

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

**TUYỂN TẬP 20 ĐỀ
ÔN TẬP HỌC KỲ II
MÔN TOÁN LỚP 11
NĂM HỌC 2020 - 2021**

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

KIỂM TRA HỌC KỲ II NĂM HỌC 2020 - 2021

Môn: TOÁN - Lớp 11 - Chương trình chuẩn
Thời gian: 90 phút (Không kể thời gian phát đề)

Mã đề thi

Họ và tên thí sinh:..... SBD:.....

PHẦN I: TRẮC NGHIỆM KHÁCH QUAN

Câu 1. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Biểu thức nào sau đây **đúng**?

- A. $\overrightarrow{AC'} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA'}$.
 B. $\overrightarrow{AC'} = \overrightarrow{BD} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AA'}$.
 C. $\overrightarrow{AC'} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{AA'}$.
 D. $\overrightarrow{AC'} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AA'}$.

Câu 2. Tính đạo hàm của hàm số $y = 2^{1-2x}$.

- A. $y' = 2^{1-2x} \ln 2$.
 B. $y' = -2^{2-2x} \ln 2$.
 C. $y' = (1-2x) \cdot 2^{-2x}$.
 D. $y' = -2 \cdot 2^{1-2x}$.

Câu 3. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $(a; b)$ và có đạo hàm tại điểm $x_0 \in (a; b)$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A. $f'(x_0) = \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x)+f(x_0)}{x+x_0}$.
 B. $f'(x_0) = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)-f(x_0)}{x-x_0}$.
 C. $f'(x_0) = \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x)-f(x_0)}{x-x_0}$.
 D. $f'(x_0) = \lim_{x \rightarrow x_0} [f(x) - f(x_0)]$.

Câu 4. Mệnh đề nào sau đây là **đúng**?

- A. Góc giữa hai đường thẳng a và b bằng góc giữa hai đường thẳng a và c khi b song song hoặc trùng với c .
 B. Góc giữa hai đường thẳng bằng góc giữa hai vectơ chỉ phương của hai đường thẳng đó.
 C. Góc giữa hai đường thẳng là góc nhọn.
 D. Góc giữa hai đường thẳng a và b bằng góc giữa hai đường thẳng a và c thì b song song với c .

Câu 5. Cho hàm số $f(x) = x^3 + 2x$, giá trị của $f''(1)$ bằng

- A. 6. B. 3. C. 2. D. 8.

Câu 6. Tìm giới hạn $A = \lim_{x \rightarrow +\infty} (x^4 - x^2 + x - 1)$.

- A. $+\infty$. B. $-\infty$. C. 1. D. -1.

Câu 7. Cho hàm số $y = x^3 - 2x + 1$ có đồ thị (C) . Hệ số góc của tiếp tuyến với (C) tại điểm $M(-1; 2)$ bằng

- A. -5. B. 25. C. 1. D. 3.

Câu 8. Tìm mệnh đề đúng?

- A. $(\cot x)' = \frac{-1}{\cos^2 x}$. B. $(\cot x)' = \frac{1}{\cos^2 x}$. C. $(\cot x)' = \frac{1}{\sin^2 x}$. D. $(\cot x)' = \frac{-1}{\sin^2 x}$.

Câu 9. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông tâm O , $SA \perp (ABCD)$. Gọi I là trung điểm của SC . Khoảng cách từ I đến mặt phẳng $(ABCD)$ bằng độ dài đoạn thẳng nào?

- A. IB . B. IO . C. IA . D. IC .

Câu 10. Tìm mệnh đề **sai** trong các mệnh đề sau:

- A. Hai đường thẳng không đồng phẳng thì không có điểm chung.
 B. Tồn tại duy nhất một đường thẳng qua một điểm và vuông góc với một mặt phẳng.

C. Hai đường thẳng song song thì đồng phẳng.

D. Tồn tại duy nhất một đường thẳng qua một điểm và song song với một đường thẳng.

Câu 11. Hàm số $y = (x+1)(x-2)$ có đạo hàm là

A. $y' = -3$.

B. $y' = 2x-1$.

C. $y' = 2x+1$

D. $y' = 1$.

Câu 12. Tính $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{4x^3 - 1}{3x^2 + x + 2}$

A. $\frac{11}{4}$.

B. $+\infty$.

C. $-\infty$.

D. $-\frac{11}{4}$.

Câu 13. Cho hàm số $y = \frac{4}{x-1}$. Khi đó $y'(-1)$ bằng

A. 1.

B. -2.

C. 2.

D. -1.

Câu 14. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. Hai mặt phẳng vuông góc với nhau thì đường thẳng nằm trong mặt phẳng này cũng vuông góc với mặt phẳng kia.

B. Hai đường thẳng phân biệt cùng vuông góc với đường thẳng thứ 3 thì song song với nhau.

C. Một đường thẳng vuông góc với một trong hai mặt phẳng song song thì vuông góc với mặt phẳng còn lại.

D. Hai mặt phẳng phân biệt cùng vuông góc với một mặt phẳng thì vuông góc với nhau.

Câu 15. Với k là số nguyên âm, kết quả của giới hạn $\lim n^k$ là

A. $-\infty$.

B. 0.

C. $+\infty$.

D. 1.

Câu 16. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n^4 - 2n + 2}{4n^4 + 2n + 5}$ bằng

A. 0.

B. $\frac{2}{11}$.

C. $\frac{1}{2}$.

D. $+\infty$.

Câu 17. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên khoảng $(a; b)$ và có đạo hàm tại $x \in (a; b)$. Tìm mệnh đề đúng về vi phân của hàm số $y = f(x)$ tại x ứng với số gia Δ_x .

A. $df(x) = \Delta f(x) \cdot x'$

B. $df(x) = f(x) \Delta_x$.

C. $df(x) = \Delta f'(x) \cdot x'$.

D. $df(x) = f'(x) \Delta_x$.

Câu 18. Khẳng định nào đúng:

A. Hàm số $f(x) = \frac{x+1}{\sqrt{x-1}}$ liên tục trên \mathbb{R} .

B. Hàm số $f(x) = \frac{\sqrt{x+1}}{x-1}$ liên tục trên \mathbb{R} .

C. Hàm số $f(x) = \frac{x+1}{\sqrt{x^2+1}}$ liên tục trên \mathbb{R} .

D. Hàm số $f(x) = \frac{x+1}{x-1}$ liên tục trên \mathbb{R} .

Câu 19. Tứ diện $ABCD$ đều. Gọi G là trọng tâm tam giác BCD . Tìm mệnh đề sai?

A. $\vec{AB} + \vec{AC} + \vec{AD} = 3\vec{AG}$.

B. Góc giữa đường thẳng AB và mặt phẳng (BCD) là góc \widehat{ABC} .

C. $AB \perp CD$.

D. $AG \perp (BCD)$.

Câu 20. Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2-3}{x-\sqrt{3}}, & x \neq \sqrt{3} \\ 2\sqrt{3}, & x = \sqrt{3} \end{cases}$. Tìm khẳng định đúng trong các khẳng định sau

(I). $f(x)$ liên tục tại $x = \sqrt{3}$.

(II). $f(x)$ gián đoạn tại $x = \sqrt{3}$.

(III). $f(x)$ liên tục trên \mathbb{R} .

A. Chỉ (I) và (III).

B. Cả (I), (II), (III) đều đúng.

C. Chỉ (I) và (II).

D. Chỉ (II) và (III).

Câu 21. Cho tứ diện $ABCD$ có $AB = 5$, các cạnh còn lại bằng 3, khoảng cách giữa hai đường thẳng AB và CD bằng

A. $\frac{\sqrt{2}}{3}$.

B. $\frac{\sqrt{3}}{2}$.

C. $\frac{\sqrt{3}}{3}$.

D. $\frac{\sqrt{2}}{2}$.

Câu 22. Tìm $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x+2}{\sqrt{3x+10}+x}$. Kết quả là

A. $\frac{4}{7}$.

B. 4.

C. 7.

D. $\frac{7}{4}$.

Câu 23. Cho hàm số $y = \cos 2x$. Công thức nào sau đây là đúng?

A. $y' = 2 \sin 2x$

B. $y' = -\sin 2x$.

C. $y' = -2 \sin 2x$.

D. $y' = \sin 2x$.

Câu 24. Cho hàm số $y = \frac{x}{x^2-x+1}$. Tập nghiệm của bất phương trình $2x.y' - 3y^2 \geq 0$ là

A. $\left[-2; \frac{1}{2}\right]$.

B. $(-\infty; -2] \cup \left[0; \frac{1}{2}\right]$.

C. $\left(-2; \frac{1}{2}\right)$.

D. $(-\infty; -2]$.

Câu 25. Cho tứ diện $ABCD$ có $AB = AC = AD$ và $BAC = BAD = 60^\circ$. Hãy xác định góc giữa cặp vectơ \overrightarrow{AB} và \overrightarrow{CD} ?

A. 45° .

B. 60° .

C. 90° .

D. 60° .

Câu 26. Tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 1$ có hệ số góc nhỏ nhất là đường thẳng

A. $y = -3x - 2$.

B. $y = x$.

C. $y = -3x + 2$.

D. $y = 0$.

Câu 27. Cho hàm số $y = x + \sqrt{x}$. Khẳng định nào đúng?

A. $2xy'' - y' = -1$.

B. $2xy'' + y' = 1$.

C. $2xy'' + y' = -1$.

D. $2xy'' - y' = 1$.

Câu 28. Cho lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$ có $\overrightarrow{AA'} = \vec{a}$, $\overrightarrow{AB} = \vec{b}$, $\overrightarrow{AC} = \vec{c}$. Hãy phân tích (biểu diễn) véc tơ $\overrightarrow{BC'}$ qua các véc tơ \vec{a} , \vec{b} , \vec{c} .

A. $\overrightarrow{BC'} = \vec{a} - \vec{b} + \vec{c}$.

B. $\overrightarrow{BC'} = -\vec{a} + \vec{b} - \vec{c}$.

C. $\overrightarrow{BC'} = -\vec{a} - \vec{b} + \vec{c}$.

D. $\overrightarrow{BC'} = \vec{a} + \vec{b} - \vec{c}$.

Câu 29. Đạo hàm của hàm số $y = \cot^3 x$ là:

A. $y' = \frac{3 \cdot \cot^2 x}{\sin^2 x}$.

B. $y' = -\frac{3 \cdot \cot^2 x}{\sin^2 x}$.

C. $y' = \cot^2 x$.

D. $y' = 3 \cdot \cot^2 x \cdot \sin x$.

Câu 30. Hàm số nào sau đây có số gia $\Delta y = -3$ tại $x_0 = 2$ và $\Delta x = -1$?

A. $y = x^2 - 1$.

B. $y = 2x + 5$.

C. $y = 2x^3$.

D. $y = \frac{1}{x}$.

Câu 31. Một vật chuyển động thẳng xác định bởi phương trình $S = t^3 - \frac{1}{2}t^2 + 2t - 1$ (t là thời gian tính bằng giây, S là đường đi tính bằng mét). Tính vận tốc (m/s) của vật tại thời điểm $t_0 = 2(s)$?

A. $6(m/s)$.

B. $14(m/s)$.

C. $9(m/s)$.

D. $12(m/s)$.

Câu 32. Tìm tất cả các giá trị của m để hàm số $y = mx^3 + mx^2 + m(m-1)x + 2$ có $y' \geq 0, \forall x \in \mathbb{R}$.

A. $m \geq \frac{4}{3}$.

B. $m \leq \frac{4}{3}$.

C. $m \leq \frac{4}{3}$ và $m \neq 0$.

D. $m = 0$ hoặc $m \geq \frac{4}{3}$.

Câu 33. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm và liên tục trên \mathbb{R} thỏa mãn $3f(2x+1) - f(1-2x) = x^2 - 8x + 2, \forall x \in \mathbb{R}$. Phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = f(x)$ tại điểm có hoành độ $x = 1$ là

A. $y = -x + 2$.

B. $y = -4x + 5$.

C. $y = -x$.

D. $y = x + 2$.

Câu 34. Biết $\lim_{x \rightarrow a} \frac{1}{(x-a)^2} \cdot \left(x^2 - 8x + 10 + \frac{81}{x+2\sqrt{x-1}} - 2\sqrt{x-1} \right) = \frac{21}{16}$ và $\lim_{x \rightarrow b} \frac{4}{(x-b)^2} \cdot (x^2 - x + 2 - 2\sqrt{x}) = c$ với

a, b, c là các số thực. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào sai?

A. $b+c > a$.

B. $a+b = c$.

C. $a^2 - 5b^2 = 4c$.

D. $a+c = 10b$.

Câu 35. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật với cạnh $AB = 2a, AD = a$. Hình chiếu của S lên mặt phẳng $(ABCD)$ là trung điểm H của AB, SC tạo với đáy một góc bằng 45° . Khoảng cách từ điểm A tới mặt phẳng (SCD) là

A. $\frac{a\sqrt{3}}{3}$.

B. $\frac{a\sqrt{6}}{4}$.

C. $\frac{a\sqrt{6}}{3}$.

D. $\frac{a\sqrt{3}}{6}$.

PHẦN II: TỰ LUẬN

Câu 36. Tính đạo hàm của các hàm số $y = \sqrt{x^3 - 3x^2 + 2}$.

Câu 37. Cho hàm số $f(x) = \sqrt{x^2 + x + 7}$. Giải bất phương trình $f'(x) \geq \frac{1}{2}$.

Câu 38. Viết phương trình tiếp tuyến tại điểm có hoành độ $x_0 = \frac{\pi}{12}$ của: (C): $y = f(x) = \sin x \cos x \cos 2x$.

Câu 39. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật với $AB = a, AD = 2a, SA \perp (ABCD)$ và $SA = a$. Tính theo a khoảng cách từ D đến mặt phẳng (SBM) , với M là trung điểm của CD .

----- HẾT -----

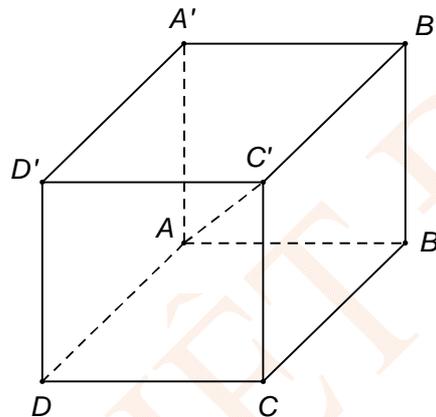
HƯỚNG DẪN GIẢI - ĐÁP ÁN CHI TIẾT

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
A	B	C	A	A	A	C	D	B	D	B	D	D	C	B	C	D	C
19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36
B	A	D	A	C	B	C	C	B	A	B	A	D	D	A	B	C	

PHẦN I: TRẮC NGHIỆM KHÁCH QUAN**Câu 1.**

Lời giải

Chọn A



Ta có : $\vec{AB} + \vec{AD} + \vec{AA'} = (\vec{AB} + \vec{AD}) + \vec{AA'} = \vec{AC} + \vec{AA'} = \vec{AC'}$.

Câu 2.

Lời giải

Chọn B

Ta có $y' = -2 \cdot 2^{1-2x} \ln 2 = -2^{2-2x} \ln 2$.

Câu 3.

Lời giải

Chọn C

Theo định nghĩa đạo hàm tại một điểm, ta có $f'(x_0) = \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0}$.

Câu 4.

Lời giải

Chọn A

Phương án A: chỉ đúng trong cùng một mặt phẳng nhưng thiếu trường hợp b trùng với c không đúng trong không gian.

Phương án B: góc giữa hai đường thẳng bằng góc giữa hai véc tơ chỉ phương của hai đường thẳng đó khi góc giữa hai véc tơ chỉ phương là góc nhọn, nếu góc giữa véc tơ chỉ phương của hai đường thẳng đó là góc tù thì sai.

Phương án C: góc giữa hai đường thẳng có thể là góc vuông...

Câu 5.

Lời giải

Chọn A

$$f'(x) = 3x^2 + 2 \Rightarrow f''(x) = 6x \Rightarrow f''(1) = 6.$$

Câu 6.

Lời giải

Chọn A

$$\text{Ta có: } A = \lim_{x \rightarrow +\infty} (x^4 - x^2 + x - 1) = \lim_{x \rightarrow +\infty} x^4 \left(1 - \frac{1}{x^2} + \frac{1}{x^3} - \frac{1}{x^4} \right) = +\infty.$$

Câu 7.

Lời giải

Chọn C

$$y' = 3x^2 - 2. \text{ Hệ số góc cần tìm là } k = f'(-1) = 1.$$

Câu 8.

Lời giải

Chọn D

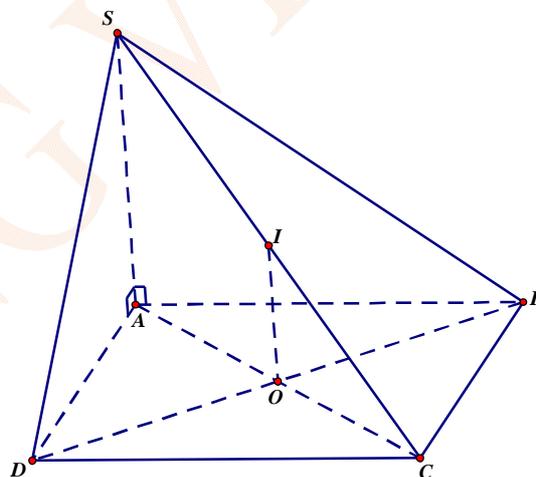
$$(\cot x)' = \frac{-1}{\sin^2 x}$$

Câu 9.

Lời giải

Chọn B

Do I là trung điểm của SC và O là trung điểm AC nên $IO \parallel SA$. Do $SA \perp (ABCD)$ nên $IO \perp (ABCD)$, hay khoảng cách từ I đến mặt phẳng $(ABCD)$ bằng độ dài đoạn thẳng IO .

**Câu 10.**

Lời giải

Chọn D

Câu 11.

Lời giải

Chọn BTa có $y' = x - 2 + x + 1 = 2x - 1$.**Câu 12.****Lời giải****Chọn D**

$$\lim_{x \rightarrow -2} \frac{4x^3 - 1}{3x^2 + x + 2} = \frac{4(-2)^3 - 1}{3(-2)^2 + (-2) + 2} = -\frac{11}{4}.$$

Câu 13.**Lời giải****Chọn D**

$$\text{Ta có: } y' = -\frac{4}{(x-1)^2} \Rightarrow y'(-1) = -1.$$

Câu 14.**Lời giải****Chọn C**

Phương án A sai vì: Hai mặt phẳng vuông góc với nhau thì mọi đường thẳng nằm trong mặt phẳng này vuông góc với giao tuyến đều vuông góc với mặt phẳng kia.

Phương án B sai vì: thiếu trong cùng một mặt phẳng.

Phương án D sai vì: Hai mặt phẳng phân biệt cùng vuông góc với một mặt phẳng thì song song với nhau.

Câu 15.**Lời giải****Chọn B**

$$\text{Ta có: } \lim n^k = \lim \frac{1}{n^{-k}} = 0.$$

Câu 16.**Lời giải****Chọn C**

$$\text{Ta có } \lim \frac{2n^4 - 2n + 2}{4n^4 + 2n + 5} = \lim \frac{2 - \frac{2}{n^3} + \frac{2}{n^4}}{4 + \frac{2}{n^3} + \frac{5}{n^4}} = \frac{1}{2}.$$

Câu 17.**Lời giải****Chọn D****Câu 18.****Lời giải****Chọn C**

Hàm số $f(x) = \frac{x+1}{\sqrt{x^2+1}}$ liên tục trên \mathbb{R} vì có tập xác định là \mathbb{R} .

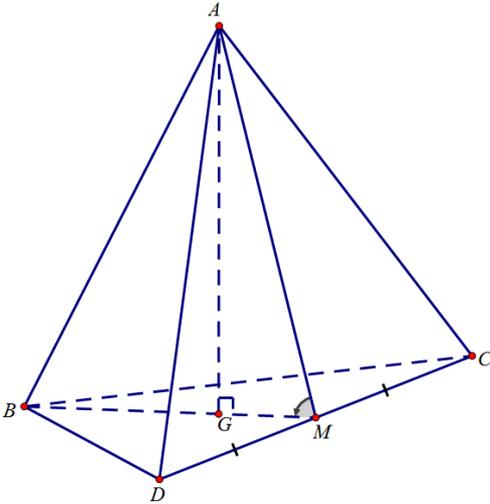
Các hàm số $f(x) = \frac{\sqrt{x+1}}{x-1}$, $f(x) = \frac{x+1}{x-1}$ có tập xác định là $\mathbb{R} \setminus \{1\}$, hàm số $f(x) = \frac{x+1}{\sqrt{x-1}}$ có tập xác định

$(1; +\infty)$ nên không liên tục trên \mathbb{R} .

Câu 19.

Lời giải

Chọn B



là trọng tâm tam giác BCD nên ta có $\vec{GB} + \vec{GC} + \vec{GD} = \vec{0} \Leftrightarrow \vec{AB} - \vec{AG} + \vec{AC} - \vec{AG} + \vec{AD} - \vec{AG} = \vec{0} \Leftrightarrow \vec{AB} + \vec{AC} + \vec{AD} = 3\vec{AG}$ nên D là mệnh đề đúng.

Tứ diện $ABCD$ đều nên ta có tính chất $AG \perp (BCD)$ suy ra C là mệnh đề đúng.

Gọi M là trung điểm của CD . Khi ấy B, G, M thẳng hàng và $AG \perp (BCD)$ (tính chất tứ diện đều) nên $AG \perp CD$ đồng thời $BM \perp CD$ ($\triangle BCD$ đều) suy ra $CD \perp (ABM) \Rightarrow AB \perp CD$ nên B là mệnh đề đúng.

Vì $AG \perp (BCD)$ nên BG là hình chiếu vuông góc của AB trên (BCD) do đó góc giữa AB và mặt phẳng (BCD) là góc \widehat{ABG} . Vậy A là mệnh đề sai.

Câu 20.

Lời giải

Chọn A

Với $x \neq \sqrt{3}$ ta có hàm số $f(x) = \frac{x^2 - 3}{x - \sqrt{3}}$ liên tục trên khoảng $(-\infty; \sqrt{3})$ và $(\sqrt{3}; +\infty)$, (1).

Với $x = \sqrt{3}$ ta có $f(\sqrt{3}) = 2\sqrt{3}$ và $\lim_{x \rightarrow \sqrt{3}} f(x) = \lim_{x \rightarrow \sqrt{3}} \frac{x^2 - 3}{x - \sqrt{3}} = 2\sqrt{3} = f(\sqrt{3})$ nên hàm số liên tục tại $x = \sqrt{3}$,

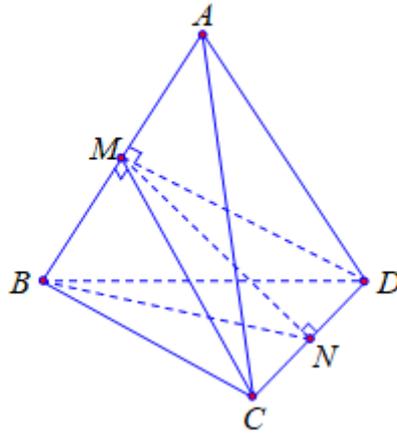
(2)

Từ (1) và (2) ta có hàm số liên tục trên \mathbb{R} .

Câu 21.

Lời giải

Chọn D



Gọi M , N lần lượt là trung điểm của AB và CD .

Ta có:

○ Tam giác ABC cân tại $C \Rightarrow CM \perp AB$ (1)

○ Tam giác ABD cân tại $D \Rightarrow DM \perp AB$ (2)

Từ (1) và (2) suy ra $AB \perp (MCD)$

Lại có $\triangle ABC = \triangle ABD \Rightarrow MC = MD \Rightarrow MN \perp CD \Rightarrow MN = d(AB, CD)$

Mặt khác

Tam giác BMN vuông tại M có $BM = \frac{5}{2}$, $BN = \frac{3\sqrt{3}}{2}$ và $MN = \sqrt{BN^2 - BM^2} \Rightarrow MN = \frac{\sqrt{2}}{2}$

Vậy $d(AB, CD) = \frac{\sqrt{2}}{2}$.

Câu 22.

Lời giải

Chọn A

$$\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x+2}{\sqrt{3x+10}+x} = \lim_{x \rightarrow -2} \frac{(x+2)(\sqrt{3x+10}-x)}{3x+10-x^2} = \lim_{x \rightarrow -2} \frac{(\sqrt{3x+10}-x)}{5-x} = \frac{4}{7}.$$

Câu 23.

Lời giải

Chọn C

Theo công thức: $y = \cos u \Rightarrow y' = -u' \cdot \sin u$

Ta có: $y = \cos 2x \Rightarrow y' = -2 \sin 2x$

Câu 24.

Lời giải

Chọn B

Tập xác định $D = \mathbb{R}$

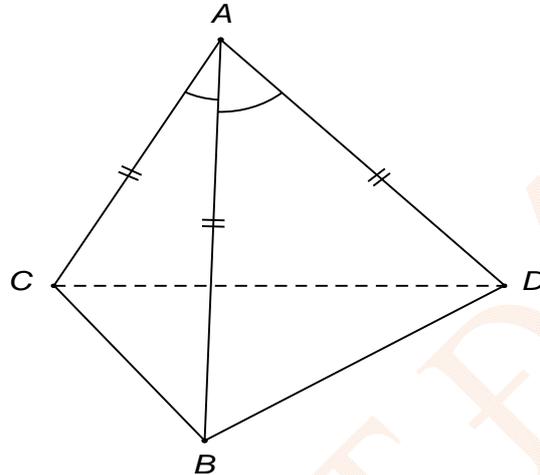
$$\text{Ta có } y' = \frac{1 \cdot (x^2 - x + 1) - (2x - 1) \cdot x}{(x^2 - x + 1)^2} = \frac{-x^2 + 1}{(x^2 - x + 1)^2}.$$

$$2x.y' - 3y^2 \geq 0 \Leftrightarrow \frac{2x(-x^2+1)}{(x^2-x+1)^2} - \frac{3x^2}{(x^2-x+1)^2} \geq 0 \Leftrightarrow -2x^3 - 3x^2 + 2x \geq 0 \Leftrightarrow x \in (-\infty; -2] \cup \left[0; \frac{1}{2}\right].$$

Câu 25.

Lời giải

Chọn C



$$\begin{aligned} \text{Ta có } \overline{AB} \cdot \overline{CD} &= \overline{AB} \cdot (\overline{AD} - \overline{AC}) = \overline{AB} \cdot \overline{AD} - \overline{AB} \cdot \overline{AC} \\ &= |\overline{AB}| \cdot |\overline{AD}| \cdot \cos(\overline{AB} \cdot \overline{AD}) - |\overline{AB}| \cdot |\overline{AC}| \cdot \cos(\overline{AB} \cdot \overline{AC}) \\ &= |\overline{AB}| \cdot |\overline{AD}| \cdot \cos 60^\circ - |\overline{AB}| \cdot |\overline{AC}| \cdot \cos 60^\circ. \end{aligned}$$

$$\text{Mà } AC = AD \Rightarrow \overline{AB} \cdot \overline{CD} = 0 \Rightarrow (\overline{AB}, \overline{CD}) = 90^\circ.$$

Câu 26.

Lời giải

Chọn C

Gọi $M(x_0; y_0) \in (C)$. Phương trình tiếp tuyến tại M có dạng:

$$y = k(x - x_0) + y_0$$

$$\text{Với } k = y'(x_0) = 3x_0^2 - 6x_0 = 3(x_0^2 - 2x_0 + 1) - 3 = 3(x_0 - 1)^2 - 3 \geq -3$$

$$\text{Hệ số góc } k \text{ nhỏ nhất khi } x_0 = 1 \Rightarrow y_0 = -1$$

$$\text{Vậy PTTT có dạng: } y = -3(x - 1) - 1 = -3x + 2.$$

Câu 27.

Lời giải

Chọn B

Tập xác định $D = [0; +\infty)$

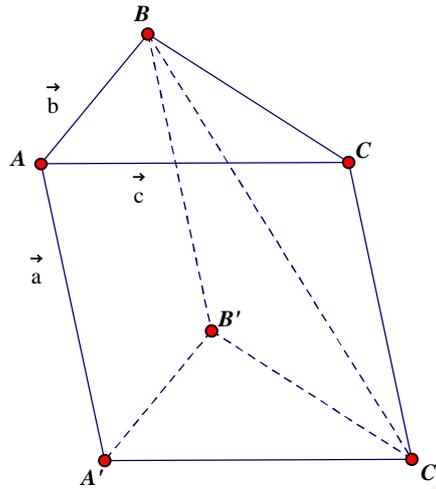
$$y' = 1 + \frac{1}{2\sqrt{x}} \Rightarrow y'' = \frac{-1}{4x\sqrt{x}}$$

$$2xy'' + y' = 2x \cdot \frac{-1}{4x\sqrt{x}} + 1 + \frac{1}{2\sqrt{x}} = 1.$$

Câu 28.

Chọn D

Lời giải



Vì mặt bên $(BCC'B')$ là hình bình hành nên $\overline{BC'} = \overline{BB'} + \overline{BC} = \overline{AA'} + \overline{AC} - \overline{AB} = \vec{a} - \vec{b} + \vec{c}$ nên $\overline{BC'} = \vec{a} - \vec{b} + \vec{c}$.

Câu 29.

Chọn B

Lời giải

$$\text{Ta có } y' = (\cot^3 x)' = 3\cot^2 x (\cot x)' = -\frac{3\cot^2 x}{\sin^2 x}.$$

Câu 30.

Chọn A

Lời giải

$$\text{Xét đáp án A: } \Delta y = f(x_0 + \Delta x) - f(x_0) = f(2-1) - f(2) = f(1) - f(2) = 0 - 3 = -3.$$

$$\text{Xét đáp án B: } \Delta y = f(x_0 + \Delta x) - f(x_0) = f(2-1) - f(2) = f(1) - f(2) = 7 - 9 = -2.$$

$$\text{Xét đáp án C: } \Delta y = f(x_0 + \Delta x) - f(x_0) = f(2-1) - f(2) = f(1) - f(2) = 2 - 16 = -14.$$

$$\text{Xét đáp án D: } \Delta y = f(x_0 + \Delta x) - f(x_0) = f(2-1) - f(2) = f(1) - f(2) = 1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2}.$$

Câu 31.

Chọn D

Lời giải

$$\text{Ta có: } v(t) = S'(t) = 3t^2 - t + 2 \Rightarrow v(2) = 12.$$

Câu 32.

Chọn D

Lời giải

$$\text{Ta có: } y'(x) = 3mx^2 + 2mx + m(m-1).$$

+) TH1: Nếu $m = 0$ thì $y' = 0$ thỏa mãn YCBT.

$$+) \text{ TH2: Nếu } m \neq 0 \text{ thì } y' \geq 0, \forall x \Leftrightarrow \begin{cases} m > 0 \\ \Delta' \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > 0 \\ m^2 - 3m^2(m-1) \leq 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m > 0 \\ 4 - 3m \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > 0 \\ m \geq \frac{4}{3} \end{cases} \Leftrightarrow m \geq \frac{4}{3}.$$

$$\text{KL: vậy các giá trị } m \text{ cần tìm là: } \begin{cases} m = 0 \\ m \geq \frac{4}{3} \end{cases}$$

Câu 33.**Lời giải****Chọn A**

$$\text{Ta có: } 3f(2x+1) - f(1-2x) = x^2 - 8x + 2, \forall x \in \mathbb{R} \quad (1).$$

$$\text{Với } x=0 \text{ thay vào (1) ta được: } 3f(1) - f(1) = 2 \Leftrightarrow f(1) = 1.$$

$$\text{Lấy đạo hàm hai vế của (1) ta được: } 6f'(2x+1) + 2f'(1-2x) = 2x - 8 \quad (2).$$

$$\text{Với } x=0 \text{ thay vào (2) ta được: } 6f'(1) + 2f'(1) = -8 \Leftrightarrow f'(1) = -1.$$

$$\text{Phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số } y = f(x) \text{ tại điểm có hoành độ } x=1 \text{ là: } y = f'(1)(x-1) + f(1)$$

$$\Leftrightarrow y = -(x-1) + 1 \Leftrightarrow y = -x + 2.$$

Câu 34.**Lời giải****Chọn B**

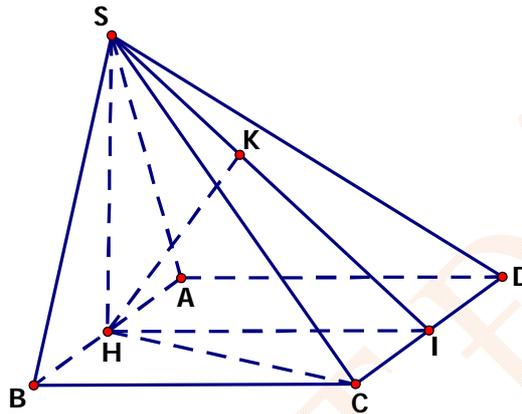
Ta có:

$$\begin{aligned} x^2 - 8x + 10 + \frac{81}{x + 2\sqrt{x-1}} - 2\sqrt{x-1} &= \frac{(x^2 - 8x + 10)(x + 2\sqrt{x-1}) + 81 - 2\sqrt{x-1}(x + 2\sqrt{x-1})}{x + 2\sqrt{x-1}} \\ &= \frac{x^3 - 8x^2 + 6x + 85 + (2x^2 - 18x + 20)(\sqrt{x-1} - 2 + 2)}{x + 2\sqrt{x-1}} \\ &= \frac{x^3 - 4x^2 - 30x + 125 + (2x^2 - 18x + 20)\frac{x-5}{\sqrt{x-1} + 2}}{x + 2\sqrt{x-1}} \\ &= \frac{(x-5)\left[(6x+16)(x-5) + (x^2+x-25)\frac{x-5}{\sqrt{x-1}+2}\right]}{(x+2\sqrt{x-1})(\sqrt{x-1}+2)} = \frac{(x-5)^2\left(6x+16 + \frac{x^2+x-25}{\sqrt{x-1}+2}\right)}{(x+2\sqrt{x-1})(\sqrt{x-1}+2)}. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Nên } \lim_{x \rightarrow a} \frac{1}{(x-a)^2} \cdot \left(x^2 - 8x + 10 + \frac{81}{x + 2\sqrt{x-1}} - 2\sqrt{x-1}\right) \\ = \lim_{x \rightarrow a} \frac{1}{(x-a)^2} \cdot \frac{(x-5)^2\left(6x+16 + \frac{x^2+x-25}{\sqrt{x-1}+2}\right)}{(x+2\sqrt{x-1})(\sqrt{x-1}+2)} = \frac{21}{16} \Rightarrow a = 5. \end{aligned}$$

Mặt khác $\lim_{x \rightarrow b} \frac{4}{(x-b)^2} \cdot (x^2 - x + 2 - 2\sqrt{x}) = \lim_{x \rightarrow b} \frac{4}{(x-b)^2} (x-1)^2 \left[1 + \frac{1}{(\sqrt{x}+1)^2} \right] = c.$

Suy ra $\begin{cases} b=1 \\ c=5 \end{cases}.$

Câu 35.**Lời giải****Chọn C**

Ta có $(SC, (ABCD)) = (SC, HC) = \widehat{SCH} \Rightarrow \widehat{SCH} = 45^\circ$

$$HC = \sqrt{BH^2 + BC^2} = \sqrt{a^2 + a^2} = a\sqrt{2}$$

Tam giác SHC vuông cân tại H nên $SH = HC = a\sqrt{2}$

Từ H hạ HI vuông góc với CD tại I ta có I là trung điểm của CD , $(SHI) \perp (SCD)$ và $(SHI) \cap (SCD) = SI$

Từ H hạ $HK \perp SI$ tại K ta có $HK \perp (SCD)$ tại K suy ra $d(H, (SCD)) = HK$

Ta có $AB \parallel (SCD)$, $H \in AB \Rightarrow d(A, (SCD)) = d(H, (SCD)) = HK$

Trong tam giác SHI vuông tại H đường cao HK ta có

$$\frac{1}{HK^2} = \frac{1}{SH^2} + \frac{1}{HI^2} = \frac{1}{2a^2} + \frac{1}{a^2} = \frac{3}{2a^2} \Rightarrow HK = \frac{a\sqrt{6}}{3} \Rightarrow d(A, (SCD)) = \frac{a\sqrt{6}}{3}.$$

PHẦN II: TỰ LUẬN**Câu 36.****Lời giải**

Ta có: $y' = \frac{(x^3 - 3x^2 + 2)'}{2\sqrt{x^3 - 3x^2 + 2}} = \frac{3x^2 - 6x}{2\sqrt{x^3 - 3x^2 + 2}}.$

Câu 37.**Lời giải**

Xét tam thức: $x^2 + x + 7$ có $\begin{cases} \Delta = 1 - 28 = -27 < 0 \\ a = 1 > 0 \end{cases} \Rightarrow x^2 + x + 7 > 0, \forall x \in \mathbb{R}.$

$$\text{Ta có } f'(x) = \frac{(x^2+x+7)'}{2\sqrt{x^2+x+7}} = \frac{2x+1}{2\sqrt{x^2+x+7}}.$$

$$\text{Do đó } f'(x) \geq \frac{1}{2} \Leftrightarrow \frac{2x+1}{2\sqrt{x^2+x+7}} \geq \frac{1}{2} \Leftrightarrow 2x+1 \geq \sqrt{x^2+x+7} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x+1 \geq 0 \\ (2x+1)^2 \geq x^2+x+7 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x \geq -\frac{1}{2} \\ 4x^2+4x+1 \geq x^2+x+7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq -\frac{1}{2} \\ 3x^2+3x-6 \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq -\frac{1}{2} \\ \begin{cases} x \leq -2 \\ x \geq 1 \end{cases} \end{cases} \Leftrightarrow x \geq 1.$$

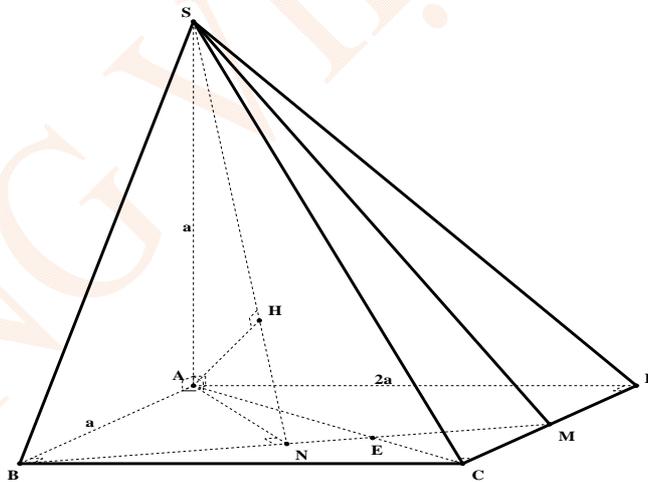
Câu 38.**Lời giải**

$$\text{Ta có } y = f(x) = \sin x \cos x \cos 2x = \frac{1}{2} \sin 2x \cos 2x = \frac{1}{4} \sin 4x \Rightarrow f'(x) = \cos 4x \Rightarrow f'\left(\frac{\pi}{12}\right) = \cos \frac{\pi}{3} = \frac{1}{2};$$

$$f\left(\frac{\pi}{12}\right) = \frac{1}{4} \sin \frac{\pi}{3} = \frac{\sqrt{3}}{8}$$

\Rightarrow Phương trình tiếp tuyến của đồ thị (C) tại điểm có hoành độ $x_0 = \frac{\pi}{12}$ là:

$$y = f'\left(\frac{\pi}{12}\right)\left(x - \frac{\pi}{12}\right) + f\left(\frac{\pi}{12}\right) \Leftrightarrow y = \frac{1}{2}\left(x - \frac{\pi}{12}\right) + \frac{\sqrt{3}}{8} \Leftrightarrow y = \frac{1}{2}x + \frac{3\sqrt{3} - \pi}{24}.$$

Câu 39.**Lời giải**

$$\text{Ta có } d(D, (SBM)) = d(C, (SBM)) = \frac{CE}{AE} d(A, (SBM)) \Leftrightarrow d(D, (SBM)) = \frac{1}{2} d(A, (SBM)).$$

Dựng $AN \perp BM$ với N thuộc BM và $AH \perp SN$ với H thuộc SN .

Khi đó, $BM \perp AN$ và $BM \perp SA$, suy ra $BM \perp (SAN)$ nên $BM \perp AH$.

Và $AH \perp BM$ và $AH \perp SN$, suy ra $AH \perp (SBM)$ nên $d(A, (SBM)) = AH$.

$$\text{Ta có } S_{ABM} = S_{ABCD} - 2S_{ADM} \Leftrightarrow S_{ABM} = 2a^2 - 2 \cdot \frac{1}{2} a^2 \Leftrightarrow S_{ABM} = a^2.$$

$$\text{Mà } S_{ABM} = \frac{1}{2} AN \cdot BM \Leftrightarrow AN = \frac{2 \cdot S_{ABM}}{BM} \Leftrightarrow AN = \frac{2a^2}{\sqrt{(2a)^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2}} \Leftrightarrow AN = \frac{4a}{\sqrt{17}}.$$

Trong tam giác vuông SAN , vuông tại A , với AH đường cao, ta có

$$\frac{1}{AH^2} = \frac{1}{AN^2} + \frac{1}{AS^2} \Leftrightarrow AH = \frac{4a}{\sqrt{33}}.$$

Vậy khoảng cách từ D đến mặt phẳng (SBM) là $d(D, (SBM)) = \frac{2a}{\sqrt{33}}$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

KIỂM TRA HỌC KỲ II NĂM HỌC 2020 - 2021

Môn: TOÁN - Lớp 11 - Chương trình chuẩn
Thời gian: 90 phút (Không kể thời gian phát đề)Mã đề thi
222

Họ và tên thí sinh:..... SBD:.....

PHẦN I: TRẮC NGHIỆM KHÁCH QUAN**Câu 1.** Cho hàm số $f(x)$ xác định trên \mathbb{R} bởi $f(x) = ax + b$, với a, b là hai số thực đã cho. Chọn câu đúng.

- A. $f'(x) = b$. B. $f'(x) = -b$. C. $f'(x) = a$. D. $f'(x) = -a$.

Câu 2. Tìm giới hạn $\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{4x-3}{x-1}$

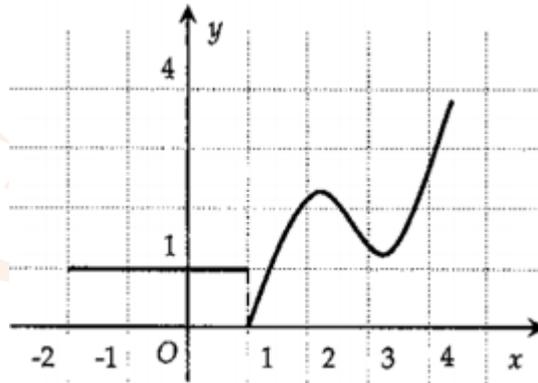
- A. $-\infty$. B. -2 . C. $+\infty$. D. 2 .

Câu 3. Hai mặt phẳng vuông góc với nhau khi và chỉ khi

- A. Mọi đường thẳng nằm trong mặt phẳng này đều vuông góc với mặt phẳng kia.
B. Hai mặt phẳng lần lượt chứa hai đường thẳng vuông góc với nhau.
C. Mỗi đường thẳng nằm trong mặt phẳng này vuông góc với một đường thẳng nằm trong mặt phẳng kia.
D. Mặt phẳng này chứa đường thẳng vuông góc với mặt phẳng kia.

Câu 4. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Tìm các đường thẳng đi qua 2 đỉnh của hình lập phương đã cho và vuông góc với đường thẳng AC

- A. BD và $B'D'$. B. BC và $B'C'$. C. AD và $A'D'$. D. AB và $A'B'$.

Câu 5. Cho đồ thị hàm số $y = f(x)$ như hình vẽ. Mệnh đề nào sau đây sai?

- A. Hàm số có đạo hàm tại $x = 1$. B. Hàm số có đạo hàm tại $x = 2$.
C. Hàm số có đạo hàm tại $x = 3$. D. Hàm số có đạo hàm tại $x = 0$.

Câu 6. Tính đạo hàm hàm số $y = \sin 2x$.

- A. $y' = 2\cos 2x$. B. $y' = \cos 2x$. C. $y' = -2\cos 2x$. D. $y' = -2\sin 2x$.

Câu 7. Hệ số góc của tiếp tuyến với đồ thị hàm số $y = -x^3 + x^2 - 3x + 4$ tại điểm $M(1;1)$ là

- A. -4 . B. 0 . C. -2 . D. -1 .

Câu 8. Cho $\lim u_n = -3$; $\lim v_n = 2$. Khi đó $\lim(u_n - v_n)$ bằng

- A. 1 . B. -5 . C. -1 . D. 5 .

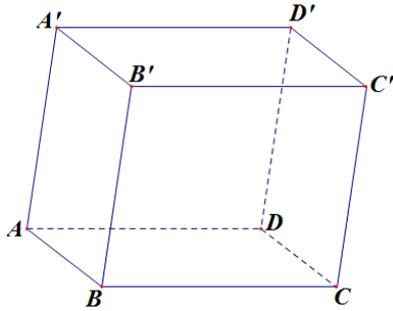
Câu 9. Vi phân của hàm số $y = x^3 + 2x^2$ là

- A. $dy = (3x^2 - 4x)dx$. B. $dy = (3x^2 + x)dx$.
C. $dy = (3x^2 + 2x)dx$. D. $dy = (3x^2 + 4x)dx$.

