpha = \frac{\sqrt{3}}{3}$ .

D.  $\sin \alpha = \frac{\sqrt{3}}{2}$ ;  $\cos \alpha = 0.5$ ;  $\tan \alpha = \sqrt{3}$ ;  $\cot \alpha = \frac{\sqrt{3}}{3}$ .

**Câu 14:** Cho tam giác  $ABC$ , mệnh đề nào sau đây đúng?

- A.  $a^2 = b^2 + c^2 + 2bc \cos A$ .                      B.  $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A$ .  
 C.  $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos C$ .                      D.  $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos B$ .

**Câu 15:** Cho tam giác  $ABC$ . Tìm công thức đúng trong các công thức sau:

- A.  $S = \frac{1}{2}bc \sin A$ .                      B.  $S = \frac{1}{2}ac \sin A$ .                      C.  $S = \frac{1}{2}bc \sin B$ .                      D.  $S = \frac{1}{2}bc \sin B$ .

**Câu 16:** Cho hình bình hành  $ABCD$ . Vectơ nào sau đây cùng phương với  $\overrightarrow{AB}$ ?

- A.  $\overrightarrow{BA}, \overrightarrow{CD}, \overrightarrow{DC}$ .                      B.  $\overrightarrow{BC}, \overrightarrow{CD}, \overrightarrow{DA}$ .                      C.  $\overrightarrow{AD}, \overrightarrow{CD}, \overrightarrow{DC}$ .                      D.  $\overrightarrow{BA}, \overrightarrow{CD}, \overrightarrow{CB}$ .

**Câu 17:** Cho tam giác  $ABC$  vuông cân tại  $A$  có  $AB = a$ . Tính  $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}|$ .

- A.  $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}| = a\sqrt{2}$ .                      B.  $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}| = \frac{a\sqrt{2}}{2}$ .                      C.  $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}| = 2a$ .                      D.  $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}| = a$ .

**Câu 18:** Biết  $\overrightarrow{AB} = \vec{a}$ . Gọi  $C$  là điểm thỏa mãn  $\overrightarrow{CA} = \overrightarrow{AB}$ . Hãy chọn khẳng định đúng.

- A.  $\overrightarrow{BC} = 2\vec{a}$ .                      B.  $\overrightarrow{CA} = 2\vec{a}$ .                      C.  $\overrightarrow{CB} = 2\vec{a}$ .                      D.  $\overrightarrow{AC} = \vec{0}$ .

**Câu 19:** Trong mặt phẳng tọa độ  $Oxy$ , cho các điểm  $M(4;-3)$  và  $N(-2;0)$ . Tọa độ của vectơ  $\overrightarrow{MN}$  là

- A.  $(2;-3)$ .                      B.  $(6;-3)$ .                      C.  $(-6;3)$ .                      D.  $(-2;3)$ .

**Câu 20:** Cho hai vectơ  $\vec{a}$  và  $\vec{b}$  khác  $\vec{0}$ ,  $\alpha$  là góc tạo bởi 2 vectơ  $\vec{a}$  và  $\vec{b}$  khi  $\vec{a} \cdot \vec{b} = -|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|$ . Chọn khẳng định đúng.

- A.  $\alpha = 180^\circ$ .                      B.  $\alpha = 0^\circ$ .                      C.  $\alpha = 90^\circ$ .                      D.  $\alpha = 45^\circ$ .

**Câu 21:** Cho tứ giác  $ABCD$ . Xét hai mệnh đề

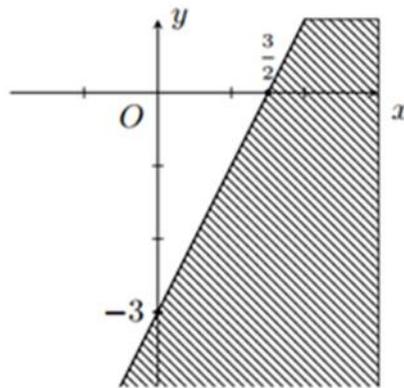
P: “Tứ giác  $ABCD$  là hình thoi”

Q: “Tứ giác  $ABCD$  có hai đường chéo vuông góc”.

Phát biểu mệnh đề  $P \Leftrightarrow Q$ .

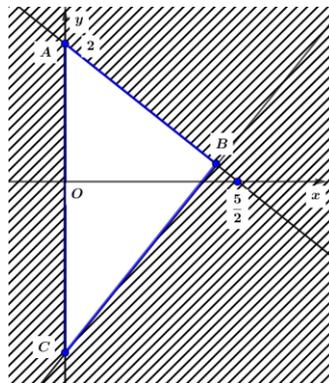
- A. Tứ giác  $ABCD$  có hai đường chéo vuông góc thì nó là hình thoi.  
 B. Tứ giác  $ABCD$  là hình thoi thì nó có hai đường chéo vuông góc.  
 C. Tứ giác  $ABCD$  là hình thoi khi và chỉ khi nó có hai đường chéo vuông góc.  
 D. Tứ giác  $ABCD$  là hình thoi nếu nó có hai đường chéo vuông góc.

**Câu 22:** Miền nghiệm của bất phương trình nào sau đây được biểu diễn bởi nửa mặt phẳng không bị gạch trong hình vẽ sau?



- A.  $2x - y \leq 3$ .                      B.  $x - y \geq 3$ .                      C.  $2x - y \geq 3$ .                      D.  $2x + y \geq 3$ .

**Câu 23:** Miền tam giác  $ABC$  kẻ cả ba cạnh sau đây là miền nghiệm của hệ bất phương trình nào trong bốn hệ bất phương trình dưới đây?



- A.  $\begin{cases} y \geq 0 \\ 5x - 4y \geq 10 \\ 5x + 4y \leq 10 \end{cases}$                       B.  $\begin{cases} x > 0 \\ 5x - 4y \leq 10 \\ 4x + 5y \leq 10 \end{cases}$                       C.  $\begin{cases} x \geq 0 \\ 4x - 5y \leq 10 \\ 5x + 4y \leq 10 \end{cases}$                       D.  $\begin{cases} x \geq 0 \\ 5x - 4y \leq 10 \\ 4x + 5y \leq 10 \end{cases}$

- Câu 24:** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số  $m$  để hàm số  $y = \frac{2x+1}{x^2-2x+m-2}$  xác định trên  $\mathbb{R}$ .
- A.  $m \geq 3$ .                      B.  $m > 3$ .                      C.  $m < 3$ .                      D.  $m \leq 3$ .
- Câu 25:** Xác định  $(P): y = ax^2 - 6x + c$ , biết  $(P)$  có trục đối xứng  $x = -4$  và cắt  $Ox$  tại hai điểm có độ dài bằng 4.
- A.  $(P): y = -\frac{3}{4}x^2 - 6x - 9$ .                      B.  $(P): y = \frac{3}{4}x^2 - 6x - 9$ .  
C.  $(P): y = -\frac{3}{4}x^2 - 6x + 9$ .                      D.  $(P): y = \frac{3}{4}x^2 - 6x + 9$ .
- Câu 26:** Phương trình  $\sqrt{x^2 + 2x - 3} = 5 - x$  có nghiệm là  $x = \frac{a}{b}$ . Khi đó  $a + 2b$  bằng:
- A. 10.                      B. 33.                      C. 17.                      D. 13.
- Câu 27:** Tìm  $m$  để  $x^2 + (2m+1)x + m^2 + 3 > 0$  với mọi  $x \in \mathbb{R}$ .
- A.  $m \leq \frac{11}{4}$ .                      B.  $m < \frac{11}{4}$ .                      C.  $m > \frac{11}{4}$ .                      D.  $m \geq \frac{11}{4}$ .
- Câu 28:** Một tam giác có ba cạnh là 13,14,15. Diện tích tam giác bằng bao nhiêu?
- A. 84.                      B.  $\sqrt{84}$ .                      C. 42.                      D.  $\sqrt{168}$ .
- Câu 29:** Một tam giác có ba cạnh là 5;12;13. Độ dài bán kính đường tròn ngoại tiếp  $R$  của tam giác trên là:
- A. 6.                      B. 8.                      C.  $\frac{13}{2}$ .                      D.  $\frac{11}{2}$ .
- Câu 30:** Khoảng cách từ  $A$  đến  $B$  không thể đo trực tiếp được vì phải qua một đầm lầy. Người ta xác định được một điểm  $C$  mà từ đó có thể nhìn được  $A$  và  $B$  dưới một góc  $78^\circ 24'$ . Biết  $CA = 250m, CB = 120m$ . Khoảng cách  $AB$  bằng bao nhiêu?
- A. 266m.                      B. 255m.                      C. 166m.                      D. 298m.
- Câu 31:** Hai bạn An và Bình cùng di chuyển một xe đẩy trên đường phẳng bằng cách: bạn An đẩy xe từ phía sau theo hướng di chuyển của xe bằng một lực  $F_1 = 2\text{ N}$ , bạn Bình kéo xe từ phía trước theo hướng di chuyển của xe một lực  $F_2 = 3\text{ N}$ . Giả sử hai bạn thực hiện đúng kỹ thuật để xe di chuyển hiệu quả nhất. Hỏi xe di chuyển với lực tác động có độ lớn bằng bao nhiêu?
- A. 2 N.                      B. 3 N.                      C. 1 N.                      D. 5 N.
- Câu 32:** Cho tam giác  $MNP$ , gọi  $K$  là điểm thuộc đoạn thẳng  $NP$  sao cho  $NK = \frac{1}{4}NP$  và  $I$  trung điểm của đoạn thẳng  $MK$ . Mệnh đề nào dưới đây đúng?
- A.  $3\vec{IM} + 4\vec{IN} + \vec{IP} = \vec{0}$ .                      B.  $\vec{IM} + 3\vec{IN} + 4\vec{IP} = \vec{0}$ .  
C.  $4\vec{IM} + 3\vec{IN} + \vec{IP} = \vec{0}$ .                      D.  $4\vec{IM} + \vec{IN} + 3\vec{IP} = \vec{0}$ .
- Câu 33:** Trong mặt phẳng  $Oxy$ , cho tam giác  $ABC$  biết  $A(1;1), B(2;-4), C(9;-3)$ . Gọi  $N$  là điểm thuộc cạnh  $AC$  sao cho  $AN = 3CN$ . Tính độ dài của vec tơ  $\vec{BN}$ .
- A.  $4\sqrt{29}$ .                      B.  $\sqrt{29}$ .                      C.  $2\sqrt{29}$ .                      D.  $3\sqrt{29}$ .

**Câu 34:** Cho tam giác  $ABC$  vuông tại  $A$  có  $AB=3; AC=4$ . Trên đoạn thẳng  $BC$  lấy điểm  $M$  sao cho  $MB=2MC$ . Tính tích vô hướng  $\overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{BC}$ .

A.  $\frac{41}{3}$ .                      B.  $\frac{23}{3}$ .                      C. 8.                      D. -23.

**Câu 35:** Cho tam giác đều  $ABC$  và các điểm  $M, N, P$  thỏa mãn  $\overrightarrow{BM} = k \overrightarrow{BC}$ ,  $\overrightarrow{CN} = \frac{2}{3} \overrightarrow{CA}$ ,  $\overrightarrow{AP} = \frac{4}{15} \overrightarrow{AB}$ . Tìm  $k$  để  $AM$  vuông góc với  $PN$ .

A.  $k = \frac{1}{3}$                       B.  $k = \frac{1}{2}$                       C.  $k = \frac{2}{5}$                       D.  $k = \frac{3}{4}$

**II. PHẦN TỰ LUẬN (3,0 điểm)**

**Câu 36:** Khi một quả bóng được đá lên, nó sẽ đạt đến độ cao nào đó rồi rơi xuống. Biết rằng quỹ đạo của quả bóng là một cung parabol trong mặt phẳng với hệ tọa độ  $Oth$ , trong đó  $t$  là thời gian (tính bằng giây) kể từ khi quả bóng được đá lên;  $h$  là độ cao (tính bằng mét) của quả bóng. Giả thiết rằng quả bóng được đá lên từ độ cao  $1,2m$ . Sau đó 1 giây, nó đạt độ cao  $8,5m$  và 2 giây sau khi đá lên, nó đạt độ cao  $6m$ . Hỏi sau bao lâu thì quả bóng sẽ chạm đất kể từ khi được đá lên (tính chính xác đến hàng phần trăm)?

**Câu 37:** Hai chiếc tàu thủy  $P$  và  $Q$  trên biển cách nhau  $100m$  và thẳng hàng với chân  $A$  của tháp hải đăng  $AB$  ở trên bờ biển ( $Q$  nằm giữa hai điểm  $P$  và  $A$ ). Từ  $P$  và  $Q$  người ta nhìn chiều cao  $AB$  của tháp dưới các góc  $BPA = 15^0$  và  $BQA = 55^0$ . Tính chiều cao của tháp (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị)

**Câu 38:** Tìm số giá trị nguyên của tham số  $m$  để phương trình  $\sqrt{x^2 + 2x + 2} = \sqrt{2x^2 + 2mx + 2m^2 + m - 1}$  có nghiệm.

**Câu 39:** Trên mặt phẳng tọa độ  $Oxy$ , cho ba điểm  $A(1;-4)$ ,  $B(4;5)$ ,  $C(0;-7)$ . Điểm  $M$  di chuyển trên trục  $Ox$ . Đặt  $Q = 2|\overrightarrow{MA} + 2\overrightarrow{MB}| + 3|\overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}|$ . Tìm giá trị nhỏ nhất của  $Q$ .

----- HẾT -----

## HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

### I. PHẦN TRẮC NGHIỆM (35 câu – 7,0 điểm)

**Câu 1:** Cho tập hợp  $A = \{x \in \mathbb{R} \mid -3 < x < 1\}$ . Tập  $A$  là tập nào sau đây?

- A.  $\{-3;1\}$                       B.  $[-3;1]$                       C.  $[-3;1)$                       D.  $(-3;1)$

**Lời giải**

Theo định nghĩa tập hợp con của tập số thực  $\mathbb{R}$  ở phần trên ta chọn  $(-3;1)$ .

**Câu 2:** Bất phương trình nào sau đây là bất phương trình bậc nhất hai ẩn số?

- A.  $3x+4y-5 \leq 0$               B.  $3x+y^2-5 \leq 0$               C.  $x^2+y+3 \leq 0$               D.  $2xy-5 \geq 0$

**Câu 3:** Trong các hệ sau, hệ nào **không phải** là hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn:

- A.  $\begin{cases} x+y > 0 \\ x > 1 \end{cases}$                       B.  $\begin{cases} x+y = -2 \\ x-y = 5 \end{cases}$                       C.  $\begin{cases} 2x+3y > 10 \\ x-4y < 1 \end{cases}$                       D.  $\begin{cases} y > 0 \\ x-4 \leq 1 \end{cases}$

**Lời giải**

Hệ ở đáp án B không là hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn vì hệ này chỉ gồm các phương trình.

**Câu 4:** Điểm nào sau đây thuộc miền nghiệm của hệ bất phương trình  $\begin{cases} 2x-5y-1 > 0 \\ 2x+y+5 > 0 \\ x+y+1 < 0 \end{cases}$  ?

- A.  $(0;0)$ .                      B.  $(1;0)$ .                      C.  $(0;-2)$ .                      D.  $(0;2)$ .

**Lời giải**

**Chọn C**

Nhận xét: chỉ có điểm  $(0;-2)$  thỏa mãn hệ.

**Câu 5:** Cho hàm số  $f(x) = \begin{cases} x + \sqrt{x-2}, & \text{khi } x \geq 2 \\ 1-3x, & \text{khi } x < 2 \end{cases}$ . Giá trị  $f(1)$  bằng

- A.  $-2$ .                      B.  $0$ .                      C. không xác định.                      D.  $2$ .

**Lời giải**

Với  $x=1 < 2 \Rightarrow f(1) = 1-3.1 = -2$ .

**Câu 6:** Tập xác định của hàm số  $y = \frac{1}{x} + \sqrt{3-x}$  là

- A.  $(-\infty;3]$ .                      B.  $[3;+\infty)$ .                      C.  $\mathbb{R} \setminus \{0\}$ .                      D.  $(-\infty;3] \setminus \{0\}$ .

**Lời giải**

Điều kiện xác định của hàm số đã cho là

$$\begin{cases} x \neq 0 \\ 3-x \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq 0 \\ x \leq 3 \end{cases}$$

Vậy tập xác định của hàm số đã cho là  $D = (-\infty;3] \setminus \{0\}$ .

**Câu 7:** Cho hàm số  $y = 2x^2 + 4x - 2023$ . Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. đồng biến trên khoảng  $(-\infty;-2)$  và nghịch biến trên khoảng  $(-2;+\infty)$ .

- B. nghịch biến trên khoảng  $(-\infty; -2)$  và đồng biến trên khoảng  $(-2; +\infty)$ .  
 C. đồng biến trên khoảng  $(-\infty; -1)$  và nghịch biến trên khoảng  $(-1; +\infty)$ .  
**D. nghịch biến trên khoảng  $(-\infty; -1)$  và đồng biến trên khoảng  $(-1; +\infty)$ .**

Lời giải

Hàm số  $y = ax^2 + bx + c$  với  $a > 0$  đồng biến trên khoảng  $\left(-\frac{b}{2a}; +\infty\right)$ , nghịch biến trên khoảng  $\left(-\infty; -\frac{b}{2a}\right)$ .

Áp dụng: Ta có  $-\frac{b}{2a} = -1$ . Do đó hàm số nghịch biến trên khoảng  $(-\infty; -1)$  và đồng biến trên khoảng  $(-1; +\infty)$ .

- Câu 8:** Tập nghiệm của phương trình  $\sqrt{x^2 + 3x - 2} = \sqrt{1+x}$  là  
 A.  $\emptyset$                       B.  $\{-3\}$                       C.  $\{1; -3\}$                       **D.  $\{1\}$ .**

Lời giải

$$\sqrt{x^2 + 3x - 2} = \sqrt{1+x} \Leftrightarrow \begin{cases} 1+x \geq 0 \\ x^2 + 3x - 2 = 1+x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq -1 \\ x^2 + 2x - 3 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow x = 1.$$

- Câu 9:** Tập nghiệm  $S$  của phương trình  $\sqrt{x^2 - x - 12} = 7 - x$  là  
 A.  $S = \emptyset$ .                      B.  $S = \left\{\frac{-61}{13}\right\}$ .                      C.  $S = \{7\}$ .                      **D.  $S = \left\{\frac{61}{13}\right\}$ .**

Lời giải

$$\text{Ta có: } \sqrt{x^2 - x - 12} = 7 - x \Leftrightarrow \begin{cases} 7 - x \geq 0 \\ x^2 - x - 12 = (7 - x)^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq 7 \\ 13x = 61 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq 7 \\ x = \frac{61}{13} (tm) \end{cases}.$$

Vậy phương trình có nghiệm là  $x = \frac{61}{13}$ .

- Câu 10:** Bảng xét dấu nào sau đây là bảng xét dấu của tam thức  $f(x) = -x^2 + 6x - 9$ ?

A. 

$x$	$-\infty$	$3$	$+\infty$
$f(x)$	$+$	$0$	$-$

B. 

$x$	$-\infty$	$3$	$+\infty$
$f(x)$	$-$	$0$	$+$

C. 

$x$	$-\infty$	$3$	$+\infty$
$f(x)$	$+$	$0$	$+$

**D.**

$x$	$-\infty$	$3$	$+\infty$
$f(x)$	$-$	$0$	$-$

Lời giải

Ta có  $-x^2 + 6x - 9 = 0 \Leftrightarrow x = 3$  và  $a = -1 < 0$ .

- Câu 11:** Với  $x$  thuộc tập hợp nào dưới đây thì đa thức  $f(x) = x^2 - 6x + 8$  không dương?  
 A.  $[2; 3]$ .                      B.  $(-\infty; 2] \cup [4; +\infty)$ .                      **C.  $[2; 4]$ .**                      D.  $[1; 4]$ .

Lời giải

Để  $f(x)$  không dương thì  $x^2 - 6x + 8 \leq 0 \Leftrightarrow (x-2)(x-4) \leq 0$

Lập bảng xét dấu  $f(x)$

$x$	$-\infty$	$2$	$4$	$+\infty$	
$f(x)$	$+$	$0$	$-$	$0$	$+$

ta thấy để  $f(x) \leq 0 \Leftrightarrow x \in [2; 4]$ .

**Câu 12:** Tập nghiệm của bất phương trình  $-x^2 + 3x - 2 \geq 0$  là

**A.**  $[1; 2]$ .

**B.**  $[-1; 2]$ .

**C.**  $(1; 2)$ .

**D.**  $[-2; 1]$ .

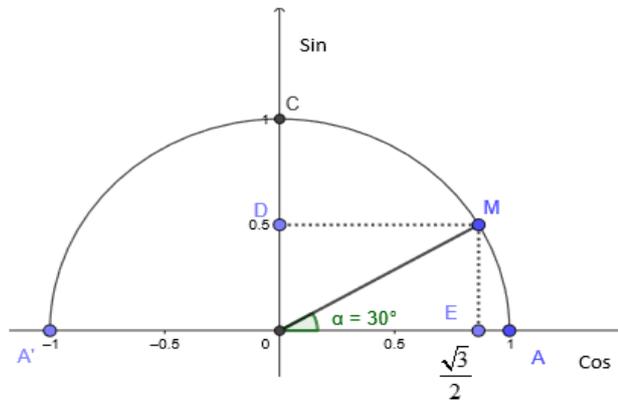
**Lời giải**

Đặt  $f(x) = -x^2 + 3x - 2$

Hệ số  $a = -1 < 0$ ;  $f(x)$  có hai nghiệm là  $x = 1; x = 2$  nên  $f(x) \geq 0 \Leftrightarrow 1 \leq x \leq 2$ .

Vậy tập nghiệm của bpt là  $[1; 2]$ .

**Câu 13:** Trên nửa đường tròn đơn vị, cho góc  $\alpha$  như hình vẽ. Hãy chỉ ra các giá trị lượng giác của góc  $\alpha$ .



**A.**  $\sin \alpha = 0.5$ ;  $\cos \alpha = \frac{\sqrt{3}}{2}$ ;  $\tan \alpha = \frac{\sqrt{3}}{3}$ ;  $\cot \alpha = \sqrt{3}$ .

**B.**  $\sin \alpha = \frac{\sqrt{3}}{2}$ ;  $\cos \alpha = 0.5$ ;  $\tan \alpha = \frac{\sqrt{3}}{3}$ ;  $\cot \alpha = \sqrt{3}$ .

**C.**  $\sin \alpha = 0.5$ ;  $\cos \alpha = \frac{\sqrt{3}}{2}$ ;  $\tan \alpha = \sqrt{3}$ ;  $\cot \alpha = \frac{\sqrt{3}}{3}$ .

**D.**  $\sin \alpha = \frac{\sqrt{3}}{2}$ ;  $\cos \alpha = 0.5$ ;  $\tan \alpha = \sqrt{3}$ ;  $\cot \alpha = \frac{\sqrt{3}}{3}$ .

**Câu 14:** Cho tam giác  $ABC$ , mệnh đề nào sau đây đúng?

**A.**  $a^2 = b^2 + c^2 + 2bc \cos A$ .

**B.**  $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A$ .

**C.**  $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos C$ .

**D.**  $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos B$ .

**Lời giải**

**Chọn B**

Theo định lý cosin trong tam giác  $ABC$ , ta có  $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A$ .

**Câu 15:** Cho tam giác  $ABC$ . Tìm công thức đúng trong các công thức sau:

- A.**  $S = \frac{1}{2}bc \sin A$ .      **B.**  $S = \frac{1}{2}ac \sin A$ .      **C.**  $S = \frac{1}{2}bc \sin B$ .      **D.**  $S = \frac{1}{2}bc \sin B$ .

**Lời giải**

Ta có:  $S = \frac{1}{2}bc \sin A = \frac{1}{2}ac \sin B = \frac{1}{2}ab \sin C$ .

**Câu 16:** Cho hình bình hành  $ABCD$ . Vector nào sau đây cùng phương với  $\overrightarrow{AB}$ ?

- A.**  $\overrightarrow{BA}, \overrightarrow{CD}, \overrightarrow{DC}$       **B.**  $\overrightarrow{BC}, \overrightarrow{CD}, \overrightarrow{DA}$ .      **C.**  $\overrightarrow{AD}, \overrightarrow{CD}, \overrightarrow{DC}$ .      **D.**  $\overrightarrow{BA}, \overrightarrow{CD}, \overrightarrow{CB}$ .

**Lời giải**



**Câu 17:** Cho tam giác  $ABC$  vuông cân tại  $A$  có  $AB = a$ . Tính  $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}|$ .

- A.**  $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}| = a\sqrt{2}$ .      **B.**  $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}| = \frac{a\sqrt{2}}{2}$ .      **C.**  $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}| = 2a$ .      **D.**  $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}| = a$ .

**Lời giải**

Gọi  $M$  là trung điểm  $BC$  thì  $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}| = |2\overrightarrow{AM}| = 2AM = BC = a\sqrt{2}$ .

**Câu 18:** Biết  $\overrightarrow{AB} = \vec{a}$ . Gọi  $C$  là điểm thỏa mãn  $\overrightarrow{CA} = \overrightarrow{AB}$ . Hãy chọn khẳng định đúng.

- A.**  $\overrightarrow{BC} = 2\vec{a}$ .      **B.**  $\overrightarrow{CA} = 2\vec{a}$ .      **C.**  $\overrightarrow{CB} = 2\vec{a}$ .      **D.**  $\overrightarrow{AC} = \vec{0}$ .

**Lời giải**

Điểm  $C$  được xác định như hình vẽ sau



Dựa vào kết quả dựng điểm  $C$ , ta có  $\overrightarrow{CB} = 2\vec{a}$ .

**Câu 19:** Trong mặt phẳng tọa độ  $Oxy$ , cho các điểm  $M(4; -3)$  và  $N(-2; 0)$ . Tọa độ của vector  $\overrightarrow{MN}$  là

- A.**  $(2; -3)$ .      **B.**  $(6; -3)$ .      **C.**  $(-6; 3)$ .      **D.**  $(-2; 3)$ .

**Lời giải**

Tọa độ của vector  $\overrightarrow{MN} = (-2 - 4; 0 - (-3)) = (-6; 3)$

**Câu 20:** Cho hai vector  $\vec{a}$  và  $\vec{b}$  khác  $\vec{0}$ ,  $\alpha$  là góc tạo bởi 2 vector  $\vec{a}$  và  $\vec{b}$  khi  $\vec{a} \cdot \vec{b} = -|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|$ . Chọn khẳng định đúng.

- A.**  $\alpha = 180^\circ$ .      **B.**  $\alpha = 0^\circ$ .      **C.**  $\alpha = 90^\circ$ .      **D.**  $\alpha = 45^\circ$ .

**Lời giải**

Ta có  $\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cdot \cos(\vec{a}, \vec{b})$ .

Mà theo giả thiết  $\vec{a} \cdot \vec{b} = -|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|$ , suy ra  $\cos(\vec{a}, \vec{b}) = -1 \Rightarrow (\vec{a}, \vec{b}) = 180^\circ$

**Câu 21:** Cho tứ giác  $ABCD$ . Xét hai mệnh đề

P: “Tứ giác  $ABCD$  là hình thoi”

Q: “Tứ giác  $ABCD$  có hai đường chéo vuông góc”.

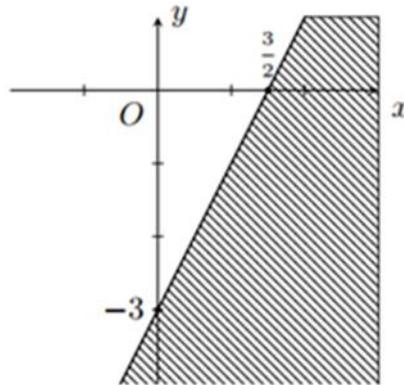
Phát biểu mệnh đề  $P \Leftrightarrow Q$ .

- A. Tứ giác  $ABCD$  có hai đường chéo vuông góc thì nó là hình thoi.
- B. Tứ giác  $ABCD$  là hình thoi thì nó có hai đường chéo vuông góc.
- C. Tứ giác  $ABCD$  là hình thoi khi và chỉ khi nó có hai đường chéo vuông góc.
- D. Tứ giác  $ABCD$  là hình thoi nếu nó có hai đường chéo vuông góc.

Lời giải

Chọn C

Câu 22: Miền nghiệm của bất phương trình nào sau đây được biểu diễn bởi nửa mặt phẳng không bị gạch trong hình vẽ sau?



- A.  $2x - y \leq 3$ .
- B.  $x - y \geq 3$ .
- C.  $2x - y \geq 3$ .
- D.  $2x + y \geq 3$ .

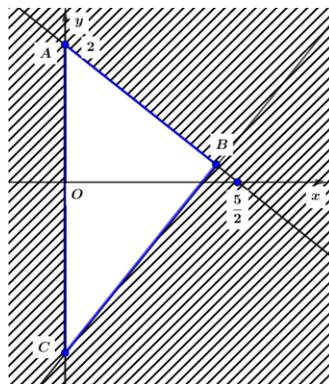
Lời giải

Đường thẳng  $2x - y = 3$  đi qua điểm  $(0; -3), (\frac{3}{2}; 0)$ . Loại B

Thay tọa độ điểm  $O(0; 0)$  vào vế trái của các bất phương trình ở đáp án A, C, D.

Ta thấy đáp án A thỏa mãn.

Câu 23: Miền tam giác  $ABC$  kẻ cả ba cạnh sau đây là miền nghiệm của hệ bất phương trình nào trong bốn hệ bất phương trình dưới đây?



- A.  $\begin{cases} y \geq 0 \\ 5x - 4y \geq 10 \\ 5x + 4y \leq 10 \end{cases}$ .
- B.  $\begin{cases} x > 0 \\ 5x - 4y \leq 10 \\ 4x + 5y \leq 10 \end{cases}$ .
- C.  $\begin{cases} x \geq 0 \\ 4x - 5y \leq 10 \\ 5x + 4y \leq 10 \end{cases}$ .
- D.  $\begin{cases} x \geq 0 \\ 5x - 4y \leq 10 \\ 4x + 5y \leq 10 \end{cases}$ .

Lời giải

Chọn D

Cạnh  $AC$  có phương trình  $x=0$  và cạnh  $AC$  nằm trong miền nghiệm nên  $x \geq 0$  là một bất phương trình của hệ.

Cạnh  $AB$  qua hai điểm  $\left(\frac{5}{2}; 0\right)$  và  $(0; 2)$  nên có phương trình:  $\frac{x}{\frac{5}{2}} + \frac{y}{2} = 1 \Leftrightarrow 4x + 5y = 10$ .

Vậy hệ bất phương trình cần tìm là 
$$\begin{cases} x \geq 0 \\ 5x - 4y \leq 10 \\ 4x + 5y \leq 10 \end{cases}$$

**Câu 24:** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số  $m$  để hàm số  $y = \frac{2x+1}{x^2-2x+m-2}$  xác định trên  $\mathbb{R}$ .

**A.**  $m \geq 3$ .

**B.**  $m > 3$ .

**C.**  $m < 3$ .

**D.**  $m \leq 3$ .

**Lời giải**

Hàm số  $y = \frac{2x+1}{x^2-2x+m-2}$  xác định trên  $\mathbb{R}$  khi  $x^2-2x+m-2 \neq 0, \forall x \in \mathbb{R}$

khi đó  $x^2-2x+m-2=0$  vô nghiệm hay  $\Delta' = 1-(m-2) < 0 \Leftrightarrow m > 3$

**Câu 25:** Xác định  $(P): y = ax^2 - 6x + c$ , biết  $(P)$  có trục đối xứng  $x = -4$  và cắt  $Ox$  tại hai điểm có độ dài bằng 4.

**A.**  $(P): y = -\frac{3}{4}x^2 - 6x - 9$ .

**B.**  $(P): y = \frac{3}{4}x^2 - 6x - 9$ .

**C.**  $(P): y = -\frac{3}{4}x^2 - 6x + 9$ .

**D.**  $(P): y = \frac{3}{4}x^2 - 6x + 9$ .

**Lời giải**

♦ Vì  $(P): y = ax^2 - 6x + c$ , biết  $(P)$  có trục đối xứng  $x = -4$  nên

$$\frac{6}{2a} = -4 \Leftrightarrow a = -\frac{3}{4} \Rightarrow (P): y = -\frac{3}{4}x^2 - 6x + c.$$

♦ Phương trình hoành độ giao điểm của  $(P)$  và  $Ox$  là:  $-\frac{3}{4}x^2 - 6x + c = 0$  (\*).

(\*) có hai nghiệm phân biệt  $\Leftrightarrow \Delta' = 9 + \frac{3}{4}c > 0 \Leftrightarrow c > -12$ .

Khi đó (\*) có hai nghiệm  $x_1, x_2$  thỏa mãn 
$$\begin{cases} x_1 + x_2 = -8 \\ x_1 \cdot x_2 = -\frac{4c}{3} \end{cases}$$

Mà  $|x_2 - x_1| = 4$

$$\Leftrightarrow (x_2 - x_1)^2 = 16 \Leftrightarrow (x_2 + x_1)^2 - 4x_1x_2 = 16$$

$$\Leftrightarrow (-8)^2 + \frac{16c}{3} = 16 \Leftrightarrow c = -9 \text{ (t/m)}.$$

♦ Vậy  $(P): y = -\frac{3}{4}x^2 - 6x - 9$ .

Trục đối xứng:  $x = 2$  do đó **Chọn A**

**Câu 26:** Phương trình  $\sqrt{x^2+2x-3}=5-x$  có nghiệm là  $x=\frac{a}{b}$ . Khi đó  $a+2b$  bằng:

A. 10.

B. 33.

C. 17.

**D. 13.**

**Lời giải**

Ta có:  $\sqrt{x^2+2x-3}=5-x$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x^2+2x-3 \geq 0 \\ 5-x \geq 0 \\ x^2+2x-3=(5-x)^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq -3 \\ x \geq 1 \\ x \leq 5 \\ 12x=28 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq -3 \\ x \geq 1 \\ x \leq 5 \\ x = \frac{7}{3} \end{cases} \Leftrightarrow x = \frac{7}{3}.$$

Vậy  $a=7; b=3$ . Suy ra  $a+2b=13$ .

**Câu 27:** Tìm  $m$  để  $x^2+(2m+1)x+m^2+3>0$  với mọi  $x \in \mathbb{R}$ .

A.  $m \leq \frac{11}{4}$ .

**B.  $m < \frac{11}{4}$ .**

C.  $m > \frac{11}{4}$ .

D.  $m \geq \frac{11}{4}$ .

**Lời giải**

$x^2+(2m+1)x+m^2+3>0$  với mọi  $x \in \mathbb{R}$  khi và chỉ khi

$$\begin{cases} a > 0 \\ \Delta < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=1 > 0 \\ \Delta=(2m+1)^2-4(m^2+3) < 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow 4m^2+4m+1-4m^2-12 < 0$$

$$\Leftrightarrow 4m < 11$$

$$\Leftrightarrow m < \frac{11}{4}$$

**Câu 28:** Một tam giác có ba cạnh là 13,14,15. Diện tích tam giác bằng bao nhiêu?

**A. 84.**

B.  $\sqrt{84}$ .

C. 42.

D.  $\sqrt{168}$ .

**Lời giải**

**Chọn A**

$$\text{Ta có: } p = \frac{a+b+c}{2} = \frac{13+14+15}{2} = 21.$$

$$\text{Suy ra: } S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)} = \sqrt{21(21-13)(21-14)(21-15)} = 84.$$

**Câu 29:** Một tam giác có ba cạnh là 5;12;13. Độ dài bán kính đường tròn ngoại tiếp  $R$  của tam giác trên là:

A. 6.

B. 8.

**C.  $\frac{13}{2}$ .**

D.  $\frac{11}{2}$ .

**Lời giải**

**Chọn C**

$$\text{Ta có: } 5^2+12^2=13^2 \Rightarrow R = \frac{13}{2}.$$

**Câu 30:** Khoảng cách từ  $A$  đến  $B$  không thể đo trực tiếp được vì phải qua một đầm lầy. Người ta xác định được một điểm  $C$  mà từ đó có thể nhìn được  $A$  và  $B$  dưới một góc  $78^\circ 24'$ . Biết  $CA=250m, CB=120m$ . Khoảng cách  $AB$  bằng bao nhiêu?

A. 266m.

B. 255m.

C. 166m.

D. 298m.

Lời giải

**Chọn B**

Ta có:  $AB^2 = CA^2 + CB^2 - 2CB.CA.\cos C = 250^2 + 120^2 - 2.250.120.\cos 78^\circ 24' = 64835 \Rightarrow AB \approx 255$ .

**Câu 31:** Hai bạn An và Bình cùng di chuyển một xe đẩy trên đường phẳng bằng cách: bạn An đẩy xe từ phía sau theo hướng di chuyển của xe bằng một lực  $F_1 = 2\text{ N}$ , bạn Bình kéo xe từ phía trước theo hướng di chuyển của xe một lực  $F_2 = 3\text{ N}$ . Giả sử hai bạn thực hiện đúng kỹ thuật để xe di chuyển hiệu quả nhất. Hỏi xe di chuyển với lực tác động có độ lớn bằng bao nhiêu?

A. 2 N.

B. 3 N.

C. 1 N.

**D. 5 N.**

Lời giải

Khi hai bạn An và Bình thực hiện đúng kỹ thuật để xe di chuyển hiệu quả nhất thì hai lực tác động vào xe là  $\vec{F}_1$  và  $\vec{F}_2$  phải cùng hướng. Khi đó, lực tổng hợp tác động vào xe là  $\vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2$  có độ lớn là  $|\vec{F}| = F = F_1 + F_2 = 5\text{ N}$ .

**Câu 32:** Cho tam giác  $MNP$ , gọi  $K$  là điểm thuộc đoạn thẳng  $NP$  sao cho  $NK = \frac{1}{4}NP$  và  $I$  trung điểm của đoạn thẳng  $MK$ . Mệnh đề nào dưới đây đúng?

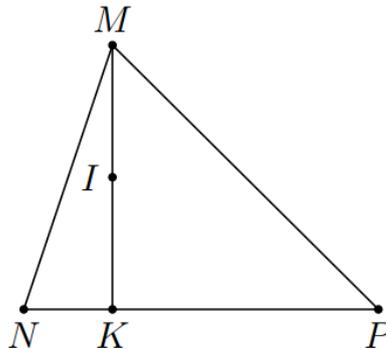
A.  $3\vec{IM} + 4\vec{IN} + \vec{IP} = \vec{0}$ .

B.  $\vec{IM} + 3\vec{IN} + 4\vec{IP} = \vec{0}$ .

**C.  $4\vec{IM} + 3\vec{IN} + \vec{IP} = \vec{0}$ .**

D.  $4\vec{IM} + \vec{IN} + 3\vec{IP} = \vec{0}$ .

Lời giải



Ta có

$$NK = \frac{1}{4}NP \Rightarrow 3\vec{KN} + \vec{KP} = \vec{0} \Rightarrow 3\vec{IN} + \vec{IP} + 4\vec{KI} = \vec{0} \quad (1)$$

Vì  $I$  là trung điểm của đoạn thẳng  $MK$  nên  $\vec{IM} + \vec{IK} = \vec{0} \Rightarrow 4\vec{IM} + 4\vec{IK} = \vec{0} \quad (2)$

Cộng (1) và (2), ta được  $4\vec{IM} + 3\vec{IN} + \vec{IP} = \vec{0}$ .

**Câu 33:** Trong mặt phẳng  $Oxy$ , cho tam giác  $ABC$  biết  $A(1;1), B(2;-4), C(9;-3)$ . Gọi  $N$  là điểm thuộc cạnh  $AC$  sao cho  $AN = 3CN$ . Tính độ dài của vec tơ  $\vec{BN}$ .

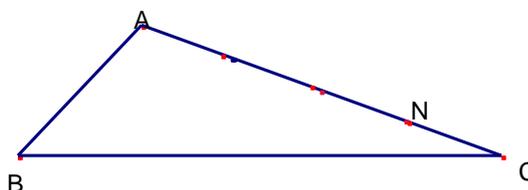
A.  $4\sqrt{29}$ .

**B.  $\sqrt{29}$ .**

C.  $2\sqrt{29}$ .

D.  $3\sqrt{29}$ .

Lời giải



Gọi  $N(a;b)$ .

$$\text{Ta có: } AN = 3CN \Rightarrow \overrightarrow{AN} = 3\overrightarrow{NC} \Leftrightarrow \begin{cases} 3(x_c - x_N) = x_N - x_A \\ 3(y_c - y_N) = y_N - y_A \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 7 \\ b = -2 \end{cases} \Rightarrow N(7; -2).$$

$$\Rightarrow |\overrightarrow{BN}| = \sqrt{29}.$$

**Câu 34:** Cho tam giác  $ABC$  vuông tại  $A$  có  $AB = 3; AC = 4$ . Trên đoạn thẳng  $BC$  lấy điểm  $M$  sao cho  $MB = 2MC$ . Tính tích vô hướng  $\overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{BC}$ .

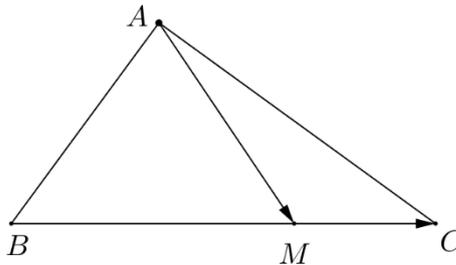
A.  $\frac{41}{3}$ .

B.  $\frac{23}{3}$ .

C. 8.

D. -23.

Lời giải



Ta có:

$$\overrightarrow{AB} \perp \overrightarrow{AC} \Leftrightarrow \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = 0.$$

$$\overrightarrow{MB} = -2\overrightarrow{MC} \Leftrightarrow \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AM} = -2(\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AM}) \Leftrightarrow \overrightarrow{AM} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AB} + \frac{2}{3}\overrightarrow{AC}.$$

$$\begin{aligned} \text{Do đó: } \overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{BC} &= \left( \frac{1}{3}\overrightarrow{AB} + \frac{2}{3}\overrightarrow{AC} \right) \cdot (\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AB}) = -\frac{1}{3}\overrightarrow{AB}^2 - \frac{1}{3}\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} + \frac{2}{3}\overrightarrow{AC}^2 \\ &= -\frac{1}{3}AB^2 + \frac{2}{3}AC^2 = -\frac{1}{3} \cdot 3^2 + \frac{2}{3} \cdot 4^2 = \frac{23}{3}. \end{aligned}$$

**Câu 35:** Cho tam giác đều  $ABC$  và các điểm  $M, N, P$  thỏa mãn  $\overrightarrow{BM} = k\overrightarrow{BC}$ ,  $\overrightarrow{CN} = \frac{2}{3}\overrightarrow{CA}$ ,

$\overrightarrow{AP} = \frac{4}{15}\overrightarrow{AB}$ . Tìm  $k$  để  $AM$  vuông góc với  $PN$ .

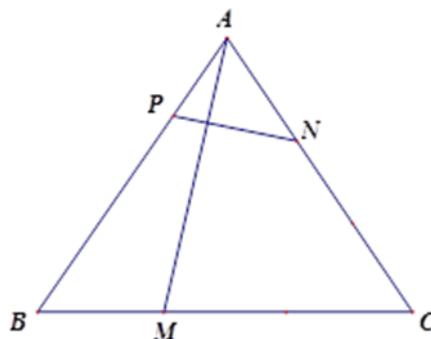
A.  $k = \frac{1}{3}$

B.  $k = \frac{1}{2}$

C.  $k = \frac{2}{5}$

D.  $k = \frac{3}{4}$

Lời giải



Ta có:  $\overline{BM} = k\overline{BC} \Leftrightarrow \overline{AM} - \overline{AB} = k(\overline{AC} - \overline{AB}) \Leftrightarrow \overline{AM} = (1-k)\overline{AB} + k\overline{AC}$

Lại có:  $\overline{PN} = \overline{AN} - \overline{AP} = -\frac{4}{15}\overline{AB} + \frac{1}{3}\overline{AC}$ .

Để  $AM$  vuông góc với  $PN$  thì  $\overline{AM} \cdot \overline{PN} = 0$

$$\begin{aligned} \Leftrightarrow [(1-k)\overline{AB} + k\overline{AC}] \left[ -\frac{4}{15}\overline{AB} + \frac{1}{3}\overline{AC} \right] &= 0 \\ \Leftrightarrow \frac{-4(1-k)}{15}AB^2 + \frac{k}{3}AC^2 + \left( \frac{1-k}{3} - \frac{4k}{15} \right) \overline{AB} \cdot \overline{AC} &= 0 \\ \Leftrightarrow \frac{-4(1-k)}{15} + \frac{k}{3} + \left( \frac{1-k}{3} - \frac{4k}{15} \right) \cos 60^\circ &= 0 \\ \Leftrightarrow k = \frac{1}{3}. \end{aligned}$$

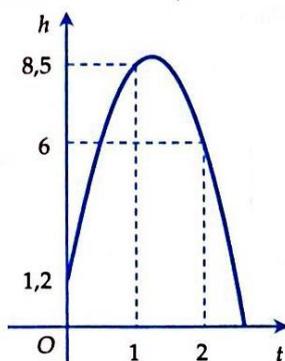
## II. PHẦN TỰ LUẬN (3,0 điểm)

**Câu 36:** Khi một quả bóng được đá lên, nó sẽ đạt đến độ cao nào đó rồi rơi xuống. Biết rằng quỹ đạo của quả bóng là một cung parabol trong mặt phẳng với hệ tọa độ  $Oth$ , trong đó  $t$  là thời gian (tính bằng giây) kể từ khi quả bóng được đá lên;  $h$  là độ cao (tính bằng mét) của quả bóng. Giả thiết rằng quả bóng được đá lên từ độ cao  $1,2m$ . Sau đó 1 giây, nó đạt độ cao  $8,5m$  và 2 giây sau khi đá lên, nó đạt độ cao  $6m$ . Hỏi sau bao lâu thì quả bóng sẽ chạm đất kể từ khi được đá lên (tính chính xác đến hàng phần trăm)?

### Lời giải

Gọi phương trình của parabol quỹ đạo là  $h = at^2 + bt + c$ .

Từ giả thiết suy ra parabol đi qua các điểm  $(0; 1,2)$ ,  $(1; 8,5)$  và  $(2; 6)$ .



Từ đó ta có

$$\begin{cases} c = 1,2 \\ a + b + c = 8,5 \\ 4a + 2b + c = 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -4,9 \\ b = 12,2 \\ c = 1,2 \end{cases}$$

Vậy phương trình của parabol quỹ đạo là  $h = -4,9t^2 + 12,2t + 1,2$ .

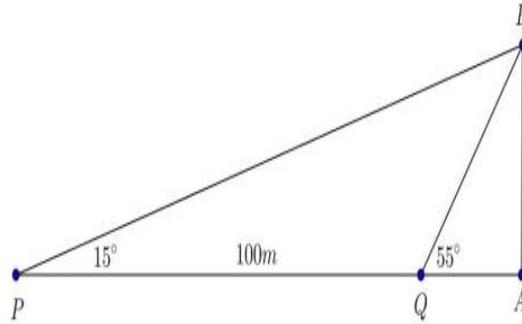
Giải phương trình

$$h = 0 \Leftrightarrow -4,9t^2 + 12,2t + 1,2 = 0 \text{ ta tìm được một nghiệm dương là } t \approx 2,58.$$

**Câu 37:** Hai chiếc tàu thủy  $P$  và  $Q$  trên biển cách nhau  $100m$  và thẳng hàng với chân  $A$  của tháp hải đăng  $AB$  ở trên bờ biển ( $Q$  nằm giữa hai điểm  $P$  và  $A$ ). Từ  $P$  và  $Q$  người ta nhìn chiều cao

$AB$  của tháp dưới các góc  $BPA = 15^\circ$  và  $BQA = 55^\circ$ . Tính chiều cao của tháp (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị)

**Lời giải**



Ta có  $PBQ = 55^\circ - 15^\circ = 40^\circ$ . Áp dụng định lí sin cho tam giác  $\Delta PBQ$  ta có

$$\frac{BQ}{\sin 15^\circ} = \frac{100}{\sin 40^\circ} \Leftrightarrow BQ = \frac{100}{\sin 40^\circ} \cdot \sin 15^\circ$$

$$\text{Chiều cao của tháp là } AB = \sin 55^\circ \cdot BQ = \sin 55^\circ \cdot \sin 15^\circ \cdot \frac{100}{\sin 40^\circ} \approx 33\text{m}$$

**Câu 38:** Tìm số giá trị nguyên của tham số  $m$  để phương trình  $\sqrt{x^2 + 2x + 2} = \sqrt{2x^2 + 2mx + 2m^2 + m - 1}$  có nghiệm.

**Lời giải**

Bình phương hai vế của phương trình đã cho ta được

$$x^2 + 2x + 2 = 2x^2 + 2mx + 2m^2 + m - 1$$

$$\Leftrightarrow x^2 + 2(m-1)x + 2m^2 + m - 3 = 0 \quad (1)$$

Nhận thấy rằng tam thức bậc hai  $x^2 + 2x + 2$  có  $a=1 > 0$  và  $\Delta' = -1 < 0$ . Suy ra  $x^2 + 2x + 2 > 0$  với mọi  $x$ .

Như vậy phương trình đã cho có nghiệm khi và chỉ khi phương trình (1) có nghiệm. Điều này tương đương với  $\Delta' \geq 0 \Leftrightarrow (m-1)^2 - (2m^2 + m - 3) \geq 0 \Leftrightarrow -m^2 - 3m + 4 \geq 0 \Leftrightarrow -4 \leq m \leq 1$ .

Vậy có 6 giá trị nguyên của  $m$  thỏa mãn yêu cầu bài toán.

**Câu 39:** Trên mặt phẳng tọa độ  $Oxy$ , cho ba điểm  $A(1; -4)$ ,  $B(4; 5)$ ,  $C(0; -7)$ . Điểm  $M$  di chuyển trên trục  $Ox$ . Đặt  $Q = 2|\overline{MA} + 2\overline{MB}| + 3|\overline{MB} + \overline{MC}|$ . Tìm giá trị nhỏ nhất của  $Q$ .

**Lời giải**

Do  $M \in Ox$  nên  $M(x; 0)$

$$\text{Ta có } \overline{MA} = (1-x; -4), \overline{MB} = (4-x; 5), \overline{MC} = (-x; -7)$$

$$\text{Suy ra } \overline{MA} + 2\overline{MB} = (1-x+8-2x; -4+10) = (9-3x; 6) \text{ và}$$

$$\overline{MB} + \overline{MC} = (4-x-x; 5-7) = (4-2x; -2)$$

Ta có

$$\begin{aligned}
Q &= 2|\overline{MA} + 2\overline{MB}| + 3|\overline{MB} + \overline{MC}| \\
&= 2\sqrt{(9-3x)^2 + 6^2} + 3\sqrt{(4-2x)^2 + (-2)^2} \\
&= 6\left(\sqrt{(3-x)^2 + 2^2} + \sqrt{(2-x)^2 + (-1)^2}\right) \\
&= 6(ME + MF)
\end{aligned}$$

Trong đó  $E(3;2), F(2;-1)$  nên  $\overline{EF} = (-1; -3) \Rightarrow |\overline{EF}| = \sqrt{10}$

Mà  $ME + MF \geq EF = \sqrt{10} \Rightarrow Q \geq 6\sqrt{10}$

Dấu "=" xảy ra  $M$  là giao điểm của đoạn  $EF$  và  $Ox \Leftrightarrow M\left(\frac{7}{3}; 0\right)$

Vậy  $Q$  đạt giá trị nhỏ nhất là  $6\sqrt{10}$ .

ĐỀ ÔN TẬP KIỂM TRA CUỐI HỌC KỲ I NĂM HỌC 2022 – 2023

MÔN: TOÁN 10 – ĐỀ SỐ: 04

I. PHẦN TRẮC NGHIỆM (35 câu – 7,0 điểm)

**Câu 1:** Cho hàm số  $y = f(x)$  xác định trên tập hợp  $D$ . Khẳng định nào sau đây là **sai**?

- A. Nếu  $y = f(x)$  là hàm số chẵn thì đồ thị của nó đối xứng qua trục tung.
- B. Nếu  $y = f(x)$  là hàm số lẻ thì đồ thị của nó đối xứng qua gốc tọa độ  $O$ .
- C. Nếu hàm số  $y = f(x)$  xác định tại  $x_0 \in D$  thì  $-x_0 \in D$ .
- D. Nếu hàm số  $y = f(x)$  là hàm số chẵn trên  $D$  thì  $f(-x_0) = f(x_0)$  với  $x_0 \in D$ .

**Câu 2:** Cho hàm số  $y = f(x)$  có bảng biến thiên như hình vẽ. Kết luận nào sau đây là đúng?

$x$	$-\infty$	$4$	$+\infty$
$f(x)$	$-\infty$	$-2$	$-\infty$

- A. Hàm số  $y = f(x)$  nghịch biến trên khoảng  $(-\infty; -2)$ .
- B. Hàm số  $y = f(x)$  đồng biến trên khoảng  $(-\infty; 4)$ .
- C. Hàm số  $y = f(x)$  đồng biến trên khoảng  $(4; +\infty)$ .
- D. Hàm số  $y = f(x)$  nghịch biến trên khoảng  $(-2; +\infty)$ .

**Câu 3:** Cho hàm số  $f(x) = \frac{2x^2 + 2x - 1}{x + 1}$ . Khi đó  $f(0)$  bằng

- A.  $-1$
- B.  $1$
- C.  $3$
- D.  $\frac{3}{2}$

**Câu 4:** Hàm số  $y = \frac{2x+1}{x-1}$  có tập xác định là

- A.  $x \neq 1$
- B.  $x \neq -1$
- C.  $\mathbb{R}$
- D.  $\mathbb{R} \setminus \{1\}$

**Câu 5:** Cho hàm số  $y = f(x) = \sqrt{x^2 + 1}$  có đồ thị  $(C)$ . Tìm điểm thuộc đồ thị hàm số  $(C)$  có tung độ bằng 1.

- A.  $N(\sqrt{2}; 1)$ .
- B.  $M(1; 0)$ .
- C.  $E(1; \sqrt{2})$ .
- D.  $G(0; 1)$ .