Câu 10. Giá trị của $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2+1}{x-2}$ bằng

- A. -2 . B. 2 . C. 0 . D. -1 .

Câu 11. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Đẳng thức nào sau đây là đẳng thức đúng?



- A. $\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{BB'} = \overrightarrow{BA'}$. B. $\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{BB'} = \overrightarrow{BC'}$.
 C. $\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{BB'} = \overrightarrow{BD'}$. D. $\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{BB'} = \overrightarrow{BD}$.

Câu 12. Xét hàm số $y = \frac{f(x)}{x}$ với $x \neq 0$. Đạo hàm của hàm số tương ứng là:

- A. $\frac{f'(x)}{x^2}$. B. $\frac{f'(x)}{1}$. C. $\frac{xf'(x)-f(x)}{x^2}$. D. $\frac{f'(x)+x}{x^2}$.

Câu 13. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông cân tại A , $AB = a$, SA vuông góc với đáy. Tính khoảng cách từ B đến (SAC) .

- A. $a\sqrt{3}$. B. a . C. $2a$. D. $a\sqrt{2}$.

Câu 14. Đạo hàm của hàm số $y = -x^5 + 4x^4 - 11x^2 + 26$ tại $x_0 = -1$ là

- A. $y'(-1) = 0$. B. $y'(-1) = 11$. C. $y'(-1) = 33$. D. $y'(-1) = 1$.

Câu 15. Tính $I = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(2-3n)^2(n-4)}{(n+1)^3}$.

- A. $I = 3$. B. $I = -9$. C. $I = -3$. D. $I = 9$.

Câu 16. Cho hàm số $f(x) = \frac{1}{2x-1}$. Tính $f''(-1)$.

- A. $-\frac{8}{27}$. B. $\frac{2}{9}$. C. $\frac{8}{27}$. D. $-\frac{4}{27}$.

Câu 17. Tìm khẳng định đúng trong các khẳng định sau.

- I. $f(x)$ liên tục trên đoạn $[a; b]$ và $f(a).f(b) < 0$ thì phương trình $f(x) = 0$ có nghiệm.
 II. $f(x)$ không liên tục trên $[a; b]$ và $f(a).f(b) \geq 0$ thì phương trình $f(x) = 0$ vô nghiệm.

- A. Cả I và II sai. B. Chỉ I đúng.
 C. Chỉ II đúng. D. Cả I và II đúng.

Câu 18. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thoi cạnh a ; $SA \perp AD$ và $SA = a\sqrt{3}$. Tính góc giữa hai đường thẳng SD và BC

- A. 45° . B. 90° . C. 60° . D. 30° .

Câu 19. Cho hàm số $f(x) = \sqrt{x+2}$ có đạo hàm là $f'(x)$, hàm số $g(x) = 4x + \sin \frac{\pi x}{4}$ có đạo hàm là $g'(x)$.

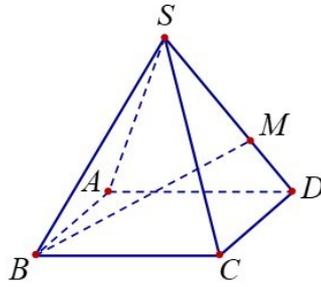
Tính giá trị biểu thức $P = f'(2).g'(2)$.

- A. $P = \frac{1}{4}$. B. $P = \frac{\pi}{16}$. C. $P = 1$. D. $P = \frac{\pi+16}{16}$.

Câu 20. Cho hình chóp $S.ABCD$ có tất cả các cạnh đều bằng nhau. Gọi O là giao điểm của AC và BD . Chọn mệnh đề sai?

- A. $(\widehat{SA, CD}) = 60^\circ$. B. $(\widehat{SO, AD}) = 90^\circ$. C. $(\widehat{SA, BD}) = 90^\circ$. D. $(\widehat{SA, CD}) = 120^\circ$.

Câu 21. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có tất cả các cạnh bằng a . Gọi M là điểm trên đoạn SD sao cho $SM = 2MD$.



Tan góc giữa đường thẳng BM và mặt phẳng $(ABCD)$ là

- A. $\frac{1}{5}$. B. $\frac{\sqrt{5}}{5}$. C. $\frac{\sqrt{3}}{3}$. D. $\frac{1}{3}$.

Câu 22. Một chất điểm chuyển động theo phương trình $s(t) = t^3 - 3t^2 - 9t + 2017$, trong đó $t > 0$, t tính bằng giây và $s(t)$ tính bằng mét. Tính gia tốc của chất điểm tại thời điểm $t = 3$ giây.

- A. 6 m/s^2 . B. 15 m/s^2 . C. 9 m/s^2 . D. 12 m/s^2 .

Câu 23. Cho hàm số $y = \sin 2x$ có đạo hàm là y' và y'' . Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. $y^2 + (y')^2 = 4$. B. $4y + y'' = 0$. C. $y = y' \cdot \tan 2x$. D. $4y - y'' = 0$.

Câu 24. Cho hàm số $f(x) = 2\sin^2 x - 3\cos^2 x$. Khi đó $f'\left(\frac{\pi}{6}\right) = \frac{a\sqrt{3}}{b}$. Mệnh đề nào sau đây sai?

- A. $ab = 10$. B. $a - b = 5$. C. $a^2 + b^2 = 29$. D. $a + b = 7$.

Câu 25. Số tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = x^4 - 2x^2 - 3$ song song với trục hoành là

- A. ba. B. hai. C. một. D. không.

Câu 26. Tính số gia của hàm số $y = x^3 + x^2 + 1$ tại điểm x_0 ứng với số gia $\Delta x = 1$.

- A. $\Delta y = 3x_0^2 - 5x_0 + 2$. B. $\Delta y = 3x_0^2 + 5x_0 + 3$.

- C. $\Delta y = 2x_0^3 + 3x_0^2 + 5x_0 + 2$. D. $\Delta y = 3x_0^2 + 5x_0 + 2$.

Câu 27. Cho hàm số $f(x) = x^3 - 2x^2 + x + 5$. Tìm tập nghiệm S của phương trình $f'(x) = 0$.

- A. $S = \left\{-1; \frac{1}{3}\right\}$. B. $S = \left\{1; \frac{1}{3}\right\}$. C. $S = \left\{1; \frac{-1}{3}\right\}$. D. $S = \left\{-1; \frac{-1}{3}\right\}$.

Câu 28. Cho hình chóp $S.ABCD$ có $ABCD$ là hình vuông cạnh $2a$, $SA \perp (ABCD)$ và $SA = a$. Khoảng cách giữa hai đường thẳng SB và CD là

- A. $a\sqrt{2}$. B. $a\sqrt{5}$. C. a . D. $2a$.

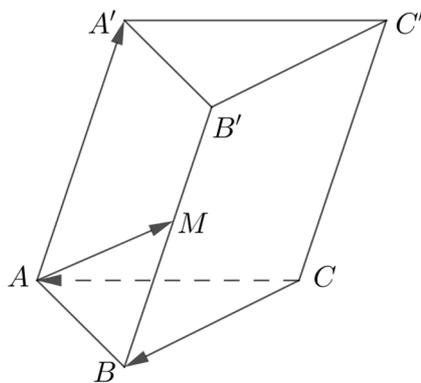
Câu 29. Cho hàm số $f(x) = \frac{x+2}{x^2-x-6}$. Khẳng định nào sau đây đúng nhất?

- A. Hàm số liên tục trên \mathbb{R} .
 B. TXĐ: $D = \mathbb{R} \setminus \{3; -2\}$. Ta có hàm số liên tục tại mọi $x \in D$ và hàm số gián đoạn tại $x = -2, x = 3$.
 C. Hàm số liên tục tại $x = -2, x = 3$.
 D. Tất cả đều sai.

Câu 30. Giá trị $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{x+1}-2}{x-3}$ bằng

- A. $-\frac{1}{4}$. B. $-\frac{1}{2}$. C. $\frac{1}{4}$. D. $\frac{1}{2}$.

Câu 31. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$, M là trung điểm của BB' . Đặt $\overrightarrow{CA} = \vec{a}$, $\overrightarrow{CB} = \vec{b}$, $\overrightarrow{AA'} = \vec{c}$ (Tham khảo hình vẽ).



Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $\overrightarrow{AM} = \vec{a} - \vec{c} + \frac{1}{2}\vec{b}$. B. $\overrightarrow{AM} = \vec{b} + \vec{c} - \frac{1}{2}\vec{a}$.
 C. $\overrightarrow{AM} = \vec{b} - \vec{a} + \frac{1}{2}\vec{c}$. D. $\overrightarrow{AM} = \vec{a} + \vec{c} - \frac{1}{2}\vec{b}$.

Câu 32. Cho hàm số $f(x) = mx^2 - 4x + m^2$. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để đạo hàm $f'(x) < 0$ với $\forall x \in (-1; 2)$.

- A. $-2 \leq m \leq 1$. B. $-2 \leq m \leq 1, m \neq 0$. C. $m \geq -2$. D. $m \leq 1$.

Câu 33. Cho hàm số $y = x^3 - mx^2 + 2m$, có đồ thị (C) với m là tham số thực. Gọi A là điểm thuộc đồ thị (C) có hoành độ bằng 1. Viết phương trình tiếp tuyến Δ với đồ thị (C) tại A biết tiếp tuyến cắt đường tròn $(\gamma): x^2 + (y-1)^2 = 9$ theo một dây cung có độ dài nhỏ nhất.

- A. $y = -x - 4$. B. $y = x + 1$. C. $y = -x + 1$. D. $y = -x + 4$.

Câu 34. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a . Tam giác SAB đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AB, AD . Tính khoảng cách từ điểm D đến mặt phẳng (SCN) theo a .

- A. $\frac{a\sqrt{3}}{3}$. B. $\frac{a\sqrt{3}}{4}$. C. $\frac{a\sqrt{2}}{4}$. D. $\frac{4a\sqrt{3}}{3}$.

Câu 35. Cho $a; b; c$ là các số thực thỏa mãn $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{ax^2+11}+bx-3}{5x^3-9x^2+3x+1} = c$. Gọi S là tập hợp các nghiệm của phương trình $6bx^4 + (9a + 33b)x^3 + 9ax^2 - 22c = 0$. Tổng các phân tử của tập S bằng

- A. 0. B. 11. C. $-\frac{1}{2}$. D. -11.

PHẦN II: TƯ LUẬN

Câu 36. Cho hàm số $f(x) = \sqrt{2x-1}$. Tính $f'''(1)$.

Câu 37. Cho hàm số $f(x) = x^2 - 3x + 2$. Giải phương trình

$$4f'(x) - (2x-5)f''(x) - x + 1 = 2\sqrt{25-x^2}.$$

Câu 38. Cho hàm số $y = f(x) = x^3 - 3x^2 + x - 1$ có đồ thị là đường cong (C) . Viết phương trình tiếp tuyến của (C) tại điểm có hoành độ bằng 1.

Câu 39. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật với $AB = a, AD = a\sqrt{3}$. Hai mặt phẳng (SAB) và (SAC) cùng vuông góc với mặt phẳng đáy. Tính khoảng cách từ đỉnh S đến mặt phẳng $(ABCD)$ biết $SC = a\sqrt{5}$.

----- HẾT -----

HƯỚNG DẪN GIẢI - ĐÁP ÁN CHI TIẾT

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
C	C	D	A	A	A	A	B	D	A	C	C	B	D	D	A	B	C
19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36
C	D	A	D	B	B	B	B	B	D	B	C	C	A	D	C	A	

PHẦN I: TRẮC NGHIỆM KHÁCH QUAN

Câu 1.

Lời giải

Chọn C

Ta có $f'(x) = (ax+b)' = a$.

Câu 2.

Lời giải

Chọn C

Ta có $\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{4x-3}{x-1} = +\infty$ vì $\lim_{x \rightarrow 1^+} (4x-3) = 1$, $\lim_{x \rightarrow 1^+} (x-1) = 0$, $x-1 > 0$ khi $x \rightarrow 1^+$.

Câu 3.

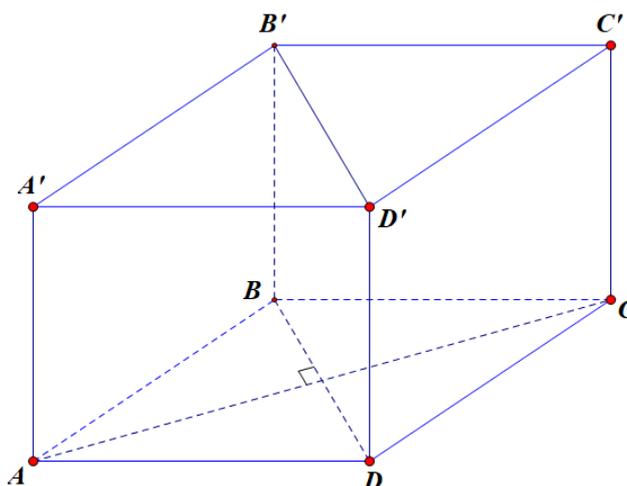
Lời giải

Chọn D

Câu 4.

Lời giải

Chọn A



Ta có $ABCD$ là hình vuông nên $AC \perp BD$.

$B'D' \parallel BD \Rightarrow B'D' \perp AC$.

Câu 5.

Lời giải

Chọn A

Tại $x = 1$ đồ thị hàm số không liên nét nên hàm số không liên tục.

Vậy hàm số không có đạo hàm tại $x = 1$.

Câu 6.

Lời giải

Chọn A

Ta có $y = \sin 2x \Rightarrow y' = 2\cos 2x$.

Câu 7.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $y' = -3x^2 + 2x - 3$.

Hệ số góc của tiếp tuyến tại điểm $M(1;1)$ là $y'(1) = -3 \cdot 1^2 + 2 \cdot 1 - 3 = -4$.

Câu 8.

Lời giải

Chọn B

$\lim(u_n - v_n) = \lim u_n - \lim v_n = -3 - 2 = -5$.

Câu 9.

Lời giải

Chọn D

Ta có $dy = (x^3 + 2x^2)' dx = (3x^2 + 4x)dx$.

Câu 10.

Lời giải

Chọn A

Ta có $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 + 1}{x - 2} = \frac{(1)^2 + 1}{1 - 2} = -2$.

Câu 11.

Lời giải

Chọn C

Áp dụng quy tắc hình bình hành ta có: $\overline{BA} + \overline{BC} = \overline{BD}$.

Suy ra $\overline{BA} + \overline{BC} + \overline{BB'} = \overline{BD} + \overline{BB'} = \overline{BD'}$.

Câu 12.

Lời giải

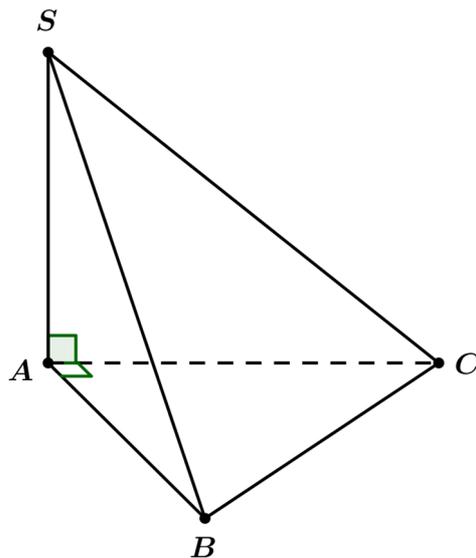
Chọn C

• Ta có: $y' = \frac{x \cdot f'(x) - f(x)}{x^2}$.

Câu 13.

Lời giải

Chọn B



Ta có $\begin{cases} AB \perp AC \\ AB \perp SA \end{cases} \Rightarrow AB \perp (SAC)$ nên $d(B, (SAC)) = AB = a$.

Câu 14.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $y' = -5x^4 + 16x^3 - 22x \Rightarrow y'(-1) = -5(-1)^4 + 16(-1)^3 - 22(-1) = 1$.

Câu 15.

Lời giải

Chọn D

$$I = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(2-3n)^2(n-4)}{(n+1)^3} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\left(\frac{2}{n}-3\right)^2\left(1-\frac{4}{n}\right)}{\left(1+\frac{1}{n}\right)^3} = 9.$$

Câu 16.

Lời giải

Chọn A

Tập xác định $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{1}{2} \right\}$.

$$f'(x) = \frac{-2}{(2x-1)^2}, \quad f''(x) = \frac{8}{(2x-1)^3}.$$

Khi đó $f''(-1) = -\frac{8}{27}$.

Câu 17.

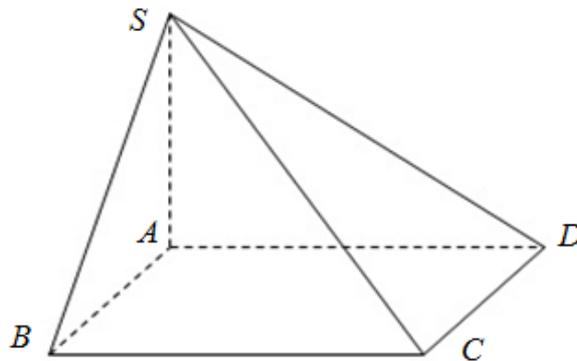
Lời giải

Chọn B

Câu 18.

Lời giải

Chọn C



Ta có $BC \parallel AD \Rightarrow (\widehat{SD; BC}) = (\widehat{SD; AD}) = \widehat{SDA}$.

$$\tan \widehat{SDA} = \frac{SA}{AD} = \sqrt{3} \Rightarrow \widehat{SDA} = 60^\circ.$$

Câu 19.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x+2}}$ và $g'(x) = 4 + \frac{\pi}{4} \cos \frac{\pi x}{4}$.

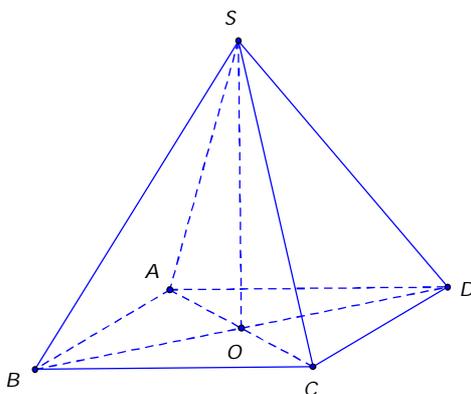
Do đó: $f'(2) = \frac{1}{2\sqrt{2+2}} = \frac{1}{4}$ và $g'(2) = 4 + \frac{\pi}{4} \cos \frac{\pi}{2} = 4$.

Vậy $P = f'(2) \cdot g'(2) = \frac{1}{4} \cdot 4 = 1$.

Câu 20.

Lời giải

Chọn D



* Các mặt bên của hình chóp là các tam giác đều.

* $(\overline{SA}, \overline{CD}) = (\overline{SA}, \overline{BA}) = (\overline{AS}, \overline{AB}) = \widehat{SAB} = 60^\circ$.

* $\begin{cases} SO \perp AC \\ SO \perp BD \end{cases} \Rightarrow SO \perp (ABCD) \Rightarrow SO \perp AD \Rightarrow (\widehat{SO, AD}) = 90^\circ$.

* $\begin{cases} BD \perp SO \text{ (do } SO \perp (ABCD)) \\ BD \perp AC \end{cases} \Rightarrow BD \perp (SAC) \Rightarrow BD \perp SA \Rightarrow (\widehat{SA, BD}) = 90^\circ$.

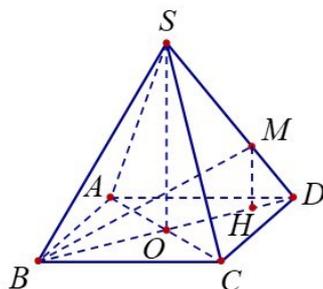
* $(\widehat{SA, CD}) = (\widehat{SA, AB}) = \widehat{SAB} = 60^\circ$.

Câu 21.

Lời giải

Chọn A

Ta có $BD = a\sqrt{2} \Rightarrow OD = \frac{a\sqrt{2}}{2}$.



Xét tam giác SOD vuông tại O có: $SO = \sqrt{SD^2 - OD^2} = \sqrt{a^2 - \left(\frac{a\sqrt{2}}{2}\right)^2} = \frac{a\sqrt{2}}{2}$.

Kẻ $MH \perp BD$ tại H nên $(BM; (ABCD)) = \widehat{MBH}$

Do $MH \perp BD \Rightarrow MH \parallel SO$. Ta có $\frac{MH}{SO} = \frac{MD}{SD} = \frac{HD}{OD} = \frac{1}{3}$.

$\Rightarrow MH = \frac{SO}{3} = \frac{a\sqrt{2}}{6}$ và $HD = \frac{1}{3}OD = \frac{a\sqrt{2}}{6} \Rightarrow BH = BD - HD = a\sqrt{2} - \frac{a\sqrt{2}}{6} = \frac{5a\sqrt{2}}{6}$.

Xét tam giác BHM vuông tại H có:

$\tan(BM; (ABCD)) = \widehat{MBH} = \frac{MH}{BH} \Rightarrow \tan(BM; (ABCD)) = \frac{1}{5}$.

Câu 22.

Lời giải

Chọn D

Ta có $s'(t) = 3t^2 - 6t - 9 \Rightarrow s''(t) = 6t - 6$.

Gia tốc của chất điểm $a(t) = s''(t) = 6t - 6 \Rightarrow a(3) = 6.3 - 6 = 12 \text{ m/s}^2$.

Câu 23.

Lời giải

Chọn B

Ta có $y' = 2\cos 2x \Rightarrow y'' = -4\sin 2x = -4y \Rightarrow y'' + 4y = 0$.

Câu 24.

Lời giải

Chọn B

$$f'(x) = 4 \sin x \cdot \cos x + 6 \cos x \cdot \sin x = 5 \sin 2x.$$

$$\Rightarrow f'\left(\frac{\pi}{6}\right) = 5 \sin \frac{\pi}{3} = \frac{5\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \begin{cases} a = 5 \\ b = 2 \end{cases}.$$

$\Rightarrow C$ sai.

Câu 25.

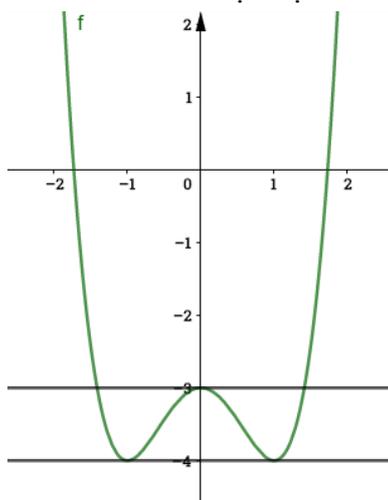
Lời giải

Chọn B

Tiếp tuyến song song với trục hoành thì sẽ có hệ số góc bằng 0 \Rightarrow tiếp điểm là cực trị hàm số

$$\text{Ta có } y' = 4x^3 - 4x; y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \pm 1 \end{cases} \Rightarrow \text{Đồ thị hàm số có 3 cực trị}$$

(Ở đây có thể nhớ nhanh hàm số $y = ax^4 + bx^2 + c$ có 3 cực trị khi $ab < 0$)



Hàm số trùng phương có hai cực trị đối xứng qua Oy \rightarrow một tiếp tuyến

Hàm số trùng phương có một cực trị khác thuộc Oy \rightarrow một tiếp tuyến nữa

Vậy có hai tiếp tuyến song song với trục hoành.

Câu 26.

Lời giải

Chọn B

$$\Delta y = f(x_0 + \Delta x) - f(x_0) = f(x_0 + 1) - f(x_0) = [(x_0 + 1)^3 + (x_0 + 1)^2 + 1] - (x_0^3 + x_0^2 + 1) = 3x_0^2 + 5x_0 + 2.$$

Câu 27.

Lời giải

Chọn B

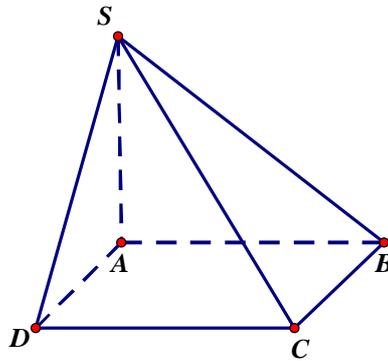
$$f'(x) = 3x^2 - 4x + 1$$

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 1; x = \frac{1}{3}$$

Câu 28.

Lời giải

Chọn D



Ta có: $CD \parallel AB$ nên $d(SB, CD) = d(CD, (SAB)) = d(C, (SAB)) = BC = 2a$.

Câu 29.

Lời giải

Chọn B

TXĐ: $D = \mathbb{R} \setminus \{3; -2\}$.

Ta có hàm số liên tục tại mọi $x \in D$ và hàm số gián đoạn tại $x = -2, x = 3$.

Câu 30.

Lời giải

Chọn C

Ta có $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{x+1}-2}{x-3} = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x-3}{(\sqrt{x+1}+2)(x-3)} = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{1}{\sqrt{x+1}+2} = \frac{1}{4}$.

Câu 31.

Lời giải

Chọn C

Ta có $\overline{AM} = \overline{AB} + \overline{BM} = \overline{CB} - \overline{CA} + \frac{1}{2}\overline{AA'} = \vec{b} - \vec{a} + \frac{1}{2}\vec{c}$

Câu 32.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $f'(x) = 2mx - 4$; $f'(x) = 2mx - 4 < 0$. (1)

TH1) $m = 0$, ta được: (1) $\Leftrightarrow -4 < 0$ nên cũng thỏa $\forall x \in (-1; 2)$.

TH2) $m > 0$, ta được: (1) $\Leftrightarrow x < \frac{2}{m} \Rightarrow S = \left(-\infty; \frac{2}{m}\right)$.

Để $f'(x) < 0$ với $\forall x \in (-1; 2) \Leftrightarrow (-1; 2) \subset S \Leftrightarrow \frac{2}{m} \geq 2 \Leftrightarrow m \leq 1$.

TH3) $m < 0$, ta được: (1) $\Leftrightarrow x > \frac{2}{m} \Rightarrow S = \left(\frac{2}{m}; +\infty\right)$.

Để $f'(x) < 0$ với $\forall x \in (-1; 2) \Leftrightarrow (-1; 2) \subset S \Leftrightarrow \frac{2}{m} \leq -1 \Leftrightarrow m \geq -2$.

Vậy, $-2 \leq m \leq 1$ thỏa yêu cầu bài toán.

Câu 33.

Lời giải

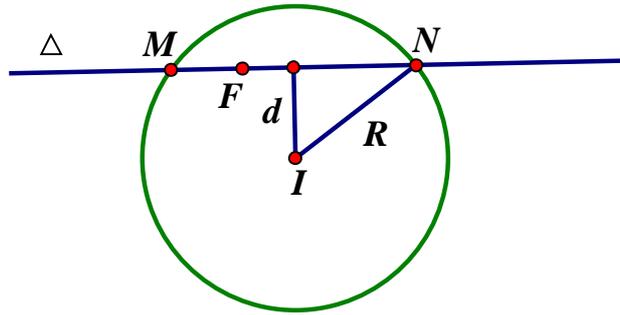
Chọn D

Đường tròn $(\gamma): x^2 + (y-1)^2 = 4$ có tâm $I(0; 1)$, $R = 2$.

Ta có $A(1; 1+m)$; $y' = 3x^2 - 2mx \Rightarrow y'(1) = 3 - 2m$.

Suy ra phương trình $\Delta: y = (3-2m)(x-1) + 1 + m$. Dễ thấy Δ luôn đi qua điểm cố định $F\left(\frac{3}{2}; \frac{5}{2}\right)$ và điểm

F nằm trong đường tròn (γ) (do $IF = \frac{3\sqrt{2}}{2} < R$).



Giả sử Δ cắt (γ) tại M, N . Thế thì ta có: $MN = 2\sqrt{R^2 - d^2(I; \Delta)} = 2\sqrt{9 - d^2(I; \Delta)}$.

Do đó MN nhỏ nhất $\Leftrightarrow d(I; \Delta)$ lớn nhất $\Leftrightarrow d(I; \Delta) = IF \Rightarrow \Delta \perp IF$.

Khi đó đường Δ có 1 vectơ chỉ phương $\vec{u} \perp \overline{IF} = \left(\frac{3}{2}; \frac{3}{2}\right)$; $\vec{u} = (1; 3-2m)$ nên ta có:

$$\vec{u} \cdot \vec{n} = 0 \Leftrightarrow 1 \cdot \frac{3}{2} + (3-2m) \cdot \frac{3}{2} = 0 \Leftrightarrow m = 2.$$

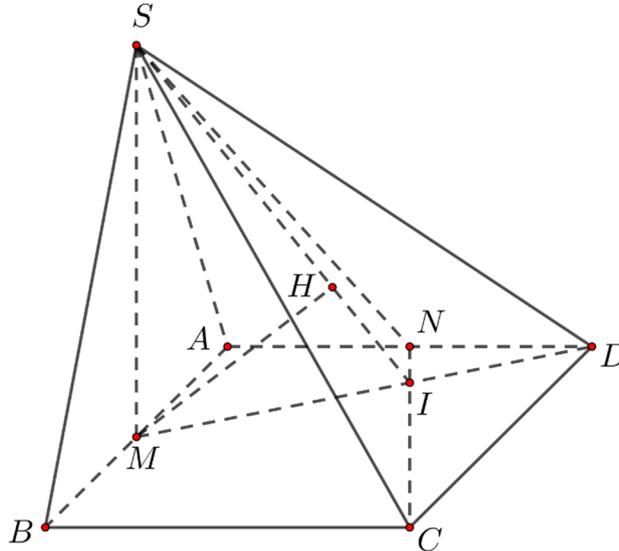
Với $m = 2$ ta có $A(1; 3)$, $y'(1) = -1$.

Phương trình tiếp tuyến là $y = -1 \cdot (x-1) + 3 \Leftrightarrow y = -x + 4$.

Câu 34.

Lời giải

Chọn C



M là trung điểm của AB thì $SM \perp (ABCD)$. Ta có $SM = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Gọi I là giao điểm của NC và MD . Ta có $d(D; (SCN)) = \frac{ID}{IM} d(M; (SCN))$.

Vì $ABCD$ là hình vuông nên $NC \perp DM$ tại I . $ID \cdot CN = DN \cdot DC \Leftrightarrow ID = \frac{DN \cdot DC}{CN} = \frac{\frac{a}{2} \cdot a}{\frac{a\sqrt{5}}{2}} = \frac{a\sqrt{5}}{5}$

$$\Rightarrow IM = DM - ID = \frac{a\sqrt{5}}{2} - \frac{a\sqrt{5}}{5} = \frac{3a\sqrt{5}}{10} \Rightarrow \frac{ID}{IM} = \frac{2}{3}.$$

Do $\begin{cases} IM \perp CN \\ CN \perp SM \end{cases} \Rightarrow CN \perp (SMI)$. Kẻ $MH \perp SI$, vì $CN \perp MH$ nên $MH \perp (SCN) \Rightarrow MH = d(M; (SCN))$.

Trong tam giác SMI có $\frac{1}{MH^2} = \frac{1}{SM^2} + \frac{1}{MI^2} = \frac{4}{3a^2} + \frac{20}{9a^2} = \frac{32}{9a^2}$.

Vậy $MH = \frac{3a\sqrt{2}}{8} \Rightarrow d(D; (SCN)) = \frac{a\sqrt{2}}{4}$.

Câu 35.

Lời giải

Chọn A

Vì $5x^3 - 9x^2 + 3x + 1 = (x-1)^2(5x+1)$ và $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{ax^2+11+bx-3}}{5x^3-9x^2+3x+1} = c$ suy ra phương trình $\sqrt{ax^2+11+bx-3} = 0(1)$ có nghiệm kép $x = 1$.

+ (1) $\Leftrightarrow \sqrt{ax^2+11+bx-3} = 3-bx \Rightarrow ax^2+11 = (3-bx)^2 \Leftrightarrow (a-b^2)x^2 + 6bx + 2 = 0(*)$.

+ (1) có nghiệm kép $x = 1$ suy ra (*) có nghiệm kép $x = 1$.

+ (*) có nghiệm kép $x = 1 \Leftrightarrow \begin{cases} a-b^2 \neq 0 \\ a-b^2+6b+2=0 \\ 9b^2-2(a-b^2)=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a-b^2 \neq 0 \\ a-b^2+6b+2=0 \\ 9b^2+12b+4=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = -\frac{2}{3} \\ a = \frac{22}{9} \end{cases} (2).$

+ Thay trở lại ta có:

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{ax^2+11+bx-3}}{5x^3-9x^2+3x+1} &= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{\frac{22}{9}x^2+11-\frac{2}{3}x-3}}{5x^3-9x^2+3x+1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{22x^2+99-2x-9}}{3(x-1)^2(5x+1)} \\ &= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{22x^2+99-(2x+9)^2}{3(x-1)^2(5x+1)[\sqrt{22x^2+99}+(2x+9)]} \\ &= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{18x^2-36x+18}{3(x-1)^2(5x+1)[\sqrt{22x^2+99}+(2x+9)]} \\ &= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{18(x-1)^2}{3(x-1)^2(5x+1)[\sqrt{22x^2+99}+(2x+9)]} \\ &= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{6}{(5x+1)[\sqrt{22x^2+99}+(2x+9)]} = \frac{1}{22} (3). \end{aligned}$$

+ Từ (2) và (3) suy ra $a = \frac{22}{9}$; $b = -\frac{2}{3}$; $c = \frac{1}{22}$.

+ Với $a = \frac{22}{9}$; $b = -\frac{2}{3}$; $c = \frac{1}{22}$ ta có phương trình $-4x^4 + 22x^2 - 1 = 0 (**)$.

+ Phương trình (**) là phương trình trùng phương, S là tập hợp các nghiệm của phương trình (**). Vậy tổng các phần tử của tập S bằng 0.

PHẦN II: TƯ LUẬN

Câu 36.

Lời giải

Ta có: $f(x) = \sqrt{2x-1} \Rightarrow f'(x) = \frac{(2x-1)'}{2\sqrt{2x-1}} = \frac{1}{\sqrt{2x-1}}$

$$\Rightarrow f''(x) = \frac{-(\sqrt{2x-1})'}{2x-1} = \frac{-1}{(2x-1)\sqrt{2x-1}} = \frac{-1}{\sqrt{(2x-1)^3}}$$

$$\Rightarrow f'''(x) = \frac{(\sqrt{(2x-1)^3})'}{(2x-1)^3} = \frac{3(2x-1)^2}{(2x-1)^3 \sqrt{(2x-1)^3}} = \frac{3}{\sqrt{(2x-1)^5}}$$

Vậy $f'''(1) = 3$.

Câu 37.

Lời giải

Ta có $f'(x) = 2x - 3 \Rightarrow f''(x) = 2$.

Do đó $4f'(x) - (2x - 5)f''(x) - x + 1 = 2\sqrt{25 - x^2} \Leftrightarrow 4(2x - 3) - (2x - 5) \cdot 2 - x + 1 = 2\sqrt{25 - x^2}$

$$\Leftrightarrow 8x - 12 - 4x + 10 - x + 1 = 2\sqrt{25 - x^2} \Leftrightarrow 3x - 1 = 2\sqrt{25 - x^2} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq \frac{1}{3} \\ 9x^2 - 6x + 1 = 4(25 - x^2) \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x \geq \frac{1}{3} \\ 9x^2 - 6x + 1 = 100 - 4x^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq \frac{1}{3} \\ 13x^2 - 6x - 99 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq \frac{1}{3} \\ x = 3 \\ x = -\frac{33}{13} \end{cases} \Leftrightarrow x = 3.$$

Câu 38.

Lời giải

Ta có $y' = 3x^2 - 6x + 1$.

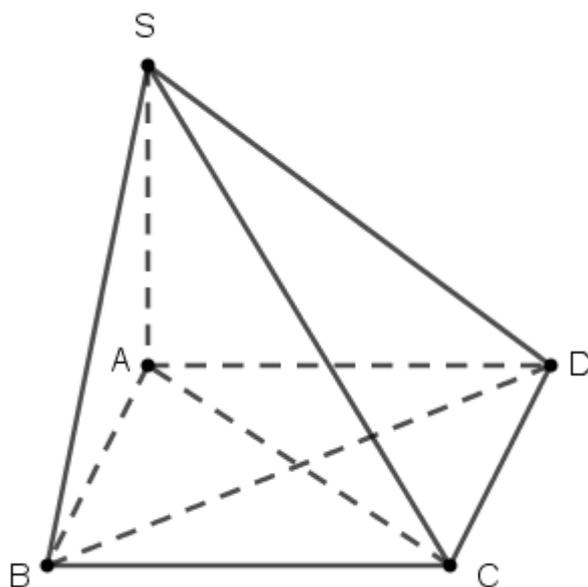
Gọi $M(x_0; y_0)$ là tiếp điểm.

Ta có $x_0 = 1$ do đó $y_0 = 1^3 - 3 \cdot 1^2 + 1 - 1 = -2$; $y'(1) = 3 \cdot 1^2 - 6 \cdot 1 + 1 = -2$.

Vậy phương trình tiếp tuyến của đồ thị (C) tại điểm có hoành độ bằng 1 là $y = y'(1)(x - 1) + (-2) \Rightarrow y = -2x$.

Câu 39.

Lời giải



$$\text{Ta có: } \begin{cases} (SAB) \cap (SAC) = SA \\ (SAB) \perp (ABCD) \\ (SAC) \perp (ABCD) \end{cases} \Rightarrow SA \perp (ABCD) \Rightarrow d(S, (ABCD)) = SA.$$

Vì $ABCD$ là hình chữ nhật nên $BC = AD = a\sqrt{3}$ và $\triangle ABC$ vuông tại B .

Theo định lí Py-ta-go trong $\triangle ABC$ vuông tại B có:

$$AC^2 = AB^2 + BC^2 = a^2 + (a\sqrt{3})^2 = 4a^2 \Rightarrow AC = 2a.$$

Theo định lí Py-ta-go trong $\triangle SAC$ vuông tại A ($SA \perp (ABCD) \Rightarrow SA \perp AC$) có:

$$SA^2 = SC^2 - AC^2 = (a\sqrt{5})^2 - (2a)^2 = a^2 \Rightarrow SA = a.$$

Vậy $d(S, (ABC)) = a$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

KIỂM TRA HỌC KỲ II NĂM HỌC 2020 - 2021

Môn: TOÁN - Lớp 11 - Chương trình chuẩn

Thời gian: 90 phút (Không kể thời gian phát đề)

Mã đề thi
333

Họ và tên thí sinh:..... SBD:.....

PHẦN I: TRẮC NGHIỆM KHÁCH QUAN

Câu 1. Cho hàm số $y = \frac{x+2}{x-1}$. Vi phân của hàm số là

- A. $dy = \frac{3dx}{(x-1)^2}$. B. $dy = \frac{-3dx}{(x-1)^2}$. C. $dy = -\frac{dx}{(x-1)^2}$. D. $dy = \frac{dx}{(x-1)^2}$.

Câu 2. Hàm số $y = \cot x$ có đạo hàm là

- A. $y' = -\tan x$. B. $y' = -\frac{1}{\cos^2 x}$. C. $y' = -\frac{1}{\sin^2 x}$. D. $y' = 1 + \cot^2 x$.

Câu 3. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông cân ở A , H là trung điểm BC . Khẳng định nào sau đây **sai**?

- A. Hai mặt phẳng $(AA'B'B)$ và $(AA'C'C)$ vuông góc nhau.
 B. $(AA'H)$ là mặt phẳng trung trực của BC .
 C. Nếu O là hình chiếu vuông góc của A lên $(A'BC)$ thì $O \in A'H$.
 D. Các mặt bên của $ABC.A'B'C'$ là các hình chữ nhật bằng nhau.

Câu 4. Giá trị của $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{x-6}{(x-5)^2}$ bằng

- A. $+\infty$. B. $-\infty$. C. 0. D. 1.

Câu 5. Mệnh đề nào sau đây **sai**?

- A. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n^k} = 0$ với k là số nguyên dương.
 B. Nếu $\lim u_n = a$ và $\lim v_n = +\infty$ thì $\lim \frac{u_n}{v_n} = 0$.
 C. Nếu $|q| < 1$ thì $\lim q^n = 0$.
 D. Nếu $\lim u_n = a$ và $\lim v_n = b$ thì $\lim \frac{u_n}{v_n} = \frac{a}{b}$.

Câu 6. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên K và $x_0 \in K$. Hàm số $y = f(x)$ liên tục tại x_0 khi và chỉ khi

- A. $\lim_{x \rightarrow x_0^+} f(x) = f(x_0)$. B. $\lim_{x \rightarrow x_0^-} f(x) = f(x_0)$.
 C. $\lim_{x \rightarrow x_0^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow x_0^-} f(x) = f(x_0)$. D. $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = f(x)$.

Câu 7. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên khoảng $(a;b)$ và $x_0 \in (a;b)$. Khi đó đạo hàm của hàm số $y = f(x)$ tại x_0 (nếu có) được xác định bởi công thức nào dưới đây?

- A. $f'(x_0) = \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x) - f(x_0)}{x_0 - x}$. B. $f'(x_0) = \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0}$.
 C. $f'(x_0) = \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x_0) - f(x)}{x - x_0}$. D. $f'(x_0) = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0}$.

Câu 8. Cho tứ diện $ABCD$, gọi G là trọng tâm của tam giác BCD . Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. $\vec{GA} + \vec{GC} + \vec{GD} = \vec{0}$. B. $\vec{GA} + \vec{GB} + \vec{GC} = \vec{0}$.

C. $\vec{GA} + \vec{GB} + \vec{GD} = \vec{0}$.

D. $\vec{GB} + \vec{GC} + \vec{GD} = \vec{0}$.

Câu 9. Cho hàm số $y = 2x^3 + 1$. Khi đó $y'(-1)$ bằng

A. 3.

B. 6.

C. -6.

D. -2.

Câu 10. Tính đạo hàm cấp hai của hàm số $y = x^4 - 2x^2 - 1$ tại điểm $x = -1$?

A. $y''(-1) = 0$.

B. $y''(-1) = -16$.

C. $y''(-1) = 8$.

D. $y''(-1) = -8$.

Câu 11. Đạo hàm của hàm số $y = 2x^3 + 1$ là

A. $y' = 6x^2 + 1$.

B. $y' = 6x^2$.

C. $y' = 3x^2$.

D. $y' = 6x$.

Câu 12. Tính $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{x+5}{x-1}$.

A. $+\infty$.

B. 1.

C. -5.

D. 3.

Câu 13. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật và các cạnh bên bằng nhau. Gọi O là giao điểm của hai đường chéo của đáy. Tìm mặt phẳng vuông góc với SO ?

A. $(ABCD)$.

B. (SAB) .

C. (SAC) .

D. (SBC) .

Câu 14. Tính giới hạn $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{-3n+2}{n+3}$.

A. -3.

B. $\frac{2}{3}$.

C. 3.

D. 0.

Câu 15. Giả sử $u = u(x)$ là hàm số có đạo hàm khác 1 tại điểm x thuộc khoảng xác định và $u(x) > 0$ tại một điểm x thuộc khoảng xác định. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $(\sqrt{u})' = \frac{u'}{2\sqrt{u}}$.

B. $(\sqrt{u})' = \frac{1}{\sqrt{u}}$.

C. $(\sqrt{u})' = \frac{u'}{2\sqrt{u}}$.

D. $(\sqrt{u})' = \frac{1}{2\sqrt{u}}$.

Câu 16. Cho hình chóp đều $S.ABCD$ có tất cả các cạnh bằng nhau. Góc giữa hai đường thẳng SA và BC là

A. 60° .

B. 90° .

C. 30° .

D. 45° .

Câu 17. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , $SA = a\sqrt{3}$ và vuông góc với mặt phẳng đáy. Tính khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SBC) .

A. $\frac{a}{3}$.

B. $\frac{a\sqrt{2}}{2}$.

C. $\frac{a}{2}$.

D. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Câu 18. Phương trình tiếp tuyến của đồ thị (C) của hàm số $y = f(x)$ tại điểm $M_0(x_0; f(x_0))$ là

A. $y + x_0 = f'(x_0)(x - x_0)$.

B. $y - y_0 = f'(x_0)(x - x_0)$, (trong đó $y_0 = f(x_0)$).

C. $y + y_0 = f'(x_0)(x - x_0)$, (trong đó $y_0 = f(x_0)$).

D. $y - x_0 = f'(x_0)(x + x_0)$.

Câu 19. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x+3} - 2}{x-1}$ bằng

A. $\frac{1}{2}$.

B. 1.

C. $\frac{1}{4}$.

D. $+\infty$.

Câu 20. Cho hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 1$ có đồ thị là (C) . Phương trình tiếp tuyến của (C) song song với đường thẳng $y = 9x + 10$ là

A. $y = 9x$, $y = 9x - 26$.

B. $y = 9x - 6$, $y = 9x - 28$.

C. $y = 9x + 6$, $y = 9x - 26$.

D. $y = 9x + 6$, $y = 9x - 28$.

Câu 21. Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - x - 2}{x - 2} & \text{khi } x > 2 \\ 5 - x & \text{khi } x \leq 2 \end{cases}$. Khẳng định nào sau đây là **sai**?

- A. Hàm số liên tục tại $x_0 = 2$.
 B. Hàm số liên tục trên \mathbb{R} .
 C. Hàm số có tập xác định là \mathbb{R} .
 D. Hàm số gián đoạn tại $x_0 = 0$.

Câu 22. Hàm số $y = \tan^2 \frac{x}{2}$ có đạo hàm là

- A. $y' = \frac{\sin \frac{x}{2}}{\cos^2 \frac{x}{2}}$.
 B. $y' = \frac{\sin \frac{x}{2}}{\cos^3 \frac{x}{2}}$.
 C. $y' = \frac{\sin \frac{x}{2}}{2 \cos^3 \frac{x}{2}}$.
 D. $y' = \tan^2 \frac{x}{2}$.

Câu 23. Cho hàm số $y = \frac{1}{x}$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

- A. $y''y^3 = 2$.
 B. $y''y + 2(y')^2 = 0$.
 C. $y''y = 2(y')^2$.
 D. $y''y^3 + 2 = 0$.

Câu 24. Cho hàm số $f(x) = a \cos x + 2 \sin x - 3x + 1$. Tìm a để phương trình $f'(x) = 0$ có nghiệm.

- A. $|a| < 5$.
 B. $|a| < \sqrt{5}$.
 C. $|a| \geq \sqrt{5}$.
 D. $|a| > 5$.

Câu 25. Tính tỉ số $\frac{\Delta y}{\Delta x}$ của hàm số $y = x^2 + 1$ theo x và Δx .

- A. $\frac{\Delta y}{\Delta x} = 2x + \Delta x$.
 B. $\frac{\Delta y}{\Delta x} = (2x + \Delta x)\Delta x$.
 C. $\frac{\Delta y}{\Delta x} = 2 \cdot \Delta x$.
 D. $\frac{\Delta y}{\Delta x} = 2x$.

Câu 26. Cho hàm số $y = 3x^3 + x^2 + 1$, có đạo hàm là y' . Để $y' \leq 0$ thì x nhận các giá trị thuộc tập nào sau đây?

- A. $(-\infty; -\frac{2}{9}] \cup [0; +\infty)$.
 B. $[-\frac{2}{9}; 0]$.
 C. $[-\frac{9}{2}; 0]$.
 D. $(-\infty; -\frac{9}{2}] \cup [0; +\infty)$.

Câu 27. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, $AB = 2a$, $BC = a$, mặt bên SAB là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Gọi E là trung điểm của CD . Tính theo a khoảng cách giữa hai đường thẳng BE và SC .

- A. $\frac{a\sqrt{30}}{10}$.
 B. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$.
 C. $\frac{a\sqrt{15}}{5}$.
 D. a .

Câu 28. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M là trung điểm của đoạn thẳng BC . Đặt $\overline{AB} = \vec{a}$, $\overline{AC} = \vec{b}$, $\overline{AD} = \vec{c}$. Đẳng thức nào sau đây là đúng?

- A. $\overline{DM} = \frac{1}{2}(-2\vec{a} + \vec{b} + \vec{c})$.
 B. $\overline{DM} = \frac{1}{2}(\vec{a} + 2\vec{b} - \vec{c})$.
 C. $\overline{DM} = \frac{1}{2}(\vec{a} - 2\vec{b} + \vec{c})$.
 D. $\overline{DM} = \frac{1}{2}(\vec{a} + \vec{b} - 2\vec{c})$.

Câu 29. Cho hình hộp chữ nhật $AA'B'C'D'$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh $2\sqrt{2}$, $AA' = 4$. Tính góc giữa đường thẳng $A'C$ với mặt phẳng $(AA'B'B)$.

- A. 45° .
 B. 90° .
 C. 30° .
 D. 60° .

Câu 30. Cho hình chóp $O.ABC$ có ba cạnh OA , OB , OC đôi một vuông góc và $OA = OB = OC = a$. Gọi M là trung điểm cạnh AB . Góc tạo bởi hai vectơ \overline{BC} và \overline{OM} bằng

- A. 135° . B. 150° . C. 120° . D. 60° .

Câu 31. Cho chuyển động thẳng xác định bởi phương trình $s(t) = t^3 - 3t^2$, trong đó $t > 0$, t tính bằng giây và $s(t)$ tính bằng mét. Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A. Gia tốc của chuyển động khi $t = 4$ s là $a = 18 \text{ m/s}^2$.
 B. Gia tốc của chuyển động khi $t = 4$ s là $a = 9 \text{ m/s}^2$.
 C. Vận tốc của chuyển động khi $t = 3$ s là $v = 12 \text{ m/s}$.
 D. Vận tốc của chuyển động khi $t = 3$ s là $v = 24 \text{ m/s}$.

Cho hàm số $y = (m+2)x^3 + \frac{3}{2}(m+2)x^2 + 3x - 1$, m là tham số. Số các giá trị nguyên m để $y' \geq 0, \forall x \in \mathbb{R}$ là

- A. 5. B. Có vô số giá trị nguyên m .
 C. 3. D. 4

Câu 33. Cho hình chóp $S.ABC$, có đáy ABC là tam giác vuông tại B , $BA = 3a$, $BC = 4a$, $(SBC) \perp (ABC)$. Biết $SB = 2a\sqrt{3}$, $\widehat{SBC} = 30^\circ$. Khoảng cách từ B đến $mp(SAC)$ là

- A. $\frac{4a\sqrt{7}}{7}$. B. $\frac{6a\sqrt{7}}{7}$. C. $\frac{3a\sqrt{7}}{7}$. D. $\frac{5a\sqrt{7}}{7}$.

Câu 34. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định và có đạo hàm trên \mathbb{R} thỏa mãn $[f(1+2x)]^3 = 8x - [f(1-x)]^2, \forall x \in \mathbb{R}$. Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = f(x)$ tại điểm có hoành độ bằng 1.

- A. $y = -x - 2$. B. $y = x + 2$. C. $y = -x + 2$. D. $y = x - 2$.

Câu 35. Cho hàm số $f(x) = 2x^2 + x - 3$. Biết

$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{f(x)} + \sqrt{f(4x)} + \sqrt{f(4^2x)} + \dots + \sqrt{f(4^{2018}x)}}{\sqrt{f(x)} + \sqrt{f(2x)} + \sqrt{f(2^2x)} + \dots + \sqrt{f(2^{2018}x)}} = \frac{a^{2019} + b}{c}$ với a, b, c là các số nguyên dương và $b < 2019$. Tính giá trị của $S = a + b - c$.

- A. $S = 0$. B. $S = 2017$. C. $S = 2018$. D. $S = -1$.

PHẦN II: TƯ LUẬN

Câu 36. Tính đạo hàm các hàm số sau: $y = \frac{\sqrt{x+2}}{x+1}$ tại $x = 1$.

Câu 37. Cho hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - \frac{m}{2}x^2 + mx + 5$. Tất cả các giá trị của tham số m để $y' \geq 0, \forall x \in \mathbb{R}$.

Câu 38. Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số $(C): y = \frac{x-1}{2x-3}$ tại giao điểm của (C) và trục hoành.

Câu 39. Cho hình chóp $SABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh $2a$. Mặt bên SAB là tam giác vuông tại S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. $SA = a$. Hình chiếu vuông góc của S lên đường thẳng AB là điểm H sao cho $AH : AB = 1 : 4$. Gọi I là giao điểm của HC và BD . Tính $d(I, (SCD))$

----- HẾT -----

HƯỚNG DẪN GIẢI - ĐÁP ÁN CHI TIẾT

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
B	C	D	B	D	C	B	D	B	C	B	D	A	A	A	A	D	B
19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36
C	C	D	B	C	C	A	B	A	D	C	C	A	A	B	D	A	

PHẦN I: TRẮC NGHIỆM KHÁCH QUAN**Câu 1.**

Lời giải

Chọn B

$$dy = \left(\frac{x+2}{x-1} \right)' dx = \frac{-3}{(x-1)^2} dx.$$

Câu 2.

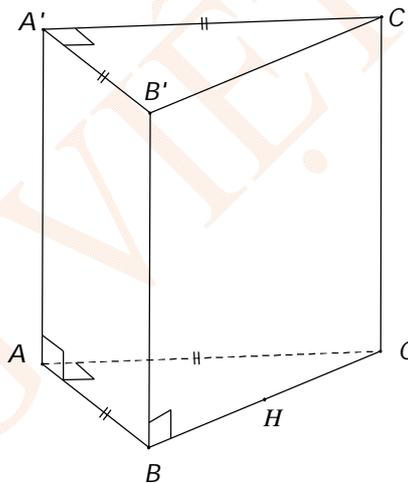
Lời giải

Chọn C

Câu 3.

Lời giải

Chọn D



Vì ABC là tam giác vuông cân ở $A \Rightarrow AB = AC \neq BC$
nên các mặt bên của lăng trụ không bằng nhau.

Vậy đáp án A sai.

Câu 4.

Lời giải

Chọn B

$$\text{Vì } \begin{cases} \lim_{x \rightarrow 5} (x-6) = -1 \\ \lim_{x \rightarrow 5} (x-5)^2 = 0 \\ (x-5)^2 > 0, \forall x \neq 5 \end{cases} \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 5} \frac{x-6}{(x-5)^2} = -\infty.$$

Câu 5.

Lời giải

Chọn D

Vì chỉ đúng với $b \neq 0$.

Câu 6.

Chọn C

Câu 7.

Lời giải

Chọn B

Câu 8.

Lời giải

Chọn D

Vì G là trọng tâm của tam giác BCD ta có $\overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD} = \vec{0}$.

Câu 9.

Lời giải

Chọn B

Ta có $y' = 6x^2 \Rightarrow y'(-1) = 6$.

Câu 10.

Lời giải

Chọn C

Tập xác định của hàm số: \mathbb{R} .

$y' = 4x^3 - 4x$, $y'' = 12x^2 - 4$. Vậy $y''(-1) = 8$

Câu 11.

Lời giải

Chọn B

$y' = 3 \cdot 2 \cdot x^2 = 6x^2$.

Câu 12.

Lời giải

Chọn D

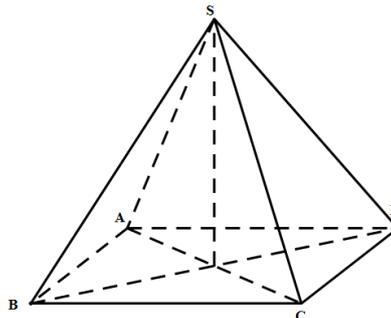
Ta có $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{x+5}{x-1} = \frac{9}{3} = 3$.

Câu 13.

Lời giải

Chọn A

Lời giải



Vì $SA = SB = SC = SD$ nên tam giác SAC , SBD là các tam giác cân tại S
 Lại có O là trung điểm của hai đường chéo $\Rightarrow SO \perp AC \Rightarrow SO \perp (ABCD)$.

Câu 14.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{-3n+2}{n+3} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{-3+\frac{2}{n}}{1+\frac{3}{n}} = \frac{-3+0}{1+0} = -3$.

Câu 15.

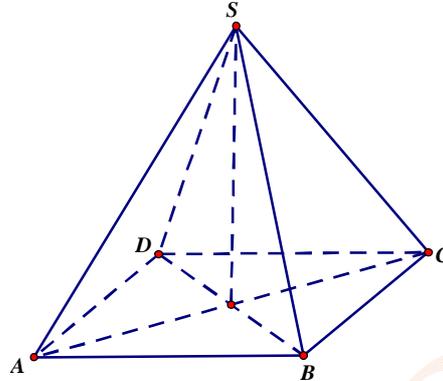
Chọn A

Lời giải

Câu 16.

Chọn A

Lời giải



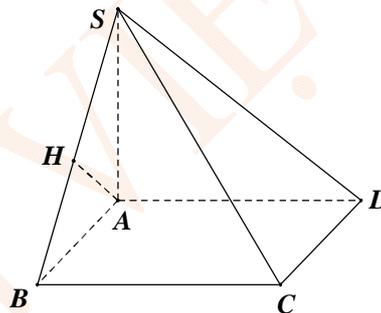
Do $BC \parallel AD$ nên $(\widehat{SA, BC}) = (\widehat{SA, AD})$. Mà tam giác SAD đều nên $(\widehat{SA, AD}) = 60^\circ$.

Vậy $(\widehat{SA, BC}) = 60^\circ$.

Câu 17.

Chọn D

Lời giải



Do $SA \perp (ABCD) \Rightarrow SA \perp BC$ mà $AB \perp BC \Rightarrow BC \perp (SAB)$.

Gọi H là hình chiếu của A trên SB . Khi đó $BC \perp AH \Rightarrow AH \perp (SBC)$.

Ta có $\frac{1}{AH^2} = \frac{1}{SA^2} + \frac{1}{AB^2} \Rightarrow AH = \frac{a\sqrt{3}}{2} \Rightarrow d(A, (SBC)) = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Câu 18.

Chọn B

Theo sách giáo khoa 11 cơ bản.

Lời giải

Câu 19.

Chọn C

Lời giải

Ta có: $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x+3}-2}{x-1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x+3-4}{(x-1)(\sqrt{x+3}+2)} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{1}{\sqrt{x+3}+2} = \frac{1}{4}$.

Câu 20.**Lời giải****Chọn C**

Vì tiếp tuyến (d) song song với đường thẳng $y = 9x + 10$ nên (d) có hệ số góc bằng 9.

Ta có $y' = (x^3 - 3x^2 + 1)' = 3x^2 - 6x$

$$y'(x_0) = 9 \Leftrightarrow 3x_0^2 - 6x_0 = 9 \Leftrightarrow \begin{cases} x_0 = -1 \Rightarrow y_0 = -3 \Rightarrow M(-1, -3) \\ x_0 = 3 \Rightarrow y_0 = 1 \Rightarrow N(3, 1) \end{cases}$$

Phương trình tiếp tuyến của (C) qua $M(-1, -3)$ là $y = 9(x+1) - 3 \Leftrightarrow y = 9x + 6$

Phương trình tiếp tuyến của (C) qua $N(3, 1)$ là $y = 9(x-3) + 1 \Leftrightarrow y = 9x - 26$

Câu 21.**Lời giải****Chọn D**

+) Dễ thấy, hàm số có tập xác định trên \mathbb{R} nên phương án B đúng.

+) Với $x \in (2; +\infty)$, ta có $f(x) = \frac{x^2 - x - 2}{x - 2}$ là hàm số liên tục trên $(-\infty; 2)$ và $(2; +\infty)$ nên hàm số $f(x)$ liên tục trên $(2; +\infty)$.

+) Với $x \in (-\infty; 2)$, ta có $f(x) = 5 - x$ là hàm số liên tục trên \mathbb{R} nên hàm số $f(x)$ liên tục trên $(-\infty; 2)$.

Suy ra hàm số liên tục tại $x_0 = 0$, Vậy C Sai.

+) Xét tính liên tục của hàm số tại $x_0 = 2$. Ta có

$$\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{x^2 - x - 2}{x - 2} = \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{(x-2)(x+1)}{x-2} = \lim_{x \rightarrow 2^+} (x+1) = 3.$$

$$\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^-} (5 - x) = 3 = f(2).$$

Suy ra hàm số liên tục trên $x = 2$. Do đó hàm số liên tục trên \mathbb{R} nên phương án A và D đúng.

Câu 22.**Lời giải****Chọn B**

$$\text{Ta có } y' = \left(\tan^2 \frac{x}{2} \right)' = 2 \cdot \tan \frac{x}{2} \cdot \left(\tan \frac{x}{2} \right)' = \frac{2 \cdot \tan \frac{x}{2} \cdot \left(\frac{x}{2} \right)'}{\cos^2 \frac{x}{2}} = \frac{\tan \frac{x}{2} \cdot \frac{\sin \frac{x}{2}}{2}}{\cos^2 \frac{x}{2}} = \frac{\sin \frac{x}{2}}{\cos^3 \frac{x}{2}}.$$

Câu 23.**Lời giải****Chọn C**

$$\text{Ta có } y = \frac{1}{x}; y' = -\frac{1}{x^2}; y'' = \frac{2}{x^3}.$$

$$\Rightarrow y'' \cdot y = \frac{2}{x^3} \cdot \frac{1}{x} = 2 \cdot \frac{1}{x^4} = 2(y')^2$$

Câu 24.**Lời giải****Chọn C**

$$f'(x) = 2 \cos x - a \sin x - 3 = 0 \text{ có nghiệm} \Leftrightarrow 4 + a^2 \geq 9 \Leftrightarrow a^2 \geq 5 \Leftrightarrow |a| \geq \sqrt{5}.$$

Câu 25.

Lời giải

Chọn A

Ta có

$$\begin{aligned}\Delta y &= f(x + \Delta x) - f(x) = [(x + \Delta x)^2 + 1] - [x^2 + 1] \\ &= x^2 + 2x \cdot \Delta x + (\Delta x)^2 + 1 - x^2 - 1 = 2x \cdot \Delta x + (\Delta x)^2 = (2x + \Delta x) \Delta x \\ \Rightarrow \frac{\Delta y}{\Delta x} &= 2x + \Delta x.\end{aligned}$$

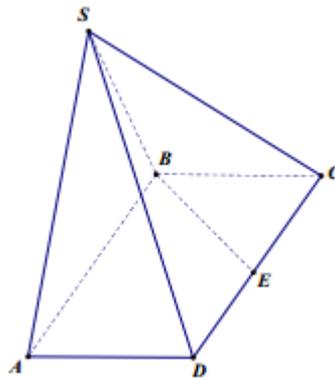
Câu 26.

Lời giải

Chọn B

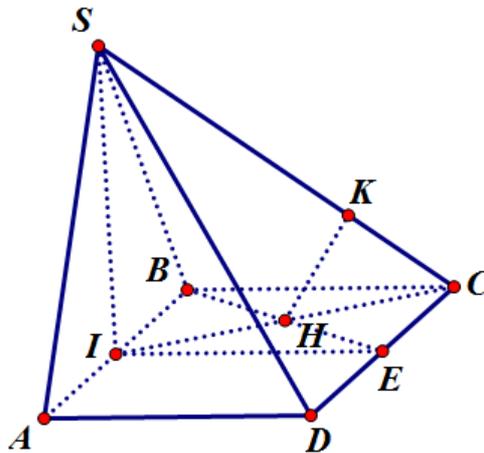
Ta có: $y' = 9x^2 + 2x$.

$$\text{Do đó, } y' \leq 0 \Leftrightarrow y' = 9x^2 + 2x \leq 0 \Leftrightarrow -\frac{2}{9} \leq x \leq 0 \Leftrightarrow x \in \left[-\frac{2}{9}; 0\right].$$

Câu 27.

Lời giải

Chọn A



Gọi I là trung điểm của AB ta có: $SI \perp AB$ mà $(SAB) \perp (ABCD)$ nên $SI \perp (ABCD)$.

Gọi H là giao điểm của IC và BE , kẻ $HK \perp SC$ tại K .

Khi đó: $IBCE$ là hình vuông nên $BE \perp IC$ mà $BE \perp SI$ do đó $BE \perp (SIC)$.

Suy ra $BE \perp HK$ mà $HK \perp SC$ nên $d(BE; SC) = HK$.

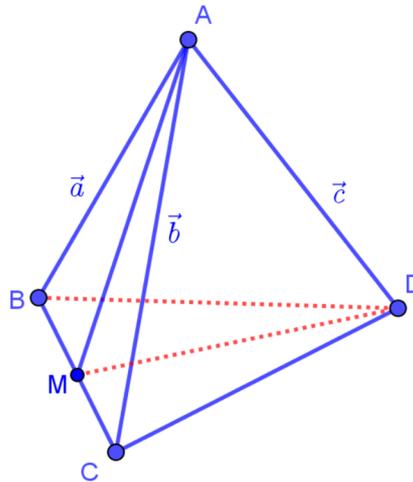
Do tam giác CKH và CIS đồng dạng nên

$$\frac{HK}{IS} = \frac{CH}{CS} \Rightarrow HK = \frac{CH \cdot IS}{CS} = \frac{a \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot a\sqrt{3}}{\sqrt{(a\sqrt{3})^2 + (a\sqrt{2})^2}} = \frac{a\sqrt{30}}{10}.$$

Câu 28.

Chọn D

Lời giải

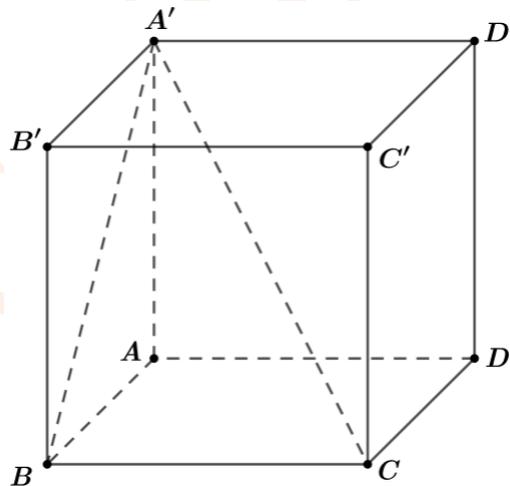


$$\overrightarrow{DM} = \overrightarrow{AM} - \overrightarrow{AD} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}) - \overrightarrow{AD} = \frac{1}{2}(\vec{a} + \vec{b} - 2\vec{c}).$$

Câu 29.

Chọn C

Lời giải



Ta có $CB \perp AB, CB \perp BB' \Rightarrow CB \perp (AA'B'B)$.

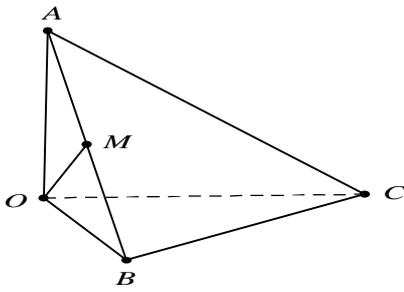
$\Rightarrow A'C$ có hình chiếu là $A'B$ trên $(AA'B'B) \Rightarrow (A'C, (AA'B'B)) = (A'C, A'B) = \widehat{C'A'B}$ (vì $\Delta CA'B$ vuông tại B nên $\widehat{C'A'B}$ nhọn).

Ta có $A'B = \sqrt{AA'^2 + AB^2} = 2\sqrt{6} \Rightarrow \tan \widehat{C'A'B} = \frac{BC}{A'B} = \frac{1}{\sqrt{3}} \Rightarrow \widehat{C'A'B} = 30^\circ$.

Câu 30.

Chọn C

Lời giải



Ta có
$$\begin{cases} \overrightarrow{OM} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB}) \\ \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{OC} - \overrightarrow{OB} \end{cases} \Rightarrow \overrightarrow{OM} \cdot \overrightarrow{BC} = -\frac{1}{2}OB^2 = -\frac{a^2}{2}.$$

$$BC = \sqrt{OB^2 + OC^2} = a\sqrt{2} \text{ và } OM = \frac{1}{2}AB = \frac{1}{2}\sqrt{OA^2 + OB^2} = \frac{a\sqrt{2}}{2}.$$

Do đó
$$\cos(\overrightarrow{OM}, \overrightarrow{BC}) = \frac{\overrightarrow{OM} \cdot \overrightarrow{BC}}{OM \cdot BC} = \frac{-\frac{a^2}{2}}{\frac{a\sqrt{2}}{2} \cdot a\sqrt{2}} = -\frac{1}{2} \Rightarrow (\overrightarrow{OM}, \overrightarrow{BC}) = 120^\circ.$$

Câu 31.**Lời giải****Chọn A**

$$\text{Ta có } v(t) = s'(t) = 3t^2 - 6t \Rightarrow a(t) = v'(t) = 6t - 6.$$

$$\text{Tại } t = 3 \Rightarrow v(3) = 3 \cdot 3^2 - 6 \cdot 3 = 9 \text{ m/s.}$$

$$\text{Tại } t = 4 \Rightarrow a(4) = 6 \cdot 4 - 6 = 18 \text{ m/s}^2.$$

Câu 32.**Lời giải****Chọn A**

$$y' = 3(m+2)x^2 + 3(m+2)x + 3 \geq 0 \Rightarrow (m+2)x^2 + (m+2)x + 1 \geq 0 \quad (1)$$

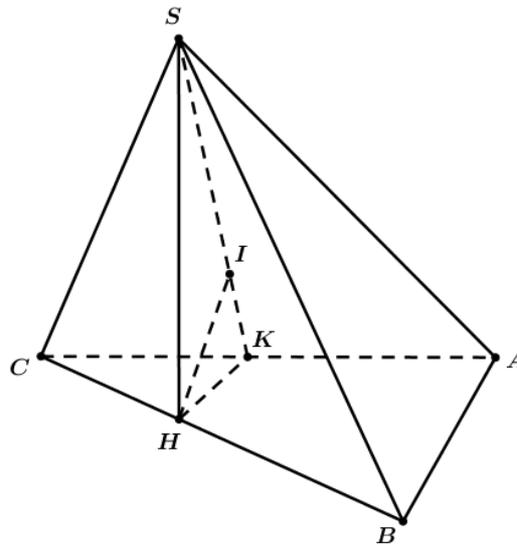
Để phương trình (1) luôn thỏa mãn $\forall x \in \mathbb{R}$

$$\text{TH1: } m+2=0 \Rightarrow m=-2 \Rightarrow y'=1 \geq 0, \forall x \in \mathbb{R} \text{ (Nhận)}$$

$$\text{TH2: } m+2 \neq 0 \Rightarrow m \neq -2 \Rightarrow \begin{cases} m+2 > 0 \\ \Delta \leq 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} m > -2 \\ m^2 - 4 \leq 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} m > -2 \\ -2 \leq m \leq 2 \end{cases} \Rightarrow -2 < m \leq 2$$

Kết hợp hai trường hợp: $m = -2; -1; 0; 1; 2$.

Câu 33.**Lời giải****Chọn B**



Kẻ $SH \perp BC$. Do $(SBC) \perp (ABC) \Rightarrow SH \perp (ABC)$.

Xét tam giác SHB vuông tại H ,

$$\text{ta có } \cos \widehat{SBH} = \frac{BH}{SB} \Leftrightarrow BH = SB \cdot \cos 30^\circ \Leftrightarrow BH = 3a \quad SH = SB \cdot \sin 30^\circ = a\sqrt{3}$$

Suy ra: $CH = a$. Vậy $d(B, (SAC)) = 4d(H, (SAC))$

Trong (ABC) kẻ $HK \perp AC$ cắt AC tại K , kẻ $HI \perp SK$ (1) cắt SK tại I .

$$\text{Ta có } \left. \begin{array}{l} AC \perp HK \\ AC \perp SH \end{array} \right\} \Rightarrow AC \perp (SHK) \Rightarrow AC \perp HI \quad (2)$$

Từ (1) và (2) suy ra $HI \perp (SAC) \Rightarrow d(H, (SAC)) = HI$.

Tam giác ABC vuông tại B nên $CA = \sqrt{CB^2 + BA^2} = 5a$.

$$\Delta CKH \text{ đồng dạng với } \Delta CBA \text{ nên } \frac{HK}{AB} = \frac{CH}{CA} \Rightarrow HK = \frac{CH \cdot AB}{CA} = \frac{3a}{5}.$$

$$\text{Xét } \Delta SHK \text{ vuông tại } H \text{ có } HI = \frac{SH \cdot HK}{\sqrt{SH^2 + HK^2}} = \frac{3a\sqrt{7}}{14}.$$

$$d(B, (SAC)) = 4d(H, (SAC)) = 4HI = \frac{6a\sqrt{7}}{7}.$$

Câu 34.

Lời giải

Chọn D

$$\text{Ta có } [f(1+2x)]^3 = 8x - [f(1-x)]^2, \forall x \in \mathbb{R} \quad (1)$$

$$\text{Từ (1) cho } x=0 \text{ ta được } f^3(1) = -f^2(1) \Leftrightarrow \begin{cases} f(1) = 0 \\ f(1) = -1 \end{cases}$$

Đạo hàm 2 vế của (1) ta được

$$6[f(1+2x)]^2 \cdot f'(1+2x) = 8 + 2f(1-x) \cdot f'(1-x) \quad (2)$$

$$\text{Từ (2) cho } x=0 \text{ ta được } 6[f(1)]^2 \cdot f'(1) = 8 + 2f(1) \cdot f'(1)$$

$$\Leftrightarrow 6f^2(1) \cdot f'(1) - 2f(1) \cdot f'(1) = 8 \quad (3)$$

Trường hợp 1: Nếu $f(1) = 0$ thì từ (3) ta có $6 \cdot 0 - 2 \cdot 0 = 8$ (vô lý).

Trường hợp 2: Nếu $f(1) = -1$ thì từ (3) ta có $6f'(1) + 2f'(1) = 8 \Rightarrow f'(1) = 1$.

Vậy phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = f(x)$ tại điểm có hoành độ bằng 1 là

$$y = f'(1) \cdot (x - 1) + f(1) \Leftrightarrow y = x - 2.$$

Câu 35.

Chọn A

Lời giải

$$+ \text{Ta có: } \begin{cases} f(2x) = 2(2x)^2 + 2x - 3 \\ f(2^2x) = 2(2^2x)^2 + 2^2x - 3 \\ \dots \\ f(2^{2018}x) = 2(2^{2018}x)^2 + 2^{2018}x - 3 \end{cases} \quad \text{và} \quad \begin{cases} f(4x) = 2(4x)^2 + 4x - 3 \\ f(4^2x) = 2(4^2x)^2 + 4^2x - 3 \\ \dots \\ f(4^{2018}x) = 2(4^{2018}x)^2 + 4^{2018}x - 3 \end{cases}$$

$$+ \text{Do đó } \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{f(x)} + \sqrt{f(4x)} + \sqrt{f(4^2x)} + \dots + \sqrt{f(4^{2018}x)}}{\sqrt{f(x)} + \sqrt{f(2x)} + \sqrt{f(2^2x)} + \dots + \sqrt{f(2^{2018}x)}} \\ = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{2 + \frac{1}{x} - \frac{3}{x^2}} + \sqrt{2 \cdot 4^2 + \frac{4}{x} - \frac{3}{x^2}} + \dots + \sqrt{2(4^{2018})^2 + \frac{4^{2018}}{x} - \frac{3}{x^2}}}{\sqrt{2 + \frac{1}{x} - \frac{3}{x^2}} + \sqrt{2 \cdot 2^2 + \frac{2}{x} - \frac{3}{x^2}} + \dots + \sqrt{2(2^{2018})^2 + \frac{2^{2018}}{x} - \frac{3}{x^2}}} \\ = \frac{\sqrt{2}(1 + 4 + 4^2 + \dots + 4^{2018})}{\sqrt{2}(1 + 2 + 2^2 + \dots + 2^{2018})} = \frac{1 - 4^{2019}}{1 - 4} = \frac{1 \cdot 4^{2019} - 1}{3 \cdot 2^{2019} - 1} = \frac{2^{2019} + 1}{3}.$$

Vì $2^{2019} > 2019$ cho nên sự xác định ở trên là duy nhất nên $\begin{cases} a = 2 \\ b = 1. \\ c = 3 \end{cases}$

+ Vậy $S = a + b - c = 0$.

PHẦN II: TỰ LUẬN

Câu 36.

Lời giải

$$\text{Ta có: } \left(\frac{\sqrt{x} + 2}{x + 1} \right)' = \frac{(\sqrt{x} + 2)' \cdot (x + 1) - (\sqrt{x} + 2)(x + 1)'}{(x + 1)^2} \\ = \frac{\frac{1}{2\sqrt{x}} \cdot (x + 1) - (\sqrt{x} + 2)}{(x + 1)^2} = \frac{x + 1 - 2x - 4\sqrt{x}}{2\sqrt{x}(x + 1)^2} = \frac{1 - x - 4\sqrt{x}}{2\sqrt{x}(x + 1)^2}.$$

Vậy đạo hàm của hàm số tại $x = 1$ là: $y'(1) = \frac{1}{2}$.

Câu 37.

Lời giải

$$y = \frac{1}{3}x^3 - \frac{m}{2}x^2 + mx + 5; \quad y' = x^2 - mx + m$$

$$y' \geq 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow x^2 - mx + m \geq 0, \forall x \in \mathbb{R}$$

$$\Leftrightarrow m^2 - 4m \leq 0 \Leftrightarrow 0 \leq m \leq 4.$$

Câu 38.

Lời giải

$$+ \text{TXĐ: } D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{3}{2} \right\}.$$

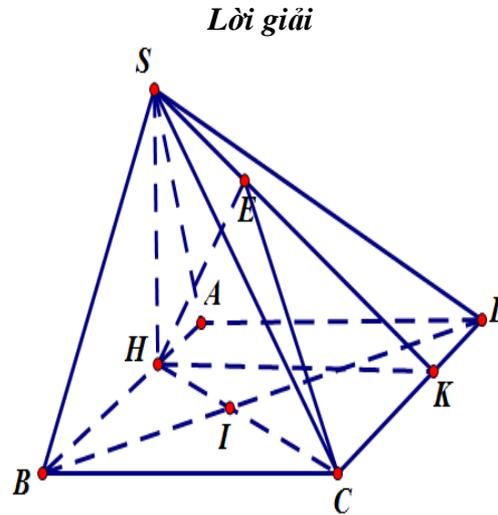
+ Gọi $A(x_A, 0)$ là giao điểm của (C) với trục hoành $\Rightarrow x_A = 1 \Rightarrow A(1;0)$.

$$+ y' = \frac{-1}{(2x-3)^2} \Rightarrow y'(x_A) = -1.$$

+ Phương trình tiếp tuyến với (C) tại $A(1;0)$ là:

$$y = -1(x-1) \Leftrightarrow y = -x+1.$$

Câu 39.



Ta có:

$$\begin{cases} (SAB) \perp (ABCD) \\ (SAB) \cap (ABCD) = AB \Rightarrow SH \perp (ABCD) \\ (SAB) \supset SH \perp AB \end{cases}$$

Trong $(ABCD)$, kẻ $HK \perp CD$ tại K, nối SK. Kẻ $HE \perp SK$ tại E (1)

Ta có:

$$\begin{cases} CD \perp HK \\ CD \perp SH (SH \perp (ABCD), CD \subset (ABCD)) \end{cases} \Rightarrow CD \perp (SHK) \\ \Rightarrow CD \perp HE, HE \subset (SHK) \quad (2)$$

Từ (1),(2): $HE \perp (SCD)$

Suy ra: $d(H, (SCD)) = HE$

$$\frac{1}{HE^2} = \frac{1}{SH^2} + \frac{1}{HK^2} \Leftrightarrow HE = \frac{a\sqrt{57}}{6}$$

$$d(I, (SCD)) = HE \cdot \frac{CI}{CH} = HE \cdot \frac{1}{1 + \frac{BH}{CD}} = \frac{a\sqrt{57}}{6} \cdot \frac{1}{1 + \frac{3}{4}} = 2a \frac{\sqrt{57}}{21}$$

Họ và tên thí sinh:..... SBD:.....

PHẦN I: TRẮC NGHIỆM KHÁCH QUAN

Câu 1. Cho hàm số $f(x) = \cot 2x$. Giá trị $f'\left(-\frac{\pi}{4}\right)$ bằng

- A. $-\frac{2}{3}$. B. $\frac{2}{3}$. C. -2 . D. 2 .

Câu 2. Chọn khẳng định đúng trong các khẳng định sau.

A. Trong không gian, nếu hai đường thẳng phân biệt cùng vuông góc với đường thẳng thứ ba thì chúng song song với nhau.

B. Nếu một mặt phẳng và đường thẳng không nằm trong mặt phẳng ấy cùng vuông góc với một đường thẳng thì chúng song song với nhau.

C. Nếu mặt phẳng và đường thẳng cùng vuông góc với một mặt phẳng thì chúng song song với nhau.

D. Nếu hai mặt phẳng phân biệt cùng vuông góc với mặt phẳng thứ ba thì chúng song song với nhau.

Câu 3. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm liên tục trên K và có đồ thị là đường cong (C) . Viết phương trình tiếp tuyến của (C) tại điểm $M(a; f(a))$, $a \in K$.

A. $y = f'(a)(x+a) + f(a)$. B. $y = f(a)(x-a) + f'(a)$.

C. $y = f'(a)(x-a) - f(a)$. D. $y = f'(a)(x-a) + f(a)$.

Câu 4. Tính $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^3 + 2x^2 + 1}{2x^5 + 1}$.

- A. $\frac{1}{2}$. B. 2 . C. -2 . D. $-\frac{1}{2}$.

Câu 5. Đạo hàm của hàm số $y = \frac{x^4}{2} + \frac{5x^3}{3} - \sqrt{2x} + a^2$ (a là hằng số) bằng

A. $2x^3 + 5x^2 - \frac{1}{\sqrt{2x}} + 2a$. B. $2x^3 + 5x^2 + \frac{1}{2\sqrt{2x}}$.

C. $2x^3 + 5x^2 - \frac{1}{\sqrt{2x}}$. D. $2x^3 + 5x^2 - \sqrt{2}$.

Câu 6. Hàm số $y = \sin\left(\frac{\pi}{3} - 4x\right)$ có đạo hàm là

A. $y' = -\cos\left(\frac{\pi}{3} - 4x\right)$. B. $y' = -4\cos\left(\frac{\pi}{3} - 4x\right)$.

C. $y' = 4\cos\left(\frac{\pi}{3} - 4x\right)$. D. $y' = \cos\left(\frac{\pi}{3} - 4x\right)$.

Câu 7. Tính đạo hàm của hàm số $f(x) = -x^4 + 4x^3 - 3x^2 + 2x + 1$ tại điểm $x = -1$.

- A. $f'(-1) = 14$. B. $f'(-1) = 15$. C. $f'(-1) = 24$. D. $f'(-1) = 4$.

Câu 8. Tìm vi phân của hàm số $y = \sin\left(\frac{\pi}{6} - 3x\right)$.

A. $dy = -3 \cos\left(\frac{\pi}{6} - 3x\right) dx$.

B. $dy = 3 \cos\left(\frac{\pi}{6} - 3x\right) dx$.

C. $dy = \cos\left(\frac{\pi}{6} - 3x\right) dx$.

D. $dy = -3 \sin\left(\frac{\pi}{6} - 3x\right) dx$.

Câu 9. Cho một hàm số $f(x)$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. Nếu phương trình $f(x) = 0$ có nghiệm trong khoảng $(a; b)$ thì hàm số $f(x)$ phải liên tục trên khoảng $(a; b)$.

B. Nếu hàm số $f(x)$ liên tục, tăng trên đoạn $[a; b]$ và $f(a).f(b) > 0$ thì phương trình $f(x) = 0$ không có nghiệm trong khoảng $(a; b)$.

C. Nếu $f(x)$ liên tục trên đoạn $[a; b]$ và $f(a).f(b) > 0$ thì phương trình $f(x) = 0$ không có nghiệm trên khoảng $(a; b)$.

D. Nếu $f(a).f(b) < 0$ thì phương trình $f(x) = 0$ có ít nhất một nghiệm trong khoảng $(a; b)$.

Câu 10. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n+1}{2n+1}$ bằng

A. $+\infty$.

B. 1.

C. $\frac{1}{2}$.

D. 2.

Câu 11. Cho hình chóp $S.ABC$, đáy là tam giác ABC trọng tâm G , M là trung điểm của BC . Hình chiếu của S lên (ABC) là I . Tính khoảng cách từ S đến (ABC) .

A. SI .B. SG .C. SA .D. SM .

Câu 12. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$, thực hiện phép toán: $\vec{x} = \vec{BA} + \vec{BC} + \vec{BB}'$

A. $\vec{x} = \vec{AC}'$.B. $\vec{x} = \vec{BD}'$.C. $\vec{x} = \vec{BD}$.D. $\vec{x} = \vec{CA}'$.

Câu 13. Tính $\lim_{x \rightarrow -\infty} (1 + 3x - x^3)$ bằng

A. -1 .B. $-\infty$.

C. 1.

D. $+\infty$.

Câu 14. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm cấp một là $y' = -4x^5$. Đạo hàm cấp hai của hàm số $y = f(x)$ là

A. $y'' = -4.5.x^4$.B. $y'' = -20x^4$.C. $y'' = 5.4.x^4$.D. $y'' = 20x^4$.

Câu 15. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm tại điểm x_0 là $f'(x_0)$. Khẳng định nào sau đây sai.

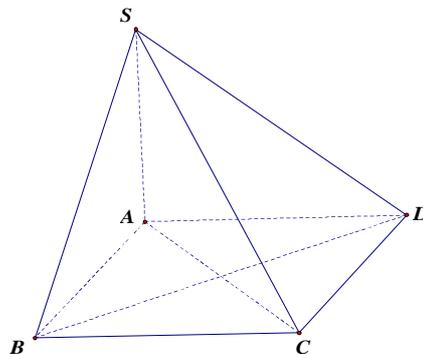
A. $f'(x_0) = \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0}$

B. $f'(x_0) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x_0 + \Delta x) - f(x_0)}{\Delta x}$

C. $f'(x_0) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x_0 + h) - f(x_0)}{h}$

D. $f'(x_0) = \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x + x_0) - f(x_0)}{x - x_0}$

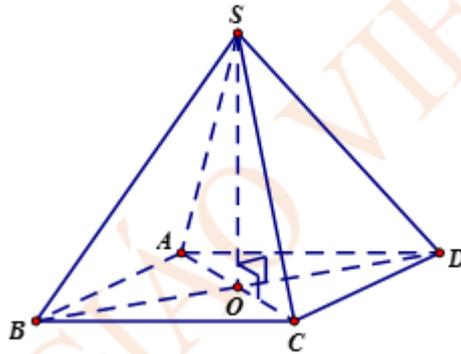
Câu 16. Cho hình chóp $S.ABCD$ có $SA \perp (ABCD)$ và $ABCD$ là hình vuông. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $AC \perp (SCD)$.B. $AC \perp (SBD)$.C. $BD \perp (SAD)$.D. $BD \perp (SAC)$.

Câu 17. Cho $\lim u_n = a > 0$, $\lim v_n = 0$, ($v_n > 0, \forall n$). Giới hạn $\lim \frac{u_n}{v_n}$ bằng

- A. 0. B. $+\infty$. C. $-\infty$. D. $\pm\infty$.

Câu 18. Cho hình chóp đều $S.ABCD$ như hình dưới. Góc giữa hai đường thẳng SO và CD có số đo bằng



- A. 0° . B. 90° . C. 60° . D. 45° .

Câu 19. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của các cạnh AC và BD của tứ diện $ABCD$. Gọi I là trung điểm đoạn MN và P là 1 điểm bất kỳ trong không gian. Tìm giá trị của k thích hợp điền vào đẳng thức vector: $\overrightarrow{PI} = k(\overrightarrow{PA} + \overrightarrow{PB} + \overrightarrow{PC} + \overrightarrow{PD})$.

- A. $k = 2$. B. $k = 4$. C. $k = \frac{1}{2}$. D. $k = \frac{1}{4}$.

Câu 20. Cho đường cong $y = \cos\left(\frac{\pi}{3} + \frac{x}{2}\right)$ và điểm M thuộc đường cong sao cho tiếp tuyến tại M song song với đường thẳng $y = \frac{1}{2}x + 5$. Tọa độ điểm M là

- A. $\left(\frac{\pi}{3}; 0\right)$. B. $\left(\frac{-5\pi}{3}; 1\right)$. C. $\left(\frac{-5\pi}{3}; 0\right)$. D. $\left(\frac{5\pi}{3}; 1\right)$.

Câu 21. Cho hàm số $f(x) = \sin 3x + \cot 2x$. Biết $f'(x) = a \cos 3x + \frac{b}{\sin^2 2x}$ với $a, b \in \mathbb{Z}$. Tính $a + b$.

- A. -1 . B. -5 . C. 5 . D. 1 .

Câu 22. Cho hàm số $f(x) = x^3 - 3x^2 + 4$. Tập nghiệm S của bất phương trình $f'(x) \leq 0$ là

- A. $S = (-\infty; 0] \cup [2; +\infty)$. B. $S = (-\infty; -1] \cup [2; +\infty)$.
C. $S = [0; 2]$. D. $S = [-2; 0]$.

Câu 23. Cho hàm số $y = x + \frac{5}{x}$ có đạo hàm là y' . Rút gọn biểu thức $M = xy' + y$.

- A. $M = 2x$. B. $M = -2x$. C. $M = x$. D. $M = \frac{10}{x}$.

Câu 24. Tính số gia của hàm số $y = \frac{1}{x}$ tại điểm x (bất kì khác 0) ứng với số gia Δx .

- A. $\Delta y = -\frac{\Delta x}{x(x+\Delta x)}$. B. $\Delta y = -\frac{\Delta x}{x+\Delta x}$. C. $\Delta y = \frac{\Delta x}{x+\Delta x}$. D. $\Delta y = \frac{\Delta x}{x(x+\Delta x)}$.

Câu 25. Cho hình thang vuông $ABCD$ vuông ở A và D , $AD = 2a$. Trên đường thẳng vuông góc với $(ABCD)$ tại D lấy điểm S với $SD = a\sqrt{2}$. Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng DC và SA .

- A. $a\sqrt{2}$. B. $\frac{a\sqrt{3}}{3}$. C. $\frac{a}{\sqrt{2}}$. D. $\frac{2a}{\sqrt{3}}$.