**Câu 6:** Hàm số bậc hai  $y = ax^2 + bx + c$  ( $a < 0$ ), đồng biến trên khoảng nào sau đây

- A.  $\left(-\infty; \frac{-b}{2a}\right)$ .
- B.  $\left(-\infty; \frac{-\Delta}{4a}\right)$ .
- C.  $\left(\frac{-\Delta}{4a}; +\infty\right)$ .
- D.  $\left(\frac{-b}{2a}; +\infty\right)$ .

**Câu 7:** Cho hàm số  $y = ax^2 + bx + 2$  có bảng biến thiên như hình vẽ sau đây.

$x$	$-\infty$	$\frac{3}{2}$	$+\infty$
$y$	$+\infty$	$-\frac{1}{4}$	$+\infty$

Hãy xác định công thức hàm bậc hai?

- A.**  $y = x^2 + 3x + 2$       **B.**  $y = x^2 - 4x$ .      **C.**  $y = -x^2 + 3x + 2$ .      **D.**  $y = x^2 - 3x + 2$ .

**Câu 8:** Cho hàm số bậc 2:  $y = f(x) = -2x^2 + 6x - 3$ . Tìm mệnh đề sai trong các mệnh đề sau

- A.** Đồ thị hàm số có trục đối xứng  $x = \frac{3}{2}$ .      **B.** Hoành độ điểm đỉnh của đồ thị là  $x_1 = \frac{3}{2}$ .  
**C.** Đồ thị hàm số đi qua điểm  $A(0; -3)$ .      **D.** Tọa độ đỉnh của đồ thị hàm số  $I\left(\frac{3}{2}; 0\right)$ .

**Câu 9:** Cho  $(P): y = x^2 - 2x - 2$ . Tìm mệnh đề đúng:

- A.** Hàm số đồng biến trên  $(-\infty; 1)$ .      **B.** Hàm số nghịch biến trên  $(-\infty; 1)$ .  
**C.** Hàm số đồng biến trên  $(-\infty; 2)$ .      **D.** Hàm số nghịch biến trên  $(-\infty; 2)$ .

**Câu 10:** Cho tam thức bậc hai  $f(x) = ax^2 + bx + c$  ( $a \neq 0$ ). Điều kiện cần và đủ để  $f(x) \leq 0, \forall x \in \mathbb{R}$  là

- A.**  $\begin{cases} a < 0 \\ \Delta > 0 \end{cases}$ .      **B.**  $\begin{cases} a < 0 \\ \Delta = 0 \end{cases}$ .      **C.**  $\begin{cases} a > 0 \\ \Delta \geq 0 \end{cases}$ .      **D.**  $\begin{cases} a < 0 \\ \Delta \leq 0 \end{cases}$ .

**Câu 11:** Bảng xét dấu nào sau đây là của tam thức  $f(x) = x^2 + 6x + 9$ ?

- A.**

$x$	$-\infty$	$-3$	$+\infty$
$f(x)$		$-$ $0$ $+$	
- B.**

$x$	$-\infty$	$-3$	$+\infty$
$f(x)$		$+$ $0$ $-$	
- C.**

$x$	$-\infty$	$-3$	$+\infty$
$f(x)$		$+$ $0$ $+$	
- D.**

$x$	$-\infty$	$-3$	$+\infty$
$f(x)$		$-$ $0$ $-$	

**Câu 12:** Tập nghiệm của bất phương trình  $2x^2 + 3x - 5 \leq 0$  là

- A.**  $\left(-\frac{5}{2}; 1\right)$ .      **B.**  $\left(-\infty; -\frac{5}{2}\right] \cup [1; +\infty)$ .  
**C.**  $\left[-\frac{5}{2}; 1\right]$       **D.**  $\left(-\infty; -\frac{5}{2}\right) \cup (1; +\infty)$ .

**Câu 13:** Khẳng định nào sau đây sai?

- A.**  $1 \cdot \vec{a} = \vec{a}$ .  
**B.**  $k\vec{a}$  và  $\vec{a}$  cùng hướng khi  $k > 0$ .

C. Hai vectơ  $\vec{a}$  và  $\vec{b} \neq \vec{0}$  cùng phương khi có một số  $k$  để  $\vec{a} = k\vec{b}$ .

D.  $k\vec{a}$  và  $\vec{a}$  cùng hướng khi  $k < 0$ .

**Câu 14:** Cho ba điểm phân biệt  $A, B, C$ . Nếu  $\overline{AB} = -3\overline{AC}$  thì đẳng thức nào sau đây đúng?

A.  $\overline{BC} = -4\overline{AC}$ .      B.  $\overline{BC} = -2\overline{AC}$ .      C.  $\overline{BC} = 2\overline{AC}$ .      D.  $\overline{BC} = 4\overline{AC}$ .

**Câu 15:** Cho  $\Delta ABC$  có  $AB = a, BC = 2a, \hat{A} = 60^\circ$ . Tính tích vô hướng  $\overline{BA} \cdot \overline{BC}$ .

A.  $\overline{BA} \cdot \overline{BC} = -a^2$ .      B.  $\overline{BA} \cdot \overline{BC} = \frac{\sqrt{3}}{2}a^2$ .      C.  $\overline{BA} \cdot \overline{BC} = \frac{1}{2}a^2$ .      D.  $\overline{BA} \cdot \overline{BC} = a^2$ .

**Câu 16:** Cho  $|\vec{a}| = 8; |\vec{b}| = 5; \vec{a} \cdot \vec{b} = 16$ . Tính  $\cos(\vec{a}, \vec{b})$ .

A.  $\cos(\vec{a}, \vec{b}) = \frac{1}{2}$ .      B.  $\cos(\vec{a}, \vec{b}) = \frac{\sqrt{3}}{2}$ .      C.  $\cos(\vec{a}, \vec{b}) = \frac{1}{5}$ .      D.  $\cos(\vec{a}, \vec{b}) = \frac{2}{5}$ .

**Câu 17:** Trong mặt phẳng tọa độ  $Oxy$ , cho vectơ  $\vec{u} = x\vec{i} + y\vec{j}$ . Vectơ  $\vec{u}$  có tọa độ là

A.  $(-y; -x)$ .      B.  $(-x; -y)$ .      C.  $(y; x)$ .      D.  $(x; y)$ .

**Câu 18:** Trong mặt phẳng tọa độ  $Oxy$  cho  $\vec{a} = (1; 2)$  và  $\vec{b} = 2\vec{i} - \vec{j}$ . Tọa độ của vectơ  $\vec{a} + \vec{b}$  là

A.  $(3; -1)$ .      B.  $(-1; 3)$ .      C.  $(3; 3)$ .      D.  $(3; 1)$ .

**Câu 19:** Trong mặt phẳng tọa độ  $Oxy$  cho  $A(1; 2)$  và  $B(3; 6)$ . Tìm tọa độ trung điểm  $I$  của đoạn thẳng  $AB$ .

A.  $(4; 8)$ .      B.  $\left(\frac{3}{2}; \frac{9}{2}\right)$ .      C.  $(3; 9)$ .      D.  $(2; 4)$ .

**Câu 20:** Trong mặt phẳng tọa độ  $Oxy$  cho  $\Delta ABC$ , biết  $A(1; 2)$ ,  $B(3; 4)$  và  $C(-1; 3)$ . Tìm tọa độ trọng tâm  $G$  của tam giác  $\Delta ABC$ .

A.  $\left(\frac{5}{3}; 3\right)$ .      B.  $(5; 9)$ .      C.  $(3; 9)$ .      D.  $(1; 3)$ .

**Câu 21:** Tập xác định của hàm số  $y = \frac{x+1}{x^2-x}$  là

A.  $D = \mathbb{R}$ .      B.  $D = \mathbb{R} \setminus 0$ .  
C.  $D = -\infty; 0 \cup 1; +\infty$ .      D.  $D = \mathbb{R} \setminus 0; 1$ .

**Câu 22:** Cho hàm số  $y = -3x^2 + 6x - 1$ . Chọn mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau:

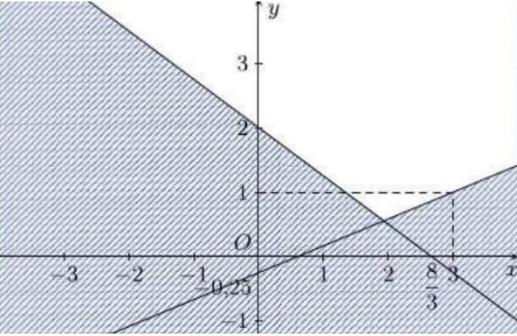
A. Khoảng đồng biến và nghịch biến của hàm số  $y$  lần lượt là  $-\infty; -1$ ,  $-1; +\infty$ .  
B. Khoảng đồng biến và nghịch biến của hàm số  $y$  lần lượt là  $-\infty; 1$ ,  $1; +\infty$ .  
C. Khoảng đồng biến và nghịch biến của hàm số  $y$  lần lượt là  $1; +\infty$ ,  $-\infty; 1$ .  
D. Khoảng đồng biến và nghịch biến của hàm số  $y$  lần lượt là  $-1; +\infty$ ,  $-\infty; -1$ .

**Câu 23:** Trong các hàm số sau, hàm số bậc hai là

A.  $y = -x^2 + 2022$ .      B.  $y = 2022$ .      C.  $y = -x + 2022$       D.  $y = \frac{-x^2 + 2022}{x - 12}$ .

- Câu 24:** Gọi  $A(a;b)$  và  $B(c;d)$  là giao điểm của  $(P): y = 2x - x^2$  và đường thẳng  $\Delta: y = 3x - 6$ . Giá trị của  $b + d$  bằng  
**A.**  $-7$ .                      **B.**  $15$ .                      **C.**  $7$ .                      **D.**  $-15$ .
- Câu 25:** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số  $m$  để hàm số  $y = x^2 - 4x + m + 5$  có giá trị nhỏ nhất trên đoạn  $[3;8]$  bằng  $14$ .  
**A.**  $m = 12$ .                      **B.**  $m = 13$ .                      **C.**  $m = 10$ .                      **D.**  $m = 11$ .
- Câu 26:** Số nghiệm nguyên của bất phương trình  $(x - x^2)\sqrt{x^2 - 5x + 6} \geq 0$ ?  
**A.**  $4$ .                      **B.**  $2$ .                      **C.**  $0$ .                      **D.** vô số.
- Câu 27:** Hình vẽ dưới đây là biểu diễn hình học tập nghiệm của hệ bất phương trình nào? (với miền nghiệm là miền **không** gạch sọc và chứa bờ)
- A.**  $\begin{cases} 3x + 4y - 8 \geq 0 \\ 5x - 12y - 3 \leq 0 \end{cases}$       **B.**  $\begin{cases} 3x + 4y - 8 \leq 0 \\ 5x - 12y - 3 \leq 0 \end{cases}$

**C.**  $\begin{cases} 3x + 4y - 8 \geq 0 \\ 5x - 12y - 3 \geq 0 \end{cases}$       **D.**  $\begin{cases} 3x + 4y - 3 \geq 0 \\ 5x - 12y - 8 \leq 0 \end{cases}$


- Câu 28:** Với giá trị nào của  $m$  thì phương trình  $x^2 - 2x + 3m - 1 = 0$  có nghiệm  $x_1, x_2$  thoả mãn  $x_1^2 + x_2^2 = 12$ ?  
**A.**  $m = -\frac{4}{3}$                       **B.**  $m = \frac{4}{3}$                       **C.**  $m = -\frac{2}{3}$                       **D.**  $m = -1$
- Câu 29:** Tìm giá trị của tham số  $m$  để bất phương trình:  $(m + 1)x^2 - 2mx + m - 2 < 0$  có nghiệm với mọi  $x \in \mathbb{R}$ .  
**A.**  $m < -2$ .                      **B.**  $m > -2$ .                      **C.**  $m > -1$ .                      **D.**  $m < -1$ .
- Câu 30:** Cho hình vuông  $ABCD$  cạnh  $a$ . Tính độ dài của véctơ sau  $\overline{AB} + \overline{AD} + 2\overline{AC}$ .  
**A.**  $4a\sqrt{2}$ .                      **B.**  $3a\sqrt{2}$ .                      **C.**  $a\sqrt{2}$ .                      **D.**  $2a\sqrt{2}$ .
- Câu 31:** Trong mặt phẳng tọa độ  $Oxy$ , cho điểm  $A(-1;2)$  và điểm  $B(2;-2)$ . Tính độ dài đoạn thẳng  $AB$ .  
**A.**  $AB = \sqrt{5}$ .                      **B.**  $AB = 2\sqrt{2}$ .                      **C.**  $AB = 5$ .                      **D.**  $AB = 25$ .
- Câu 32:** Cho hai điểm  $A(-3,2)$ ,  $B(4,3)$ . Tìm điểm  $M$  thuộc trục  $Ox$  và có hoành độ âm để tam giác  $MAB$  vuông tại  $M$ .  
**A.**  $M(-2;0)$ .                      **B.**  $M(-3;0)$ .                      **C.**  $M(0;-2)$ .                      **D.**  $M(0;-3)$ .
- Câu 33:** Trong mp  $Oxy$  cho  $A(4;6)$ ,  $B(1;4)$ ,  $C\left(7;\frac{3}{2}\right)$ . Khẳng định nào sau đây **sai**?  
**A.**  $\overline{AB} = (-3; -2)$ ,  $\overline{AC} = \left(3; -\frac{9}{2}\right)$ .                      **B.**  $\overline{AB} \cdot \overline{AC} = 0$ .  
**C.**  $|\overline{AB}| = \sqrt{13}$ .                      **D.**  $|\overline{BC}| = \frac{\sqrt{13}}{2}$ .

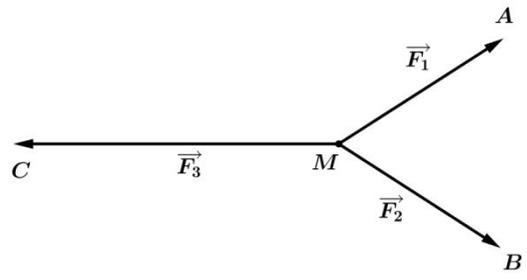
**Câu 34:** Trong mặt phẳng tọa độ  $Oxy$ , cho 4 điểm  $M(1; -2)$ ,  $N(0; 3)$ ,  $P(-3; 4)$ ,  $Q(-1; 8)$ . Ba điểm nào trong 4 điểm đã cho là thẳng hàng?  
**A.**  $M, P, Q$ .                      **B.**  $M, N, P$ .                      **C.**  $N, P, Q$ .                      **D.**  $M, N, Q$ .

**Câu 35:** Trong mặt phẳng tọa độ  $Oxy$ , cho các vectơ  $\vec{a} = (3; 5)$ ,  $\vec{b} = (0; 2)$ ,  $\vec{c} = (-3; 5)$ . Giả sử tồn tại cặp số  $(h; k)$  để  $\vec{c} = h\vec{a} + k\vec{b}$ . Tính  $h^2 + k^2$ .  
**A.** 4.                                      **B.** 26.                                      **C.** 11.                                      **D.** 1.

**II. PHẦN TỰ LUẬN (4 Câu – 3,0 điểm)**

**Câu 36:** Khi một quả bóng được ném lên, nó sẽ đạt đến độ cao nào đó rồi rơi xuống. Biết quỹ đạo của quả bóng là một cung Parabol trong mặt phẳng với hệ tọa độ  $Oth$ , trong đó  $t$  là thời gian (tính bằng giây), kể từ khi quả bóng được đá lên,  $h$  là độ cao (tính bằng mét) của quả bóng. Giả thiết rằng quả bóng được đá lên từ độ cao 1,2 (m). Sau đó 1 giây, nó đạt độ cao 8,5 (m) và 2 giây sau khi đá nó lên, nó ở độ cao 6 (m). Tính khoảng thời gian quả bóng sẽ chạm đất kể từ khi đá lên (tính chính xác đến hàng phần trăm)?

**Câu 37:** Cho ba lực  $\vec{F}_1 = \vec{MA}$ ,  $\vec{F}_2 = \vec{MB}$ ,  $\vec{F}_3 = \vec{MC}$  cùng tác động vào một vật tại điểm  $M$  và vật đứng yên. Cho biết cường độ của  $\vec{F}_1, \vec{F}_2$  đều bằng 50N và  $\angle AMB = 60^\circ$ . Tính cường độ lực của  $\vec{F}_3$ .



**Câu 38:** Hàm số bậc hai  $y = f(x)$  có bảng biến thiên như hình vẽ bên dưới  
 Tìm  $m$  để phương trình  $f^2(x) - 2mx = mf(x) - 2xf(x)$  có đúng 2 nghiệm phân biệt.

$x$	$-\infty$	0	1	3	$+\infty$
$f(x)$	$+\infty$	5	0		$+\infty$

**Câu 39:** Cho tam giác  $ABC$  cân tại  $A$  và  $\angle BAC = 135^\circ$ . Trên cạnh  $AC$  lấy điểm  $M$  sao cho  $AM = 2MC$ . Đường thẳng qua  $A$  và vuông góc với  $BM$  cắt cạnh  $BC$  tại  $N$ . Tính tỉ số  $\frac{NB}{NC}$ .

----- **HẾT** -----

## HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

### I. PHẦN TRẮC NGHIỆM

**Câu 1:** Cho hàm số  $y = f(x)$  xác định trên tập hợp  $D$ . Khẳng định nào sau đây là **sai**?

- A. Nếu  $y = f(x)$  là hàm số chẵn thì đồ thị của nó đối xứng qua trục tung.
- B. Nếu  $y = f(x)$  là hàm số lẻ thì đồ thị của nó đối xứng qua gốc tọa độ  $O$ .
- C.** Nếu hàm số  $y = f(x)$  xác định tại  $x_0 \in D$  thì  $-x_0 \in D$ .
- D. Nếu hàm số  $y = f(x)$  là hàm số chẵn trên  $D$  thì  $f(-x_0) = f(x_0)$  với  $x_0 \in D$ .

**Lời giải**

**Chọn C**

**Câu 2:** Cho hàm số  $y = f(x)$  có bảng biến thiên như hình vẽ. Kết luận nào sau đây là đúng?

$x$	$-\infty$	$4$	$+\infty$
$f(x)$	$-\infty$	$-2$	$-\infty$

- A. Hàm số  $y = f(x)$  nghịch biến trên khoảng  $(-\infty; -2)$ .
- B.** Hàm số  $y = f(x)$  đồng biến trên khoảng  $(-\infty; 4)$ .
- C. Hàm số  $y = f(x)$  đồng biến trên khoảng  $(4; +\infty)$ .
- D. Hàm số  $y = f(x)$  nghịch biến trên khoảng  $(-2; +\infty)$ .

**Lời giải**

**Chọn B**

**Câu 3:** Cho hàm số  $f(x) = \frac{2x^2 + 2x - 1}{x + 1}$ . Khi đó  $f(0)$  bằng

- A.**  $-1$
- B.  $1$
- C.  $3$
- D.**  $\frac{3}{2}$

**Lời giải**

**Chọn A**

Ta có:  $f(0) = \frac{2 \cdot 0^2 + 2 \cdot 0 - 1}{0 + 1} = -1$ .

**Câu 4:** Hàm số  $y = \frac{2x+1}{x-1}$  có tập xác định là

- A.  $x \neq 1$
- B.  $x \neq -1$
- C.  $\mathbb{R}$
- D.**  $\mathbb{R} \setminus \{1\}$

**Lời giải**

**Chọn D**

Điều kiện xác định:  $x - 1 \neq 0 \Leftrightarrow x \neq 1$ .

Vậy tập xác định của hàm số đã cho là:  $D = \mathbb{R} \setminus \{1\}$ .

**Câu 5:** Cho hàm số  $y = f(x) = \sqrt{x^2 + 1}$  có đồ thị  $(C)$ . Tìm điểm thuộc đồ thị hàm số  $(C)$  có tung độ bằng 1.

- A.**  $N(\sqrt{2};1)$ .      **B.**  $M(1;0)$ .      **C.**  $E(1;\sqrt{2})$ .      **D.**  $G(0;1)$ .

**Lời giải**

Xét  $y=1 \Rightarrow \sqrt{x^2+1}=1 \Rightarrow x=0$ . Vậy điểm  $G(0;1) \in (C)$ .

**Câu 6:** Hàm số bậc hai  $y = ax^2 + bx + c (a < 0)$ , đồng biến trên khoảng nào sau đây

- A.**  $\left(-\infty; \frac{-b}{2a}\right)$ .      **B.**  $\left(-\infty; \frac{-\Delta}{4a}\right)$ .      **C.**  $\left(\frac{-\Delta}{4a}; +\infty\right)$ .      **D.**  $\left(\frac{-b}{2a}; +\infty\right)$ .

**Lời giải**

**Câu 7:** Cho hàm số  $y = ax^2 + bx + 2$  có bảng biến thiên như hình vẽ sau đây.

$x$	$-\infty$	$\frac{3}{2}$	$+\infty$
$y$	$+\infty$	$-\frac{1}{4}$	$+\infty$

Hãy xác định công thức hàm bậc hai?

- A.**  $y = x^2 + 3x + 2$       **B.**  $y = x^2 - 4x$ .      **C.**  $y = -x^2 + 3x + 2$ .      **D.**  $y = x^2 - 3x + 2$ .

**Lời giải**

Từ bảng biến thiên ta có:  $a > 0$ . Loại **C**;

Ta lại có:

$$\begin{cases} \frac{-b}{2a} = \frac{3}{2} \\ a \cdot \left(\frac{3}{2}\right)^2 + b \cdot \frac{3}{2} + 2 = \frac{-1}{4} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3a + b = 0 \\ 9a + 6b = -9 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = -3 \end{cases}$$

Ta có hàm số:  $y = x^2 - 3x + 2$ .

**Câu 8:** Cho hàm số bậc 2:  $y = f(x) = -2x^2 + 6x - 3$ . Tìm mệnh đề sai trong các mệnh đề sau

- A.** Đồ thị hàm số có trục đối xứng  $x = \frac{3}{2}$ .      **B.** Hoành độ điểm đỉnh của đồ thị là  $x_T = \frac{3}{2}$ .  
**C.** Đồ thị hàm số đi qua điểm  $A(0; -3)$ .      **D.** Tọa độ đỉnh của đồ thị hàm số  $I\left(\frac{3}{2}; 0\right)$ .

**Lời giải**

**Câu 9:** Cho  $(P): y = x^2 - 2x - 2$ . Tìm mệnh đề đúng:

- A.** Hàm số đồng biến trên  $(-\infty; 1)$ .      **B.** Hàm số nghịch biến trên  $(-\infty; 1)$ .  
**C.** Hàm số đồng biến trên  $(-\infty; 2)$ .      **D.** Hàm số nghịch biến trên  $(-\infty; 2)$ .

**Lời giải**

$$a = 1 > 0; -\frac{b}{2a} = 1$$

Suy ra hàm số nghịch biến trên  $(-\infty; 1)$ .

**Câu 10:** Cho tam thức bậc hai  $f(x) = ax^2 + bx + c$  ( $a \neq 0$ ). Điều kiện cần và đủ để  $f(x) \leq 0, \forall x \in \mathbb{R}$  là

- A.  $\begin{cases} a < 0 \\ \Delta > 0 \end{cases}$       B.  $\begin{cases} a < 0 \\ \Delta = 0 \end{cases}$       C.  $\begin{cases} a > 0 \\ \Delta \geq 0 \end{cases}$       **D.**  $\begin{cases} a < 0 \\ \Delta \leq 0 \end{cases}$

**Lời giải**

**Chọn D**

**Câu 11:** Bảng xét dấu nào sau đây là của tam thức  $f(x) = x^2 + 6x + 9$ ?

**A.**

$x$	$-\infty$	$-3$	$+\infty$	
$f(x)$		$-$	$0$	$+$

**B.**

$x$	$-\infty$	$-3$	$+\infty$	
$f(x)$		$+$	$0$	$-$

**C.**

$x$	$-\infty$	$-3$	$+\infty$	
$f(x)$		$+$	$0$	$+$

**D.**

$x$	$-\infty$	$-3$	$+\infty$	
$f(x)$		$-$	$0$	$-$

**Lời giải**

Tam thức bậc hai có nghiệm kép và hệ số  $a > 0$  nên chọn **C**;

**Câu 12:** Tập nghiệm của bất phương trình  $2x^2 + 3x - 5 \leq 0$  là

A.  $\left(-\frac{5}{2}; 1\right)$       B.  $\left(-\infty; -\frac{5}{2}\right] \cup [1; +\infty)$ .

**C.**  $\left[-\frac{5}{2}; 1\right]$       D.  $\left(-\infty; -\frac{5}{2}\right) \cup (1; +\infty)$ .

**Lời giải**

Ta có  $2x^2 + 3x - 5 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -\frac{5}{2} \end{cases}$

Bảng xét dấu:

$x$	$-\infty$	$-\frac{5}{2}$	$1$	$+\infty$		
$2x^2 + 3x - 5$		$+$	$0$	$-$	$0$	$+$

Dựa vào bảng xét dấu ta có  $2x^2 + 3x - 5 \leq 0 \Leftrightarrow x \in \left[-\frac{5}{2}; 1\right]$ .

Vậy tập nghiệm của bất phương trình đã cho là  $S = \left[ -\frac{5}{2}; 1 \right]$ .

**Câu 13:** Khẳng định nào sau đây **sai**?

**A.**  $1 \cdot \vec{a} = \vec{a}$ .

**B.**  $k\vec{a}$  và  $\vec{a}$  cùng hướng khi  $k > 0$ .

**C.** Hai vector  $\vec{a}$  và  $\vec{b} \neq \vec{0}$  cùng phương khi có một số  $k$  để  $\vec{a} = k\vec{b}$ .

**D.**  $k\vec{a}$  và  $\vec{a}$  cùng hướng khi  $k < 0$ .

**Lời giải**

Các khẳng định A,B,C đều đúng.

Khẳng định D sai.

**Câu 14:** Cho ba điểm phân biệt  $A, B, C$ . Nếu  $\vec{AB} = -3\vec{AC}$  thì đẳng thức nào sau đây đúng?

**A.**  $\vec{BC} = -4\vec{AC}$ .

**B.**  $\vec{BC} = -2\vec{AC}$ .

**C.**  $\vec{BC} = 2\vec{AC}$ .

**D.**  $\vec{BC} = 4\vec{AC}$ .

**Lời giải**



Ta có:  $\vec{AB} = -3\vec{AC} \Leftrightarrow \vec{AC} - \vec{AB} = \vec{AC} - (-3\vec{AC}) \Leftrightarrow \vec{BC} = 4\vec{AC}$

**Câu 15:** Cho  $\Delta ABC$  có  $AB = a, BC = 2a, \hat{A} = 60^\circ$ . Tính tích vô hướng  $\vec{BA} \cdot \vec{BC}$ .

**A.**  $\vec{BA} \cdot \vec{BC} = -a^2$ .

**B.**  $\vec{BA} \cdot \vec{BC} = \frac{\sqrt{3}}{2}a^2$ .

**C.**  $\vec{BA} \cdot \vec{BC} = \frac{1}{2}a^2$ .

**D.**  $\vec{BA} \cdot \vec{BC} = a^2$ .

**Lời giải**

Ta có:  $\vec{BA} \cdot \vec{BC} = BA \cdot BC \cdot \cos(\vec{BA}; \vec{BC}) = a \cdot 2a \cdot \frac{1}{2} = a^2$ .

**Câu 16:** Cho  $|\vec{a}| = 8; |\vec{b}| = 5; \vec{a} \cdot \vec{b} = 16$ . Tính  $\cos(\vec{a}, \vec{b})$ .

**A.**  $\cos(\vec{a}, \vec{b}) = \frac{1}{2}$ .

**B.**  $\cos(\vec{a}, \vec{b}) = \frac{\sqrt{3}}{2}$ .

**C.**  $\cos(\vec{a}, \vec{b}) = \frac{1}{5}$ .

**D.**  $\cos(\vec{a}, \vec{b}) = \frac{2}{5}$ .

**Lời giải**

Ta có:  $\cos(\vec{a}, \vec{b}) = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|} = \frac{16}{8 \cdot 5} = \frac{2}{5}$ .

**Câu 17:** Trong mặt phẳng tọa độ  $Oxy$ , cho vector  $\vec{u} = x\vec{i} + y\vec{j}$ . Vector  $\vec{u}$  có tọa độ là

**A.**  $(-y; -x)$ .

**B.**  $(-x; -y)$ .

**C.**  $(y; x)$ .

**D.**  $(x; y)$ .

**Lời giải**

Ta có  $\vec{u} = x\vec{i} + y\vec{j} \Leftrightarrow \vec{u} = (x; y)$ .

**Câu 18:** Trong mặt phẳng tọa độ  $Oxy$  cho  $\vec{a} = (1; 2)$  và  $\vec{b} = 2\vec{i} - \vec{j}$ . Tọa độ của vector  $\vec{a} + \vec{b}$  là

**A.**  $(3; -1)$ .

**B.**  $(-1; 3)$ .

**C.**  $(3; 3)$ .

**D.**  $(3; 1)$ .

**Lời giải**

Ta có  $\vec{a} = (1; 2) \Rightarrow \vec{a} = \vec{i} + 2\vec{j}$ ;  $\vec{b} = 2\vec{i} - \vec{j}$ .

Vậy  $\vec{a} + \vec{b} = \vec{i} + 2\vec{j} + (2\vec{i} - \vec{j}) = 3\vec{i} + \vec{j}$  suy ra  $\vec{a} + \vec{b}$  có tọa độ là  $(3; 1)$ .

**Câu 19:** Trong mặt phẳng tọa độ  $Oxy$  cho  $A(1; 2)$  và  $B(3; 6)$ . Tìm tọa độ trung điểm  $I$  của đoạn thẳng  $AB$ .

- A.**  $(4; 8)$ .                      **B.**  $\left(\frac{3}{2}; \frac{9}{2}\right)$ .                      **C.**  $(3; 9)$ .                      **D.**  $(2; 4)$ .

**Lời giải**

Gọi  $I(x_I; y_I)$  là trung điểm đoạn thẳng  $AB$ .

$$\text{Ta có } \begin{cases} x_I = \frac{1+3}{2} \\ y_I = \frac{2+6}{2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_I = 2 \\ y_I = 4 \end{cases}.$$

Vậy  $I(2; 4)$ .

**Câu 20:** Trong mặt phẳng tọa độ  $Oxy$  cho  $\Delta ABC$ , biết  $A(1; 2)$ ,  $B(3; 4)$  và  $C(-1; 3)$ . Tìm tọa độ trọng tâm  $G$  của tam giác  $\Delta ABC$ .

- A.**  $\left(\frac{5}{3}; 3\right)$ .                      **B.**  $(5; 9)$ .                      **C.**  $(3; 9)$ .                      **D.**  $(1; 3)$ .

**Lời giải**

Gọi  $G(x_G; y_G)$  là trọng tâm tam giác  $\Delta ABC$ .

$$\text{Ta có } \begin{cases} x_G = \frac{1+3+(-1)}{3} \\ y_G = \frac{2+4+3}{3} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_G = 1 \\ y_G = 3 \end{cases}.$$

Vậy  $G(1; 3)$ .

**Câu 21:** Tập xác định của hàm số  $y = \frac{x+1}{x^2-x}$  là

- A.**  $D = \mathbb{R}$ .                      **B.**  $D = \mathbb{R} \setminus 0$ .  
**C.**  $D = -\infty; 0 \cup 1; +\infty$ .                      **D.**  $D = \mathbb{R} \setminus 0; 1$ .

**Lời giải**

Hàm số  $y = \frac{x+1}{x^2-x}$  xác định khi  $x^2 - x \neq 0 \Leftrightarrow x(x-1) \neq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq 0 \\ x \neq 1 \end{cases}$

Vì vậy, tập xác định của hàm số đã cho là  $D = \mathbb{R} \setminus 0; 1$

**Câu 22:** Cho hàm số  $y = -3x^2 + 6x - 1$ . Chọn mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau:

- A.** Khoảng đồng biến và nghịch biến của hàm số  $y$  lần lượt là  $-\infty; -1$  ,  $-1; +\infty$  .
- B.** Khoảng đồng biến và nghịch biến của hàm số  $y$  lần lượt là  $-\infty; 1$  ,  $1; +\infty$  .
- C.** Khoảng đồng biến và nghịch biến của hàm số  $y$  lần lượt là  $1; +\infty$  ,  $-\infty; 1$  .
- D.** Khoảng đồng biến và nghịch biến của hàm số  $y$  lần lượt là  $-1; +\infty$  ,  $-\infty; -1$  .

**Lời giải**

$$y = ax^2 + bx + c$$

Ta có:  $a = -3 < 0$ ,  $b = 6$ ,  $-\frac{b}{2a} = -\frac{6}{2 \cdot -3} = 1$ .

Vậy hàm số đã cho đồng biến trên khoảng  $-\infty; 1$  , nghịch biến trên khoảng  $1; +\infty$  .

**Câu 23:** Trong các hàm số sau, hàm số bậc hai là

- A.**  $y = -x^2 + 2022$ .      **B.**  $y = 2022$ .      **C.**  $y = -x + 2022$       **D.**  $y = \frac{-x^2 + 2022}{x - 12}$ .

**Lời giải**

Hàm số bậc hai là  $y = -x^2 + 2022$  có hệ số của  $x^2$  bằng  $-1$ , hệ số của  $x$  bằng  $0$ , hệ số tự do bằng  $2022$ .

**Câu 24:** [Mức độ 2] Gọi  $A(a; b)$  và  $B(c; d)$  là giao điểm của  $(P): y = 2x - x^2$  và đường thẳng  $\Delta: y = 3x - 6$ . Giá trị của  $b + d$  bằng

- A.**  $-7$ .      **B.**  $15$ .      **C.**  $7$ .      **D.**  $-15$ .

**Lời giải**

Hoành độ giao điểm của parabol  $(P): y = 2x - x^2$  và đường thẳng  $\Delta: y = 3x - 6$  là nghiệm của phương trình  $2x - x^2 = 3x - 6 \Leftrightarrow x^2 + x - 6 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x = -3 \end{cases}$

Từ đây ta suy ra, Parabol  $(P): y = 2x - x^2$  cắt đường thẳng  $\Delta: y = 3x - 6$  tại 2 điểm  $A(2; 0)$  và  $B(-3; -15)$ .

Vậy  $b + d = 0 - 15 = -15$ .

**Câu 25:** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số  $m$  để hàm số  $y = x^2 - 4x + m + 5$  có giá trị nhỏ nhất trên đoạn  $[3; 8]$  bằng  $14$ .

- A.**  $m = 12$ .      **B.**  $m = 13$ .      **C.**  $m = 10$ .      **D.**  $m = 11$ .

**Lời giải**

Parabol  $y = x^2 - 4x + m + 5$  có hoành độ đỉnh là  $x = 2$  nên hàm số trên đồng biến trên  $[3; 8]$ .

Do đó  $\min_{[3; 8]} y = y(3) = 14 \Rightarrow 9 - 12 + m + 5 = 14 \Rightarrow m = 12$ .

**Câu 26:** Số nghiệm nguyên của bất phương trình  $(x - x^2)\sqrt{x^2 - 5x + 6} \geq 0$ ?

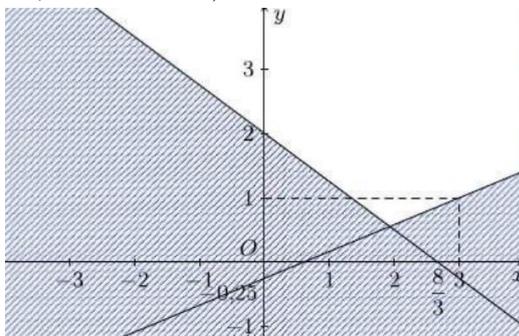
- A.**  $4$ .      **B.**  $2$ .      **C.**  $0$ .      **D.** vô số.

**Lời giải**

$$(x-x^2)\sqrt{x^2-5x+6} \geq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x^2-5x+6=0 \\ x^2-5x+6 > 0 \\ x-x^2 \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=2 \vee x=3 \\ x \in (-\infty; 2) \cup (3; +\infty) \\ x \in [0; 1] \end{cases} \Leftrightarrow x \in [0; 1] \cup \{2; 3\}$$

Vậy các nghiệm nguyên của bất phương trình cho là: 0; 1; 2; 3.

**Câu 27:** Hình vẽ dưới đây là biểu diễn hình học tập nghiệm của hệ bất phương trình nào? (với miền nghiệm là miền **không** gạch sọc và chứa bờ)



**A.**  $\begin{cases} 3x+4y-8 \geq 0 \\ 5x-12y-3 \leq 0 \end{cases}$       **B.**  $\begin{cases} 3x+4y-8 \leq 0 \\ 5x-12y-3 \leq 0 \end{cases}$       **C.**  $\begin{cases} 3x+4y-8 \geq 0 \\ 5x-12y-3 \geq 0 \end{cases}$       **D.**  $\begin{cases} 3x+4y-3 \geq 0 \\ 5x-12y-8 \leq 0 \end{cases}$

**Lời giải**

Xét 2 đường thẳng (bờ):

Đường thẳng thứ nhất ( $d_1$ ) qua hai điểm  $(0; 2)$  và  $(\frac{8}{3}; 0) \Rightarrow$  phương trình đường thẳng ( $d_1$ ) là  $3x+4y-8=0$ . Miền không gạch sọc ứng với bờ ( $d_1$ ) là miền không chứa điểm  $O(0;0)$  nên miền nghiệm này là của bất phương trình  $3x+4y-8 \geq 0$ .

Đường thẳng thứ hai ( $d_2$ ) qua hai điểm  $(0; -0,25)$  và  $(3; 1) \Rightarrow$  phương trình đường thẳng là  $5x-12y-3=0$ . Miền không gạch sọc ứng với bờ ( $d_2$ ) là miền chứa điểm  $O(0;0)$  nên miền nghiệm này là của bất phương trình  $5x-12y-3 \leq 0$

Vậy miền nghiệm đề cho là miền nghiệm của hệ  $\begin{cases} 3x+4y-8 \geq 0 \\ 5x-12y-3 \leq 0 \end{cases}$

**Câu 28:** Với giá trị nào của  $m$  thì phương trình  $x^2-2x+3m-1=0$  có nghiệm  $x_1, x_2$  thỏa mãn  $x_1^2+x_2^2=12$ ?

**A.**  $m = -\frac{4}{3}$       **B.**  $m = \frac{4}{3}$       **C.**  $m = -\frac{2}{3}$       **D.**  $m = -1$

**Lời giải**

Xét phương trình  $x^2-2x+3m-1=0$

Ta có:  $\Delta = 2^2 - 4.1.(3m-1) = 4 - 12m + 4 = 8 - 12m$

Phương trình có nghiệm  $\Leftrightarrow \Delta \geq 0 \Leftrightarrow 8 - 12m \geq 0 \Leftrightarrow m \leq \frac{2}{3}$ .

Khi đó, theo Vi-et, ta có  $\begin{cases} x_1 + x_2 = 2 \\ x_1 x_2 = 3m - 1 \end{cases}$ .

Theo bài ra ta có

$$\begin{aligned} x_1^2 + x_2^2 = 12 &\Leftrightarrow (x_1 + x_2)^2 - 2x_1 x_2 = 12 \\ &\Leftrightarrow 2^2 - 2(3m - 1) = 12 \Leftrightarrow 6 - 6m = 12 \Leftrightarrow m = -1 \end{aligned}$$

**Câu 29:** Tìm giá trị của tham số  $m$  để bất phương trình:  $(m+1)x^2 - 2mx + m - 2 < 0$  có nghiệm với mọi  $x \in \mathbb{R}$ .

- A.**  $m < -2$ .                      **B.**  $m > -2$ .                      **C.**  $m > -1$ .                      **D.**  $m < -1$ .

**Lời giải**

Với  $m = -1$  thì bất phương trình trở thành:  $2x - 3 < 0 \Leftrightarrow x < \frac{3}{2}$  (loại)

Với  $m \neq -1$ , để  $(m+1)x^2 - 2mx + m - 2 < 0$  có nghiệm với mọi  $x \in \mathbb{R}$  thì:

$$\begin{cases} a < 0 \\ \Delta' < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m+1 < 0 \\ \Delta' = m^2 - (m+1)(m-2) < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < -1 \\ m+2 < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < -1 \\ m < -2 \end{cases} \Leftrightarrow m < -2$$

Vậy bất phương trình có nghiệm với mọi  $x \in \mathbb{R}$  khi  $m < -2$ .

**Câu 30:** Cho hình vuông  $ABCD$  cạnh  $a$ . Tính độ dài của véctor sau  $\overline{AB} + \overline{AD} + 2\overline{AC}$ .

- A.**  $4a\sqrt{2}$ .                      **B.**  $3a\sqrt{2}$ .                      **C.**  $a\sqrt{2}$ .                      **D.**  $2a\sqrt{2}$ .

**Lời giải**

Vì  $ABCD$  là hình vuông cạnh  $a$  nên ta có  $AC = a\sqrt{2}$ .

Theo quy tắc hình bình hành ta có  $\overline{AB} + \overline{AD} = \overline{AC}$

$$\Rightarrow \overline{AB} + \overline{AD} + 2\overline{AC} = \overline{AC} + 2\overline{AC} = 3\overline{AC}.$$

$$|\overline{AB} + \overline{AD} + 2\overline{AC}| = |3\overline{AC}| = 3AC = 3a\sqrt{2}.$$

**Câu 31:** Trong mặt phẳng tọa độ  $Oxy$ , cho điểm  $A(-1;2)$  và điểm  $B(2;-2)$ . Tính độ dài đoạn thẳng  $AB$ .

- A.**  $AB = \sqrt{5}$ .                      **B.**  $AB = 2\sqrt{2}$ .                      **C.**  $AB = 5$ .                      **D.**  $AB = 25$ .

**Lời giải**

Ta có  $\overline{AB} = (3; -4)$ .

$$\text{Độ dài đoạn thẳng } AB \text{ là } AB = |\overline{AB}| = \sqrt{(3)^2 + (-4)^2} = 5.$$

**Câu 32:** Cho hai điểm  $A(-3,2)$ ,  $B(4,3)$ . Tìm điểm  $M$  thuộc trục  $Ox$  và có hoành độ âm để tam giác  $MAB$  vuông tại  $M$ .

- A.**  $M(-2;0)$ .                      **B.**  $M(-3;0)$ .                      **C.**  $M(0;-2)$ .                      **D.**  $M(0;-3)$ .

**Lời giải**

Ta có  $A(-3,2)$ ,  $B(4,3)$ , gọi  $M(x;0)$ ,  $x < 0$ .

Khi đó  $\overline{AM} = (x+3; -2)$ ,  $\overline{BM} = (x-4; -3)$ .

Theo YCBT  $\overline{AM} \cdot \overline{BM} = 0 \Leftrightarrow x^2 - x - 6 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = -2 \\ x = 3(l) \end{cases} \Rightarrow M(-2;0)$ .

**Câu 33:** Trong mp  $Oxy$  cho  $A(4;6)$ ,  $B(1;4)$ ,  $C\left(7; \frac{3}{2}\right)$ . Khẳng định nào sau đây **sai**?

**A.**  $\overline{AB} = (-3; -2)$ ,  $\overline{AC} = \left(3; -\frac{9}{2}\right)$ .      **B.**  $\overline{AB} \cdot \overline{AC} = 0$ .

**C.**  $|\overline{AB}| = \sqrt{13}$ .      **D.**  $|\overline{BC}| = \frac{\sqrt{13}}{2}$ .

**Lời giải**

Ta có  $\overline{BC} = \left(6; -\frac{5}{2}\right)$  suy ra  $BC = \sqrt{6^2 + \left(\frac{5}{2}\right)^2} = \frac{13}{2}$  nên chọn **D**;

**Câu 34:** Trong mặt phẳng tọa độ  $Oxy$ , cho 4 điểm  $M(1; -2)$ ,  $N(0; 3)$ ,  $P(-3; 4)$ ,  $Q(-1; 8)$ . Ba điểm nào trong 4 điểm đã cho là thẳng hàng?

**A.**  $M, P, Q$ .      **B.**  $M, N, P$ .      **C.**  $N, P, Q$ .      **D.**  $M, N, Q$ .

**Lời giải**

Ta có  $\overline{MN} = (-1; 5)$ ,  $\overline{MQ} = (-2; 10) \Rightarrow \overline{MQ} = 2\overline{MN}$  suy ra 3 điểm  $M, N, Q$  thẳng hàng.

**Câu 35:** Trong mặt phẳng tọa độ  $Oxy$ , cho các vectơ  $\vec{a} = (3; 5)$ ,  $\vec{b} = (0; 2)$ ,  $\vec{c} = (-3; 5)$ . Giả sử tồn tại cặp số  $(h; k)$  để  $\vec{c} = h\vec{a} + k\vec{b}$ . Tính  $h^2 + k^2$ .

**A.** 4.      **B.** 26.      **C.** 11.      **D.** 1.

**Lời giải**

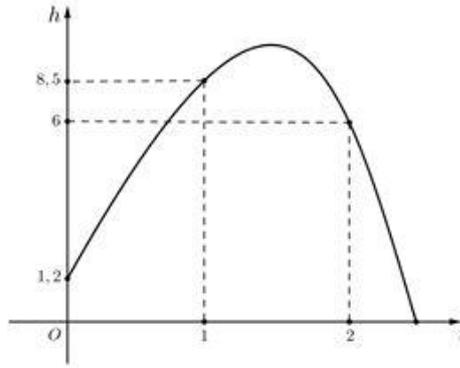
Ta có  $\vec{c} = h\vec{a} + k\vec{b} \Leftrightarrow \begin{cases} -3 = 3h \\ 5h + 2k = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} h = -1 \\ k = 5 \end{cases}$ .

Vậy  $h^2 + k^2 = (-1)^2 + 5^2 = 26$ .

## II. PHÂN TỰ LUẬN

**Câu 36:** Khi một quả bóng được ném lên, nó sẽ đạt đến độ cao nào đó rồi rơi xuống. Biết quỹ đạo của quả bóng là một cung Parabol trong mặt phẳng với hệ tọa độ  $Oth$ , trong đó  $t$  là thời gian (tính bằng giây), kể từ khi quả bóng được đá lên,  $h$  là độ cao (tính bằng mét) của quả bóng. Giả thiết rằng quả bóng được đá lên từ độ cao 1,2 (m). Sau đó 1 giây, nó đạt độ cao 8,5 (m) và 2 giây sau khi đá nó lên, nó ở độ cao 6 (m). Tính khoảng thời gian quả bóng sẽ chạm đất kể từ khi đá lên (tính chính xác đến hàng phần trăm)?

**Lời giải**



Do bóng được đá từ độ cao 1,2 (m) nên trong hệ trục tọa độ  $Oth$ , ta có Parabol cắt trục  $Oh$  tại điểm có tung độ  $h_0 = 1,2$  (m).

Khi đó phương trình Parabol có dạng:  $h(t) = at^2 + bt + 1,2$  ( $t \geq 0$ ).

Theo giả thiết ta có hệ phương trình:

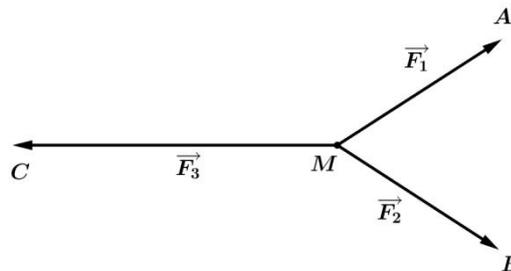
$$\begin{cases} h(1) = a + b + 1,2 = 8,5 \\ h(2) = 4a + 2b + 1,2 = 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a + b = 7,3 \\ 2a + b = 2,4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -4,9 \\ b = 12,2 \end{cases}$$

Ta có:  $h(t) = -4,9t^2 + 12,2t + 1,2$  ( $t \geq 0$ )

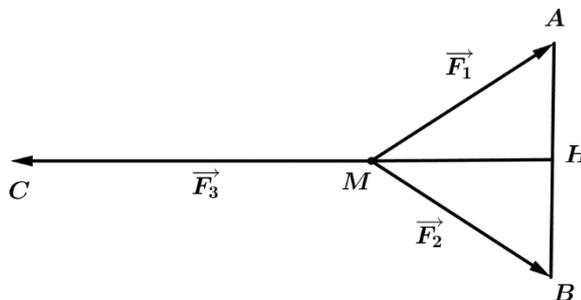
Do đó khi quả bóng chạm đất thì độ cao của quả bóng so với mặt đất bằng 0

$$\Rightarrow 0 = -4,9t^2 + 12,2t + 1,2; \text{ với } t \geq 0 \Rightarrow t \approx 2,58 \text{ (giây).}$$

**Câu 37:** Cho ba lực  $\vec{F}_1 = \vec{MA}$ ,  $\vec{F}_2 = \vec{MB}$ ,  $\vec{F}_3 = \vec{MC}$  cùng tác động vào một vật tại điểm  $M$  và vật đứng yên. Cho biết cường độ của  $\vec{F}_1, \vec{F}_2$  đều bằng  $50N$  và  $AMB = 60^\circ$ . Tính cường độ lực của  $\vec{F}_3$ .



**Lời giải**



Lấy  $H$  là trung điểm của  $AB$  ta có  $\vec{MA} + \vec{MB} = 2\vec{MH}$ .

Do vật đứng yên nên  $\vec{MA} + \vec{MB} + \vec{MC} = \vec{0} \Leftrightarrow 2\vec{MH} + \vec{MC} = \vec{0} \Leftrightarrow \vec{MC} = -2\vec{MH} \Rightarrow MC = 2MH$ .

Mặt khác tam giác  $ABM$  có  $MA=MB, \angle AMB=60^\circ$  suy ra tam giác  $ABM$  đều nên  $MH \perp AB, MH = MB \cdot \cos MBH = 50 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}$ .

Suy ra  $|\overline{MC}| = 2|\overline{MH}| = 2 \cdot MH = 50\sqrt{3}$ .

Vậy cường độ lực  $\overline{F}_3$  là  $50\sqrt{3} N$ .

**Câu 38:** Hàm số bậc hai  $y = f(x)$  có bảng biến thiên như hình vẽ bên dưới

$x$	$-\infty$	$0$	$1$	$3$	$+\infty$
$f(x)$	$+\infty$	$5$	$0$		$+\infty$

Tìm  $m$  để phương trình  $f^2(x) - 2mx = mf(x) - 2xf(x)$  có đúng 2 nghiệm phân biệt.

**Lời giải**

Gọi  $f(x) = ax^2 + bx + c, a > 0$ .

Hoành độ đỉnh bằng 3 nên  $\frac{-b}{2a} = 3 \Leftrightarrow b = -6a$  (1)

Đồ thị hàm số  $y = f(x)$  đi qua các điểm  $(0;5)$  và  $(1;0)$  nên  $\begin{cases} c = 5 \\ a + b + 5 = 0 \end{cases}$  (2)

Từ (1) và (2)  $\Rightarrow a = 1; b = -6; c = 5$ .

Khi đó  $f(x) = x^2 - 6x + 5$ .

Ta có  $f^2(x) - 2mx = mf(x) - 2xf(x) \Leftrightarrow f(x)[f(x) - m] + 2x[f(x) - m] = 0$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} f(x) = -2x \\ f(x) = m \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - 4x + 5 = 0 (vn) \\ x^2 - 6x + 5 - m = 0 \end{cases} \Leftrightarrow x^2 - 6x + 5 - m = 0 \quad (3)$$

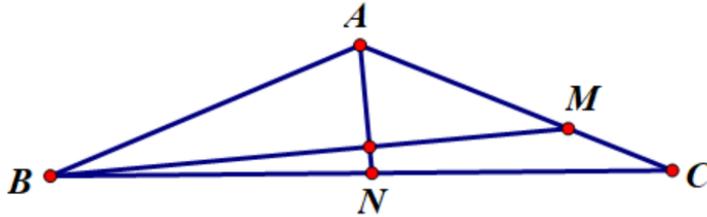
Phương trình đã cho có đúng 2 nghiệm phân biệt  $\Leftrightarrow (3)$  có 2 nghiệm phân biệt

$$\Leftrightarrow \Delta' > 0 \Leftrightarrow 9 - 5 - m > 0 \Leftrightarrow 4 + m > 0 \Leftrightarrow m > -4.$$

Vậy  $m > -4$ .

**Câu 39:** Cho tam giác  $ABC$  cân tại  $A$  và  $\angle BAC = 135^\circ$ . Trên cạnh  $AC$  lấy điểm  $M$  sao cho  $AM = 2MC$ . Đường thẳng qua  $A$  và vuông góc với  $BM$  cắt cạnh  $BC$  tại  $N$ . Tính tỉ số  $\frac{NB}{NC}$ .

**Lời giải**



Do  $M$  thuộc đoạn  $AC$  và  $AM = 2MC$  nên  $\overrightarrow{AM} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AC}$ . Suy ra  
 $\overrightarrow{BM} = \overrightarrow{AM} - \overrightarrow{AB} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AB}$ .

Do  $N$  thuộc cạnh  $BC$  nên đặt  $k = \frac{NB}{NC}$  ( $k > 0$ ) thì  $\overrightarrow{NB} = -k\overrightarrow{NC}$ . Ta có:

$$\overrightarrow{NB} = -k\overrightarrow{NC} \Leftrightarrow \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AN} = -k(\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AN}) \Leftrightarrow (k+1)\overrightarrow{AN} = \overrightarrow{AB} + k\overrightarrow{AC} \Leftrightarrow \overrightarrow{AN} = \frac{1}{k+1}\overrightarrow{AB} + \frac{k}{k+1}\overrightarrow{AC}$$

Ta có:

$$\begin{aligned} AN \perp BM &\Leftrightarrow \overrightarrow{AN} \cdot \overrightarrow{BM} = 0 \\ &\Leftrightarrow \left( \frac{1}{k+1}\overrightarrow{AB} + \frac{k}{k+1}\overrightarrow{AC} \right) \cdot \left( \frac{2}{3}\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AB} \right) = 0 \\ &\Leftrightarrow -\frac{1}{k+1}AB^2 + \frac{2k}{3(k+1)}AC^2 + \left( \frac{2-3k}{3(k+1)} \right) \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = 0 \quad (1) \end{aligned}$$

Chú ý là tam giác  $ABC$  cân tại  $A$ . Đặt  $a = AB = AC$  thì

$$\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = AB \cdot AC \cdot \cos BAC = a^2 \cos 135^\circ = -\frac{a^2\sqrt{2}}{2}.$$

Do đó:

$$\begin{aligned} (1) &\Leftrightarrow -\frac{1}{k+1}a^2 + \frac{2k}{3(k+1)}a^2 + \left( \frac{2-3k}{3(k+1)} \right) \cdot \left( -\frac{a^2\sqrt{2}}{2} \right) = 0 \\ &\Leftrightarrow -\frac{1}{k+1} + \frac{2k}{3(k+1)} - \left( \frac{2-3k}{3(k+1)} \right) \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = 0 \\ &\Leftrightarrow -6 + 4k - 2\sqrt{2} + 3\sqrt{2}k = 0 \\ &\Leftrightarrow (3\sqrt{2} + 4)k = 2\sqrt{2} + 6 \\ &\Leftrightarrow k = \frac{2\sqrt{2} + 6}{3\sqrt{2} + 4} = 5\sqrt{2} - 6 \end{aligned}$$

Vậy  $\frac{NB}{NC} = 5\sqrt{2} - 6$ .