Câu 26. Cho hàm số $f(x) = \frac{\sqrt{4x+1}-3}{x-2}$. Tính $\lim_{x \rightarrow 2} f(x)$.

- A. $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = -\frac{3}{2}$. B. $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = \frac{2}{3}$. C. $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = \frac{3}{2}$. D. $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = -\frac{2}{3}$.

Câu 27. Một chất điểm chuyển động thẳng theo phương trình $S = t^3 + 3t^2 - 4$, trong đó S tính bằng mét (m), t tính bằng giây (s). Tại thời điểm $t = 5(s)$ gia tốc của chất điểm bằng

- A. $36m/s^2$. B. $30m/s^2$. C. $105m/s^2$. D. $70m/s^2$.

Câu 28. Cho hình chóp $S.ABCD$ đáy là hình vuông cạnh a , tâm O . Cạnh bên $SA = 2a$ và vuông góc với mặt phẳng đáy. Gọi α là góc tạo bởi đường thẳng SC và mặt phẳng đáy. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. $\tan \alpha = 1$. B. $\tan \alpha = \sqrt{2}$. C. $\alpha = 60^\circ$. D. $\alpha = 75^\circ$.

Câu 29. Cho hình chóp $S.ABC$ có $BC = a\sqrt{2}$, các cạnh còn lại đều bằng a . Góc giữa hai vectơ \overrightarrow{SB} và \overrightarrow{AC} bằng

- A. 60° . B. 120° . C. 30° . D. 90° .

Câu 30. Có bao nhiêu tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = x^3 - x^2 + x + 1$ song song với đường thẳng $y = 6x + 4$?

- A. 1. B. 2. C. 3. D. 4.

Câu 31. Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} 3x-2 & \text{khi } x < 1 \\ x^2+4 & \text{khi } x \geq 1 \end{cases}$. Chọn khẳng định đúng trong các khẳng định sau:

- A. Hàm số liên tục trên $[1; +\infty)$. B. Hàm số liên tục trên \mathbb{R} .
C. Hàm số liên tục tại $x = 1$. D. Hàm số liên tục trên $(-\infty; 1]$.

Câu 32. Cho hàm số $y = (m+2)x^3 + \frac{3}{2}(m+2)x^2 + 3x - 1$, m là tham số. Số giá trị nguyên của m để $y' \geq 0, \forall x \in \mathbb{R}$ là

- A. 3. B. 4. C. 5. D. Vô số.

Câu 33. Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = \frac{x+2}{x+1}$, biết khoảng cách từ điểm $I(-1; 1)$ đến tiếp tuyến là lớn nhất.

- A. $y = -x + 2, y = -x - 2$. B. $y = -x + 2, y = -x - 1$.
C. $y = x + 2, y = x - 2$. D. $y = -x + 1, y = -x - 1$.

Câu 34. Biết rằng $\frac{(2-a)x-3}{\sqrt{x^2+1-x}}$ có giới hạn là $+\infty$ khi $x \rightarrow +\infty$ (với a là tham số). Tính giá trị nhỏ nhất của $P = a^2 - 2a + 4$.

- A. $P_{\min} = 5$. B. $P_{\min} = 1$. C. $P_{\min} = 3$. D. $P_{\min} = 4$.

Câu 35. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B . Biết $AB = a, AA' = 2a, BC = 2a$. Gọi M là trung điểm của $A'C'$. Tính khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng (MBC) .

- A. $\frac{3a\sqrt{17}}{17}$. B. $\frac{a\sqrt{17}}{17}$. C. $\frac{2a\sqrt{17}}{17}$. D. $\frac{4a\sqrt{17}}{17}$.

PHẦN II: TỰ LUẬN

Câu 36. Tìm đạo hàm của hàm số sau: $y = 6\sqrt{x} - \frac{1}{x^2}$ với $x > 0$.

Câu 37. Tính đạo hàm của hàm số sau: $y = \frac{\sin 2x + \cos 2x}{2 \sin 2x - \cos 2x}$, giải phương trình $y' = -6$.

Câu 38. Cho hàm số: $y = f(x) = x\sqrt{x^2 + 1}$ (C)

c) Tính $y' = f'(x)$ (Ghi rõ từng bước vận dụng công thức và rút gọn hết sức có thể)

d) Viết phương trình tiếp tuyến với (C) tại điểm có hoành độ bằng 0 (Được sử dụng máy tính để tính đạo hàm).

Câu 39. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , tam giác SAB nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy và $SB = 2a$, biết góc giữa SC và $(ABCD)$ bằng 30° . Tính khoảng cách từ S đến $(ABCD)$.

----- HẾT -----

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
C	B	D	C	C	B	C	A	B	C	A	B	D	A	D	D	B	B
19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36
D	C	D	C	A	A	D	B	A	B	B	A	A	C	A	C	D	

PHẦN I: TRẮC NGHIỆM KHÁCH QUAN**Câu 1.**

Lời giải

Chọn C

$$\text{Ta có: } f'(x) = \frac{-2}{\sin^2 2x} \Rightarrow f'\left(-\frac{\pi}{4}\right) = -\frac{-2}{\sin^2\left(-\frac{\pi}{2}\right)} = -2.$$

Câu 2.

Lời giải

Chọn B

Sai vì hai mặt phẳng có thể cắt nhau.

Sai vì hai đường thẳng có thể cắt nhau hoặc chéo nhau.

Sai vì đường thẳng có thể nằm trong mặt phẳng.

Câu 3.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $M(a; f(a)) \in (C)$.Vậy phương trình tiếp tuyến của đường cong (C) tại điểm $M(a; f(a))$ có dạng:

$$y = f'(a)(x-a) + f(a).$$

Câu 4.

Lời giải

Chọn C

$$\text{Ta có } \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^3 + 2x^2 + 1}{2x^5 + 1} = \frac{(-1)^3 + 2 \cdot (-1)^2 + 1}{2(-1)^5 + 1} = -2.$$

Câu 5.

Lời giải

Chọn C

$$\text{Ta có } y' = 2x^3 + 5x^2 - \frac{1}{\sqrt{2x}}.$$

Câu 6.

Lời giải

Chọn B

Áp dụng thức đạo hàm của hàm số hợp: $(\sin u)' = u' \cdot \cos u$.**Câu 7.**

Lời giải

Chọn C

$$\text{Ta có: } f'(x) = -4x^3 + 12x^2 - 6x + 2.$$

$$\text{Suy ra } f'(-1) = -4(-1)^3 + 12(-1)^2 - 6(-1) + 2 = 24.$$

Câu 8.

Lời giải

Chọn A

$$dy = \left(\sin \left(\frac{\pi}{6} - 3x \right) \right)' dx = \left(\frac{\pi}{6} - 3x \right)' \cdot \cos \left(\frac{\pi}{6} - 3x \right) dx = -3 \cos \left(\frac{\pi}{6} - 3x \right) dx.$$

Câu 9.

Lời giải

Chọn B

Hàm số $f(x)$ liên tục, tăng trên đoạn $[a; b]$ và $f(a) \cdot f(b) > 0$

Khi đó, $\begin{cases} 0 < f(a) < f(b) \\ f(a) < f(b) < 0 \end{cases}$ nên phương trình $f(x) = 0$ không có nghiệm trong khoảng $(a; b)$.

Câu 10.

Lời giải

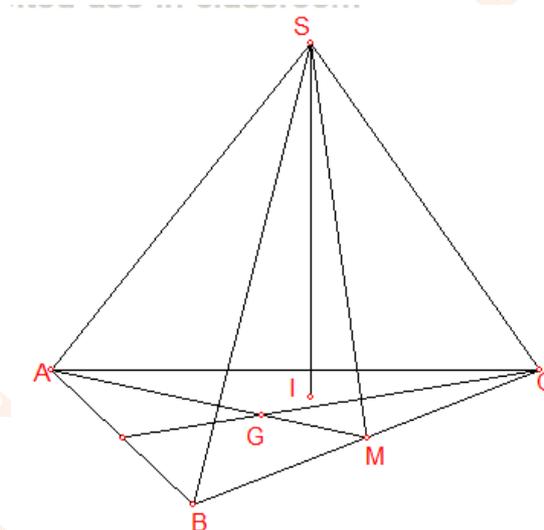
Chọn C

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n+1}{2n+1} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1 + \frac{1}{n}}{2 + \frac{1}{n}} = \frac{1}{2}.$$

Câu 11.

Lời giải

Chọn A



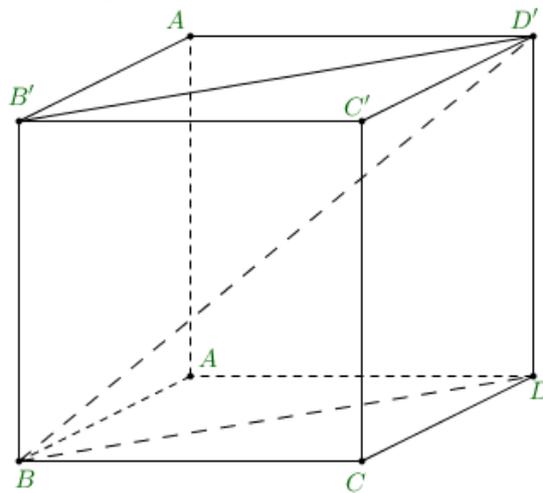
Ta có: Hình chiếu của S lên (ABC) là I nên $SI \perp (ABC)$ và $I \in (ABC)$.

Do đó, $d(I, (ABC)) = SI$.

Câu 12.

Lời giải

Chọn B



Áp dụng quy tắc hình hộp ta có $\vec{x} = \vec{BA} + \vec{BC} + \vec{BB'} = \vec{BD'}$.

Câu 13.

Lời giải

Chọn D

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} (1 + 3x - x^3) = \lim_{x \rightarrow -\infty} \left(\frac{1}{x^3} + \frac{3}{x^2} - 1 \right) x^3 = +\infty, \text{ đáp án D.}$$

Câu 14.

Lời giải

Chọn A

$$y' = -4x^5 \Rightarrow y'' = -4.5.x^4.$$

Câu 15.

Lời giải

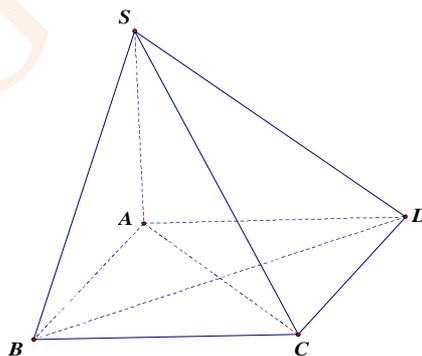
Chọn D

Áp dụng định nghĩa đạo hàm của hàm số tại một điểm.

Câu 16.

Lời giải

Chọn D



Ta có:

$BD \perp AC$ (1) (do $ABCD$ là hình vuông)

$BD \perp SA$ (2) (do $SA \perp (ABCD)$).

Từ (1) và (2) suy ra $BD \perp (SAC)$.

Câu 17.

Lời giải

Chọn B

Nếu $\lim u_n = a > 0, \lim v_n = 0$ và $v_n > 0, \forall n$ thì $\lim \frac{u_n}{v_n} = +\infty$.

$$\text{Ta có } \begin{cases} CD \perp AD \\ CD \perp SD \end{cases} \Rightarrow CD \perp SA.$$

Dựng $DK \perp SA$ ($K \in SA$), khi đó DK là đoạn vuông góc chung của SA, CD .

Do đó $d(DC, SA) = DK$. Xét tam giác SAD vuông tại D có DK là đường cao:

$$\frac{1}{DK^2} = \frac{1}{SD^2} + \frac{1}{AD^2} = \frac{1}{2a^2} + \frac{1}{4a^2} = \frac{3}{4a^2} \Rightarrow DK = \frac{2a}{\sqrt{3}}.$$

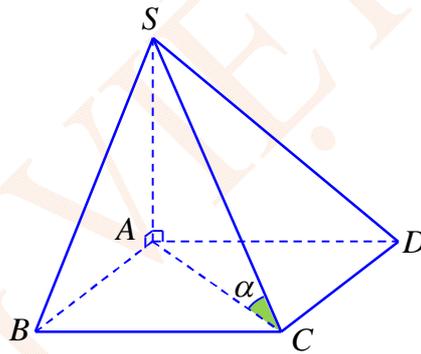
Câu 26.**Lời giải****Chọn B**

$$\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{4x+1}-3}{x-2} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{4(x-2)}{(x-2)(\sqrt{4x+1}+3)} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{4}{\sqrt{4x+1}+3} = \frac{2}{3}$$

Câu 27.**Lời giải****Chọn A**

$$\text{Ta có } v(t) = S'(t) = 3t^2 + 6t$$

$$a(t) = v'(t) = 6t + 6 \Rightarrow a(5) = 36 \text{ m/s}^2.$$

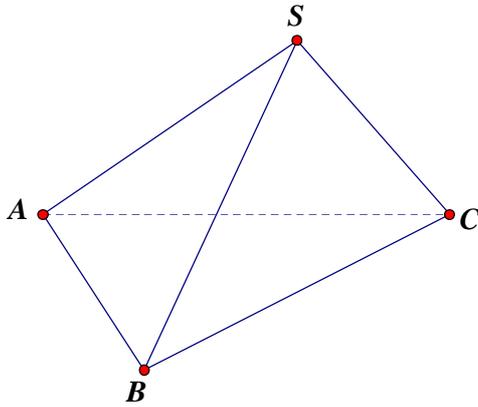
Câu 28.**Lời giải****Chọn B**

Ta có AC là hình chiếu vuông góc của SC lên mặt phẳng $(ABCD)$.

$$\Rightarrow (SC, (ABCD)) = \widehat{SCA} = \alpha.$$

Tam giác SAC vuông tại A có $\tan \alpha = \frac{SA}{AC}$, với $AC = a\sqrt{2}$ thì $\tan \alpha = \sqrt{2}$.

Câu 29.**Lời giải****Chọn B**



$$\text{Ta có } \cos(\overrightarrow{SB}, \overrightarrow{AC}) = \frac{\overrightarrow{SB} \cdot \overrightarrow{AC}}{|\overrightarrow{SB}| \cdot |\overrightarrow{AC}|} = \frac{(\overrightarrow{SA} + \overrightarrow{AB}) \cdot \overrightarrow{AC}}{a^2} = \frac{\overrightarrow{SA} \cdot \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}}{a^2} = \frac{-\frac{a^2}{2} + 0}{a^2} = -\frac{1}{2}.$$

Vậy góc giữa hai vectơ \overrightarrow{SB} và \overrightarrow{AC} bằng 120° .

Câu 30.

Lời giải

Chọn A

Gọi phương trình tiếp tuyến có dạng $y - y_0 = y'(x_0)(x - x_0)$ với $M(x_0; y_0)$ là tiếp điểm.

Tính $y' = 3x^2 - 2x + 1$. Vì tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = x^3 - x^2 + x + 1$ song song với đường thẳng

$$y = 6x + 4 \text{ nên } y'(x_0) = 6 \Leftrightarrow 3x_0^2 - 2x_0 + 1 = 6 \Leftrightarrow \begin{cases} x_0 = \frac{5}{3} \\ x_0 = -1. \end{cases}$$

$$\text{Với } x_0 = \frac{5}{3} \Rightarrow y_0 = \frac{122}{27}.$$

$$\text{Với } x_0 = -1 \Rightarrow y_0 = -2.$$

Ta được hai tiếp điểm $M_1\left(\frac{5}{3}; \frac{122}{27}\right)$ và $M_2(-1; -2)$.

$$\text{Với tiếp điểm } M_1\left(\frac{5}{3}; \frac{122}{27}\right), \text{ ta được tiếp tuyến là đường thẳng } y - \frac{122}{27} = 6\left(x - \frac{5}{3}\right) \Leftrightarrow y = 6x - \frac{148}{27} \text{ (nhận).}$$

$$\text{Với tiếp điểm } M_2(-1; -2), \text{ ta được tiếp tuyến là đường thẳng } y + 2 = 6(x + 1) \Leftrightarrow y = 6x + 4 \text{ (loại).}$$

Câu 31.

Lời giải

Chọn A

Hàm số đã cho xác định trên \mathbb{R} .

$$\text{Ta có: } \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^+} (x^2 + 4) = 5 = f(1).$$

$$\text{và } \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^-} (3x - 2) = 1 \neq f(1)$$

$$\text{Với mọi } x_0 \in (1; +\infty) \text{ ta có: } \lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = \lim_{x \rightarrow x_0} (x^2 + 4) = x_0^2 + 4 = f(x_0).$$

Vậy hàm số liên tục trên $[1; +\infty)$.

Câu 32.

Lời giải

Chọn C

$$y' = 3(m+2)x^2 + 3(m+2)x + 3.$$

-TH1: $m+2=0 \Leftrightarrow m=-2$ khi đó $y' = 3 > 0 \forall x \in \mathbb{R}$ (thỏa mãn).

-TH2: $m+2 \neq 0 \Leftrightarrow m \neq -2$.

Khi đó

$$y' \geq 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow (m+2)x^2 + (m+2)x + 1 \geq 0 \quad \forall x \in \mathbb{R}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m+2 > 0 \\ \Delta = m^2 - 4 \leq 0 \\ m \in \mathbb{Z} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > -2 \\ -2 \leq m \leq 2 \\ m \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

$$\Rightarrow m \in \{-1, 0, 1, 2\}.$$

Từ trường hợp 1 và 2 có tất cả 5 giá trị của tham số m thỏa yêu cầu bài toán.

Câu 33.

Lời giải

Chọn A

Gọi $M\left(a; \frac{a+2}{a+1}\right)$ với $a \neq -1$ là điểm thuộc (C) .

$$\text{Đạo hàm } y' = \frac{-1}{(x+1)^2} \Rightarrow k = y'(a) = -\frac{1}{(a+1)^2}.$$

$$\text{Phương trình tiếp tuyến } \Delta: y = \frac{-1}{(a+1)^2}(x-a) + \frac{a+2}{a+1} \Leftrightarrow x + (a+1)^2y - a^2 - 4a - 2 = 0.$$

$$\text{Ta có } d[I, \Delta] = \frac{|-2a-2|}{\sqrt{1+(a+1)^4}} = \frac{2|a+1|}{\sqrt{1+(a+1)^4}} = \frac{2}{\sqrt{(a+1)^2 + \frac{1}{(a+1)^2}}}.$$

$$\text{Để } d[I, \Delta] \text{ lớn nhất } \Leftrightarrow (a+1)^2 + \frac{1}{(a+1)^2} \text{ nhỏ nhất. Mà } (a+1)^2 + \frac{1}{(a+1)^2} \geq 2.$$

$$\text{Dấu " = " xảy ra khi } (a+1)^2 = 1 \Leftrightarrow \begin{cases} a = 0 \\ a = -2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \Delta: y = -x + 2 \\ \Delta: y = -x - 2 \end{cases}$$

Câu 34.

Lời giải

Chọn C

$$\text{Khi } x \rightarrow +\infty \text{ thì } \sqrt{x^2} = x \rightarrow \sqrt{x^2+1} - x \sim \sqrt{x^2} - x = x - x = 0$$

\rightarrow Nhân lượng liên hợp:

$$\text{Ta có } \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{(2-a)x-3}{\sqrt{x^2+1}-x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} ((2-a)x-3)(\sqrt{x^2+1}+x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} x^2 \left(2-a-\frac{3}{x}\right) \left(\sqrt{1+\frac{1}{x^2}}+1\right).$$

$$\text{Vì } \begin{cases} \lim_{x \rightarrow +\infty} x^2 = +\infty \\ \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\sqrt{1+\frac{1}{x^2}}+1\right) = 4 > 0 \end{cases} \Rightarrow \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{(2-a)x-3}{\sqrt{x^2+1}-x} = +\infty$$

$$\Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(2-a-\frac{3}{x}\right) = 2-a > 0 \Rightarrow a < 2.$$

$$\text{Giải nhanh : ta có } x \rightarrow +\infty \rightarrow \frac{2x-3}{\sqrt{x^2+1}-x}$$

$$= ((2-a)x-3)(\sqrt{x^2+1}+x) \sim (2-a)x.(\sqrt{x^2}+x) = 2(2-a)x \rightarrow +\infty \Leftrightarrow a < 2.$$

$$\text{Khi đó } P = a^2 - 2a + 4 = (a-1)^2 + 3 \geq 3, P = 3 \Leftrightarrow a = 1 < 2 \Rightarrow P_{\min} = 3.$$

Câu 35.

Lời giải

Chọn D

Gọi D, E lần lượt là trung điểm của AC, BC .

Trong hình chữ nhật $ACC'A'$ có MD là đường trung bình nên ta có $MD = AA' = 2a; MD \parallel AA'$

$$\Rightarrow MD \perp (ABC) \Rightarrow MD \perp BC \quad (1).$$

$$\text{Xét } \triangle ABC \text{ có } DE \text{ là đường trung bình nên ta có } DE = \frac{AB}{2} = \frac{a}{2}; DE \parallel AB \Rightarrow DE \perp BC \quad (2).$$

Từ (1) và (2), suy ra $BC \perp (MDE)$ (3).

Trong (MDE) kẻ $DF \perp ME$ tại F . (4).

Mà $DF \subset (MDE)$ kết hợp với (3) suy ra $DF \perp BC$ (5).

Từ (4) và (5), ta có $DF \perp (MBC)$ hay $d(D, (MBC)) = DF$.

Xét ΔMDE vuông tại D có đường cao DF , nên ta có

$$\frac{1}{DF^2} = \frac{1}{DM^2} + \frac{1}{DE^2} = \frac{1}{(2a)^2} + \frac{4}{a^2} = \frac{17}{4a^2} \Rightarrow DF = \frac{2a\sqrt{17}}{17}.$$

Mặt khác, $\frac{d(A, (MBC))}{d(D, (MBC))} = \frac{AC}{DC} = 2 \Rightarrow d(A, (MBC)) = 2d(D, (MBC)) = 2DF = \frac{4a\sqrt{17}}{17}.$

PHẦN II: TƯ LUẬN

Câu 36.

Lời giải

Ta có: $\left(6\sqrt{x} - \frac{1}{x^2}\right)' = \frac{3}{\sqrt{x}} + \frac{2}{x^3}.$

Câu 37.

Lời giải

ĐK: $2\sin 2x - \cos 2x \neq 0.$

Ta có

$$y' = \frac{(2\cos 2x - 2\sin 2x)(2\sin 2x - \cos 2x) - (\sin 2x + \cos 2x)(4\cos 2x + 2\sin 2x)}{(2\sin 2x - \cos 2x)^2} = \frac{-6}{(2\sin 2x - \cos 2x)^2}$$

$$y' = -6 \Leftrightarrow \frac{-6}{(2\sin 2x - \cos 2x)^2} = -6 \Leftrightarrow (2\sin 2x - \cos 2x)^2 = 1$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2\sin 2x - \cos 2x = 1 \\ 2\sin 2x - \cos 2x = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{2}{\sqrt{5}}\sin 2x - \frac{1}{\sqrt{5}}\cos 2x = \frac{1}{\sqrt{5}} \\ \frac{2}{\sqrt{5}}\sin 2x - \frac{1}{\sqrt{5}}\cos 2x = -\frac{1}{\sqrt{5}} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \sin(2x - \alpha) = \sin \alpha \\ \sin(2x - \alpha) = \sin(-\alpha) \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2x - \alpha = \alpha + k2\pi \\ 2x - \alpha = \pi - \alpha + k2\pi \\ 2x - \alpha = -\alpha + k2\pi \\ 2x - \alpha = \pi + \alpha + k2\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \alpha + k\pi \\ x = \frac{\pi}{2} + k\pi \\ x = k\pi \\ x = \frac{\pi}{2} + \alpha + k\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z}) \text{ với } \sin \alpha = \frac{1}{\sqrt{5}}; \cos \alpha = \frac{2}{\sqrt{5}}.$$

Câu 38.

Lời giải

a) Ta có:

$$y = f(x) = x\sqrt{x^2 + 1}$$

$$y' = (x)' \sqrt{x^2 + 1} + x(\sqrt{x^2 + 1})' = \sqrt{x^2 + 1} + x \frac{(x^2 + 1)'}{2\sqrt{x^2 + 1}} = \sqrt{x^2 + 1} + \frac{x^2}{\sqrt{x^2 + 1}} = \frac{x^2 + 1 + x^2}{\sqrt{x^2 + 1}} = \frac{2x^2 + 1}{\sqrt{x^2 + 1}}$$

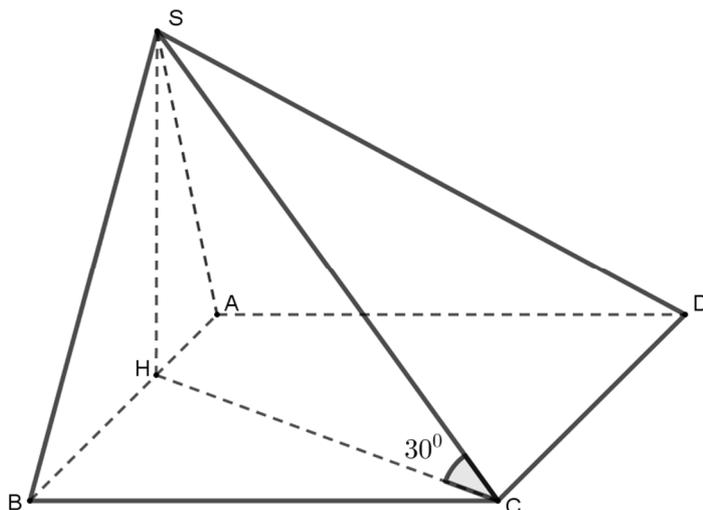
b) Với $x = 0 \Rightarrow f(0) = 0$

$$f'(0) = 1 = k$$

Phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số có dạng:

$$y - y_0 = k(x - x_0) \Leftrightarrow y - 0 = 1(x - 0) \Rightarrow y = x$$

Vậy phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số là: $y = x$

Câu 39.*Lời giải*

Trong tam giác SAB kẻ đường cao SH ($H \in AB$).

$$\begin{cases} (SAB) \perp (ABCD) \\ (SAB) \cap (ABCD) = AB \Rightarrow SH \perp (ABCD). \\ SH \perp AB \end{cases}$$

Vậy $SH = d(S, (ABCD))$

Ta có:

$$\begin{cases} BC \perp SH \\ BC \perp AB \\ AB \subset (SAB), SH \subset (SAB) \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SAB) \Rightarrow BC \perp SB \quad (SB \subset (SAB)).$$

Do đó tam giác SBC vuông tại B .

$$SC = \sqrt{SB^2 + BC^2} = a\sqrt{5} \quad (\text{định lý Pytago})$$

$SH \perp (ABCD) \Rightarrow SH \perp HC$ ($HC \subset (ABCD)$) \Rightarrow Tam giác SHC vuông tại H .

$$SH = SC \cdot \sin 30^\circ = \frac{a\sqrt{5}}{2}.$$

Vậy khoảng cách từ S đến $(ABCD)$ bằng $\frac{a\sqrt{5}}{2}$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

KIỂM TRA HỌC KỲ II NĂM HỌC 2020 - 2021

Môn: TOÁN - Lớp 11 - Chương trình chuẩn
Thời gian: 90 phút (Không kể thời gian phát đề)

Họ và tên thí sinh:..... SBD:.....

Mã đề thi
555

PHẦN I: TRẮC NGHIỆM KHÁCH QUAN

Câu 1. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{2n+7}$ bằng

- A. $+\infty$. B. $\frac{1}{2}$. C. 0. D. $\frac{1}{7}$.

Câu 2. Vi phân của hàm số $y = \frac{x+3}{1-2x}$ tại $x = -3$ là

- A. $dy = \frac{1}{7} dx$. B. $dy = 7dx$. C. $dy = -\frac{1}{7} dx$. D. $dy = -7dx$.

Câu 3. Chọn mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau:

- A. Nếu $\lim |u_n| = +\infty$ thì $\lim u_n = +\infty$. B. Nếu $\lim |u_n| = +\infty$ thì $\lim u_n = -\infty$.
C. Nếu $\lim u_n = 0$ thì $\lim |u_n| = 0$. D. Nếu $\lim u_n = -a$ thì $\lim |u_n| = a$.

Câu 4. Tính giá trị giới hạn $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^4 - 2x^5}{2x^4 + 3x^5 + 2}$ bằng

- A. $-\infty$. B. $-\frac{2}{7}$. C. $-\frac{1}{7}$. D. $-\frac{1}{12}$.

Câu 5. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi tâm O . Các mặt phẳng (SAC) , (SBD) cùng vuông góc với đáy. Hãy xác định đường thẳng vuông góc với $(ABCD)$ trong những đường sau đây?

- A. SB . B. SA . C. SO . D. SC .

Câu 6. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi G là trọng tâm tam giác ABD . Khi đó

- A. $\overline{CA} + \overline{CB} + \overline{CD} = \overline{CG}$. B. $\overline{CA} + \overline{CB} + \overline{CD} = 3\overline{CG}$.
C. $\overline{CA} + \overline{CB} + \overline{CD} = 3\overline{GC}$. D. $\overline{CA} + \overline{CB} + \overline{CD} = 2\overline{CG}$.

Câu 7. Cho hàm số $f(x) = x^4 - 2x^2 + 3$. Tính $f''(1)$.

- A. $f''(1) = 16$ B. $f''(1) = 12$ C. $f''(1) = 0$ D. $f''(1) = 8$

Câu 8. Trong các mệnh đề mệnh đề sau, mệnh đề nào sai?

- A. Hàm số $y = \cos x$ liên tục trên \mathbb{R} . B. Hàm số $y = \sin x$ liên tục trên \mathbb{R} .
C. Hàm số $y = \tan x$ liên tục trên \mathbb{R} . D. Hàm số $y = 2x + 1$ liên tục trên \mathbb{R} .

Câu 9. Mệnh đề nào dưới đây sai?

- A. Hình hộp chữ nhật là lăng trụ đứng.
B. Hình lăng trụ đứng có đáy là hình chữ nhật được gọi là hình hộp chữ nhật.
C. Hình lăng trụ là hình hộp đứng.
D. Hình lập phương là hình hộp chữ nhật có tất cả các cạnh bằng nhau.

Câu 10. Tính đạo hàm của hàm số $f(x) = \frac{x^2+x}{x-2}$ tại điểm $x = 1$.

- A. $f'(1) = -4$. B. $f'(1) = -3$. C. $f'(1) = -2$. D. $f'(1) = -5$.

Câu 11. Cho hình chóp $S.ABCD$, mặt đáy $ABCD$ là hình vuông có cạnh bằng a , SA vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$ và $SA = a$. Tính khoảng cách d từ điểm A đến mặt phẳng (SBC) .

A. $d = \frac{a}{2}$. B. $d = \frac{a\sqrt{2}}{2}$. C. $d = \frac{a\sqrt{3}}{2}$. D. $d = a$.

Câu 12. Đạo hàm của hàm số $y = 2\sqrt{x} - 3$ là

A. $y' = \frac{1}{2\sqrt{x}} - 3$. B. $y' = \frac{1}{2\sqrt{x}}$. C. $y' = \frac{1}{\sqrt{x}} - 3$. D. $y' = \frac{1}{\sqrt{x}}$.

Câu 13. Cho hàm số $y = 2x^3 - x + 3$ (P). Phương trình tiếp tuyến với (P) tại $M(0;3)$ là

A. $y = 4x - 1$. B. $y = 11x + 3$. C. $y = -x - 3$. D. $y = -x + 3$.

Câu 14. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có tất cả các cạnh đều bằng a . Số đo góc giữa hai đường thẳng BC , SA bằng

A. 60° . B. 120° . C. 90° . D. 45° .

Câu 15. Tính $\lim_{x \rightarrow +\infty} (-2x^3 - 4x^2 + 5)$

A. 3. B. -2. C. $-\infty$. D. $+\infty$.

Câu 16. Xét hai mệnh đề sau:

(I): $f(x)$ có đạo hàm tại x_0 thì $f(x)$ liên tục tại x_0 .

(II): $f(x)$ liên tục tại x_0 thì $f(x)$ có đạo hàm tại x_0 .

- A. Mệnh đề (I) đúng, (II) sai. B. Cả 2 mệnh đề (I) và (II) đều sai.
C. Cả 2 mệnh đề (I) và (II) đều đúng. D. Mệnh đề (II) đúng, (I) sai.

Câu 17. Hàm số $y = x - \frac{4}{x}$ có đạo hàm bằng

A. $\frac{x^2+4}{x^2}$. B. $\frac{-x^2-4}{x^2}$. C. $\frac{x^2-4}{x^2}$. D. $\frac{-x^2+4}{x^2}$.

Câu 18. Hàm số $y = x^2 \cdot \cos x$ có đạo hàm là

A. $y' = 2x \sin x - x^2 \cos x$. B. $y' = 2x \cos x - x^2 \sin x$.
C. $y' = 2x \cos x + x^2 \sin x$. D. $y' = 2x \sin x + x^2 \cos x$.

Câu 19. Cho hàm số $f(x) = a \sin x + \frac{1}{2} \cos x + 1$ có đạo hàm là $f'(x)$. Để $f'(0) = \frac{1}{2}$ thì a bằng bao nhiêu?

A. $a = -\frac{\sqrt{2}}{2}$. B. $a = \frac{1}{2}$. C. $a = -\frac{1}{2}$. D. $a = \frac{\sqrt{2}}{2}$.

Câu 20. Hàm số $y = \frac{x^2 - 44x + 2}{2x - 1}$ liên tục trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-\infty; \frac{1}{2})$. B. $(\frac{1}{2}; +\infty)$.
C. $(-\infty; +\infty)$. D. $(-\infty; \frac{1}{2})$ và $(-\infty; \frac{1}{2})$.

Câu 21. Cho $I = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2(\sqrt{3x+1}-1)}{x}$ và $J = \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 - x - 2}{x+1}$. Khi đó $I - J$ bằng

A. 0. B. 6. C. 3. D. -6.

Câu 22. Cho tứ diện $ABCD$ có $AB = AC = AD$ và $\widehat{BAC} = \widehat{BAD} = 60^\circ, \widehat{CAD} = 90^\circ$. Gọi I và J lần lượt là trung điểm của AB và CD . Hãy xác định góc giữa cặp vector \vec{IJ} và \vec{CD} .

A. 90° . B. 120° . C. 45° . D. 60° .

Câu 23. Cho tứ diện $ABCD$ Gọi M và P lần lượt là trung điểm của AB và CD Đặt $\vec{AB} = \vec{b}, \vec{AC} = \vec{c}, \vec{AD} = \vec{d}$ Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. $\overrightarrow{MP} = \frac{1}{2}(\vec{c} + \vec{d} + \vec{b})$

B. $\overrightarrow{MP} = \frac{1}{2}(\vec{d} + \vec{b} - \vec{c})$

C. $\overrightarrow{MP} = \frac{1}{2}(\vec{c} + \vec{b} - \vec{d})$

D. $\overrightarrow{MP} = \frac{1}{2}(\vec{c} + \vec{d} - \vec{b})$

Câu 24. Cho hàm số $f(x) = \cos x$, tìm số gia tương ứng của hàm số biết $x_0 = \frac{\pi}{3}, \Delta x = \pi$.

A. -1.

B. 0.

C. $\frac{\pi}{3}$.

D. π .

Câu 25. Cho lăng trụ đứng tam giác $ABC.A'B'C'$ có đáy là một tam giác vuông cân tại B , $AB = BC = a$, $AA' = a\sqrt{2}$, M là trung điểm BC . Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng AM và $B'C$.

A. $a\sqrt{3}$.

B. $\frac{a}{\sqrt{7}}$.

C. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$.

D. $\frac{2a}{\sqrt{5}}$.

Câu 26. Cho hàm số $f(x) = \frac{x-1}{3x}$. Tập nghiệm của bất phương trình $f'(x) < 0$ là

A. \emptyset .

B. $\mathbb{R} \setminus \{0\}$.

C. $(-\infty; 0)$.

D. $(0; +\infty)$.

Câu 27. Cho chóp $S.ABC$ có SA vuông góc với đáy, tam giác ABC vuông tại B . Biết $SA = AB = BC$. Tính góc giữa đường thẳng SB và mặt phẳng (SAC) .

A. $\arccos \frac{1}{3}$.

B. 30° .

C. 45° .

D. 60° .

Câu 28. Cho hàm số $y = \cos x + m \sin 2x (C)$ (m là tham số). Tìm tất cả các giá trị m để tiếp tuyến của (C) tại điểm có hoành độ $x = \pi$, $x = \frac{\pi}{3}$ song song hoặc trùng nhau.

A. $m = -2\sqrt{3}$.

B. $m = -\frac{\sqrt{3}}{6}$.

C. $m = -\frac{2\sqrt{3}}{3}$.

D. $m = \sqrt{3}$.

Câu 29. Cho hàm số $y = x \cdot \cos x$. Tính giá trị biểu thức $M = xy + xy'' - 2(y' - \cos x)$.

A. $M = -1$.

B. $M = 2$.

C. $M = 1$.

D. $M = 0$.

Câu 30. Cho hàm số $y = x^3 - 3x^2$. Có bao nhiêu tiếp tuyến của đồ thị hàm số song song với trục hoành?

A. 0.

B. 1.

C. 2.

D. 3.

Câu 31. Một chất điểm chuyển động theo phương trình $s(t) = 2t^2$, trong đó $t > 0$, t tính bằng giây và $s(t)$ tính bằng mét. Tính vận tốc của chất điểm tại thời điểm $t = 2$ giây.

A. 8m/s.

B. 4 m/s.

C. 2 m/s.

D. 3 m/s.

Câu 32. Tìm m để hàm số $y = \frac{(m+1)x^3}{3} - (m+1)x^2 + (3m+2)x + 1$ có $y' \leq 0, \forall x \in \mathbb{R}$.

A. $m \leq -\frac{1}{2}$

B. $m < -1$

C. $m \leq 1$

D. $m \leq -1$

Câu 33. Cho hàm số $y = f(x)$ và tiếp tuyến của đồ thị hàm số tại điểm có hoành độ $x_A; x_B; x_C; x_D$ như hình vẽ. Khẳng định nào sau đây là SAI?

A. $f'(x_A) \cdot f'(x_B) \cdot f'(x_D) > 0$.

B. $f'(x_A) \cdot f'(x_B) \cdot f'(x_C) \cdot f'(x_D) > 0$.

C. $f'(x_A) < 0; f'(x_D) > 0$.

D. $f'(x_A) \cdot f'(x_B) \cdot f'(x_C) = 0$.

Câu 34. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi cạnh a , $\widehat{ABC} = 120^\circ, SA \perp (ABCD)$. Biết góc giữa hai mặt phẳng (SBC) và (SCD) bằng 60° , khi đó

A. $SA = \frac{a\sqrt{6}}{4}$.

B. $SA = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.

C. $SA = \frac{a\sqrt{6}}{2}$.

D. $SA = a\sqrt{6}$.

Câu 35. Cho biết $L = \lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}} \frac{\sqrt{1+ax^2-bx-2}}{4x^3-3x+1} = c$ với $a, b, c \in \mathbb{R}$. Tìm số nghiệm thực của phương trình $ax^4 - 2bx^2 + c - 2 = 0$.

A. 1.

B. 3.

C. 0.

D. 2.

PHẦN II: TƯ LUẬN

Câu 36. Tính đạo hàm của hàm số $y = \frac{x^2 + x + 1}{2x^2 - x + 4}$.

Câu 37. Cho hàm số $y = f(x) = \cos\left(2x - \frac{\pi}{3}\right)$. Tìm các nghiệm của phương trình $f^{(4)}(x) = -8$ thuộc đoạn $\left[0; \frac{\pi}{2}\right]$

Câu 38. Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = f(x) = x^3 - 3x^2 - 9x$ tại điểm có hoành độ $x_0 = 1$.

Câu 39. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông tâm O , cạnh bằng $4a$; Hình chiếu vuông góc của S trên mặt đáy là trung điểm H trên OA ; góc giữa mặt phẳng (SAD) và mặt đáy bằng 45° . Tính khoảng cách từ B đến mặt phẳng (SAD) .

----- HẾT -----

HƯỚNG DẪN GIẢI - ĐÁP ÁN CHI TIẾT

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
C	A	C	C	C	B	D	C	C	D	B	D	D	A	C	A	A	B
19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36
B	D	B	A	D	A	B	A	B	B	D	C	A	D	B	A	C	

PHẦN I: TRẮC NGHIỆM KHÁCH QUAN**Câu 1.**

Chọn C

$$\text{Ta có: } \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{2n+7} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\frac{1}{n}}{2+\frac{7}{n}} = 0.$$

Lời giải

Câu 2.

Chọn A

$$\text{Ta có } y' = \frac{7}{(1-2x)^2} \Rightarrow y'(-3) = \frac{1}{7} \Rightarrow dy = \frac{1}{7} dx.$$

Lời giải

Câu 3.

Chọn C

Câu 4.

Chọn C

$$\text{Ta có } \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^4 - 2x^5}{2x^4 + 3x^5 + 2} = -\frac{1}{7}.$$

Lời giải

Lời giải

Câu 5.

Chọn C

Các mặt phẳng (SAC), (SBD) cùng vuông góc với (ABCD) nên giao tuyến của chúng là SO vuông góc với (ABCD).

Lời giải

Câu 6.

Chọn B

$$G \text{ là trọng tâm tam giác } ABD \text{ nên } \overline{GA} + \overline{GB} + \overline{GD} = \vec{0} \Rightarrow \overline{CA} + \overline{CB} + \overline{CD} - 3\overline{CG} = \vec{0} \\ \Rightarrow \overline{CA} + \overline{CB} + \overline{CD} = 3\overline{CG}.$$

Lời giải

Câu 7.

Chọn D

$$+) f'(x) = (x^4 - 2x^2 + 3)' = 4x^3 - 4x,$$

$$+) f''(x) = (4x^3 - 4x)' = 12x^2 - 4$$

$$+) f''(1) = 8.$$

Lời giải

Câu 8.

Chọn C

Lời giải

Hàm số $y = \tan x$ xác định khi $x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi$ nên không liên tục trên \mathbb{R} . Chỉ liên tục trên tập xác định của nó.

Câu 9.

Lời giải

Chọn C

Đáp án “Hình lăng trụ là hình hộp đứng” là sai do hình lăng trụ có thể là hình hộp có cạnh bên không vuông góc với đáy.

Câu 10.

Lời giải

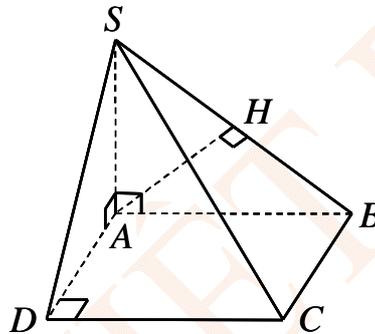
Chọn D

$$\begin{aligned} \text{Ta có } f'(x) &= \frac{(x^2+x)'(x-2) - (x^2+x)(x-2)'}{(x-2)^2} \\ &= \frac{(2x+1)(x-2) - (x^2+x)}{(x-2)^2} = \frac{x^2-4x-2}{(x-2)^2} \Rightarrow f'(1) = -5. \end{aligned}$$

Câu 11.

Lời giải

Chọn B



Vì $SA \perp (ABCD)$ nên $SA \perp AB$.

Vì $SA = AB = a$ nên $\triangle SAB$ vuông cân tại A . Suy ra $SB = a\sqrt{2}$.

Gọi H là trung điểm của SB , suy ra $AH \perp SB$ (1)

Ta có $SA \perp (ABCD) \Rightarrow SA \perp BC$ (2).

Vì $ABCD$ là hình vuông nên $BC \perp AB$ (3).

Từ (2) và (3) suy ra $BC \perp (SAB) \Rightarrow BC \perp AH$ (4)

Từ (1) và (4) suy ra $AH \perp (SBC)$ tại H .

Do đó khoảng cách từ A đến (SBC) là $d(A, (SBC)) = AH = \frac{1}{2}SB = \frac{a\sqrt{2}}{2}$.

Câu 12.

Lời giải

Chọn D

$$\text{Ta có: } y' = 2 \cdot \frac{1}{2\sqrt{x}} = \frac{1}{\sqrt{x}}.$$

Câu 13.

Lời giải

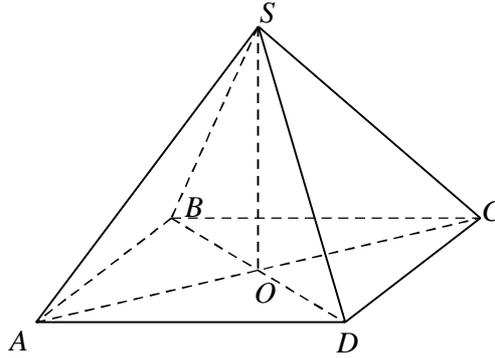
Chọn D

Ta có $y' = 6x^2 - 1 \Rightarrow k = y'(0) = -1$.

Vậy phương trình tiếp tuyến: $y = -x + 3$.

Câu 14.

Lời giải

Chọn A

Vì $AD \parallel BC$ nên góc giữa BC và SA là góc giữa AD và SA .

Hình chóp có tất cả các cạnh đều bằng a nên $\triangle SAD$ đều, suy ra $(AD, SA) = 60^\circ$.