----- HẾT -----



**ĐỀ ÔN TẬP KIỂM TRA CUỐI HỌC KỲ I NĂM HỌC 2022 – 2023**

**MÔN: TOÁN 10 – ĐỀ SỐ: 05**

**I. PHẦN TRẮC NGHIỆM (35 câu – 7,0 điểm)**

**Câu 1:** Trong các hàm số sau, hàm số nào có tập xác định là  $\mathbb{R}$  ?

- A.  $y = x^3 + 3x^2 - 1$ .      B.  $y = \frac{x^2 + 2}{x}$ .      C.  $y = \frac{2x + 3}{x^2}$ .      D.  $y = \frac{x + 2}{x - 1}$ .

**Câu 2:** Tập xác định của hàm số  $y = \sqrt{8 - 2x} - x$  là

- A.  $(-\infty; 4]$ .      B.  $[4; +\infty)$ .      C.  $[0; 4]$ .      D.  $[0; +\infty)$ .

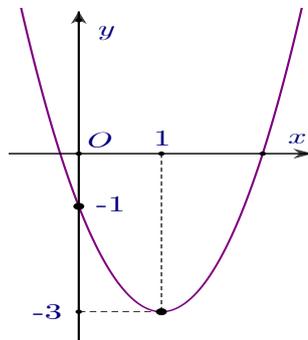
**Câu 3:** Điểm nào sau đây thuộc đồ thị hàm số  $y = \frac{1}{x - 1}$  ?

- A.  $M_1(2; 1)$ .      B.  $M_2(1; 1)$ .      C.  $M_3(2; 0)$ .      D.  $M_4(0; -2)$ .

**Câu 4:** Hàm số  $y = ax^2 + bx + c$ , ( $a > 0$ ) đồng biến trong khoảng nào sau đây?

- A.  $(-\infty; -\frac{b}{2a})$ .      B.  $(-\frac{b}{2a}; +\infty)$ .      C.  $(-\frac{\Delta}{4a}; +\infty)$ .      D.  $(-\infty; -\frac{\Delta}{4a})$ .

**Câu 5:** Cho parabol  $y = ax^2 + bx + c$  có đồ thị như hình sau:



Phương trình của parabol này là

- A.  $y = -x^2 + x - 1$ .      B.  $y = 2x^2 + 4x - 1$ .      C.  $y = x^2 - 2x - 1$ .      D.  $y = 2x^2 - 4x - 1$ .

**Câu 6:** Gọi  $A(a; b)$  và  $B(c; d)$  là tọa độ giao điểm của  $(P): y = 2x - x^2$  và  $\Delta: y = 3x - 6$ . Giá trị của  $b + d$  bằng.

- A. 7.      B. -7.      C. 15.      D. -15.

**Câu 7:** Tam thức nào dưới đây luôn dương với mọi giá trị của  $x$  ?

- A.  $x^2 - 10x + 2$ .      B.  $x^2 - 2x - 10$ .      C.  $x^2 - 2x + 10$ .      D.  $-x^2 + 2x + 10$ .

**Câu 8:** Biểu thức nào sau đây là tam thức bậc hai

- A.  $f(x) = 2x - 2$ .      B.  $f(x) = \frac{x}{2x - 1}$ .      C.  $f(x) = \frac{1}{x^2 - 3x - 4}$ .      D.  $f(x) = x^2 - 4x + 3$ .

**Câu 9:** Tam thức bậc hai  $f(x) = x^2 - 12x - 13$  nhận giá trị không âm khi và chỉ khi

- A.  $x \in (-1; 13)$ .      B.  $x \in \mathbb{R} \setminus [-1; 13]$ .      C.  $x \in [-1; 13]$ .      D.  $x \in (-\infty; -1] \cup [13; +\infty)$ .

**Câu 10:** Tổng tất cả các nghiệm của phương trình và  $\sqrt{x^2 - 3x + 2} = \sqrt{x + 2}$  là

- A. 3.      B. 4.      C. -1.      D. -3.

**Câu 11:** Phương trình  $\sqrt{-x^2 + 9x - 5} = x$  có bao nhiêu nghiệm?

- A. 3.      B. 0.      C. 1.      D. 2.

**Câu 12:** Cho mệnh đề chứa biến  $P(x): "5 \leq x^2 \leq 11"$  với  $x$  là số nguyên tố. Tìm mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau:

- A.  $P(3)$ .                      B.  $P(2)$ .                      C.  $P(7)$ .                      D.  $P(5)$ .

**Câu 13:** Trong các bất phương trình sau, bất phương trình nào là bất phương trình bậc nhất hai ẩn?

- A.  $3x - xy < 4$ .                      B.  $x^3 + xy \leq 3$ .                      C.  $x^2 + y > 4$ .                      D.  $15x - 2y \geq 3$ .

**Câu 14:** Miền nghiệm của hệ bất phương trình  $\begin{cases} x - 2y < 0 \\ x + 3y > -2 \end{cases}$  không chứa điểm nào sau đây?

- A.  $A(-1; 0)$ .                      B.  $B(1; 0)$ .                      C.  $C(-3; 4)$ .                      D.  $D(0; 3)$ .

**Câu 15:** Trên mặt phẳng tọa độ  $Oxy$ , lấy điểm  $M$  thuộc nửa đường tròn đơn vị sao cho  $xOM = 150^\circ$ . Tích hoành độ và tung độ điểm  $M$  bằng

- A.  $\frac{\sqrt{3}}{4}$ .                      B.  $V = -\frac{\sqrt{3}}{2}$ .                      C.  $-\frac{\sqrt{3}}{4}$ .                      D.  $\frac{1}{2}$ .

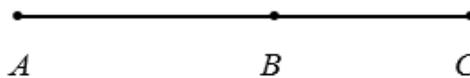
**Câu 16:** Cho tam giác  $ABC$  có các cạnh  $BC = a, AC = b, AB = c$ , diện tích  $S$ , bán kính đường tròn ngoại tiếp  $R$ , bán kính đường tròn nội tiếp  $r$ . Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A.  $R = \frac{abc}{4S}$ .                      B.  $\frac{a}{\sin A} = R$ .                      C.  $\frac{a}{\sin B} = 2R$ .                      D.  $\frac{c}{\sin C} = 2r$ .

**Câu 17:** Cho tam giác  $ABC$  có các cạnh  $BC = a, AC = b, AB = c$ . Khẳng định nào sau đây đúng?

- A.  $\cos C = \frac{a^2 + b^2 - c^2}{ab}$ .                      B.  $c^2 = a^2 + b^2 + 2ab \cos C$ .  
 C.  $\cos C = \frac{a^2 + b^2 + c^2}{ab}$ .                      D.  $c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos C$ .

**Câu 18:** Cho ba điểm  $A, B, C$  thẳng hàng và  $B$  ở giữa như hình vẽ sau.



Cặp véc tơ nào sau đây cùng hướng?

- A.  $\overrightarrow{BC}$  và  $\overrightarrow{BA}$ .                      B.  $\overrightarrow{CB}$  và  $\overrightarrow{AC}$ .                      C.  $\overrightarrow{CB}$  và  $\overrightarrow{AB}$ .                      D.  $\overrightarrow{BC}$  và  $\overrightarrow{AB}$ .

**Câu 19:** Tổng các véc-tơ  $\overrightarrow{MN} + \overrightarrow{PQ} + \overrightarrow{RN} + \overrightarrow{NP} + \overrightarrow{QR}$  bằng

- A.  $\overrightarrow{MR}$ .                      B.  $\overrightarrow{MN}$ .                      C.  $\overrightarrow{PR}$ .                      D.  $\overrightarrow{MP}$ .

**Câu 20:** Cho tam giác  $ABC$  với trung tuyến  $AM$  và có trọng tâm  $G$ . Khi đó  $\overrightarrow{GA}$  bằng vectơ nào sau đây?

- A.  $2\overrightarrow{GM}$ .                      B.  $-\frac{2}{3}\overrightarrow{AM}$ .                      C.  $\frac{2}{3}\overrightarrow{GM}$ .                      D.  $\frac{1}{2}\overrightarrow{AM}$ .

**Câu 21:** Cho 3 tập hợp:  $A = (-\infty; 1]$ ;  $B = [-2; 2]$  và  $C = (0; 5)$ . Tính  $(A \cap B) \cup (A \cap C) = ?$

- A.  $[-2; 1]$ .                      B.  $(-2; 5)$ .                      C.  $(0; 1]$ .                      D.  $[1; 2]$ .

**Câu 22:** Bạn Minh Diệp làm một bài kỳ thi giữa học kỳ 1 môn Toán. Đề thi gồm 35 câu hỏi trắc nghiệm và 3 bài tự luận. Khi làm đúng mỗi câu trắc nghiệm được 0,2 điểm, làm đúng mỗi câu tự luận được 1 điểm. Giả sử bạn Minh Diệp làm đúng  $x$  câu hỏi trắc nghiệm và  $y$  bài tự luận. Viết một bất phương trình bậc nhất 2 ẩn  $x, y$  để đảm bảo bạn Minh Diệp được ít nhất 8 điểm.

- A.  $0,2x + y < 8$ .                      B.  $0,2x + y \geq 8$ .                      C.  $35x + 3y \geq 8$ .                      D.  $x + 0,2y \geq 8$ .

**Câu 23:** Miền nghiệm của hệ bất phương trình 
$$\begin{cases} x \geq -2 \\ x + y \leq 1 \\ y \geq 0 \end{cases}$$
 là

- A. Miền ngũ giác.      B. Miền tam giác.      C. Miền tứ giác.      D. Một nửa mặt phẳng.

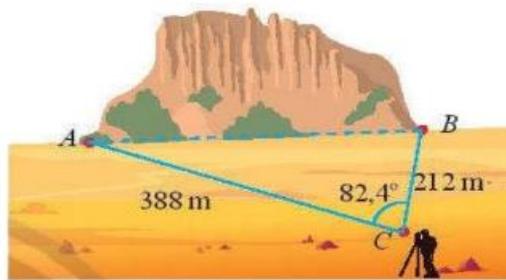
**Câu 24:** Cho tam giác  $ABC$  có  $AB = 8\text{ cm}$ ,  $AC = 18\text{ cm}$  và có diện tích bằng  $64\text{ cm}^2$ . Giá trị của  $\sin A$  là

- A.  $\frac{8}{9}$ .      B.  $\frac{3}{8}$ .      C.  $\frac{\sqrt{3}}{2}$ .      D.  $\frac{4}{5}$ .

**Câu 25:** Cho tam giác  $ABC$  có độ dài ba cạnh là  $AB = 2$ ,  $BC = 5$ ,  $CA = 6$ . Tính độ dài đường trung tuyến  $MA$ , với  $M$  là trung điểm của  $BC$ .

- A.  $\frac{\sqrt{110}}{2}$ .      B.  $\frac{\sqrt{15}}{2}$ .      C.  $\sqrt{55}$ .      D.  $\frac{\sqrt{55}}{2}$ .

**Câu 26:** Một đường hầm được dự kiến xây dựng xuyên qua một ngọn núi. Để ước tính chiều dài của đường hầm, một kĩ sư thực hiện các phép đo đạc và cho ra kết quả như hình vẽ bên dưới. Từ các số liệu đã khảo sát được, chiều dài đường hầm gần nhất với kết quả nào:



- A.  $600\text{ m}$ .      B.  $466\text{ m}$ .      C.  $442\text{ m}$ .      D.  $417\text{ m}$ .

**Câu 27:** Cho  $\Delta ABC$  gọi  $M, N, P$  lần lượt là trung điểm của các cạnh  $AB, AC, BC$ . Hỏi  $\overrightarrow{MP} + \overrightarrow{NP}$  bằng véc tơ nào?

- A.  $\overrightarrow{AM}$ .      B.  $\overrightarrow{MN}$ .      C.  $\overrightarrow{PB}$ .      D.  $\overrightarrow{AP}$ .

**Câu 28:** Cho tam giác  $ABC$  vuông tại  $A$  và  $AB = 2$ ,  $AC = 3$ . Độ dài của vectơ  $\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{AC}$  bằng

- A.  $5$ .      B.  $40$ .      C.  $\sqrt{13}$ .      D.  $2\sqrt{10}$ .

**Câu 29:** Cho hai vectơ  $\vec{a}$  và  $\vec{b}$  khác vectơ-không. Xác định  $\alpha$  là góc giữa hai vectơ  $\vec{a}$  và  $\vec{b}$  biết rằng  $2\vec{a} \cdot \vec{b} = -\sqrt{3}|\vec{a}||\vec{b}|$ .

- A.  $\alpha = 120^\circ$ .      B.  $\alpha = 30^\circ$ .      C.  $\alpha = 60^\circ$ .      D.  $\alpha = 150^\circ$ .

**Câu 30:** Cho tam giác đều  $ABC$  có trọng tâm  $G$  và độ dài cạnh bằng  $a$ . Tính tích vô hướng  $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AG}$

- A.  $\frac{a^2\sqrt{3}}{6}$ .      B.  $\frac{3a^2}{4}$ .      C.  $\frac{a^2\sqrt{3}}{4}$ .      D.  $\frac{a^2}{2}$ .

**Câu 31:** Tìm tập xác định  $D$  của hàm số  $y = \sqrt{6-3x} - \sqrt{x-1}$ .

- A.  $D = (1; 2)$ .      B.  $D = [1; 2]$ .      C.  $D = [1; 3]$ .      D.  $D = [-1; 2]$ .

**Câu 32:** Với giá trị nào của  $m$  thì hàm số  $y = \frac{2x+1}{x^2-2x-3-m}$  xác định trên  $\mathbb{R}$ .

- A.  $m \leq -4$ .      B.  $m < -4$ .      C.  $m > 0$ .      D.  $m < 4$ .

**Câu 33:** Hàm số  $y = -x^2 + 2(m-1)x + 3$  nghịch biến trên  $(1; +\infty)$  khi giá trị  $m$  thỏa mãn:

- A.  $m \leq 0$ .      B.  $m > 0$ .      C.  $m \leq 2$ .      D.  $0 < m \leq 2$

**Câu 34:** Tam thức  $f(x) = 2mx^2 - 2mx - 1$  nhận giá trị âm với mọi  $x$  khi và chỉ khi

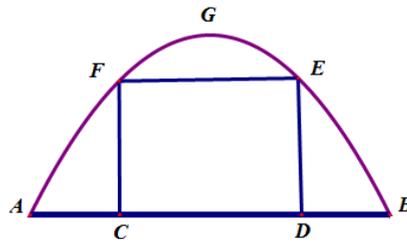
- A.  $-2 < m \leq 0$ .      B.  $-2 < m < 0$ .      C.  $\begin{cases} m \leq -2 \\ m \geq 0 \end{cases}$ .      D.  $\begin{cases} m < -2 \\ m \geq 0 \end{cases}$ .

**Câu 35:** Biết phương trình:  $\sqrt{x-1} = 5 - m$  có nghiệm. Khi đó số các giá trị nguyên dương của tham số  $m$  là

- A. 5.      B. 6.      C. 4.      D. 1.

## II. PHẦN TỰ LUẬN (3,0 điểm)

**Câu 36:** Một chiếc cổng hình parabol bao gồm một cửa chính hình chữ nhật ở giữa và hai cánh cửa phụ hai bên như hình vẽ. Biết chiều cao cổng parabol là 4m còn kích thước cửa ở giữa là 3m x 4m. Hãy tính khoảng cách giữa hai điểm  $A$  và  $B$ .



**Câu 37:** Cho hình vuông  $ABCD$  với  $M$  là trung điểm cạnh  $AD$ ,  $N$  là điểm thuộc cạnh  $CD$  sao cho  $NC = 2ND$ . Tính  $\angle BMN$ . (Kết quả lấy hai chữ số ở phần thập phân).

**Câu 38:** Hai cảm biến được đặt cách nhau 700 feet dọc theo đường dẫn tới một sân bay nhỏ. Khi một máy bay bay ở gần sân bay, góc nhìn từ cảm biến thứ nhất đến máy bay là  $20^\circ$ , và từ cảm biến thứ hai đến máy bay là  $15^\circ$ . Xác định độ cao của máy bay tại thời điểm này.

**Câu 39:** Trong mặt phẳng tọa độ  $Oxy$  cho điểm  $M(3;1)$ . Giả sử  $A(a;0)$  và  $B(0;b)$  là hai điểm sao cho tam giác  $MAB$  vuông tại  $M$  và có diện tích nhỏ nhất. Tính giá trị của biểu thức  $T = a^2 + b^2$ .

----- HẾT -----

## HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

### I. PHẦN TRẮC NGHIỆM (35 câu – 7,0 điểm)

**Câu 1:** Trong các hàm số sau, hàm số nào có tập xác định là  $\mathbb{R}$  ?

- A.**  $y = x^3 + 3x^2 - 1$ .      **B.**  $y = \frac{x^2 + 2}{x}$ .      **C.**  $y = \frac{2x + 3}{x^2}$ .      **D.**  $y = \frac{x + 2}{x - 1}$ .

**Lời giải**

**Chọn A**

Hàm số  $y = x^3 + 3x^2 - 1$  là hàm đa thức bậc ba nên tập xác định là  $\mathbb{R}$ .

**Câu 2:** Tập xác định của hàm số  $y = \sqrt{8 - 2x} - x$  là

- A.**  $(-\infty; 4]$ .      **B.**  $[4; +\infty)$ .      **C.**  $[0; 4]$ .      **D.**  $[0; +\infty)$ .

**Lời giải**

**Chọn A**

Điều kiện xác định của hàm số là  $8 - 2x \geq 0 \Leftrightarrow x \leq 4$ , nên tập xác định là  $(-\infty; 4]$ .

**Câu 3:** Điểm nào sau đây thuộc đồ thị hàm số  $y = \frac{1}{x - 1}$  ?

- A.**  $M_1(2; 1)$ .      **B.**  $M_2(1; 1)$ .      **C.**  $M_3(2; 0)$ .      **D.**  $M_4(0; -2)$ .

**Lời giải**

**Chọn A**

Đặt  $f(x) = \frac{1}{x - 1}$ , ta có  $f(2) = \frac{1}{2 - 1} = 1$ .

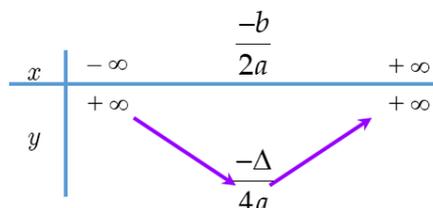
**Câu 4:** Hàm số  $y = ax^2 + bx + c$ , ( $a > 0$ ) đồng biến trong khoảng nào sau đây?

- A.**  $(-\infty; -\frac{b}{2a})$ .      **B.**  $(-\frac{b}{2a}; +\infty)$ .      **C.**  $(-\frac{\Delta}{4a}; +\infty)$ .      **D.**  $(-\infty; -\frac{\Delta}{4a})$ .

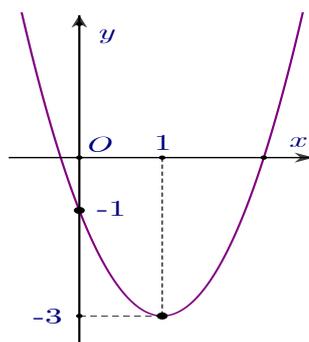
**Lời giải**

**Chọn B**

$a > 0$ . Bảng biến thiên



**Câu 5:** Cho parabol  $y = ax^2 + bx + c$  có đồ thị như hình sau:



Phương trình của parabol này là

- A.**  $y = -x^2 + x - 1$ .      **B.**  $y = 2x^2 + 4x - 1$ .      **C.**  $y = x^2 - 2x - 1$ .      **D.**  $y = 2x^2 - 4x - 1$ .

### Lời giải

#### Chọn D

Do đồ thị cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng  $-1$  nên suy ra  $c = -1$  (1)

Đồ thị có tọa độ đỉnh  $I\left(\frac{-b}{2a}; \frac{-\Delta}{4a}\right) \equiv I(1; -3)$  nên ta có:

$$\begin{cases} \frac{-b}{2a} = 1 \\ \frac{-\Delta}{4a} = -3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = -2a \\ \Delta = 12a \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = -2a \\ b^2 - 4ac - 12a = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = -2a \\ 4a^2 - 4ac - 12a = 0 \end{cases} \quad (2)$$

$$\text{Từ và ta có hệ phương trình } \begin{cases} c = -1 \\ b = -2a \\ 4a^2 - 8a = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 2 \\ b = -4 \\ c = -1 \end{cases}$$

Ta được parabol có phương trình là  $y = 2x^2 - 4x - 1$ .

**Câu 6:** Gọi  $A(a; b)$  và  $B(c; d)$  là tọa độ giao điểm của  $(P): y = 2x - x^2$  và  $\Delta: y = 3x - 6$ . Giá trị của  $b + d$  bằng.

A. 7.

B.  $-7$ .

C. 15.

**D.  $-15$ .**

### Lời giải

#### Chọn D

Phương trình hoành độ giao điểm:  $2x - x^2 = 3x - 6 \Leftrightarrow x^2 + x - 6 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \Rightarrow y = 0 \\ x = -3 \Rightarrow y = -15 \end{cases}$

$$b + d = -15$$

**Câu 7:** Tam thức nào dưới đây luôn dương với mọi giá trị của  $x$ ?

A.  $x^2 - 10x + 2$ .

B.  $x^2 - 2x - 10$ .

**C.  $x^2 - 2x + 10$ .**

D.  $-x^2 + 2x + 10$ .

### Lời giải

#### Chọn C

Tam thức luôn dương với mọi giá trị của  $x$  phải có  $\begin{cases} \Delta < 0 \\ a > 0 \end{cases}$  nên **Chọn C**

**Câu 8:** Biểu thức nào sau đây là tam thức bậc hai

A.  $f(x) = 2x - 2$ .      B.  $f(x) = \frac{x}{2x - 1}$ .

C.  $f(x) = \frac{1}{x^2 - 3x - 4}$ .      **D.  $f(x) = x^2 - 4x + 3$ .**

### Lời giải

#### Chọn D

Theo định nghĩa tam thức bậc hai.

**Câu 9:** Tam thức bậc hai  $f(x) = x^2 - 12x - 13$  nhận giá trị không âm khi và chỉ khi

A.  $x \in (-1; 13)$ .

B.  $x \in \mathbb{R} \setminus [-1; 13]$ .

C.  $x \in [-1; 13]$ .

**D.  $x \in (-\infty; -1] \cup [13; +\infty)$ .**

### Lời giải

#### Chọn D

$$f(x) \geq 0 \Leftrightarrow x^2 - 12x - 13 \geq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq -1 \\ x \geq 13 \end{cases}$$

- Câu 10:** Tổng tất cả các nghiệm của phương trình và  $\sqrt{x^2 - 3x + 2} = \sqrt{x + 2}$  là  
**A.** 3.                      **B.** 4.                      **C.** -1.                      **D.** -3.

**Lời giải**

$$\text{Ta có } \sqrt{x^2 - 3x + 2} = \sqrt{x + 2} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq -2 \\ x^2 - 3x + 2 = x + 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq -2 \\ x^2 - 4x = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq -2 \\ x = 0 \\ x = 4 \end{cases}$$

Vậy tập nghiệm của phương trình  $S = \{0; 4\}$  nên tổng các nghiệm là 4.

- Câu 11:** Phương trình  $\sqrt{-x^2 + 9x - 5} = x$  có bao nhiêu nghiệm?  
**A.** 3.                      **B.** 0.                      **C.** 1.                      **D.** 2.

**Lời giải**

**Chọn D**

$$\text{Ta có } \sqrt{-x^2 + 9x - 5} = x \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 0 \\ -x^2 + 9x - 5 = x^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 0 \\ 2x^2 - 9x + 5 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow x = \frac{9 \pm \sqrt{41}}{4}$$

Vậy phương trình trên có 2 nghiệm.

- Câu 12:** Cho mệnh đề chứa biến  $P(x): "5 \leq x^2 \leq 11"$  với  $x$  là số nguyên tố. Tìm mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau:  
**A.**  $P(3)$ .                      **B.**  $P(2)$ .                      **C.**  $P(7)$ .                      **D.**  $P(5)$ .

**Lời giải**

**Chọn A**

$P(3): "5 \leq 9 \leq 11"$  là mệnh đề đúng.

- Câu 13:** Trong các bất phương trình sau, bất phương trình nào là bất phương trình bậc nhất hai ẩn?  
**A.**  $3x - xy < 4$ .                      **B.**  $x^3 + xy \leq 3$ .                      **C.**  $x^2 + y > 4$ .                      **D.**  $15x - 2y \geq 3$ .

**Lời giải**

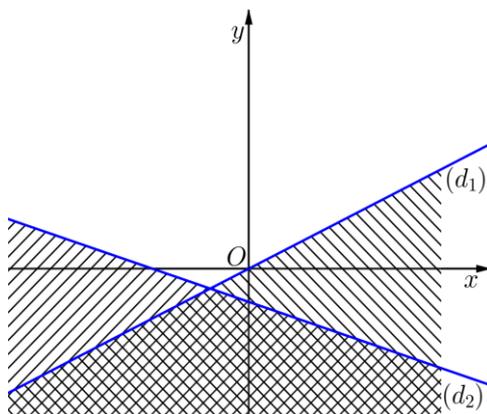
**Chọn D**

- Câu 14:** Miền nghiệm của hệ bất phương trình  $\begin{cases} x - 2y < 0 \\ x + 3y > -2 \end{cases}$  không chứa điểm nào sau đây?

- A.**  $A(-1; 0)$ .                      **B.**  $B(1; 0)$ .                      **C.**  $C(-3; 4)$ .                      **D.**  $D(0; 3)$ .

**Lời giải**

**Chọn B**



Trước hết, ta vẽ hai đường thẳng:

$$(d_1): x - 2y = 0$$

$$(d_2): x + 3y = -2$$

Ta thấy  $(0; 1)$  là nghiệm của hai bất phương trình. Điều đó có nghĩa điểm  $(0; 1)$  thuộc cả hai miền nghiệm của hai bất phương trình. Sau khi gạch bỏ phần không thích hợp, phần không bị gạch là miền nghiệm của hệ.

**Câu 15:** Trên mặt phẳng tọa độ  $Oxy$ , lấy điểm  $M$  thuộc nửa đường tròn đơn vị sao cho  $\angle xOM = 150^\circ$ . Tích hoành độ và tung độ điểm  $M$  bằng

**A.**  $\frac{\sqrt{3}}{4}$ .

**B.**  $V = -\frac{\sqrt{3}}{2}$ .

**C.**  $-\frac{\sqrt{3}}{4}$ .

**D.**  $\frac{1}{2}$ .

**Lời giải**

**Chọn C**

$$\begin{cases} x_M = \cos 150^\circ = -\frac{\sqrt{3}}{2} \\ y_M = \sin 150^\circ = \frac{1}{2} \end{cases}$$

Tích của tung độ và hoành độ điểm  $M$  bằng  $\frac{1}{2} \cdot \left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right) = -\frac{\sqrt{3}}{4}$ .

**Câu 16:** Cho tam giác  $ABC$  có các cạnh  $BC = a, AC = b, AB = c$ , diện tích  $S$ , bán kính đường tròn ngoại tiếp  $R$ , bán kính đường tròn nội tiếp  $r$ . Khẳng định nào sau đây là đúng?

**A.**  $R = \frac{abc}{4S}$ .

**B.**  $\frac{a}{\sin A} = R$ .

**C.**  $\frac{a}{\sin B} = 2R$ .

**D.**  $\frac{c}{\sin C} = 2r$ .

**Lời giải**

**Chọn A**

**Câu 17:** Cho tam giác  $ABC$  có các cạnh  $BC = a, AC = b, AB = c$ . Khẳng định nào sau đây đúng?

**A.**  $\cos C = \frac{a^2 + b^2 - c^2}{ab}$ . **B.**  $c^2 = a^2 + b^2 + 2ab \cos C$ .

**C.**  $\cos C = \frac{a^2 + b^2 + c^2}{ab}$ . **D.**  $c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos C$ .

**Lời giải**

**Chọn D**

**Câu 18:** Cho ba điểm  $A, B, C$  thẳng hàng và  $B$  ở giữa như hình vẽ sau.



Cặp véc tơ nào sau đây cùng hướng?

- A.  $\overrightarrow{BC}$  và  $\overrightarrow{BA}$ .      B.  $\overrightarrow{CB}$  và  $\overrightarrow{AC}$ .      C.  $\overrightarrow{CB}$  và  $\overrightarrow{AB}$ .      D.  $\overrightarrow{BC}$  và  $\overrightarrow{AB}$ .

Lời giải

**Chọn D**

Các đáp án A, B, C là sai và đáp án đúng là D

**Câu 19:** Tổng các véc-tơ  $\overrightarrow{MN} + \overrightarrow{PQ} + \overrightarrow{RN} + \overrightarrow{NP} + \overrightarrow{QR}$  bằng

- A.  $\overrightarrow{MR}$ .      B.  $\overrightarrow{MN}$ .      C.  $\overrightarrow{PR}$ .      D.  $\overrightarrow{MP}$ .

Lời giải

Ta có  $\overrightarrow{MN} + \overrightarrow{PQ} + \overrightarrow{RN} + \overrightarrow{NP} + \overrightarrow{QR} = \overrightarrow{MN} + \overrightarrow{NP} + \overrightarrow{PQ} + \overrightarrow{QR} + \overrightarrow{RN} = \overrightarrow{MN}$ .

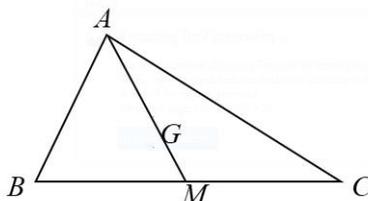
**Câu 20:** Cho tam giác  $ABC$  với trung tuyến  $AM$  và có trọng tâm  $G$ . Khi đó  $\overrightarrow{GA}$  bằng vectơ nào sau đây?

- A.  $2\overrightarrow{GM}$ .      B.  $-\frac{2}{3}\overrightarrow{AM}$ .      C.  $\frac{2}{3}\overrightarrow{GM}$ .      D.  $\frac{1}{2}\overrightarrow{AM}$ .

Lời giải

**Chọn B**

Ta có  $\overrightarrow{GA} = -\frac{2}{3}\overrightarrow{AM}$



**Câu 21:** Cho 3 tập hợp:  $A = (-\infty; 1]$ ;  $B = [-2; 2]$  và  $C = (0; 5)$ . Tính  $(A \cap B) \cup (A \cap C) = ?$

- A.  $[-2; 1]$ .      B.  $(-2; 5)$ .      C.  $(0; 1]$ .      D.  $[1; 2]$ .

Lời giải

**Chọn A**

$$A \cap B = [-2; 1].$$

$$A \cap C = (0; 1].$$

$$(A \cap B) \cup (A \cap C) = [-2; 1].$$

**Câu 22:** Bạn Minh Diệp làm một bài kỳ thi giữa học kỳ 1 môn Toán. Đề thi gồm 35 câu hỏi trắc nghiệm và 3 bài tự luận. Khi làm đúng mỗi câu trắc nghiệm được 0,2 điểm, làm đúng mỗi câu tự luận được 1 điểm. Giả sử bạn Minh Diệp làm đúng  $x$  câu hỏi trắc nghiệm và  $y$  bài tự luận. Viết một bất phương trình bậc nhất 2 ẩn  $x, y$  để đảm bảo bạn Minh Diệp được ít nhất 8 điểm.

- A.  $0,2x + y < 8$ .      B.  $0,2x + y \geq 8$ .      C.  $35x + 3y \geq 8$ .      D.  $x + 0,2y \geq 8$ .

Lời giải

**Chọn B**

Số điểm  $x$  câu trắc nghiệm là  $0,2x$  (điểm), số điểm  $y$  bài tự luận là  $y$  (điểm).  
Do đó tổng số điểm mà bạn Minh Diệp làm được là  $0,2x + y$  (điểm). Theo đề ta có bất phương trình  $0,2x + y \geq 8$ .

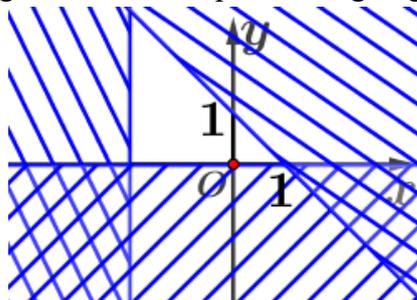
**Câu 23:** Miền nghiệm của hệ bất phương trình  $\begin{cases} x \geq -2 \\ x + y \leq 1 \\ y \geq 0 \end{cases}$  là

- A.** Miền ngũ giác.      **B.** Miền tam giác.      **C.** Miền tứ giác.      **D.** Một nửa mặt phẳng.

**Lời giải**

**Chọn B**

Miền nghiệm của hệ bất phương trình đã cho là phần không bị gạch như hình vẽ.



**Câu 24:** Cho tam giác  $ABC$  có  $AB = 8\text{ cm}$ ,  $AC = 18\text{ cm}$  và có diện tích bằng  $64\text{ cm}^2$ . Giá trị của  $\sin A$  là

- A.**  $\frac{8}{9}$ .      **B.**  $\frac{3}{8}$ .      **C.**  $\frac{\sqrt{3}}{2}$ .      **D.**  $\frac{4}{5}$ .

**Lời giải**

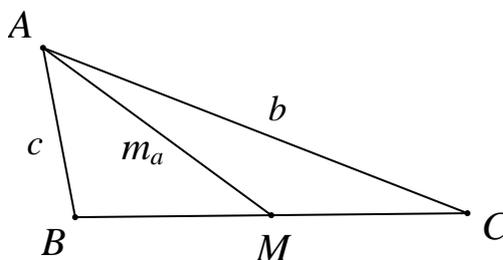
**Chọn A**

$$\text{Áp dụng công thức } S = \frac{1}{2} AB \cdot AC \sin A \Rightarrow \sin A = \frac{2S}{AB \cdot AC} = \frac{2 \cdot 64}{8 \cdot 18} = \frac{8}{9}$$

**Câu 25:** Cho tam giác  $ABC$  có độ dài ba cạnh là  $AB = 2$ ,  $BC = 5$ ,  $CA = 6$ . Tính độ dài đường trung tuyến  $MA$ , với  $M$  là trung điểm của  $BC$ .

- A.**  $\frac{\sqrt{110}}{2}$ .      **B.**  $\frac{\sqrt{15}}{2}$ .      **C.**  $\sqrt{55}$ .      **D.**  $\frac{\sqrt{55}}{2}$ .

**Lời giải**

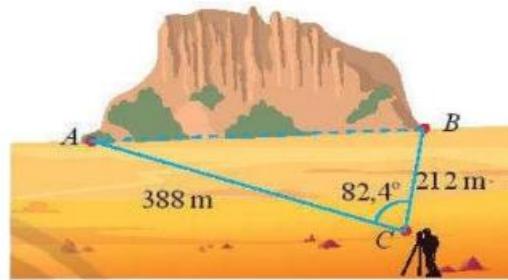


$$\text{Ta có } \cos C = \frac{a^2 + b^2 - c^2}{2ab} \Rightarrow \cos C = \frac{5^2 + 6^2 - 2^2}{2 \cdot 5 \cdot 6} = \frac{19}{20},$$

$$\text{Ta lại có: } MA^2 = AC^2 + MC^2 - 2AC \cdot MC \cdot \cos C = 6^2 + \left(\frac{5}{2}\right)^2 - 2 \cdot 6 \cdot \frac{5}{2} \cdot \frac{19}{20} = \frac{55}{4}$$

$$\Rightarrow m_a = \frac{\sqrt{55}}{2}.$$

**Câu 26:** Một đường hầm được dự kiến xây dựng xuyên qua một ngọn núi. Để ước tính chiều dài của đường hầm, một kĩ sư thực hiện các phép đo đạc và cho ra kết quả như hình vẽ bên dưới. Từ các số liệu đã khảo sát được, chiều dài đường hầm gần nhất với kết quả nào:



- A. 600 m.      B. 466 m.      C. 442 m.      **D. 417 m.**

**Lời giải**

**Chọn D**

Theo định lí côsin ta có:

$$AB^2 = CA^2 + CB^2 - 2.CA.CB.\cos C = 388^2 + 212^2 - 2.388.212.\cos(82,4^\circ) = 173730,24.$$

Suy ra  $AB = \sqrt{173730,24} \approx 417 m.$

**Câu 27:** Cho  $\Delta ABC$  gọi  $M, N, P$  lần lượt là trung điểm của các cạnh  $AB, AC, BC$ . Hỏi  $\overrightarrow{MP} + \overrightarrow{NP}$  bằng véc tơ nào?

- A.  $\overrightarrow{AM}$ .      B.  $\overrightarrow{MN}$ .      C.  $\overrightarrow{PB}$ .      **D.  $\overrightarrow{AP}$ .**

**Lời giải**

**Chọn D**

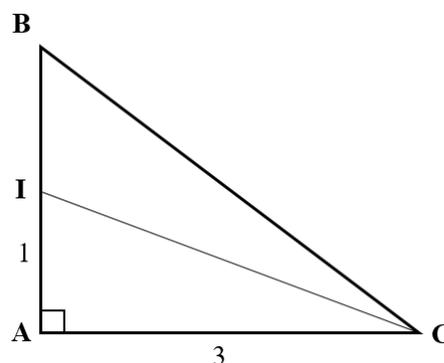
Ta có  $\overrightarrow{MP} + \overrightarrow{NP} = \overrightarrow{NP} + \overrightarrow{MP} = \overrightarrow{AM} + \overrightarrow{MP} = \overrightarrow{AP}$ .

**Câu 28:** Cho tam giác  $ABC$  vuông tại  $A$  và  $AB = 2, AC = 3$ . Độ dài của vectơ  $\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{AC}$  bằng

- A. 5.      B. 40.      C.  $\sqrt{13}$ .      **D.  $2\sqrt{10}$ .**

**Lời giải**

**Chọn D**



Ta có  $\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{AC} = -2\overrightarrow{CI}$  với  $I$  là trung điểm  $AB$ .

$$\text{Vậy } |\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{AC}| = 2|\overrightarrow{CI}| = 2.\sqrt{1^2 + 3^2} = 2\sqrt{10}.$$

**Câu 29:** Cho hai vectơ  $\vec{a}$  và  $\vec{b}$  khác vectơ-không. Xác định  $\alpha$  là góc giữa hai vectơ  $\vec{a}$  và  $\vec{b}$  biết rằng  $2\vec{a}.\vec{b} = -\sqrt{3}|\vec{a}|.\vec{b}|$ .

- A.  $\alpha = 120^\circ$ .                      B.  $\alpha = 30^\circ$ .  
 C.  $\alpha = 60^\circ$ .                      D.  $\alpha = 150^\circ$ .

Lời giải

Ta có:  $2\vec{a} \cdot \vec{b} = -\sqrt{3}|\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \Leftrightarrow 2|\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cdot \cos\alpha = -\sqrt{3}|\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \Leftrightarrow \cos\alpha = -\frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \alpha = 150^\circ$ .

**Câu 30:** Cho tam giác đều  $ABC$  có trọng tâm  $G$  và độ dài cạnh bằng  $a$ . Tính tích vô hướng  $\overline{AB} \cdot \overline{AG}$

- A.  $\frac{a^2\sqrt{3}}{6}$ .                      B.  $\frac{3a^2}{4}$ .                      C.  $\frac{a^2\sqrt{3}}{4}$ .                      D.  $\frac{a^2}{2}$ .

Lời giải

Ta có  $\overline{AB} \cdot \overline{AG} = |\overline{AB}| |\overline{AG}| \cdot \cos(\overline{AB}, \overline{AG})$ ; với  $|\overline{AB}| = AB = a$ ;  $|\overline{AG}| = AG = \frac{a\sqrt{3}}{3}$ ;  $(\overline{AB}, \overline{AG}) = 30^\circ$ .

Vậy  $\overline{AB} \cdot \overline{AG} = a \cdot \frac{a\sqrt{3}}{3} \cdot \cos 30^\circ = \frac{a^2}{2}$ .

**Câu 31:** Tìm tập xác định  $D$  của hàm số  $y = \sqrt{6-3x} - \sqrt{x-1}$ .

- A.  $D = (1; 2)$ .                      B.  $D = [1; 2]$ .                      C.  $D = [1; 3]$ .                      D.  $D = [-1; 2]$ .

Lời giải

**Chọn B**

Hàm số xác định khi và chỉ khi  $\begin{cases} 6-3x \geq 0 \\ x-1 \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq 2 \\ x \geq 1 \end{cases}$ .

Vậy  $D = [1; 2]$ .

**Câu 32:** Với giá trị nào của  $m$  thì hàm số  $y = \frac{2x+1}{x^2-2x-3-m}$  xác định trên  $\mathbb{R}$ .

- A.  $m \leq -4$ .                      B.  $m < -4$ .                      C.  $m > 0$ .                      D.  $m < 4$ .

Lời giải

**Chọn B**

Hàm số  $y = \frac{2x+1}{x^2-2x-3-m}$  xác định trên  $\mathbb{R}$  khi phương trình  $x^2-2x-3-m=0$  vô nghiệm

Hay  $\Delta' = m+4 < 0 \Leftrightarrow m < -4$ .

**Câu 33:** Hàm số  $y = -x^2 + 2(m-1)x + 3$  nghịch biến trên  $(1; +\infty)$  khi giá trị  $m$  thỏa mãn:

- A.  $m \leq 0$ .                      B.  $m > 0$ .                      C.  $m \leq 2$ .                      D.  $0 < m \leq 2$

Lời giải

**Chọn C**

Đồ thị hàm số có trục đối xứng là đường  $x = m-1$ . Đồ thị hàm số đã cho có hệ số  $x^2$  âm nên sẽ đồng biến trên  $(-\infty; m-1)$  và nghịch biến trên  $(m-1; +\infty)$ . Theo đề, cần:  $m-1 \leq 1 \Leftrightarrow m \leq 2$ .

**Câu 34:** Tam thức  $f(x) = 2mx^2 - 2mx - 1$  nhận giá trị âm với mọi  $x$  khi và chỉ khi

- A.  $-2 < m \leq 0$ .                      B.  $-2 < m < 0$ .                      C.  $\begin{cases} m \leq -2 \\ m \geq 0 \end{cases}$ .                      D.  $\begin{cases} m < -2 \\ m \geq 0 \end{cases}$ .

Lời giải

**Chọn A**

+)  $m=0$  thì  $f(x)=-1 < 0, \forall x \in \mathbb{R}$ .

+)  $m \neq 0$

$$f(x) = 2mx^2 - 2mx - 1 < 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 2m < 0 \\ \Delta' = m^2 - 2m(-1) < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < 0 \\ m^2 + 2m < 0 \end{cases} \Leftrightarrow -2 < m < 0.$$

Vậy  $-2 < m \leq 0$  thì tam thức đã cho luôn nhận giá trị âm.

**Câu 35:** Biết phương trình:  $\sqrt{x-1} = 5-m$  có nghiệm. Khi đó số các giá trị nguyên dương của tham số  $m$  là

**A.** 5.

**B.** 6.

**C.** 4.

**D.** 1.

**Lời giải**

**Chọn A**

Điều kiện  $x \geq 1$ .

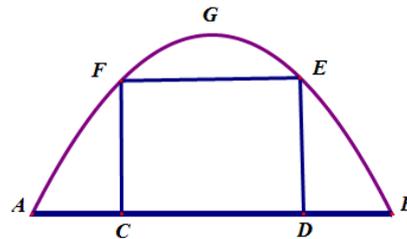
+ Nếu  $5-m < 0 \Leftrightarrow m > 5$  thì phương trình đã cho vô nghiệm.

+ Nếu  $5-m \geq 0 \Leftrightarrow m \leq 5$  khi đó  $\sqrt{x-1} = 5-m \Leftrightarrow x = (5-m)^2 + 1 \geq 1$  suy ra phương trình có nghiệm là  $x = (5-m)^2 + 1$ .

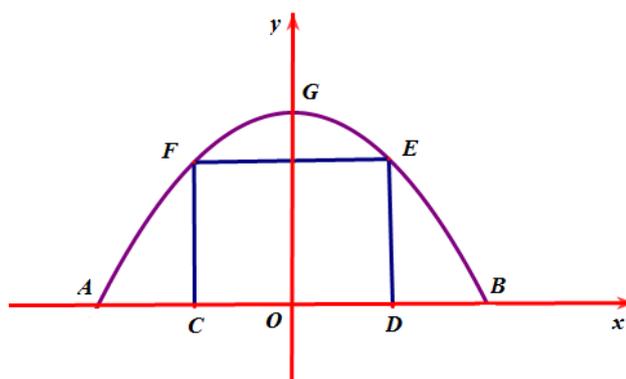
Vậy các giá trị nguyên dương của tham số  $m$  để phương trình có nghiệm là:  $m \in \{1; 2; 3; 4; 5\}$ .

## II. PHẦN TỰ LUẬN (3,0 điểm)

**Câu 36:** Một chiếc cổng hình parabol bao gồm một cửa chính hình chữ nhật ở giữa và hai cánh cửa phụ hai bên như hình vẽ. Biết chiều cao cổng parabol là 4m còn kích thước cửa ở giữa là 3m x 4m. Hãy tính khoảng cách giữa hai điểm  $A$  và  $B$ .



**Lời giải**



Gắn hệ trục tọa độ  $Oxy$  như hình vẽ, chiếc cổng là 1 phần của parabol  $(P)$ :  $y = ax^2 + bx + c$  với  $a < 0$ .

Do parabol  $(P)$  đối xứng qua trục tung nên có trục đối xứng  $x = 0 \Rightarrow -\frac{b}{2a} = 0 \Leftrightarrow b = 0$ .

Chiều cao của cổng parabol là 4m nên  $G(0; 4) \Rightarrow c = 4$ .

$\Rightarrow (P): y = ax^2 + 4$

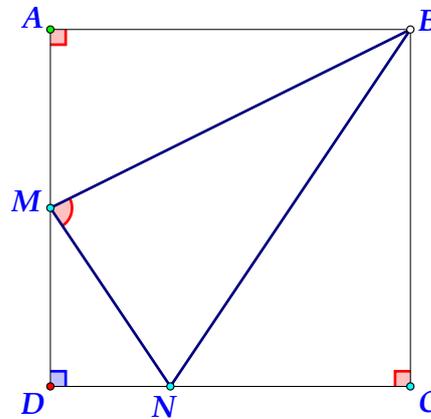
Lại có, kích thước cửa ở giữa là 3m x 4m nên  $E(2;3), F(-2;3) \Rightarrow 3 = 4a = 4 \Leftrightarrow a = -\frac{1}{4}$ .

Vậy (P):  $y = -\frac{1}{4}x^2 + 4$ .

Ta có  $-\frac{1}{4}x^2 + 4 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 4 \\ x = -4 \end{cases}$  nên  $A(-4;0), B(4;0)$  hay  $AB = 8$ .

**Câu 37:** Cho hình vuông  $ABCD$  với  $M$  là trung điểm cạnh  $AD$ ,  $N$  là điểm thuộc cạnh  $CD$  sao cho  $NC = 2ND$ . Tính  $\widehat{BMN}$ . (Kết quả lấy hai chữ số ở phần thập phân).

**Lời giải**



Đặt cạnh hình vuông là  $AB = 6a > 0$ .

Ta có:  $\triangle DMN$  vuông tại  $D \Rightarrow MN^2 = DM^2 + DN^2 = (3a)^2 + (2a)^2 = 13a^2$ .

Và  $\triangle MAB$  vuông tại  $A \Rightarrow MB^2 = AM^2 + AB^2 = (3a)^2 + (6a)^2 = 45a^2$ .

Và  $\triangle NBC$  vuông tại  $C \Rightarrow BN^2 = BC^2 + NC^2 = (6a)^2 + (4a)^2 = 52a^2$ .

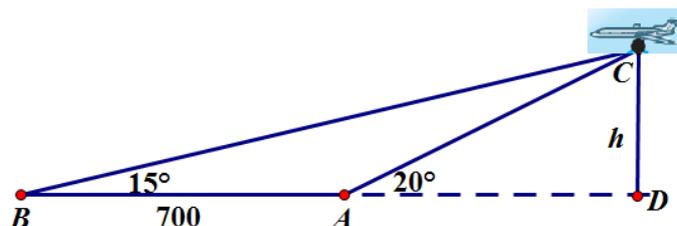
Xét  $\cos \widehat{BMN} = \frac{MB^2 + MN^2 - BN^2}{2 \cdot MB \cdot MN} = \frac{45a^2 + 13a^2 - 52a^2}{2 \cdot a\sqrt{13} \cdot 3a\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{65}}{65}$ .

Suy ra  $\widehat{MBN} \approx 82,87^\circ$ .

**Câu 38:** Hai cảm biến được đặt cách nhau 700 feet dọc theo đường dẫn tới một sân bay nhỏ. Khi một máy bay bay ở gần sân bay, góc nhìn từ cảm biến thứ nhất đến máy bay là  $20^\circ$ , và từ cảm biến thứ hai đến máy bay là  $15^\circ$ . Xác định độ cao của máy bay tại thời điểm này.

**Lời giải:**

Trong mặt phẳng tạo bởi hai cảm biến và máy bay, gọi vị trí của cảm biến thứ nhất, thứ hai và máy bay lần lượt là  $A, B, C$ ; gọi hình chiếu của máy bay tới mặt đất là  $D$ .



Suy ra  $AB = 700, \widehat{CAD} = 20^\circ, \widehat{CBD} = 15^\circ$ .

Trong các tam giác vuông  $\triangle CAD, \triangle CBD$  ta có

$$AD = h \cdot \cot \widehat{CAD} = h \cdot \cot 20^\circ$$

$$BD = h \cdot \cot \widehat{CBD} = h \cdot \cot 15^\circ$$

$$\Rightarrow BA = BD - AD = h(\cot 15^\circ - \cot 20^\circ) = h \cdot 0,9845.$$

$$\text{Vậy ta có } 700 = h \cdot 0,9846 \Leftrightarrow h = \frac{700}{0,9846} \approx 710,9486 \text{ feet.}$$

**Câu 39:** Trong mặt phẳng tọa độ  $Oxy$  cho điểm  $M(3;1)$ . Giả sử  $A(a;0)$  và  $B(0;b)$  là hai điểm sao cho tam giác  $MAB$  vuông tại  $M$  và có diện tích nhỏ nhất. Tính giá trị của biểu thức  $T = a^2 + b^2$ .

**Lời giải**

Ta có  $\overrightarrow{MA} = (a-3; -1)$ ,  $\overrightarrow{MB} = (-3; b-1)$ .  $MAB$  là tam giác vuông tại  $M$  khi và chỉ khi  $\overrightarrow{MA} \cdot \overrightarrow{MB} = 0 \Leftrightarrow -3(a-3) - (b-1) = 0 \Leftrightarrow b = 10 - 3a$  (\*)

Với  $a \geq 0, b \geq 0$  suy ra  $0 \leq a \leq \frac{10}{3}$  (\*\*)

$$S_{MAB} = \frac{1}{2} MA \cdot MB = \frac{1}{2} \sqrt{(a-3)^2 + 1} \cdot \sqrt{9 + (b-1)^2} = \frac{3}{2} (a^2 - 6a + 10) = \frac{3}{2} (a-3)^2 + \frac{3}{2} \geq \frac{3}{2}.$$

Do đó  $\min S_{MAB} = \frac{3}{2}$  đạt được khi  $a = 3$ , khi đó  $b = 1$ .

Vậy  $T = a^2 + b^2 = 10$ .

**I. PHẦN TRẮC NGHIỆM (35 câu – 7,0 điểm)**

**Câu 1:** Tập xác định của hàm số  $y = \frac{x+1}{x-1}$  là:

- A.  $\mathbb{R} \setminus \{\pm 1\}$ .      B.  $\mathbb{R} \setminus \{-1\}$ .      C.  $\mathbb{R} \setminus \{1\}$ .      D.  $(1; +\infty)$ .

**Câu 2:** Trong mặt phẳng  $Oxy$ , điểm  $A(1; y)$  thuộc đồ thị hàm số  $y = \sqrt{x+3}$  lúc đó giá trị của  $y$  bằng:

- A.  $y = 4$ .      B.  $y = 2$ .      C.  $y = 1$ .      D.  $y = 3$ .

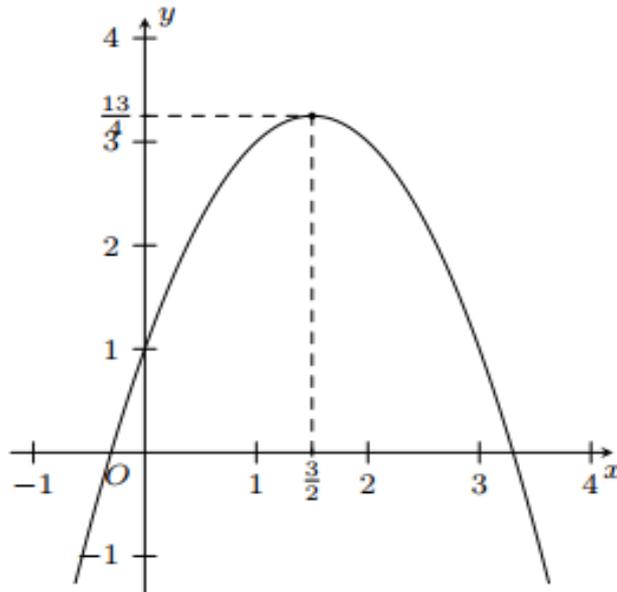
**Câu 3:** Hàm số  $y = x^2 - 4x + 11$  đồng biến trên khoảng nào trong các khoảng sau đây?

- A.  $(-2; +\infty)$       B.  $(-\infty; +\infty)$       C.  $(2; +\infty)$       D.  $(-\infty; 2)$

**Câu 4:** Tọa độ đỉnh của parabol  $y = -2x^2 - 4x + 6$  là

- A.  $I(-1; 8)$ .      B.  $I(1; 0)$ .      C.  $I(2; -10)$ .      D.  $I(-1; 6)$ .

**Câu 5:** Trên mặt phẳng tọa độ  $Oxy$  cho Parabol như hình vẽ.



Hỏi parabol có phương trình nào trong các phương trình dưới đây?

- A.  $y = x^2 + 3x - 1$ .      B.  $y = x^2 - 3x - 1$ .      C.  $y = -x^2 - 3x - 1$ .      D.  $y = -x^2 + 3x + 1$ .

**Câu 6:** Với  $x$  thuộc tập hợp nào dưới đây thì đa thức  $f(x) = x^2 - 6x + 8$  không dương?

- A.  $[-2; 3]$ .      B.  $[1; 4]$ .      C.  $(-\infty; 2] \cup [4; +\infty)$ .      D.  $[2; 4]$ .

**Câu 7:** Tập nghiệm  $S$  của bất phương trình  $x^2 - x - 6 \leq 0$ .

- A.  $S = (-\infty; -3) \cup (2; +\infty)$ .      B.  $[-2; 3]$ .  
C.  $[-3; 2]$ .      D.  $(-\infty; -3] \cup [2; +\infty)$ .

**Câu 8:** Bất phương trình  $-x^2 + 2x + 3 > 0$  có tập nghiệm là

- A.  $(-\infty; -1) \cup (3; +\infty)$ .      B.  $(-1; 3)$ .      C.  $[-1; 3]$ .      D.  $(-3; 1)$ .

**Câu 9:** Tổng các nghiệm của phương trình  $\sqrt{x^2 + 2x - 3} = \sqrt{15 - 5x}$  là

- A.  $S = 7$ .      B.  $S = -7$ .      C.  $S = 6$ .      D.  $S = 4$ .

**Câu 10:** Số nghiệm của phương trình  $\sqrt{x^2 - 3x + 1} = 4x - 1$  là

- A. 0.                      B. 3.                      C. 2.                      D. 1.

**Câu 11:** Hình vẽ sau đây (phần không bị gạch) là biểu diễn của tập hợp nào?



- A.  $(-\infty; -3) \cup [8; +\infty)$ .    B.  $(-\infty; -3] \cup [8; +\infty)$ .    C.  $(-\infty; -3) \cup (8; +\infty)$ .    D.  $(-\infty; -3] \cup (8; +\infty)$ .

**Câu 12:** Cặp số  $(1; 3)$  là nghiệm của bất phương trình nào sau đây?

- A.  $3x - y < 0$ .                      B.  $2x - y - 1 > 0$ .                      C.  $x - 3y - 2 < 0$ .                      D.  $2x > 3y$ .

**Câu 13:** Hệ bất phương trình nào sau đây là hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn?

- A.  $\begin{cases} x + y^2 > 4 \\ -3x - 5y \leq -6 \end{cases}$     B.  $\begin{cases} -3x + y \leq -1 \\ \sqrt{5}x - 7y > 5 \end{cases}$     C.  $\begin{cases} 3x + y \geq 9 \\ \frac{2}{x} - 3y \leq 1 \end{cases}$     D.  $\begin{cases} x^3 + y > 4 \\ -x - y \leq 100 \end{cases}$

**Câu 14:** Cho góc  $\alpha$  tù. Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A.  $\cot \alpha > 0$ .                      B.  $\tan \alpha > 0$ .                      C.  $\cos \alpha < 0$ .                      D.  $\sin \alpha < 0$ .

**Câu 15:** Cho tam giác  $ABC$  có  $BC = a, CA = b, AB = c$ . Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A.  $a^2 = b^2 + c^2 + 2bc \cdot \cos A$ .                      B.  $c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cdot \cos C$ .  
 C.  $\frac{a}{\cos A} = \frac{b}{\cos B} = \frac{c}{\cos C}$ .                      D.  $b^2 = a^2 + c^2$ .

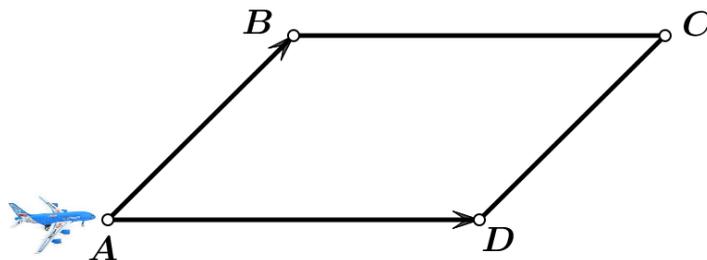
**Câu 16:** Tam giác  $ABC$  có  $B = 60^\circ, C = 45^\circ$  và  $AB = 5$ . Tính độ dài cạnh  $AC$

- A.  $AC = \frac{5\sqrt{6}}{2}$                       B.  $AC = 5\sqrt{3}$                       C.  $AC = 5\sqrt{2}$                       D.  $AC = 10$

**Câu 17:** Cho  $\vec{a} = \vec{b} \neq \vec{0}$ . Phát biểu nào sau đây là sai?

- A.  $\vec{a}$  và  $\vec{b}$  cùng độ dài.    B.  $\vec{a}$  và  $\vec{b}$  không cùng độ phương.  
 C.  $\vec{a}$  và  $\vec{b}$  cùng hướng.    D.  $\vec{a}$  và  $\vec{b}$  cùng phương.

**Câu 18:** Một máy bay đồ chơi đang đứng ở vị trí  $A$  và chịu đồng thời hai lực tác động cùng một lúc được biểu diễn bằng hai vector  $\vec{AB}$  và  $\vec{AD}$ . Hỏi máy bay trên chuyển động theo vector nào dưới đây?



- A.  $\vec{AB}$                       B.  $\vec{AC}$ .                      C.  $\vec{CA}$ .                      D.  $\vec{AD}$ .

**Câu 19:** Cho đoạn thẳng  $AB$  và điểm  $M$  là một điểm trong đoạn thẳng  $AB$  sao cho  $AM = \frac{1}{5}AB$ . Tìm

$k$  để  $\vec{MA} = k\vec{MB}$ .

- A.  $k = -4$ .                      B.  $k = -\frac{1}{4}$ .                      C.  $k = 4$ .                      D.  $k = \frac{1}{4}$ .

**Câu 20:** Cho hai véctơ  $\vec{a}$  và  $\vec{b}$  đều khác véctơ  $\vec{0}$ . Khẳng định nào sau đây đúng?

A.  $\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}|$ .

B.  $\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cdot \cos(\vec{a}, \vec{b})$ .

C.  $\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a} \cdot \vec{b}| \cdot \cos(\vec{a}, \vec{b})$ .

D.  $\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cdot \sin(\vec{a}, \vec{b})$ .

**Câu 21:** Có bao nhiêu tập hợp  $X$  thỏa mãn điều kiện  $\{0; 1; a\} \cup X = \{0; 1; a; b; c\}$ ?

A. 8.

B. 5.

C. 7.

D. 6.

**Câu 22:** Bạn An được mẹ giao cho đi siêu thị mua 2 loại thực phẩm là cà chua và thịt lợn với số tiền mẹ đưa là 200.000 đồng. Biết rằng, mỗi cân thịt có giá là 120.000 đồng và mỗi cân cà chua có giá là 30.000 đồng. Gọi số cân thịt và số cân cà chua mà bạn An mua được lần lượt là  $x, y$ . Hãy viết bất phương trình biểu thị số tiền mà bạn An đã mua, sao cho số tiền đó không vượt quá số tiền mà mẹ đưa.

A.  $12x + 3y \geq 20$ .

B.  $12x + 3y > 20$ .

C.  $12x + 3y < 20$ .

D.  $12x + 3y \leq 20$ .

**Câu 23:** Có bao nhiêu các giá trị nguyên của tham số  $m$  để  $(x; y) = (m; -1)$  thuộc miền nghiệm của hệ

$$\begin{cases} x + y - 2 > 0 \\ 2x - y - 51 \leq 0 \end{cases} ?$$

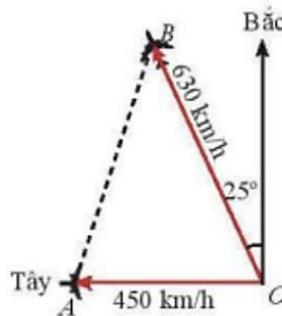
A. 21.

B. 24.

C. 23.

D. 22.

**Câu 24:** Hai máy bay cùng cất cánh từ một sân bay nhưng bay theo hai hướng khác nhau. Một chiếc đi chuyển với tốc độ  $450 \text{ km/h}$  theo hướng Tây và chiếc còn lại đi chuyển theo hướng lệch so với hướng Bắc  $25^\circ$  về hướng Tây với tốc độ  $630 \text{ km/h}$  (hình vẽ). Sau 90 phút, giả sử hai máy bay đang ở cùng độ cao, khoảng cách giữa chúng gần nhất kết quả nào sau đây?



A. 794,4 km.

B. 529,6 km.

C. 899,7 km.

D. 599,8 km.

**Câu 25:** Trên biển một ca nô xuất phát từ cảng A, chạy về hướng tây 30 km đến B rồi chuyển sang hướng  $W30^\circ S$  chạy tiếp 40 km nữa tới đảo C. Khi đó khoảng cách giữa A và C là

A. 68 km.

B. 67 km.

C. 61 km.

D. 60 km.

**Câu 26:** Tam giác  $ABC$  có  $BC = 10, A = 30^\circ$ . Tính bán kính  $R$  đường tròn ngoại tiếp  $\Delta ABC$ .

A.  $R = 5$ .

B.  $R = 10$ .

C.  $R = \frac{10}{\sqrt{3}}$ .

D.  $R = 10\sqrt{3}$ .

**Câu 27:** Cho  $\Delta ABC, D, E, F$  lần lượt là trung điểm của các cạnh  $BC, CA, AB$ . Đẳng thức nào sau đây là đúng?

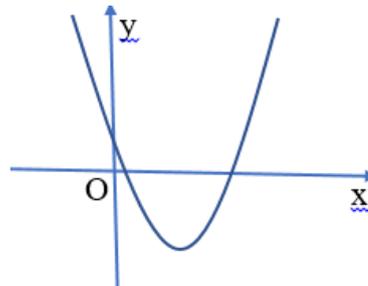
A.  $\vec{AD} + \vec{BE} + \vec{CF} = \vec{AB} + \vec{AC} + \vec{BC}$

B.  $\vec{AD} + \vec{BE} + \vec{CF} = \vec{AF} + \vec{CE} + \vec{DB}$

C.  $\vec{AD} + \vec{BE} + \vec{CF} = \vec{AE} + \vec{BF} + \vec{CD}$

D.  $\vec{AD} + \vec{BE} + \vec{CF} = \vec{BA} + \vec{BC} + \vec{AC}$

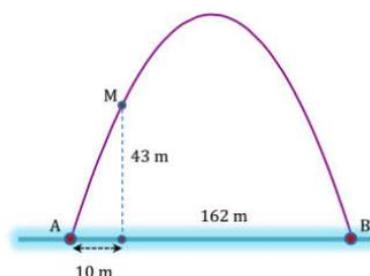
- Câu 28:** Biết rằng hai vec tơ  $\vec{a}$  và  $\vec{b}$  không cùng phương nhưng hai vec tơ  $3\vec{a}-2\vec{b}$  và  $(x+1)\vec{a}+4\vec{b}$  cùng phương. Khi đó giá trị của  $x$  là:  
**A.**  $-7$                       **B.**  $7$                       **C.**  $5$                       **D.**  $6$
- Câu 29:** Cho hình bình hành  $ABCD$  có  $AB=2a$ ,  $AD=3a$ ,  $BAD=60^\circ$ . Điểm  $K$  thuộc  $AD$  thỏa mãn  $\vec{AK}=-2\vec{DK}$ . Tính tích vô hướng  $\vec{BK} \cdot \vec{AC}$ .  
**A.**  $3a^2$ .                      **B.**  $6a^2$ .                      **C.**  $a^2$ .                      **D.**  $0$ .
- Câu 30:** Tìm tập xác định  $D$  của hàm số  $y = \sqrt{2-x} - \frac{4}{\sqrt{x+4}}$ .  
**A.**  $D=[-4;2]$ .              **B.**  $D=(-4;2]$ .              **C.**  $D=[-4;2)$ .              **D.**  $D=(-2;4]$ .
- Câu 31:** Tập tất cả các giá trị  $m$  để hàm số  $y = \frac{1}{\sqrt{-x^2-2x+3}} + \sqrt{x-m}$  có tập xác định khác tập rỗng là  
**A.**  $(-\infty;3)$ .              **B.**  $(-3;+\infty)$ .              **C.**  $(-\infty;1)$ .              **D.**  $(-\infty;1]$ .
- Câu 32:** Cho hàm số  $y = x^2 - 2mx + m^2$  ( $P$ ). Khi  $m$  thay đổi, đỉnh của Parabol ( $P$ ) luôn nằm trên đường nào sau đây?  
**A.**  $y = 0$ .                      **B.**  $x = 0$ .                      **C.**  $y = x$ .                      **D.**  $y = x^2$ .
- Câu 33:** Biết đồ thị hàm số  $y = ax^2 + bx + c$ , ( $a, b, c \in \mathbb{R}; a \neq 0$ ) đi qua điểm  $A(2;1)$  và có đỉnh  $I(1;-1)$ . Tính giá trị biểu thức  $T = a^3 + b^2 - 2c$ .  
**A.**  $T = 22$ .                      **B.**  $T = 9$ .                      **C.**  $T = 6$ .                      **D.**  $T = 1$ .
- Câu 34:** Cho đồ thị hàm số  $y = ax^2 + bx + c$  có đồ thị như hình vẽ bên dưới. Mệnh đề nào sau đây đúng?



- A.**  $a > 0, b = 0, c > 0$ .    **B.**  $a > 0, b > 0, c > 0$ .    **C.**  $a > 0, b < 0, c > 0$ .    **D.**  $a < 0, b > 0, c > 0$ .
- Câu 35:** Tìm  $m$  để  $f(x) = (m^2 + 2)x^2 - 2(m+1)x + 1$  luôn dương với mọi  $x$ .  
**A.**  $m < \frac{1}{2}$ .                      **B.**  $m \geq \frac{1}{2}$ .                      **C.**  $m > \frac{1}{2}$ .                      **D.**  $m \leq \frac{1}{2}$ .

## II. PHẦN TỰ LUẬN (3,0 điểm)

- Câu 36:** Cổng Arch tại thành phố St.Louis của Mỹ có hình dạng là một parabol. Biết khoảng cách giữa hai chân cổng bằng 162m. Trên thành cổng, tại vị trí có độ cao 43m so với mặt đất, người ta thả một sợi dây chạm đất. Vị trí chạm đất của đầu sợi dây này cách chân cổng A một đoạn 10m. Giả sử các số liệu trên là chính xác. Hãy tính độ cao của cổng Arch.



**Câu 37:** Cho tam giác  $ABC$ , gọi  $D$  là điểm trên cạnh  $BC$  sao cho  $\overline{BD} = \frac{2}{3}\overline{BC}$  và  $I$  là trung điểm của

$AD$ . Gọi  $M$  là điểm thoả mãn  $\overline{AM} = \frac{2}{5}\overline{AC}$ . Chứng minh ba điểm  $B, I, M$  thẳng hàng.

**Câu 38:** Một trang trại cần thuê xe vận chuyển 450 con lợn và 35 tấn cám. Nơi cho thuê xe chỉ có 12 xe lớn và 10 xe nhỏ. Một chiếc xe lớn có thể chở 50 con lợn và 5 tấn cám. Một chiếc xe nhỏ có thể chở 30 con lợn và 1 tấn cám. Tiền thuê một xe lớn là 4 triệu đồng, một xe nhỏ là 2 triệu đồng. Hỏi phải thuê bao nhiêu xe mỗi loại để chi phí thuê xe là thấp nhất?

**Câu 39:** Cho tam giác  $ABC$  có độ dài ba cạnh là  $a, b, c$  và thoả mãn  $a^4 = b^4 + c^4$ . Chứng minh rằng tam giác  $ABC$  nhọn.

----- HẾT -----

## HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

### I. PHẦN TRẮC NGHIỆM (35 câu – 7,0 điểm)

**Câu 1:** Tập xác định của hàm số  $y = \frac{x+1}{x-1}$  là:

- A.  $\mathbb{R} \setminus \{\pm 1\}$ .      B.  $\mathbb{R} \setminus \{-1\}$ .      **C.  $\mathbb{R} \setminus \{1\}$ .**      D.  $(1; +\infty)$ .

Lời giải

**Chọn C**

Điều kiện xác định:  $x-1 \neq 0 \Leftrightarrow x \neq 1$

Vậy tập xác định của hàm số  $y = \frac{x+1}{x-1}$  là  $D = \mathbb{R} \setminus \{1\}$

**Câu 2:** Trong mặt phẳng  $Oxy$ , điểm  $A(1; y)$  thuộc đồ thị hàm số  $y = \sqrt{x+3}$  lúc đó giá trị của  $y$  bằng:

- A.  $y = 4$ .      **B.  $y = 2$ .**      C.  $y = 1$ .      D.  $y = 3$ .

Lời giải

**Chọn B**

$A(1; y)$  thuộc đồ thị hàm số  $y = \sqrt{x+3}$  nên ta có  $y = \sqrt{1+3} = 2$

**Câu 3:** Hàm số  $y = x^2 - 4x + 11$  đồng biến trên khoảng nào trong các khoảng sau đây?

- A.  $(-2; +\infty)$       B.  $(-\infty; +\infty)$       **C.  $(2; +\infty)$**       D.  $(-\infty; 2)$

Lời giải

**Chọn C**

Ta có bảng biến thiên:

$x$	$-\infty$	$2$	$+\infty$
$y$	$+\infty$	$7$	$+\infty$

Từ bảng biến thiên ta thấy, hàm số đồng biến trên khoảng  $(2; +\infty)$

**Câu 4:** Tọa độ đỉnh của parabol  $y = -2x^2 - 4x + 6$  là

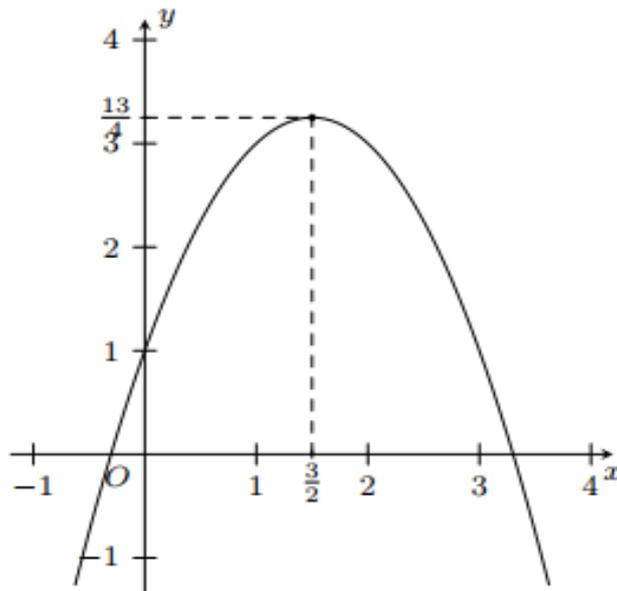
- A.  $I(-1; 8)$ .**      B.  $I(1; 0)$ .      C.  $I(2; -10)$ .      D.  $I(-1; 6)$ .

Lời giải

**Chọn A**

Tọa độ đỉnh của parabol  $y = -2x^2 - 4x + 6$  là  $\begin{cases} x = -\frac{-4}{2 \cdot (-2)} = -1 \\ y = -2 \cdot (-1)^2 - 4 \cdot (-1) + 6 = 8 \end{cases} \Rightarrow I(-1; 8)$ .

**Câu 5:** Trên mặt phẳng tọa độ  $Oxy$  cho Parabol như hình vẽ.



Hỏi parabol có phương trình nào trong các phương trình dưới đây?

- A.  $y = x^2 + 3x - 1$ .      B.  $y = x^2 - 3x - 1$ .      C.  $y = -x^2 - 3x - 1$ .      **D.  $y = -x^2 + 3x + 1$ .**

**Lời giải**

**Chọn D**

Đồ thị hàm số là parabol có bề lõm quay xuống nên hệ số  $a < 0$ . Loại đáp án A, B.  
Đồ thị cắt trục tung tại điểm có tung độ dương nên loại đáp án C.

**Câu 6:** Với  $x$  thuộc tập hợp nào dưới đây thì đa thức  $f(x) = x^2 - 6x + 8$  không dương?

- A.  $[-2; 3]$ .      B.  $[1; 4]$ .      C.  $(-\infty; 2] \cup [4; +\infty)$ .      **D.  $[2; 4]$ .**

**Lời giải**

**Chọn D**

Đặt  $y = f(x) = x^2 - 6x + 8$ . Ta có  $x^2 - 6x + 8 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x = 4 \end{cases}$ .

Ta có bảng xét dấu như sau

$x$	$-\infty$	<b>2</b>	<b>4</b>	$+\infty$		
$y$		+	0	-	0	+

Dựa vào bảng xét dấu ta thấy  $y \leq 0 \Leftrightarrow x \in [2; 4]$ .

**Câu 7:** Tập nghiệm  $S$  của bất phương trình  $x^2 - x - 6 \leq 0$ .

- A.  $S = (-\infty; -3) \cup (2; +\infty)$ .      **B.  $[-2; 3]$ .**  
C.  $[-3; 2]$ .      D.  $(-\infty; -3] \cup [2; +\infty)$ .

**Lời giải**

**Chọn B**

Ta có:  $x^2 - x - 6 \leq 0 \Leftrightarrow -2 \leq x \leq 3$ .

Tập nghiệm bất phương trình là:  $S = [-2; 3]$ .

**Câu 8:** Bất phương trình  $-x^2 + 2x + 3 > 0$  có tập nghiệm là

- A.  $(-\infty; -1) \cup (3; +\infty)$ .      **B.  $(-1; 3)$ .**      C.  $[-1; 3]$ .      D.  $(-3; 1)$ .

**Lời giải**

**Chọn B**

Ta có:  $-x^2 + 2x + 3 > 0 \Leftrightarrow -1 < x < 3$

**Câu 9:** Tổng các nghiệm của phương trình  $\sqrt{x^2 + 2x - 3} = \sqrt{15 - 5x}$  là

A.  $S = 7$ .                      **B.  $S = -7$ .**                      C.  $S = 6$ .                      D.  $S = 4$ .

**Lời giải**

**Chọn B**

$$\sqrt{x^2 + 2x - 3} = \sqrt{15 - 5x} \Leftrightarrow \begin{cases} 15 - 5x \geq 0 \\ x^2 + 2x - 3 = 15 - 5x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq 3 \\ x^2 + 7x - 18 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq 3 \\ x = 2 \vee x = -9 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow x = 2 \vee x = -9$$

$$\text{Vậy } S = 2 - 9 = -7.$$

**Câu 10:** Số nghiệm của phương trình  $\sqrt{x^2 - 3x + 1} = 4x - 1$  là

A. 0.                      B. 3.                      C. 2.                      **D. 1.**

**Lời giải**

$$\text{Phương trình } \sqrt{x^2 - 3x + 1} = 4x - 1 \Leftrightarrow \begin{cases} 4x - 1 \geq 0 \\ x^2 - 3x + 1 = (4x - 1)^2 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x \geq \frac{1}{4} \\ 15x^2 - 5x = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq \frac{1}{4} \\ x = 0(l) \Leftrightarrow x = \frac{1}{3} \\ x = \frac{1}{3}(n) \end{cases}$$

**Câu 11:** Hình vẽ sau đây (phần không bị gạch) là biểu diễn của tập hợp nào?



**A.**  $(-\infty; -3) \cup [8; +\infty)$ .    **B.**  $(-\infty; -3] \cup [8; +\infty)$ .    **C.**  $(-\infty; -3) \cup (8; +\infty)$ .    **D.**  $(-\infty; -3] \cup (8; +\infty)$ .

**Lời giải:**

**Chọn A**

**Câu 12:** Cặp số  $(1; 3)$  là nghiệm của bất phương trình nào sau đây?

A.  $3x - y < 0$ .                      B.  $2x - y - 1 > 0$ .                      **C.  $x - 3y - 2 < 0$ .**                      D.  $2x > 3y$ .

**Lời giải**

**Chọn C**

Lần lượt thay cặp số  $(1; 3)$  vào bốn phương án, ta có:  $1 - 3 \cdot 3 - 2 < 0$  (đúng) nên cặp số  $(1; 3)$  là nghiệm của bất phương trình  $x - 3y - 2 < 0$ .

**Câu 13:** Hệ bất phương trình nào sau đây là hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn?

A.  $\begin{cases} x + y^2 > 4 \\ -3x - 5y \leq -6 \end{cases}$ .    **B.**  $\begin{cases} -3x + y \leq -1 \\ \sqrt{5x} - 7y > 5 \end{cases}$ .    C.  $\begin{cases} 3x + y \geq 9 \\ \frac{2}{x} - 3y \leq 1 \end{cases}$ .    D.  $\begin{cases} x^3 + y > 4 \\ -x - y \leq 100 \end{cases}$ .

**Lời giải**

**Chọn B**

Theo định nghĩa.

**Câu 14:** Cho góc  $\alpha$  tù. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A.  $\cot \alpha > 0$ .

B.  $\tan \alpha > 0$ .

C.  $\cos \alpha < 0$ .

D.  $\sin \alpha < 0$ .

Lời giải

**Chọn C**

Vì góc  $\alpha$  tù nên  $\cos \alpha < 0$ .

**Câu 15:** Cho tam giác  $ABC$  có  $BC = a, CA = b, AB = c$ . Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A.  $a^2 = b^2 + c^2 + 2bc \cdot \cos A$ .

B.  $c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cdot \cos C$ .

C.  $\frac{a}{\cos A} = \frac{b}{\cos B} = \frac{c}{\cos C}$ .

D.  $b^2 = a^2 + c^2$ .

Lời giải

**Chọn B**

Theo định lý cosin, ta có  $c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cdot \cos C$ .

**Câu 16:** Tam giác  $ABC$  có  $B = 60^\circ, C = 45^\circ$  và  $AB = 5$ . Tính độ dài cạnh  $AC$

A.  $AC = \frac{5\sqrt{6}}{2}$

B.  $AC = 5\sqrt{3}$

C.  $AC = 5\sqrt{2}$

D.  $AC = 10$

Lời giải

**Chọn A**

Áp dụng định lý sin ta có  $\frac{AC}{\sin B} = \frac{AB}{\sin C} \Rightarrow \frac{AC}{\sin 60^\circ} = \frac{5}{\sin 45^\circ} \Rightarrow AC = \frac{5\sqrt{6}}{2}$ .

**Câu 17:** Cho  $\vec{a} = \vec{b} \neq \vec{0}$ . Phát biểu nào sau đây là sai?

A.  $\vec{a}$  và  $\vec{b}$  cùng độ dài. B.  $\vec{a}$  và  $\vec{b}$  không cùng độ phương.

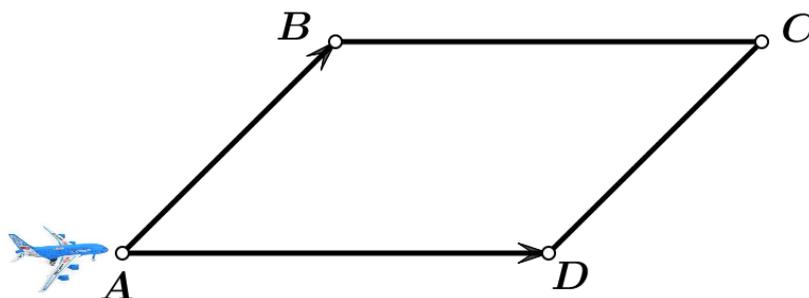
C.  $\vec{a}$  và  $\vec{b}$  cùng hướng. D.  $\vec{a}$  và  $\vec{b}$  cùng phương.

Lời giải

**Chọn B**

Phát biểu sai là  $\vec{a}$  và  $\vec{b}$  không cùng độ phương.

**Câu 18:** Một máy bay đồ chơi đang đứng ở vị trí  $A$  và chịu đồng thời hai lực tác động cùng một lúc được biểu diễn bằng hai vectơ  $\vec{AB}$  và  $\vec{AD}$ . Hỏi máy bay trên chuyển động theo vectơ nào dưới đây?



A.  $\vec{AB}$

B.  $\vec{AC}$ .

C.  $\vec{CA}$ .

D.  $\vec{AD}$ .

Lời giải

**Chọn B**

Theo quy tắc hình bình hành máy bay trên chuyển động theo vectơ  $\vec{AC}$

**Câu 19:** Cho đoạn thẳng  $AB$  và điểm  $M$  là một điểm trong đoạn thẳng  $AB$  sao cho  $AM = \frac{1}{5}AB$ . Tìm  $k$  để  $\overrightarrow{MA} = k\overrightarrow{MB}$ .

- A.  $k = -4$ .      B.  $k = -\frac{1}{4}$ .      C.  $k = 4$ .      D.  $k = \frac{1}{4}$ .

**Lời giải**

**Chọn B**

Do  $M$  là một điểm trong đoạn thẳng  $AB$  thỏa  $AM = \frac{1}{5}AB$  nên  $\overrightarrow{AM} = \frac{1}{5}\overrightarrow{AB}$   
 $\Leftrightarrow \overrightarrow{AM} = \frac{1}{5}(\overrightarrow{AM} + \overrightarrow{MB}) \Leftrightarrow -5\overrightarrow{MA} = -\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} \Leftrightarrow 4\overrightarrow{MA} = -\overrightarrow{MB} \Leftrightarrow \overrightarrow{MA} = -\frac{1}{4}\overrightarrow{MB}$

Vậy  $k = -\frac{1}{4}$ .

**Câu 20:** Cho hai vectơ  $\vec{a}$  và  $\vec{b}$  đều khác vectơ  $\vec{0}$ . Khẳng định nào sau đây đúng?

- A.  $\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}|$ .      B.  $\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cdot \cos(\vec{a}, \vec{b})$ .  
 C.  $\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a} \cdot \vec{b}| \cdot \cos(\vec{a}, \vec{b})$ .      D.  $\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cdot \sin(\vec{a}, \vec{b})$ .

**Lời giải**

Theo định nghĩa tích vô hướng của hai vectơ.

**Câu 21:** Có bao nhiêu tập hợp  $X$  thỏa mãn điều kiện  $\{0; 1; a\} \cup X = \{0; 1; a; b; c\}$ ?

- A. 8.      B. 5.      C. 7.      D. 6.

**Lời giải**

**Chọn A**

Ta có các tập  $X$  thỏa mãn là:

$$X_1 = \{0; b; c\}, X_2 = \{1; b; c\}, X_3 = \{a; b; c\}, X_4 = \{0; 1; b; c\}, X_5 = \{0; a; b; c\}$$

$$X_6 = \{1; a; b; c\}, X_7 = \{0; 1; a; b; c\}, X_8 = \{b, c\}$$

**Câu 22:** Bạn An được mẹ giao cho đi siêu thị mua 2 loại thực phẩm là cà chua và thịt lợn với số tiền mẹ đưa là 200.000 đồng. Biết rằng, mỗi cân thịt có giá là 120.000 đồng và mỗi cân cà chua có giá là 30.000 đồng. Gọi số cân thịt và số cân cà chua mà bạn An mua được lần lượt là  $x, y$ . Hãy viết bất phương trình biểu thị số tiền mà bạn An đã mua, sao cho số tiền đó không vượt quá số tiền mà mẹ đưa.

- A.  $12x + 3y \geq 20$ .      B.  $12x + 3y > 20$ .      C.  $12x + 3y < 20$ .      D.  $12x + 3y \leq 20$ .

**Lời giải**

Ta có:

Số tiền mua thịt là  $120000x$  đồng.

Số tiền mua cà chua là  $30000y$  đồng.

Nên số tiền bạn An đã sử dụng là:  $120000x + 30000y$  đồng.

Số tiền đã mua không vượt quá số tiền mẹ đưa, nên ta có bất phương trình sau:

$$120000x + 30000y \leq 200000 \Leftrightarrow 12x + 3y \leq 20.$$

**Câu 23:** Có bao nhiêu các giá trị nguyên của tham số  $m$  để  $(x; y) = (m; -1)$  thuộc miền nghiệm của hệ bất phương trình  $\begin{cases} x + y - 2 > 0 \\ 2x - y - 51 \leq 0 \end{cases}$  ?

A. 21.

B. 24.

C. 23.

**D. 22.**

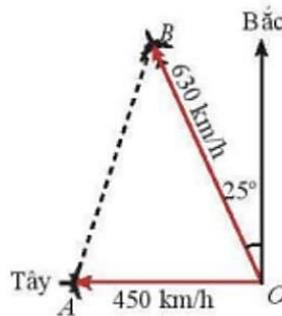
**Lời giải**

**Chọn D**

$$(x; y) = (m; -1) \text{ thuộc miền nghiệm của hệ bất phương trình } \begin{cases} x + y - 2 > 0 \\ 2x - y - 51 \leq 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m - 1 - 2 > 0 \\ 2m + 1 - 51 \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > 3 \\ m \leq 25 \end{cases} \Leftrightarrow 3 < m \leq 25 \xrightarrow{m \in \mathbb{Z}} m \in \{4; \dots; 25\}$$

**Câu 24:** Hai máy bay cùng cất cánh từ một sân bay nhưng bay theo hai hướng khác nhau. Một chiếc đi chuyển với tốc độ  $450 \text{ km/h}$  theo hướng Tây và chiếc còn lại đi chuyển theo hướng lệch so với hướng Bắc  $25^\circ$  về hướng Tây với tốc độ  $630 \text{ km/h}$  (hình vẽ). Sau 90 phút, giả sử hai máy bay đang ở cùng độ cao, khoảng cách giữa chúng gần nhất với kết quả nào sau đây?



A. 794,4km .

B. 529,6km .

**C. 899,7km .**

D. 599,8km .

**Lời giải**

**Chọn C**

Ta có: 90 phút = 1,5 giờ.

Gọi  $A, B$  lần lượt là vị trí của hai máy bay sau khi cất cánh 90 phút (hình vẽ).

$$\text{Suy ra quãng đường đi được của hai máy bay là } \begin{cases} OB = v_B \cdot t = 630 \cdot 1,5 = 945 \text{ (km)} \\ OA = v_A \cdot t = 450 \cdot 1,5 = 675 \text{ (km)} \end{cases}$$

Đồng thời ta có  $BOA = 90^\circ - 25^\circ = 65^\circ$ .

Vậy khoảng cách giữa hai máy bay khi ở cùng độ cao sẽ là

$$AB = \sqrt{OB^2 + OA^2 - 2 \cdot OA \cdot OB \cdot \cos BOA} \approx 899,7 \text{ (km)}.$$

**Câu 25:** Trên biển một ca nô xuất phát từ cảng  $A$ , chạy về hướng tây 30 km đến  $B$  rồi chuyển sang hướng  $W30^\circ S$  chạy tiếp 40 km nữa tới đảo  $C$ . Khi đó khoảng cách giữa  $A$  và  $C$  là

A. 68 km.

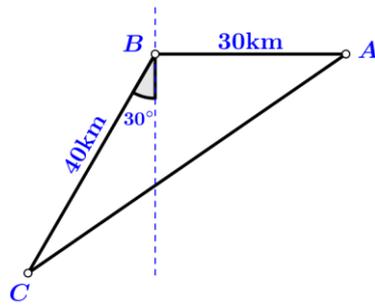
B. 67 km.

**C. 61 km.**

D. 60 km.

**Lời giải**

**Chọn C**



Ta có  $\angle C = 120^\circ$

Áp dụng định lý cosin trong tam giác  $ABC$  ta có  $AC^2 = AB^2 + BC^2 - 2 \cdot AB \cdot BC \cdot \cos 120^\circ$   
 $AC^2 = 3700 \Leftrightarrow AC \approx 61(\text{km})$ .

**Câu 26:** Tam giác  $ABC$  có  $BC = 10, A = 30^\circ$ . Tính bán kính  $R$  đường tròn ngoại tiếp  $\Delta ABC$ .

- A.  $R = 5$ .                      B.  $R = 10$ .                      C.  $R = \frac{10}{\sqrt{3}}$ .                      D.  $R = 10\sqrt{3}$ .

**Lời giải**

**Chọn B**

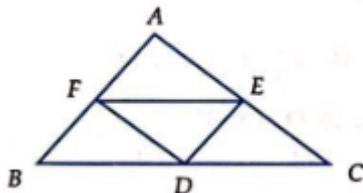
Áp dụng định lý sin:  $\frac{BC}{\sin A} = 2R \Rightarrow R = \frac{BC}{2 \sin A} = \frac{10}{2 \sin 30^\circ} = 10$  (cm).

**Câu 27:** Cho  $\Delta ABC, D, E, F$  lần lượt là trung điểm của các cạnh  $BC, CA, AB$ . Đẳng thức nào sau đây là đúng?

- A.  $\vec{AD} + \vec{BE} + \vec{CF} = \vec{AB} + \vec{AC} + \vec{BC}$                       B.  $\vec{AD} + \vec{BE} + \vec{CF} = \vec{AF} + \vec{CE} + \vec{DB}$   
 C.  $\vec{AD} + \vec{BE} + \vec{CF} = \vec{AE} + \vec{BF} + \vec{CD}$                       D.  $\vec{AD} + \vec{BE} + \vec{CF} = \vec{BA} + \vec{BC} + \vec{AC}$

**Lời giải**

**Chọn C**



$$\begin{aligned} \vec{AD} + \vec{BE} + \vec{CF} &= \vec{AE} + \vec{ED} + \vec{BF} + \vec{FE} + \vec{CD} + \vec{DF} \\ &= \vec{AE} + \vec{BF} + \vec{CD} + (\vec{ED} + \vec{DF} + \vec{FE}) = \vec{AE} + \vec{BF} + \vec{CD}. \end{aligned}$$

**Câu 28:** Biết rằng hai vec tơ  $\vec{a}$  và  $\vec{b}$  không cùng phương nhưng hai vec tơ  $3\vec{a} - 2\vec{b}$  và  $(x+1)\vec{a} + 4\vec{b}$  cùng phương. Khi đó giá trị của  $x$  là:

- A.  $-7$                       B.  $7$                       C.  $5$                       D.  $6$

**Lời giải**

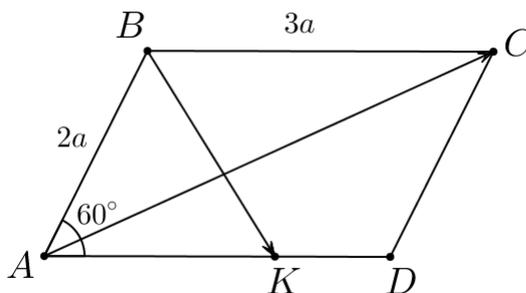
**Chọn A**

Điều kiện để hai vec tơ  $3\vec{a} - 2\vec{b}$  và  $(x+1)\vec{a} + 4\vec{b}$  cùng phương là:  $\frac{x+1}{3} = \frac{4}{-2} \Leftrightarrow x = -7$ .

**Câu 29:** Cho hình bình hành  $ABCD$  có  $AB = 2a, AD = 3a, \angle BAD = 60^\circ$ . Điểm  $K$  thuộc  $AD$  thỏa mãn  $\vec{AK} = -2\vec{DK}$ . Tính tích vô hướng  $\vec{BK} \cdot \vec{AC}$ .

- A.  $3a^2$ .                      B.  $6a^2$ .                      C.  $a^2$ .                      D.  $0$ .

Lời giải



Từ  $\overrightarrow{AK} = -2\overrightarrow{DK}$  suy ra  $AK = \frac{2}{3}AD = 2a$  nên tam giác  $ABK$  đều.

Từ đó  $(\overrightarrow{BK}, \overrightarrow{BC}) = 60^\circ$  và  $(\overrightarrow{BK}, \overrightarrow{AB}) = 120^\circ$ .

Do đó  $\overrightarrow{BK} \cdot \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{BK} \cdot (\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC}) = \overrightarrow{BK} \cdot \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BK} \cdot \overrightarrow{BC} = 2a \cdot 2a \cdot \cos 120^\circ + 2a \cdot 3a \cdot \cos 60^\circ = a^2$ .

**Câu 30:** Tìm tập xác định  $D$  của hàm số  $y = \sqrt{2-x} - \frac{4}{\sqrt{x+4}}$ .

- A.  $D = [-4; 2]$ .      B.  $D = (-4; 2]$ .      C.  $D = [-4; 2)$ .      D.  $D = (-2; 4]$ .

Lời giải

**Chọn B**

Hàm số xác định khi và chỉ khi  $\begin{cases} 2-x \geq 0 \\ x+4 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq 2 \\ x > -4 \end{cases}$ .

Vậy  $D = (-4; 2]$ .

**Câu 31:** Tập tất cả các giá trị  $m$  để hàm số  $y = \frac{1}{\sqrt{-x^2-2x+3}} + \sqrt{x-m}$  có tập xác định khác tập rỗng là

- A.  $(-\infty; 3)$ .      B.  $(-3; +\infty)$ .      C.  $(-\infty; 1)$ .      D.  $(-\infty; 1]$ .

Lời giải

**Chọn C**

Hàm số xác định khi và chỉ khi  $\begin{cases} -x^2-2x+3 > 0 \\ x-m \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -3 < x < 1 \\ x \geq m \end{cases}$

Để hàm số có tập xác định khác tập rỗng thì  $m < 1$

**Câu 32:** Cho hàm số  $y = x^2 - 2mx + m^2$  ( $P$ ). Khi  $m$  thay đổi, đỉnh của Parabol ( $P$ ) luôn nằm trên đường nào sau đây?

- A.  $y = 0$ .      B.  $x = 0$ .      C.  $y = x$ .      D.  $y = x^2$ .

Lời giải

**Chọn A**

Tọa độ đỉnh  $I$  của Parabol là  $I(m; 0)$ , nên  $I$  luôn thuộc đường thẳng  $y = 0$ .

**Câu 33:** Biết đồ thị hàm số  $y = ax^2 + bx + c$ , ( $a, b, c \in \mathbb{R}; a \neq 0$ ) đi qua điểm  $A(2; 1)$  và có đỉnh  $I(1; -1)$ . Tính giá trị biểu thức  $T = a^3 + b^2 - 2c$ .

- A.  $T = 22$ .      B.  $T = 9$ .      C.  $T = 6$ .      D.  $T = 1$ .

Lời giải

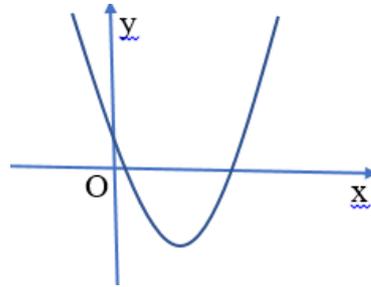
**Chọn A**

Đồ thị hàm số  $y = ax^2 + bx + c$  đi qua điểm  $A(2;1)$  và có đỉnh  $I(1;-1)$  nên có hệ phương trình

$$\begin{cases} 4a + 2b + c = 1 \\ -\frac{b}{2a} = 1 \\ a + b + c = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4a + 2b + c = 1 \\ b = -2a \\ a + b + c = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} c = 1 \\ b = -2a \\ -a + c = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} c = 1 \\ b = -4 \\ a = 2 \end{cases}$$

Vậy  $T = a^3 + b^2 - 2c = 22$ .

**Câu 34:** Cho đồ thị hàm số  $y = ax^2 + bx + c$  có đồ thị như hình vẽ bên dưới. Mệnh đề nào sau đây đúng?



**A.**  $a > 0, b = 0, c > 0$ .    **B.**  $a > 0, b > 0, c > 0$ .    **C.**  $a > 0, b < 0, c > 0$ .    **D.**  $a < 0, b > 0, c > 0$ .

**Lời giải**

**Chọn C**

Từ dáng đồ thị ta có  $a > 0$ .

Đồ thị cắt trục  $Oy$  tại điểm có tung độ dương nên  $c > 0$ .

Hoành độ đỉnh  $-\frac{b}{2a} > 0$  mà  $a > 0$  suy ra  $b < 0$ .

**Câu 35:** Tìm  $m$  để  $f(x) = (m^2 + 2)x^2 - 2(m+1)x + 1$  luôn dương với mọi  $x$ .

**A.**  $m < \frac{1}{2}$ .    **B.**  $m \geq \frac{1}{2}$ .    **C.**  $m > \frac{1}{2}$ .    **D.**  $m \leq \frac{1}{2}$ .

**Lời giải**

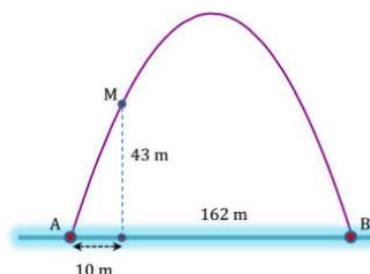
**Chọn A**

Ta có  $f(x)$  là tam thức bậc hai có hệ số  $a = m^2 + 2 > 0, \forall m$ .

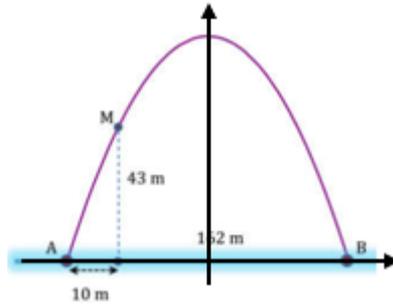
Do đó,  $f(x) > 0, \forall x \in \mathbb{R}$  khi và chỉ khi  $\Delta' = (m+1)^2 - (m^2 + 2) < 0 \Leftrightarrow 2m - 1 < 0 \Leftrightarrow m < \frac{1}{2}$ .

**II. PHẦN TỰ LUẬN (3,0 điểm)**

**Câu 36:** Cổng Arch tại thành phố St.Louis của Mỹ có hình dạng là một parabol. Biết khoảng cách giữa hai chân cổng bằng 162m. Trên thành cổng, tại vị trí có độ cao 43m so với mặt đất, người ta thả một sợi dây chạm đất. Vị trí chạm đất của đầu sợi dây này cách chân cổng A một đoạn 10m. Giả sử các số liệu trên là chính xác. Hãy tính độ cao của cổng Arch.



**Lời giải**



Gắn hệ tọa độ  $Oxy$  sao cho gốc tọa độ trùng với trung điểm của  $AB$ , tia  $AB$  là chiều dương của trục hoành.

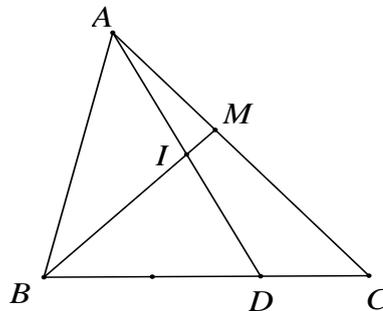
Parabol có phương trình  $y = ax^2 + c$ , đi qua các điểm:  $B(81;0)$  và  $M(-71;43)$  nên ta có hệ

$$\begin{cases} 81^2 a + c = 0 \\ 71^2 a + c = 43 \end{cases} \Rightarrow c = \frac{81^2 \cdot 43}{81^2 - 71^2} \approx 185.6$$

Suy ra chiều cao của công là  $c \approx 185,6$  m.

**Câu 37:** Cho tam giác  $ABC$ , gọi  $D$  là điểm trên cạnh  $BC$  sao cho  $\overline{BD} = \frac{2}{3}\overline{BC}$  và  $I$  là trung điểm của  $AD$ . Gọi  $M$  là điểm thỏa mãn  $\overline{AM} = \frac{2}{5}\overline{AC}$ . Chứng minh ba điểm  $B, I, M$  thẳng hàng.

**Lời giải**



Ta có:  $\overline{BI} = \frac{1}{2}\overline{BA} + \frac{1}{2}\overline{BD} = \frac{1}{2}\overline{BA} + \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3}\overline{BC} = \frac{1}{2}\overline{BA} + \frac{1}{3}\overline{BC}$ .

Ta lại có:  $\overline{BM} = \overline{BA} + \overline{AM} = \overline{BA} + \frac{2}{5}\overline{AC} = \overline{BA} + \frac{2}{5}(\overline{BC} - \overline{BA}) = \frac{3}{5}\overline{BA} + \frac{2}{5}\overline{BC}$ .

Hay  $5\overline{BM} = 3\overline{BA} + 2\overline{BC}$ .

$\overline{BI} = \frac{1}{2}\overline{BA} + \frac{1}{3}\overline{BC}$  hay  $6\overline{BI} = 3\overline{BA} + 2\overline{BC}$ .

Do đó:  $6\overline{BI} = 5\overline{BM}$  hay  $\overline{BI} = \frac{5}{6}\overline{BM}$ . Vậy  $B, I, M$  thẳng hàng.

**Câu 38:** Một trang trại cần thuê xe vận chuyển 450 con lợn và 35 tấn cám. Nơi cho thuê xe chỉ có 12 xe lớn và 10 xe nhỏ. Một chiếc xe lớn có thể chở 50 con lợn và 5 tấn cám. Một chiếc xe nhỏ có thể chở 30 con lợn và 1 tấn cám. Tiền thuê một xe lớn là 4 triệu đồng, một xe nhỏ là 2 triệu đồng. Hỏi phải thuê bao nhiêu xe mỗi loại để chi phí thuê xe là thấp nhất?

**Lời giải**

Gọi  $x, y$  lần lượt là số xe lớn và số xe nhỏ cần phải thuê.

Điều kiện:  $0 < x \leq 12, 0 < y \leq 10$ .

Một chiếc xe lớn có thể chở 50 con lợn và 5 tấn cám nên số lợn và cám xe lớn chở được là  $50x$  con lợn và  $5x$  tấn cám.

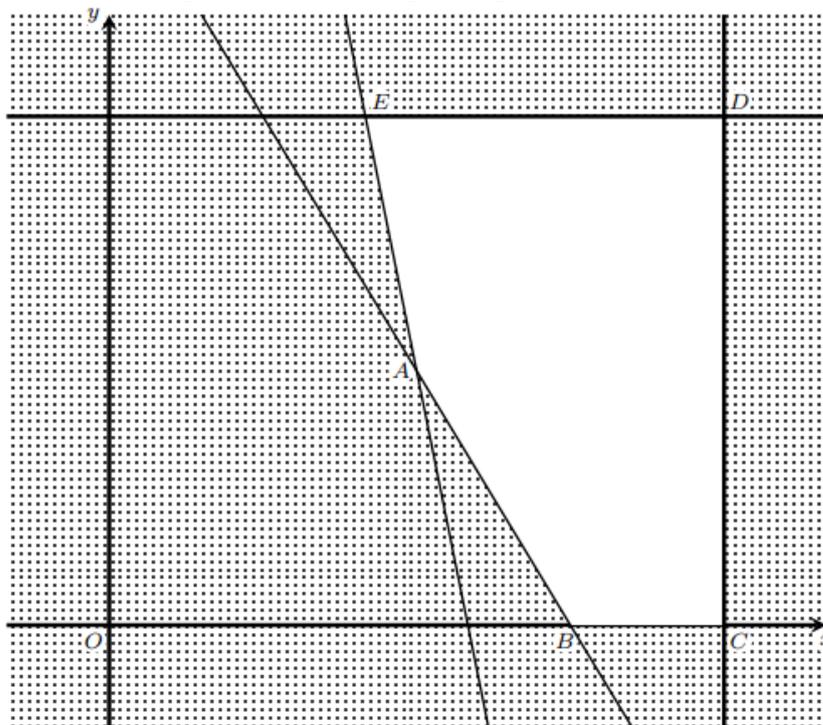
Một chiếc xe nhỏ có thể chở 30 con lợn và 1 tấn cám nên số lợn và cám xe nhỏ chở được là  $30y$  con lợn và  $y$  tấn cám.

Xe chở hết 450 con lợn và 35 tấn cám nên ta có hệ bất phương trình sau

$$\begin{cases} 0 \leq x \leq 12 \\ 0 \leq y \leq 10 \\ 50x + 30y \geq 450 \\ 5x + y \geq 35. \end{cases}$$

Tổng giá tiền thuê xe là  $T = 4x + 2y$  triệu đồng.

Trước hết, ta xác định miền nghiệm của hệ bất phương trình.



Miền nghiệm của hệ bất phương trình là hình ngũ giác  $ABCDE$  với  $A(6;5)$ ,  $B(9;0)$ ,  $C(12;0)$ ,  $D(12;10)$ ,  $E(5;10)$ .

Khi đó  $T(A) = 34$ ;  $T(B) = 36$ ;  $T(C) = 48$ ;  $T(D) = 68$ ;  $T(E) = 40$ .

Vậy chi phí thuê xe ít nhất bằng 34 triệu đồng.

**Câu 39:** Cho tam giác  $ABC$  có độ dài ba cạnh là  $a, b, c$  và thỏa mãn  $a^4 = b^4 + c^4$ . Chứng minh rằng tam giác  $ABC$  nhọn.

### Lời giải

Đặt  $A$  là góc đối diện với cạnh  $a$ .

Do  $a^4 = b^4 + c^4$  nên  $a > b$  và  $a > c$ , khi đó  $A$  là góc lớn nhất của tam giác  $ABC$ .

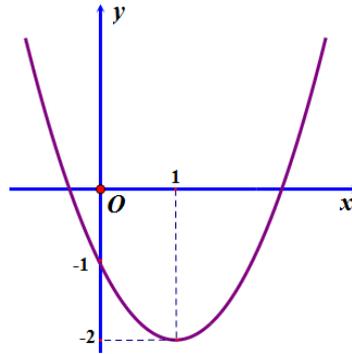
Ta có  $(b^2 + c^2)^2 = b^4 + 2b^2c^2 + c^4 > b^4 + c^4 \Rightarrow b^2 + c^2 > \sqrt{b^4 + c^4} = a^2 \Rightarrow b^2 + c^2 - a^2 > 0$ .