Câu 15.**Lời giải****Chọn C**

Ta có: $\lim_{x \rightarrow +\infty} (-2x^3 - 4x^2 + 5) = \lim_{x \rightarrow +\infty} x^3 \left(-2 - \frac{4}{x} + \frac{5}{x^3} \right) = -\infty$.

Câu 16.**Lời giải****Chọn A****Câu 17.****Lời giải****Chọn A**

Ta có: $y' = 1 + \frac{4}{x^2} \Leftrightarrow y' = \frac{x^2 + 4}{x^2}$.

Câu 18.**Lời giải****Chọn B**

Ta có $y' = 2x \cdot \cos x + x^2 \cdot (-\sin x) = 2x \cos x - x^2 \cdot \sin x$.

Câu 19.**Lời giải****Chọn B**

Ta có $f'(x) = a \cos x - \frac{1}{2} \sin x$.

Mà $f'(0) = \frac{1}{2} \Leftrightarrow a \cos 0 - \frac{1}{2} \sin 0 = \frac{1}{2} \Leftrightarrow a = \frac{1}{2}$.

Vậy $a = \frac{1}{2}$.

Câu 20.**Lời giải****Chọn D**

Hàm phân thức liên tục trên TXĐ.

✧ Phân tích:

Áp dụng tính chất hàm số liên tục.

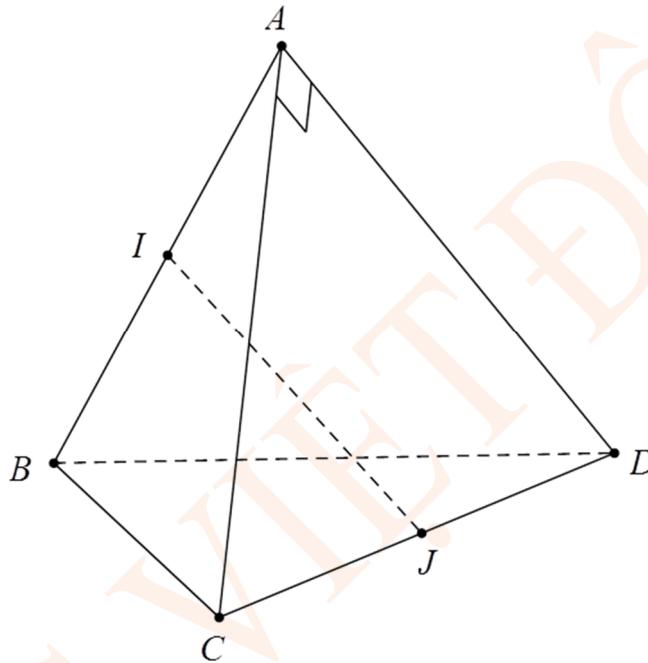
Câu 21.**Lời giải**

Chọn B

Ta có

$$I = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2(\sqrt{3x+1}-1)}{x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{6x}{x(\sqrt{3x+1}+1)} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{6}{\sqrt{3x+1}+1} = 3.$$

$$J = \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 - x - 2}{x+1} = \lim_{x \rightarrow -1} \frac{(x+1)(x-2)}{x+1} = \lim_{x \rightarrow -1} (x-2) = -3.$$

Khi đó $I - J = 6$.**Câu 22.****Lời giải****Chọn A**

$$\vec{IJ} = \vec{IA} + \vec{AD} + \vec{DJ} \quad (1)$$

$$\vec{IJ} = \vec{IB} + \vec{BC} + \vec{CJ} \quad (2)$$

Lấy (1) + (2) ta được:

$$2\vec{IJ} = (\vec{IA} + \vec{IB}) + (\vec{AD} + \vec{BC}) + (\vec{DJ} + \vec{CJ}) = \vec{AD} + \vec{BC}$$

$$\text{Hay } \vec{IJ} = \frac{1}{2}(\vec{AD} + \vec{BC}) = \frac{1}{2}(\vec{AD} + \vec{AC} - \vec{AB}).$$

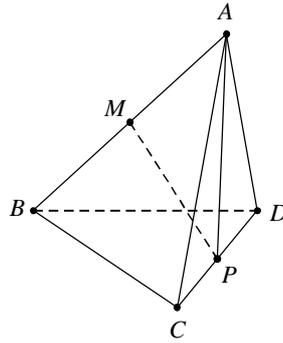
$$\vec{IJ} \cdot \vec{CD} = \frac{1}{2}(\vec{AD} + \vec{AC} - \vec{AB}) \cdot (\vec{AD} - \vec{AC})$$

$$= \frac{1}{2}AD^2 - \frac{1}{2}\vec{AD} \cdot \vec{AC} + \frac{1}{2}\vec{AC} \cdot \vec{AD} - \frac{1}{2}AC^2 - \frac{1}{2}\vec{AB} \cdot \vec{AD} + \frac{1}{2}\vec{AB} \cdot \vec{AC}.$$

$$= -\frac{1}{2}AB \cdot AD \cdot \cos 60^\circ + \frac{1}{2}AB \cdot AC \cdot \cos 60^\circ = 0$$

Vậy: $\vec{IJ} \perp \vec{CD}$.**Câu 23.****Lời giải**

Chọn D



Vì M, P lần lượt là trung điểm của $AB, CD \Rightarrow \begin{cases} 2\overline{AM} = \overline{AB} \\ \overline{AC} + \overline{AD} = 2\overline{AP} \end{cases}$
 Ta có $\overline{MP} = \overline{MA} + \overline{AP} = -\overline{AM} + \overline{AP} = -\frac{1}{2}\overline{AB} + \frac{1}{2}(\overline{AC} + \overline{AD}) = -\frac{1}{2}\vec{b} + \frac{1}{2}\vec{c} + \frac{1}{2}\vec{d}$.

Câu 24.

Lời giải

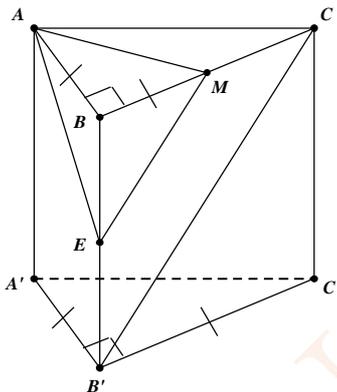
Chọn A

Ta có: $\Delta y = f(x_0 + \Delta x) - f(x_0) = f\left(\frac{4\pi}{3}\right) - f\left(\frac{\pi}{3}\right) = \cos\left(\frac{4\pi}{3}\right) - \cos\left(\frac{\pi}{3}\right) = -1$.

Câu 25.

Lời giải

Chọn B



Gọi E là trung điểm của BB' . Khi đó: $EM \parallel B'C \Rightarrow B'C \parallel (AME)$

Ta có: $d(AM, B'C) = d(B'C, (AME)) = d(C, (AME)) = d(B, (AME))$

Xét khối chóp $BAME$ có các cạnh BE, AB, BM đôi một vuông góc với nhau nên

$$\frac{1}{d^2(B, (AME))} = \frac{1}{AB^2} + \frac{1}{MB^2} + \frac{1}{EB^2} \Leftrightarrow \frac{1}{d^2(B, (AME))} = 7a^2 \Leftrightarrow d^2(B, (AME)) = \frac{a^2}{7}$$

$$\Leftrightarrow d(B, (AME)) = \frac{a}{\sqrt{7}}$$

Câu 26.

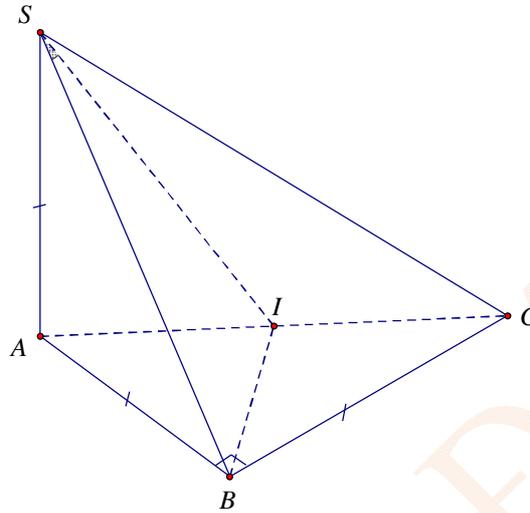
Lời giải

Chọn A

Tập xác định của hàm số là $\mathbb{R} \setminus \{0\}$.

Ta có: $f'(x) = \frac{1}{3x^2} \Rightarrow f'(x) > 0$ với $\forall x \neq 0$.

Vậy Tập nghiệm của bất phương trình $f'(x) < 0$ là \emptyset .

Câu 27.**Lời giải****Chọn B**

Gọi I là trung điểm của $AC \Rightarrow BI \perp AC$ (vì ΔABC vuông cân tại A). (1)

Mặt khác: $SA \perp BI$ (vì $SA \perp (ABC)$) (2)

Từ (1) và (2), suy ra: $BI \perp (SAC)$.

$\Rightarrow SI$ là hình chiếu của SB lên (SAC) .

$\Rightarrow (\widehat{SB, (SAC)}) = (\widehat{SB, SI}) = \widehat{BSI}$.

Xét ΔBSI vuông tại I , ta có: $\sin \widehat{BSI} = \frac{BI}{SB} = \frac{\frac{AB\sqrt{2}}{2}}{AB\sqrt{2}} = \frac{1}{2}$.

$\Rightarrow \widehat{BSI} = 30^\circ$.

Câu 28.**Lời giải****Chọn B**

Ta có: $y' = -\sin x + 2m \cos 2x$.

Theo đề: $y'(\pi) = y'\left(\frac{\pi}{3}\right) \Rightarrow 2m = -\frac{\sqrt{3}}{2} - m \Leftrightarrow m = -\frac{\sqrt{3}}{6}$.

Câu 29.**Lời giải****Chọn D**

Ta có $y' = \cos x - x \cdot \sin x \Rightarrow y'' = -2\sin x - x \cdot \cos x$.

Khi đó $xy + xy'' = x^2 \cos x + x(-2\sin x - x \cos x) = -2x \sin x$.

Và $2(y' - \cos x) = 2(\cos x - x \sin x - \cos x) = -2x \sin x$.

Vậy $xy + xy'' = 2(y' - \cos x) \Rightarrow M = 0$.

Câu 30.**Lời giải****Chọn C**

Xét $y' = 3x^2 - 6x$

Tiếp tuyến song song với trục hoành có hệ số góc bằng 0 nên tiếp điểm của tiếp tuyến với đồ thị hàm số là

nghiệm của phương trình $y' = 3x^2 - 6x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \end{cases}$

Với $x = 0 \Rightarrow y = 0$ ta có tiếp tuyến là: $y = 0$

Với $x = 2 \Rightarrow y = -4$ ta có tiếp tuyến là: $y = -4$

Câu 31.**Lời giải****Chọn A**

Ta tính được $s'(t) = 4t$.

Vận tốc của chất điểm $v(t) = s'(t) = 4t \Rightarrow v(2) = 4.2 = 8$ (m/s).

Câu 32.**Lời giải****Chọn D**

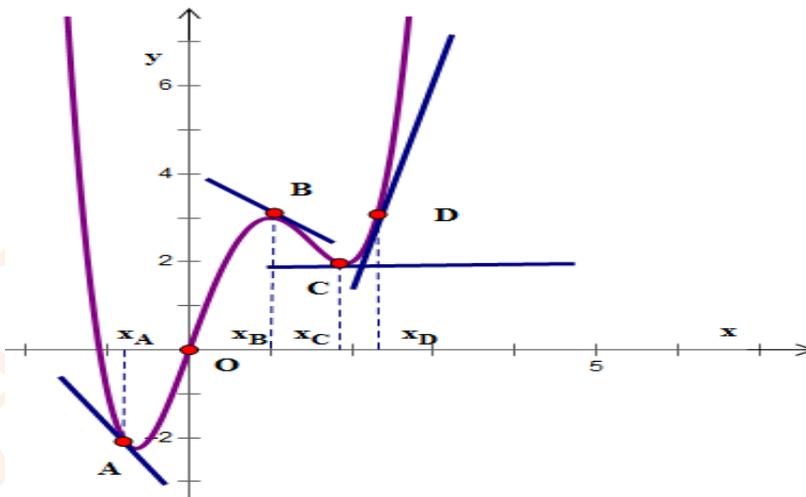
Ta có $y = (m + 1)x^2 - 2(m + 1)x + (3m + 2)$

TH1: $m = -1, y' = -1, y' \leq 0, \forall x \in \mathbb{R}$. Suy ra $m = -1$ thỏa yêu cầu bài toán.

TH2: $m \neq -1,$

$$\begin{aligned} & y' \leq 0, \forall x \in \mathbb{R} \\ \Leftrightarrow & (m + 1)x^2 - 2(m + 1)x + (3m + 2) \leq 0, \forall x \in \mathbb{R} \\ \Leftrightarrow & \begin{cases} m + 1 < 0 \\ \Delta' = (m + 1)^2 - (m + 1)(3m + 2) \leq 0 \end{cases} \\ \Leftrightarrow & \begin{cases} m < -1 \\ -2m^2 - 3m - 1 \leq 0 \end{cases} \\ \Leftrightarrow & \begin{cases} m < -1 \\ m \leq -1 \\ m \geq -\frac{1}{2} \end{cases} \\ \Leftrightarrow & m < -1 \end{aligned}$$

Vậy $m \leq -1$

Câu 33.**Lời giải****Chọn B**

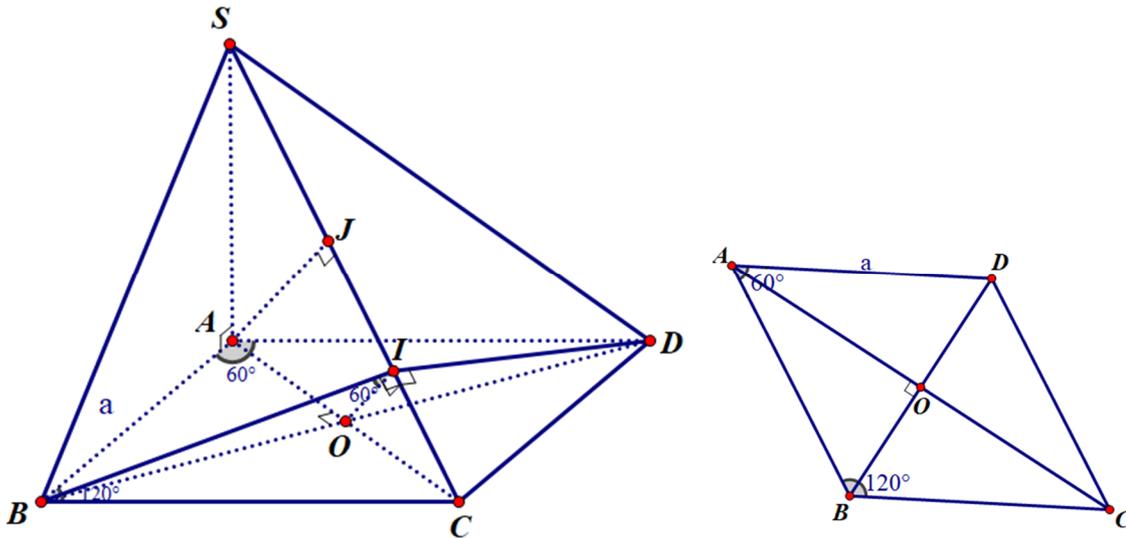
Tiếp tuyến tại A là một đường thẳng có chiều hướng đi xuống nên $f'(x_A) < 0$.

Tiếp tuyến tại B là một đường thẳng có chiều hướng đi xuống nên $f'(x_B) < 0$.

Tiếp tuyến tại C là một đường thẳng nằm ngang nên $f'(x_C) = 0$.

Tiếp tuyến tại D là một đường thẳng có chiều hướng đi lên nên $f'(x_D) > 0$.

Câu 34.**Lời giải****Chọn A**



Vì $ABCD$ là hình thoi cạnh a và $\widehat{ABC} = 120^\circ$ nên suy ra $\widehat{BAD} = 60^\circ$, suy ra $\triangle BAD$ đều cạnh a , do vậy ta thu được kết quả: $BD = a, AC = 2AO = 2 \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} = a\sqrt{3}$.

Trong mặt phẳng (SAC) dựng $OI \perp SC$ tại I .

$$\text{Ta có } \begin{cases} BD \perp AC \\ BD \perp SA \end{cases} \Rightarrow BD \perp (SAC) \Rightarrow BD \perp SC \Rightarrow SC \perp (BDI) \Rightarrow \begin{cases} SC \perp BI \\ SC \perp DI \end{cases}$$

Mặt khác, BI và DI là 2 đường cao hạ từ 2 đỉnh tương ứng của hai tam giác bằng nhau $\triangle SBC$ và $\triangle SCD$, nên $BI = DI$ suy ra $\triangle BID$ cân tại I .

$$\text{Vì } \begin{cases} (SBC) \cap (SCD) = SC \\ BI \perp SC \\ DI \perp SC \end{cases} \Rightarrow ((SBC), (SCD)) = (BI, DI).$$

Nếu $\widehat{BID} < 90^\circ$ thì $\widehat{BID} = (BI, DI) = 60^\circ$. Khi đó $\triangle BID$ đều cạnh a , điều này không thể xảy ra vì trong tam giác vuông $IDC, ID < CD = a$.

$$\text{Do vậy } \widehat{BID} > 90^\circ \Rightarrow \widehat{BID} = 180^\circ - (BI, DI) = 120^\circ \Rightarrow \widehat{BIO} = 60^\circ.$$

$$\text{Xét tam giác vuông } BIO, \text{ ta có } \tan \widehat{BIO} = \frac{OB}{OI} \Rightarrow OI = \frac{OB}{\tan 60^\circ} = \frac{a}{2\sqrt{3}} = \frac{a\sqrt{3}}{6}.$$

$$\text{Trong mặt phẳng } (SAC) \text{ dựng } AJ \perp SC \text{ tại } J, \text{ khi đó } AJ = 2OI = \frac{a\sqrt{3}}{3}.$$

$$\text{Trong tam giác vuông } SAC, \text{ đường cao } AJ \text{ ta có: } \frac{1}{SA^2} = \frac{1}{AJ^2} - \frac{1}{AC^2} = \frac{3}{a^2} - \frac{1}{3a^2} = \frac{8}{3a^2} \Rightarrow SA = \frac{a\sqrt{6}}{4}.$$

Câu 35.

Lời giải

Chọn C

$$\text{Để thấy } 4x^3 - 3x + 1 = 0 \Leftrightarrow (2x - 1)^2(x + 1) = 0 \text{ có nghiệm kép } x = \frac{1}{2}.$$

$$\text{Vì } L \text{ hữu hạn nên phương trình } \sqrt{1 + ax^2} - bx - 2 = 0 \text{ phải có nghiệm kép là } x = \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow 1 + ax^2 - (bx + 2)^2 = 0 \text{ có nghiệm kép } x = \frac{1}{2}$$

$$\Leftrightarrow (a - b^2)x^2 - 4bx - 3 = 0 \text{ có nghiệm kép } x = \frac{1}{2}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a - b^2 \neq 0 \\ \Delta = 16b^2 + 4(a - b^2) \cdot 3 = 0 \\ (a - b^2) \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^2 - 4 \cdot b \cdot \frac{1}{2} - 3 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a - b^2 \neq 0 \\ a - b^2 = -\frac{4}{3}b^2 \\ -\frac{4}{3}b^2 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^2 - 4 \cdot b \cdot \frac{1}{2} - 3 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow a = b = -3.$$

Thử lại: Khi $a = b = -3$ ta có $\sqrt{1 - 3x^2} + 3x - 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 1 - 3x^2 \geq 0 \\ 1 - 3x^2 = (2 - 3x)^2 \end{cases}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 1 - 3x^2 \geq 0 \\ 4x^2 - 4x + 1 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow x = \frac{1}{2} \text{ (thỏa mãn).}$$

$$\text{Khi đó } L = \lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}} \frac{\sqrt{1 - 3x^2} + 3x - 2}{4x^3 - 3x + 1} = \lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}} \frac{\frac{-3(2x-1)^2}{\sqrt{1-3x^2} - (3x-2)}}{(2x-1)^2(x+1)} = \lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}} \frac{-3}{(\sqrt{1-3x^2} - 3x + 2)(x+1)} = -2$$

Suy ra $c = -2$.

Vậy ta có phương trình $-3x^4 + 6x^2 - 4 = 0$ vô nghiệm.

PHẦN II: TỰ LUẬN

Câu 36.

Lời giải

$$\text{Ta có: } y = \frac{x^2 + x + 1}{2x^2 - x + 4} \Rightarrow y' = \frac{(2x+1)(2x^2 - x + 4) - (x^2 + x + 1)(4x - 1)}{(2x^2 - x + 4)^2} = \frac{-3x^2 + 4x + 5}{(2x^2 - x + 4)^2}.$$

Câu 37.

Lời giải

$$f'(x) = -2 \sin\left(2x - \frac{\pi}{3}\right), f''(x) = -4 \cos\left(2x - \frac{\pi}{3}\right), f'''(x) = 8 \sin\left(2x - \frac{\pi}{3}\right), f^{(4)}(x) = 16 \cos\left(2x - \frac{\pi}{3}\right).$$

$$f^{(4)}(x) = -8 \Leftrightarrow \cos\left(2x - \frac{\pi}{3}\right) = -\frac{1}{2} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{2} + k\pi \\ x = -\frac{\pi}{6} + k\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z}).$$

Vì $x \in \left[0; \frac{\pi}{2}\right]$ nên lấy được $x = \frac{\pi}{2}$.

Câu 38.

Lời giải

Tung độ của tiếp điểm là $y_0 = f(1) = -11$.

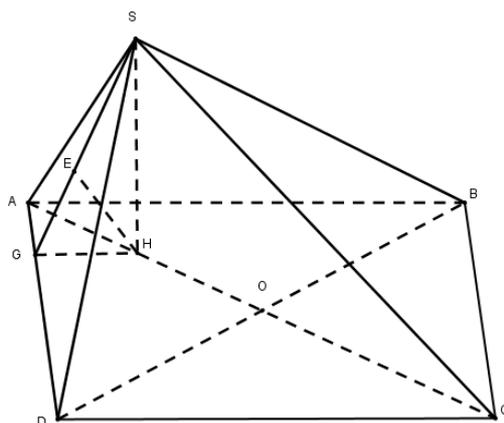
Hệ số góc của tiếp tuyến là $k = f'(1) = -12$.

Phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số đã cho tại điểm có hoành độ $x_0 = 1$ là:

$$y = -12(x - 1) - 11 \Leftrightarrow y = -12x + 1.$$

Câu 39.

Lời giải



Ta có $d(B, (SAD)) = d(C, (SAD))$ (vì $BC \parallel (SAD)$).

Mặt khác $CA = 4HA \Rightarrow d(C, (SAD)) = 4d(H, (SAD))$.

Từ H kẻ $HG \perp AD \Rightarrow AD \perp SH$, do đó $\widehat{SGH} = ((SAD), (ABCD)) = 45^\circ$.

Tam giác SHG vuông cân tại H nên ta có $SG = HG\sqrt{2} = \frac{AB}{4}\sqrt{2} = a\sqrt{2}$.

Kẻ $HE \perp SG$, dễ thấy $d(H, (SAD)) = HE = \frac{SG}{2} = \frac{a\sqrt{2}}{2}$.

vậy $d(B, (SAD)) = 4d(H, (SAD)) = 2a\sqrt{2}$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

KIỂM TRA HỌC KỲ II NĂM HỌC 2020 - 2021

Môn: TOÁN - Lớp 11 - Chương trình chuẩn
Thời gian: 90 phút (Không kể thời gian phát đề)

Mã đề thi
666

Họ và tên thí sinh:..... SBD:.....

PHẦN I: TRẮC NGHIỆM KHÁCH QUAN

Câu 1. Cho hai hàm số $f(x)$ liên tục tại điểm x_0 . Đạo hàm của $f(x)$ tại điểm x_0 là

- A. $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x_0+h) - f(x_0-h)}{h}$ (nếu tồn tại giới hạn).
 B. $f'(x_0)$.
 C. $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x_0+h) - f(x_0)}{h}$ (nếu tồn tại giới hạn).
 D. $\frac{f(x_0+h) - f(x_0)}{h}$.

Câu 2. Đạo hàm cấp 2 hàm số $y = \sin x$ có đạo hàm cấp hai là?

- A. $y'' = -\cos x$. B. $y'' = \cos x$. C. $y'' = \sin x$. D. $y'' = -\sin x$.

Câu 3. Đạo hàm của hàm số $y = \sin\left(\frac{\pi}{2} - 2x\right)$ bằng biểu thức nào sau đây?

- A. $-\cos\left(\frac{\pi}{2} - 2x\right)$. B. $-2\cos\left(\frac{\pi}{2} - 2x\right)$.
 C. $2\cos\left(\frac{\pi}{2} - 2x\right)$. D. $\cos\left(\frac{\pi}{2} - 2x\right)$.

Câu 4. Cho hàm số $y = \frac{2x+1}{x-3}$. Khi đó $y'(0)$ bằng

- A. $-\frac{7}{3}$. B. $\frac{7}{9}$. C. $-\frac{7}{9}$. D. $-\frac{1}{3}$.

Câu 5. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $\lim_{x \rightarrow +\infty} (x^3 + 3x) = +\infty$. B. $\lim_{x \rightarrow +\infty} (x^3 + 3x) = 3$.
 C. $\lim_{x \rightarrow +\infty} (x^3 + 3x) = 1$. D. $\lim_{x \rightarrow +\infty} (x^3 + 3x) = -\infty$.

Câu 6. Tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 1$ tại điểm $A(3;1)$ có hệ số góc là

- A. 3. B. -3. C. -9. D. 9.

Câu 7. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên khoảng $(a;b)$ và $x_0 \in (a;b)$. Hàm số $y = f(x)$ được gọi là liên tục tại x_0 nếu

- A. $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = b$. B. $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = f(x_0)$.
 C. $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = x_0$. D. $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = a$.

Câu 8. Tính giới hạn $I = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n+2017}{3n+2018}$.

A. $I = \frac{2017}{2018}$. B. $I = 1$. C. $I = \frac{2}{3}$. D. $I = \frac{3}{2}$.

Câu 9. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh $2a$, tam giác SAB đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng đáy. Tính khoảng cách từ điểm S đến mặt phẳng (ABC) .

A. $a\sqrt{6}$. B. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$. C. $a\sqrt{3}$. D. $2a\sqrt{3}$.

Câu 10. Khối chóp đều $S.ABCD$ có mặt đáy là

A. Hình vuông. B. Hình bình hành. C. Hình chữ nhật. D. Hình thoi.

Câu 11. Tính đạo hàm của hàm số $y = (x - 5)^4$.

A. $y' = -5(x - 5)^3$. B. $y' = 4(x - 5)^3$. C. $y' = (x - 5)^3$. D. $y' = -20(x - 5)^5$.

Câu 12. Tính giới hạn $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x+2}{x-1}$ ta được kết quả là

A. 3. B. 1. C. 2. D. 4.

Câu 13. Tính vi phân của hàm số $y = \frac{2x+3}{2x-1}$.

A. $dy = -\frac{7}{(2x-1)^2} dx$. B. $dy = \frac{4}{(2x-1)^2} dx$.
C. $dy = -\frac{4}{(2x-1)^2} dx$. D. $dy = -\frac{8}{(2x-1)^2} dx$.

Câu 14. Tính đạo hàm của hàm số $y = \left(x^5 - \frac{4}{x}\right)^3$.

A. $y' = 3\left(x^5 - \frac{4}{x}\right) \cdot \left(5x^4 + \frac{4}{x^2}\right)$. B. $y' = 3\left(x^5 - \frac{4}{x}\right)^2 \cdot \left(5x^4 + \frac{4}{x^2}\right)$.
C. $y' = 3\left(x^5 - \frac{4}{x}\right) \cdot \left(5x^4 - \frac{4}{x^2}\right)$. D. $y' = 3\left(x^5 - \frac{4}{x}\right)^2 \cdot \left(5x^4 - \frac{4}{x^2}\right)$.

Câu 15. Trong không gian cho hai đường thẳng a và b lần lượt có vector chỉ phương là \vec{u}, \vec{v} . Gọi α là góc giữa hai đường thẳng a và b . Khẳng định nào sau đây là **đúng**?

A. $\alpha = \left|(\vec{u}, \vec{v})\right|$. B. $\cos \alpha = \cos(\vec{u}, \vec{v})$.

C. Nếu a và b vuông góc với nhau thì $\vec{u} \cdot \vec{v} = \sin \alpha$. D. Nếu a và b vuông góc với nhau thì $\vec{u} \cdot \vec{v} = 0$.

Câu 16. Biết $\lim u_n = 5$; $\lim v_n = a$; $\lim(u_n + 3v_n) = 2019$, khi đó a bằng

A. 671. B. $\frac{2024}{3}$. C. $\frac{2018}{3}$. D. $\frac{2014}{3}$.

Câu 17. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Chọn đẳng thức vector đúng?

A. $\overline{DB'} = \overline{DA} + \overline{DD'} + \overline{DC}$. B. $\overline{AC'} = \overline{AC} + \overline{AB} + \overline{AD}$.
C. $\overline{DB} = \overline{DA} + \overline{DD'} + \overline{DC}$. D. $\overline{AC'} = \overline{AB} + \overline{AB'} + \overline{AD}$.

Câu 18. Cho hình chóp $S.ABCD$ có tất cả các cạnh bên và cạnh đáy đều bằng nhau và $ABCD$ là hình vuông. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $AC \perp (SBD)$. B. $AC \perp (SBC)$. C. $AC \perp (SCD)$. D. $SA \perp (ABCD)$.

Câu 19. Cho hàm số $y = \sin^3 x$. Rút gọn biểu thức $M = y'' + 9y$.

A. $M = 6\cos x$. B. $M = -6\sin x$. C. $M = \sin x$. D. $M = 6\sin x$.

Câu 20. Một chất điểm chuyển động thẳng quãng đường được xác định bởi phương trình $s = t^3 - 3t^2 - 5$ trong đó quãng đường s tính bằng mét (m), thời gian t tính bằng giây (s). Khi đó gia tốc tức thời của chuyển động tại giây thứ 10 là

A. $60 m/s^2$. B. $6 m/s^2$. C. $54 m/s^2$. D. $240 m/s^2$.

Câu 21. Cho hàm số $y = \frac{x^3}{3} + 3x^2 - 2$ có đồ thị là (C) . Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị (C) biết tiếp tuyến có hệ số góc $k = -9$.

- A. $y - 16 = -9(x - 3)$.
 B. $y - 16 = -9(x + 3)$.
 C. $y + 16 = -9(x + 3)$.
 D. $y = -9(x + 3)$.

Câu 22. Cho hình lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$, gọi M là trung điểm cạnh bên BB' . Đặt $\overline{CA} = \vec{a}$, $\overline{CB} = \vec{b}$, $\overline{CC'} = \vec{c}$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A. $\overline{AM} = -\vec{a} + \vec{b} + \frac{1}{2}\vec{c}$.
 B. $\overline{AM} = \vec{a} - \frac{1}{2}\vec{b} + \vec{c}$.
 C. $\overline{AM} = -\frac{1}{2}\vec{a} + \vec{b} + \vec{c}$.
 D. $\overline{AM} = \vec{a} + \frac{1}{2}\vec{b} - \vec{c}$.

Câu 23. Giới hạn $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{x+7} - 3}{x^2 - 4}$ bằng:

- A. $\frac{1}{6}$.
 B. $\frac{1}{24}$.
 C. $\frac{1}{4}$.
 D. 0.

Câu 24. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác đều cạnh a . Hình chiếu vuông góc của S lên (ABC) là trung điểm của cạnh BC . Biết ΔSBC đều, tính góc giữa SA và (ABC) .

- A. 60° .
 B. 45° .
 C. 90° .
 D. 30° .

Câu 25. Đạo hàm của hàm số $y = \frac{1}{2} \sin 2x + \cos x$ tại $x_0 = \frac{\pi}{2}$ bằng

- A. -2 .
 B. 2 .
 C. 0 .
 D. -1 .

Câu 26. Số gia của hàm số $f(x) = x^2 - 4x + 1$ ứng với x và Δx là

- A. $\Delta x(\Delta x + 2x - 4)$.
 B. $2x + \Delta x$.
 C. $\Delta x(2x - 4\Delta x)$.
 D. $2x - 4\Delta x$.

Câu 27. Cho hàm số $f(x) = \sqrt{3} \cos x + \sin x + 2x$. Phương trình $f'(x) = 0$ có nghiệm là

- A. $x = \frac{\pi}{6} + k2\pi, (k \in \mathbb{Z})$.
 B. $x = \frac{\pi}{2} + k2\pi, (k \in \mathbb{Z})$.
 C. $x = \frac{2\pi}{3} + k2\pi, (k \in \mathbb{Z})$.
 D. $x = \frac{\pi}{3} + k2\pi, (k \in \mathbb{Z})$.

Câu 28. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ cạnh a . Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng BC' và CD' .

- A. $\frac{a\sqrt{3}}{3}$.
 B. $\frac{a\sqrt{2}}{3}$.
 C. $a\sqrt{2}$.
 D. $2a$.

Câu 29. Hàm số nào sau đây liên tục trên \mathbb{R} ?

- A. $y = \sqrt{x}$.
 B. $y = \frac{x+1}{x-1}$.
 C. $y = x^2 - 2x + 3$.
 D. $y = \tan x$.

Câu 30. Cho hàm số $f(x) = x^4 + 2x^2 - 3$. Tìm x để $f'(x) > 0$.

- A. $x > 0$.
 B. $x < -1$.
 C. $x < 0$.
 D. $-1 < x < 0$.

Câu 31. Cho hình lập phương $ABCD.EFGH$. Hãy xác định góc giữa cặp vectơ \overline{AB} và \overline{EG} ?

- A. 60° .
 B. 45° .
 C. 120° .
 D. 90° .

Câu 32. Cho hàm số $f(x) = -x^3 + 3mx^2 - 12x + 3$ với m là tham số thực. Số giá trị nguyên của m để $f'(x) \leq 0$ với mọi $x \in \mathbb{R}$ là

- A. 3.
 B. 4.
 C. 5.
 D. 1.

Câu 33. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang vuông tại A và B . Biết $AB = BC = 1, AD = 2$. Các mặt chéo (SAC) và (SBD) cùng vuông góc với mặt đáy $(ABCD)$. Biết góc giữa hai mặt phẳng (SAB) và $(ABCD)$ bằng 60° . Bán kính mặt cầu tâm D tiếp xúc với mặt phẳng (SAB) bằng

- A. $\frac{2\sqrt{3}}{3}$. B. $\sqrt{3}$. C. $\frac{\sqrt{3}}{3}$. D. $2\sqrt{3}$.

Câu 34. Biết rằng $b > 0, a + b = 5$ và $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt[3]{ax+1} - \sqrt{1-bx}}{x} = 2$. Khẳng định nào dưới đây **sai**?

- A. $a - b \geq 0$. B. $a^2 + b^2 > 10$. C. $a^2 - b^2 > 6$. D. $1 \leq a \leq 3$.

Câu 35. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên \mathbb{R} . Gọi Δ_1, Δ_2 lần lượt là tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = f(x)$ và $y = g(x) = 3x^2 \cdot f(3x - 4)$ tại điểm có hoành độ bằng 2. Biết Δ_1 vuông góc với Δ_2 và $0 < f(2) \leq 1$. Khi đó, Δ_1 và Δ_2 lần lượt có phương trình là

- A. $\Delta_1: y = -\frac{\sqrt{3}}{6}x + \frac{2\sqrt{3}}{3}, \Delta_2: y = 2\sqrt{3}x - \frac{11\sqrt{3}}{3}$. B. $\Delta_1: y = \frac{1}{6}x + \frac{2}{3}, \Delta_2: y = -6x + 24$.
C. $\Delta_1: y = \frac{\sqrt{3}}{6}x, \Delta_2: y = -2\sqrt{3}x + \frac{13\sqrt{3}}{3}$. D. $\Delta_1: y = -\frac{1}{6}x + \frac{4}{3}, \Delta_2: y = 6x$.

PHẦN II: TƯ LUẬN

Câu 36. Tính đạo hàm của các hàm số $y = (5x^2 + 4x - 1)^4 (7x - 3)^5$.

Câu 37. Cho hàm số $f(x) = 2\cos^2(4x - 1)$. Chứng minh rằng: $|f'(x)| \leq 8, \forall x \in \mathbb{R}$.

Câu 38. Tìm đạo hàm của hàm số sau $f(x) = \frac{1}{\sqrt{3x+1} - \sqrt{3x}}$.

Câu 39. Cho tứ diện đều $ABCD$ cạnh a . Tính khoảng cách từ A đến mặt phẳng (BCD) .

----- HẾT -----

HƯỚNG DẪN GIẢI - ĐÁP ÁN CHI TIẾT

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
C	D	B	C	A	D	B	C	C	A	B	D	D	B	D	D	A	A
19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36
D	C	B	A	B	B	A	A	C	A	C	A	B	C	B	C	D	

PHẦN I: TRẮC NGHIỆM KHÁCH QUAN**Câu 1.**

Chọn C

Theo định nghĩa của đạo hàm B đúng.

Lời giải

Câu 2.

Chọn D

$$y = \sin x \Rightarrow y' = \cos x \Rightarrow y'' = -\sin x.$$

Lời giải

Câu 3.

Chọn B

$$\text{Ta có } y = \sin\left(\frac{\pi}{2} - 2x\right) \Rightarrow y' = \left(\frac{\pi}{2} - 2x\right)' \cdot \cos\left(\frac{\pi}{2} - 2x\right) = -2 \cos\left(\frac{\pi}{2} - 2x\right).$$

Lời giải

Câu 4.

Chọn C

$$\text{Ta có: } y' = -\frac{7}{(x-3)^2} \Rightarrow y'(0) = -\frac{7}{9}.$$

Lời giải

Câu 5.

Chọn A

$$\text{Ta có: } \lim_{x \rightarrow +\infty} (x^3 + 3x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} x^3 \left(1 + \frac{3}{x^2}\right) = +\infty \quad (\text{Vì } \lim_{x \rightarrow +\infty} x^3 = +\infty \text{ và } \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(1 + \frac{3}{x^2}\right) = 1).$$

Lời giải

Câu 6.

Chọn D

$$\text{Ta có: } y' = f'(x) = 3x^2 - 6x$$

Hệ số góc của tiếp tuyến của hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 1$ tại điểm $A(3;1)$ là: $f'(3) = 3 \cdot 3^2 - 6 \cdot 3 = 9$.

Lời giải

Câu 7.

Chọn B

Dựa vào **ĐỊNH NGHĨA 1** SGK Đại số và Giải tích 11 (trang 136):

“Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên khoảng K và $x_0 \in K$. Hàm số $y = f(x)$ được gọi là liên tục tại x_0 nếu $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = f(x_0)$ ”.

Ta thay khoảng K bởi khoảng $(a; b)$ sẽ được mệnh đề đúng.

Lời giải

Câu 8.

Chọn C

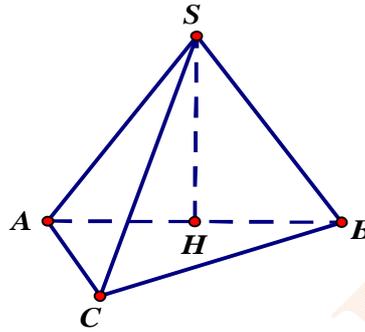
Lời giải

$$\text{Ta có } I = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n+2017}{3n+2018} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2+\frac{2017}{n}}{3+\frac{2018}{n}} = \frac{2}{3}.$$

Câu 9.

Chọn C

Lời giải

Trong (SAB) , kẻ $SH \perp AB$

$$\text{vì } (SAB) \perp (ABC) \Rightarrow SH \perp (ABC) \Rightarrow d(S, (ABC)) = SH = \frac{2a\sqrt{3}}{2} = a\sqrt{3}$$

(do tam giác SAB đều cạnh $2a$).**Câu 10.**

Chọn A

Vì $S.ABCD$ là khối chóp đều suy ra $ABCD$ là tứ giác đều.Vậy $ABCD$ là hình vuông.**Câu 11.**

Chọn B

Áp dụng công thức $(u^n)' = nu^{n-1} \cdot u'$

$$\text{Ta có } y' = 4(x-5)^3 \cdot (x-5)' = 4(x-5)^3.$$

Câu 12.

Chọn D

$$\text{Dễ thấy } \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x+2}{x-1} = \frac{2+2}{2-1} = 4.$$

Câu 13.

Chọn D

$$\text{Ta có } y = \frac{2x+3}{2x-1} \Rightarrow y' = -\frac{8}{(2x-1)^2}.$$

$$\text{Vậy } dy = d\left(\frac{2x+3}{2x-1}\right) = y'dx = -\frac{8}{(2x-1)^2} dx.$$

Câu 14.

Chọn B

Lời giải

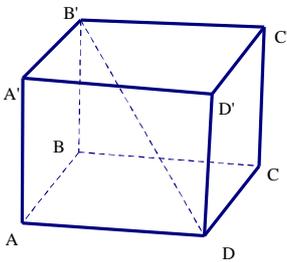
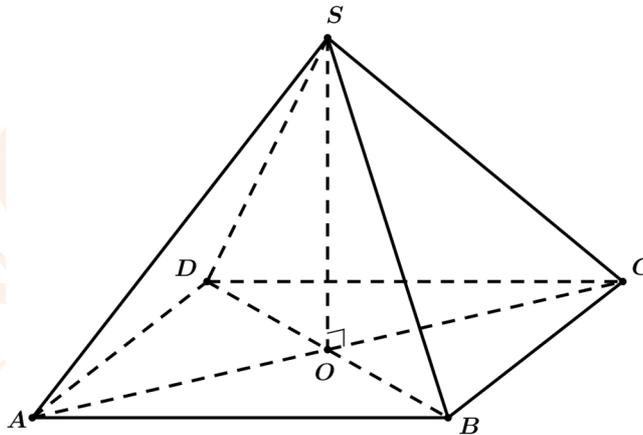
$$y' = 3 \left(x^5 - \frac{4}{x} \right)^2 \cdot \left(5x^4 - 4 \cdot \left(-\frac{1}{x^2} \right) \right) = 3 \left(x^5 - \frac{4}{x} \right)^2 \cdot \left(5x^4 + \frac{4}{x^2} \right).$$

Câu 15.**Lời giải****Chọn D****Câu 16.****Lời giải****Chọn D**

$$\begin{aligned} +) \text{ Ta có } \lim(u_n + 3v_n) &= \lim u_n + 3\lim v_n = 5 + 3a \text{ mà } \lim(u_n + 3v_n) = 2019 \\ &\Rightarrow 5 + 3a = 2019 \Leftrightarrow a = \frac{2014}{3}. \end{aligned}$$

Câu 17.**Lời giải****Chọn A**

Theo quy tắc hình hộp ta có $\overrightarrow{DB'} = \overrightarrow{DA} + \overrightarrow{DD'} + \overrightarrow{DC}$.

**Câu 18.****Lời giải****Chọn A**

Gọi O là tâm hình vuông $ABCD$.

Do hình chóp $S.ABCD$ là hình chóp đều nên $SO \perp (ABCD) \Rightarrow SO \perp AC$ (1).

Lại do $ABCD$ là hình vuông nên $AC \perp BD$ (2)

Từ (1) và (2) ta suy ra $AC \perp (SBD)$.

Câu 19.**Lời giải****Chọn D**

Ta có $y = \sin^3 x \Rightarrow y' = 3\sin^2 x \cdot \cos x$ và $y'' = 6\sin x \cdot \cos^2 x - 3\sin^3 x$.

Khi đó $M = y'' + 9y = 6\sin x \cdot \cos^2 x - 3\sin^3 x + 9\sin^3 x = 6\sin x(\sin^2 x + \cos^2 x) = 6\sin x$.

Câu 20.