Khi đó  $\cos A = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc} > 0$  nên  $A < 90^\circ$ .

Vậy tam giác  $ABC$  là tam giác nhọn.



**Câu 9:** Đồ thị trong hình vẽ dưới đây là của hàm số nào trong các phương án A;B;C;D sau đây?



- A.  $y = x^2 + 2x - 1$ .      B.  $y = x^2 + 2x - 2$ .      C.  $y = 2x^2 - 4x - 2$ .      D.  $y = x^2 - 2x - 1$ .

**Câu 10:** Bảng xét dấu bên dưới là của biểu thức nào dưới đây?

$x$	$-\infty$	$2$	$+\infty$
$f(x)$	$-$	$0$	$-$

- A.  $f(x) = -x + 2$ .      B.  $f(x) = (x - 2)^2$ .  
 C.  $f(x) = 2x - 4$ .      D.  $f(x) = -x^2 + 4x - 4$ .

**Câu 11:** Tập nghiệm của bất phương trình  $2x^2 - 14x + 20 < 0$  là

- A.  $S = (-\infty; 2] \cup [5; +\infty)$ .      B.  $S = (-\infty; 2) \cup (5; +\infty)$ .  
 C.  $S = (2; 5)$ .      D.  $S = [2; 5]$ .

**Câu 12:** Tập nghiệm của bất phương trình:  $x^2 + 9 > 6x$  là

- A.  $(3; +\infty)$ .      B.  $\mathbb{R} \setminus \{3\}$ .      C.  $\mathbb{R}$ .      D.  $(-\infty; 3)$ .

**Câu 13:** Số nghiệm của phương trình  $\sqrt{x^2 - 4x + 3} = \sqrt{1 - x}$  là

- A. Vô số.      B. 2.      C. 1.      D. 0.

**Câu 14:** Cho góc  $\alpha$  thỏa  $\tan \alpha = -2$ . Giá trị của biểu thức  $P = \frac{2 \sin \alpha + 3 \cos \alpha}{\sin \alpha - 2 \cos \alpha}$  bằng

- A.  $-\frac{8}{3}$ .      B.  $\frac{8}{3}$ .      C.  $-\frac{1}{4}$ .      D.  $\frac{1}{4}$ .

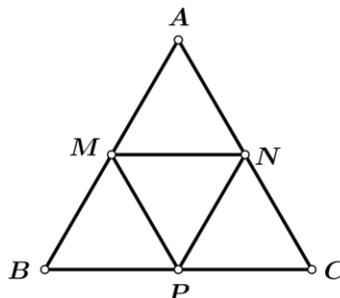
**Câu 15:** Cho  $\triangle ABC$ ,  $BC = a, AC = b, AB = c$  và góc  $BAC = 60^\circ$ . Khẳng định nào sau đây đúng?

- A.  $a^2 = b^2 + c^2 - bc$ .      B.  $a^2 = b^2 + c^2 + bc$ .      C.  $a^2 = b^2 + c^2 - \frac{1}{2}bc$ .      D.  $a^2 = b^2 + c^2 + \frac{1}{2}bc$ .

**Câu 16:** Tam giác  $ABC$  có  $a = 6, b = 7, c = 12$ . Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A.  $\triangle ABC$  có 3 góc nhọn.      B.  $\triangle ABC$  có 1 góc tù.  
 C.  $\triangle ABC$  là tam giác vuông.      D.  $\triangle ABC$  là tam giác đều.

**Câu 17:** Cho tam giác đều  $ABC$  có  $M, N, P$  lần lượt là trung điểm của các cạnh  $AB, AC, BC$  (tham khảo hình vẽ). Mệnh đề nào dưới đây sai?



- A.  $\vec{AB} = \vec{AC}$ .      B.  $\vec{MN} = \vec{PC}$ .      C.  $\vec{MB} = \vec{AM}$ .      D.  $|\vec{PM}| = |\vec{PN}|$ .

**Câu 18:** Cho ba điểm  $A, B, C$ . Mệnh đề nào sau đây là đúng?

- A.  $\vec{BA} + \vec{CB} = \vec{CA}$ .      B.  $\vec{AB} + \vec{CA} = \vec{BC}$ .      C.  $\vec{AB} - \vec{AC} = \vec{BC}$ .      D.  $\vec{AB} + \vec{AC} = \vec{BC}$ .

**Câu 19:** Cho đoạn thẳng  $AB$ , gọi  $M$  là trung điểm của  $AB$ . Đẳng thức vector nào sau đây đúng?

- A.  $\vec{AB} = 2\vec{MA}$ .      B.  $\vec{AM} = \vec{MB}$ .      C.  $\vec{AM} = \frac{1}{2}\vec{AB}$ .      D.  $\vec{AB} = 2\vec{BM}$ .

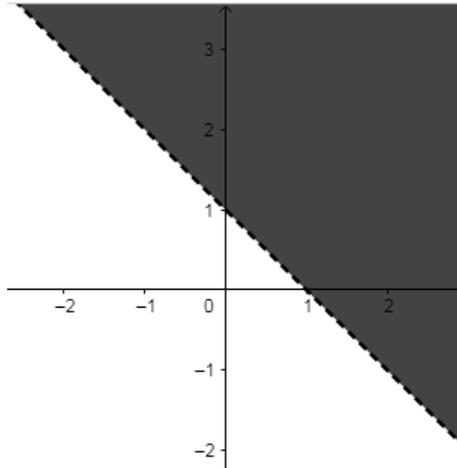
**Câu 20:** Cho  $\vec{a} = k\vec{b}$ . Đẳng thức vector nào sau đây đúng?

- A.  $|\vec{a}| = k|\vec{b}|$ .      B.  $|\vec{a}| = |k||\vec{b}|$ .      C.  $|\vec{a}| = -k|\vec{b}|$ .      D.  $\vec{a} = |k|\vec{b}$ .

**Câu 21:** Lớp 10A có 30 học sinh giỏi, trong đó có 15 học sinh giỏi môn Toán, 20 học sinh giỏi môn Ngữ Văn. Hỏi lớp 10A có tất cả bao nhiêu học sinh giỏi cả hai môn Toán và Ngữ văn?

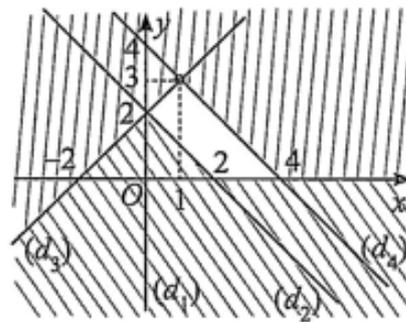
- A. 30.      B. 5.      C. 15.      D. 10.

**Câu 22:** Phần tô đậm ở hình vẽ dưới đây biểu diễn tập nghiệm của bất phương trình nào?



- A.  $x + y - 1 < 0$ .      B.  $x - y - 1 < 0$ .      C.  $x + y - 1 > 0$ .      D.  $x - y - 1 > 0$ .

**Câu 23:** Miền không bị gạch trong hình vẽ (tính cả bờ) là miền nghiệm của hệ bất phương trình nào sau đây?

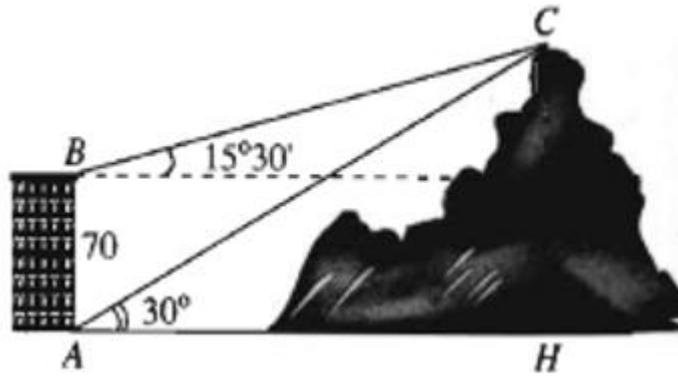


- A.  $\begin{cases} x \geq 0 \\ x + y \geq 2 \\ x + y \leq 4 \\ -x + y \leq 2 \end{cases}$ .      B.  $\begin{cases} y \geq 0 \\ x + y \geq 2 \\ x + y \leq 4 \\ -x + y \leq 2 \end{cases}$ .      C.  $\begin{cases} x \geq 0 \\ x + y \geq 2 \\ x + y \leq 4 \\ -x + y \geq 2 \end{cases}$ .      D.  $\begin{cases} y \geq 0 \\ x + y \geq 2 \\ x + 2y \leq 4 \\ -x + y \leq 2 \end{cases}$ .

**Câu 24:** Tam giác  $ABC$  có  $AB = c, BC = a, CA = b$ . Các cạnh  $a, b, c$  liên hệ với nhau bởi đẳng thức  $b(b^2 - a^2) - c(a^2 - c^2) = 0$ . Khi đó, góc  $BAC$  bằng bao nhiêu độ?

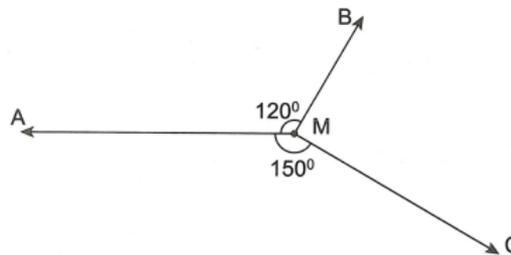
- A.  $30^\circ$ .      B.  $45^\circ$ .      C.  $60^\circ$ .      D.  $90^\circ$ .

**Câu 25:** Từ hai vị trí quan sát  $A$  và  $B$  của một tòa nhà; người ta quan sát đỉnh  $C$  của ngọn núi. Biết rằng độ cao  $AB=70m$ , phương nhìn  $AC$  tạo với phương nằm ngang một góc  $30^\circ$ ; phương nhìn  $BC$  tạo với phương nằm ngang một góc  $15^\circ30'$ . Ngọn núi đó có độ cao so với mặt đất gần nhất với giá trị nào sau đây



- A. 135m                      B. 234m                      C. 165m                      D. 195m

**Câu 26:** Cho ba lực  $\vec{F}_1 = \vec{MA}$ ,  $\vec{F}_2 = \vec{MB}$ ,  $\vec{F}_3 = \vec{MC}$  cùng tác động vào một vật tại điểm  $M$  và vật đứng yên như hình vẽ. Biết cường độ của lực  $\vec{F}_1$  là 50N,  $\angle AMB = 120^\circ$ ,  $\angle AMC = 150^\circ$ . Cường độ của lực  $\vec{F}_3$  là



- A.  $50\sqrt{3}N$ .                      B.  $25\sqrt{3}N$ .                      C. 25N.                      D. 50N.

**Câu 27:** Biết rằng hai vec tơ  $\vec{a}$  và  $\vec{b}$  không cùng phương nhưng hai vec tơ  $2\vec{a} + 3\vec{b}$  và  $\vec{a} + (x+1)\vec{b}$  cùng phương. Khi đó giá trị của  $x$  là

- A.  $\frac{1}{2}$ .                      B.  $-\frac{3}{2}$ .                      C.  $-\frac{1}{2}$ .                      D.  $\frac{3}{2}$ .

**Câu 28:** Cho hai vectơ  $\vec{a}$  và  $\vec{b}$ . Biết  $|\vec{a}| = 2$ ,  $|\vec{b}| = \sqrt{3}$  và  $(\vec{a}, \vec{b}) = 30^\circ$ . Tính  $|\vec{a} + \vec{b}|$ .

- A.  $\sqrt{11}$ .                      B.  $\sqrt{13}$ .                      C.  $\sqrt{12}$ .                      D.  $\sqrt{14}$ .

**Câu 29:** Cho tam giác  $ABC$  đều cạnh  $a$ . Gọi  $D$  là điểm đối xứng của  $A$  qua  $BC$ ,  $M$  là một điểm bất kỳ. Khẳng định nào dưới đây đúng?

- A.  $\vec{MB} \cdot \vec{MC} = AM^2 + \vec{AM} \cdot \vec{AD} + \frac{a^2}{2}$ .                      B.  $\vec{MB} \cdot \vec{MC} = AM^2 - \vec{AM} \cdot \vec{AD} + a^2$ .  
 C.  $\vec{MB} \cdot \vec{MC} = AM^2 + \vec{AM} \cdot \vec{AD} + a^2$ .                      D.  $\vec{MB} \cdot \vec{MC} = AM^2 - \vec{AM} \cdot \vec{AD} + \frac{a^2}{2}$ .

**Câu 30:** Cho hàm số  $f(x) = \begin{cases} \frac{2\sqrt{x+2}-3}{x-1} & \text{khi } x \geq 2 \\ x^2+1 & \text{khi } x < 2 \end{cases}$ . Tính  $P = f(2) + f(-2)$ .

- A.  $P = \frac{5}{3}$ .                      B.  $P = \frac{8}{3}$ .                      C.  $P = 6$ .                      D.  $P = 4$ .

**Câu 31:** Tập xác định của hàm số  $y = \frac{\sqrt{3-x} + \sqrt{x+1}}{x^2 - 5x + 6}$  là

- A.  $[-1; 3) \setminus \{2\}$ .                      B.  $[-1; 2]$ .                      C.  $[-1; 3]$ .                      D.  $(2; 3)$ .

**Câu 32:** Tìm điều kiện của  $m$  để hàm số  $y = \sqrt{x^2 - x + m}$  có tập xác định  $D = \mathbb{R}$

- A.  $m \geq \frac{1}{4}$ .                      B.  $m > \frac{1}{4}$ .                      C.  $m > -\frac{1}{4}$ .                      D.  $m \leq \frac{1}{4}$ .

**Câu 33:** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số  $m$  để hàm số  $y = \frac{x^2 + 2m + 2}{x - m}$  xác định trên khoảng  $(-1; 0)$ .

- A.  $\begin{cases} m > 0 \\ m < -1 \end{cases}$ .                      B.  $m \leq -1$ .                      C.  $\begin{cases} m \geq 0 \\ m \leq -1 \end{cases}$ .                      D.  $m \geq 0$ .

**Câu 34:** Tìm giá trị của tham số  $m$  để đỉnh  $I$  của đồ thị hàm số  $y = -x^2 + 6x + m$  thuộc đường thẳng  $y = x + 2019$ .

- A.  $m = 2020$ .                      B.  $m = 2000$ .                      C.  $m = 2036$ .                      D.  $m = 2013$ .

**Câu 35:** Cho hàm số  $y = ax^2 + bx + c$  ( $a \neq 0$ ) có đồ thị. Biết đồ thị của hàm số có đỉnh  $I(1; 1)$  và đi qua điểm  $A(2; 3)$ . Tính tổng  $S = a^2 + b^2 + c^2$

- A. 3.                      B. 4.                      C. 29.                      D. 1.

## II. PHẦN TỰ LUẬN (3,0 điểm)

**Câu 36:** (1,0 điểm) Một công ty điện tử sản xuất hai loại máy tính trên hai dây chuyền độc lập (loại một và loại hai). Máy tính loại một sản xuất trên dây chuyền một với công suất tối đa 45 máy tính một ngày; máy tính loại hai sản xuất trên dây chuyền hai với công suất tối đa 80 máy tính một ngày. Để sản xuất một chiếc máy tính loại một cần 12 linh kiện và cần 9 linh kiện để sản xuất một máy tính loại hai. Biết rằng số linh kiện có thể sử dụng tối đa trong một ngày là 900 linh kiện và tiền lãi bán một chiếc máy loại một là 2.500.000 đồng; tiền lãi khi bán một chiếc máy loại hai là 1.800.000 đồng. Hỏi cần sản xuất mỗi loại bao nhiêu máy tính để tiền lãi thu được trong một ngày là nhiều nhất. (Giả thiết rằng tất cả các máy tính sản xuất ra trong ngày đều bán hết).

**Câu 37:** Cho tam giác  $ABC$ . Các điểm  $M, N$  được xác định bởi các hệ thức  $\overline{BM} = \overline{BC} - 2\overline{AB}$ ,  $\overline{CN} = x\overline{AC} - \overline{BC}$ . Xác định  $x$  để  $A, M, N$  thẳng hàng.

**Câu 38:** Tìm tất cả các giá trị nguyên của tham số  $m$  để bất phương trình:  $(m-1)x^2 - 2(m-1)x + 4 < 0$  vô nghiệm.

**Câu 39:** Cho tam giác  $ABC$ . Tìm tập hợp điểm  $M$  sao cho  $|4\overline{MA} + \overline{MB} + \overline{MC}| = |2\overline{MA} - \overline{MB} - \overline{MC}|$

----- HẾT -----

## HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

### I. PHẦN TRẮC NGHIỆM (35 câu – 7,0 điểm)

**Câu 1:** Trong các câu sau, câu nào là mệnh đề đúng?

- A.** Hãy ngồi trật tự!      **B.** Sách này có mấy chương?  
**C.** 7 là một số nguyên số.      **D.** 15 là số tự nhiên chẵn.

**Lời giải**

**Chọn C**

Mệnh đề đúng là 7 là một số nguyên số.

**Câu 2:** Cho hệ bất phương trình  $\begin{cases} 2x+3y-1 > 0 \\ 5x-y+4 < 0 \end{cases}$ . Khẳng định nào sau đây **sai**?

- A.** Điểm  $D(-3;4)$  thuộc miền nghiệm của hệ bất phương trình đã cho.  
**B.** Điểm  $A(-1;4)$  thuộc miền nghiệm của hệ bất phương trình đã cho.  
**C.** Điểm  $O(0;0)$  thuộc miền nghiệm của hệ bất phương trình đã cho.  
**D.** Điểm  $C(-2;4)$  thuộc miền nghiệm của hệ bất phương trình đã cho.

**Lời giải**

**Chọn C**

**Câu 3:** Tập xác định của hàm số  $y = \frac{3-x}{x^2-5x-6}$  là

- A.**  $D = \mathbb{R} \setminus \{-1;6\}$       **B.**  $D = \mathbb{R} \setminus \{1;-6\}$       **C.**  $D = \{-1;6\}$       **D.**  $D = \{1;-6\}$

**Lời giải**

**Chọn A**

Điều kiện  $x^2 - 5x - 6 \neq 0 \Rightarrow \begin{cases} x \neq -1 \\ x \neq 6 \end{cases}$ .

Vậy  $D = \mathbb{R} \setminus \{-1;6\}$ .

**Câu 4:** Tập xác định của hàm số  $y = \frac{1}{\sqrt{3-x}}$  là

- A.**  $D = [3; +\infty)$ .      **B.**  $D = (3; +\infty)$ .      **C.**  $D = (-\infty; 3]$ .      **D.**  $D = (-\infty; 3)$ .

**Lời giải**

**Chọn D**

Điều kiện xác định  $3-x > 0 \Leftrightarrow x < 3$ .

Vậy tập xác định của hàm số  $y = \frac{1}{\sqrt{3-x}}$  là  $D = (-\infty; 3)$ .

**Câu 5:** Cho hàm số  $y = f(x)$  có bảng biến thiên như hình bên dưới. Khẳng định nào sau đây là đúng?

$x$	$-\infty$	$0$	$+\infty$
$y$	$-\infty$	$1$	$-\infty$

- A. Hàm số đồng biến trên khoảng  $(-\infty; +\infty)$ .
- B. Hàm số đồng biến trên khoảng  $(-\infty; 1)$ .
- C. Hàm số đồng biến trên khoảng  $(-\infty; 0)$ .**
- D. Hàm số đồng biến trên khoảng  $(1; +\infty)$ .

**Lời giải**

Dựa vào bảng biến thiên: khoảng  $(-\infty; 0)$  có mũi tên hướng lên, diễn tả hàm số đồng biến.

**Câu 6:** Cho hàm số  $f(x) = \sqrt{2x^2 + 1}$ . Giá trị  $f(-2)$  bằng

- A. -3.
- B. 3.**
- C. 4.
- D. Không xác định.

**Lời giải**

**Chọn B**

Ta có  $f(-2) = \sqrt{2 \cdot (-2)^2 + 1} = 3$ .

**Câu 7:** Cho hàm số  $y = -x^2 + 4x + 1$ . Khẳng định nào sau đây sai?

- A. Trên khoảng  $(-\infty; 1)$  hàm số đồng biến.
- B. Hàm số nghịch biến trên khoảng  $(2; +\infty)$  và đồng biến trên khoảng  $(-\infty; 2)$ .
- C. Trên khoảng  $(3; +\infty)$  hàm số nghịch biến.
- D. Hàm số nghịch biến trên khoảng  $(4; +\infty)$  và đồng biến trên khoảng  $(-\infty; 4)$ .**

**Lời giải**

**Chọn D**

Đỉnh của parabol:  $x = -\frac{b}{2a} = 2$

Bảng biến thiên của hàm số:

$x$	$-\infty$	$2$	$+\infty$
$y'$	$+$	$0$	$-$
$y$	$-\infty$	$5$	$-\infty$

Dựa vào bảng biến thiên suy ra khẳng định **D** sai.

**Câu 8:** Parabol  $(P)$ :  $y = -2x^2 - 6x + 3$  có hoành độ đỉnh là

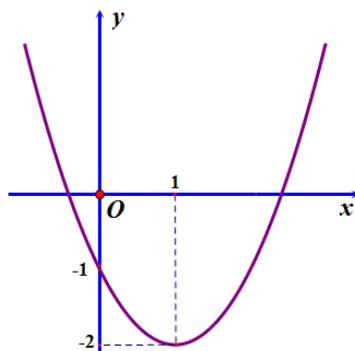
- A.  $x = -3$ .
- B.  $x = \frac{3}{2}$ .
- C.  $x = -\frac{3}{2}$ .**
- D.  $x = 3$ .

**Lời giải**

**Chọn C**

Parabol (P):  $y = -2x^2 - 6x + 3$  có hoành độ đỉnh là  $x = -\frac{b}{2a} = -\frac{-6}{2(-2)} = -\frac{3}{2}$ .

**Câu 9:** Đồ thị trong hình vẽ dưới đây là của hàm số nào trong các phương án A;B;C;D sau đây?



- A.  $y = x^2 + 2x - 1$ .      B.  $y = x^2 + 2x - 2$ .      C.  $y = 2x^2 - 4x - 2$ .      **D.  $y = x^2 - 2x - 1$ .**

**Lời giải**

**Chọn D**

Đồ thị cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng  $-1$  nên loại B và C

Hoành độ của đỉnh là  $x_1 = -\frac{b}{2a} = 1$  nên ta loại A và **Chọn D**

**Câu 10:** Bảng xét dấu bên dưới là của biểu thức nào dưới đây?

$x$	$-\infty$	$2$	$+\infty$
$f(x)$		$-$	$0$
		$-$	$-$

- A.  $f(x) = -x + 2$ .      B.  $f(x) = (x - 2)^2$ .  
 C.  $f(x) = 2x - 4$ .      **D.  $f(x) = -x^2 + 4x - 4$ .**

**Lời giải**

**Chọn D**

Do bảng xét dấu có hai khoảng cùng dấu, nên biểu thức là tam thức bậc hai, do đó loại phương án A, C.

Vì biểu thức mang dấu trừ nên loại phương án B.

**Câu 11:** Tập nghiệm của bất phương trình  $2x^2 - 14x + 20 < 0$  là

- A.  $S = (-\infty; 2] \cup [5; +\infty)$ .      B.  $S = (-\infty; 2) \cup (5; +\infty)$ .  
**C.  $S = (2; 5)$ .**      D.  $S = [2; 5]$ .

**Lời giải**

**Chọn C**

Bất phương trình  $0 \leq x \leq 10 \Leftrightarrow 2 < x < 5$ .

Vậy  $S = (2; 5)$ .

**Câu 12:** Tập nghiệm của bất phương trình:  $x^2 + 9 > 6x$  là

- A.  $(3; +\infty)$ .      **B.  $\mathbb{R} \setminus \{3\}$ .**      C.  $\mathbb{R}$ .      D.  $(-\infty; 3)$ .

**Lời giải**

**Chọn B**

$x^2 + 9 > 6x \Leftrightarrow (x - 3)^2 > 0 \Leftrightarrow x \neq 3$ .

- Câu 13:** Số nghiệm của phương trình  $\sqrt{x^2 - 4x + 3} = \sqrt{1 - x}$  là  
**A.** Vô số.                      **B.** 2.                      **C.** 1.                      **D.** 0.

**Lời giải**

**Chọn C**

Ta có  $\sqrt{x^2 - 4x + 3} = \sqrt{1 - x}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 1 - x \geq 0 \\ x^2 - 4x + 3 = 1 - x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq 1 \\ x^2 - 3x + 2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq 1 \\ \begin{cases} x = 1 \\ x = 2 \end{cases} \end{cases} \Leftrightarrow x = 1.$$

Vậy phương trình đã cho có 1 nghiệm.

- Câu 14:** Cho góc  $\alpha$  thỏa  $\tan \alpha = -2$ . Giá trị của biểu thức  $P = \frac{2 \sin \alpha + 3 \cos \alpha}{\sin \alpha - 2 \cos \alpha}$  bằng  
**A.**  $-\frac{8}{3}$ .                      **B.**  $\frac{8}{3}$ .                      **C.**  $-\frac{1}{4}$ .                      **D.**  $\frac{1}{4}$ .

**Lời giải**

**Chọn D**

$\tan \alpha = -2 \Rightarrow \cos \alpha \neq 0$  nên chia cả tử và mẫu của  $P$  cho  $\cos \alpha$  ta được

$$P = \frac{2 \tan \alpha + 3}{\tan \alpha - 2} = \frac{2(-2) + 3}{-2 - 2} = \frac{1}{4}.$$

- Câu 15:** Cho  $\Delta ABC$ ,  $BC = a, AC = b, AB = c$  và góc  $BAC = 60^\circ$ . Khẳng định nào sau đây đúng?  
**A.**  $a^2 = b^2 + c^2 - bc$ .    **B.**  $a^2 = b^2 + c^2 + bc$ .    **C.**  $a^2 = b^2 + c^2 - \frac{1}{2}bc$ .    **D.**  $a^2 = b^2 + c^2 + \frac{1}{2}bc$ .

**Lời giải**

**Chọn A**

Xét  $\Delta ABC$ , áp dụng định lý Cosin ta có:

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cdot \cos A = b^2 + c^2 - 2bc \cdot \cos 60^\circ = b^2 + c^2 - bc.$$

- Câu 16:** Tam giác  $ABC$  có  $a = 6, b = 7, c = 12$ . Khẳng định nào sau đây là đúng?  
**A.**  $\Delta ABC$  có 3 góc nhọn.                      **B.**  $\Delta ABC$  có 1 góc tù.  
**C.**  $\Delta ABC$  là tam giác vuông.                      **D.**  $\Delta ABC$  là tam giác đều.

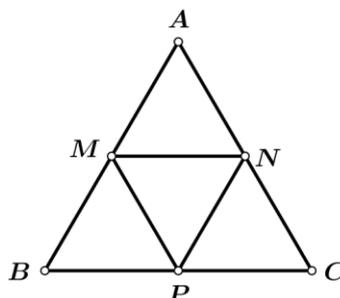
**Lời giải**

**Chọn B**

Xét  $\Delta ABC$ , ta có

$$\cos C = \frac{a^2 + b^2 - c^2}{2ab} = \frac{6^2 + 7^2 - 12^2}{2 \cdot 6 \cdot 7} = -\frac{59}{84} \Rightarrow C > 90^\circ \Rightarrow \Delta ABC \text{ có 1 góc tù.}$$

- Câu 17:** Cho tam giác đều  $ABC$  có  $M, N, P$  lần lượt là trung điểm của các cạnh  $AB, AC, BC$  (tham khảo hình vẽ). Mệnh đề nào dưới đây sai?



- A.**  $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AC}$ .      **B.**  $\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{PC}$ .      **C.**  $\overrightarrow{MB} = \overrightarrow{AM}$ .      **D.**  $|\overrightarrow{PM}| = |\overrightarrow{PN}|$ .

**Lời giải**

**Chọn A**

Do  $M, N, P$  lần lượt là trung điểm của các cạnh  $AB, AC, BC$  nên các mệnh đề B, C, D đều đúng

**Câu 18:** Cho ba điểm  $A, B, C$ . Mệnh đề nào sau đây là đúng?

- A.**  $\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{CB} = \overrightarrow{CA}$ .      **B.**  $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CA} = \overrightarrow{BC}$ .      **C.**  $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{BC}$ .      **D.**  $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{BC}$ .

**Lời giải**

**Chọn A**

Theo quy tắc 3 điểm:  $\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{CB} = \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{BA} = \overrightarrow{CA}$ .

**Câu 19:** Cho đoạn thẳng  $AB$ , gọi  $M$  là trung điểm của  $AB$ . Đẳng thức vectơ nào sau đây đúng?

- A.**  $\overrightarrow{AB} = 2\overrightarrow{MA}$ .      **B.**  $\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{MB}$ .      **C.**  $\overrightarrow{AM} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$ .      **D.**  $\overrightarrow{AB} = 2\overrightarrow{BM}$ .

**Lời giải**

Ta có  $AM = \frac{1}{2}AB$

Mặt khác  $\overrightarrow{AM}$  và  $\overrightarrow{AB}$  cùng hướng  $\Rightarrow \overrightarrow{AM} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$ .

**Câu 20:** Cho  $\vec{a} = k\vec{b}$ . Đẳng thức vectơ nào sau đây đúng?

- A.**  $|\vec{a}| = k|\vec{b}|$ .      **B.**  $|\vec{a}| = |k||\vec{b}|$ .      **C.**  $|\vec{a}| = -k|\vec{b}|$ .      **D.**  $\vec{a} = |k|\vec{b}$ .

**Lời giải**

Theo định nghĩa ta có  $|\vec{a}| = |k||\vec{b}|$

**Câu 21:** Lớp 10A có 30 học sinh giỏi, trong đó có 15 học sinh giỏi môn Toán, 20 học sinh giỏi môn Ngữ Văn. Hỏi lớp 10A có tất cả bao nhiêu học sinh giỏi cả hai môn Toán và Ngữ văn?

- A.** 30.      **B.** 5.      **C.** 15.      **D.** 10.

**Lời giải**

**Chọn B**

Gọi  $X$  học sinh giỏi Toán, ta có  $n(X) = 15$

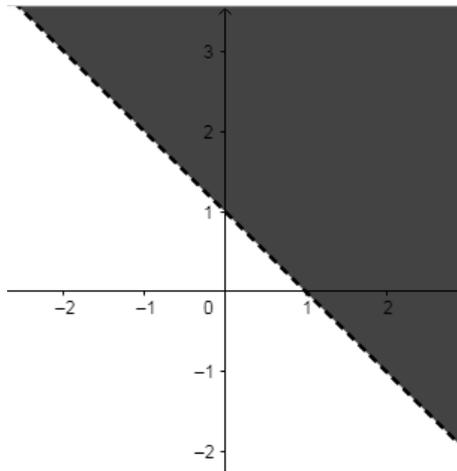
Gọi  $Y$  học sinh giỏi Ngữ Văn, ta có  $n(Y) = 20$

Số học sinh giỏi là  $n(X \cup Y) = 30$ .

Số học sinh giỏi cả hai môn Toán và Ngữ văn là

$$n(X \cap Y) = n(X) + n(Y) - n(X \cup Y) = 15 + 20 - 30 = 5.$$

**Câu 22:** Phần tô đậm ở hình vẽ dưới đây biểu diễn tập nghiệm của bất phương trình nào?



A.  $x + y - 1 < 0$ .

B.  $x - y - 1 < 0$ .

**C.  $x + y - 1 > 0$ .**

D.  $x - y - 1 > 0$ .

Lời giải

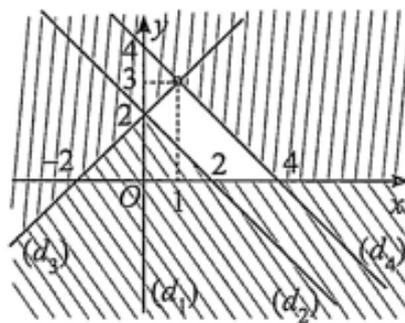
**Chọn C**

Đường thẳng đi qua hai điểm  $(1; 0); (0; 1)$  có phương trình là  $x + y - 1 = 0$

Thay  $x = 0; y = 0$  vào biểu thức  $x + y - 1$  ta được  $0 - 1 < 0$

Suy ra điểm O không thuộc miền nghiệm của bất phương trình  $x + y - 1 > 0$ .

**Câu 23:** Miền không bị gạch trong hình vẽ (tính cả bờ) là miền nghiệm của hệ bất phương trình nào sau đây ?



A. 
$$\begin{cases} x \geq 0 \\ x + y \geq 2 \\ x + y \leq 4 \\ -x + y \leq 2 \end{cases}$$

**B. 
$$\begin{cases} y \geq 0 \\ x + y \geq 2 \\ x + y \leq 4 \\ -x + y \leq 2 \end{cases}$$**

C. 
$$\begin{cases} x \geq 0 \\ x + y \geq 2 \\ x + y \leq 4 \\ -x + y \geq 2 \end{cases}$$

D. 
$$\begin{cases} y \geq 0 \\ x + y \geq 2 \\ x + 2y \leq 4 \\ -x + y \leq 2 \end{cases}$$

Lời giải

**Chọn B**

+) Đường thẳng  $d_2$  đi qua các điểm có tọa độ  $2; 0$  và  $0; 2$  nên có phương trình  $x + y = 2$ .

Thay tọa độ điểm O vào phương trình đường thẳng  $d_2$  và nhìn vào miền nghiệm ta suy ra  $x + y \geq 2$ .

+) Đường thẳng  $d_4$  đi qua các điểm có tọa độ  $4; 0$  và  $0; 4$  nên có phương trình  $x + y = 4$ .

Thay tọa độ điểm O vào phương trình đường thẳng  $d_4$  và nhìn vào miền nghiệm ta suy ra  $x + y \leq 4$ .

+) Đường thẳng  $d_3$  đi qua các điểm có tọa độ  $-2;0$  và  $0;2$  nên có phương trình  $-x + y = 2$ . Thay tọa độ điểm  $O$  vào phương trình đường thẳng  $d_3$  và nhìn vào miền nghiệm ta suy ra  $-x + y \leq 2$ .

+) Nhìn vào miền nghiệm ta thấy nửa mặt phẳng dưới trục hoành bị gạch bỏ nên ta được bất phương trình  $y \geq 0$ .

**Câu 24:** Tam giác  $ABC$  có  $AB = c, BC = a, CA = b$ . Các cạnh  $a, b, c$  liên hệ với nhau bởi đẳng thức  $b(b^2 - a^2) - c(a^2 - c^2) = 0$ . Khi đó, góc  $BAC$  bằng bao nhiêu độ?

- A.  $30^\circ$ .                      B.  $45^\circ$ .                      C.  $60^\circ$ .                      D.  $90^\circ$ .

Lời giải:

**Chọn C**

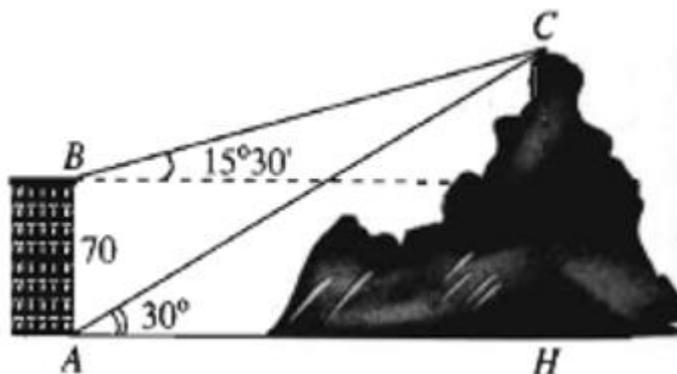
Ta có:

$$b(b^2 - a^2) - c(a^2 - c^2) = 0 \Leftrightarrow b^3 + c^3 - a^2(b + c) = 0$$

$$\Leftrightarrow (b + c)(b^2 - bc + c^2) - a^2(b + c) = 0 \Leftrightarrow a^2 = b^2 - bc + c^2 \Leftrightarrow b^2 + c^2 - a^2 = bc.$$

$$\text{Suy ra } \cos A = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc} = \frac{bc}{2bc} = \frac{1}{2}. \text{ Do đó, } A = 60^\circ.$$

**Câu 25:** Từ hai vị trí quan sát  $A$  và  $B$  của một tòa nhà; người ta quan sát đỉnh  $C$  của ngọn núi. Biết rằng độ cao  $AB = 70m$ , phương nhìn  $AC$  tạo với phương nằm ngang một góc  $30^\circ$ ; phương nhìn  $BC$  tạo với phương nằm ngang một góc  $15^\circ 30'$ . Ngọn núi đó có độ cao so với mặt đất gần nhất với giá trị nào sau đây



- A.  $135m$                       B.  $234m$                       C.  $165m$                       D.  $195m$

Lời giải

**Chọn A**

$$\text{Ta có: } \angle ABC = 90^\circ + 15^\circ 30' = 105^\circ 30';$$

$$\angle CAB = 60^\circ$$

$$\angle BCA = 180^\circ - 105^\circ 30' - 60^\circ = 14^\circ 30'$$

Tam giác  $ABC$  có:

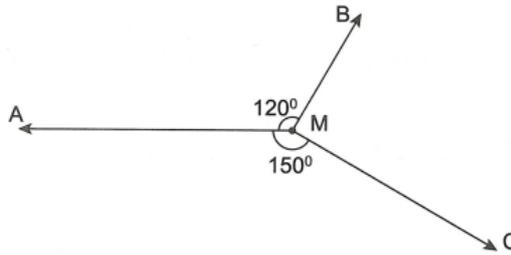
$$\frac{AC}{\sin B} = \frac{AB}{\sin C} \Rightarrow AC = \frac{AB \cdot \sin B}{\sin C} = \frac{70 \cdot \sin 105^\circ 30'}{\sin 14^\circ 30'} \approx 269,4m$$

Tam giác  $AHC$  có:

$$CH = AC \cdot \sin CAH = 269,4 \cdot \sin 30^\circ \approx 134,7m$$

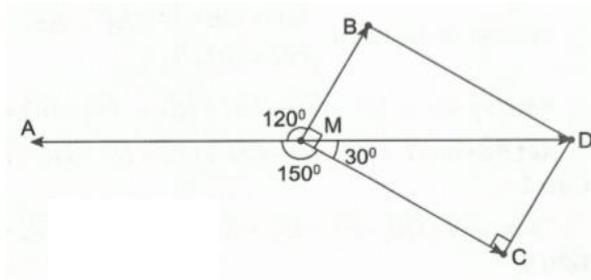
Vậy ngọn núi cao khoảng  $135m$ .

**Câu 26:** Cho ba lực  $\vec{F}_1 = \vec{MA}$ ,  $\vec{F}_2 = \vec{MB}$ ,  $\vec{F}_3 = \vec{MC}$  cùng tác động vào một vật tại điểm  $M$  và vật đứng yên như hình vẽ. Biết cường độ của lực  $\vec{F}_1$  là  $50N$ ,  $AMB = 120^\circ$ ,  $AMC = 150^\circ$ . Cường độ của lực  $\vec{F}_3$  là



- A.  $50\sqrt{3}N$ .      B.  $25\sqrt{3}N$ .      C.  $25N$ .      D.  $50N$ .

**Lời giải**



Ta có  $AMB = 120^\circ$ ,  $AMC = 150^\circ \Rightarrow BMC = 360^\circ - 120^\circ - 150^\circ = 90^\circ$

Vẽ hình chữ nhật  $MCDB$ , có  $CMD = 180^\circ - AMC = 180^\circ - 150^\circ = 30^\circ$

Vì vật đứng yên nên tổng hợp lực tác động vào vật bằng  $0 \Rightarrow MD = MA = 50$ .

$$\cos CMD = \frac{MC}{MD} \Rightarrow MC = MD \cdot \cos 30^\circ = 50 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 25\sqrt{3}.$$

$$\text{Vậy } |\vec{F}_3| = F_3 = MC = 25\sqrt{3}N.$$

**Câu 27:** Biết rằng hai vectơ  $\vec{a}$  và  $\vec{b}$  không cùng phương nhưng hai vectơ  $2\vec{a} + 3\vec{b}$  và  $\vec{a} + (x+1)\vec{b}$  cùng phương. Khi đó giá trị của  $x$  là

- A.  $\frac{1}{2}$ .      B.  $-\frac{3}{2}$ .      C.  $-\frac{1}{2}$ .      D.  $\frac{3}{2}$ .

**Lời giải**

Ta có  $2\vec{a} + 3\vec{b}$  và  $\vec{a} + (x+1)\vec{b}$  cùng phương nên có tỉ lệ:  $\frac{1}{2} = \frac{x+1}{3} \Rightarrow x = \frac{1}{2}$ .

**Câu 28:** Cho hai vectơ  $\vec{a}$  và  $\vec{b}$ . Biết  $|\vec{a}| = 2$ ,  $|\vec{b}| = \sqrt{3}$  và  $(\vec{a}, \vec{b}) = 30^\circ$ . Tính  $|\vec{a} + \vec{b}|$ .

- A.  $\sqrt{11}$ .      B.  $\sqrt{13}$ .      C.  $\sqrt{12}$ .      D.  $\sqrt{14}$ .

**Lời giải**

$$\text{Ta có: } (|\vec{a} + \vec{b}|)^2 = \vec{a}^2 + \vec{b}^2 + 2\vec{a}\vec{b} = |\vec{a}|^2 + |\vec{b}|^2 + 2|\vec{a}||\vec{b}|\cos(\vec{a}, \vec{b})$$

$$\Rightarrow (|\vec{a} + \vec{b}|)^2 = 4 + 3 + 2 \cdot 2 \cdot \sqrt{3} \cdot \cos 30^\circ = 13 \Rightarrow |\vec{a} + \vec{b}| = \sqrt{13}.$$

**Câu 29:** Cho tam giác  $ABC$  đều cạnh  $a$ . Gọi  $D$  là điểm đối xứng của  $A$  qua  $BC$ ,  $M$  là một điểm bất kỳ. Khẳng định nào dưới đây đúng?

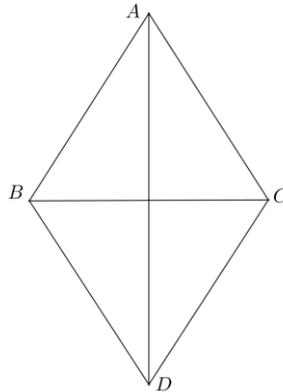
A.  $\overrightarrow{MB} \cdot \overrightarrow{MC} = AM^2 + \overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{AD} + \frac{a^2}{2}$ .

B.  $\overrightarrow{MB} \cdot \overrightarrow{MC} = AM^2 - \overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{AD} + a^2$ .

C.  $\overrightarrow{MB} \cdot \overrightarrow{MC} = AM^2 + \overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{AD} + a^2$ .

**D.  $\overrightarrow{MB} \cdot \overrightarrow{MC} = AM^2 - \overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{AD} + \frac{a^2}{2}$ .**

Lời giải



Theo giả thiết: tam giác  $ABC$  đều và  $D$  là điểm đối xứng của  $A$  qua  $BC$  nên tứ giác  $ABDC$  là hình thoi.

$$\begin{aligned} \text{Khi đó: } \overrightarrow{MB} \cdot \overrightarrow{MC} &= (\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{AB})(\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{AC}) = \overrightarrow{MA}^2 + \overrightarrow{MA}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}) + \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} \\ &= AM^2 + \overrightarrow{MA} \cdot \overrightarrow{AD} + AB \cdot AC \cdot \cos 60^\circ = AM^2 - \overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{AD} + a \cdot a \cdot \frac{1}{2} = AM^2 - \overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{AD} + \frac{a^2}{2}. \end{aligned}$$

**Câu 30:** Cho hàm số  $f(x) = \begin{cases} 2\sqrt{x+2}-3 & \text{khi } x \geq 2 \\ x^2+1 & \text{khi } x < 2 \end{cases}$ . Tính  $P = f(2) + f(-2)$ .

A.  $P = \frac{5}{3}$ .

B.  $P = \frac{8}{3}$ .

**C.  $P = 6$ .**

D.  $P = 4$ .

Lời giải

**Chọn C**

$$P = f(2) + f(-2) = \frac{2\sqrt{2+2}-3}{2-1} + (-2)^2 + 1 = 6.$$

**Câu 31:** Tập xác định của hàm số  $y = \frac{\sqrt{3-x} + \sqrt{x+1}}{x^2 - 5x + 6}$  là

**A.  $[-1; 3) \setminus \{2\}$ .**

B.  $[-1; 2]$ .

C.  $[-1; 3]$ .

D.  $(2; 3)$ .

Lời giải

**Chọn A**

$$\text{Hàm số xác định} \Leftrightarrow \begin{cases} 3-x \geq 0 \\ x+1 \geq 0 \\ x^2-5x+6 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq 3 \\ x \geq -1 \\ x \neq 3 \\ x \neq 2 \end{cases} \Leftrightarrow x \in [-1; 3) \setminus \{2\}.$$

Vậy tập xác định  $D = [-1; 3) \setminus \{2\}$ .

**Câu 32:** Tìm điều kiện của  $m$  để hàm số  $y = \sqrt{x^2 - x + m}$  có tập xác định  $D = \mathbb{R}$

**A.**  $m \geq \frac{1}{4}$ .

**B.**  $m > \frac{1}{4}$ .

**C.**  $m > -\frac{1}{4}$ .

**D.**  $m \leq \frac{1}{4}$ .

**Lời giải**

**Chọn A**

Hàm số  $y = \sqrt{x^2 - x + m}$  có tập xác định  $D = \mathbb{R}$ .

$$\Leftrightarrow x^2 - x + m \geq 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} a > 0 \text{ (Đ do } a=1) \\ \Delta \leq 0, \Delta = 1 - 4m \end{cases} \Leftrightarrow m \geq \frac{1}{4}.$$

Vậy  $m \geq \frac{1}{4}$  thỏa yêu cầu bài.

**Câu 33:** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số  $m$  để hàm số  $y = \frac{x^2 + 2m + 2}{x - m}$  xác định trên khoảng  $(-1; 0)$ .

**A.**  $\begin{cases} m > 0 \\ m < -1 \end{cases}$ .

**B.**  $m \leq -1$ .

**C.**  $\begin{cases} m \geq 0 \\ m \leq -1 \end{cases}$ .

**D.**  $m \geq 0$ .

**Lời giải**

**Chọn C**

Hàm số đã cho xác định  $\Leftrightarrow x \neq m$ .

Khi đó tập xác định của hàm số là:  $D = (-\infty; m) \cup (m; +\infty)$ .

$$\text{Yêu cầu bài toán} \Leftrightarrow (-1; 0) \subset D \Leftrightarrow \begin{cases} m \geq 0 \\ m \leq -1 \end{cases}$$

**Câu 34:** Tìm giá trị của tham số  $m$  để đỉnh  $I$  của đồ thị hàm số  $y = -x^2 + 6x + m$  thuộc đường thẳng  $y = x + 2019$ .

**A.**  $m = 2020$ .

**B.**  $m = 2000$ .

**C.**  $m = 2036$ .

**D.**  $m = 2013$ .

**Lời giải**

**Chọn D**

Đồ thị hàm số  $y = -x^2 + 6x + m$  là parabol có đỉnh  $I(3; 9 + m)$ .

Đỉnh  $I(3; 9 + m)$  thuộc đường thẳng  $y = x + 2019 \Leftrightarrow 9 + m = 3 + 2019 \Leftrightarrow m = 2013$ .

**Câu 35:** Cho hàm số  $y = ax^2 + bx + c$  ( $a \neq 0$ ) có đồ thị. Biết đồ thị của hàm số có đỉnh  $I(1; 1)$  và đi qua điểm  $A(2; 3)$ . Tính tổng  $S = a^2 + b^2 + c^2$

**A.** 3.

**B.** 4.

**C.** 29.

**D.** 1.

**Lời giải**

**Chọn C**

Vì đồ thị hàm số  $y = ax^2 + bx + c$  ( $a \neq 0$ ) có đỉnh  $I(1; 1)$  và đi qua điểm  $A(2; 3)$  nên ta có hệ:

$$\begin{cases} a + b + c = 1 \\ 4a + 2b + c = 3 \\ -\frac{b}{2a} = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a + b + c = 1 \\ 4a + 2b + c = 3 \\ 2a + b = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 2 \\ b = -4 \\ c = 3 \end{cases}$$

Nên  $S = a^2 + b^2 + c^2 = 29$

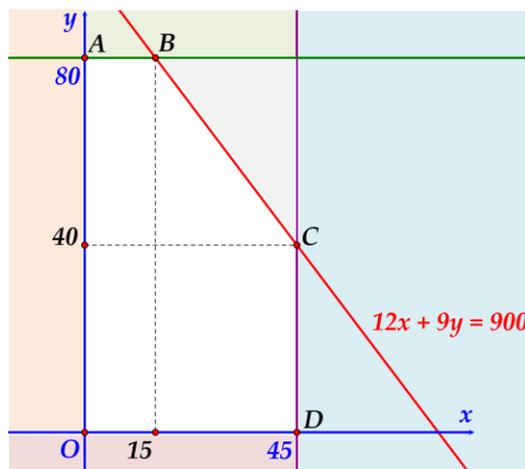
## II. PHẦN TỰ LUẬN (3,0 điểm)

**Câu 36:** (1,0 điểm) Một công ty điện tử sản xuất hai loại máy tính trên hai dây chuyền độc lập (loại một và loại hai). Máy tính loại một sản xuất trên dây chuyền một với công suất tối đa 45 máy tính một ngày; máy tính loại hai sản xuất trên dây chuyền hai với công suất tối đa 80 máy tính một ngày. Để sản xuất một chiếc máy tính loại một cần 12 linh kiện và cần 9 linh kiện để sản xuất một máy tính loại hai. Biết rằng số linh kiện có thể sử dụng tối đa trong một ngày là 900 linh kiện và tiền lãi bán một chiếc máy loại một là 2.500.000 đồng; tiền lãi khi bán một chiếc máy loại hai là 1.800.000 đồng. Hỏi cần sản xuất mỗi loại bao nhiêu máy tính để tiền lãi thu được trong một ngày là nhiều nhất. (Giả thiết rằng tất cả các máy tính sản xuất ra trong ngày đều bán hết).

**Lời giải**

Gọi  $x, y$  ( $x, y \in \mathbb{N}$ ) lần lượt là số máy tính loại 1 và loại 2 cần sản xuất ra trong một ngày.

Theo đề bài ta có: 
$$\begin{cases} 0 \leq x \leq 45 \\ 0 \leq y \leq 80 \\ 12x + 9y \leq 900 \end{cases} \quad (*)$$



Miền nghiệm của bất phương trình là miền ngũ giác  $OABCD$  với các đỉnh  $O(0;0), A(0;80), B(15;80), C(45;40), D(45;0)$ .

Gọi  $F$  là số tiền lãi thu được, ta có:  $F(x, y) = 2,5 \cdot 10^6 x + 1,8 \cdot 10^6 y$ .

Tính giá trị của  $F$  tại các đỉnh của ngũ giác ta có:

Tại  $O(0;0)$ :  $F(0;0) = 0$ .

Tại  $A(0;80)$ :  $F(0;80) = 144 \cdot 10^6$ .

Tại  $B(15;80)$ :  $F(15;80) = 181,5 \cdot 10^6$ .

Tại  $C(45;40)$ :  $F(45;40) = 184,5 \cdot 10^6$ .

Tại  $D(45;0)$ :  $F(45;0) = 112,5 \cdot 10^6$ .

Vậy công ty cần sản xuất 45 máy tính loại 1 và 40 máy tính loại 2 để có lãi cao nhất là 184.500.000 đồng.

**Câu 37:** Cho tam giác  $ABC$ . Các điểm  $M, N$  được xác định bởi các hệ thức  $\overrightarrow{BM} = \overrightarrow{BC} - 2\overrightarrow{AB}$ ,  $\overrightarrow{CN} = x\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{BC}$ . Xác định  $x$  để  $A, M, N$  thẳng hàng.

**Lời giải**

Ta có

+)  $\overrightarrow{BM} = \overrightarrow{BC} - 2\overrightarrow{AB} \Leftrightarrow \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BM} = \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{BA} \Leftrightarrow \overrightarrow{AM} = 2\overrightarrow{BC} - \overrightarrow{AC}$

$$+) \overrightarrow{CN} = x\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{BC} \Leftrightarrow \overrightarrow{AN} - \overrightarrow{AC} = x\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{BC} \Leftrightarrow \overrightarrow{AN} = -\overrightarrow{BC} + (x+1)\overrightarrow{AC}$$

Khi đó  $A, M, N$  thẳng hàng khi và chỉ khi tồn tại  $k \in \mathbb{R}$  sao cho  $\overrightarrow{AN} = k\overrightarrow{AM}$

$$\Leftrightarrow -\overrightarrow{BC} + (x+1)\overrightarrow{AC} = 2k\overrightarrow{BC} - k\overrightarrow{AC} \Leftrightarrow \begin{cases} -1 = 2k \\ x+1 = -k \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} k = -\frac{1}{2} \\ x = -\frac{1}{2} \end{cases}$$

Vậy  $x = -\frac{1}{2}$  thì  $A, M, N$  thẳng hàng.

**Câu 38:** Tìm tất cả các giá trị nguyên của tham số  $m$  để bất phương trình:  $(m-1)x^2 - 2(m-1)x + 4 < 0$  vô nghiệm.

**Lời giải**

Bất phương trình  $(m-1)x^2 - 2(m-1)x + 4 < 0$  vô nghiệm

$$\Leftrightarrow f(x) = (m-1)x^2 - 2(m-1)x + 4 \geq 0, \forall x \in \mathbb{R}.$$

**TH 1:** Nếu  $m-1=0 \Leftrightarrow m=1$ , khi đó  $f(x) = 4 \geq 0$ . Do đó  $m=1$  thỏa mãn.

**TH 2:** Nếu  $m-1 \neq 0 \Leftrightarrow m \neq 1$ , khi đó:

$$f(x) \geq 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} a > 0 \\ \Delta' \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m-1 > 0 \\ (m-1)^2 - 4(m-1) \leq 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m > 1 \\ m^2 - 6m + 5 \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > 1 \\ 1 \leq m \leq 5 \end{cases} \Leftrightarrow m \in (1; 5].$$

Kết hợp hai trường hợp ta được  $m \in [1; 5]$ .

**Câu 39:** Cho tam giác  $ABC$ . Tìm tập hợp điểm  $M$  sao cho  $|4\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}| = |2\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB} - \overrightarrow{MC}|$

**Lời giải**

Gọi  $G$  là trọng tâm  $\Delta ABC$ ,  $K$  là trung điểm của  $AG$ . Ta có:

$$|4\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}| = |2\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB} - \overrightarrow{MC}| \Leftrightarrow |3(\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MG})| = |3(\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MG})|$$

$$\Leftrightarrow |6\overrightarrow{MK}| = |3\overrightarrow{GA}| \Leftrightarrow MK = \frac{GA}{2}.$$

Vậy, tập hợp điểm  $M$  là đường tròn tâm  $K$  bán kính  $R = \frac{GA}{2}$

**I. PHẦN TRẮC NGHIỆM (35 câu – 7,0 điểm)**

**Câu 1:** Tập xác định của hàm số  $y = \frac{x-3}{2x-2}$  là

- A.  $\mathbb{R} \setminus \{1\}$ .      B.  $\mathbb{R} \setminus \{3\}$ .      C.  $\mathbb{R} \setminus \{2\}$ .      D.  $(1; +\infty)$ .

**Câu 2:** Cho đồ thị hàm số  $y = f(x)$  có bảng biến thiên như sau. Khẳng định nào sau đây sai?

$x$	$-\infty$	$0$	$1$	$+\infty$
$y$	$+\infty$	$1$	$2$	$-\infty$

- A. Hàm số đồng biến trên khoảng  $(-\infty; 0)$ .      B. Hàm số nghịch biến trên khoảng  $(1; +\infty)$ .  
 C. Hàm số nghịch biến trên khoảng  $(-\infty; 0)$ .      D. Hàm số đồng biến trên khoảng  $(0; 1)$ .

**Câu 3:** Khoảng nghịch biến của hàm số  $y = x^2 - 4x + 3$  là

- A.  $(-\infty; -4)$ .      B.  $(-\infty; -4)$ .      C.  $(-\infty; 2)$ .      D.  $(-2; +\infty)$ .

**Câu 4:** Cho parabol  $(P): y = 3x^2 - 2x + 1$ . Điểm nào sau đây là đỉnh của  $(P)$ ?

- A.  $I(0; 1)$ .      B.  $I\left(\frac{1}{3}; \frac{2}{3}\right)$ .      C.  $I\left(-\frac{1}{3}; \frac{2}{3}\right)$ .      D.  $I\left(\frac{1}{3}; -\frac{2}{3}\right)$ .

**Câu 5:** Cho tam thức bậc hai  $f(x) = x^2 + 1$ . Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A.  $f(x) > 0 \Leftrightarrow x \in (-\infty; +\infty)$ .      B.  $f(x) = 0 \Leftrightarrow x = -1$ .  
 C.  $f(x) < 0 \Leftrightarrow x \in (-\infty; 1)$ .      D.  $f(x) > 0 \Leftrightarrow x \in (0; 1)$ .

**Câu 6:** Bảng xét dấu sau là của biểu thức nào sau đây?

$x$	$-\infty$	$1$	$2$	$+\infty$	
$f(x)$	-	0	+	0	-

- A.  $f(x) = x^2 + 3x + 2$ .      B.  $f(x) = -x^2 + 3x - 2$ .

- C.  $f(x) = -x^2 - 3x + 2$ .      D.  $f(x) = x^2 - 3x + 2$ .

**Câu 7:** Tập nghiệm của bất phương trình  $x^2 - 3x + 2 < 0$  là

- A.  $(1; 2)$ .      B.  $(-\infty; 1) \cup (2; +\infty)$ .      C.  $(-\infty; 1)$ .      D.  $(2; +\infty)$ .

**Câu 8:** Tìm tập nghiệm  $S$  của bất phương trình  $x^2 - 4x + 4 > 0$ .

- A.  $S = \mathbb{R} \setminus \{2\}$ .      B.  $S = \mathbb{R}$ .      C.  $S = (2; +\infty)$ .      D.  $S = \mathbb{R} \setminus \{-2\}$ .

**Câu 9:** Nghiệm của phương trình  $\sqrt{x^2 - 7x + 10} = x - 4$  thuộc tập nào dưới đây?

- A.  $(4; 5)$ .      B.  $[5; 6)$ .      C.  $(5; 6)$ .      D.  $[5; 6]$ .

**Câu 10:** Tổng  $S$  tất cả các nghiệm của phương trình  $\sqrt{x^2 + 3x - 2} = \sqrt{1+x}$  bằng

- A.  $S = 3$ .      B.  $S = -3$ .      C.  $S = -2$ .      D.  $S = 1$ .

**Câu 11:** Cho tập  $A \setminus B = \{1; 2; 3\}$ ,  $A \cap B = \{5; 6\}$ . Số phần tử của tập hợp  $A$  là

- A. 4.      B. 5.      C. 6.      D. 3.

**Câu 12:** Điều kiện để  $ax + by > c$  là một bất phương trình bậc nhất hai ẩn  $x, y$  là:

- A.  $a \neq 0$ .                      B.  $b \neq 0$ .                      C.  $a^2 + b^2 \geq 0$ .                      D.  $a^2 + b^2 \neq 0$ .

**Câu 13:** Trong các hệ sau, hệ nào **không** là hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn?

- A.  $\begin{cases} x + 2y - 1 \leq 0 \\ 3x - y + 5 \geq 0 \end{cases}$       B.  $\begin{cases} x + 5y - 9 = 0 \\ 4x - 7y + 3 = 0 \end{cases}$       C.  $\begin{cases} y - 5 > 0 \\ x + 3 \leq 0 \end{cases}$       D.  $\begin{cases} x + y - 2 \geq 0 \\ -2x + y + 3 \leq 0 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases}$ .

**Câu 14:** Điểm  $M(0; -3)$  thuộc miền nghiệm của hệ bất phương trình nào sau đây?

- A.  $\begin{cases} 2x - y < 3 \\ -10x + 5y \leq 8 \end{cases}$       B.  $\begin{cases} 2x - y \leq 3 \\ 2x + 5y \leq 1 \end{cases}$       C.  $\begin{cases} 5x - y > -3 \\ x - 3y \leq 8 \end{cases}$       D.  $\begin{cases} x + y > 0 \\ x - 5y \geq 10 \end{cases}$ .

**Câu 15:** Cho  $\alpha$  và  $\beta$  là hai góc khác nhau và bù nhau, trong các đẳng thức sau đây đẳng thức nào **sai**?

- A.  $\sin \alpha = \sin \beta$ .                      B.  $\cos \alpha = -\cos \beta$ .                      C.  $\tan \alpha = -\tan \beta$ .                      D.  $\cot \alpha = \cot \beta$ .

**Câu 16:** Cho tam giác  $ABC$  có  $BC = a$ ,  $AC = b$  và  $AB = c$ . Khẳng định nào sau đây đúng?

- A.  $\cos A = \frac{b^2 + c^2 + a^2}{2bc}$ .                      B.  $\cos A = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{bc}$ .  
C.  $\cos A = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc}$ .                      D.  $\cos A = \frac{b^2 + c^2 + a^2}{bc}$ .

**Câu 17:** Cho tam giác  $ABC$  có  $C = 75^\circ$ ,  $B = 45^\circ$ ,  $BC = 7\text{cm}$ . Tính bán kính đường tròn ngoại tiếp  $R$  tam giác  $ABC$ ?

- A. 6.                      B. 8,5.                      C. 9.                      D. 4.

**Câu 18:** Cho  $\triangle ABC$ . Gọi  $I; J; K$  lần lượt là trung điểm của các cạnh  $BC; CA; AB$ . Hỏi có bao nhiêu vectơ bằng vectơ  $\vec{IJ}$  mà điểm đầu và điểm cuối thuộc các điểm đã cho?

- A. 1.                      B. 3.                      C. 2.                      D. 4.

**Câu 19:** Cho đoạn thẳng  $AB$ ,  $M$  là điểm thỏa  $\vec{MB} + \vec{MA} = \vec{0}$ . Mệnh đề nào sau đây **đúng**?

- A.  $M$  là trung điểm  $AB$ .                      B.  $M$  trùng  $A$ .  
C.  $M$  trùng  $B$ .                      D.  $A$  là trung điểm  $MB$ .

**Câu 20:** Cho hình bình hành  $ABCD$ . Tìm vectơ  $\vec{AB} + \vec{AC} + \vec{AD}$ .

- A.  $\vec{AC}$ .                      B.  $2\vec{AC}$ .                      C.  $3\vec{AC}$ .                      D.  $5\vec{AC}$ .

**Câu 21:** Cho tam giác  $OAB$ . Gọi  $M, N$  lần lượt là trung điểm  $OA, OB$ . Tìm mệnh đề đúng?

- A.  $\vec{MN} = \vec{OA} + \vec{OB}$ .                      B.  $\vec{MN} = \frac{1}{2}\vec{OA} + \frac{1}{2}\vec{OB}$ .  
C.  $\vec{MN} = \frac{1}{2}\vec{OA} - \frac{1}{2}\vec{OB}$ .                      D.  $\vec{MN} = \frac{1}{2}\vec{OB} - \frac{1}{2}\vec{OA}$ .

**Câu 22:** Cho tam giác  $ABC$  vuông cân tại  $A$ . Tính góc giữa hai vectơ  $\vec{BA}$  và  $\vec{BC}$  bằng:

- A.  $30^\circ$ .                      B.  $180^\circ$ .                      C.  $45^\circ$ .                      D.  $0^\circ$ .

**Câu 23:** Trong các bất phương trình sau:  $4x < 1$ ;  $\frac{x}{2} - \frac{y}{3} \geq 1$ ;  $3x^2 < 0$ ;  $y \geq 0$ .

Số các bất phương trình bậc nhất hai ẩn  $x, y$  là?

- A. 1.                                      B. 2.                                      C. 3.                                      D. 4.

**Câu 24:** Cho  $x, y$  thỏa  $\begin{cases} x-1 \leq 0 \\ y+1 \geq 0 \\ x-y+3 \geq 0 \end{cases}$ . Khi đó, giá trị nhỏ nhất của biểu thức  $M = 2x + y$  bằng bao nhiêu?

- A. 8.                                      B. -9.                                      C. 6.                                      D. 7.

**Câu 25:** Cho tam giác  $ABC$  có  $C = 60^\circ, BC = 9\text{cm}, AC = 7\text{cm}$ . Tính  $A$ ?

- A.  $68^\circ$ .                                      B.  $86^\circ$ .                                      C.  $27^\circ$ .                                      D.  $72^\circ$ .

**Câu 26:** Cho tam giác  $ABC$  có  $AB = 3\text{ cm}, AC = 4\text{ cm}$ . Đường cao ứng với đỉnh  $C$  và đỉnh  $B$  tương ứng là  $CH$ ;  $BK$ . Khi đó tỉ số  $\frac{CH}{BK}$  bằng:

- A.  $\frac{3}{4}$ .                                      B.  $\frac{4}{3}$ .                                      C.  $\frac{2}{3}$ .                                      D.  $\frac{3}{2}$ .

**Câu 27:** Cho tam giác  $ABC$ . Tập hợp các điểm  $M$  thỏa mãn  $|\overline{MC} - \overline{MB}| = |\overline{MC} - \overline{AC}|$  là

- A. đường tròn tâm  $A$  bán kính  $BC$ .  
B. đường thẳng đi qua  $A$  và song song với  $BC$ .  
C. đường tròn đường kính  $BC$ .  
D. đường thẳng đi qua  $A$  và vuông góc với  $BC$ .

**Câu 28:** Cho tam giác  $ABC$  với  $AD$  là đường phân giác trong. Biết  $AB = 5, BC = 6, CA = 7$ . Khẳng định nào sau đây đúng?

- A.  $\overline{AD} = \frac{5}{12}\overline{AB} + \frac{7}{12}\overline{AC}$ .                                      B.  $\overline{AD} = \frac{7}{12}\overline{AB} - \frac{5}{12}\overline{AC}$ .  
C.  $\overline{AD} = \frac{7}{12}\overline{AB} + \frac{5}{12}\overline{AC}$ .                                      D.  $\overline{AD} = \frac{5}{12}\overline{AB} - \frac{7}{12}\overline{AC}$ .

**Câu 29:** Cho tam giác  $ABC$  vuông tại  $A$  có  $AB = 3, AC = 5$ . Vẽ đường cao  $AH$ . Tính tích vô hướng  $\overline{HB} \cdot \overline{HC}$  bằng:

- A.  $\sqrt{34}$ .                                      B.  $-\sqrt{34}$ .                                      C.  $-\frac{225}{34}$ .                                      D.  $\frac{225}{34}$ .

**Câu 30:** Cho hình thoi  $ABCD$  có  $AC = 8, BD = 6$ . Tính  $\overline{AB} \cdot \overline{AC}$

- A. 24.                                      B. 26.                                      C. 28.                                      D. 32.

**Câu 31:** Tìm giá trị của tham số  $m$  để hàm số  $y = \frac{x+1}{x-2m+1}$  xác định trên nửa khoảng  $(0;1]$ .

- A.  $\begin{cases} m \leq \frac{1}{2} \\ m \geq 1 \end{cases}$ .                                      B.  $\begin{cases} m \leq \frac{1}{2} \\ m > 1 \end{cases}$ .                                      C.  $\begin{cases} m < \frac{1}{2} \\ m \geq 1 \end{cases}$ .                                      D.  $\begin{cases} m < \frac{1}{2} \\ m > 1 \end{cases}$ .

**Câu 32:** Cho parabol  $(P)$  có phương trình  $y = ax^2 + bx + c$ . Tìm  $a + b + c$ , biết  $(P)$  đi qua điểm  $A(0;3)$  và có đỉnh  $I(-1;2)$ .

- A.**  $a + b + c = 6$       **B.**  $a + b + c = 5$       **C.**  $a + b + c = 4$       **D.**  $a + b + c = 3$

**Câu 33:** Cho  $f(x) = ax^2 + bx + c (a \neq 0)$  có bảng xét dấu dưới đây

$x$	$-\infty$	$0$	$x_1$	$x_2$	$+\infty$	
$f(x)$		$+$	$0$	$-$	$0$	$+$

Hỏi mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A.**  $a > 0, b < 0, c > 0$ .      **B.**  $a < 0, b < 0, c > 0$ .  
**C.**  $a > 0, b > 0, c > 0$ .      **D.**  $a > 0, b < 0, c < 0$ .

**Câu 34:** Tìm giá trị của tham số  $m$  để phương trình  $x^2 - (m-2)x + m^2 - 4m = 0$  có hai nghiệm trái dấu.

- A.**  $0 < m < 4$ .      **B.**  $m < 0$  hoặc  $m > 4$ .      **C.**  $m > 2$ .      **D.**  $m < 2$ .

**Câu 35:** Gọi  $x_0$  là nghiệm của phương trình  $2\sqrt{x+5} + 1 = x + \sqrt{x+5}$ . Mệnh đề nào sau đây đúng?

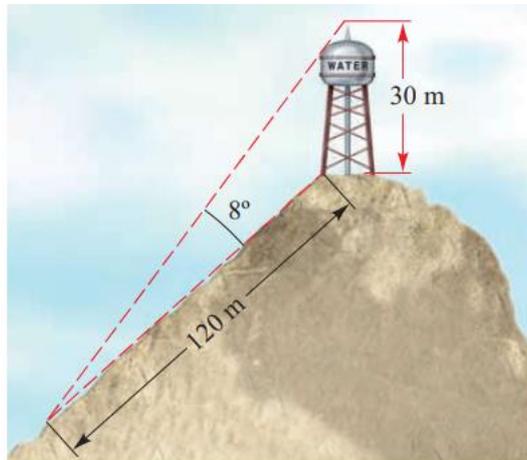
- A.**  $x_0 \in (-\infty; -4)$ .      **B.**  $x_0 \in [-4; -2]$ .      **C.**  $x_0 \in (-2; 10)$ .      **D.**  $x_0 \in [10; +\infty)$ .

## II. PHẦN TỰ LUẬN (3,0 điểm)

**Câu 36:** a) Cho hai tập hợp  $A = (m; 6]$ ,  $B = (4; 2021 - 5m)$  và  $A, B$  khác rỗng. Có bao nhiêu giá trị nguyên của  $m$  để  $A \setminus B = \emptyset$ ?

b) Ở lớp 10A, mỗi học sinh đều có thể chơi được ít nhất 1 trong 3 môn thể thao là cầu lông, bóng đá và bóng chuyền. Có 11 em chơi được bóng đá, 10 em chơi được cầu lông và 8 em chơi được bóng chuyền. Có 2 em chơi được cả 3 môn, có 5 em chơi được bóng đá và bóng chuyền, có 4 em chơi được bóng đá và cầu lông, có 4 em chơi được bóng chuyền và cầu lông. Hỏi lớp học có bao nhiêu học sinh?

**Câu 37:** Một tháp nước cao 30 m ở trên đỉnh của một ngọn đồi. Từ tháp đến chân ngọn đồi dài 120 m và người ta quan sát thấy góc tạo thành giữa đỉnh và chân tháp là  $8^\circ$ . Hỏi góc nghiêng của ngọn đồi so với phương ngang là bao nhiêu? (Kết quả được làm tròn đến độ).



**Câu 38:** Cho tam giác  $ABC$ ,  $M$  là điểm tùy ý trong mặt phẳng tam giác. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức  $|2\vec{MA} + \vec{MB} + \vec{MC}| + |\vec{MB} + \vec{MC}|$ ?

**Câu 39:** Cho hình vuông  $ABCD$ . Điểm  $M$  nằm trên đoạn thẳng  $AC$  sao cho  $AM = \frac{AC}{4}$ . Gọi  $N$  là trung điểm  $CD$ . Chứng minh rằng  $\triangle BMN$  là tam giác vuông cân.

----- HẾT -----

## HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

### I. PHẦN TRẮC NGHIỆM (35 câu – 7,0 điểm)

**Câu 1:** Tập xác định của hàm số  $y = \frac{x-3}{2x-2}$  là

- A.**  $\mathbb{R} \setminus \{1\}$ .      **B.**  $\mathbb{R} \setminus \{3\}$ .      **C.**  $\mathbb{R} \setminus \{2\}$ .      **D.**  $(1; +\infty)$ .

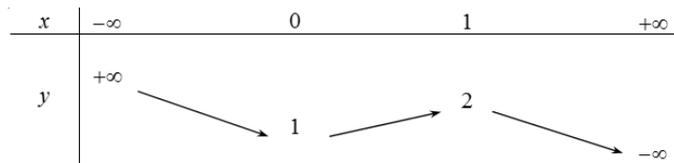
**Lời giải**

**Chọn A**

Điều kiện xác định :  $2x-2 \neq 0 \Leftrightarrow x \neq 1$

Nên tập xác định của hàm số là :  $D = \mathbb{R} \setminus \{1\}$ .

**Câu 2:** Cho đồ thị hàm số  $y = f(x)$  có bảng biến thiên như sau. Khẳng định nào sau đây **sai**?



- A.** Hàm số đồng biến trên khoảng  $(-\infty; 0)$ .      **B.** Hàm số nghịch biến trên khoảng  $(1; +\infty)$ .  
**C.** Hàm số nghịch biến trên khoảng  $(-\infty; 0)$ .      **D.** Hàm số đồng biến trên khoảng  $(0; 1)$ .

**Lời giải**

Theo bảng biến thiên thì hàm số nghịch biến trên khoảng  $(-\infty; 0)$ .

**Câu 3:** Khoảng nghịch biến của hàm số  $y = x^2 - 4x + 3$  là

- A.**  $(-\infty; -4)$ .      **B.**  $(-\infty; -4)$ .      **C.**  $(-\infty; 2)$ .      **D.**  $(-2; +\infty)$ .

**Lời giải**

**Chọn C**

Hàm số  $y = x^2 - 4x + 3$  có hệ số  $a = 1 > 0$  nên đồng biến trên khoảng  $(-\infty; -\frac{b}{2a})$ .

Vì vậy hàm số đồng biến trên  $(-\infty; 2)$ .

**Câu 4:** Cho parabol  $(P): y = 3x^2 - 2x + 1$ . Điểm nào sau đây là đỉnh của  $(P)$ ?

- A.**  $I(0; 1)$ .      **B.**  $I\left(\frac{1}{3}; \frac{2}{3}\right)$ .      **C.**  $I\left(-\frac{1}{3}; \frac{2}{3}\right)$ .      **D.**  $I\left(\frac{1}{3}; -\frac{2}{3}\right)$ .

**Lời giải**

**Chọn B**

Hoành độ đỉnh của  $(P): y = 3x^2 - 2x + 1$  là  $x = -\frac{b}{2a} = \frac{1}{3} \Rightarrow y = 3\left(\frac{1}{3}\right)^2 - 2 \cdot \frac{1}{3} + 1 = \frac{2}{3}$ .

Vậy  $I\left(\frac{1}{3}; \frac{2}{3}\right)$ .

**Câu 5:** Cho tam thức bậc hai  $f(x) = x^2 + 1$ . Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A.**  $f(x) > 0 \Leftrightarrow x \in (-\infty; +\infty)$ .      **B.**  $f(x) = 0 \Leftrightarrow x = -1$ .  
**C.**  $f(x) < 0 \Leftrightarrow x \in (-\infty; 1)$ .      **D.**  $f(x) > 0 \Leftrightarrow x \in (0; 1)$ .

**Lời giải**

**Chọn A**

Ta có  $f(x) = x^2 + 1 \geq 1 > 0, \forall x \in \mathbb{R}$ .

**Câu 6:** Bảng xét dấu sau là của biểu thức nào sau đây?

$x$	$-\infty$	1	2	$+\infty$	
$f(x)$	-	0	+	0	-

- A.**  $f(x) = x^2 + 3x + 2$ .    **B.**  $f(x) = -x^2 + 3x - 2$ .  
**C.**  $f(x) = -x^2 - 3x + 2$ .    **D.**  $f(x) = x^2 - 3x + 2$ .

**Lời giải**

**Chọn B**

Căn cứ vào bảng biến thiên thì hàm số  $f(x)$  có hai nghiệm là 1, 2 nên chỉ có thể là đáp án B hoặc **D.** Vì các đáp án B, D là Parabol, căn cứ vào bảng biến thiên của đồ thị thì phải có đáp án là **B.**

**Câu 7:** Tập nghiệm của bất phương trình  $x^2 - 3x + 2 < 0$  là

- A.**  $(1; 2)$ .      **B.**  $(-\infty; 1) \cup (2; +\infty)$ .    **C.**  $(-\infty; 1)$ .      **D.**  $(2; +\infty)$ .

**Lời giải**

**Chọn A**

Ta có  $x^2 - 3x + 2 < 0 \Leftrightarrow 1 < x < 2$ .

Vậy tập nghiệm của bất phương trình  $x^2 - 3x + 2 < 0$  là  $(1; 2)$ . Chọn đáp án **A.**

**Câu 8:** Tìm tập nghiệm  $S$  của bất phương trình  $x^2 - 4x + 4 > 0$ .

- A.**  $S = \mathbb{R} \setminus \{2\}$ .      **B.**  $S = \mathbb{R}$ .      **C.**  $S = (2; +\infty)$ .      **D.**  $S = \mathbb{R} \setminus \{-2\}$ .

**Lời giải**

**Chọn A**

\* Bảng xét dấu:

$x$	$-\infty$	2	$+\infty$
$x^2 - 4x + 4$	+	0	+

\* Tập nghiệm của bất phương trình là  $S = \mathbb{R} \setminus \{2\}$ .

**Câu 9:** Nghiệm của phương trình  $\sqrt{x^2 - 7x + 10} = x - 4$  thuộc tập nào dưới đây?

- A.**  $(4; 5)$ .      **B.**  $[5; 6)$ .      **C.**  $(5; 6)$ .      **D.**  $[5; 6]$ .

**Lời giải**

Ta có:

$$\sqrt{x^2 - 7x + 10} = x - 4 \Leftrightarrow \begin{cases} x - 4 \geq 0 \\ x^2 - 7x + 10 = (x - 4)^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 4 \\ x^2 - 7x + 10 = x^2 - 8x + 16 \end{cases}$$
$$\Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 4 \\ x = 6 \end{cases} \Leftrightarrow x = 6. \text{ Vậy phương trình có 1 nghiệm thuộc tập } [5; 6].$$

**Câu 10:** Tổng  $S$  tất cả các nghiệm của phương trình  $\sqrt{x^2 + 3x - 2} = \sqrt{1 + x}$  bằng

- A.  $S = 3$ .                      B.  $S = -3$ .                      C.  $S = -2$ .                      D.  $S = 1$ .

Lời giải

Chọn D

$$\sqrt{x^2 + 3x - 2} = \sqrt{1 + x} \Leftrightarrow \begin{cases} 1 + x \geq 0 \\ x^2 + 3x - 2 = 1 + x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq -1 \\ \begin{cases} x = 1 \\ x = -3 \end{cases} \end{cases} \Leftrightarrow x = 1.$$

Vậy  $S = 1$ .

**Câu 11:** Cho tập  $A \setminus B = \{1; 2; 3\}$ ,  $A \cap B = \{5; 6\}$ . Số phần tử của tập hợp  $A$  là

- A. 4.                      B. 5.                      C. 6.                      D. 3.

Lời giải

$$\text{Ta có } A = (A \setminus B) \cup (A \cap B) = \{1; 2; 3\} \cup \{5; 6\} = \{1; 2; 3; 5; 6\}.$$

Vậy  $A$  có 5 phần tử.

**Câu 12:** Điều kiện để  $ax + by > c$  là một bất phương trình bậc nhất hai ẩn  $x, y$  là:

- A.  $a \neq 0$ .                      B.  $b \neq 0$ .                      C.  $a^2 + b^2 \geq 0$ .                      D.  $a^2 + b^2 \neq 0$ .

Lời giải

**Câu 13:** Trong các hệ sau, hệ nào **không** là hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn?

A.  $\begin{cases} x + 2y - 1 \leq 0 \\ 3x - y + 5 \geq 0 \end{cases}$                       B.  $\begin{cases} x + 5y - 9 = 0 \\ 4x - 7y + 3 = 0 \end{cases}$                       C.  $\begin{cases} y - 5 > 0 \\ x + 3 \leq 0 \end{cases}$                       D.  $\begin{cases} x + y - 2 \geq 0 \\ -2x + y + 3 \leq 0 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases}$

Lời giải

Các hệ ở đáp án A, C, D là các hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn.

Đáp án B là hệ phương trình bậc nhất hai ẩn.

**Câu 14:** Điểm  $M(0; -3)$  thuộc miền nghiệm của hệ bất phương trình nào sau đây?

A.  $\begin{cases} 2x - y < 3 \\ -10x + 5y \leq 8 \end{cases}$                       B.  $\begin{cases} 2x - y \leq 3 \\ 2x + 5y \leq 1 \end{cases}$                       C.  $\begin{cases} 5x - y > -3 \\ x - 3y \leq 8 \end{cases}$                       D.  $\begin{cases} x + y > 0 \\ x - 5y \geq 10 \end{cases}$

Lời giải

Lần lượt thay tọa độ điểm  $M(0; -3)$  vào hệ bất phương trình ở mỗi đáp án, ta thấy tọa độ điểm  $M$  thỏa mãn hệ bất phương trình ở đáp án B.

**Câu 15:** Cho  $\alpha$  và  $\beta$  là hai góc khác nhau và bù nhau, trong các đẳng thức sau đây đẳng thức nào **sai**?

- A.  $\sin \alpha = \sin \beta$ .                      B.  $\cos \alpha = -\cos \beta$ .                      C.  $\tan \alpha = -\tan \beta$ .                      D.  $\cot \alpha = \cot \beta$ .

Lời giải

Do  $\alpha$  và  $\beta$  là hai góc khác nhau và bù nhau nên  $\cot \alpha = -\cot \beta$ .

**Câu 16:** Cho tam giác  $ABC$  có  $BC = a$ ,  $AC = b$  và  $AB = c$ . Khẳng định nào sau đây đúng?

**A.**  $\cos A = \frac{b^2 + c^2 + a^2}{2bc}$ . **B.**  $\cos A = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{bc}$ .

**C.**  $\cos A = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc}$ . **D.**  $\cos A = \frac{b^2 + c^2 + a^2}{bc}$ .

**Lời giải**

Áp dụng hệ quả định lý Côsin, ta có  $\cos A = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc}$ .

**Câu 17:** Cho tam giác  $ABC$  có  $C = 75^\circ$ ,  $B = 45^\circ$ ,  $BC = 7\text{cm}$ . Tính bán kính đường tròn ngoại tiếp  $R$  tam giác  $ABC$ ?

- A.** 6. **B.** 8,5. **C.** 9. **D.** 4.

**Lời giải**

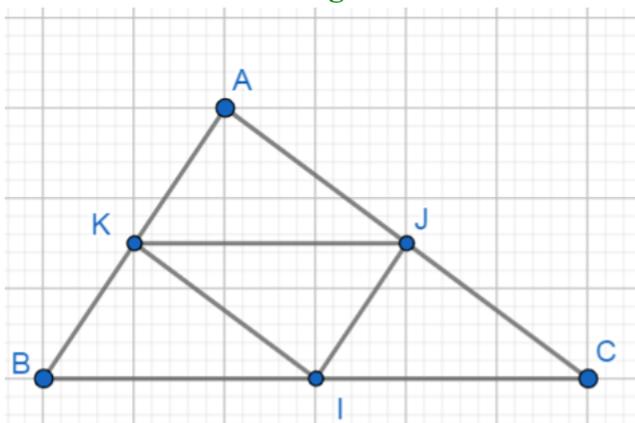
Ta tính được  $A = 60^\circ$

Áp dụng định lý sin ta có:  $\frac{BC}{\sin A} = 2R \Rightarrow R = \frac{BC}{2 \sin A} = \frac{7}{2 \sin 60^\circ} \approx 4$ .

**Câu 18:** Cho  $\triangle ABC$ . Gọi  $I; J; K$  lần lượt là trung điểm của các cạnh  $BC; CA; AB$ . Hỏi có bao nhiêu vecto bằng vecto  $\overrightarrow{IJ}$  mà điểm đầu và điểm cuối thuộc các điểm đã cho?

- A.** 1. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 4.

**Lời giải**



$\overrightarrow{IJ} = \overrightarrow{BK} = \overrightarrow{KA}$ .

**Câu 19:** Cho đoạn thẳng  $AB$ ,  $M$  là điểm thỏa  $\overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MA} = \vec{0}$ . Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A.**  $M$  là trung điểm  $AB$ . **B.**  $M$  trùng  $A$ .  
**C.**  $M$  trùng  $B$ . **D.**  $A$  là trung điểm  $MB$ .

**Lời giải**

**Câu 20:** Cho hình bình hành  $ABCD$ . Tìm vecto  $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD}$ .

- A.**  $\overrightarrow{AC}$ . **B.**  $2\overrightarrow{AC}$ . **C.**  $3\overrightarrow{AC}$ . **D.**  $5\overrightarrow{AC}$ .

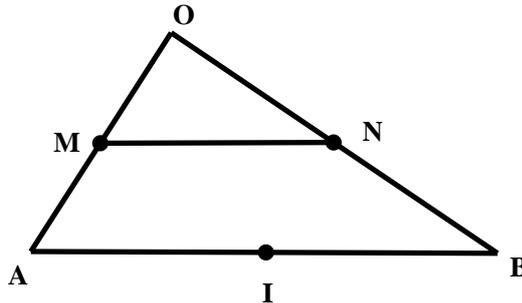
**Lời giải**

Theo quy tắc hình bình hành ta có  $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AC} \Rightarrow \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD} = 2\overrightarrow{AC}$ .

**Câu 21:** Cho tam giác  $OAB$ . Gọi  $M, N$  lần lượt là trung điểm  $OA, OB$ . Tìm mệnh đề đúng?

- A.  $\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB}$ .    B.  $\overrightarrow{MN} = \frac{1}{2}\overrightarrow{OA} + \frac{1}{2}\overrightarrow{OB}$ .  
 C.  $\overrightarrow{MN} = \frac{1}{2}\overrightarrow{OA} - \frac{1}{2}\overrightarrow{OB}$ .    D.  $\overrightarrow{MN} = \frac{1}{2}\overrightarrow{OB} - \frac{1}{2}\overrightarrow{OA}$ .

Lời giải



Gọi  $I$  là trung điểm  $AB$ .

Phương án A sai vì  $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} = 2\overrightarrow{OI} \neq \overrightarrow{MN}$ .

Phương án B sai vì  $\frac{1}{2}\overrightarrow{OA} + \frac{1}{2}\overrightarrow{OB} = \overrightarrow{OI} \neq \overrightarrow{MN}$ .

Phương án C sai vì  $\frac{1}{2}\overrightarrow{OA} - \frac{1}{2}\overrightarrow{OB} = \frac{1}{2}\overrightarrow{BA} = \overrightarrow{NM} \neq \overrightarrow{MN}$ .

Phương án D đúng vì  $\frac{1}{2}\overrightarrow{OB} - \frac{1}{2}\overrightarrow{OA} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{MN}$ .

**Câu 22:** Cho tam giác  $ABC$  vuông cân tại  $A$ . Tính góc giữa hai véc tơ  $\overrightarrow{BA}$  và  $\overrightarrow{BC}$  bằng:

- A.  $30^\circ$ .    B.  $180^\circ$ .    C.  $45^\circ$ .    D.  $0^\circ$ .

Lời giải

**Câu 23:** Trong các bất phương trình sau:  $4x < 1$ ;  $\frac{x}{2} - \frac{y}{3} \geq 1$ ;  $3x^2 < 0$ ;  $y \geq 0$ .

Số các bất phương trình bậc nhất hai ẩn  $x, y$  là?

- A. 1.    B. 2.    C. 3.    D. 4.

Lời giải

$$4x < 1 \Leftrightarrow 4x - 0y + 1 < 0$$

$$\frac{x}{2} - \frac{y}{3} \geq 1 \Leftrightarrow 3x - 2y - 6 \geq 0$$

$$y \geq 0 \Leftrightarrow 0x + y \geq 0.$$

Vậy có 3 phương trình nào là bất phương trình bậc nhất hai ẩn

**Câu 24:** Cho  $x, y$  thỏa  $\begin{cases} x-1 \leq 0 \\ y+1 \geq 0 \\ x-y+3 \geq 0 \end{cases}$ . Khi đó, giá trị nhỏ nhất của biểu thức  $M = 2x + y$  bằng bao nhiêu?

- A. 8.    B. -9.    C. 6.    D. 7.

Lời giải.

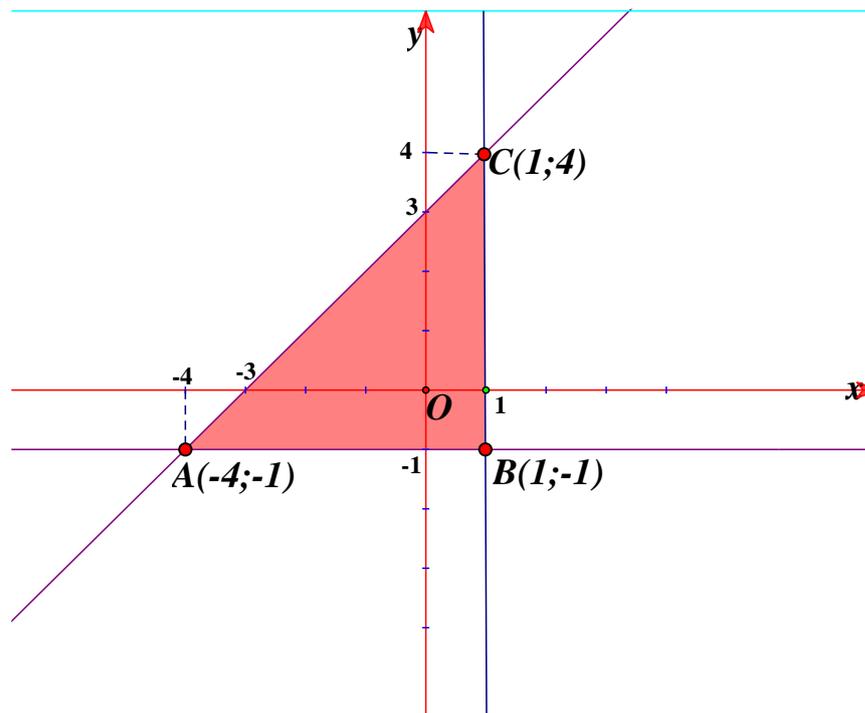
$$\text{Ta có: } \begin{cases} x-1 \leq 0 & (1) \\ y+1 \geq 0 & (2) \\ x-y+3 \geq 0 & (3) \end{cases}$$

Vẽ các đường thẳng sau trên cùng hệ trục tọa độ:

$$d_1 : x - 1 = 0$$

$$d_2 : y + 1 = 0$$

$$d_3 : x - y + 3 = 0$$



Điểm  $O$  thỏa mãn cả ba bất phương trình (1), (2), (3) nên miền nghiệm của hệ bất phương trình là miền được tô màu. Kể cả các đường thẳng  $d_1, d_2, d_3$ .

Gọi  $A(-4; -1)$  là giao điểm của  $d_2$  và  $d_3$ .

$B(1; -1)$  là giao điểm của  $d_1$  và  $d_2$ .

$C(1; 4)$  là giao điểm của  $d_1$  và  $d_3$ .

Tại  $A(-4; -1) \Rightarrow M = 2x + y = -9$ .

Tại  $B(1; -1) \Rightarrow M = 2x + y = 1$ .

Tại  $C(1; 4) \Rightarrow M = 2x + y = 6$ .

Vậy  $M_{\min} = -9$ .

**Câu 25:** Cho tam giác  $ABC$  có  $C = 60^\circ, BC = 9\text{cm}, AC = 7\text{cm}$ . Tính  $A$ ?

A.  $68^\circ$ .

B.  $86^\circ$ .

C.  $27^\circ$ .

**D.  $72^\circ$ .**

**Lời giải**

Áp dụng định lý cosin trong tam giác  $ABC$  ta có:  $AB = \sqrt{7^2 + 9^2 - 2 \cdot 7 \cdot 9 \cdot \cos 60^\circ} \approx 8,2$

Áp dụng định lý sin ta có:  $\frac{BC}{\sin A} = \frac{AB}{\sin C} \Rightarrow \sin A = \frac{BC \cdot \sin C}{AB} = \frac{9 \cdot \sin 60^\circ}{8,2} \approx 0,9505$

Suy ra  $A \approx 72^\circ$ .

**Câu 26:** Cho tam giác  $ABC$  có  $AB = 3\text{ cm}, AC = 4\text{ cm}$ . Đường cao ứng với đỉnh  $C$  và đỉnh  $B$  tương ứng là  $CH$ ;  $BK$ . Khi đó tỉ số  $\frac{CH}{BK}$  bằng:

A.  $\frac{3}{4}$ .

B.  $\frac{4}{3}$ .

C.  $\frac{2}{3}$ .

D.  $\frac{3}{2}$ .

Lời giải

$$\text{Áp dụng công thức tính diện tích tam giác } S = \frac{1}{2} AB \cdot CH = \frac{1}{2} AC \cdot BK \Rightarrow \frac{CH}{BK} = \frac{AC}{AB} = \frac{4}{3}.$$

**Câu 27:** Cho tam giác  $ABC$ . Tập hợp các điểm  $M$  thỏa mãn  $|\overline{MC} - \overline{MB}| = |\overline{MC} - \overline{AC}|$  là

A. đường tròn tâm  $A$  bán kính  $BC$ .B. đường thẳng đi qua  $A$  và song song với  $BC$ .C. đường tròn đường kính  $BC$ .D. đường thẳng đi qua  $A$  và vuông góc với  $BC$ .

Lời giải

$$\text{Ta có } |\overline{MC} - \overline{MB}| = |\overline{MC} - \overline{AC}| \Leftrightarrow |\overline{BC}| = |\overline{MC} + \overline{CA}| \Leftrightarrow |\overline{BC}| = |\overline{MA}|$$

Vậy tập các điểm  $M$  thỏa mãn  $|\overline{MC} - \overline{MB}| = |\overline{MC} - \overline{AC}|$  là đường tròn tâm  $A$  bán kính  $BC$ .

**Câu 28:** Cho tam giác  $ABC$  với  $AD$  là đường phân giác trong. Biết  $AB = 5$ ,  $BC = 6$ ,  $CA = 7$ . Khẳng định nào sau đây đúng?

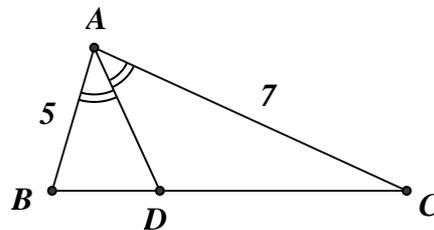
A.  $\overline{AD} = \frac{5}{12} \overline{AB} + \frac{7}{12} \overline{AC}$ .

B.  $\overline{AD} = \frac{7}{12} \overline{AB} - \frac{5}{12} \overline{AC}$ .

C.  $\overline{AD} = \frac{7}{12} \overline{AB} + \frac{5}{12} \overline{AC}$ .

D.  $\overline{AD} = \frac{5}{12} \overline{AB} - \frac{7}{12} \overline{AC}$ .

Lời giải



Vì  $AD$  là phân giác trong của tam giác  $ABC$  nên:

$$\frac{BD}{DC} = \frac{AB}{AC} = \frac{5}{7} \Rightarrow \overline{BD} = \frac{5}{7} \overline{DC}$$

$$\Leftrightarrow \overline{AD} - \overline{AB} = \frac{5}{7} (\overline{AC} - \overline{AD})$$

$$\Leftrightarrow \overline{AD} = \frac{7}{12} \overline{AB} + \frac{5}{12} \overline{AC}.$$

**Câu 29:** Cho tam giác  $ABC$  vuông tại  $A$  có  $AB = 3$ ,  $AC = 5$ . Vẽ đường cao  $AH$ . Tính tích vô hướng  $\overline{HB} \cdot \overline{HC}$  bằng:

A.  $\sqrt{34}$ .

B.  $-\sqrt{34}$ .

C.  $-\frac{225}{34}$ .

D.  $\frac{225}{34}$ .

Lời giải

Ta có:  $AB^2 = BH \cdot BC \Rightarrow BH = \frac{AB^2}{BC}$

$AC^2 = CH \cdot CB \Rightarrow CH = \frac{AC^2}{BC}$

Do đó:  $\overrightarrow{HB} \cdot \overrightarrow{HC} = HB \cdot HC \cdot \cos 180^\circ = -HB \cdot HC = -\frac{AB^2 \cdot AC^2}{BC^2} = -\frac{225}{34}$ .

**Câu 30:** Cho hình thoi  $ABCD$  có  $AC = 8$ ,  $BD = 6$ . Tính  $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$

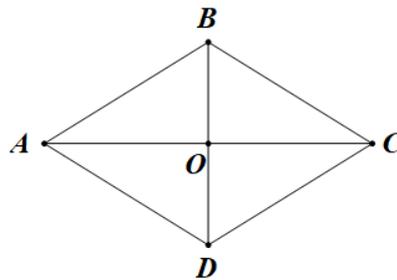
A. 24.

B. 26.

C. 28.

**D. 32.**

**Lời giải**



Gọi  $O = AC \cap BD$ .

Ta có:  $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = (\overrightarrow{AO} + \overrightarrow{OB}) \cdot \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AO} \cdot \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{OB} \cdot \overrightarrow{AC} = \frac{1}{2} \overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{AC} + 0 = \frac{1}{2} AC^2 = 32$ .

**Câu 31:** Tìm giá trị của tham số  $m$  để hàm số  $y = \frac{x+1}{x-2m+1}$  xác định trên nửa khoảng  $(0;1]$ .

A.  $\begin{cases} m \leq \frac{1}{2} \\ m \geq 1 \end{cases}$

**B.**  $\begin{cases} m \leq \frac{1}{2} \\ m > 1 \end{cases}$

C.  $\begin{cases} m < \frac{1}{2} \\ m \geq 1 \end{cases}$

D.  $\begin{cases} m < \frac{1}{2} \\ m > 1 \end{cases}$

**Lời giải**

**Chọn B**

Hàm số xác định khi  $x - 2m + 1 \neq 0 \Leftrightarrow x \neq 2m - 1$ .

Hàm số xác định trên  $(0;1]$   $\Leftrightarrow 2m - 1 \notin (0;1] \Leftrightarrow \begin{cases} 2m - 1 \leq 0 \\ 2m - 1 > 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \leq \frac{1}{2} \\ m > 1 \end{cases}$ .

**Câu 32:** Cho parabol  $(P)$  có phương trình  $y = ax^2 + bx + c$ . Tìm  $a + b + c$ , biết  $(P)$  đi qua điểm  $A(0;3)$  và có đỉnh  $I(-1;2)$ .

A.  $a + b + c = 6$

B.  $a + b + c = 5$

C.  $a + b + c = 4$

**D.  $a + b + c = 3$**

**Lời giải**

**Chọn A**

$(P)$  đi qua điểm  $A(0;3) \Rightarrow c = 3$ .

$(P)$  có đỉnh  $I(-1;2) \Rightarrow \begin{cases} \frac{-b}{2a} = -1 \\ a - b + 3 = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = 2a \\ a - 2a = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = 2 \end{cases} \Rightarrow a + b + c = 6$ .

**Câu 33:** Cho  $f(x) = ax^2 + bx + c (a \neq 0)$  có bảng xét dấu dưới đây

$x$	$-\infty$	$0$	$x_1$	$x_2$	$+\infty$	
$f(x)$		$+$	$0$	$-$	$0$	$+$

Hỏi mệnh đề nào dưới đây đúng?

**A.**  $a > 0, b < 0, c > 0$ .      **B.**  $a < 0, b < 0, c > 0$ .

**C.**  $a > 0, b > 0, c > 0$ .      **D.**  $a > 0, b < 0, c < 0$ .

**Lời giải**

**Chọn A**

Tại  $x = 0$  thì  $f(x) = c > 0$ . Loại đáp án **D**.

Trong khoảng hai nghiệm  $(x_1; x_2)$ ,  $f(x)$  mang dấu "-" nên  $a > 0$ . Loại đáp án **B**.

Phương trình  $f(x) = 0$  có hai nghiệm  $x_1, x_2$  thỏa mãn  $0 < x_1 < x_2 \Rightarrow x_1 + x_2 > 0$ .

Mà theo định lý Vi-ét  $x_1 + x_2 = \frac{-b}{a}$  nên  $\frac{-b}{a} > 0 \Rightarrow b < 0$ .

**Câu 34:** Tìm giá trị của tham số  $m$  để phương trình  $x^2 - (m-2)x + m^2 - 4m = 0$  có hai nghiệm trái dấu.

**A.**  $0 < m < 4$ .

**B.**  $m < 0$  hoặc  $m > 4$ .      **C.**  $m > 2$ .

**D.**  $m < 2$ .

**Lời giải**

**Chọn A**

Phương trình đã cho có hai nghiệm trái dấu khi  $m^2 - 4m < 0 \Leftrightarrow 0 < m < 4$ .

**Câu 35:** Gọi  $x_0$  là nghiệm của phương trình  $2\sqrt{x+5} + 1 = x + \sqrt{x+5}$ . Mệnh đề nào sau đây đúng?

**A.**  $x_0 \in (-\infty; -4)$ .

**B.**  $x_0 \in [-4; -2]$ .

**C.**  $x_0 \in (-2; 10)$ .

**D.**  $x_0 \in [10; +\infty)$ .

**Lời giải**

**Chọn C**

Phương trình  $2\sqrt{x+5} + 1 = x + \sqrt{x+5} \Leftrightarrow \sqrt{x+5} = x - 1 \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 1 \\ x + 5 = x^2 - 2x + 1 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 1 \\ x^2 - 3x - 4 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 1 \\ \begin{cases} x = -1 \Leftrightarrow x = 4 \\ x = 4 \end{cases} \end{cases}$

Vậy phương trình có nghiệm duy nhất  $x = 4 \in (-2; 10)$ .

## II. PHẦN TỰ LUẬN (3,0 điểm)

**Câu 36:** a) Cho hai tập hợp  $A = (m; 6]$ ,  $B = (4; 2021 - 5m)$  và  $A, B$  khác rỗng. Có bao nhiêu giá trị nguyên của  $m$  để  $A \setminus B = \emptyset$ ?

**Lời giải**

Vì  $A, B$  là hai tập hợp khác rỗng, nên ta có điều kiện:

$\begin{cases} m < 6 \\ 4 < 2021 - 5m \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < 6 \\ m < \frac{2017}{5} \end{cases} \Leftrightarrow m < 6$ .

$A \setminus B = \emptyset \Leftrightarrow A \subset B \Leftrightarrow \begin{cases} 4 \leq m \\ 6 < 2021 - 5m \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4 \leq m \\ m < 403 \end{cases} \Leftrightarrow 4 \leq m < 403$ .

Kết hợp điều kiện,  $4 \leq m < 6$ .

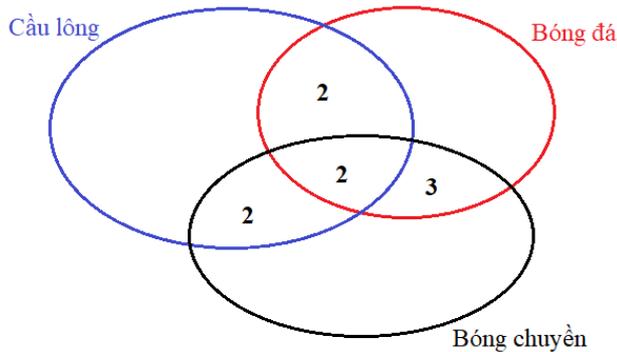
Vậy có 2 giá trị nguyên của  $m$  thỏa mãn.

b) Ở lớp 10A, mỗi học sinh đều có thể chơi được ít nhất 1 trong 3 môn thể thao là cầu lông, bóng đá và bóng chuyền. Có 11 em chơi được bóng đá, 10 em chơi được cầu lông và 8 em chơi được bóng chuyền. Có 2 em chơi được cả 3 môn, có 5 em chơi được bóng đá và bóng chuyền, có 4 em chơi được bóng đá và cầu lông, có 4 em chơi được bóng chuyền và cầu lông. Hỏi lớp học có bao nhiêu học sinh?

### Lời giải

**Cách 1:** Sử dụng biểu đồ Ven

Theo giả thiết đề bài cho, ta có biểu đồ Ven:



Số học sinh chơi được cả 3 môn là 2.

Số học sinh chỉ chơi được bóng đá và bóng chuyền là  $5 - 2 = 3$ .

Số học sinh chỉ chơi được bóng đá và cầu lông là  $4 - 2 = 2$ .

Số học sinh chỉ chơi được cầu lông và bóng chuyền là  $4 - 2 = 2$ .

Số học sinh chỉ chơi được bóng đá là  $11 - 2 - 2 - 3 = 4$ .

Số học sinh chỉ chơi được bóng chuyền là  $8 - 2 - 2 - 3 = 1$ .

Số học sinh chỉ chơi được cầu lông là  $10 - 2 - 2 - 2 = 4$ .

Số học sinh của cả lớp  $2 + 3 + 2 + 2 + 4 + 1 + 4 = 18$ .

Kết luận: Lớp 10A có 18 học sinh.

**Cách 2:**

Gọi  $A, B, C$  lần lượt là các tập hợp học sinh của lớp 10A chơi được môn cầu lông, bóng đá và bóng chuyền.

$$\begin{cases} n(A) = 11 \\ n(B) = 10 \\ n(C) = 8 \\ n(A \cap B) = 4 \\ n(B \cap C) = 5 \\ n(A \cap C) = 4 \\ n(A \cap B \cap C) = 2 \end{cases}$$

Theo giả thiết ta có

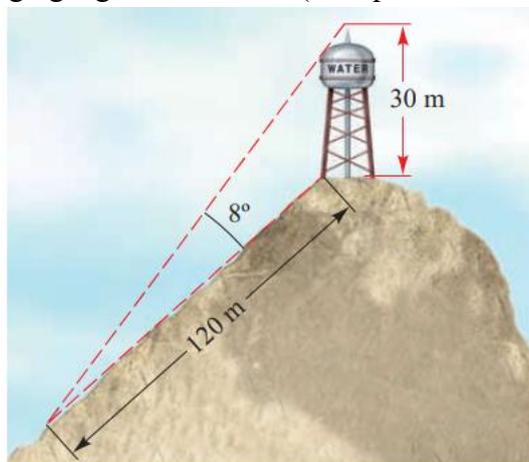
Biết mỗi học sinh đều có thể chơi được ít nhất 1 trong 3 môn nên số học sinh của lớp sẽ là  $n(A \cup B \cup C)$  và:

$$n(A \cup B \cup C) = n(A) + n(B) + n(C) - n(A \cap B) - n(B \cap C) - n(A \cap C) + n(A \cap B \cap C)$$

$$\Leftrightarrow n(A \cup B \cup C) = 11 + 10 + 8 - 4 - 5 - 4 + 2 = 18.$$

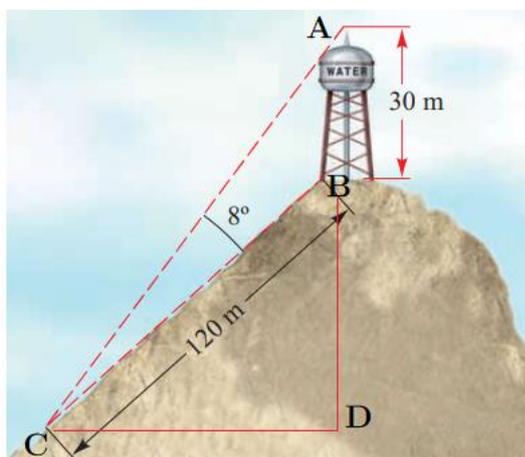
Kết luận: Lớp 10A có 18 học sinh.

**Câu 37:** Một tháp nước cao 30 m ở trên đỉnh của một ngọn đồi. Từ tháp đến chân ngọn đồi dài 120 m và người ta quan sát thấy góc tạo thành giữa đỉnh và chân tháp là  $8^\circ$ . Hỏi góc nghiêng của ngọn đồi so với phương ngang là bao nhiêu? (Kết quả được làm tròn đến độ).