Lời giải

Chọn A

Ta có $v(t) = s'(t) = 3t^2 - 6t$; $a(t) = v'(t) = 6t - 6$.Gia tốc chuyển động tại giây thứ 10 là $a(10) = v'(10) = 6.10 - 6 = 54 (m/s^2)$.**Câu 21.**

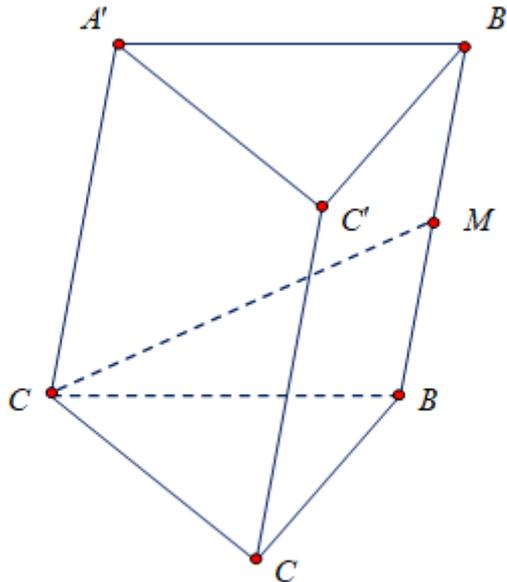
Lời giải

Chọn B

Gọi $M(x_0; y_0)$ là tiếp điểm.Ta có: $y = \frac{x^3}{3} + 3x^2 - 2 \Rightarrow y' = x^2 + 6x$.Vì tiếp tuyến có hệ số góc $k = -9 \Rightarrow y'(x_0) = -9 \Leftrightarrow x_0^2 + 6x_0 = -9 \Leftrightarrow x_0 = -3 \Rightarrow y_0 = 16$.Vậy phương trình tiếp tuyến của đồ thị (C) là: $y - y_0 = k(x - x_0) \Leftrightarrow y - 16 = -9(x + 3)$.**Câu 22.**

Lời giải

Chọn A

Ta có: $\overrightarrow{AM} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AB'}) = \frac{1}{2}(\overrightarrow{CB} - \overrightarrow{CA} + \overrightarrow{CB'} - \overrightarrow{CA}) = \frac{1}{2}(\overrightarrow{CB} + \overrightarrow{CB'} - 2\overrightarrow{CA})$.Theo quy tắc hình bình hành ta lại có: $\overrightarrow{CB'} = \overrightarrow{CC'} + \overrightarrow{CB}$.Do đó: $\overrightarrow{AM} = \frac{1}{2}(2\overrightarrow{CB} + \overrightarrow{CC'} - 2\overrightarrow{CA}) = -\overrightarrow{CA} + \overrightarrow{CB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{CC'} = -\vec{a} + \vec{b} + \frac{1}{2}\vec{c}$.**Câu 23.**

Lời giải

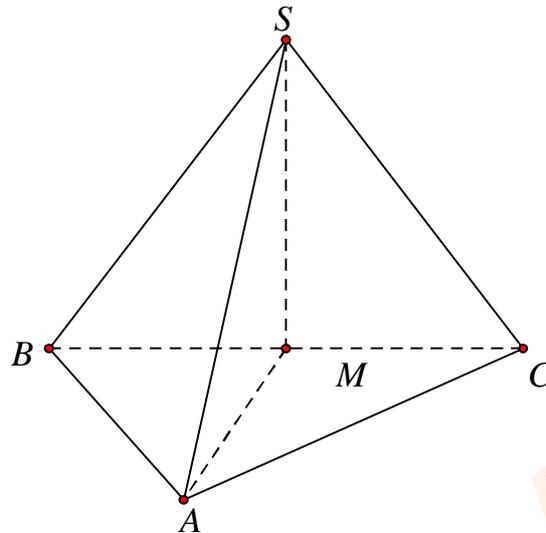
Chọn B

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x+7}-3}{x^2-4} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x-2}{(x-2)(x+2)(\sqrt{x+7}+3)} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{1}{(x+2)(\sqrt{x+7}+3)} = \frac{1}{24}$$

Câu 24.

Lời giải

Chọn B



Gọi M là trung điểm của BC . Khi đó góc giữa SA và (ABC) là góc giữa SA và MA .

Tam giác SAM vuông tại M có $SM = AM = \frac{a\sqrt{3}}{2}$ nên $\widehat{SAM} = 45^\circ$.

Câu 25.**Lời giải****Chọn A**Ta có $y' = \cos 2x - \sin x$.

$$\text{Nên } y'\left(\frac{\pi}{2}\right) = \cos \pi - \sin \frac{\pi}{2} = -1 - 1 = -2.$$

Câu 26.**Lời giải****Chọn A**

$$\begin{aligned} \text{Ta có: } \Delta y &= f(\Delta x + x) - f(x) = (\Delta x + x)^2 - 4(\Delta x + x) + 1 - (x^2 - 4x + 1) \\ &= \Delta x^2 + 2\Delta x \cdot x + x^2 - 4\Delta x - 4x + 1 - x^2 + 4x - 1 = \Delta x^2 + 2\Delta x \cdot x - 4\Delta x \\ &= \Delta x(\Delta x + 2x - 4). \end{aligned}$$

Câu 27.**Lời giải****Chọn C**

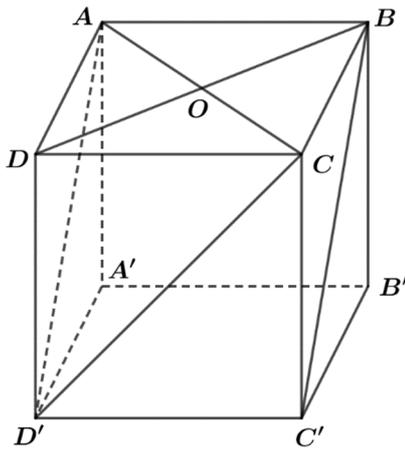
Ta có:

$$f'(x) = -\sqrt{3} \sin x + \cos x + 2$$

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow -\sqrt{3} \sin x + \cos x + 2 = 0 \Leftrightarrow \sqrt{3} \sin x - \cos x = 2 \Leftrightarrow \frac{\sqrt{3}}{2} \sin x - \frac{1}{2} \cos x = 1$$

$$\Leftrightarrow \sin\left(x - \frac{\pi}{6}\right) = 1 \Leftrightarrow x - \frac{\pi}{6} = \frac{\pi}{2} + k2\pi \Leftrightarrow x = \frac{2\pi}{3} + k2\pi.$$

Câu 28.**Lời giải****Chọn A**



$ABCD.A'B'C'D'$ là hình lập phương $\Rightarrow BC' // AD' \Rightarrow BC' // (ACD')$; $CD' \subset (ACD')$
 $\Rightarrow d(BC'; CD') = d(BC'; (ACD')) = d(B; (ACD')) = d(D; (ACD')) = h$.

Tứ diện $D.ACD'$ có DA , DC , DD' đôi một vuông góc.

$$\Rightarrow \frac{1}{h^2} = \frac{1}{DA^2} + \frac{1}{DC^2} + \frac{1}{DD'^2} = \frac{3}{a^2} \Rightarrow h = \frac{a\sqrt{3}}{3}.$$

Câu 29.

Chọn C

Ta có hàm số $y = x^2 - 2x + 3$ là hàm đa thức nên xác định và liên tục trên \mathbb{R} .

Hàm $y = \sqrt{x}$ xác định trên $[0; +\infty)$, hàm số $y = \frac{x+1}{x-1}$ xác định trên $\mathbb{R} \setminus \{1\}$, hàm số $y = \tan x$ xác định với

mọi $x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi$ ($k \in \mathbb{Z}$) nên không liên tục trên \mathbb{R} .

Câu 30.

Chọn A

Vì $x^2 + 1 > 0, \forall x$

Nên $f'(x) > 0 \Leftrightarrow x > 0$.

Câu 31.

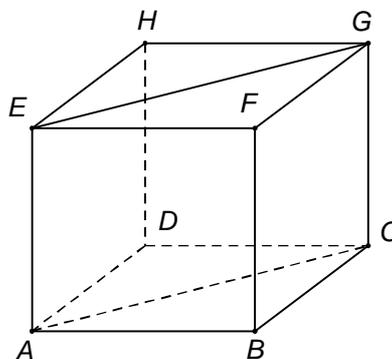
Chọn B

Lời giải

Lời giải

$$f'(x) = 4x^3 + 4x = 4x(x^2 + 1)$$

Lời giải



Vì $\cos(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{CD}) = \frac{|\frac{-1}{4}\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{CD}|}{AB \cdot CD} = \frac{1}{4}$ ($AEGC$ là hình chữ nhật) nên $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{EG}) = (\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}) = \widehat{BAC} = 45^\circ$ ($ABCD$ là hình vuông).

Câu 32.

Lời giải

Chọn C

Ta có $f'(x) = -3x^2 + 6mx - 12$.

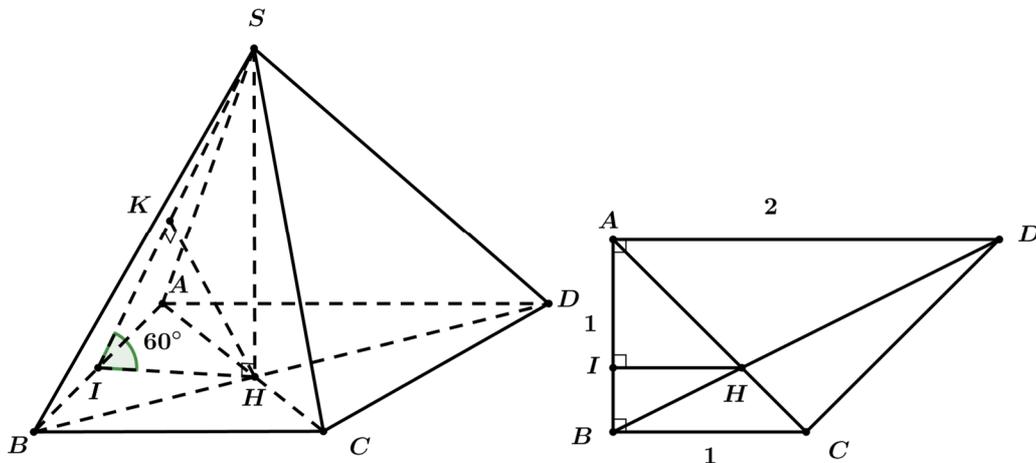
$$f'(x) \leq 0 \text{ với mọi } x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} -3 < 0 \\ \Delta' = 9m^2 - 36 \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow -2 \leq m \leq 2.$$

Vậy có 5 giá trị nguyên của m để $f'(x) \leq 0$ với mọi $x \in \mathbb{R}$.

Câu 33.

Lời giải

Chọn B



Gọi H là giao điểm của AC và BD .

Vì (SAC) và (SBD) cùng vuông góc với mặt đáy $(ABCD)$ nên $SH \perp (ABCD)$.

Trong $(ABCD)$, kẻ $HI \perp AB$ tại I . Khi đó, $[(SAB), (ABCD)] = \widehat{S\hat{H}I} = 60^\circ$.

Gọi R là bán kính mặt cầu tâm D tiếp xúc với mặt phẳng (SAB) .

$\Rightarrow R = d[D, (SAB)]$ (1).

$$\text{Mà } DH \cap (SAB) = \{B\} \Rightarrow \frac{d[D, (SAB)]}{d[H, (SAB)]} = \frac{BD}{BH} = \frac{BH+DH}{BH} = 1 + \frac{DH}{BH} = 1 + \frac{DA}{BC} = 1 + 2 = 3.$$

$\Rightarrow d[D, (SAB)] = 3 \cdot d[H, (SAB)]$ (2).

•Xác định $d[H, (SAB)]$:

$$\text{Vì } \begin{cases} AB \perp SH \\ AB \perp HI \end{cases} \Rightarrow AB \perp (SHI) \Rightarrow (SAB) \perp (SHI).$$

$$\text{Trong } (SHI), \text{ kẻ } HK \perp SI \text{ tại } K. \text{ Ta có } \begin{cases} (SAB) \perp (SHI) \\ (SAB) \cap (SHI) = SI \\ HK \subset (SHI) \\ HK \perp SI \end{cases} \Rightarrow HK \perp (SAB).$$

$\Rightarrow d[H, (SAB)] = HK$ (3).

•Tính HK :

$$\text{Ta có } \frac{HI}{AD} = \frac{BH}{BD} = \frac{1}{3} \Rightarrow HI = \frac{AD}{3} = \frac{2}{3} \Rightarrow HK = HI \cdot \sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{3}$$
 (4).

•Tính R :

$$\text{Từ (1), (2), (3), (4)} \Rightarrow R = 3 \cdot \frac{\sqrt{3}}{3} = \sqrt{3}.$$

Câu 34.

Lời giải

Chọn C

$$\begin{aligned} \text{Ta có } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt[3]{ax+1} - \sqrt{1-bx}}{x} &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{(\sqrt[3]{ax+1}-1) + (1-\sqrt{1-bx})}{x} \\ &= \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{\sqrt[3]{ax+1}-1}{x} + \frac{1-\sqrt{1-bx}}{x} \right) \\ &= \lim_{x \rightarrow 0} \left[\frac{(\sqrt[3]{ax+1}-1)(\sqrt[3]{(ax+1)^2} + \sqrt[3]{ax+1} + 1)}{x(\sqrt[3]{(ax+1)^2} + \sqrt[3]{ax+1} + 1)} + \frac{(1-\sqrt{1-bx})(1+\sqrt{1-bx})}{x(1+\sqrt{1-bx})} \right] \\ &= \lim_{x \rightarrow 0} \left[\frac{ax+1-1}{x(\sqrt[3]{(ax+1)^2} + \sqrt[3]{ax+1} + 1)} + \frac{(1-1+bx)}{x(1+\sqrt{1-bx})} \right] = \lim_{x \rightarrow 0} \left[\frac{a}{\sqrt[3]{(ax+1)^2} + \sqrt[3]{ax+1} + 1} + \frac{b}{1+\sqrt{1-bx}} \right] \\ &= \frac{a}{3} + \frac{b}{2}. \end{aligned}$$

Ta có

$$\begin{cases} \frac{a}{3} + \frac{b}{2} = 2 \\ a + b = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 3 \\ b = 2 \end{cases}$$

Nên $a^2 - b^2 = 9 - 4 = 5 > 6$ là mệnh đề sai.**Câu 35.****Lời giải****Chọn D**Hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên \mathbb{R} và $y = g(x) = 3x^2 \cdot f(3x-4)$ nên ta có:

$$g'(x) = 6x \cdot f(3x-4) + 9x^2 \cdot f'(3x-4), \quad \forall x \in \mathbb{R}. \text{ Suy ra } g'(2) = 12 \cdot f(2) + 36 \cdot f'(2).$$

Theo đầu bài, Δ_1, Δ_2 lần lượt là tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = f(x), y = g(x) = 3x^2 \cdot f(3x-4)$ tại điểm có hoành độ bằng 2 và $\Delta_1 \perp \Delta_2$ nên ta có:

$$f'(2) \cdot g'(2) = -1 \Leftrightarrow f'(2) [12 \cdot f(2) + 36 \cdot f'(2)] = -1 \Leftrightarrow f(2) = -\frac{1}{12 \cdot f'(2)} - 3 \cdot f'(2).$$

Hơn nữa, $0 < f(2) \leq 1$ nên $f'(2) < 0$. Khi đó, áp dụng bất đẳng thức Cô-si, ta được:

$$f(2) = -\frac{1}{12 \cdot f'(2)} - 3 \cdot f'(2) \geq 2 \sqrt{\left(-\frac{1}{12 \cdot f'(2)}\right) (-3 \cdot f'(2))} = 1.$$

Do đó, $f(2) = 1$. Dấu "=" xảy ra khi $\frac{1}{12 \cdot f'(2)} = 3 \cdot f'(2) \Leftrightarrow [f'(2)]^2 = \frac{1}{36}$, mà theo trên $f'(2) < 0$ nên

$$f'(2) = -\frac{1}{6}. \text{ Suy ra, } g'(2) = \frac{-1}{f'(2)} = 6 \text{ và } g(2) = 3 \cdot 2^2 \cdot f(2) = 12.$$

Vậy, tiếp tuyến Δ_1 có phương trình: $y = f'(2)(x-2) + f(2) = -\frac{1}{6}(x-2) + 1 = -\frac{1}{6}x + \frac{4}{3}$.Tiếp tuyến Δ_2 có phương trình: $y = g'(2)(x-2) + g(2) = 6(x-2) + 12 = 6x$.**PHẦN II: TƯ LUẬN**

Câu 36.**Lời giải**

$$\begin{aligned} \text{Ta có: } y' &= \left[(5x^2 + 4x - 1)^4 \right]' (7x - 3)^5 + \left[(7x - 3)^5 \right]' (5x^2 + 4x - 1)^4 \\ y' &= 4(5x^2 + 4x - 1)^3 (10x + 4)(7x - 3)^5 + 5(7x - 3)^4 \cdot 7 \cdot (5x^2 + 4x - 1)^4 \\ y' &= (5x^2 + 4x - 1)^3 (7x - 3)^4 \left[4(10x + 4)(7x - 3) + 35(5x^2 + 4x - 1) \right] \\ y' &= (5x^2 + 4x - 1)^3 (7x - 3)^4 (455x^2 + 132x - 83). \end{aligned}$$

Câu 37.**Lời giải**

Ta có:

$$f'(x) = -16\sin(4x-1)\cos(4x-1) = -8\sin(8x-2)$$

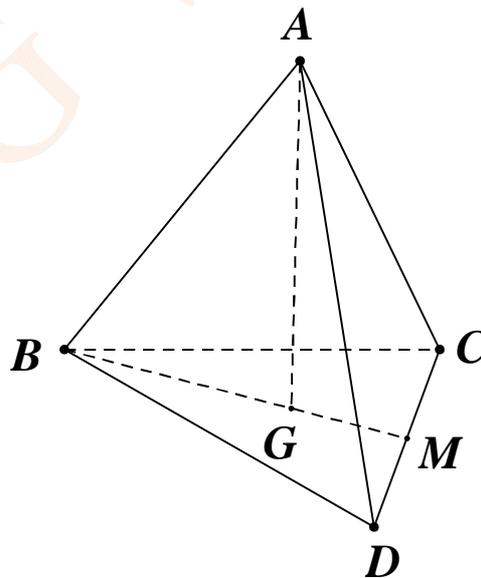
$$\Rightarrow |f'(x)| = |-8\sin(8x-2)| = 8|\sin(8x-2)| \leq 8$$

$$\text{Dấu "=" xảy ra khi: } \begin{cases} \sin(8x-2) = 1 \Leftrightarrow 8x-2 = \frac{\pi}{2} + k2\pi \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{16} + \frac{1}{4} + \frac{k\pi}{8} \\ \sin(8x-2) = -1 \Leftrightarrow 8x-2 = -\frac{\pi}{2} + k2\pi \Leftrightarrow x = -\frac{\pi}{16} + \frac{1}{4} + \frac{k\pi}{8} \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z})$$

Câu 38.**Lời giải**

$$\text{Ta có } f(x) = \frac{1}{\sqrt{3x+1} - \sqrt{3x}} = \frac{\sqrt{3x+1} + \sqrt{3x}}{3x+1-3x} = \sqrt{3x+1} + \sqrt{3x}$$

$$f'(x) = \frac{(3x+1)'}{2\sqrt{3x+1}} + \frac{(3x)'}{2\sqrt{3x}} = \frac{3}{2\sqrt{3x+1}} + \frac{3}{2\sqrt{3x}}$$

Câu 39.**Lời giải**

+ Gọi M là trung điểm CD , G là trọng tâm ΔBCD .

+ Tứ diện $ABCD$ là tứ diện đều nên $AG \perp (BDC)$ do đó $d(A, (BDC)) = AG$.

+ ΔABG vuông tại G có $AB = a$,

$$BG = \frac{2}{3}BM = \frac{2}{3} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{a\sqrt{3}}{3} \Rightarrow AG = \sqrt{AB^2 - BG^2} = \sqrt{a^2 - \left(\frac{a\sqrt{3}}{3}\right)^2} = \frac{a\sqrt{6}}{3}. \text{ Vậy } d(A, (BDC)) = AG = \frac{a\sqrt{6}}{3}$$

(đvđđ).

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

KIỂM TRA HỌC KỲ II NĂM HỌC 2020 - 2021

Môn: TOÁN - Lớp 11 - Chương trình chuẩn

Thời gian: 90 phút (Không kể thời gian phát đề)

Mã đề thi

Họ và tên thí sinh:..... SBD:.....

Câu 1. Trong các dãy số sau, dãy số nào là cấp số nhân?

A. 1, 0, 1, 0, 1.

B. 1, 2, 4, 6, 8.

C. 3, -3, 3, -3, 3.

D. 1, 4, 9, 16, 25.

Câu 2. Cho các dãy số (u_n) , (v_n) và $\lim u_n = a$ và $\lim v_n = +\infty$. Hãy chọn khẳng định đúng nhất?

A. $\lim \frac{u_n}{v_n} = 0$.

B. $\lim (u_n v_n) = +\infty$.

C. $\lim (u_n + v_n) = 0$.

D. $\lim (u_n - v_n) = a$.

Câu 3. $\lim \frac{-2n^3 + n - 5}{n^4 - 2n + 2}$ có giá trị bằng

A. $-\infty$.

B. -2.

C. 0.

D. -6.

Câu 4. Tính $\lim \frac{5^n - 1}{3^n + 1}$

A. $\frac{3}{5}$.

B. $\frac{5}{3}$.

C. $+\infty$.

D. $-\infty$.

Câu 5. Giới hạn $\lim_{x \rightarrow -1^-} \frac{x^2 + 3x + 2}{|1 - x^2|}$ bằng

A. $\lim_{x \rightarrow -1^-} \frac{x^2 + 3x + 2}{1 - x^2}$.

B. $\lim_{x \rightarrow -1^-} \frac{x^2 + 3x + 2}{x^2 - 1}$.

C. $\lim_{x \rightarrow -1^-} \frac{x + 2}{x - 1}$.

D. $\lim_{x \rightarrow -1^-} \frac{x + 2}{1 - x}$.

Câu 6. Biết $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{ax^2 + 2x - 1}}{x - 3} = b$. Chọn khẳng định sai?

A. $b \geq 0$.

B. $a \geq 0$.

C. $b < 0$.

D. $a = b^2$.

Câu 7. Gọi S là tập các giá trị của tham số m để hàm số

$$f(x) = \begin{cases} x^2 - 3x & \text{ khi } x \neq 1 \\ m^2 + m - 8 & \text{ khi } x = 1 \end{cases} \text{ liên tục tại } x=1. \text{ Số phần tử của tập S bằng}$$

A. 0.

B. 1.

C. 2.

D. 3.

Câu 8. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. $f'(x_0) = \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x) + f(x_0)}{x - x_0}$.

B. $f'(x_0) = \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x) + f(x_0)}{x + x_0}$.

C. $f'(x_0) = \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x_0) - f(x)}{x + x_0}$.

D. $f'(x_0) = \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0}$.

Câu 9. Tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = \frac{2x-1}{x+2}$ song song với đường thẳng $x - 5y + 2020 = 0$ có phương trình là

- A. $y = \frac{1}{5}x + \frac{2}{5}$ và $y = \frac{1}{5}x + \frac{22}{5}$.
 B. $y = \frac{1}{5}x + \frac{2}{5}$ và $y = \frac{1}{5}x - \frac{22}{5}$.
 C. $y = \frac{1}{5}x - \frac{2}{5}$ và $y = \frac{1}{5}x - \frac{22}{5}$.
 D. $y = \frac{1}{5}x - \frac{2}{5}$ và $y = \frac{1}{5}x - \frac{22}{5}$.

Câu 10. Cho hàm số $f(x) = \sqrt{x}$ ($x > 0$) Tính $f''(1)$.

- A. $f''(1) = 4$.
 B. $f''(1) = 2$.
 C. $f''(1) = \frac{1}{2}$.
 D. $f''(1) = \frac{1}{4}$.

Câu 11. Tính giới hạn $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos ax}{x^2}$:

- A. $+\infty$.
 B. $\frac{a}{2}$.
 C. $\frac{a^2}{2}$.
 D. 0.

Câu 12. Cho hàm số $y = \frac{x^2 + x + 1}{x - 1}$. Vi phân của hàm số là:

- A. $dy = -\frac{x^2 - 2x - 2}{(x - 1)^2} dx$.
 B. $dy = \frac{2x + 1}{(x - 1)^2} dx$.
 C. $dy = -\frac{2x + 1}{(x - 1)^2} dx$.
 D. $dy = \frac{x^2 - 2x - 2}{(x - 1)^2} dx$.

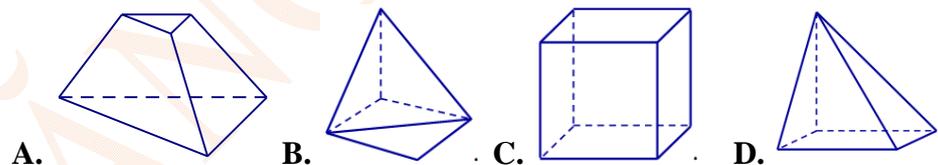
Câu 13. Cho hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 2021$. Tìm tập nghiệm của bất phương trình $y'' > 0$.

- A. $[1; +\infty)$.
 B. $[0; 2]$.
 C. $(0; 2)$.
 D. $(1; +\infty)$.

Câu 14. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O . Gọi M là trung điểm của SA . Xác định giao tuyến của hai mặt phẳng (MCD) và (SAB) .

- A. MA .
 B. $Mx, (Mx \parallel AB)$.
 C. MO .
 D. $My, (My \parallel BC)$.

Câu 15. Hình nào dưới đây là hình biểu diễn của hình chóp tứ giác?



Câu 16. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Gọi M là trung điểm của AD . Khẳng định nào dưới đây là đúng?

- A. $\vec{AB} + \vec{AD} + \vec{AA'} = \vec{0}$.
 B. $2\vec{C'M} = \vec{C'A} + \vec{C'D}$.
 C. $\vec{CA} + \vec{CC'} = \vec{AC'}$.
 D. $\vec{MD} = 2\vec{AD}$.

Câu 17. Cho hình hộp $ABCD.EFGH$. Gọi I là tâm của hình bình hành $ABFE$ và K là tâm của hình bình hành $BCGF$. Khẳng định nào dưới đây là đúng?

- A. Các vectơ $\vec{BD}, \vec{AK}, \vec{GF}$ đồng phẳng.
 B. Các vectơ $\vec{BD}, \vec{IK}, \vec{GF}$ đồng phẳng.
 C. Các vectơ $\vec{BD}, \vec{EK}, \vec{GF}$ đồng phẳng.
 D. Các vectơ $\vec{BD}, \vec{IK}, \vec{GC}$ đồng phẳng.

A. $+\infty$.

B. 21.

C. -21.

D. 0.

Câu 27. Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{x+1}-1}{x} & \text{khi } x > 0 \\ \sqrt{x^2+1} & \text{khi } x \leq 0 \end{cases}$. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

A. Hàm số liên tục trên \mathbb{R} .B. Hàm số liên tục trên khoảng $(-\infty; 0) \cup (0; +\infty)$.C. Hàm số liên tục trên đoạn $[0; 2]$.D. Hàm số liên tục tại $x = 0$.

Câu 28. Phương trình nào dưới đây có nghiệm trong khoảng $(0; 1)$

A. $x^2 - 3x - 4 = 0$. B. $(x-1)^5 - x^7 - 2 = 0$. C. $3x^4 - 4x^2 + 5 = 0$. D. $x^{2021} - 8x^2 + 4 = 0$.

Câu 29. Cho hàm số $y = \frac{2x^2 - 3x}{x - 2}$. Tập nghiệm của bất phương trình $y' \leq 0$ có chứa bao nhiêu phần tử là số nguyên?

A. 4.

B. 0.

C. 3.

D. 2.

Câu 30. Cho hàm số $y = x^3 - 3x^2 + mx + 1$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $y' = 0$ có hai nghiệm dương phân biệt?

A. 1.

B. 2.

C. 0.

D. 3.

Câu 31. Cho đồ thị $(C): y = \frac{3x-2}{x-1}$ và $A(9; 0)$. Có hai tiếp tuyến của đồ thị hàm số (C) đi qua điểm

$A(9; 0)$. Biết tổng hệ số góc của hai tiếp tuyến đó có dạng $-\frac{a}{b}$ (với a, b là các số nguyên

dương, $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản). Giá trị của $a + b$ là bao nhiêu?

A. 30.

B. 29.

C. 3.

D. -29.

Câu 32. Cho hàm số $y = (m+1)\sin x + m\cos x - (m+2)x + 1$. Tính tổng tất cả các giá trị nguyên của tham số m để $y' = 0$ vô nghiệm

A. $S = 2$.B. $S = 3$.C. $S = 4$.D. $S = 5$.

Câu 33. Cho hàm số $y = \cos^4 x + \sin^4 x$. Biết $y' = \frac{a}{b} \sin 4x$, a, b là số nguyên và a, b nguyên tố cùng nhau.

Tính $a^2 + b^2$.

A. 17.

B. 257.

C. 5.

D. 226.

Câu 34. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$, gọi N là điểm thỏa $\overline{C'N} = 2\overline{NB'}$, M là trung điểm của $A'D'$, I là giao điểm của $A'N$ và $B'M$. Chọn mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau:

A. $\overline{AI} = \overline{AA'} + \frac{3}{5}\overline{AB} + \frac{1}{5}\overline{AD}$.B. $\overline{AI} = \overline{AA'} + \frac{1}{2}\overline{AB} + \frac{1}{6}\overline{AD}$.C. $\overline{AI} = 2\overline{AA'} + \frac{3}{2}\overline{AB} + \frac{1}{3}\overline{AD}$.D. $\overline{AI} = \frac{1}{3}\overline{AA'} + \frac{1}{5}\overline{AB} + \frac{1}{6}\overline{AD}$.

Câu 35. Cho hình chóp $S.ABCD$, có đáy $ABCD$ là hình vuông có cạnh bằng $2a$, ΔSAD vuông tại A . Gọi M, N lần lượt là trung điểm của cạnh AB và BC . Biết $SM = SA = a$. Khi đó cô sin của góc giữa hai đường thẳng SM và DN bằng?

A. $\cos(\widehat{SM, DN}) = \frac{1}{5}$.

B. $\cos(\widehat{SM, DN}) = \frac{1}{2}$.

C. $\cos(\widehat{SM, DN}) = \frac{\sqrt{5}}{5}$.

D. $\cos(\widehat{SM, DN}) = -\frac{\sqrt{5}}{5}$.

Câu 36. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy. Gọi AE, AF lần lượt là đường cao của tam giác SAB và tam giác SAD . Khẳng định nào dưới đây là đúng?

A. $SC \perp (AFB)$.

B. $SC \perp (AEF)$.

C. $SC \perp (AEC)$.

D. $SC \perp (AED)$.

Câu 37.[1H3-4.3-3] Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có các cạnh $AB = 2, AD = 3, AA' = 4$. Góc giữa hai mặt phẳng $(AB'D')$ và $(A'C'D)$ là α . Tính giá trị gần đúng của α ?

A. $45,2^\circ$.

B. $38,1^\circ$.

C. $53,4^\circ$.

D. $61,6^\circ$.

Câu 38. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a , $SA = a$ và vuông góc với đáy. Mặt phẳng (α) đi qua trung điểm E của SC và vuông góc với AB . Tính diện tích S của thiết diện tạo bởi (α) với hình chóp đã cho.

A. $S = \frac{5a^2\sqrt{3}}{16}$.

B. $S = \frac{a^2\sqrt{7}}{32}$.

C. $S = \frac{5a^2\sqrt{3}}{32}$.

D. $S = \frac{5a^2\sqrt{2}}{16}$.

Câu 39. Cho hình chóp $S.ABC$, $SA \perp (ABC)$, có đáy ABC là tam giác biết $AB = AC = a$, $\widehat{ACB} = 60^\circ$. Góc mặt phẳng (SBC) và đáy là 30° . Tính diện tích tam giác SBC .

A. $\frac{a^2}{2}$.

B. $\frac{a^2\sqrt{3}}{2}$.

C. $\frac{a^2\sqrt{3}}{4}$.

D. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Câu 40. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh $2a$, mặt bên SAB là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng đáy. Tính khoảng cách h từ điểm A đến mặt phẳng (SCD) .

A. $h = \frac{2a\sqrt{21}}{7}$.

B. $h = 2a$.

C. $h = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.

D. $h = \frac{2a\sqrt{3}}{7}$.

Câu 41. Cho dãy số (u_n) xác định bởi
$$\begin{cases} u_1 = 5 \\ u_{n+1} = \frac{3u_n - 2}{2u_n - 1} \quad (n \geq 1). \end{cases}$$

Tìm $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n^2 - 6n + 5} \left(\frac{1}{u_1 - 1} + \frac{1}{u_2 - 1} + \frac{1}{u_3 - 1} + \dots + \frac{1}{u_n - 1} \right)$.

A. 0.

B. $\frac{1}{5}$.

C. $\frac{7}{4}$.

D. 1.

- Câu 42.** Cho $a, b \in \mathbb{R}$ thỏa mãn $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{(a+5)x^2 - 2(a+2)x + 2a+b+7} - \sqrt{6x+3}}{x^2 - 2x + 1} = \frac{13}{12}$. Tính giá trị của $a^2 + b^2$.
- A. 2. B. $\frac{17}{2}$. C. $\frac{5}{2}$. D. $\frac{2845}{72}$.
- Câu 43:** Cho các số thực a, b, c thỏa mãn $9a - 27 > 3b - c$ và C là số âm. Khi đó số nghiệm thực phân biệt của phương trình $x^3 + ax^2 + bx + c = 0$ bằng
- A. 1 B. 2 C. 3 D. 0
- Câu 44.** Biết đồ thị hàm số $(C): y = \frac{x+1}{x-1}$ và đường thẳng $d: y = 2x + m$ giao nhau tại hai điểm phân biệt A, B sao cho tiếp tuyến của (C) tại A và B song song với nhau. Giá trị của m thuộc khoảng nào sau đây:
- A. $[-2; 0)$. B. $(-\infty; -2)$. C. $[0; 2)$. D. $[2; +\infty)$.
- Câu 45.** Tính $A = 2021C_{2021}^0 4^{2020} + 2020C_{2021}^1 4^{2019} + 2019C_{2021}^2 4^{2018} + \dots + 2.C_{2021}^{2019}.4 + C_{2021}^{2020}$.
- A. $A = 5^{2020}$. B. $A = 2020.5^{2021}$.
C. $A = 2020.5^{2020}$. D. $A = 2021.5^{2020}$.
- Câu 46.** Giá trị của tổng $S = 2.1C_{2021}^2 + 4.3C_{2021}^4 + \dots + 2k(2k-1)C_{2021}^{2k} + \dots + 2020.2019C_{2021}^{2020}$ bằng?
- A. $2021.2020.2^{2018}$. B. $2021.2020.2^{2019}$. C. $2021.2020.2^{2020}$. D. $2021.2020.2^{2021}$.
- Câu 47.** Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh $2a$. Hình chiếu vuông góc của S lên (ABC) trùng với trung điểm H của cạnh BC . Biết tam giác SBC là tam giác đều. Tính số đo của góc giữa SA và BC
- A. 60° B. 90° C. 45° D. 30°
- Câu 48.** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông tâm O , các cạnh bên và cạnh đáy của hình chóp đều bằng a , E là trung điểm SB . Lấy I trên đoạn OD với $DI = x$. Gọi (α) là mặt phẳng qua I và song song mp (EAC) . Giá trị x sao cho thiết diện của hình chóp và mặt phẳng (α) có diện tích lớn nhất là $\frac{m}{n}a\sqrt{2}$ với $m, n \in \mathbb{N}^*$; $(m, n) = 1$. Khi đó $m+n$ bằng
- A. 2. B. 3. C. 4. D. 5.
- Câu 49.** Cho hình chóp $S.ABC$ có tam giác ABC đều cạnh a . Gọi I là trung điểm AB , hình chiếu của điểm S lên (ABC) là trung điểm H của đoạn CI , góc giữa đường thẳng SA và mặt phẳng (ABC) bằng 45° . Khoảng cách giữa hai đường thẳng chéo nhau SA và CI bằng
- A. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$. B. $\frac{a\sqrt{7}}{4}$. C. $\frac{a}{2}$. D. $\frac{a\sqrt{77}}{22}$.
- Câu 50.** Cho hình chóp $S.ABC$ có $AB = BC = CA = a$, $SA = SB = SC = a\sqrt{3}$, M là điểm bất kì trong không gian. Gọi d là tổng khoảng cách từ M đến tất cả các đường thẳng AB, BC, CA, SA, SB, SC . Giá trị nhỏ nhất của d bằng

A. $2a\sqrt{3}$.

B. $\frac{a\sqrt{6}}{2}$.

C. $a\sqrt{6}$.

D. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

PHẦN II: BẢNG ĐÁP ÁN

1.C	2.A	3.C	4.C	5.C	6.C	7.C	8.D	9.A	10.D
11.C	12.D	13.D	14.B	15.D	16.B	17.B	18.D	19.D	20.B
21.C	22.D	23.C	24.C	25.D	26.C	27.B	28.D	29.D	30.B
31.B	32.B	33.B	34.A	35.C	36.B	37.D	38.C	39.A	40.A
41.D	42.C	43.C	44.A	45.D	46.A	47.B	48.C	49.D	50.C

PHẦN III: LỜI GIẢI CHI TIẾT

Câu 1. Trong các dãy số sau, dãy số nào là cấp số nhân?

A. 1, 0, 1, 0, 1.

B. 1, 2, 4, 6, 8.

C. 3, -3, 3, -3, 3.

D. 1, 4, 9, 16, 25.

Lời giải

Xét dãy số 3, -3, 3, -3, 3 ta có $u_2 = u_1 \cdot (-1)$, $u_3 = u_2 \cdot (-1)$, $u_4 = u_3 \cdot (-1)$, $u_5 = u_4 \cdot (-1)$.

Vậy dãy số 3, -3, 3, -3, 3 là cấp số nhân với $u_1 = 3$ và $q = -1$.

Câu 2. Cho các dãy số (u_n) , (v_n) và $\lim u_n = a$ và $\lim v_n = +\infty$. Hãy chọn khẳng định đúng nhất?

A. $\lim \frac{u_n}{v_n} = 0$.

B. $\lim(u_n v_n) = +\infty$.

C. $\lim(u_n + v_n) = 0$.

D. $\lim(u_n - v_n) = a$.

Lời giải

Dùng tính chất giới hạn: cho dãy số (u_n) , (v_n) và $\lim u_n = a$, $\lim v_n = +\infty$ trong đó a hữu hạn thì

$$\lim \frac{u_n}{v_n} = 0.$$

Câu 3. $\lim \frac{-2n^3 + n - 5}{n^4 - 2n + 2}$ có giá trị bằng

A. $-\infty$.

B. -2.

C. 0.

D. -6.

Lời giải

$$\lim \frac{-2n^3 + n - 5}{n^4 - 2n + 2} = \lim \frac{-\frac{2}{n} + \frac{1}{n^3} - \frac{5}{n^4}}{1 - \frac{2}{n^3} + \frac{2}{n^4}} = 0.$$

Câu 4. Tính $\lim \frac{5^n - 1}{3^n + 1}$

A. $\frac{3}{5}$.

B. $\frac{5}{3}$.

C. $+\infty$.

D. $-\infty$.

Lời giải

Ta có: $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{5^n - 1}{3^n + 1} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1 - \left(\frac{1}{5}\right)^n}{\left(\frac{3}{5}\right)^n + \left(\frac{1}{5}\right)^n}$.

Vì $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 - \left(\frac{1}{5}\right)^n\right) = 1 > 0$, $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{3}{5}\right)^n + \left(\frac{1}{5}\right)^n = 0$ và $\left(\frac{3}{5}\right)^n + \left(\frac{1}{5}\right)^n > 0, \forall n \in \mathbb{N}^*$.

Vậy $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{5^n - 1}{3^n + 1} = +\infty$.

Câu 5. Giới hạn $\lim_{x \rightarrow -1^-} \frac{x^2 + 3x + 2}{|1 - x^2|}$ bằng

A. $\lim_{x \rightarrow -1^-} \frac{x^2 + 3x + 2}{1 - x^2}$. B. $\lim_{x \rightarrow -1^-} \frac{x^2 + 3x + 2}{x^2 - 1}$. C. $\lim_{x \rightarrow -1^-} \frac{x + 2}{x - 1}$. D. $\lim_{x \rightarrow -1^-} \frac{x + 2}{1 - x}$.

Lời giải

Vì $x \rightarrow -1^-$ nên $x < -1$. Khi đó biểu thức $1 - x^2 < 0$

Ta có $\lim_{x \rightarrow -1^-} \frac{x^2 + 3x + 2}{|1 - x^2|} = \lim_{x \rightarrow -1^-} \frac{x^2 + 3x + 2}{x^2 - 1} = \lim_{x \rightarrow -1^-} \frac{(x + 2)(x + 1)}{(x - 1)(x + 1)} = \lim_{x \rightarrow -1^-} \frac{x + 2}{x - 1}$.

Câu 6. Biết $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{ax^2 + 2x - 1}}{x - 3} = b$. Chọn khẳng định sai?

A. $b \geq 0$. B. $a \geq 0$. C. $b < 0$. D. $a = b^2$.

Lời giải

Để tồn tại giới hạn thì: $a \geq 0$

Khi $a \geq 0$, $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{ax^2 + 2x - 1}}{x - 3} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x \left(\sqrt{a + \frac{2}{x} - \frac{1}{x^2}} \right)}{x \left(1 - \frac{3}{x} \right)} = \sqrt{a} \Rightarrow b = \sqrt{a}$

Nên $b \geq 0$ và $a = b^2$.

Câu 7. Gọi S là tập các giá trị của tham số m để hàm số

$f(x) = \begin{cases} x^2 - 3x & \text{khi } x \neq 1 \\ m^2 + m - 8 & \text{khi } x = 1 \end{cases}$ liên tục tại $x=1$. Số phần tử của tập S bằng

A. 0. B. 1. C. 2. D. 3.

Lời giải

Ta có $f(1) = m^2 + m - 8$ và $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1} (x^2 - 3x) = -2$.

Hàm số $f(x)$ liên tục tại điểm $x=1 \Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow 1} f(x) = f(1) \Leftrightarrow m^2 + m - 8 = -2 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 2 \\ m = -3 \end{cases}$.

Vậy $S = \{2; -3\}$. Số phân tử S là 2.

Câu 8. Khẳng định nào sau đây là **đúng**?

A. $f'(x_0) = \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x) + f(x_0)}{x - x_0}$.

B. $f'(x_0) = \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x) + f(x_0)}{x + x_0}$.

C. $f'(x_0) = \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x_0) - f(x)}{x + x_0}$.

D. $f'(x_0) = \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0}$.

Lời giải

Công thức đúng $f'(x_0) = \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0}$

Câu 9. Tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = \frac{2x-1}{x+2}$ song song với đường thẳng $x - 5y + 2020 = 0$ có phương trình là

A. $y = \frac{1}{5}x + \frac{2}{5}$ và $y = \frac{1}{5}x + \frac{22}{5}$.

B. $y = \frac{1}{5}x + \frac{2}{5}$ và $y = \frac{1}{5}x - \frac{22}{5}$.

C. $y = \frac{1}{5}x - \frac{2}{5}$ và $y = \frac{1}{5}x - \frac{22}{5}$.

D. $y = \frac{1}{5}x - \frac{2}{5}$ và $y = \frac{1}{5}x - \frac{22}{5}$.

Lời giải

Tập xác định của hàm số là $\mathbb{R} \setminus \{-2\}$.

Gọi $M(x_0; y_0)$ là tiếp điểm của tiếp tuyến cần tìm.

Ta có $y' = \frac{5}{(x+2)^2}$, vì tiếp tuyến song song với đường thẳng $x - 5y + 2020 = 0$ hay

$$y = \frac{1}{5}x + 404 \text{ nên hệ số góc của tiếp tuyến bằng } \frac{1}{5} \Rightarrow \frac{5}{(x_0+2)^2} = \frac{1}{5} \Leftrightarrow \begin{cases} x_0 = 3 \\ x_0 = -7 \end{cases}$$

Vậy có hai tiếp tuyến thỏa mãn là $y = \frac{1}{5}x + \frac{2}{5}$ và $y = \frac{1}{5}x + \frac{22}{5}$.

Câu 10. Cho hàm số $f(x) = \sqrt{x}$ ($x > 0$) Tính $f''(1)$.

A. $f''(1) = 4$.

B. $f''(1) = 2$.

C. $f''(1) = \frac{1}{2}$.

D. $f''(1) = \frac{1}{4}$.

Lời giải

Ta có $f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}} \Rightarrow f''(x) = -\frac{1}{4x\sqrt{x}}$ nên $f''(1) = -\frac{1}{4}$.

Câu 11. Tính giới hạn $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos ax}{x^2}$:

- A. $+\infty$. B. $\frac{a}{2}$. C. $\frac{a^2}{2}$. D. 0.

Lời giải

$$\text{Ta có: } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2 \sin^2 \frac{ax}{2}}{x^2} = \frac{a^2}{2} \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{\sin \frac{ax}{2}}{\frac{ax}{2}} \right)^2 = \frac{a^2}{2}.$$

Câu 12. Cho hàm số $y = \frac{x^2 + x + 1}{x - 1}$. Vi phân của hàm số là:

- A. $dy = -\frac{x^2 - 2x - 2}{(x - 1)^2} dx$. B. $dy = \frac{2x + 1}{(x - 1)^2} dx$.
 C. $dy = -\frac{2x + 1}{(x - 1)^2} dx$. D. $dy = \frac{x^2 - 2x - 2}{(x - 1)^2} dx$.

Lời giải

$$\text{Ta có } dy = \left(\frac{x^2 + x + 1}{x - 1} \right)' dx = \frac{(2x + 1)(x - 1) - (x^2 + x + 1)}{(x - 1)^2} dx = \frac{x^2 - 2x - 2}{(x - 1)^2} dx.$$

Câu 13. Cho hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 2021$. Tìm tập nghiệm của bất phương trình $y'' > 0$.

- A. $[1; +\infty)$. B. $[0; 2]$. C. $(0; 2)$. D. $(1; +\infty)$.

Lời giải

$$\text{+)Ta có: } y' = 3x^2 - 6x, y'' = 6x - 6 \text{ suy ra } y'' > 0 \Leftrightarrow 6x - 6 > 0 \Leftrightarrow x > 1.$$

Vậy tập nghiệm của bất phương trình $y'' > 0$ là $S = (1; +\infty)$.

Câu 14. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O . Gọi M là trung điểm của SA . Xác định giao tuyến của hai mặt phẳng (MCD) và (SAB) .

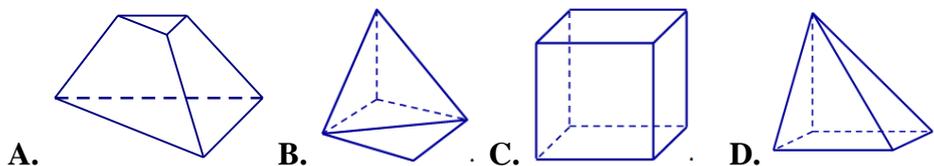
- A. MA . B. $Mx, (Mx \parallel AB)$. C. MO . D. $My, (My \parallel BC)$.

Lời giải

Ta xét (MCD) và (SAB) có:

$$\left. \begin{array}{l} \{M\} \in (MCD) \cap (SAB) \\ CD \subset (MCD), AB \subset (SAB) \\ AB \parallel CD \end{array} \right\} \Rightarrow (MCD) \cap (SAB) = Mx, (Mx \parallel AB \parallel CD).$$

Câu 15. Hình nào dưới đây là hình biểu diễn của hình chóp tứ giác?



Lời giải

Chọn đáp án D.

Câu 16. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Gọi M là trung điểm của AD . Khẳng định nào dưới đây là đúng?

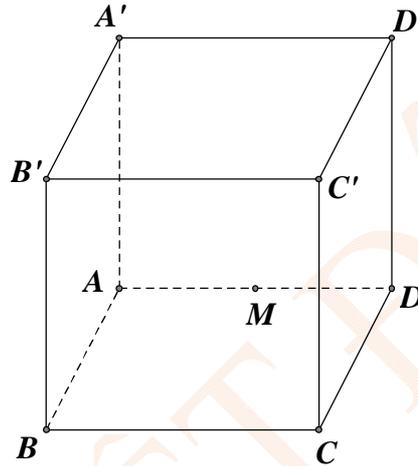
A. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA'} = \vec{0}$.

B. $2\overrightarrow{C'M} = \overrightarrow{C'A} + \overrightarrow{C'D}$.

C. $\overrightarrow{CA} + \overrightarrow{CC'} = \overrightarrow{AC'}$.

D. $\overrightarrow{MD} = 2\overrightarrow{AD}$.

Lời giải



Ta có $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA'} = \overrightarrow{AC'}$ nên đáp án A sai.

$2\overrightarrow{C'M} = \overrightarrow{C'A} + \overrightarrow{C'D}$ đúng do M là trung điểm của AD nên chọn đáp án B.

$\overrightarrow{CA} + \overrightarrow{CC'} = \overrightarrow{CA'}$ nên đáp án C sai.

$\overrightarrow{MD} = 2\overrightarrow{AD}$ sai do M là trung điểm của $AD \Rightarrow \overrightarrow{MD} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AD}$ nên đáp án D sai.

Câu 17. Cho hình hộp $ABCD.EFGH$. Gọi I là tâm của hình bình hành $ABFE$ và K là tâm của hình bình hành $BCGF$. Khẳng định nào dưới đây là đúng ?

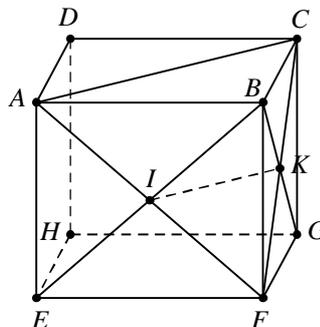
A. Các vectơ \overrightarrow{BD} , \overrightarrow{AK} , \overrightarrow{GF} đồng phẳng.

B. Các vectơ \overrightarrow{BD} , \overrightarrow{IK} , \overrightarrow{GF} đồng phẳng.

C. Các vectơ \overrightarrow{BD} , \overrightarrow{EK} , \overrightarrow{GF} đồng phẳng.

D. Các vectơ \overrightarrow{BD} , \overrightarrow{IK} , \overrightarrow{GC} đồng phẳng.

Lời giải



Vì I, K lần lượt là trung điểm của AF và CF .

Suy ra IK là đường trung bình của tam giác $AFC \Rightarrow IK // AC \Rightarrow IK // (ABCD)$.

Mà $GF // (ABCD)$ và $BD \subset (ABCD)$ suy ra ba vectơ $\overrightarrow{BD}, \overrightarrow{IK}, \overrightarrow{GF}$ đồng phẳng.

Câu 18. Cho tứ diện $ABCD$ có M, N lần lượt là trung điểm các cạnh AC và BD . Gọi G là trung điểm của đoạn thẳng MN . Hãy chọn khẳng định sai

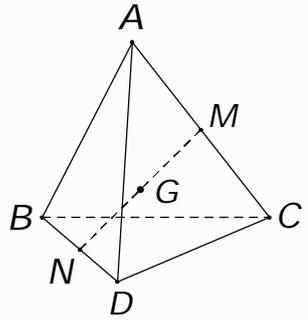
A. $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GC} = 2\overrightarrow{GM}$.

B. $\overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GD} = \overrightarrow{MN}$.

C. $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD} = \vec{0}$.

D. $2\overrightarrow{NM} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD}$.

Lời giải



$\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GC} = 2\overrightarrow{GM}$ đúng theo tính chất trung điểm đoạn thẳng

$\overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GD} = \overrightarrow{MN}$ đúng vì $\overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GD} = 2\overrightarrow{GN} = \overrightarrow{MN}$

$\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD} = \vec{0}$ đúng vì $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD} = 2(\overrightarrow{GM} + \overrightarrow{GN}) = \vec{0}$.

$2\overrightarrow{NM} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD}$ sai vì :

$$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} = (\overrightarrow{AM} + \overrightarrow{MN} + \overrightarrow{NB}) + (\overrightarrow{CM} + \overrightarrow{MN} + \overrightarrow{ND})$$

$$= 2\overrightarrow{MN} + (\overrightarrow{AM} + \overrightarrow{CM}) + (\overrightarrow{NB} + \overrightarrow{ND}) = 2\overrightarrow{MN} + \vec{0} + \vec{0} = 2\overrightarrow{MN}.$$

Câu 19. Tìm các mệnh đề sai:

(I) $\left. \begin{matrix} a // b \\ (\alpha) \perp a \end{matrix} \right\} \Rightarrow (\alpha) \perp b$ (II) $\left. \begin{matrix} (\alpha) // (\beta) \\ a \perp (\alpha) \end{matrix} \right\} \Rightarrow a \perp (\beta)$

(III) $\left. \begin{matrix} (\alpha) \perp a \\ (\beta) \perp a \end{matrix} \right\} \Rightarrow (\alpha) \perp (\beta)$ (IV) $\left. \begin{matrix} a \perp (\alpha) \\ b \perp (\alpha) \end{matrix} \right\} \Rightarrow a // b$

A. (I).

B. (II).

C. (III).

D. (III), (IV).

Lời giải

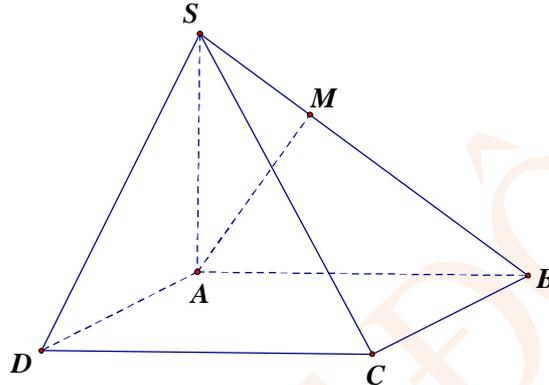
Mệnh đề (III) $\left. \begin{matrix} (\alpha) \perp a \\ (\beta) \perp a \end{matrix} \right\} \Rightarrow (\alpha) \perp (\beta)$ sai vì $(\alpha), (\beta)$ sẽ song song hoặc trùng với nhau.

Mệnh đề (IV) $\left. \begin{array}{l} a \perp (\alpha) \\ b \perp (\alpha) \end{array} \right\} \Rightarrow a // b$ sai vì a, b có thể trùng nhau.

Câu 20. Cho hình chóp $S.ABCD$ có $SA \perp (ABCD)$ và đáy là hình vuông. Từ A kẻ $AM \perp SB$. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $SB \perp (MAC)$. **B.** $AM \perp (SBC)$. C. $AM \perp (SAD)$. D. $AM \perp (SBD)$.

Lời giải



Ta có $BC \perp (SAB)$ nên $BC \perp AM$,

Mà $AM \perp SB$ (theo giả thiết)

Vậy $AM \perp (SBC)$

Câu 21. Một cấp số nhân hữu hạn có công bội $q = 2$, số hạng thứ bốn bằng -24 và số hạng cuối bằng -1572864 . Hỏi cấp số nhân đó có bao nhiêu số hạng.

- A. 18. B. 19. **C.** 20. D. 21.

Lời giải

Gọi cấp số nhân đó là: $u_1; u_2; u_3; \dots; u_n$.

Ta có: $u_4 = -24 \Leftrightarrow u_1 \cdot q^3 = -24 \Leftrightarrow u_1 \cdot 2^3 = -24 \Leftrightarrow u_1 = -3$.

$u_n = -1572864 \Leftrightarrow u_1 \cdot q^{n-1} = -1572864 \Leftrightarrow (-3) \cdot 2^{n-1} = -1572864 \Rightarrow n-1 = 19 \Rightarrow n = 20$.

Vậy cấp số nhân có 20 số hạng.

Câu 22. Biết giới hạn $\lim \left[n \left(\sqrt{9n^2 + 3} - \sqrt{9n^2 + 2} \right) \right] = \frac{a}{b}$ với $a, b \in \mathbb{N}$ và $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản. Khi đó, giá trị $a^2 + b$ bằng

- A. 31. **B.** 7. C. 84. D. 37.

Lời giải

Ta có: $\lim \left[n \left(\sqrt{9n^2 + 3} - \sqrt{9n^2 + 2} \right) \right] = \lim \frac{n}{\sqrt{9n^2 + 3} + \sqrt{9n^2 + 2}} = \lim \frac{1}{\sqrt{9 + \frac{3}{n^2}} + \sqrt{9 + \frac{2}{n^2}}} = \frac{1}{6}$.

Suy ra $a=1, b=6$. Ta có $a^2 + b = 1^2 + 6 = 7$.

Câu 23. Trong dịp hội trại hè 2021, bạn An thả một quả bóng cao su từ độ cao 6(m) so với mặt đất, mỗi lần chạm đất quả bóng lại nảy lên một độ cao bằng ba phần tư độ cao lần rơi trước. Biết rằng quả bóng luôn chuyển động vuông góc với mặt đất. Tổng quãng đường quả bóng đã di chuyển (từ lúc thả bóng cho đến lúc bóng không nảy nữa) khoảng:

- A. 44(m). B. 45(m). C. 42(m). D. 43(m).

Lời giải

Ta có quãng đường bóng bay bằng tổng quãng đường bóng nảy lên và quãng đường bóng rơi xuống.

Vì mỗi lần bóng nảy lên bằng $\frac{3}{4}$ lần nảy trước nên ta có tổng quãng đường bóng nảy lên là

$$S_1 = 6 \cdot \frac{3}{4} + 6 \cdot \left(\frac{3}{4}\right)^2 + 6 \cdot \left(\frac{3}{4}\right)^3 + \dots + 6 \cdot \left(\frac{3}{4}\right)^n + \dots$$

Đây là tổng của cấp số nhân lùi vô hạn có số hạng đầu $u_1 = 6 \cdot \frac{3}{4} = \frac{9}{2}$ và công bội $q = \frac{3}{4}$.

$$\text{Suy ra } S_1 = \frac{\frac{9}{2}}{1 - \frac{3}{4}} = 18.$$

Tổng quãng đường bóng rơi xuống bằng khoảng cách độ cao ban đầu và tổng quãng đường bóng nảy lên nên là $S_2 = 6 + 6 \cdot \left(\frac{3}{4}\right) + 6 \cdot \left(\frac{3}{4}\right)^2 + \dots + 6 \cdot \left(\frac{3}{4}\right)^n + \dots$

Đây là tổng của cấp số nhân lùi vô hạn với số hạng đầu $u_1 = 6$ và công bội $q = \frac{3}{4}$. Suy ra

$$S_2 = \frac{6}{1 - \frac{3}{4}} = 24.$$

Vậy tổng quãng đường bóng bay là $S = S_1 + S_2 = 18 + 24 = 42$.

Câu 24. Tính giới hạn $I = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt[3]{1+x} - \sqrt{1-x}}{\sqrt{1-x} - \sqrt{1+x}}$

- A. $I = \frac{1}{6}$. B. $I = \frac{5}{6}$. C. $I = -\frac{5}{6}$. D. Nếu $I = -\frac{1}{6}$.

Lời giải

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt[3]{1+x} - \sqrt{1-x}}{\sqrt{1-x} - \sqrt{1+x}} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt[3]{1+x} - 1 + 1 - \sqrt{1-x}}{\sqrt{1-x} - \sqrt{1+x}}$$

$$\begin{aligned} & \lim_{x \rightarrow 0} \left[\frac{(1+x-1)(\sqrt{1-x}+\sqrt{1+x})}{(1-x-1-x)\left(\sqrt[3]{(1+x)^2}+\sqrt[3]{1+x}+1\right)} + \frac{[1-(1-x)](\sqrt{1-x}+\sqrt{1+x})}{(1-x-1-x)(1+\sqrt{1-x})} \right] \\ &= \lim_{x \rightarrow 0} \left[\frac{(\sqrt{1-x}+\sqrt{1+x})}{-2\left(\sqrt[3]{(1+x)^2}+\sqrt[3]{1+x}+1\right)} + \frac{(\sqrt{1-x}+\sqrt{1+x})}{-2(1+\sqrt{1-x})} \right] = -\frac{1}{3} - \frac{1}{2} = -\frac{5}{6} \end{aligned}$$

Câu 25. Biết $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{9x^2 - 18x + 1} + 3x) = a$ với $a \in \mathbb{N}$. Khẳng định nào sau đây đúng ?

A. a chia hết cho 6.

B. a chia hết cho 2.

C. a là hợp số.

D. a chia hết cho 3.

Lời giải

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{9x^2 - 18x + 1} + 3x) &= \lim_{x \rightarrow \infty} \left[\frac{(9x^2 - 18x + 1) - 9x^2}{\sqrt{9x^2 - 18x + 1} - 3x} \right] \\ &= \lim_{x \rightarrow \infty} \left[\frac{-18x + 1}{\sqrt{9x^2 - 18x + 1} - 3x} \right] = \lim_{x \rightarrow \infty} \left[\frac{x \left(-18 + \frac{1}{x} \right)}{x \left(-\sqrt{9 - \frac{18}{x} + \frac{1}{x^2}} - 3 \right)} \right] = \frac{-18}{-6} = 3 \end{aligned}$$

Câu 26. Cho $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - 2}{1 - x^2} = 14$. Giới hạn của $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{3f(x) - 2} - 2}{x - 1}$ là:

A. $+\infty$.

B. 21.

C. -21.

D. 0.

Lời giải

Ta có:

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - 2}{1 - x^2} = 14 \text{ suy ra } f(1) = 2$$

Theo đề bài ta có:

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{3f(x) - 2} - 2}{x - 1} &= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(3f(x) - 2 - 4)(x + 1)}{(x^2 - 1)(\sqrt{3f(x) - 2} + 2)} \\ &= \lim_{x \rightarrow 1} \left[\frac{f(x) - 2}{1 - x^2} \cdot \frac{-3(x + 1)}{\sqrt{3f(x) - 2} + 2} \right] \end{aligned}$$

$$\text{Ta có: } \lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - 2}{1 - x^2} = 14; \quad \lim_{x \rightarrow 1} \frac{-3(x + 1)}{\sqrt{3f(x) - 2} + 2} = \frac{-3 \cdot 2}{\sqrt{3f(1) - 2} + 2} = \frac{-3 \cdot 2}{2 + 2} = \frac{-3}{2}$$

$$\text{Suy ra: } \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{3f(x)-2}-2}{x-1} = 14 \cdot \left(\frac{-3}{2}\right) = -21$$

Câu 27. Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{x+1}-1}{x} & \text{khi } x > 0 \\ \sqrt{x^2+1} & \text{khi } x \leq 0 \end{cases}$. Mệnh đề nào sau đây là **đúng** ?

- A. Hàm số liên tục trên \mathbb{R} .
 B. Hàm số liên tục trên khoảng $(-\infty; 0) \cup (0; +\infty)$.
 C. Hàm số liên tục trên đoạn $[0; 2]$.
 D. Hàm số liên tục tại $x = 0$.

Lời giải

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\sqrt{x+1}-1}{x} = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{x+1-1}{x(\sqrt{x+1}+1)} = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{1}{(\sqrt{x+1}+1)} = \frac{1}{2}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^-} \sqrt{x^2+1} = 1$$

Vì $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) \neq \lim_{x \rightarrow 0^-} f(x)$ nên hàm số $f(x)$ không liên tục tại $x = 0$.

Với $x > 0$, hàm số $f(x) = \frac{\sqrt{x+1}-1}{x}$ liên tục trên khoảng $(0; +\infty)$.

Với $x < 0$, hàm số $f(x) = \sqrt{x^2+1}$ liên tục trên khoảng $(-\infty; 0)$.

Câu 28. Phương trình nào dưới đây có nghiệm trong khoảng $(0; 1)$

- A. $x^2 - 3x - 4 = 0$.
 B. $(x-1)^5 - x^7 - 2 = 0$.
 C. $3x^4 - 4x^2 + 5 = 0$.
 D. $x^{2021} - 8x^2 + 4 = 0$.

Lời giải

Xét hàm số $f(x) = x^{2021} - 8x^2 + 4 = 0$.

Hàm số liên tục trên đoạn $[0; 1]$ và $f(0) \cdot f(1) = 4 \cdot (-3) = -12 < 0$

Vậy phương trình $x^{2021} - 8x^2 + 4 = 0$ có nghiệm trong khoảng $(0; 1)$.

Câu 29. Cho hàm số $y = \frac{2x^2 - 3x}{x - 2}$. Tập nghiệm của bất phương trình $y' \leq 0$ có chứa bao nhiêu phân tử là số nguyên ?

- A. 4 .
 B. 0 .
 C. 3 .
 D. 2 .

Lời giải

$$\text{Ta có : } y = \frac{2x^2 - 3x}{x - 2}$$

$$\text{Suy ra: } y' = \frac{(4x-3).(x-2)-(2x^2-3x)}{(x-2)^2} = \frac{4x^2-11x+6-2x^2+3x}{(x-2)^2} = \frac{2x^2-8x+6}{(x-2)^2}$$

Khi đó $y' \leq 0 \Leftrightarrow \frac{2x^2-8x+6}{(x-2)^2} \leq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 1 \leq x \leq 3 \\ x \neq 2 \end{cases}$. Tập nghiệm của bất phương trình $y' \leq 0$ có chứa 2 số nguyên.

Câu 30. Cho hàm số $y = x^3 - 3x^2 + mx + 1$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $y' = 0$ có hai nghiệm dương phân biệt ?

A. 1 .

B. 2 .

C. 0 .

D. 3 .

Lời giải

Với $y = x^3 - 3x^2 + mx + 1$ ta có $y' = 3x^2 - 6x + m$

Khi đó: $y' = 0 \Leftrightarrow 3x^2 - 6x + m = 0$. (1)

Phương trình (1) ó hai nghiệm dương phân biệt khi $\begin{cases} \Delta' = 9 - 3m > 0 \\ S = 2 > 0 \\ P = \frac{m}{3} > 0 \end{cases} \Leftrightarrow 0 < m < 3$

Vậy có hai giá trị nguyên của tham số m thỏa mãn.

Câu 31. Cho đồ thị (C): $y = \frac{3x-2}{x-1}$ và $A(9;0)$. Có hai tiếp tuyến của đồ thị hàm số (C) đi qua điểm

$A(9;0)$. Biết tổng hệ số góc của hai tiếp tuyến đó có dạng $-\frac{a}{b}$ (với a, b là các số nguyên

dương, $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản). Giá trị của $a+b$ là bao nhiêu?

A. 30 .

B. 29 .

C. 3 .

D. -29 .

Lời giải

Tập xác định $D = \mathbb{R} \setminus \{1\}$

$$\text{Ta có: } y' = \frac{-1}{(x-1)^2}$$

Đường thẳng d đi qua điểm $A(9;0)$ với hệ số góc k có phương trình $y = k(x-9)$

Đường thẳng d tiếp xúc với đồ thị (C) khi và chỉ khi hệ phương trình sau có nghiệm

$$\begin{cases} \frac{3x-2}{x-1} = k(x-9) & (1) \\ \frac{-1}{(x-1)^2} = k & (2) \end{cases}$$

Thế (2) vào (1), ta có:

$$\frac{3x-2}{x-1} = \frac{-1}{(x-1)^2}(x-9) \Leftrightarrow (x-1).(3x-2) = -(x-9) \Leftrightarrow 3x^2 - 4x - 7 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = \frac{7}{3} \end{cases}$$

Do đó tổng hệ số góc của hai tiếp tuyến đó bằng $y'(-1) + y'\left(\frac{7}{3}\right) = -\frac{1}{4} + \left(-\frac{9}{16}\right) = -\frac{13}{16}$

Khi đó $a+b = 13+16 = 29$

Câu 32. Cho hàm số $y = (m+1)\sin x + m\cos x - (m+2)x + 1$. Tính tổng tất cả các giá trị nguyên của tham số m để $y' = 0$ vô nghiệm

A. $S = 2$.

B. $S = 3$.

C. $S = 4$.

D. $S = 5$.

Lời giải

Ta có: $y' = (m+1)\cos x - m\sin x - (m+2)$

Phương trình $y' = 0 \Leftrightarrow (m+1)\cos x - m\sin x = (m+2)$

Điều kiện phương trình vô nghiệm là $a^2 + b^2 < c^2$

$$\Leftrightarrow (m+1)^2 + m^2 < (m+2)^2 \Leftrightarrow m^2 - 2m - 3 < 0 \Leftrightarrow -1 < m < 3.$$

Vậy: $m \in \{0, 1, 2\} \Rightarrow S = 3$

Câu 33. Cho hàm số $y = \cos^4 x + \sin^4 x$. Biết $y' = \frac{a}{b}\sin 4x$, a, b là số nguyên và a, b nguyên tố cùng nhau.

Tính $a^2 + b^2$.

A. 17.

B. 257.

C. 5.

D. 226.

Lời giải

$$y = \cos^4 x + \sin^4 x = 1 - 2\sin^2 x \cos^2 x = 1 - \frac{1}{2}\sin^2 2x = 1 - \frac{1}{4}(1 - \cos 4x) = \frac{3}{4} + \frac{1}{4}\cos 4x$$

$$\Rightarrow y' = -\frac{1}{16}\sin 4x. \text{ Do đó: } a^2 + b^2 = 1 + 16^2 = 257.$$

Câu 34. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$, gọi N là điểm thỏa $\overline{C'N} = 2\overline{NB'}$, M là trung điểm của $A'D'$, I là giao điểm của $A'N$ và $B'M$. Chọn mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau:

A. $\overline{AI} = \overline{AA'} + \frac{3}{5}\overline{AB} + \frac{1}{5}\overline{AD}$.

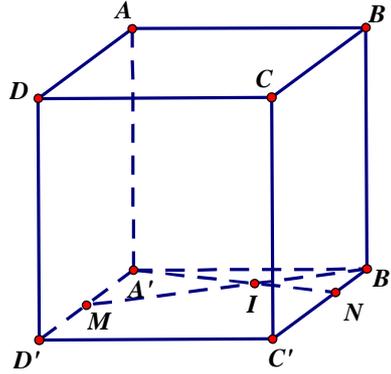
B. $\overline{AI} = \overline{AA'} + \frac{1}{2}\overline{AB} + \frac{1}{6}\overline{AD}$.

C. $\overline{AI} = 2\overline{AA'} + \frac{3}{2}\overline{AB} + \frac{1}{3}\overline{AD}$.

D. $\overline{AI} = \frac{1}{3}\overline{AA'} + \frac{1}{5}\overline{AB} + \frac{1}{6}\overline{AD}$.

Lời giải

Chọn A



Ta có: tam giác $IA'M$ đồng dạng với tam giác INB' nên suy ra:

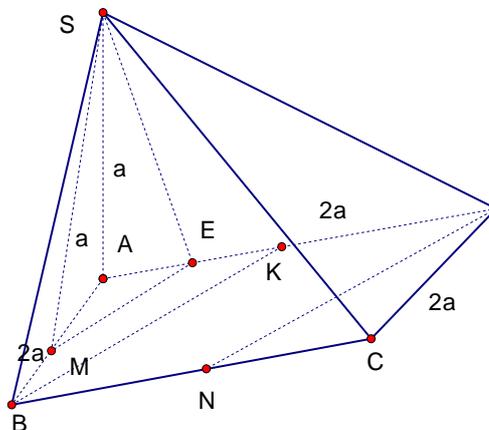
$$\frac{IA'}{IN} = \frac{A'M}{B'N} = \frac{\frac{1}{2}A'D'}{\frac{1}{3}A'D'} = \frac{3}{2} \Rightarrow A'I = \frac{3}{5}A'N$$

$$\begin{aligned} \overrightarrow{AI} &= \overrightarrow{AA'} + \overrightarrow{A'I} = \overrightarrow{AA'} + \frac{3}{5}\overrightarrow{A'N} = \overrightarrow{AA'} + \frac{3}{5}(\overrightarrow{A'B'} + \overrightarrow{B'N}) = \overrightarrow{AA'} + \frac{3}{5}\left(\overrightarrow{AB} + \frac{1}{3}\overrightarrow{AD}\right) \\ &= \overrightarrow{AA'} + \frac{3}{5}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{5}\overrightarrow{AD} \end{aligned}$$

Câu 35. Cho hình chóp $S.ABCD$, có đáy $ABCD$ là hình vuông có cạnh bằng $2a$, ΔSAD vuông tại A . Gọi M, N lần lượt là trung điểm của cạnh AB và BC . Biết $SM = SA = a$. Khi đó cô sin của góc giữa hai đường thẳng SM và DN bằng?

- A. $\cos(\widehat{SM, DN}) = \frac{1}{5}$.
- B. $\cos(\widehat{SM, DN}) = \frac{1}{2}$.
- C. $\cos(\widehat{SM, DN}) = \frac{\sqrt{5}}{5}$.
- D. $\cos(\widehat{SM, DN}) = -\frac{\sqrt{5}}{5}$.

Lời giải



Kẻ $BK // DN, ME // BK$, suy ra $(\widehat{SM, DN}) = (\widehat{SM, AE})$.

Ta có K là trung điểm AD và E là trung điểm AK suy ra $AE = \frac{1}{2}AK = \frac{1}{4}AD = \frac{1}{2}a$.

Xét tam giác vuông SEA có $SE = \sqrt{SA^2 + AE^2} = \frac{a\sqrt{5}}{2}$ và tam giác vuông AME có

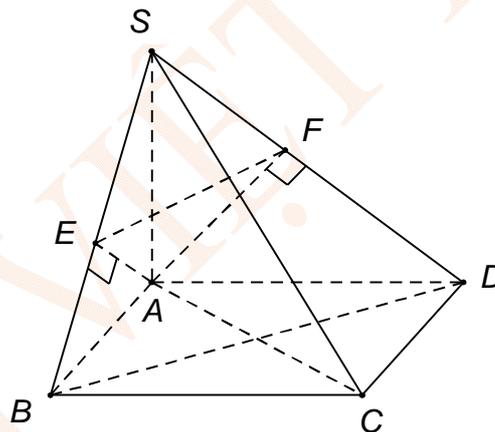
$$ME = \sqrt{AM^2 + AE^2} = \frac{a\sqrt{5}}{2}.$$

$$\text{Do đó } \cos \widehat{SME} = \frac{SM^2 + ME^2 - SE^2}{2 \cdot SM \cdot ME} = \frac{a^2 + \frac{5a^2}{4} - \frac{5a^2}{4}}{2 \cdot a \cdot \frac{a\sqrt{5}}{2}} = \frac{\sqrt{5}}{5} \text{ suy ra } \cos(\widehat{SM}, \widehat{DN}) = \frac{\sqrt{5}}{5}$$

Câu 36. Cho hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình chữ nhật, cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy. Gọi AE, AF lần lượt là đường cao của tam giác SAB và tam giác SAD. Khẳng định nào dưới đây là đúng?

- A. $SC \perp (AFB)$. **B. $SC \perp (AEF)$.** C. $SC \perp (AEC)$. D. $SC \perp (AED)$.

Lời giải



Vì SA vuông góc với mặt phẳng (ABCD) $\Rightarrow SA \perp BC$.

Mà $AB \perp BC$ nên suy ra $BC \perp (SAB) \Rightarrow BC \perp AE \subset (SAB)$.

Tam giác SAB có đường cao AE $\Rightarrow AE \perp SB$ mà $AE \perp BC \Rightarrow AE \perp (SBC) \Rightarrow AE \perp SC$.

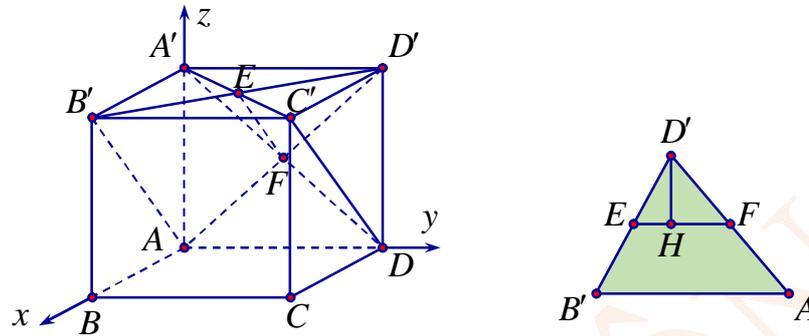
Tương tự, ta chứng minh được $AF \perp SC$. Do đó $SC \perp (AEF)$.

Câu 37.[1H3-4.3-3] Cho hình hộp ABCD.A'B'C'D' có các cạnh $AB = 2, AD = 3, AA' = 4$. Góc giữa hai mặt phẳng (AB'D') và (A'C'D) là α . Tính giá trị gần đúng của α ?

- A. $45,2^\circ$. B. $38,1^\circ$. C. $53,4^\circ$. **D. $61,6^\circ$!**

Lời giải

Hai mặt phẳng $(AB'D')$ và $(A'C'D')$ có giao tuyến là EF như hình vẽ. Từ A' và D' ta kẻ 2 đoạn vuông góc lên giao tuyến EF sẽ là chung một điểm H như hình vẽ. Khi đó, góc giữa hai mặt phẳng cần tìm chính là góc giữa hai đường thẳng $A'H$ và $D'H$.



Tam giác DEF lần lượt có $D'E = \frac{D'B'}{2} = \frac{\sqrt{13}}{2}$, $D'F = \frac{D'A}{2} = \frac{5}{2}$, $EF = \frac{B'A}{2} = \sqrt{5}$.

Theo Hê rông ta có: $S_{DEF} = \frac{\sqrt{61}}{4}$. Suy ra $D'H = \frac{2S_{DEF}}{EF} = \frac{\sqrt{305}}{10}$.

Tam giác $D'A'H$ có: $\cos \widehat{A'HD'} = \frac{HA'^2 + HD'^2 - A'D'^2}{2HA' \cdot HD'} = -\frac{29}{61}$.

Do đó $\widehat{A'HD'} \approx 118,4^\circ$ hay $(\widehat{A'H, D'H}) \approx 180^\circ - 118,4^\circ = 61,6^\circ$.

Câu 38. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a , $SA = a$ và vuông góc với đáy. Mặt phẳng (α) đi qua trung điểm E của SC và vuông góc với AB . Tính diện tích S của thiết diện tạo bởi (α) với hình chóp đã cho.

A. $S = \frac{5a^2\sqrt{3}}{16}$. B. $S = \frac{a^2\sqrt{7}}{32}$. C. $S = \frac{5a^2\sqrt{3}}{32}$. D. $S = \frac{5a^2\sqrt{2}}{16}$.

Lời giải

Gọi F là trung điểm AC $EF // SA$.

Do $SA \perp (ABC) \Rightarrow SA \perp AB$ nên $EF \perp AB$.

Gọi J, G lần lượt là trung điểm AB, AJ

Suy ra $CJ \perp AB; FG // CJ \Rightarrow FG \perp AB$.

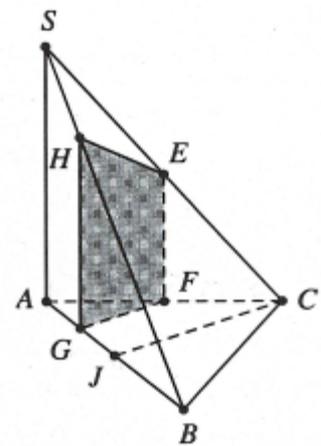
Trong ΔSAB kẻ $GH // SA (H \in SB) \Rightarrow GH \perp AB$ Suy ra thiết diện cần tìm là hình thang vuông $EFGH$

$$S_{EFGH} = \frac{1}{2}(EF + GH).FG$$

$$EF = \frac{1}{2}SA = \frac{a}{2}; FG = \frac{1}{2}CJ = \frac{a\sqrt{3}}{4};$$

$$\frac{GH}{SA} = \frac{BG}{BA} \rightarrow GH = BG = \frac{3a}{4}$$

$$S_{EFGH} = \frac{1}{2}\left(\frac{a}{2} + \frac{3a}{4}\right) \cdot \frac{a\sqrt{3}}{4} = \frac{5a^2\sqrt{3}}{32}$$



Câu 39. Cho hình chóp $S.ABC$, $SA \perp (ABC)$, có đáy ABC là tam giác biết $AB = AC = a$, $\widehat{ACB} = 60^\circ$. Góc mặt phẳng (SBC) và đáy là 30° . Tính diện tích tam giác SBC .

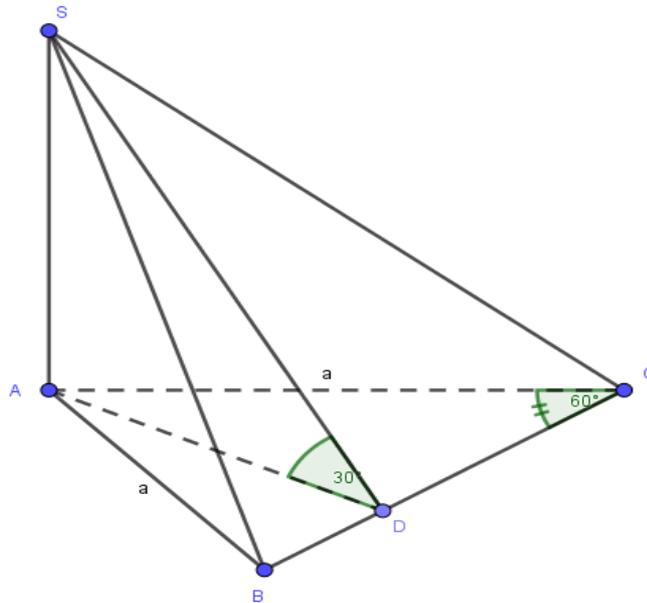
A. $\frac{a^2}{2}$.

B. $\frac{a^2\sqrt{3}}{2}$.

C. $\frac{a^2\sqrt{3}}{4}$.

D. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Lời giải



Ta có: ΔABC cân tại A và $\widehat{ACB} = 60^\circ \Rightarrow \Delta ABC$ là tam giác đều

$$\Rightarrow S_{\Delta ABC} = \frac{\sqrt{3}}{4} AB^2 = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$$

Mặt khác ΔABC là hình chiếu của ΔSBC lên mặt phẳng (ABC) .

$$\text{Do đó } S_{\Delta ABC} = S_{\Delta SBC} \cdot \cos(\widehat{(SBC);(ABC)}) = S_{\Delta SBC} \cdot \cos 30^\circ$$

$$\Rightarrow S_{\Delta ABC} = \frac{a^2}{2}.$$

Câu 40. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh $2a$, mặt bên SAB là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng đáy. Tính khoảng cách h từ điểm A đến mặt phẳng (SCD) .

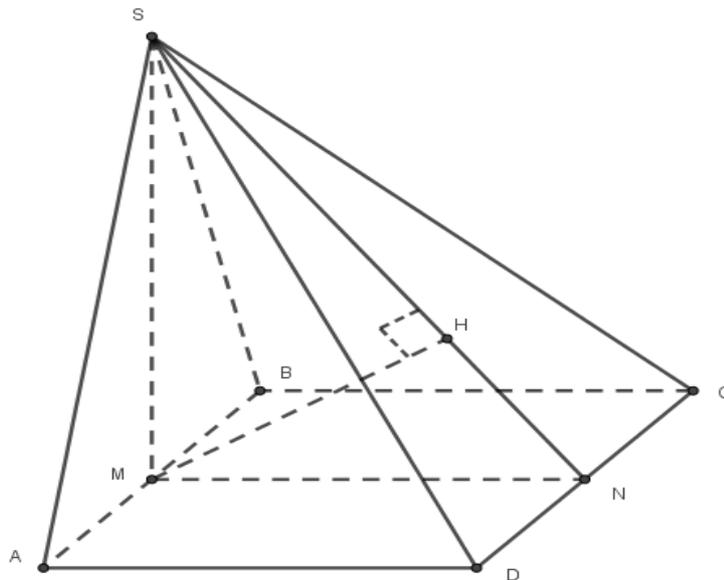
A. $h = \frac{2a\sqrt{21}}{7}$.

B. $h = 2a$.

C. $h = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.

D. $h = \frac{2a\sqrt{3}}{7}$.

Lời giải



Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AB và CD .

Vì ΔSAB đều nên $SM \perp AB$ mà

$$\begin{cases} (SAB) \perp (ABCD) \\ (SAB) \cap (ABCD) = AB \end{cases} \Rightarrow SM \perp (ABCD).$$

Gọi H là hình chiếu của M lên SN , ta có

$$\begin{cases} CD \perp SM \text{ (do } SM \perp (ABCD)) \\ CD \perp MN \end{cases} \Rightarrow CD \perp (SMN)$$

$$\Rightarrow CD \perp MH \text{ mà } SN \perp MH \Rightarrow MH \perp (SCD).$$

Vì $AB \parallel CD \Rightarrow AB \parallel (SCD)$

$$\Rightarrow h = d(A, (SCD)) = d(AB, (SCD)) = d(M, (SCD)) = MH \text{ (vì } M \in AB).$$

Mặt khác, ta có $MN = 2a$; ΔSAB đều, cạnh bằng $2a$ nên đường cao $SM = a\sqrt{3}$.

Xét tam giác vuông $\triangle SMN$ ta có : $MH = \sqrt{\frac{SM^2 \cdot MN^2}{SM^2 + MN^2}} = a \frac{2\sqrt{21}}{7}$.

Vậy $h = d(A, (SCD)) = \frac{2a\sqrt{21}}{7}$.

Câu 41. Cho dãy số (u_n) xác định bởi $\begin{cases} u_1 = 5 \\ u_{n+1} = \frac{3u_n - 2}{2u_n - 1} \end{cases} (n \geq 1)$.

Tìm $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n^2 - 6n + 5} \left(\frac{1}{u_1 - 1} + \frac{1}{u_2 - 1} + \frac{1}{u_3 - 1} + \dots + \frac{1}{u_n - 1} \right)$.

A. 0.

B. $\frac{1}{5}$.

C. $\frac{7}{4}$.

D. 1.

Lời giải

Với $n \geq 1$, ta có

$$u_{n+1} = \frac{3u_n - 2}{2u_n - 1} \Rightarrow u_{n+1} - 1 = \frac{3u_n - 2}{2u_n - 1} - 1 = \frac{u_n - 1}{2u_n - 1} = \frac{u_n - 1}{2(u_n - 1) + 1}$$

$$\text{Đặt } v_n = u_n - 1 \Rightarrow v_{n+1} = u_{n+1} - 1 = \frac{u_n - 1}{2(u_n - 1) + 1} = \frac{v_n}{2v_n + 1}$$

$$\text{Ta có } v_1 = u_1 - 1 = 5 - 1 = 4 > 0 \Rightarrow v_{n+1} = \frac{v_n}{2v_n + 1} > 0, \forall n \geq 1.$$

$$\Rightarrow \frac{1}{v_{n+1}} = \frac{2v_n + 1}{v_n} = \frac{1}{v_n} + 2, n \geq 1.$$

$\Rightarrow \left(\frac{1}{v_n} \right)$ là một cấp số cộng có số hạng đầu là $\frac{1}{v_1} = \frac{1}{u_1 - 1} = \frac{1}{4}$, công sai $d = 2$.

Khi đó công thức số hạng tổng quát của $\left(\frac{1}{v_n} \right)$ là $\frac{1}{v_n} = \frac{1}{4} + 2(n-1) = 2n - \frac{7}{4}, n \geq 1$

$$\Rightarrow \frac{1}{u_n - 1} = 2n - \frac{7}{4}, n \geq 1.$$

$$\Rightarrow \frac{1}{u_1 - 1} + \frac{1}{u_2 - 1} + \frac{1}{u_3 - 1} + \dots + \frac{1}{u_n - 1} = 2.1 - \frac{7}{4} + 2.2 - \frac{7}{4} + 2.3 - \frac{7}{4} + \dots + 2.n - \frac{7}{4}$$

$$= 2(1+2+3+\dots+n) - \frac{7n}{4} = 2 \cdot \frac{n(n+1)}{2} - \frac{7n}{4} = n(n+1) - \frac{7n}{4}$$

$$\text{Vậy } \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n^2 - 6n + 5} \left(\frac{1}{u_1 - 1} + \frac{1}{u_2 - 1} + \frac{1}{u_3 - 1} + \dots + \frac{1}{u_n - 1} \right) = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n^2 - 6n + 5} \left[n(n+1) - \frac{7n}{4} \right] = 1.$$

Câu 42. Cho $a, b \in \mathbb{R}$ thỏa mãn $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{(a+5)x^2 - 2(a+2)x + 2a + b + 7} - \sqrt{6x+3}}{x^2 - 2x + 1} = \frac{13}{12}$. Tính giá trị của $a^2 + b^2$.

- A. 2. B. $\frac{17}{2}$. C. $\frac{5}{2}$. D. $\frac{2845}{72}$.

Lời giải

Vì giới hạn đã cho tồn tại hữu hạn nên $\lim_{x \rightarrow 1} \left(\sqrt{(a+5)x^2 - 2(a+2)x + 2a + b + 7} - \sqrt{6x+3} \right) = 0$

$$\Rightarrow \sqrt{a+b+8} - 3 = 0 \Rightarrow b = 1 - a$$

$$\text{Khi đó } \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{(a+5)x^2 - 2(a+2)x + 2a + b + 7} - \sqrt{6x+3}}{x^2 - 2x + 1} = \frac{13}{12}$$

$$\Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{(a+5)x^2 - 2(a+2)x + a + 8} - \sqrt{6x+3}}{x^2 - 2x + 1} = \frac{13}{12}$$

$$\Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(a+5)x^2 - 2(a+2)x + a + 8}{(x^2 - 2x + 1) \left(\sqrt{(a+5)x^2 - 2(a+2)x + a + 8} + \sqrt{6x+3} \right)} = \frac{13}{12}$$

$$\Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow 1} \frac{a+5}{\sqrt{(a+5)x^2 - 2(a+2)x + a + 8} + \sqrt{6x+3}} = \frac{13}{12}$$

$$\Leftrightarrow \frac{a+5}{6} = \frac{13}{12} \Leftrightarrow a = \frac{3}{2} \Rightarrow b = -\frac{1}{2} \Rightarrow a^2 + b^2 = \frac{5}{2}.$$

Câu 43: Cho các số thực a, b, c thỏa mãn $9a - 27 > 3b - c$ và c là số âm. Khi đó số nghiệm thực phân biệt của phương trình $x^3 + ax^2 + bx + c = 0$ bằng

- A. 1 B. 2 C. 3 D. 0

Xét phương trình: $x^3 + ax^2 + bx + c = 0$ (1)

Đặt: $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$.

$$\text{Từ giả thiết } \begin{cases} 9a - 27 > 3b - c \Rightarrow -27 + 9a - 3b + c > 0 \Rightarrow f(-3) > 0. \\ c < 0 \Rightarrow f(0) < 0. \end{cases}$$

Do đó $f(0) \cdot f(-3) < 0$ nên phương trình (1) có ít nhất một nghiệm trong $(-3; 0)$.

Ta nhận thấy:

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty \text{ mà } f(-3) > 0 \text{ nên phương trình (1) có ít nhất một nghiệm } \alpha \in (-\infty; -3).$$

Tương tự: $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$ mà $f(0) < 0$ nên phương trình (1) có ít nhất một nghiệm $\beta \in (0; +\infty)$.

Như vậy phương trình đã cho có ít nhất 3 nghiệm thực phân biệt, mặt khác phương trình bậc 3 có tối đa 3 nghiệm, vậy ta chọn đáp án **C**.