**Lời giải**

Gọi  $A, B, C, D$  ở các vị trí như hình vẽ.



Xét tam giác  $ABC$ , ta có:

$$\frac{AB}{\sin C} = \frac{BC}{\sin A} \Leftrightarrow \frac{30}{\sin 8^\circ} = \frac{120}{\sin A}$$

$$\Rightarrow \sin A = \frac{120 \cdot \sin 8^\circ}{30} \approx 0,557 \Rightarrow A = 34^\circ.$$

Suy ra  $ACD = 90^\circ - 34^\circ = 56^\circ$ .

Vậy góc nghiêng của ngọn đồi so với phương ngang là

$$BCD = ACD - ABC = 56^\circ - 8^\circ = 48^\circ.$$

**Câu 38:** Cho tam giác  $ABC$ ,  $M$  là điểm tùy ý trong mặt phẳng tam giác. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức  $|2\vec{MA} + \vec{MB} + \vec{MC}| + |\vec{MB} + \vec{MC}|$ ?

**Lời giải**

Gọi  $P$  là trung điểm đoạn  $BC$  và là  $Q$  trung điểm đoạn  $AP$ .

Khi đó

$$|2\overline{MA} + \overline{MB} + \overline{MC}| + |\overline{MB} + \overline{MC}| = |2\overline{MA} + 2\overline{MP}| + 2|\overline{MP}| = 4|\overline{MQ}| + 2|\overline{MP}| = 4MQ + 2MP.$$

Ta có  $2MQ + 2MP \geq 2PQ$  (dấu đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi  $M$  thuộc đoạn  $PQ$ ) và  $2MQ \geq 0$

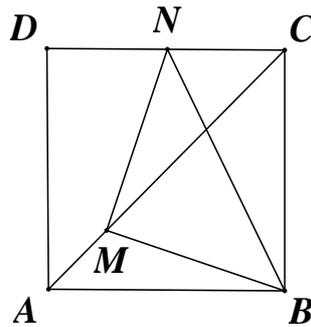
(dấu đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi  $M \equiv Q$ ). Suy ra  $2MQ + 2MQ + 2MP \geq 2PQ = AP$

(dấu đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi  $M \equiv Q$ ). Vậy giá trị nhỏ nhất của biểu thức

$$|2\overline{MA} + \overline{MB} + \overline{MC}| + |\overline{MB} + \overline{MC}| \text{ là } AP.$$

**Câu 39:** Cho hình vuông  $ABCD$ . Điểm  $M$  nằm trên đoạn thẳng  $AC$  sao cho  $AM = \frac{AC}{4}$ . Gọi  $N$  là trung điểm  $CD$ . Chứng minh rằng  $\triangle BMN$  là tam giác vuông cân.

**Lời giải**



$$\overline{AM} = \frac{1}{4}\overline{AC} = \frac{1}{4}(\overline{AD} + \overline{AB}); \overline{AN} = \overline{AD} + \overline{DN} = \overline{AD} + \frac{\overline{AB}}{2}.$$

$$\overline{MB} = \overline{AB} - \overline{AM} = \overline{AB} - \frac{1}{4}(\overline{AD} + \overline{AB}) = \left(\frac{3}{4}\overline{AB} - \frac{1}{4}\overline{AD}\right)$$

$$\overline{MN} = \overline{AN} - \overline{AM} = \left(\overline{AD} + \frac{\overline{AB}}{2}\right) - \frac{1}{4}(\overline{AD} + \overline{AB}) = \frac{3}{4}\overline{AD} + \frac{1}{4}\overline{AB}$$

Ta có:

$$\overline{MB} \cdot \overline{MN} = \left(\frac{3}{4}\overline{AB} - \frac{1}{4}\overline{AD}\right) \left(\frac{3}{4}\overline{AD} + \frac{1}{4}\overline{AB}\right) = \frac{1}{16}(-3\overline{AD}^2 + 3\overline{AB}^2 + 8\overline{AD} \cdot \overline{AB}) = 0$$

$$\overline{MB}^2 = \left(\frac{3}{4}\overline{AB} - \frac{1}{4}\overline{AD}\right)^2 = \left(\frac{9}{16}\overline{AB}^2 + \frac{1}{16}\overline{AD}^2 - 6\overline{AB} \cdot \overline{AD}\right) = \frac{5}{8}\overline{AB}^2$$

$$\overline{MN}^2 = \left(\frac{3}{4}\overline{AD} + \frac{1}{4}\overline{AB}\right)^2 = \left(\frac{9}{16}\overline{AD}^2 + \frac{1}{16}\overline{AB}^2 + 6\overline{AD} \cdot \overline{AB}\right) = \frac{5}{8}\overline{AB}^2$$

Vậy  $MB \perp MN$  và  $MB = MN$ , nên tam giác  $BMN$  vuông cân tại  $M$ .

**I. PHẦN TRẮC NGHIỆM (35 câu – 7,0 điểm)**

**Câu 1:** Tìm tập xác định của hàm số  $y = \sqrt{x-1} + \frac{1}{x+4}$ .

- A.  $[1; +\infty) \setminus \{4\}$ .      B.  $(1; +\infty) \setminus \{4\}$ .      C.  $(-4; +\infty)$ .      D.  $[1; +\infty)$ .

**Câu 2:** Cho hàm số  $y = f(x) = |-7x| - 5$ . Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A.  $f(1) = -2$ .      B.  $f(2) = 17$ .      C.  $f(-2) = 9$ .      D.  $f\left(-\frac{5}{7}\right) = 10$ .

**Câu 3:** Cho mệnh đề  $P$ : “Hai số nguyên chia hết cho 7” và mệnh đề  $Q$ : “Tổng của chúng chia hết cho 7”. Phát biểu mệnh đề  $P \Rightarrow Q$ .

- A. Nếu hai số nguyên chia hết cho 7 thì tổng của chúng không chia hết cho 7.  
 B. Nếu hai số nguyên chia hết cho 7 thì tổng của chúng chia hết cho 7.  
 C. Nếu hai số nguyên không chia hết cho 7 thì tổng của chúng không chia hết cho 7.  
 D. Nếu tổng của hai số nguyên chia hết cho 7 thì hai số nguyên đó chia hết cho 7.

**Câu 4:** Parabol  $y = ax^2 + bx + 2$  đi qua hai điểm  $M(1;5)$  và  $N(-2;8)$  có phương trình là

- A.  $y = x^2 + x + 2$ .      B.  $y = 2x^2 + x + 2$ .      C.  $y = 2x^2 + 2x + 2$       D.  $y = x^2 + 2x$

**Câu 5:** Cho tam thức bậc hai  $f(x) = -2x^2 + 8x - 8$ . Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

- A.  $f(x) < 0$  với mọi  $x \in \mathbb{R}$ .      B.  $f(x) \geq 0$  với mọi  $x \in \mathbb{R}$ .  
 C.  $f(x) \leq 0$  với mọi  $x \in \mathbb{R}$ .      D.  $f(x) > 0$  với mọi  $x \in \mathbb{R}$ .

**Câu 6:** Bảng xét dấu sau của tam thức bậc hai nào trong các phương án A, B, C, D sau đây?

$x$	$-\infty$	$-3$	$2$	$+\infty$
$f(x)$	-	0	+	0

- A.  $f(x) = x^2 - x - 6$ .      B.  $f(x) = -x^2 - x + 6$ .      C.  $f(x) = -x^2 + x + 6$ .      D.  $f(x) = x^2 + x - 6$ .

**Câu 7:** Tam thức nào dưới đây luôn dương với mọi giá trị của  $x$ ?

- A.  $x^2 - 10x + 2$ .      B.  $x^2 - 2x - 10$ .      C.  $x^2 - 2x + 10$ .      D.  $-x^2 + 2x + 10$ .

**Câu 8:** Tập nghiệm của bất phương trình  $-x^2 + x + 12 \geq 0$  là

- A.  $(-\infty; -3] \cup [4; +\infty)$ .      B.  $\emptyset$ .      C.  $(-\infty; -4] \cup [3; +\infty)$ .      D.  $[-3; 4]$ .

**Câu 9:** Phương trình  $\sqrt{x-1} = x-3$  có tập nghiệm là

- A.  $S = \{5\}$ .      B.  $S = \{2; 5\}$ .      C.  $S = \{2\}$ .      D.  $S = \emptyset$ .

**Câu 10:** Tính tổng tất cả các nghiệm của phương trình  $\sqrt{x^2 + 3x - 2} = \sqrt{1+x}$

- A.  $-3$ .      B.  $3$ .      C.  $-2$ .      D.  $1$ .

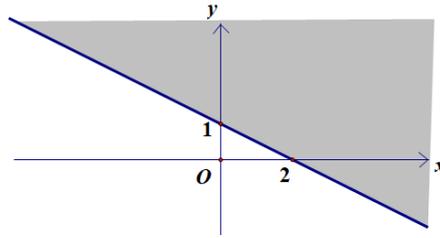
**Câu 11:** Cho mỗi quan hệ bao hàm giữa các tập hợp sau, tìm khẳng định đúng.

- A.  $N \subset Z \subset Q \subset R$       B.  $Z \subset N \subset Q \subset R$       C.  $N \subset Z \subset R \subset Q$       D.  $N \subset N^* \subset Q \subset R$

**Câu 12:** Trong các cặp số sau, cặp nào là nghiệm của bất phương trình  $3x - y > 2$

- A.  $(0; 0)$ .      B.  $(1; 1)$ .      C.  $(1; -1)$ .      D.  $(-1; -1)$ .

**Câu 13:** Nửa mặt phẳng không tô đậm ở hình dưới đây là miền nghiệm của bất phương trình nào trong các bất phương trình sau?



- A.  $x + 2y \leq 2$ .      B.  $2x + y \geq 2$ .      C.  $2x + y \leq 2$ .      D.  $x + 2y \geq 2$ .

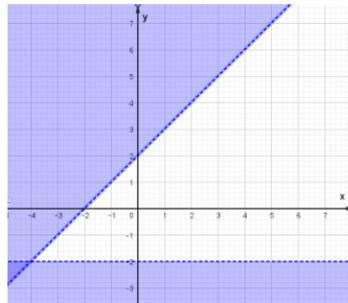
**Câu 14:** Trong các cặp số sau, cặp nào **không** là nghiệm của hệ bất phương trình  $\begin{cases} x + y \leq 3 \\ 3x - 2y > -4 \end{cases}$

- A. (0;0).      B. (1;1).      C. (-2;2).      D. (-1;-1).

**Câu 15:** Hệ bất phương trình nào sau đây là hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn?

- A.  $\begin{cases} xy \geq 0 \\ 2x + 3y < 5 \end{cases}$ .      B.  $\begin{cases} x + y^2 \geq 1 \\ 2x + 3y < 5 \end{cases}$ .      C.  $\begin{cases} x \geq 0 \\ 2x + 3y < 5 \end{cases}$ .      D.  $\begin{cases} x \geq 0 \\ 2x + 3y^2 < 5 \end{cases}$ .

**Câu 16:** Miền không được tô đậm (không tính bờ) ở hình dưới đây là miền nghiệm của một hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn. Điểm nào sau đây **không** là nghiệm của hệ đó?



- A. (-4;-2)      B. (1;1).      C. (-2;-1).      D. (1;2).

**Câu 17:** Cho góc  $\alpha$ , với  $90^\circ < \alpha < 180^\circ$ . Khẳng định nào sau đây **sai**?

- A.  $\cos \alpha < 0$ .      B.  $\tan \alpha < 0$ .      C.  $\cot \alpha < 0$ .      D.  $\sin \alpha < 0$ .

**Câu 18:** Cho tam giác  $ABC$  có  $BC = a, AC = b, AB = c$ . Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A.  $a^2 = b^2 + c^2 + 2bc \cos A$ .      B.  $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A$ .  
C.  $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \sin A$ .      D.  $a^2 = b^2 + c^2 + 2bc \sin A$ .

**Câu 19:** Cho tam giác  $ABC$  có  $BC = a, AC = b, AB = c$ . Gọi  $p$  là nửa chu vi,  $R$  là bán kính đường tròn ngoại tiếp,  $r$  là bán kính đường tròn nội tiếp và  $S$  là diện tích tam giác. Mệnh đề nào sau đây **sai**?

- A.  $S = pr$ .      B.  $S = \frac{abc}{2R}$ .  
C.  $S = \frac{1}{2} ab \sin C$ .      D.  $S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$ .

**Câu 20:** Cho tam giác  $ABC$  có  $BC = 5, AC = 7, \hat{C} = 60^\circ$ . Tính cạnh  $AB$ .

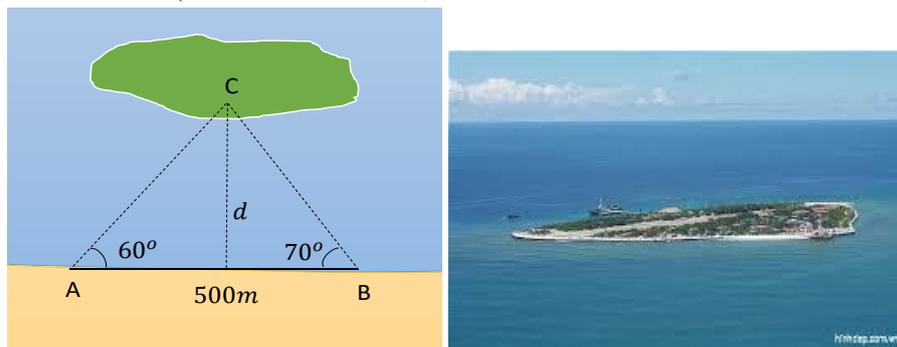
- A.  $AB = 109$ .      B.  $AB = \sqrt{109}$ .      C.  $AB = 39$ .      D.  $AB = \sqrt{39}$ .

- Câu 21:** Cho tam giác  $ABC$  có  $BC = 3, \hat{A} = 60^\circ$ . Tính bán kính  $R$  của đường tròn ngoại tiếp tam giác  $ABC$ .
- A.  $\sqrt{3}$ .                      B.  $2\sqrt{3}$ .                      C.  $3$ .                      D.  $\frac{\sqrt{3}}{2}$ .
- Câu 22:** Cho tam giác  $ABC$  có  $AB = 4 \text{ cm}, BC = 7 \text{ cm}, AC = 9 \text{ cm}$ . Tính  $\cos A$ .
- A.  $\cos A = -\frac{2}{3}$                       B.  $\cos A = \frac{1}{2}$                       C.  $\cos A = \frac{1}{3}$                       D.  $\cos A = \frac{2}{3}$
- Câu 23:** Cho tam giác  $ABC$ , gọi  $M, N$  lần lượt là trung điểm của hai cạnh  $AB$  và  $AC$ . Mệnh đề nào dưới đây đúng?
- A.  $\overline{MN}$  và  $\overline{AB}$  cùng phương.                      B.  $\overline{MN}$  và  $\overline{AC}$  cùng phương.  
C.  $\overline{MN}$  và  $\overline{BC}$  cùng phương.                      D.  $\overline{MN}$  và  $\overline{BN}$  cùng phương.
- Câu 24:** Cho hình bình hành  $ABCD$  có tâm  $O$ . Khẳng định nào sau đây sai?
- A.  $\overline{OB} + \overline{OD} = \overline{BD}$ .                      B.  $\overline{AB} = \overline{DC}$ .                      C.  $\overline{OA} + \overline{OC} = \vec{0}$ .                      D.  $\overline{AB} + \overline{AD} = \overline{AC}$ .
- Câu 25:** Cho hai lực  $\vec{F}_1 = \overline{MA}, \vec{F}_2 = \overline{MB}$  cùng tác động vào một vật tại điểm  $M$ . Cho biết cường độ lực  $\vec{F}_1, \vec{F}_2$  đều bằng  $50 \text{ N}$  và tam giác  $MAB$  vuông tại  $M$ . Tính cường độ hợp lực tác dụng lên vật đó?
- A.  $100 \text{ N}$ .                      B.  $100\sqrt{2} \text{ N}$ .                      C.  $50\sqrt{2} \text{ N}$ .                      D.  $50 \text{ N}$ .
- Câu 26:** Cho tam giác  $ABC$  có trọng tâm  $G, I$  là trung điểm của cạnh  $BC$ . Khẳng định nào sau đây là sai?
- A.  $\overline{GA} + \overline{GB} = \overline{GC}$ .                      B.  $\overline{GA} + \overline{GB} + \overline{GC} = \vec{0}$ .  
C.  $\overline{GB} + \overline{GC} = 2\overline{GI}$ .                      D.  $\overline{MA} + \overline{MB} + \overline{MC} = 3\overline{MG}, \forall M$ .
- Câu 27:** Cho  $\Delta ABC$ . Gọi  $M$  là điểm nằm trên đoạn  $BC$  sao cho  $\overline{MB} = -2\overline{MC}$ . Trong các biểu thức sau biểu thức nào đúng?
- A.  $\overline{AM} = \frac{1}{3}\overline{AB} - \frac{2}{3}\overline{AC}$ .                      B.  $\overline{AM} = \frac{1}{4}\overline{AB} + \frac{2}{3}\overline{AC}$ .  
C.  $\overline{AM} = \frac{1}{3}\overline{AB} + \frac{2}{3}\overline{AC}$ .                      D.  $\overline{AM} = -2\overline{AB} + \frac{1}{3}\overline{AC}$ .
- Câu 28:** Cho  $\vec{a}$  và  $\vec{b}$  là hai vecto đều khác vecto  $\vec{0}$ . Trong các kết quả sau hãy chọn kết quả đúng:
- A.  $\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cdot \sin(\vec{a}, \vec{b})$ .                      B.  $\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cdot \cos(\vec{a}, \vec{b})$ .  
C.  $\vec{a} \cdot \vec{b} = -|\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cdot \cos(\vec{a}, \vec{b})$ .                      D.  $\vec{a} \cdot \vec{b} = -|\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cdot \sin(\vec{a}, \vec{b})$ .
- Câu 29:** Cho hình vuông  $ABCD$  cạnh  $2a$ . Khi đó  $\overline{AB} \cdot \overline{AC}$  bằng:
- A.  $8a^2$ .                      B.  $4a^2$ .                      C.  $2a^2$ .                      D.  $a^2$ .
- Câu 30:** Cho tam giác  $ABC$  vuông tại  $A$  và có  $\hat{ABC} = 40^\circ$ . Tính góc giữa hai vectơ  $\overline{CA}$  và  $\overline{CB}$
- A.  $(\overline{CA}, \overline{CB}) = 40^\circ$                       B.  $(\overline{CA}, \overline{CB}) = 130^\circ$                       C.  $(\overline{CA}, \overline{CB}) = 140^\circ$                       D.  $(\overline{CA}, \overline{CB}) = 50^\circ$

- Câu 31:** Tập xác định  $D$  của hàm số  $f(x) = \frac{\sqrt{2-x} + \sqrt{2+x}}{x}$  là
- A.  $D = [-2; 2] \setminus \{0\}$ .    B.  $D = [-2; 2]$ .    C.  $D = (-2; 2)$ .    D.  $D = \mathbb{R}$ .
- Câu 32:** Tìm tất cả các giá trị của  $m$  để hàm số  $y = \sqrt{-2x+3m+2} + \frac{x+1}{x+2m-4}$  xác định trên  $(-\infty; -2)$ .
- A.  $m \in [-2; 4]$ .    B.  $m \in (-2; 3]$ .    C.  $m \in [-2; 3]$ .    D.  $m \in (-\infty; -2]$ .
- Câu 33:** Tìm tập hợp tất cả các giá trị của tham số  $m$  để hàm số  $y = f(x) = \sqrt{x^2 - 3mx + 4}$  có tập xác định là  $D = \mathbb{R}$ .
- A.  $|m| < \frac{4}{3}$ .    B.  $|m| \leq \frac{4}{3}$ .    C.  $|m| > \frac{4}{3}$ .    D.  $|m| \geq \frac{4}{3}$ .
- Câu 34:** Biết hàm số bậc hai  $y = ax^2 + bx + c$  có đồ thị là một đường Parabol đi qua điểm  $A(-1; 0)$  và có đỉnh  $I(1; 2)$ . Tính  $a + b + c$ .
- A. 3.    B.  $\frac{3}{2}$ .    C. 2.    D.  $\frac{1}{2}$ .
- Câu 35:** Tính tổng các nghiệm của phương trình  $\sqrt{6-5x} = 2-x$
- A. -2.    B. -1.    C. 1.    D. 2.

## II. PHẦN TỰ LUẬN (3,0 điểm)

- Câu 36:** Cho  $\Delta ABC$ . Gọi  $M, N, P$  là các điểm xác định bởi  $2\overrightarrow{MB} + 3\overrightarrow{MC} = \vec{0}$ ,  $2\overrightarrow{NC} + 3\overrightarrow{NA} = \vec{0}$ ,  $2\overrightarrow{PA} + 3\overrightarrow{PB} = \vec{0}$ . Chứng minh  $\Delta ABC$  và  $\Delta MNP$  có cùng trọng tâm.
- Câu 37:** Trong một trận lụt ở Hội An, một khách sạn bị nước lụt tràn vào, cần di chuyển cùng một lúc 40 hành khách và 24 vali hành lý. Lúc này chỉ huy động được 8 chiếc ghe lớn và 8 chiếc ghe nhỏ. Một chiếc ghe lớn chỉ có thể chở 10 hành khách và 4 vali hành lý. Một chiếc ghe nhỏ chỉ có thể chở 5 hành khách và 4 vali hành lý. Giá một chuyến ghe lớn là 250 ngàn đồng và giá một chuyến ghe nhỏ là 130 ngàn đồng. Hỏi chủ khách sạn cần thuê bao nhiêu chiếc ghe mỗi loại để chi phí thấp nhất?
- Câu 38:** Hai người đứng trên bờ biển ở hai vị trí A, B cách nhau 500m cùng nhìn thấy mép một hòn đảo ở vị trí C trên đảo với các góc so với bờ biển lần lượt là  $60^\circ$  và  $70^\circ$ . Tính khoảng cách  $d$  từ mép hòn đảo đến bờ biển (làm tròn đơn vị  $m$ ).



- Câu 39:** Một quả bóng cầu thủ sút lên rồi rơi xuống theo quỹ đạo là parabol. Biết rằng ban đầu quả bóng được sút lên từ độ cao 1 m sau đó 1 giây nó đạt độ cao 10 m và 3,5 giây nó ở độ cao 6,25 m. Hỏi độ cao cao nhất mà quả bóng đạt được là bao nhiêu mét?

----- HẾT -----

## HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

### I. PHẦN TRẮC NGHIỆM (35 câu – 7,0 điểm)

**Câu 1:** Tìm tập xác định của hàm số  $y = \sqrt{x-1} + \frac{1}{x+4}$ .

- A.  $[1; +\infty) \setminus \{4\}$ .      B.  $(1; +\infty) \setminus \{4\}$ .      C.  $(-4; +\infty)$ .      D.  $[1; +\infty)$ .

Lời giải

**Chọn D**

Điều kiện xác định của hàm số:  $\begin{cases} x-1 \geq 0 \\ x+4 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 1 \\ x \neq -4 \end{cases}$ .

Suy ra tập xác định của hàm số là  $[1; +\infty)$ .

**Câu 2:** Cho hàm số  $y = f(x) = |-7x| - 5$ . Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A.  $f(1) = -2$ .      B.  $f(2) = 17$ .      C.  $f(-2) = 9$ .      D.  $f\left(-\frac{5}{7}\right) = 10$ .

Lời giải

**Chọn C**

Ta có:  $f(-2) = |-7 \cdot (-2)| - 5 = 9$ .

**Câu 3:** Cho mệnh đề  $P$ : “Hai số nguyên chia hết cho 7” và mệnh đề  $Q$ : “Tổng của chúng chia hết cho 7”. Phát biểu mệnh đề  $P \Rightarrow Q$ .

- A. Nếu hai số nguyên chia hết cho 7 thì tổng của chúng không chia hết cho 7.  
B. Nếu hai số nguyên chia hết cho 7 thì tổng của chúng chia hết cho 7.  
C. Nếu hai số nguyên không chia hết cho 7 thì tổng của chúng không chia hết cho 7.  
D. Nếu tổng của hai số nguyên chia hết cho 7 thì hai số nguyên đó chia hết cho 7.

Lời giải

Mệnh đề  $P$ : “Hai số nguyên chia hết cho 7”.

Mệnh đề  $Q$ : “Tổng của chúng chia hết cho 7”.

Mệnh đề  $P \Rightarrow Q$  có dạng: “Nếu  $P$  thì  $Q$ ”.

Vậy mệnh đề  $P \Rightarrow Q$ : “Nếu hai số nguyên chia hết cho 7 thì tổng của chúng chia hết cho 7”.

**Câu 4:** Parabol  $y = ax^2 + bx + 2$  đi qua hai điểm  $M(1;5)$  và  $N(-2;8)$  có phương trình là

- A.  $y = x^2 + x + 2$ .      B.  $y = 2x^2 + x + 2$ .      C.  $y = 2x^2 + 2x + 2$       D.  $y = x^2 + 2x$

Lời giải

**Chọn B**

Parabol  $y = ax^2 + bx + 2$  đi qua hai điểm  $M(1;5)$  và  $N(-2;8)$  nên ta có hệ phương trình:

$$\begin{cases} 5 = a \cdot 1^2 + b \cdot 1 + 2 \\ 8 = a \cdot (-2)^2 + b \cdot (-2) + 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a + b = 3 \\ 4a - 2b = 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = 2 \end{cases}. \text{ Vậy hàm số cần tìm là } y = 2x^2 + x + 2.$$

**Câu 5:** Cho tam thức bậc hai  $f(x) = -2x^2 + 8x - 8$ . Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

- A.  $f(x) < 0$  với mọi  $x \in \mathbb{R}$ .      B.  $f(x) \geq 0$  với mọi  $x \in \mathbb{R}$ .  
C.  $f(x) \leq 0$  với mọi  $x \in \mathbb{R}$ .      D.  $f(x) > 0$  với mọi  $x \in \mathbb{R}$ .

Lời giải

**Chọn A**

Ta có  $\begin{cases} \Delta = 0 \\ a = -2 < 0 \end{cases}$  suy ra  $f(x) \leq 0$  với mọi  $x \in \mathbb{R}$ .

**Câu 6:** Bảng xét dấu sau của tam thức bậc hai nào trong các phương án A, B, C, D sau đây?

$x$	$-\infty$	$-3$	$2$	$+\infty$		
$f(x)$		$-$	$0$	$+$	$0$	$-$

A.  $f(x) = x^2 - x - 6$ . B.  $f(x) = -x^2 - x + 6$ . C.  $f(x) = -x^2 + x + 6$ . D.  $f(x) = x^2 + x - 6$ .

**Lời giải****Chọn B**

Từ bảng xét dấu  $\Rightarrow$  hệ số của  $x^2$  âm  
và  $f(x) = 0$  có 2 nghiệm  $x = -3, x = 2$

**Câu 7:** Tam thức nào dưới đây luôn dương với mọi giá trị của  $x$ ?

A.  $x^2 - 10x + 2$ . B.  $x^2 - 2x - 10$ . C.  $x^2 - 2x + 10$ . D.  $-x^2 + 2x + 10$ .

**Lời giải****Chọn C**

Tam thức luôn dương với mọi giá trị của  $x$  phải có  $\begin{cases} \Delta < 0 \\ a > 0 \end{cases}$  nên **Chọn C**

**Câu 8:** Tập nghiệm của bất phương trình  $-x^2 + x + 12 \geq 0$  là

A.  $(-\infty; -3] \cup [4; +\infty)$ . B.  $\emptyset$ . C.  $(-\infty; -4] \cup [3; +\infty)$ . D.  $[-3; 4]$ .

**Lời giải****Chọn D**

Ta có  $-x^2 + x + 12 \geq 0 \Leftrightarrow -3 \leq x \leq 4$ .

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là  $[-3; 4]$ .

**Câu 9:** Phương trình  $\sqrt{x-1} = x-3$  có tập nghiệm là

A.  $S = \{5\}$ . B.  $S = \{2; 5\}$ . C.  $S = \{2\}$ . D.  $S = \emptyset$ .

**Lời giải**

$$\text{Ta có: } \sqrt{x-1} = x-3 \Leftrightarrow \begin{cases} x-3 \geq 0 \\ x-1 = (x-3)^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 3 \\ x^2 - 7x + 10 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 3 \\ x=2 \Leftrightarrow x=5 \\ x=5 \end{cases}$$

Vậy tập nghiệm của phương trình là:  $S = \{5\}$ .

**Câu 10:** Tính tổng tất cả các nghiệm của phương trình  $\sqrt{x^2 + 3x - 2} = \sqrt{1+x}$

A.  $-3$ . B.  $3$ . C.  $-2$ . D.  $1$ .

**Lời giải****Chọn D**

Điều kiện:  $x \geq -1$ .

$$\sqrt{x^2 + 3x - 2} = \sqrt{1+x} \Leftrightarrow x^2 + 3x - 2 = 1+x \Leftrightarrow x^2 + 2x - 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x=1(N) \\ x=-3(L) \end{cases}$$

Vậy tổng của các nghiệm là 1.

**Câu 11:** Cho mỗi quan hệ bao hàm giữa các tập hợp sau, tìm khẳng định đúng.

- A.**  $N \subset Z \subset Q \subset R$     **B.**  $Z \subset N \subset Q \subset R$     **C.**  $N \subset Z \subset R \subset Q$     **D.**  $N \subset N^* \subset Q \subset R$

**Lời giải:**

**Chọn A**

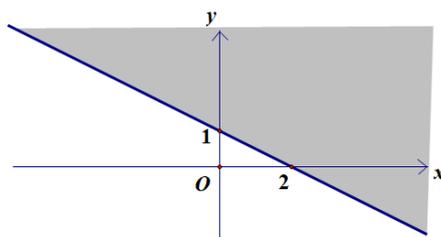
**Câu 12:** Trong các cặp số sau, cặp nào là nghiệm của bất phương trình  $3x - y > 2$

- A.**  $(0;0)$ .    **B.**  $(1;1)$ .    **C.**  $(1;-1)$ .    **D.**  $(-1;-1)$ .

**Lời giải:**

**Chọn C**

**Câu 13:** Nửa mặt phẳng không tô đậm ở hình dưới đây là miền nghiệm của bất phương trình nào trong các bất phương trình sau?



- A.**  $x + 2y \leq 2$ .    **B.**  $2x + y \geq 2$ .    **C.**  $2x + y \leq 2$ .    **D.**  $x + 2y \geq 2$ .

**Lời giải:**

**Chọn A**

**Câu 14:** Trong các cặp số sau, cặp nào **không** là nghiệm của hệ bất phương trình  $\begin{cases} x + y \leq 3 \\ 3x - 2y > -4 \end{cases}$

- A.**  $(0;0)$ .    **B.**  $(1;1)$ .    **C.**  $(-2;2)$ .    **D.**  $(-1;-1)$ .

**Lời giải:**

**Chọn C**

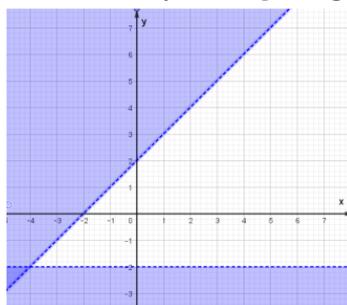
**Câu 15:** Hệ bất phương trình nào sau đây là hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn?

- A.**  $\begin{cases} xy \geq 0 \\ 2x + 3y < 5 \end{cases}$     **B.**  $\begin{cases} x + y^2 \geq 1 \\ 2x + 3y < 5 \end{cases}$     **C.**  $\begin{cases} x \geq 0 \\ 2x + 3y < 5 \end{cases}$     **D.**  $\begin{cases} x \geq 0 \\ 2x + 3y^2 < 5 \end{cases}$

**Lời giải:**

**Chọn C**

**Câu 16:** Miền không được tô đậm (không tính bờ) ở hình dưới đây là miền nghiệm của một hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn. Điểm nào sau đây **không** là nghiệm của hệ đó?



- A.**  $(-4;-2)$     **B.**  $(1;1)$ .    **C.**  $(-2;-1)$ .    **D.**  $(1;2)$ .

**Lời giải:**

**Chọn A**

Dựa vào đồ thị ta có hệ BPT:  $\begin{cases} -x + y < 2 \\ y > -2 \end{cases}$

**Câu 17:** Cho góc  $\alpha$ , với  $90^\circ < \alpha < 180^\circ$ . Khẳng định nào sau đây **sai**?

- A.**  $\cos \alpha < 0$ .                      **B.**  $\tan \alpha < 0$ .                      **C.**  $\cot \alpha < 0$ .                      **D.**  $\sin \alpha < 0$ .

**Lời giải:**

**Chọn D**

**Câu 18:** Cho tam giác  $ABC$  có  $BC = a, AC = b, AB = c$ . Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A.**  $a^2 = b^2 + c^2 + 2bc \cos A$ .                      **B.**  $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A$ .  
**C.**  $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \sin A$ .                      **D.**  $a^2 = b^2 + c^2 + 2bc \sin A$ .

**Lời giải:**

**Chọn B**

**Câu 19:** Cho tam giác  $ABC$  có  $BC = a, AC = b, AB = c$ . Gọi  $p$  là nửa chu vi,  $R$  là bán kính đường tròn ngoại tiếp,  $r$  là bán kính đường tròn nội tiếp và  $S$  là diện tích tam giác. Mệnh đề nào sau đây **sai**?

- A.**  $S = pr$ .                      **B.**  $S = \frac{abc}{2R}$ .  
**C.**  $S = \frac{1}{2} ab \sin C$ .                      **D.**  $S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$ .

**Lời giải:**

**Chọn B**

**Câu 20:** Cho tam giác  $ABC$  có  $BC = 5, AC = 7, \hat{C} = 60^\circ$ . Tính cạnh  $AB$ .

- A.**  $AB = 109$ .                      **B.**  $AB = \sqrt{109}$ .                      **C.**  $AB = 39$ .                      **D.**  $AB = \sqrt{39}$ .

**Lời giải:**

**Chọn D**

Áp dụng định lý côsin trong tam giác  $ABC$  ta có

$$\begin{aligned} AB &= \sqrt{AC^2 + BC^2 - 2AC \cdot BC \cdot \cos C} \\ &= \sqrt{5^2 + 7^2 - 2 \cdot 5 \cdot 7 \cdot \frac{1}{2}} = \sqrt{39} \end{aligned}$$

**Câu 21:** Cho tam giác  $ABC$  có  $BC = 3, \hat{A} = 60^\circ$ . Tính bán kính  $R$  của đường tròn ngoại tiếp tam giác  $ABC$ .

- A.**  $\sqrt{3}$ .                      **B.**  $2\sqrt{3}$ .                      **C.**  $3$ .                      **D.**  $\frac{\sqrt{3}}{2}$ .

**Lời giải:**

**Chọn A**

Áp dụng định lý sin trong tam giác  $ABC$

$$\frac{BC}{\sin A} = 2R \Leftrightarrow \frac{3}{\sin 60^\circ} = 2R \Leftrightarrow R = \sqrt{3}$$

**Câu 22:** Cho tam giác  $ABC$  có  $AB = 4 \text{ cm}, BC = 7 \text{ cm}, AC = 9 \text{ cm}$ . Tính  $\cos A$ .

- A.**  $\cos A = -\frac{2}{3}$                       **B.**  $\cos A = \frac{1}{2}$                       **C.**  $\cos A = \frac{1}{3}$                       **D.**  $\cos A = \frac{2}{3}$

**Lời giải:**

**Chọn D**

Ta có:  $\cos A = \frac{AB^2 + AC^2 - BC^2}{2AB.AC} = \frac{4^2 + 9^2 - 7^2}{2.4.9} = \frac{2}{3}$

**Câu 23:** Cho tam giác  $ABC$ , gọi  $M, N$  lần lượt là trung điểm của hai cạnh  $AB$  và  $AC$ . Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A.  $\overline{MN}$  và  $\overline{AB}$  cùng phương.                      B.  $\overline{MN}$  và  $\overline{AC}$  cùng phương.  
 C.  $\overline{MN}$  và  $\overline{BC}$  cùng phương.                      D.  $\overline{MN}$  và  $\overline{BN}$  cùng phương.

**Lời giải:**

**Chọn C**

**Câu 24:** Cho hình bình hành  $ABCD$  có tâm  $O$ . Khẳng định nào sau đây sai?

- A.  $\overline{OB} + \overline{OD} = \overline{BD}$ .      B.  $\overline{AB} = \overline{DC}$ .      C.  $\overline{OA} + \overline{OC} = \vec{0}$ .      D.  $\overline{AB} + \overline{AD} = \overline{AC}$ .

**Lời giải:**

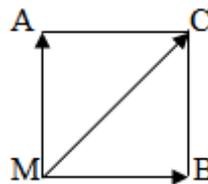
**Chọn A**

**Câu 25:** Cho hai lực  $\vec{F}_1 = \overline{MA}$ ,  $\vec{F}_2 = \overline{MB}$  cùng tác động vào một vật tại điểm  $M$ . Cho biết cường độ lực  $\vec{F}_1, \vec{F}_2$  đều bằng  $50N$  và tam giác  $MAB$  vuông tại  $M$ . Tính cường độ hợp lực tác dụng lên vật đó?

- A.  $100 N$ .                      B.  $100\sqrt{2} N$ .                      C.  $50\sqrt{2} N$ .                      D.  $50 N$ .

**Lời giải:**

**Chọn C**



Tam giác  $MAB$  vuông tại  $M \Rightarrow \overline{MA} \perp \overline{MB}$ .

Cường độ hợp lực tác dụng lên vật tại điểm  $M$  bằng  $|\overline{MA} + \overline{MB}| = |\overline{MC}| = \sqrt{MA^2 + MB^2} = 50\sqrt{2}$ .

**Câu 26:** Cho tam giác  $ABC$  có trọng tâm  $G$ ,  $I$  là trung điểm của cạnh  $BC$ . Khẳng định nào sau đây là sai?

- A.  $\overline{GA} + \overline{GB} = \overline{GC}$ .      B.  $\overline{GA} + \overline{GB} + \overline{GC} = \vec{0}$ .  
 C.  $\overline{GB} + \overline{GC} = 2\overline{GI}$ .      D.  $\overline{MA} + \overline{MB} + \overline{MC} = 3\overline{MG}, \forall M$ .

**Lời giải:**

**Chọn A**

**Câu 27:** Cho  $\Delta ABC$ . Gọi  $M$  là điểm nằm trên đoạn  $BC$  sao cho  $\overline{MB} = -2\overline{MC}$ .

Trong các biểu thức sau biểu thức nào đúng?

- A.  $\overline{AM} = \frac{1}{3}\overline{AB} - \frac{2}{3}\overline{AC}$ .      B.  $\overline{AM} = \frac{1}{4}\overline{AB} + \frac{2}{3}\overline{AC}$ .  
 C.  $\overline{AM} = \frac{1}{3}\overline{AB} + \frac{2}{3}\overline{AC}$ .      D.  $\overline{AM} = -2\overline{AB} + \frac{1}{3}\overline{AC}$ .

**Lời giải:**

**Chọn C**



**Câu 33:** Tìm tập hợp tất cả các giá trị của tham số  $m$  để hàm số  $y = f(x) = \sqrt{x^2 - 3mx + 4}$  có tập xác định là  $D = \mathbb{R}$ .

A.  $|m| < \frac{4}{3}$ .

**B.  $|m| \leq \frac{4}{3}$ .**

C.  $|m| > \frac{4}{3}$ .

D.  $|m| \geq \frac{4}{3}$ .

**Lời giải**

**Chọn B**

Điều kiện:  $x^2 - 3mx + 4 \geq 0$ .

YCBT  $\Leftrightarrow x^2 - 3mx + 4 \geq 0, \forall x \in \mathbb{R}$ .

$$\frac{-\Delta}{4a} \geq 0 \Leftrightarrow \frac{-9m^2 + 16}{4} \geq 0 \Leftrightarrow m^2 \leq \left(\frac{4}{3}\right)^2.$$

**Câu 34:** Biết hàm số bậc hai  $y = ax^2 + bx + c$  có đồ thị là một đường Parabol đi qua điểm  $A(-1;0)$  và có đỉnh  $I(1;2)$ . Tính  $a+b+c$ .

A. 3.

B.  $\frac{3}{2}$ .

**C. 2.**

D.  $\frac{1}{2}$ .

**Lời giải**

**Chọn C**

Theo giả thiết ta có hệ: 
$$\begin{cases} a - b + c = 0 \\ -\frac{b}{2a} = 1 \\ a + b + c = 2 \end{cases} \text{ với } a \neq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} a - b + c = 0 \\ b = -2a \\ a + b + c = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = 1 \\ a = -\frac{1}{2} \\ c = \frac{3}{2} \end{cases}$$

Vậy hàm bậc hai cần tìm là  $y = -\frac{1}{2}x^2 + x + \frac{3}{2}$

**Câu 35:** Tính tổng các nghiệm của phương trình  $\sqrt{6-5x} = 2-x$

A. -2.

**B. -1.**

C. 1.

D. 2.

**Lời giải**

**Chọn B**

Phương trình  $\sqrt{6-5x} = 2-x \Leftrightarrow \begin{cases} 2-x \geq 0 \\ 6-5x = 4-4x+x^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq 2 \\ x^2 + x - 2 = 0 \end{cases}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x \leq 2 \\ x = 1 \\ x = -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -2 \end{cases}$$

Vậy tổng các nghiệm của phương trình bằng  $1 + (-2) = -1$ .

## II. PHẦN TỰ LUẬN (3,0 điểm)

**Câu 36:** Cho  $\Delta ABC$ . Gọi  $M, N, P$  là các điểm xác định bởi  $2\vec{MB} + 3\vec{MC} = \vec{0}$ ,  $2\vec{NC} + 3\vec{NA} = \vec{0}$ ,  $2\vec{PA} + 3\vec{PB} = \vec{0}$ . Chứng minh  $\Delta ABC$  và  $\Delta MNP$  có cùng trọng tâm.

**Lời giải**

Gọi  $G$  là trọng tâm của  $\Delta MNP$ . Khi đó:  $\vec{MG} + \vec{NG} + \vec{PG} = \vec{0}$ .

Ta có:  $2\overline{MB} + 3\overline{MC} = \vec{0} \Leftrightarrow 2(\overline{MG} + \overline{GB}) + 3(\overline{MG} + \overline{GC}) = \vec{0} \Leftrightarrow \overline{MG} = -\frac{2}{5}\overline{GB} - \frac{3}{5}\overline{GC}$ .

Tương tự: 
$$\begin{cases} \overline{NG} = -\frac{2}{5}\overline{GC} - \frac{3}{5}\overline{GA} \\ \overline{PG} = -\frac{2}{5}\overline{GA} - \frac{3}{5}\overline{GB} \end{cases}$$

Khi đó:  $\overline{MG} + \overline{NG} + \overline{PG} = \frac{1}{5}(-2\overline{GB} - 3\overline{GC} - 2\overline{GC} - 3\overline{GA} - 2\overline{GA} - 3\overline{GB}) = \overline{AG} + \overline{BG} + \overline{CG} = \vec{0}$ .

Vậy  $\triangle ABC$  và  $\triangle MNP$  có cùng trọng tâm.

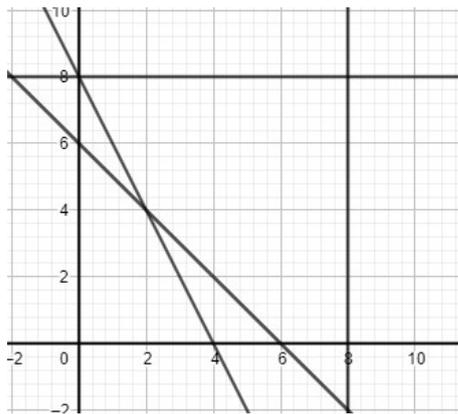
**Câu 37:** Trong một trận lụt ở Hội An, một khách sạn bị nước lụt tràn vào, cần di chuyển cùng một lúc 40 hành khách và 24 vali hành lý. Lúc này chỉ huy động được 8 chiếc ghe lớn và 8 chiếc ghe nhỏ. Một chiếc ghe lớn chỉ có thể chở 10 hành khách và 4 vali hành lý. Một chiếc ghe nhỏ chỉ có thể chở 5 hành khách và 4 vali hành lý. Giá một chuyến ghe lớn là 250 ngàn đồng và giá một chuyến ghe nhỏ là 130 ngàn đồng. Hỏi chủ khách sạn cần thuê bao nhiêu chiếc ghe mỗi loại để chi phí thấp nhất?

**Lời giải:**

Gọi  $x$  là số ghe lớn được chủ khách sạn thuê  
và  $y$  là số ghe nhỏ được chủ khách sạn thuê.

Ta có 
$$\begin{cases} 0 \leq x \leq 8 \\ 0 \leq y \leq 8 \\ 10x + 5y \geq 40 \\ 4x + 4y \geq 24 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 0 \leq x \leq 8 \\ 0 \leq y \leq 8 \\ 2x + y \geq 8 \\ x + y \geq 6 \end{cases}$$
 và chi phí  $F(x; y) = 250x + 130y$

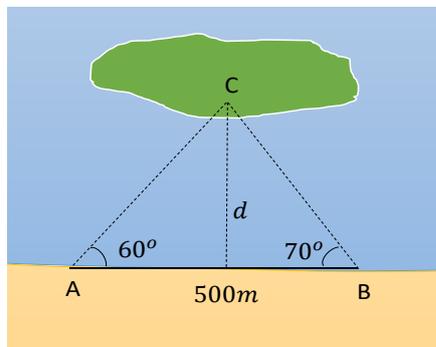
Vẽ được miền nghiệm của hệ bất phương trình là đa giác  $ABCDE$ , với  $A(6;0), B = (a) \cap (b) \Rightarrow B(2;4), C(0;8), D(8;8), E(8;0)$



Tính  $F(6;0) = 1500, F(2;4) = 1020, F(0;8) = 1040, F(8;8) = 3040, F(8;0) = 2000$ .

Vậy, chi phí thấp khi thuê 2 ghe lớn và 4 ghe nhỏ

**Câu 38:** Hai người đứng trên bờ biển ở hai vị trí A, B cách nhau 500m cùng nhìn thấy mép một hòn đảo ở vị trí C trên đảo với các góc so với bờ biển lần lượt là  $60^\circ$  và  $70^\circ$ . Tính khoảng cách  $d$  từ mép hòn đảo đến bờ biển (làm tròn đơn vị  $m$ ).



**Lời giải:**

$$\hat{C} = 180^\circ - (\hat{A} + \hat{B}) = 50^\circ$$

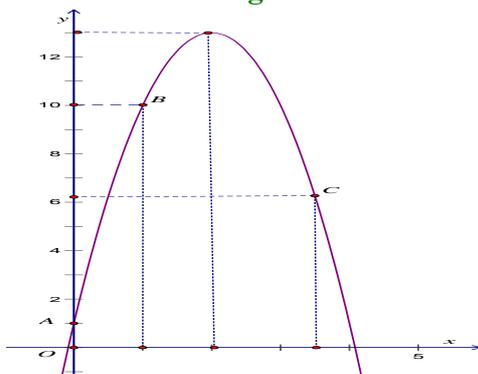
Áp dụng định lý sin trong tam giác ABC:  $\frac{BC}{\sin A} = \frac{AB}{\sin C}$

(hoặc  $\frac{AC}{\sin B} = \frac{AB}{\sin C}$ )

$$\Rightarrow BC = \frac{AB \cdot \sin A}{\sin C} = \frac{500 \cdot \sin 60^\circ}{\sin 50^\circ} \approx 565.$$

**Câu 39:** Một quả bóng cầu thủ sút lên rồi rơi xuống theo quỹ đạo là parabol. Biết rằng ban đầu quả bóng được sút lên từ độ cao 1 m sau đó 1 giây nó đạt độ cao 10 m và 3,5 giây nó ở độ cao 6,25 m. Hỏi độ cao cao nhất mà quả bóng đạt được là bao nhiêu mét?

**Lời giải**



Biết rằng quỹ đạo của quả bóng là một cung parabol nên phương trình có dạng  $y = ax^2 + bx + c$

Theo bài ra gắn vào hệ tọa độ và sẽ tương ứng các điểm A, B, C nên ta có

$$\begin{cases} c = 1 \\ a + b + c = 10 \\ 12,25a + 3,5b + c = 6,25 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -3 \\ b = 12 \\ c = 1 \end{cases}$$

Suy ra phương trình parabol là  $y = -3x^2 + 12x + 1$ .

Parabol có đỉnh I(2;13). Khi đó quả bóng đạt vị trí cao nhất tại đỉnh tức  $h = 13$  m.

ĐỀ ÔN TẬP KIỂM TRA CUỐI HỌC KỲ I NĂM HỌC 2022 – 2023

MÔN: TOÁN 10 – ĐỀ SỐ: 10

I. PHẦN TRẮC NGHIỆM (35 câu – 7,0 điểm)

- Câu 1:** Điểm nào sau đây thuộc đồ thị hàm số  $y = \frac{x+1}{x(x-2)}$  ?
- A.  $M(2;1)$ .                      B.  $N(-1;0)$ .                      C.  $P(2;0)$ .                      D.  $Q\left(0; \frac{1}{2}\right)$ .
- Câu 2:** Tìm khẳng định đúng trong các khẳng định sau?
- A.  $f(x) = 3x^2 + 2x - 5$  là tam thức bậc hai.                      B.  $f(x) = 2x - 4$  là tam thức bậc hai.  
C.  $f(x) = 3x^3 + 2x - 1$  là tam thức bậc hai.                      D.  $f(x) = x^4 - x^2 + 1$  là tam thức bậc hai.
- Câu 3:** Cho parabol  $(P): y = ax^2 + bx + c$  có trục đối xứng là đường thẳng  $x = 1$ . Khi đó  $4a + 2b$  bằng
- A.  $-1$ .                      B.  $0$ .                      C.  $1$ .                      D.  $2$ .
- Câu 4:** Tam thức bậc hai  $f(x) = x^2 - 3x - 4$  âm khi và chỉ khi
- A.  $x \in (-\infty; -1] \cup [4; +\infty)$ .                      B.  $x \in [-4; 2]$ .  
C.  $(-1; 4)$ .                      D.  $x \in (-\infty; -4] \cup [1; +\infty)$ .
- Câu 5:** Cho hàm số  $f(x) = x^2 + 2x + m$ . Với giá trị nào của tham số  $m$  thì  $f(x) \geq 0, \forall x \in \mathbb{R}$ .
- A.  $m \geq 1$ .                      B.  $m > 1$ .                      C.  $m > 0$ .                      D.  $m < 2$ .
- Câu 6:** Phương trình  $\sqrt{x-1} = x-3$  có một nghiệm nằm trong khoảng nào sau đây?
- A.  $(5; 9)$ .                      B.  $(1; 3)$ .                      C.  $(4; 7)$ .                      D.  $(0; 2)$ .
- Câu 7:** Số nghiệm nguyên của bất phương trình  $2x^2 - 3x - 15 \leq 0$  là
- A.  $6$ .                      B.  $5$ .                      C.  $8$ .                      D.  $7$ .
- Câu 8:** Nghiệm của phương trình  $\sqrt{x^2 - 7x + 10} = x - 4$  thuộc tập nào dưới đây?
- A.  $(4; 5]$ .                      B.  $[5; 6)$ .                      C.  $(5; 6)$ .                      D.  $[5; 6]$ .
- Câu 9:** Cho  $A = [1; 4]; B = (2; 6)$ . Tìm  $A \cup B$ .
- A.  $[2; 4]$ .                      B.  $(2; 4]$ .                      C.  $(1; 6)$ .                      D.  $[1; 6)$ .
- Câu 10:** Điểm nào sau đây không thuộc miền nghiệm của bất phương trình  $x - 4y + 5 \geq 0$  ?
- A.  $M(-5; 0)$ .                      B.  $N(1; 0)$ .                      C.  $P(1; -3)$ .                      D.  $Q(-2; 1)$ .
- Câu 11:** Trong các hệ sau, hệ nào **không phải** là hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn:
- A.  $\begin{cases} x - 3y = 4 \\ 2x + y = 12 \end{cases}$                       B.  $\begin{cases} x - 1 > 3 \\ y + 3 \leq \pi \end{cases}$                       C.  $\begin{cases} x + y \leq 14 \\ -3 < x \leq 5 \end{cases}$                       D.  $\begin{cases} x - y < 4 \\ x + 2y \leq 15 \end{cases}$
- Câu 12:** Miền nghiệm của hệ bất phương trình  $\begin{cases} 3x + y \geq 6 \\ x \geq y - 3 \\ 2y \geq 8 - x \\ y \leq 4 \end{cases}$  là phần mặt phẳng chứa điểm:
- A.  $(2; 1)$ .                      B.  $(6; 4)$ .                      C.  $(0; 0)$ .                      D.  $(1; 2)$ .

**Câu 13:** Trong các khẳng định sau, khẳng định nào sai?

- A.  $\cos 40^\circ = \sin 50^\circ$ .    B.  $\sin 40^\circ = \cos 50^\circ$ .    C.  $\cos 40^\circ = \cos 50^\circ$ .    D.  $\cos 70^\circ = \sin 20^\circ$ .

**Câu 14:** Cho tam giác  $ABC$ , mệnh đề nào sau đây đúng?

- A.  $b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cos B$ .    B.  $b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cos A$ .  
 C.  $b^2 = a^2 + c^2 + 2ac \cos B$ .    D.  $b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cos C$ .

**Câu 15:** Cho tam giác  $ABC$ . Tìm công thức đúng trong các công thức sau:

- A.  $S = \frac{1}{2}bc \sin C$ .    B.  $S = \frac{1}{2}bc \sin B$ .    C.  $S = \frac{1}{2}ab \sin B$ .    D.  $S = \frac{1}{2}ac \sin B$ .

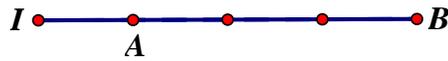
**Câu 16:** Cho  $\overrightarrow{AB}$  khác  $\vec{0}$  và cho điểm    C. Có bao nhiêu điểm D thỏa  $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$

- A. vô số.    B. 1 điểm.    C. 2 điểm.    D. Không có điểm nào.

**Câu 17:** Cho hình bình hành  $ABCD$ . Đẳng thức nào sau đây đúng?

- A.  $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}$ .    B.  $\overrightarrow{DB} = \overrightarrow{DC} + \overrightarrow{AD}$ .    C.  $\overrightarrow{DB} = \overrightarrow{DC} + \overrightarrow{BC}$ .    D.  $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AD}$ .

**Câu 18:** Đẳng thức nào sau đây mô tả **đúng** hình vẽ bên



- A.  $\overrightarrow{AB} = 3\overrightarrow{AI}$ .    B.  $\overrightarrow{AB} = -3\overrightarrow{IA}$ .    C.  $\overrightarrow{AI} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AB}$ .    D.  $\overrightarrow{AB} = -3\overrightarrow{AI}$ .

**Câu 19:** Cho hai vectơ  $\vec{a}$  và  $\vec{b}$  khác  $\vec{0}$ . Xác định góc  $\alpha$  giữa hai vectơ  $\vec{a}$  và  $\vec{b}$  biết  $\vec{a} \cdot \vec{b} = -|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|$ .

- A.  $\alpha = 90^\circ$ .    B.  $\alpha = 0^\circ$ .    C.  $\alpha = 45^\circ$ .    D.  $\alpha = 180^\circ$ .

**Câu 20:** Trong Kỳ thi tốt nghiệp phổ thông, ở một trường kết quả số thí sinh đạt danh hiệu xuất sắc như sau: Về môn Toán: 48 thí sinh; Về môn Vật lý: 37 thí sinh; Về môn Văn: 42 thí sinh; Về môn Toán hoặc môn Vật lý: 75 thí sinh; Về môn Toán hoặc môn Văn: 76 thí sinh; Về môn Vật lý hoặc môn Văn: 66 thí sinh; Về cả 3 môn: 4 thí sinh. Vậy có bao nhiêu học sinh nhận được danh hiệu xuất sắc về một môn?

- A. 65.    B. 56.    C. 47.    D. 70

**Câu 21:** Một gian hàng trưng bày bàn và ghế rộng  $60m^2$ . Diện tích để kê một chiếc ghế là  $0,5m^2$ , một chiếc bàn là  $1,2m^2$ . Gọi  $x$  là số chiếc ghế,  $y$  là số chiếc bàn được kê. Bất phương trình bậc nhất hai ẩn  $x, y$  cho phần mặt sàn để kê bàn và ghế là bất phương trình nào sau đây? Biết diện tích mặt sàn dành cho lưu thông tối thiểu là  $12m^2$ .

- A.  $0,5x + 1,2y < 48$ .    B.  $0,5x + 1,2y > 48$ .    C.  $0,5x + 1,2y \geq 48$ .    D.  $0,5x + 1,2y \leq 48$

**Câu 22:** Giá trị nhỏ nhất của biểu thức  $F = y - x$  trên miền xác định bởi hệ  $\begin{cases} y - 2x \leq 2 \\ 2y - x \geq 4 \\ x + y \leq 5 \end{cases}$  là

- A.  $\min F = 1$  khi  $x = 2, y = 3$ .    B.  $\min F = 2$  khi  $x = 0, y = 2$ .  
 C.  $\min F = 3$  khi  $x = 1, y = 4$ .    D.  $\min F = 0$  khi  $x = 0, y = 0$ .

**Câu 23:** Cho tam giác  $ABC$ , biết  $a = 13, b = 14, c = 15$ . Tính  $\cos B$ .

- A.  $\cos B = -\frac{64}{65}$ .    B.  $\cos B = \frac{64}{65}$ .    C.  $\cos B = \frac{33}{65}$ .    D.  $\cos B = -\frac{33}{65}$ .

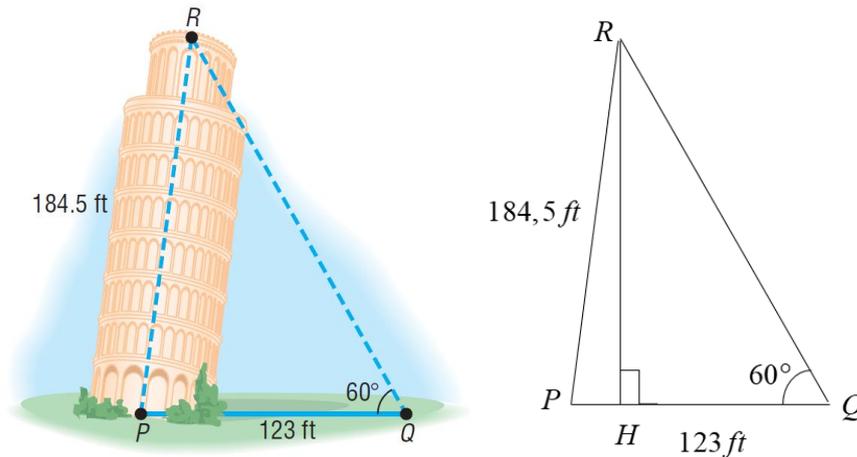
- Câu 24:** Tam giác  $ABC$  có  $AB = 4, BC = 6, AC = 2\sqrt{7}$ . Điểm  $M$  thuộc đoạn  $BC$  sao cho  $MC = 2MB$ . Tính độ dài  $AM$ .
- A. 4.                      B.  $3\sqrt{2}$ .                      C.  $2\sqrt{3}$ .                      D. 3.
- Câu 25:** Cho tam giác  $ABC$  có  $A = 120^\circ; b = 8; c = 5$ . Tính bán kính đường tròn nội tiếp tam giác  $ABC$ .
- A.  $\frac{20\sqrt{3}}{13 + \sqrt{129}}$                       B.  $\frac{40\sqrt{3}}{13 + \sqrt{129}}$                       C.  $13 + \sqrt{129}$                       D.  $10\sqrt{3}$
- Câu 26:** Cho  $\triangle ABC$  có  $M, N, P$  lần lượt là trung điểm của các cạnh  $BC, CA, AB$ . Khẳng định nào sau đây là **đúng**?
- A.  $\vec{AN} + \vec{MB} + \vec{PA} = \vec{0}$ .    B.  $\vec{AN} + \vec{MB} - \vec{PA} = \vec{0}$ .  
C.  $\vec{AN} - \vec{MB} - \vec{PA} = \vec{0}$ .    D.  $\vec{NA} + \vec{MB} + \vec{PA} = \vec{0}$ .
- Câu 27:** Cho tam giác  $ABC$ . Lấy điểm  $D$  đối xứng với  $A$  qua  $B$  và lấy điểm  $E$  trên đoạn  $AC$  sao cho  $3AE = 2EC$ . Biết rằng  $\vec{DE} = m\vec{AB} + n\vec{AC}$ , khi đó, giá trị  $m.n$  là
- A.  $m.n = -\frac{2}{5}$ .                      B.  $m.n = -\frac{4}{5}$ .                      C.  $m.n = \frac{4}{5}$ .                      D.  $m.n = \frac{2}{5}$ .
- Câu 28:** Cho tam giác  $ABC$  có  $\hat{A} = 90^\circ, \hat{B} = 60^\circ$  và  $AB = a$ . Khi đó  $\vec{AC} \cdot \vec{CB}$  bằng
- A.  $-2a^2$ .                      B.  $2a^2$ .                      C.  $3a^2$ .                      D.  $-3a^2$ .
- Câu 29:** Cho hai vectơ  $\vec{a}$  và  $\vec{b}$ . Biết  $|\vec{a}| = 2, |\vec{b}| = \sqrt{3}$  và  $(\vec{a}, \vec{b}) = 30^\circ$ . Tính  $|\vec{a} + \vec{b}|$ .
- A.  $\sqrt{11}$ .                      B.  $\sqrt{13}$ .                      C.  $\sqrt{12}$ .                      D.  $\sqrt{14}$ .
- Câu 30:** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số  $m$  để bất phương trình:  $(m+1)x^2 - 2(m+1)x + 4 \geq 0$  có tập nghiệm  $S = R$ ?
- A.  $m > -1$ .                      B.  $-1 \leq m \leq 3$ .                      C.  $-1 < m \leq 3$ .                      D.  $-1 < m < 3$ .
- Câu 31:** Tập xác định của hàm số  $y = \frac{1}{\sqrt{2x-5}} + \sqrt{9-x}$  là
- A.  $D = \left(\frac{5}{2}; 9\right]$ .                      B.  $D = \left(\frac{5}{2}; 9\right)$ .                      C.  $D = \left[\frac{5}{2}; 9\right)$ .                      D.  $D = \left[\frac{5}{2}; 9\right]$ .
- Câu 32:** Tìm tất cả các giá trị của  $m$  để hàm số  $y = \sqrt{x-m+2} + \frac{1}{\sqrt{5-x}}$  có tập xác định  $D = [0; 5)$ .
- A.  $m \geq 0$ .                      B.  $m \geq 2$ .                      C.  $m \leq -2$ .                      D.  $m = 2$ .
- Câu 33:** Phương trình  $mx^2 - 2mx + 4 = 0$  vô nghiệm khi và chỉ khi
- A.  $0 < m < 4$ .                      B.  $\begin{cases} m < 0 \\ m > 4 \end{cases}$ .                      C.  $0 \leq m \leq 4$ .                      D.  $0 \leq m < 4$ .
- Câu 34:** Tìm tất cả các giá trị của tham số  $m$  để bất phương trình  $mx^2 - 2mx - 1 \geq 0$  vô nghiệm.
- A.  $m \in \emptyset$ .                      B.  $m < -1$ .                      C.  $-1 < m < 0$ .                      D.  $-1 < m \leq 0$ .
- Câu 35:** Tìm tham số  $m$  để phương trình  $(x^2 - x)\sqrt{x-m} = 0$  chỉ có một nghiệm
- A.  $m \geq 1$ .                      B.  $m > 1$ .                      C.  $0 \leq m < 1$ .                      D.  $m \leq 0$ .

## II. PHẦN TỰ LUẬN (3,0 điểm)

**Câu 36:** Một xưởng cơ khí có hai công nhân An và Bình. Xưởng sản xuất hai loại sản phẩm  $I$  và  $II$ . Mỗi sản phẩm loại  $I$  bán lãi 500000 đồng, mỗi sản phẩm loại  $II$  bán lãi 400000 đồng. Để sản xuất được một sản phẩm loại  $I$  thì An phải làm việc trong 3 giờ, Bình phải làm việc trong 1 giờ. Để sản xuất được một sản phẩm loại  $II$  thì An phải làm việc trong 2 giờ, Bình phải làm việc trong 6 giờ. Một người không thể làm được đồng thời hai sản phẩm. Biết rằng trong một tháng An không thể làm việc quá 180 giờ, Bình không thể làm việc quá 220 giờ. Số tiền lãi (triệu đồng) lớn nhất trong một tháng của xưởng là

**Câu 37:** Cho tam giác  $ABC$  và hai điểm  $M, N, P$  thỏa mãn  $\overline{MA} + 2\overline{MB} = \vec{0}$  và  $4\overline{NB} + \overline{NC} = \vec{0}$ ,  $-\overline{PC} + 2\overline{PA} = \vec{0}$ . Chứng minh rằng  $M, N, P$  thẳng hàng.

**Câu 38:** Tháp nghiêng Pisa nổi tiếng có chiều cao là 184,5 feet. Góc nâng nhìn từ điểm  $Q$  cách chân tháp  $P$  một khoảng 123 feet lên đỉnh  $R$  của tháp có số đo là  $60^\circ$ . Tìm số đo góc  $RPQ$  (như hình vẽ) và tìm khoảng cách từ đỉnh  $R$  của tháp đến đường thẳng  $PQ$ .



**Câu 39:** Cho tam giác  $ABC$  có  $AC = 2$ . Gọi  $M$  là trung điểm của  $AB$  và  $D$  là chân đường phân giác trong góc  $A$  của tam giác  $ABC$ . Hãy tính độ dài  $AB$  để trung tuyến  $CM$  vuông góc với phân giác trong  $AD$ .

----- HẾT -----

## HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

### I. PHẦN TRẮC NGHIỆM (35 câu – 7,0 điểm)

**Câu 1:** Điểm nào sau đây thuộc đồ thị hàm số  $y = \frac{x+1}{x(x-2)}$  ?

A.  $M(2;1)$ .

**B.  $N(-1;0)$ .**

C.  $P(2;0)$ .

D.  $Q\left(0; \frac{1}{2}\right)$ .

**Lời giải**

**Chọn B**

$$\text{Đặt } f(x) = \frac{x+1}{x(x-2)}$$

$$\text{Ta có: } f(-1) = \frac{-1+1}{-1(-1-2)} = 0.$$

**Câu 2:** Tìm khẳng định đúng trong các khẳng định sau?

**A.  $f(x) = 3x^2 + 2x - 5$  là tam thức bậc hai.**

B.  $f(x) = 2x - 4$  là tam thức bậc hai.

C.  $f(x) = 3x^3 + 2x - 1$  là tam thức bậc hai.

D.  $f(x) = x^4 - x^2 + 1$  là tam thức bậc hai.

**Lời giải**

**Chọn A**

\* Theo định nghĩa tam thức bậc hai thì  $f(x) = 3x^2 + 2x - 5$  là tam thức bậc hai.

**Câu 3:** Cho parabol  $(P): y = ax^2 + bx + c$  có trục đối xứng là đường thẳng  $x = 1$ . Khi đó  $4a + 2b$  bằng

A.  $-1$ .

**B.  $0$ .**

C.  $1$ .

D.  $2$ .

**Lời giải**

**Chọn B**

Do parabol  $(P): y = ax^2 + bx + c$  có trục đối xứng là đường thẳng  $x = 1$  nên  $-\frac{b}{2a} = 1$

$$\Leftrightarrow 2a = -b \Leftrightarrow 2a + b = 0 \Leftrightarrow 4a + 2b = 0.$$

**Câu 4:** Tam thức bậc hai  $f(x) = x^2 - 3x - 4$  âm khi và chỉ khi

A.  $x \in (-\infty; -1] \cup [4; +\infty)$ .

B.  $x \in [-4; 2]$ .

**C.  $(-1; 4)$ .**

D.  $x \in (-\infty; -4] \cup [1; +\infty)$ .

**Lời giải**

**Chọn C**

$$\text{Ta có } x^2 - 3x - 4 < 0 \Leftrightarrow -1 < x < 4.$$

**Câu 5:** Cho hàm số  $f(x) = x^2 + 2x + m$ . Với giá trị nào của tham số  $m$  thì  $f(x) \geq 0, \forall x \in \mathbb{R}$ .

**A.  $m \geq 1$ .**

B.  $m > 1$ .

C.  $m > 0$ .

D.  $m < 2$ .

**Lời giải**

**Chọn A**

$$\text{Ta có } f(x) \geq 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 > 0 \\ \Delta' = 1 - m \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow m \geq 1.$$

- Câu 6:** Phương trình  $\sqrt{x-1} = x-3$  có một nghiệm nằm trong khoảng nào sau đây?  
**A.** (5;9).                      **B.** (1;3).                      **C.** (4;7).                      **D.** (0;2).

**Lời giải**

**Chọn C**

$$\sqrt{x-1} = x-3 \Leftrightarrow \begin{cases} x-3 \geq 0 \\ x-1 = (x-3)^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 3 \\ x-1 = x^2 - 6x + 9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 3 \\ x^2 - 7x + 10 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 3 \\ \begin{cases} x=5 \\ x=2 \end{cases} \end{cases} \Leftrightarrow x=5$$

Vậy phương trình có nghiệm  $x=5$ .

- Câu 7:** Số nghiệm nguyên của bất phương trình  $2x^2 - 3x - 15 \leq 0$  là  
**A.** 6.                      **B.** 5.                      **C.** 8.                      **D.** 7.

**Lời giải**

**Chọn A**

Xét  $f(x) = 2x^2 - 3x - 15$ .

$$f(x) = 0 \Leftrightarrow x = \frac{3 \pm \sqrt{129}}{4}$$

Ta có bảng xét dấu:

$x$		$\frac{3 - \sqrt{129}}{4}$		$\frac{3 + \sqrt{129}}{4}$		
$f(x)$		+	0	-	0	+

Tập nghiệm của bất phương trình là  $S = \left[ \frac{3 - \sqrt{129}}{4}; \frac{3 + \sqrt{129}}{4} \right]$ .

Do đó bất phương trình có 6 nghiệm nguyên là  $-2, -1, 0, 1, 2, 3$ .

- Câu 8:** Nghiệm của phương trình  $\sqrt{x^2 - 7x + 10} = x - 4$  thuộc tập nào dưới đây?  
**A.** (4;5].                      **B.** [5;6).                      **C.** (5;6).                      **D.** [5;6].

**Lời giải**

Ta có:

$$\sqrt{x^2 - 7x + 10} = x - 4 \Leftrightarrow \begin{cases} x - 4 \geq 0 \\ x^2 - 7x + 10 = (x - 4)^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 4 \\ x^2 - 7x + 10 = x^2 - 8x + 16 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 4 \\ x = 6 \end{cases} \Leftrightarrow x = 6. \text{ Vậy phương trình có 1 nghiệm thuộc tập } [5;6].$$

- Câu 9:** Cho  $A = [1;4]; B = (2;6)$ . Tìm  $A \cup B$ .  
**A.** [2;4].                      **B.** (2;4].                      **C.** (1;6).                      **D.** [1;6]

**Lời giải**

Ta có:  $A = [1;4]; B = (2;6) \Rightarrow A \cup B = [1;6]$

- Câu 10:** Điểm nào sau đây không thuộc miền nghiệm của bất phương trình  $x - 4y + 5 \geq 0$ ?  
**A.**  $M(-5;0)$ .                      **B.**  $N(1;0)$ .                      **C.**  $P(1;-3)$ .                      **D.**  $Q(-2;1)$ .

**Lời giải**

**Chọn D**

Thay tọa độ điểm  $Q$  vào bất phương trình ta được  $-2-4+5 \geq 0 \Leftrightarrow -1 \geq 0$ . Do đó điểm  $Q$  không thuộc miền nghiệm của bất phương trình đã cho.

**Câu 11:** Trong các hệ sau, hệ nào **không phải** là hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn:

**A.**  $\begin{cases} x-3y=4 \\ 2x+y=12 \end{cases}$       **B.**  $\begin{cases} x-1>3 \\ y+3 \leq \pi \end{cases}$       **C.**  $\begin{cases} x+y \leq 14 \\ -3 < x \leq 5 \end{cases}$       **D.**  $\begin{cases} x-y < 4 \\ x+2y \leq 15 \end{cases}$

**Lời giải**

**Câu 12:** Miền nghiệm của hệ bất phương trình  $\begin{cases} 3x+y \geq 6 \\ x \geq y-3 \\ 2y \geq 8-x \\ y \leq 4 \end{cases}$  là phần mặt phẳng chứa điểm:

**A.** (2;1).      **B.** (6;4).      **C.** (0;0).      **D.** (1;2).

**Lời giải**

Nhận xét: Miền nghiệm của hệ bất phương trình đã cho là miền mặt phẳng chứa tất cả các điểm có tọa độ thỏa mãn tất cả các bất phương trình trong hệ.

Thế  $x=6; y=4$  vào từng bất phương trình trong hệ, ta lần lượt có các mệnh đề đúng:

$22 \geq 6; 6 \geq 1; 8 \geq 2; 4 \leq 4$ . Vậy ta chọn đáp án **B**.

Đáp án A có tọa độ không thỏa bất phương trình thứ 3.

Đáp án C, D có tọa độ không thỏa bất phương trình thứ 1 và 3.

**Câu 13:** Trong các khẳng định sau, khẳng định nào sai?

**A.**  $\cos 40^\circ = \sin 50^\circ$ .      **B.**  $\sin 40^\circ = \cos 50^\circ$ .      **C.**  $\cos 40^\circ = \cos 50^\circ$ .      **D.**  $\cos 70^\circ = \sin 20^\circ$ .

**Lời giải**

Ta có  $\cos 40^\circ = \sin(90^\circ - 40^\circ) = \sin 50^\circ \neq \cos 50^\circ$ .

**Câu 14:** Cho tam giác  $ABC$ , mệnh đề nào sau đây đúng?

**A.**  $b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cos B$ .      **B.**  $b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cos A$ .  
**C.**  $b^2 = a^2 + c^2 + 2ac \cos B$ .      **D.**  $b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cos C$ .

**Lời giải**

Theo định lý cosin trong tam giác  $ABC$ , ta có  $b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cos B$ .

**Câu 15:** Cho tam giác  $ABC$ . Tìm công thức đúng trong các công thức sau:

**A.**  $S = \frac{1}{2}bc \sin C$ .      **B.**  $S = \frac{1}{2}bc \sin B$ .      **C.**  $S = \frac{1}{2}ab \sin B$ .      **D.**  $S = \frac{1}{2}ac \sin B$ .

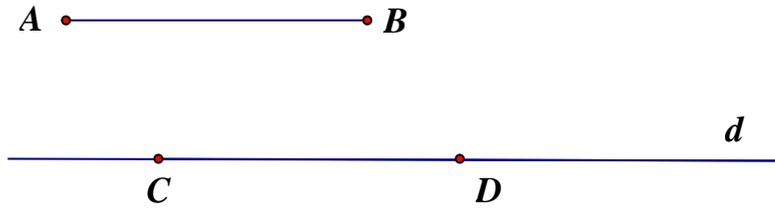
**Lời giải**

Ta có:  $S = \frac{1}{2}bc \sin A = \frac{1}{2}ac \sin B = \frac{1}{2}ab \sin C$ .

**Câu 16:** Cho  $\overrightarrow{AB}$  khác  $\vec{0}$  và cho điểm **C.** Có bao nhiêu điểm D thỏa  $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$

**A.** vô số.      **B.** 1 điểm.      **C.** 2 điểm.      **D.** Không có điểm nào.

**Lời giải**



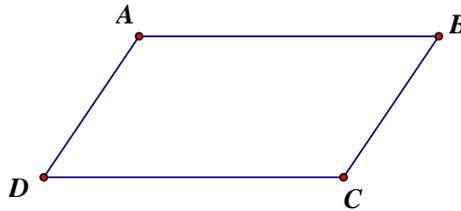
Qua điểm  $C$ , dựng đường thẳng  $d$  song song với giá của véc tơ  $\overrightarrow{AB}$ .

Trên đường thẳng  $d$ , xác định điểm  $D$  sao cho  $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$ . Như vậy có duy nhất điểm  $D$  thỏa mãn.

**Câu 17:** Cho hình bình hành  $ABCD$ . Đẳng thức nào sau đây đúng?

- A.**  $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}$       **B.**  $\overrightarrow{DB} = \overrightarrow{DC} + \overrightarrow{AD}$       **C.**  $\overrightarrow{DB} = \overrightarrow{DC} + \overrightarrow{BC}$       **D.**  $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AD}$ .

**Lời giải**



Theo quy tắc hình bình hành  $ABCD$  có  $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}$ .

**Câu 18:** Đẳng thức nào sau đây mô tả **đúng** hình vẽ bên



- A.**  $\overrightarrow{AB} = 3\overrightarrow{AI}$       **B.**  $\overrightarrow{AB} = -3\overrightarrow{AI}$       **C.**  $\overrightarrow{AI} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AB}$       **D.**  $\overrightarrow{AB} = -3\overrightarrow{AI}$

**Lời giải**

Ta có  $AB = 3AI$

Mặt khác  $\overrightarrow{AI}$  và  $\overrightarrow{AB}$  ngược hướng  $\Rightarrow \overrightarrow{AB} = -3\overrightarrow{AI}$ .

**Câu 19:** Cho hai vectơ  $\vec{a}$  và  $\vec{b}$  khác  $\vec{0}$ . Xác định góc  $\alpha$  giữa hai vectơ  $\vec{a}$  và  $\vec{b}$  biết  $\vec{a} \cdot \vec{b} = -|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|$ .

- A.**  $\alpha = 90^\circ$       **B.**  $\alpha = 0^\circ$       **C.**  $\alpha = 45^\circ$       **D.**  $\alpha = 180^\circ$

**Lời giải**

Ta có:  $\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cdot \cos \alpha$ . Mà  $\vec{a} \cdot \vec{b} = -|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|$  nên  $\cos \alpha = -1$ . Suy ra  $\alpha = 180^\circ$ .

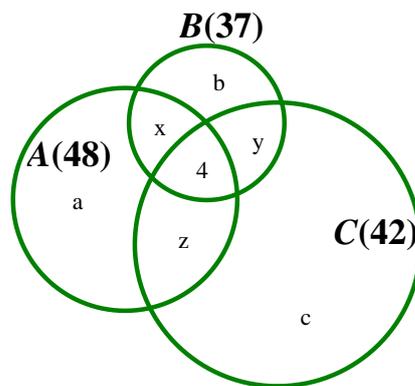
**Câu 20:** Trong Kỳ thi tốt nghiệp phổ thông, ở một trường kết quả số thí sinh đạt danh hiệu xuất sắc như sau: Về môn Toán: 48 thí sinh; Về môn Vật lý: 37 thí sinh; Về môn Văn: 42 thí sinh; Về môn Toán hoặc môn Vật lý: 75 thí sinh; Về môn Toán hoặc môn Văn: 76 thí sinh; Về môn Vật lý hoặc môn Văn: 66 thí sinh; Về cả 3 môn: 4 thí sinh. Vậy có bao nhiêu học sinh nhận được danh hiệu xuất sắc về một môn?

- A.** 65.      **B.** 56.      **C.** 47.      **D.** 70

**Lời giải**

Gọi A, B, C lần lượt là tập hợp những học sinh xuất sắc về môn Toán, môn Vật Lý, môn Văn.  
Gọi a, b, c lần lượt là số học sinh chỉ đạt danh hiệu xuất sắc một môn về môn Toán, môn Vật Lý, môn Văn.

Gọi  $x, y, z$  lần lượt là số học sinh đạt danh hiệu xuất sắc hai môn về môn Toán và môn Vật Lý, môn Vật Lý và môn Văn, môn Văn và môn Toán.



Dùng biểu đồ Ven đưa về hệ 6 phương trình 6 ẩn sau:

$$\begin{cases} a + x + z + 4 = 48 \\ b + x + y + 4 = 37 \\ c + y + z + 4 = 42 \\ a + b + x + y + z = 71 \\ a + c + x + y + z = 72 \\ b + c + x + y + z = 62 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 28 \\ b = 18 \\ c = 19 \\ x = 6 \\ y = 9 \\ z = 10 \end{cases}$$

Nên có 65 thí sinh đạt danh hiệu xuất sắc 1 môn.

**Câu 21:** Một gian hàng trưng bày bàn và ghế rộng  $60m^2$ . Diện tích để kê một chiếc ghế là  $0,5m^2$ , một chiếc bàn là  $1,2m^2$ . Gọi  $x$  là số chiếc ghế,  $y$  là số chiếc bàn được kê. Bất phương trình bậc nhất hai ẩn  $x, y$  cho phần mặt sàn để kê bàn và ghế là bất phương trình nào sau đây? Biết diện tích mặt sàn dành cho lưu thông tối thiểu là  $12m^2$ .

- A.  $0,5x + 1,2y < 48$ .    B.  $0,5x + 1,2y > 48$ .    C.  $0,5x + 1,2y \geq 48$ .    D.  $0,5x + 1,2y \leq 48$

**Lời giải**

Điều kiện:  $x \in \mathbb{N}^*, y \in \mathbb{N}^*$ .

Vì diện tích mặt sàn dành cho lưu thông tối thiểu là  $12m^2$ , do đó diện tích phần mặt sàn để kê bàn và ghế tối đa là:  $60 - 12 = 48(m^2)$

Diện tích để kê một chiếc ghế là  $0,5m^2$ , nên diện tích để kê  $x$  chiếc ghế là  $0,5x(m^2)$

Diện tích để kê một chiếc bàn là  $1,2m^2$ , nên diện tích để kê  $y$  chiếc bàn là  $1,2y(m^2)$

Tổng diện tích cho phần mặt sàn để kê  $x$  chiếc ghế và  $y$  chiếc bàn là:  $0,5x + 1,2y$

Do đó, bất phương trình cần tìm là:  $0,5x + 1,2y \leq 48$ .

**Câu 22:** Giá trị nhỏ nhất của biểu thức  $F = y - x$  trên miền xác định bởi hệ  $\begin{cases} y - 2x \leq 2 \\ 2y - x \geq 4 \\ x + y \leq 5 \end{cases}$  là

A.  $\min F = 1$  khi  $x = 2, y = 3$ .

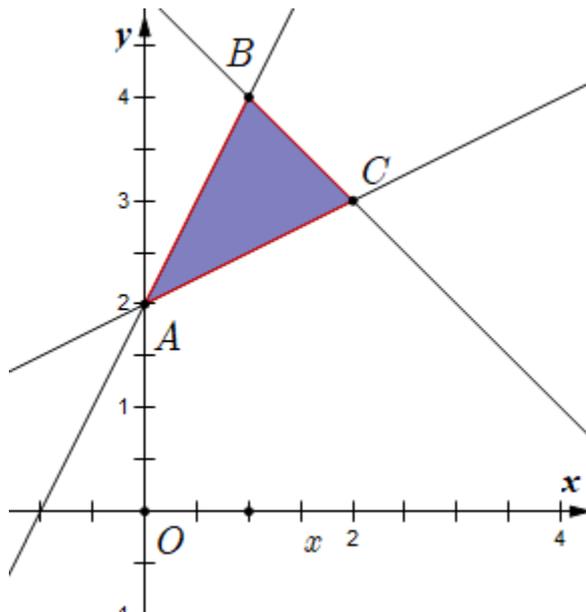
B.  $\min F = 2$  khi  $x = 0, y = 2$ .

C.  $\min F = 3$  khi  $x = 1, y = 4$ .

D.  $\min F = 0$  khi  $x = 0, y = 0$ .

**Lời giải**

Miền nghiệm của hệ  $\begin{cases} y - 2x \leq 2 \\ 2y - x \geq 4 \\ x + y \leq 5 \end{cases}$  là miền trong của tam giác  $ABC$  kể cả biên



Ta thấy  $F = y - x$  đạt giá trị nhỏ nhất chỉ có thể tại các điểm  $A, B, C$ .

Tại  $A(0; 2)$  thì  $F = 2$ .

Tại  $B(1; 4)$  thì  $F = 3$

Tại  $C(2; 3)$  thì  $F = 1$ .

Vậy  $\min F = 1$  khi  $x = 2, y = 3$ .

**Câu 23:** Cho tam giác  $ABC$ , biết  $a = 13, b = 14, c = 15$ . Tính  $\cos B$ .

**A.**  $\cos B = -\frac{64}{65}$ .

**B.**  $\cos B = \frac{64}{65}$ .

**C.**  $\cos B = \frac{33}{65}$ .

**D.**  $\cos B = -\frac{33}{65}$ .

**Lời giải**

**Chọn C**

Ta có:  $\cos B = \frac{a^2 + c^2 - b^2}{2ac} = \frac{13^2 + 15^2 - 14^2}{2 \cdot 13 \cdot 15} = \frac{33}{65}$ .

**Câu 24:** Tam giác  $ABC$  có  $AB = 4, BC = 6, AC = 2\sqrt{7}$ . Điểm  $M$  thuộc đoạn  $BC$  sao cho  $MC = 2MB$ . Tính độ dài  $AM$ .

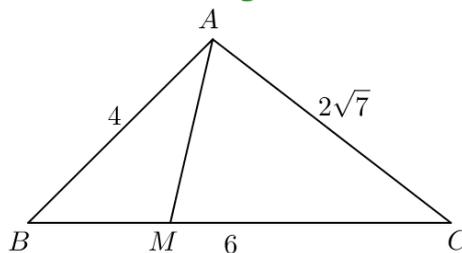
**A.** 4.

**B.**  $3\sqrt{2}$ .

**C.**  $2\sqrt{3}$ .

**D.** 3.

**Lời giải**



Ta có:  $BM = 2$  và  $\cos B = \frac{AB^2 + BC^2 - AC^2}{2AB \cdot BC} = \frac{16 + 36 - 28}{2 \cdot 4 \cdot 6} = \frac{1}{2}$ .

Vậy  $AM^2 = AB^2 + BM^2 - 2AB \cdot BM \cdot \cos B = 16 + 4 - 2 \cdot 4 \cdot 2 \cdot \frac{1}{2} = 12 \Rightarrow AM = 2\sqrt{3}$ .

**Câu 25:** Cho tam giác  $ABC$  có  $A = 120^\circ; b = 8; c = 5$ . Tính bán kính đường tròn nội tiếp tam giác  $ABC$ .

**A.**  $\frac{20\sqrt{3}}{13+\sqrt{129}}$

**B.**  $\frac{40\sqrt{3}}{13+\sqrt{129}}$

**C.**  $13+\sqrt{129}$

**D.**  $10\sqrt{3}$

**Lời giải**

Ta có  $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A = 5^2 + 8^2 - 2 \cdot 5 \cdot 8 \cos 120^\circ = 129 \Rightarrow a = \sqrt{129}$ .

$$S = \frac{1}{2}bc \sin A = \frac{1}{2} \cdot 8 \cdot 5 \cdot \sin 120^\circ = 10\sqrt{3}.$$

$$p = \frac{a+b+c}{2} = \frac{13+\sqrt{129}}{2}$$

$$S = pr \Leftrightarrow r = \frac{S}{p} \Rightarrow r = \frac{20\sqrt{3}}{13+\sqrt{129}}$$

**Câu 26:** Cho  $\triangle ABC$  có  $M, N, P$  lần lượt là trung điểm của các cạnh  $BC, CA, AB$ . Khẳng định nào sau đây là **đúng**?

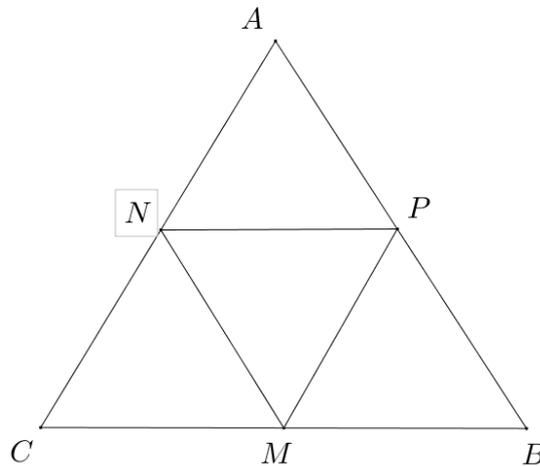
**A.**  $\overrightarrow{AN} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{PA} = \vec{0}$ .

**B.**  $\overrightarrow{AN} + \overrightarrow{MB} - \overrightarrow{PA} = \vec{0}$ .

**C.**  $\overrightarrow{AN} - \overrightarrow{MB} - \overrightarrow{PA} = \vec{0}$ .

**D.**  $\overrightarrow{NA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{PA} = \vec{0}$ .

**Lời giải**



Do  $M, N, P$  lần lượt là trung điểm của các cạnh  $BC, CA, AB$  nên theo tính chất đường trung bình ta có:  $\overrightarrow{AN} = \overrightarrow{PM}; \overrightarrow{MB} = \overrightarrow{NP}; \overrightarrow{PA} = \overrightarrow{MN}$ .

Do đó  $\overrightarrow{AN} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{PA} = \overrightarrow{PM} + \overrightarrow{NP} + \overrightarrow{MN} = \overrightarrow{NP} + \overrightarrow{PM} + \overrightarrow{MN} = \overrightarrow{NN} = \vec{0}$ .

**Câu 27:** Cho tam giác  $ABC$ . Lấy điểm  $D$  đối xứng với  $A$  qua  $B$  và lấy điểm  $E$  trên đoạn  $AC$  sao cho  $3AE = 2EC$ . Biết rằng  $\overrightarrow{DE} = m\overrightarrow{AB} + n\overrightarrow{AC}$ , khi đó, giá trị  $m.n$  là

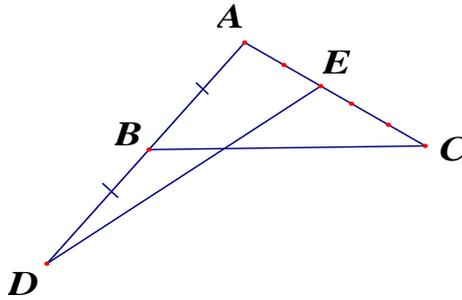
**A.**  $m.n = -\frac{2}{5}$ .

**B.**  $m.n = -\frac{4}{5}$ .

**C.**  $m.n = \frac{4}{5}$ .

**D.**  $m.n = \frac{2}{5}$ .

**Lời giải**

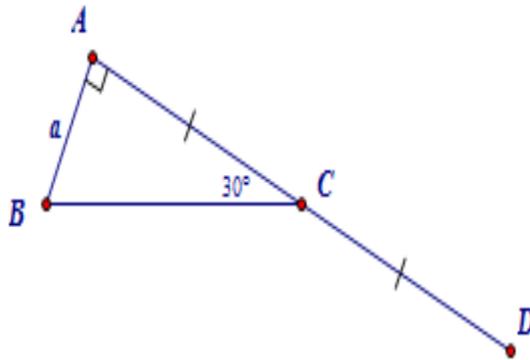


Ta có  $\overrightarrow{DE} = \overrightarrow{DA} + \overrightarrow{AE} = -2\overrightarrow{AB} + \frac{2}{5}\overrightarrow{AC} \Rightarrow m = -2, n = \frac{2}{5} \Rightarrow m.n = -\frac{4}{5}$ .

**Câu 28:** Cho tam giác  $ABC$  có  $\hat{A} = 90^\circ$ ,  $\hat{B} = 60^\circ$  và  $AB = a$ . Khi đó  $\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{CB}$  bằng

- A.  $-2a^2$ .                      B.  $2a^2$ .                      C.  $3a^2$ .                      D.  $-3a^2$ .

**Lời giải**



Gọi  $D$  là điểm đối xứng với  $A$  qua  $C$ .

Khi đó:  $\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{CB} = \overrightarrow{CD} \cdot \overrightarrow{CB} = CD \cdot CB \cdot \cos 150^\circ = a\sqrt{3} \cdot 2a \cdot \left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right) = -3a^2$ .

Cách khác: Ta có  $\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{CB} = -\overrightarrow{CA} \cdot \overrightarrow{CB} = -CA \cdot CB \cdot \cos C = -3a^2$ .

**Câu 29:** Cho hai vectơ  $\vec{a}$  và  $\vec{b}$ . Biết  $|\vec{a}| = 2$ ,  $|\vec{b}| = \sqrt{3}$  và  $(\vec{a}, \vec{b}) = 30^\circ$ . Tính  $|\vec{a} + \vec{b}|$ .

- A.  $\sqrt{11}$ .                      B.  $\sqrt{13}$ .                      C.  $\sqrt{12}$ .                      D.  $\sqrt{14}$ .

**Lời giải**

Ta có:  $(|\vec{a} + \vec{b}|)^2 = \vec{a}^2 + \vec{b}^2 + 2\vec{a}\vec{b} = |\vec{a}|^2 + |\vec{b}|^2 + 2|\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cdot \cos(\vec{a}, \vec{b})$

$\Rightarrow (|\vec{a} + \vec{b}|)^2 = 4 + 3 + 2 \cdot 2 \cdot \sqrt{3} \cdot \cos 30^\circ = 13 \Rightarrow |\vec{a} + \vec{b}| = \sqrt{13}$ .

**Câu 30:** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số  $m$  để bất phương trình:  $(m+1)x^2 - 2(m+1)x + 4 \geq 0$  có tập nghiệm  $S = R$ ?

- A.  $m > -1$ .                      B.  $-1 \leq m \leq 3$ .                      C.  $-1 < m \leq 3$ .                      D.  $-1 < m < 3$ .

**Lời giải**

**Chọn B**

TH1:  $m+1 = 0 \Leftrightarrow m = -1$  Bất phương trình trở thành  $4 \geq 0 \forall x \in R$

TH2:  $m+1 \neq 0 \Leftrightarrow m \neq -1$  Bất phương trình có tập nghiệm  $S = R$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a > 0 \\ \Delta' \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m+1 > 0 \\ \Delta' = m^2 - 2m - 3 \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow -1 < m \leq 3 (**)$$

Từ và ta suy ra:  $-1 \leq m \leq 3$ .

**Câu 31:** Tập xác định của hàm số  $y = \frac{1}{\sqrt{2x-5}} + \sqrt{9-x}$  là

**A.**  $D = \left(\frac{5}{2}; 9\right]$ .      **B.**  $D = \left(\frac{5}{2}; 9\right)$ .      **C.**  $D = \left[\frac{5}{2}; 9\right)$ .      **D.**  $D = \left[\frac{5}{2}; 9\right]$ .

**Lời giải**

**Chọn A**

Điều kiện xác định:  $\begin{cases} 9-x \geq 0 \\ 2x-5 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq 9 \\ x > \frac{5}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \frac{5}{2} < x \leq 9$ .

Tập xác định:  $D = \left(\frac{5}{2}; 9\right]$ .

**Câu 32:** Tìm tất cả các giá trị của  $m$  để hàm số  $y = \sqrt{x-m+2} + \frac{1}{\sqrt{5-x}}$  có tập xác định  $D = [0; 5)$ .

**A.**  $m \geq 0$ .      **B.**  $m \geq 2$ .      **C.**  $m \leq -2$ .      **D.**  $m = 2$ .

**Lời giải**

**Chọn D**

Điều kiện xác định của hàm số đã cho là  $\begin{cases} x-m+2 \geq 0 \\ 5-x > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq m-2 \\ x < 5 \end{cases}$

Hàm số có tập xác định  $D = [0; 5) \Leftrightarrow m-2 = 0 \Leftrightarrow m = 2$ .

**Câu 33:** Phương trình  $mx^2 - 2mx + 4 = 0$  vô nghiệm khi và chỉ khi

**A.**  $0 < m < 4$ .      **B.**  $\begin{cases} m < 0 \\ m > 4 \end{cases}$ .      **C.**  $0 \leq m \leq 4$ .      **D.**  $0 \leq m < 4$ .

**Lời giải**

Xét phương trình  $mx^2 - 2mx + 4 = 0$  (\*).

**TH1.** Với  $m = 0$ , khi đó phương trình (\*)  $\Leftrightarrow 4 = 0$ .

Suy ra với  $m = 0$  thì phương trình (\*) vô nghiệm.

**TH2.** Với  $m \neq 0$ , khi đó để phương trình (\*) vô nghiệm  $\Leftrightarrow \Delta'_x < 0$

$$\Leftrightarrow m^2 - 4m < 0 \Leftrightarrow m(m-4) < 0 \Leftrightarrow 0 < m < 4$$

Kết hợp hai TH, ta được  $0 \leq m < 4$  là giá trị cần tìm. **Chọn D**

**Câu 34:** Tìm tất cả các giá trị của tham số  $m$  để bất phương trình  $mx^2 - 2mx - 1 \geq 0$  vô nghiệm.

**A.**  $m \in \emptyset$ .      **B.**  $m < -1$ .      **C.**  $-1 < m < 0$ .      **D.**  $-1 < m \leq 0$ .

**Lời giải**

**Chọn D**

$$mx^2 - 2mx - 1 \geq 0$$

+)  $m = 0$  thì bất phương trình trở thành:  $-1 > 0$ . Vậy  $m = 0$  thỏa mãn yêu cầu bài toán.

$$+) m \neq 0, \text{ bất phương trình vô nghiệm khi và chỉ khi } \begin{cases} a = m < 0 \\ \Delta' = (-m)^2 - m(-1) < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < 0 \\ m^2 + m < 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m < 0 \\ -1 < m < 0 \end{cases} \Leftrightarrow -1 < m < 0.$$

Vậy bất phương trình  $mx^2 - 2mx - 1 \geq 0$  vô nghiệm khi  $-1 < m \leq 0$ .

**Câu 35:** Tìm tham số  $m$  để phương trình  $(x^2 - x)\sqrt{x - m} = 0$  chỉ có một nghiệm

**A.**  $m \geq 1$ .

**B.**  $m > 1$ .

**C.**  $0 \leq m < 1$ .

**D.**  $m \leq 0$ .

**Lời giải**

**Chọn A**

Điều kiện  $x \geq m(1)$ .

$$(x^2 - x)\sqrt{x - m} = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - x = 0 \\ x - m = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 1 \\ x = m \text{ (tm(1))} \end{cases}.$$

Phương trình luôn có nghiệm  $x = m$ . Để phương trình có nghiệm duy nhất thì  $x = m \geq 1$

Vậy  $m \geq 1$ .

## II. PHẦN TỰ LUẬN (3,0 điểm)

**Câu 36:** Một xưởng cơ khí có hai công nhân An và Bình. Xưởng sản xuất hai loại sản phẩm  $I$  và  $II$ . Mỗi sản phẩm loại  $I$  bán lãi 500000 đồng, mỗi sản phẩm loại  $II$  bán lãi 400000 đồng. Để sản xuất được một sản phẩm loại  $I$  thì An phải làm việc trong 3 giờ, Bình phải làm việc trong 1 giờ. Để sản xuất được một sản phẩm loại  $II$  thì An phải làm việc trong 2 giờ, Bình phải làm việc trong 6 giờ. Một người không thể làm được đồng thời hai sản phẩm. Biết rằng trong một tháng An không thể làm việc quá 180 giờ, Bình không thể làm việc quá 220 giờ. Số tiền lãi (triệu đồng) lớn nhất trong một tháng của xưởng là

**Lời giải**

Gọi  $x, y$  là số sản phẩm loại  $I$  và  $II$  trong một tháng. Với  $x, y \in \mathbb{N}^*$

Số tiền lãi trong một tháng là:  $F = 0,5x + 0,4y$  (triệu đồng)

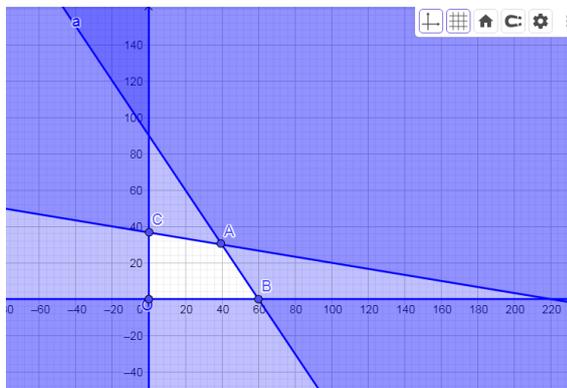
Thời gian làm việc của An trong một tháng:  $3x + 2y$

Thời gian làm việc của Bình trong một tháng:  $x + 6y$

Khi đó ta có hệ bất phương trình:

$$\begin{cases} 3x + 2y \leq 180 \\ x + 6y \leq 220 \\ x > 0 \\ y > 0 \end{cases}$$

Ta biểu diễn trên mặt phẳng tọa độ



Giá trị lớn nhất xảy ra tại điểm có giá trị nguyên  $A(40;30), B(60;0)$

Khi đó:  $F(A) = 32; F(B) = 30$ .

Vậy số tiền lãi lớn nhất trong một tháng của xưởng là 32 (triệu đồng).

**Câu 37:** Cho tam giác  $ABC$  và hai điểm  $M, N, P$  thỏa mãn  $\overline{MA} + 2\overline{MB} = \vec{0}$  và  $4\overline{NB} + \overline{NC} = \vec{0}$ ,  $-\overline{PC} + 2\overline{PA} = \vec{0}$ . Chứng minh rằng  $M, N, P$  thẳng hàng.

**Lời giải**

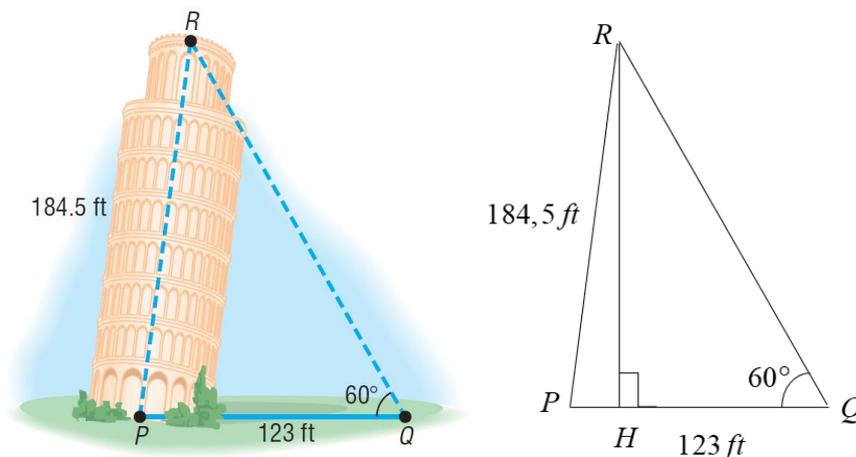
Cộng theo từng vế hai đẳng thức  $4\overline{NB} + \overline{NC} = \vec{0}$  và  $-\overline{PC} + 2\overline{PA} = \vec{0}$ , ta được

$2\overline{PA} + 4\overline{NB} = \overline{PN}$ . Suy ra  $\overline{PA} + 2\overline{NB} = \frac{1}{2}\overline{PN}$ . Khi đó, trừ theo từng vế hai đẳng thức

$\overline{MA} + 2\overline{MB} = \vec{0}$  và  $\overline{PA} + 2\overline{NB} = \frac{1}{2}\overline{PN}$ , ta được

$\overline{PM} + 2\overline{NM} = \frac{1}{2}\overline{PN} \Leftrightarrow 3\overline{PM} = \frac{5}{2}\overline{PN} \Leftrightarrow \overline{PM} = \frac{5}{6}\overline{PN}$ . Vậy  $M, N, P$  thẳng hàng.

**Câu 38:** Tháp nghiêng Pisa nổi tiếng có chiều cao là 184,5 feet. Góc nâng nhìn từ điểm  $Q$  cách chân tháp  $P$  một khoảng 123 feet lên đỉnh  $R$  của tháp có số đo là  $60^\circ$ . Tìm số đo góc  $RPQ$  (như hình vẽ) và tìm khoảng cách từ đỉnh  $R$  của tháp đến đường thẳng  $PQ$ .



**Cách 1:** Theo định lí cosin, ta có:  $RP^2 = QP^2 + QR^2 - 2QP \cdot QR \cdot \cos 60^\circ$

$$\Rightarrow (184,5)^2 = (123)^2 + QR^2 - 2 \cdot 123 \cdot QR \cdot \cos 60^\circ \Rightarrow QR = 212,1436 \text{ ft.}$$

Áp dụng hệ quả của định lí cosin, ta có:

$$\cos RPQ = \frac{PR^2 + PQ^2 - RQ^2}{2 \cdot PR \cdot PQ} \approx \frac{(184,5)^2 + (123)^2 - (212,1436)^2}{2 \cdot 184,5 \cdot 123} \approx 0,0918 \Rightarrow RPQ \approx 84^\circ 44'.$$

Gọi  $H$  là chân đường cao kẻ từ  $R$  đến  $PQ$ .

Ta có  $\sin 60^\circ = \frac{RH}{RQ} \Rightarrow RH = RQ \cdot \sin 60^\circ = 183,722 \text{ ft.}$

Vậy, khoảng cách từ đỉnh  $R$  của tháp đến đường thẳng  $PQ$  là  $RH \approx 183,722 \text{ ft.}$

**Cách 2:** Áp dụng định lí sin, ta có:

$$\frac{\sin PRQ}{PQ} = \frac{\sin RQP}{PR} \Rightarrow \sin PRQ = PQ \cdot \frac{\sin RQP}{PR} = 123 \cdot \frac{\sin 60^\circ}{184,5} \approx 0,5774.$$

$$\Rightarrow PRQ \approx 35^\circ 16' \Rightarrow RPQ \approx 84^\circ 44'.$$

Gọi  $H$  là chân đường cao kẻ từ  $R$  lên  $PQ$ .

Ta có  $\sin 60^\circ = \frac{RH}{RQ} \Rightarrow RH = RQ \cdot \sin 60^\circ \approx 183,722 \text{ ft.}$

Vậy, khoảng cách từ đỉnh  $R$  của tháp đến đường thẳng  $PQ$  là  $RH \approx 183,722 \text{ ft.}$

**Câu 39:** Cho tam giác  $ABC$  có  $AC = 2$ . Gọi  $M$  là trung điểm của  $AB$  và  $D$  là chân đường phân giác trong góc  $A$  của tam giác  $ABC$ . Hãy tính độ dài  $AB$  để trung tuyến  $CM$  vuông góc với phân giác trong  $AD$ .

**Lời giải**

Đặt  $AB = c; CA = b$ .

Ta có  $D$  là chân đường phân giác trong góc  $A$  nên  $\frac{DB}{DC} = \frac{AB}{AC} = \frac{c}{b}$

và  $\overrightarrow{DB}, \overrightarrow{DC}$  ngược hướng suy ra  $\overrightarrow{BD} = \frac{BD}{DC} \overrightarrow{DC} = \frac{b}{c} \overrightarrow{DC}$  (\*)

Mặt khác  $\overrightarrow{BD} = \overrightarrow{AD} - \overrightarrow{AB}$  và  $\overrightarrow{DC} = \overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AD}$  thay vào (\*), ta được

$$\overrightarrow{AD} - \overrightarrow{AB} = \frac{b}{c} (\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AD}) \Leftrightarrow c(\overrightarrow{AD} - \overrightarrow{AB}) = b(\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AD}) \Leftrightarrow \overrightarrow{AD} = \frac{1}{b+c} (b\overrightarrow{AB} + c\overrightarrow{AC})$$

Vì  $CM$  là trung tuyến nên  $\overrightarrow{CM} = \frac{\overrightarrow{CA} + \overrightarrow{CB}}{2} = \frac{\overrightarrow{AB} - 2\overrightarrow{AC}}{2}$ .

Theo giả thiết:  $AD \perp CM \Leftrightarrow \overrightarrow{AD} \cdot \overrightarrow{CM} = 0$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{2(b+c)} (b\overrightarrow{AB} + c\overrightarrow{AC}) (\overrightarrow{AB} - 2\overrightarrow{AC}) = 0 \Leftrightarrow bc^2 + bc^2 \cos A - 2cb^2 \cos A - 2cb^2 = 0$$

$$\Leftrightarrow (c-2b)(1+\cos A) = 0 \Rightarrow c = 2b \text{ (do } \cos A > -1)$$

Vậy  $AB = c = 2b = 4$ .