Câu 44. Biết đồ thị hàm số $(C): y = \frac{x+1}{x-1}$ và đường thẳng $d: y = 2x + m$ giao nhau tại hai điểm phân biệt

A, B sao cho tiếp tuyến của (C) tại A và B song song với nhau. Giá trị của m thuộc khoảng nào sau đây:

- A.** $[-2; 0)$. **B.** $(-\infty; -2)$. **C.** $[0; 2)$. **D.** $[2; +\infty)$.

Lời giải

Phương trình hoành độ giao điểm:

$$\frac{x+1}{x-1} = 2x + m \Leftrightarrow x+1 = (x-1)(2x+m) \Leftrightarrow 2x^2 + (m-3)x - m - 1 = 0 \quad (1).$$

Để đồ thị (C) và đường thẳng d giao nhau tại hai điểm phân biệt A và B thì phương trình (1) có 2 nghiệm phân biệt, điều này xảy ra khi và chỉ khi

$$\Delta > 0 \Leftrightarrow (m-3)^2 + 8(m+1) > 0 \Leftrightarrow (m+1)^2 + 16 > 0 \quad (\text{luôn đúng } \forall m \in \mathbb{R})$$

Vậy d và (C) luôn giao nhau tại hai điểm phân biệt A và B .

Gọi x_1, x_2 ($x_1 \neq x_2$) lần lượt là hoành độ của A và B thì x_1, x_2 là hai nghiệm của (1).

Hệ số góc tiếp tuyến tại A và B lần lượt là $k_1 = y'(x_1) = \frac{-2}{(x_1-1)^2}$; $k_2 = y'(x_2) = \frac{-2}{(x_2-1)^2}$

Để hai tiếp tuyến này song song thì $k_1 = k_2 \Leftrightarrow (x_1-1)^2 = (x_2-1)^2 \neq 0 \Leftrightarrow x_1-1 = 1-x_2$ (do $x_1 \neq x_2$)

$$\Leftrightarrow x_1 + x_2 = 2.$$

Theo định lý Vi-et: $x_1 + x_2 = \frac{3-m}{2}$ suy ra $\frac{3-m}{2} = 2 \Leftrightarrow m = -1$. Vậy $m \in [-2; 0)$.

Câu 45. Tính $A = 2021C_{2021}^0 4^{2020} + 2020C_{2021}^1 4^{2019} + 2019C_{2021}^2 4^{2018} + \dots + 2.C_{2021}^{2019} .4 + C_{2021}^{2020}$.

- A.** $A = 5^{2020}$. **B.** $A = 2020.5^{2021}$.
C. $A = 2020.5^{2020}$. **D.** $A = 2021.5^{2020}$.

Lời giải

Xét khai triển $(x+1)^{2021} = C_{2021}^0 x^{2021} + C_{2021}^1 x^{2020} + C_{2021}^2 x^{2019} + \dots + C_{2021}^{2019} x^2 + C_{2021}^{2020} x + C_{2021}^{2021}$.

Đạo hàm hai vế ta có:

$$2021(x+1)^{2020} = 2021C_{2021}^0 x^{2020} + 2020C_{2021}^1 x^{2019} + 2019C_{2021}^2 x^{2018} + \dots + 2.C_{2021}^{2019} x + C_{2021}^{2020}.$$

Thay $x = 4$, ta được:

$$2021.5^{2020} = 2021C_{2021}^0 4^{2020} + 2020C_{2021}^1 4^{2019} + 2019C_{2021}^2 4^{2018} + \dots + 2.C_{2021}^{2019} .4 + C_{2021}^{2020}.$$

Vậy $A = 2021.5^{2020}$.

Câu 46. Giá trị của tổng $S = 2.1C_{2021}^2 + 4.3C_{2021}^4 + \dots + 2k(2k-1)C_{2021}^{2k} + \dots + 2020.2019C_{2021}^{2020}$ bằng?

- A.** $2021.2020.2^{2018}$. **B.** $2021.2020.2^{2019}$. **C.** $2021.2020.2^{2020}$. **D.** $2021.2020.2^{2021}$.

Lời giải

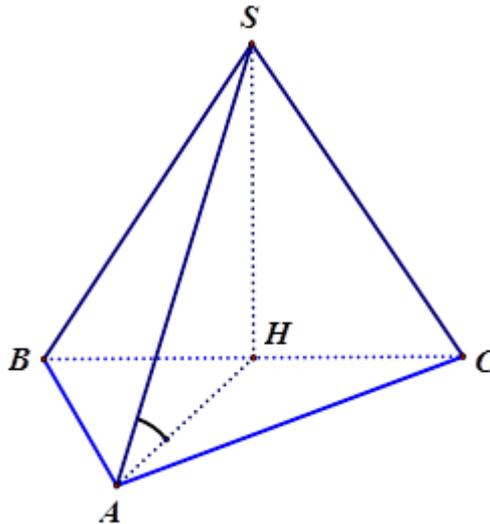
$$\begin{aligned} \text{Xét biểu thức: } f(x) &= (1+x)^{2021} = C_{2021}^0 + C_{2021}^1 x + C_{2021}^2 x^2 + C_{2021}^3 x^3 + \dots + C_{2021}^{2020} x^{2020} + C_{2021}^{2021} x^{2021} \\ f'(x) &= 2021(1+x)^{2020} = C_{2021}^1 + 2C_{2021}^2 x + 3C_{2021}^3 x^2 + \dots + 2020C_{2021}^{2020} x^{2019} + 2021C_{2021}^{2021} x^{2020} \\ f''(x) &= 2021.2020(1+x)^{2019} = 2.1C_{2021}^2 + 3.2C_{2021}^3 x + \dots + 2020.2019C_{2021}^{2020} x^{2018} + 2021.2020C_{2021}^{2021} x^{2019} \\ f''(1) &= 2021.2020.2^{2019} = 2.1C_{2021}^2 + 3.2C_{2021}^3 + \dots + 2020.2019C_{2021}^{2020} + 2021.2020C_{2021}^{2021} \\ f''(-1) &= 0 = 2.1C_{2021}^2 - 3.2C_{2021}^3 + \dots + 2020.2019C_{2021}^{2020} - 2021.2020C_{2021}^{2021} \\ f''(1) + f''(-1) &= 2021.2020.2^{2019} = 2[2.1C_{2021}^2 + 4.3C_{2021}^4 + \dots + 2020.2019C_{2021}^{2020}] \\ \Leftrightarrow 2021.2020.2^{2018} &= 2.1C_{2021}^2 + 4.3C_{2021}^4 + \dots + 2020.2019C_{2021}^{2020} \end{aligned}$$

Vậy $S = 2021.2020.2^{2018}$

Câu 47. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh $2a$. Hình chiếu vuông góc của S lên (ABC) trùng với trung điểm H của cạnh BC . Biết tam giác SBC là tam giác đều. Tính số đo của góc giữa SA và BC

- A.** 60° **B.** 90° **C.** 45° **D.** 30°

Lời giải



Do H là hình chiếu của S lên mặt phẳng (ABC) nên $BC \perp SH$

Ta có: ABC là tam giác đều, H là trung điểm của cạnh BC nên $BC \perp AH$

$$\text{Vậy có } \begin{cases} BC \perp SH \\ BC \perp AH \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SAH) \Rightarrow BC \perp SA.$$

Vậy $(SA, BC) = 90^\circ$

Câu 48. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông tâm O , các cạnh bên và cạnh đáy của hình chóp đều bằng a , E là trung điểm SB . Lấy I trên đoạn OD với $DI = x$. Gọi (α) là mặt phẳng qua I và song song mp (EAC) . Giá trị x sao cho thiết diện của hình chóp và mặt phẳng (α)

có diện tích lớn nhất là $\frac{m}{n}a\sqrt{2}$ với $m, n \in \mathbb{N}^*$; $(m, n) = 1$. Khi đó $m+n$ bằng

- A. 2 . B. 3 . C. 4 . D. 5 .

Lời giải

a) Ta có: mp $(\alpha) \parallel$ mp (ACE) .

+ mp $(ABCD)$ cắt mặt phẳng (α)

$$I \in (\alpha); I \in (ABCD) \Rightarrow I \in (\alpha) \cap (ABCD)$$

$$(\alpha) \parallel (EAC)$$

$$(ABCD) \cap (EAC) = AC$$

Suy

$$(\alpha) \cap (ABCD) = Ix, Ix \parallel AC, Ix \cap AD = M, Ix \cap DC = N$$

+ mp (SBD) cắt mặt phẳng (α)

$$I \in (\alpha); I \in (SBD) \Rightarrow I \in (\alpha) \cap (SBD)$$

$$(\alpha) \parallel (EAC)$$

$$(SBD) \cap (EAC) = EO$$

Suy ra $(\alpha) \cap (SBD) = Iy, Iy \parallel EO, Iy \cap SB = Q$

Dễ dàng có $IQ \parallel SD$

+ mp (SAD) cắt mặt phẳng (α)

$$M \in (\alpha); M \in (SAD) \Rightarrow M \in (\alpha) \cap (SAD)$$

$$(\alpha) \supset IQ$$

$$(SAD) \supset SD, IQ \parallel SD$$

Suy ra $(\alpha) \cap (SAD) = Mz, Mz \parallel SD, Mz \cap SA = R$

+ Tương tự mp (SDC) cắt mặt phẳng (α)

$$(SDC) \cap (\alpha) = Nt, Nt \parallel SD, Nt \cap SC$$

+ mp $(ABCD)$ cắt mặt phẳng (α) theo giao tuyến $MN \parallel AC$ (2)

+ mp (SAD) cắt mặt phẳng (α) theo giao tuyến $MR \parallel SD$ (5)

+ mp (SAB) cắt hai mặt phẳng (α) theo hai giao tuyến RQ (3)

+ mp (SBC) cắt mặt phẳng (α) theo hai giao tuyến QP (4)

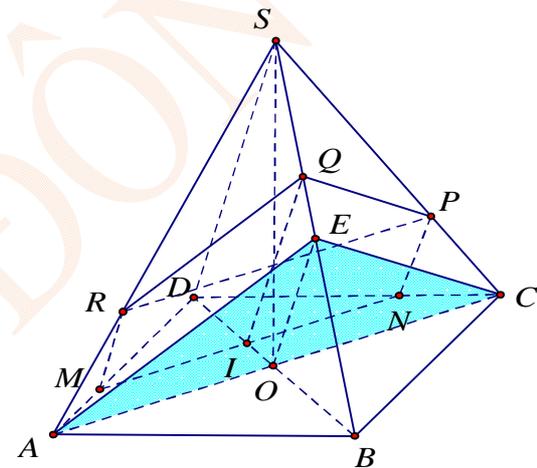
+ mp (SCD) cắt hai mặt phẳng (α) theo hai giao tuyến $PN \parallel SD$ (2)

Thiết diện của hình chóp và mặt phẳng (α) là ngũ giác $MNPQR$

Ta có $MR \parallel IQ \parallel NP$

Hay tứ giác $RMNP$ là hình bình hành.

Mà $\triangle EAC$ cân do $EA = EC$ (hai trung tuyến của 2 tam giác đều cạnh a) $\Rightarrow OE \perp AC$



Do đó $MR \perp MN, IQ \perp MN$ nên $RMIQ, QINP$ là hai hình thang vuông bằng nhau

$$\text{Do } MN \parallel AC \Rightarrow \frac{MN}{AC} = \frac{DI}{DO} \Rightarrow MN = \frac{AC}{OD} \cdot DI = 2x \Rightarrow MI = x$$

$$\Delta AEC \text{ cân cạnh } AC = a\sqrt{2}, OE = \frac{SD}{2} = \frac{a}{2}$$

$$\text{Do } MI \parallel AO \Rightarrow \frac{AM}{AD} = \frac{OI}{OD}$$

$$\text{Do } MR \parallel SD \Rightarrow \frac{AM}{AD} = \frac{MR}{SD}$$

$$\text{Vậy } \frac{OI}{OD} = \frac{MR}{SD} \Rightarrow MR = \frac{OI}{OD} \cdot SD = \frac{\frac{a\sqrt{2}}{2} - x}{\frac{a\sqrt{2}}{2}} \cdot a = \frac{a\sqrt{2} - 2x}{\sqrt{2}} = a - \sqrt{2}x$$

$$\text{Do } QI \parallel SD \Rightarrow \frac{IB}{DB} = \frac{QI}{SD} \Rightarrow QI = \frac{IB \cdot SD}{DB} = \frac{a\sqrt{2} - x}{a\sqrt{2}} \cdot a = \frac{a\sqrt{2} - x}{\sqrt{2}}$$

$$\text{Do đó } S_{RQPNM} = 2S_{MRQI} = 2 \cdot \frac{a - \sqrt{2}x + a - \frac{x}{\sqrt{2}}}{2} \cdot x = 2ax - \frac{3}{\sqrt{2}}x^2$$

$$= -\frac{3}{\sqrt{2}} \left[\left(x - \frac{\sqrt{2}}{3}a \right)^2 - \frac{2}{9}a^2 \right] = -\frac{3}{\sqrt{2}} \left(x - \frac{\sqrt{2}}{3}a \right)^2 + \frac{\sqrt{2}}{3}a^2 \leq \frac{\sqrt{2}}{3}a^2$$

$$\text{Do đó } \max S_{RQPNM} = \frac{\sqrt{2}}{3}a^2 \Leftrightarrow x = \frac{a\sqrt{2}}{3} \Rightarrow m = 1, n = 3 \Rightarrow m + n = 4$$

Câu 49. Cho hình chóp $S.ABC$ có tam giác ABC đều cạnh a . Gọi I là trung điểm AB , hình chiếu của điểm S lên (ABC) là trung điểm H của đoạn CI , góc giữa đường thẳng SA và mặt phẳng (ABC) bằng 45° . Khoảng cách giữa hai đường thẳng chéo nhau SA và CI bằng

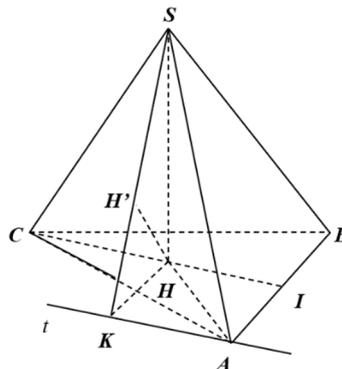
A. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$.

B. $\frac{a\sqrt{7}}{4}$.

C. $\frac{a}{2}$.

D. $\frac{a\sqrt{77}}{22}$.

Lời giải



Kẻ $At // CI$; $HK \perp At$ và $HH' \perp SK$.

Ta có $\begin{cases} AK \perp HK \\ AK \perp SH \end{cases} \Rightarrow AK \perp (SHK) \Rightarrow AK \perp HH' \quad (1)$

Lại có $HH' \perp SK \quad (2)$

Từ (1) và (2) suy ra $HH' \perp (SAK)$

Mặt khác $d(CI; SA) = d(CI; (SAK)) = d(H; (SAK)) = HH'$.

Ta có AHK là hình chữ nhật và tam giác SAH vuông cân nên

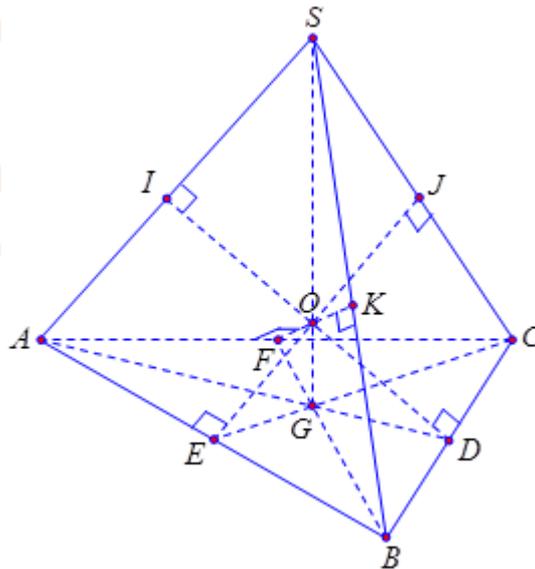
$$HK = AI = \frac{a}{2} \text{ và } SH = HA = \sqrt{HI^2 + AI^2} = \sqrt{\left(\frac{a\sqrt{3}}{4}\right)^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2} = \frac{a\sqrt{7}}{4}.$$

Trong tam giác vuông SHK có $\frac{1}{HH'^2} = \frac{1}{SH^2} + \frac{1}{HK^2} = \frac{44}{7a^2} \Rightarrow HH' = \frac{a\sqrt{77}}{22}$.

Câu 50. Cho hình chóp $S.ABC$ có $AB = BC = CA = a$, $SA = SB = SC = a\sqrt{3}$, M là điểm bất kì trong không gian. Gọi d là tổng khoảng cách từ M đến tất cả các đường thẳng AB, BC, CA, SA, SB, SC . Giá trị nhỏ nhất của d bằng

- A. $2a\sqrt{3}$. B. $\frac{a\sqrt{6}}{2}$. C. $a\sqrt{6}$. D. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Lời giải



Ta có khối chóp $S.ABC$ là khối chóp tam giác đều.

Gọi G là trọng tâm tam giác ABC . Khi đó SG là chiều cao của khối chóp $S.ABC$.

Gọi D, E, F lần lượt là trung điểm của BC, AB, CA và I, J, K lần lượt là hình chiếu của D, E, F trên SA, SC, SB .

Khi đó DI, EJ, FK tương ứng là các đường vuông góc chung của các cặp cạnh SA và BC, SC

và AB , SB và CA .

Ta có $DI = EJ = FK$. Do đó $\Delta SID = \Delta SJE$ nên $SI = SJ$.

Suy ra $ED \parallel IJ$ (cùng song song với AC). Do đó bốn điểm D, E, I, J đồng phẳng.

Tương tự ta có bộ bốn điểm D, F, I, K và E, F, J, K đồng phẳng.

Ba mặt phẳng $(DEIJ), (DFIK), (EFJK)$ đôi một cắt nhau theo ba giao tuyến DI, EJ, FK .

Suy ra DI, EJ, FK đồng quy tại điểm O thuộc SG .

Xét điểm M bất kì trong không gian.

$$\text{Ta có } \begin{cases} d(M, SA) + d(M, BC) \geq DI \\ d(M, SC) + d(M, AB) \geq EJ \\ d(M, SB) + d(M, AC) \geq FK \end{cases} \Rightarrow d \geq DI + EJ + FK.$$

Do đó d nhỏ nhất bằng $DI + EJ + FK = 3DI$ khi $M \equiv O$.

$$\text{Ta có } AD = \frac{a\sqrt{3}}{2}, AG = \frac{2}{3}AD = \frac{a\sqrt{3}}{3}, SG = \sqrt{SA^2 - AG^2} = \frac{2a\sqrt{6}}{3}, \sin \widehat{SAG} = \frac{SG}{SA} = \frac{2\sqrt{2}}{3}.$$

$$\text{Suy ra } DI = AD \cdot \sin \widehat{SAD} = \frac{a\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{2\sqrt{2}}{3} = \frac{a\sqrt{6}}{3}.$$

$$\text{Vậy giá trị nhỏ nhất cần tìm là } 3DI = 3 \cdot \frac{a\sqrt{6}}{3} = a\sqrt{6}.$$

☞ HẾT ☞

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

KIỂM TRA HỌC KỲ II NĂM HỌC 2020 - 2021

Môn: TOÁN - Lớp 11 - Chương trình chuẩn
Thời gian: 90 phút (Không kể thời gian phát đề)

Mã đề thi

Họ và tên thí sinh:..... SBD:.....

- Câu 1.** Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AD = 2a$, $CD = a$, $AA' = a\sqrt{2}$. Đường chéo AC' có độ dài bằng:
- A. $a\sqrt{5}$. B. $a\sqrt{7}$. C. $a\sqrt{6}$. D. $a\sqrt{3}$.
- Câu 2.** Cho hàm số $y = \frac{1}{x}$. Tính tỉ số $\frac{\Delta y}{\Delta x}$ theo x_0 và Δx (trong đó Δx là số gia của đối số tại x_0 và Δy là số gia tương ứng của hàm số) được kết quả là:
- A. $\frac{\Delta y}{\Delta x} = -\frac{1}{x_0 + \Delta x}$. B. $\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{1}{x_0 + \Delta x}$. C. $\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{1}{x_0(x_0 + \Delta x)}$. D. $\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{-1}{x_0(x_0 + \Delta x)}$.
- Câu 3.** Cho hàm số $y = \frac{1}{x-1}$ có đồ thị (C) . Gọi Δ là tiếp tuyến của (C) tại điểm $M(2;1)$. Diện tích của tam giác được tạo bởi Δ và các trục tọa độ bằng:
- A. 3. B. $\frac{3}{2}$. C. 9. D. $\frac{9}{2}$.
- Câu 4.** Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng 2, cạnh bên bằng 3. Số đo của góc giữa cạnh bên và mặt đáy bằng: (làm tròn đến phút) $\Delta: 3x - 2y + 1 = 0$.
- A. $69^{\circ}18'$. B. $28^{\circ}08'$. C. $75^{\circ}2'$. D. $61^{\circ}52'$.
- Câu 5.** Cho hình chóp $S.ABCD$ có $ABCD$ là hình vuông cạnh a và SA vuông góc với mặt đáy. Biết $SB = a\sqrt{10}$. Gọi I là trung điểm của SC . Khoảng cách từ điểm I đến mặt phẳng $(ABCD)$ bằng:
- A. $3a$. B. $\frac{3a}{2}$. C. $\frac{a\sqrt{10}}{2}$. D. $a\sqrt{2}$.
- Câu 6.** Cho hình chóp $S.ABCD$ có $ABCD$ là hình thoi và $SB \perp (ABCD)$. Mặt phẳng nào sau đây vuông góc với mặt phẳng (SBD)
- A. (SBC) . B. (SAD) . C. (SCD) D. (SAC) .
- Câu 7.** Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm tại x_0 là $f'(x_0)$. Khẳng định nào sau đây là sai?
- A. $f'(x_0) = \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x+x_0) - f(x_0)}{x - x_0}$. B. $f'(x_0) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x_0 + \Delta x) - f(x_0)}{\Delta x}$. C.
- $f'(x_0) = \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0}$. D. $f'(x_0) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(h+x_0) - f(x_0)}{h}$.
- Câu 8.** Cho hình chóp $S.ABC$ có ABC là tam giác vuông tại B , $SA \perp (ABC)$. Khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng (SBC) là:

- A. Độ dài đoạn AC .
 B. Độ dài đoạn AB .
 C. Độ dài đoạn AH trong đó H là hình chiếu vuông góc của A trên SB .
 D. Độ dài đoạn AM trong đó M là trung điểm của SC .

Câu 9. Tìm $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 5x + 6}{\sqrt{4x+1} - 3}$ là

- A. $\frac{3}{2}$. B. $-\frac{2}{3}$. C. $-\frac{3}{2}$. D. $\frac{1}{2}$.

Câu 10. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có ABC là tam giác đều cạnh a , cạnh bên $AA' = a\sqrt{3}$. Góc giữa đường thẳng AB' và mặt phẳng (ABC) là

- A. 45° . B. 30° . C. 60° . D. 90° .

Câu 11. Trong các mệnh đề sau đây, mệnh đề nào là **sai**?

- A. Hình chóp tứ giác đều có tất cả các cạnh bằng nhau.
 B. Hình chóp tứ giác đều có các cạnh bên bằng nhau.
 C. Hình chóp tứ giác đều có đáy là hình vuông.
 D. Hình chóp tứ giác đều có hình chiếu của đỉnh trùng với tâm của đáy.

Câu 12. Trong các mệnh đề sau đây, mệnh đề nào **sai**?

- A. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{x} = 0$. B. $\lim_{x \rightarrow -\infty} x^2 = +\infty$. C. $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x}{x+1} = -\infty$. D. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{x^3} = 0$.

Câu 13. Cho hàm số $y = \begin{cases} \frac{x^2 - 7x + 12}{x - 3} & \text{khi } x \neq 3 \\ -1 & \text{khi } x = 3 \end{cases}$. Mệnh đề nào sau đây là **đúng**?

- A. Hàm số liên tục nhưng không có đạo hàm tại $x_0 = 3$.
 B. Hàm số có đạo hàm nhưng không liên tục tại $x_0 = 3$.
 C. Hàm số gián đoạn và không có đạo hàm tại $x_0 = 3$.
 D. Hàm số liên tục và có đạo hàm tại $x_0 = 3$.

Câu 14. Biết $\lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt{5x^2 + 2x + x\sqrt{5}}) = a\sqrt{5} + b$ với $a, b \in \mathbb{Q}$. Tính $S = 5a + b$.

- A. $S = -5$. B. $S = -1$. C. $S = 1$. D. $S = 5$.

Câu 15. Số thập phân vô hạn tuần hoàn $3,1555\dots = 3,1(5)$ viết dưới dạng số hữu tỉ là:

- A. $\frac{63}{20}$. B. $\frac{142}{45}$. C. $\frac{1}{18}$. D. $\frac{7}{2}$.

Câu 16. Đạo hàm của hàm số $y = \cos \sqrt{x^2 + 1}$ là:

- A. $y' = -\frac{x}{\sqrt{x^2 + 1}} \sin \sqrt{x^2 + 1}$. B. $y' = \frac{x}{\sqrt{x^2 + 1}} \sin \sqrt{x^2 + 1}$.
 C. $y' = \frac{x}{2\sqrt{x^2 + 1}} \sin \sqrt{x^2 + 1}$. D. $y' = -\frac{x}{2\sqrt{x^2 + 1}} \sin \sqrt{x^2 + 1}$.

Câu 17. Cho hàm số $y = \frac{-2x^2 + x - 7}{x^2 + 3}$. Tập nghiệm của phương trình $y' = 0$ là:

- A. $\{-1;3\}$. B. $[1;3]$. C. $[-3;1]$. D. $[-3;-1]$.

Câu 18. Trong các mệnh đề sau đây, mệnh đề nào là **sai**?

A. Khoảng cách giữa hai đường thẳng chéo nhau a và b là khoảng cách từ một điểm M thuộc mặt phẳng (α) chứa a và song song với b đến một điểm N bất kì trên b .

B. Khoảng cách giữa hai mặt phẳng song song là khoảng cách từ một điểm bất kì trên mặt phẳng này đến mặt phẳng kia.

C. Nếu hai đường thẳng a và b chéo nhau và vuông góc với nhau thì đường vuông góc chung của chúng nằm trong mặt phẳng chứa đường này và vuông góc với đường kia.

D. Khoảng cách giữa đường thẳng a và mặt phẳng (α) song song với a là khoảng cách từ một điểm A bất kì thuộc a tới mặt phẳng (α) .

Câu 19. Cho tứ diện $ABCD$ có các cạnh BA, BC, BD vuông góc với nhau từng đôi một. Góc giữa đường thẳng CD và mặt phẳng (ABD) là góc:

- A. \widehat{CDA} . B. \widehat{CAB} . C. \widehat{BDA} . D. \widehat{CDB} .

Câu 20. Trong không gian cho trước điểm M và đường thẳng Δ . Các đường thẳng đi qua M và vuông góc với Δ thì:

- A. vuông góc với nhau. B. song song với nhau.
C. cùng vuông góc với một mặt phẳng. D. cùng thuộc một mặt phẳng.

Câu 21. Cho hàm số $u = u(x)$ có đạo hàm tại x là u' . Khi đó đạo hàm của hàm số $y = \sin^2 u$ tại x là

- A. $y' = \sin 2u$. B. $y' = u' \sin 2u$. C. $y' = 2 \sin 2u$. D. $y' = 2u' \sin 2u$.

Câu 22. Cho các đường thẳng a, b và các mặt phẳng $(\alpha), (\beta)$. Chọn mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau:

- A. $\begin{cases} a \perp (\alpha) \\ a \subset (\beta) \end{cases} \Rightarrow (\alpha) \perp (\beta)$. B. $\begin{cases} a \perp b \\ a \perp (\alpha) \end{cases} \Rightarrow b // (\alpha)$
C. $\begin{cases} a \perp b \\ a \subset (\alpha) \\ b \subset (\beta) \end{cases} \Rightarrow (\alpha) \perp (\beta)$. D. $\begin{cases} (\alpha) \perp (\beta) \\ a \subset (\alpha) \\ b \subset (\beta) \end{cases} \Rightarrow a \perp b$.

Câu 23. Cho phương trình $2x^4 - 5x^2 + x + 1 = 0$ (1). Chọn khẳng định đúng trong các khẳng định sau:

- A. Phương trình (1) có đúng một nghiệm trên khoảng $(-2; 1)$.
B. Phương trình (1) vô nghiệm.
C. Phương trình (1) có ít nhất hai nghiệm trên khoảng $(0; 2)$.
D. Phương trình (1) vô nghiệm trên khoảng $(-1; 1)$.

Câu 24. Hàm số nào sau đây có đạo hàm bằng $\frac{1}{\sqrt{2x}}$?

- A. $f(x) = 2\sqrt{x}$. B. $f(x) = \sqrt{x}$. C. $f(x) = \sqrt{2x}$. D. $f(x) = -\frac{1}{\sqrt{2x}}$.

Câu 25. Đạo hàm của hàm số $y = (-x^2 + 3x + 7)^7$ là

- A. $y' = 7(-2x+3)(-x^2+3x+7)^6$. B. $y' = 7(-x^2+3x+7)^6$.
 C. $y' = (-2x+3)(-x^2+3x+7)^6$. D. $y' = 7(-2x+3)(-x^2+3x+7)^7$.

Câu 26. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[a; b]$ và $f(a)f(b) \leq 0$. Khẳng định nào sau đây là sai?

- A. Hàm số $y = f(x)$ liên tục tại $x = a$.
 B. Hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $(a; b)$.
 C. Đồ thị của hàm số $y = f(x)$ trên khoảng $(a; b)$ là “đường liền”.
 D. Phương trình $f(x) = 0$ có ít nhất một nghiệm thuộc đoạn $[a; b]$.

Câu 27. Cho hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - 2x^2 - 5x$. Tập nghiệm của bất phương trình $y' \geq 0$ là:

- A. $[-1; 5]$. B. \emptyset .
 C. $(-\infty; -1) \cup (5; +\infty)$. D. $(-\infty; -1] \cup [5; +\infty)$.

Câu 28. Cho hàm số $y = \begin{cases} -x^2 + x + 3 & \text{khi } x \geq 2 \\ 5x + 2 & \text{khi } x < 2 \end{cases}$. Chọn mệnh đề **sai** trong các mệnh đề sau:

- A. Hàm số liên tục tại $x_0 = 1$.
 B. Hàm số liên tục trên \mathbb{R} .
 C. Hàm số liên tục trên các khoảng $(-\infty; 2), (2; +\infty)$.
 D. Hàm số gián đoạn tại $x_0 = 2$.

Câu 29. Cho tứ diện $ABCD$ có $AB \perp (BCD)$ và $\widehat{BDC} = 90^\circ$. Có bao nhiêu mặt của tứ diện đã cho là tam giác đều?

- A. 0. B. 1. C. 3. D. 4.

Câu 30. Đạo hàm của hàm số $y = \tan x - \cot x$ là:

- A. $y' = \frac{1}{\cos^2 2x}$. B. $y' = \frac{4}{\sin^2 2x}$. C. $y' = \frac{4}{\cos^2 2x}$. D. $y' = \frac{1}{\sin^2 2x}$.

Câu 31. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông, $SA = SB = SC = SD$. Cạnh bên SB vuông góc với đường thẳng nào trong các đường thẳng sau?

- A. BD . B. AC . C. DA . D. BA .

Câu 32. Một vật chuyển động với phương trình $S(t) = t^3 + 4t^2$, trong đó t (giây) là khoảng thời gian tính từ lúc vật bắt đầu di chuyển, $S(t)$ (mét) là quãng đường vật chuyển động được trong t giây. Tính gia tốc của vật tại thời điểm vận tốc bằng 11 (m/s).

- A. 11 (m/s²). B. 14 (m/s²). C. 12 (m/s²). D. 13 (m/s²).

Câu 33. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của BC, AD . Biết $AB = CD = a$ và

$$MN = \frac{a\sqrt{3}}{2}. \text{ Góc giữa hai đường thẳng } AB \text{ và } CD \text{ bằng}$$

- A.** 30° . **B.** 90° . **C.** 120° . **D.** 60° .
- Câu 34.** $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{100^{n+1} + 3.99^n}{10^{2n} - 2.98^{n+1}}$ là:
- A.** $+\infty$. **B.** 100. **C.** $\frac{1}{100}$. **D.** 0.
- Câu 35.** $\lim_{x \rightarrow 5^+} \frac{|10 - 2x|}{x^2 - 6x + 5}$ là:
- A.** $+\infty$. **B.** 0. **C.** $-\frac{1}{2}$. **D.** $\frac{1}{2}$.
- Câu 36.** $\lim_{n \rightarrow \infty} (2 - 3n)^4 (n + 1)^3$ là:
- A.** $-\infty$ **B.** $+\infty$ **C.** 81 **D.** 2
- Câu 37.** Cho dãy số (u_n) thỏa $|u_n - 2| < \frac{1}{n^3}$ với mọi $n \in \mathbb{N}^*$. Khi đó:
- A.** $\lim u_n$ không tồn tại. **B.** $\lim u_n = 1$. **C.** $\lim u_n = 0$. **D.** $\lim u_n = 2$.
- Câu 38.** Cho hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 1$ có đồ thị là (C) . Phương trình tiếp tuyến của (C) song song với đường thẳng $y = 9x + 10$ là:
- A.** $y = 9x + 6, y = 9x - 28$ **B.** $y = 9x, y = 9x - 26$
C. $y = 9x - 6, y = 9x - 28$ **D.** $y = 9x + 6, y = 9x - 26$
- Câu 39.** $\lim_{n \rightarrow \infty} (3^n - 4^n)$ là:
- A.** $-\infty$. **B.** $+\infty$. **C.** $\frac{4}{3}$. **D.** 1.
- Câu 40.** Vi phân của hàm số $y = \frac{x^3}{3} - \frac{x^2}{2} + 5x + 1$ là:
- A.** $dy = (x^2 - x + 6)dx$. **B.** $dy = x^2 - x + 5$.
C. $dy = \left(\frac{x^3}{3} - \frac{x^2}{2} + 5\right)dx$. **D.** $dy = (x^2 - x + 5)dx$.
- Câu 41.** Trong các hàm số sau, hàm số nào liên tục trên \mathbb{R} ?
- A.** $y = x^3 - x$. **B.** $y = \cot x$. **C.** $y = \frac{2x-1}{x-1}$. **D.** $y = \sqrt{x^2 - 1}$.
- Câu 42.** Biết hàm số $y = 5 \sin 2x - 4 \cos 5x$ có đạo hàm là $y' = a \sin 5x + b \cos 2x$. Giá trị của $a - b$ bằng:
- A.** -30. **B.** 10. **C.** -1. **D.** -9.
- Câu 43.** Cho hình chóp $S.ABCD$ có $ABCD$ là hình vuông cạnh a và SA vuông góc với mặt đáy. Biết $SA = 2a$. Khoảng cách giữa hai đường thẳng AB và SC bằng:
- A.** $\frac{a}{2}$. **B.** $\frac{2a\sqrt{5}}{5}$. **C.** $\frac{a\sqrt{5}}{2}$. **D.** $a\sqrt{2}$.
- Câu 44.** Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Đường thẳng nào sau đây vuông góc với đường thẳng BC' ?
- A.** $A'D$. **B.** AC . **C.** BB' . **D.** AD' .

- Câu 45.** Cho đường thẳng a không vuông góc với mặt phẳng (α) . có bao nhiêu mặt phẳng chứa a và vuông góc với (α) .
- A. 2. B. 0. C. Vô số. D. 1.
- Câu 46.** Cho tứ diện đều $ABCD$. Tính cosin của góc tạo bởi hai mặt phẳng (ABC) và (BCD) .
- A. $\frac{2\sqrt{2}}{3}$ B. $\frac{2}{3}$ C. $\frac{1}{3}$ D. $2\sqrt{2}$
- Câu 47.** Có bao nhiêu mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau đây?
- i) Hình hộp đứng có đáy là hình vuông là hình lập phương
 ii) Hình hộp chữ nhật có tất cả các mặt là hình chữ nhật
 iii) Hình lăng trụ đứng có các cạnh bên vuông góc với đáy
 iv) Hình hộp có tất cả các cạnh bằng nhau là hình lập phương
- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4
- Câu 48.** Đạo hàm cấp hai của hàm số $y = \frac{3x+1}{x+2}$ là
- A. $y'' = \frac{10}{(x+2)^2}$ B. $y'' = -\frac{5}{(x+2)^4}$ C. $y'' = -\frac{5}{(x+2)^3}$ D. $y'' = -\frac{10}{(x+2)^3}$
- Câu 49.** Giới hạn nào sau đây có kết quả bằng $+\infty$?
- A. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x-3}{(x-1)^2}$ B. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x-2}{(x-1)^2}$ C. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{-x-1}{(x-1)^2}$ D. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x+1}{(x-1)^2}$
- Câu 50.** Trong các mệnh đề sau đây, mệnh đề nào là đúng?
- A. Cho hai mặt phẳng vuông góc với nhau, nếu một đường thẳng nằm trong mặt phẳng này và vuông góc với giao tuyến của hai mặt phẳng thì vuông góc với mặt phẳng kia.
 B. Qua một điểm có duy nhất một mặt phẳng vuông góc với một mặt phẳng cho trước
 C. Nếu hai đường thẳng phân biệt cùng vuông góc với một đường thẳng thứ ba thì chúng song song với nhau.
 D. Đường thẳng d là đường vuông góc chung của hai đường thẳng chéo nhau a, b khi và chỉ khi d vuông góc với cả a và b .

BẢNG ĐÁP ÁN

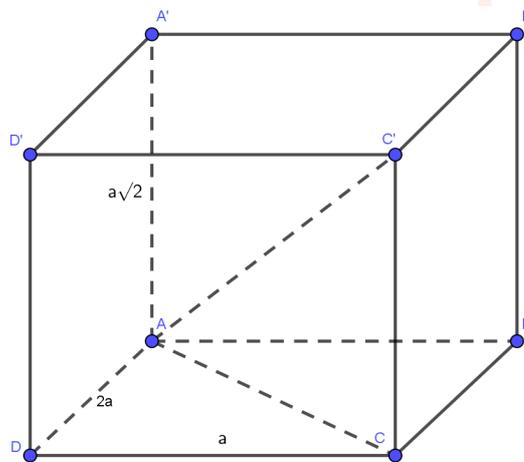
1.B	2.D	3.D	4.D	5.B	6.D	7	8.C	9.C	10.C
11.A	12.C	13.D	14.C	15.B	16.B	17.A	18.A	19.D	20.D
21.B	22.A	23.C	24.C	25.A	26.A	27.D	28.B	29.A	30.B
31.B	32.B	33.D	34.B	35.D	36.B	37.C	38.D	39.A	40.A
41.A	42.B	43	44.A	45.D	46.C	47.B	48.D	49.D	50.A.C

Câu 1. Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AD=2a$, $CD=a$, $AA'=a\sqrt{2}$. Đường chéo AC' có độ dài bằng:

- A. $a\sqrt{5}$. **B.** $a\sqrt{7}$. C. $a\sqrt{6}$. D. $a\sqrt{3}$.

Lời giải

Chọn B



Ta có $AC = \sqrt{AD^2 + DC^2} = a\sqrt{5}$. Nên $AC' = \sqrt{AC^2 + CC'^2} = \sqrt{5a^2 + 2a^2} = a\sqrt{7}$.

Câu 2. Cho hàm số $y = \frac{1}{x}$. Tính tỉ số $\frac{\Delta y}{\Delta x}$ theo x_0 và Δx (trong đó Δx là số gia của đối số tại x_0 và Δy là số gia tương ứng của hàm số) được kết quả là:

- A. $\frac{\Delta y}{\Delta x} = -\frac{1}{x_0 + \Delta x}$. B. $\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{1}{x_0 + \Delta x}$. C. $\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{1}{x_0(x_0 + \Delta x)}$. **D.** $\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{-1}{x_0(x_0 + \Delta x)}$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $\Delta y = f(\Delta x + x_0) - f(x_0) = \frac{1}{\Delta x + x_0} - \frac{1}{x_0} = \frac{x_0 - (\Delta x + x_0)}{x_0(\Delta x + x_0)} = \frac{-\Delta x}{x_0(\Delta x + x_0)}$.

Nên $\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{-1}{x_0(x_0 + \Delta x)}$.

Câu 3. Cho hàm số $y = \frac{1}{x-1}$ có đồ thị (C). Gọi Δ là tiếp tuyến của (C) tại điểm $M(2;1)$. Diện tích của tam giác được tạo bởi Δ và các trục tọa độ bằng :

- A. 3. B. $\frac{3}{2}$. C. 9. **D.** $\frac{9}{2}$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $f'(2) = -1$

Phương trình tiếp tuyến (Δ) tại $M(2;1)$: $y = -x + 3$

+ Gọi $A = \Delta \cap Ox$: $A(3;0)$

$B = \Delta \cap Oy$: $B(0;3)$

$$S_{\Delta OAB} = \frac{1}{2} OA \cdot OB = \frac{9}{2}$$

Câu 4. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng 2, cạnh bên bằng 3. Số đo của góc giữa cạnh bên và mặt đáy bằng: (làm tròn đến phút) $\Delta: 3x - 2y + 1 = 0$.

A. $69^{\circ}18'$.

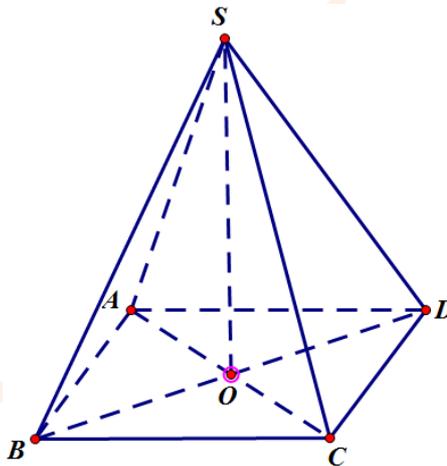
B. $28^{\circ}8'$.

C. $75^{\circ}2'$.

D. $61^{\circ}52'$.

Lời giải

Chọn D



Gọi $O = AC \cap BD \Rightarrow SO \perp (ABCD)$

Vậy $(\widehat{SD, (ABCD)}) = \widehat{SDO}$

Ta có: $\cos(\widehat{SDO}) = \frac{OD}{SD} = \frac{\sqrt{2}}{3} \Rightarrow \widehat{SDO} = 61^{\circ}52'$

Câu 5. Cho hình chóp $S.ABCD$ có $ABCD$ là hình vuông cạnh a và SA vuông góc với mặt đáy. Biết $SB = a\sqrt{10}$. Gọi I là trung điểm của SC . Khoảng cách từ điểm I đến mặt phẳng $(ABCD)$ bằng:

A. $3a$.

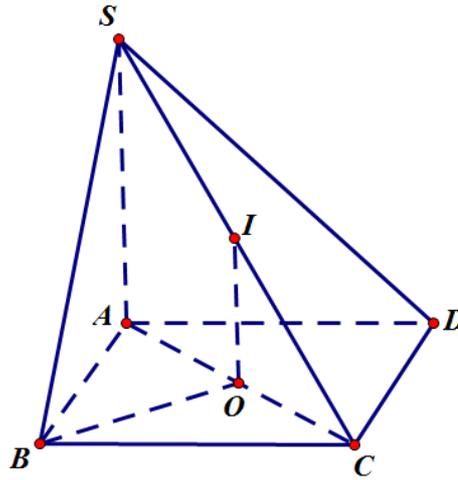
B. $\frac{3a}{2}$.

C. $\frac{a\sqrt{10}}{2}$.

D. $a\sqrt{2}$.

Lời giải

Chọn B



Gọi $O = AC \cap BD$

$OI \parallel SA$

Mà $SA \perp (ABCD) \Rightarrow OI \perp (ABCD)$

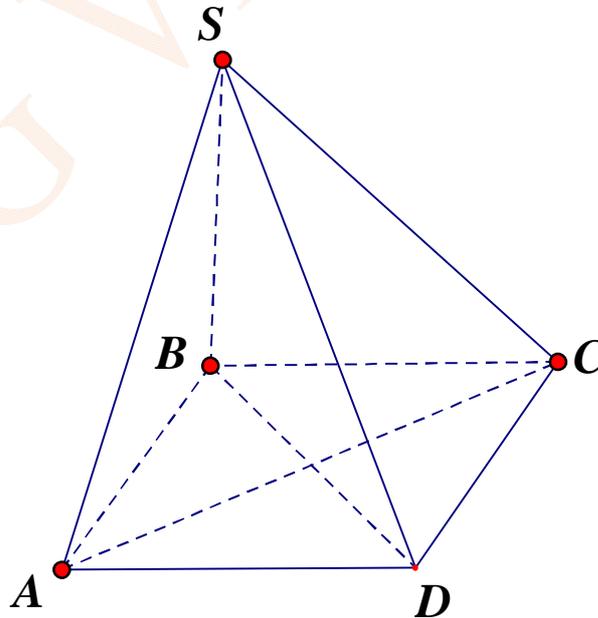
$$\text{Vậy } d(I, (ABCD)) = OI = \frac{SA}{2} = \frac{\sqrt{SB^2 - AB^2}}{2} = \frac{3a}{2}$$

Câu 6. Cho hình chóp $S.ABCD$ có $ABCD$ là hình thoi và $SB \perp (ABCD)$. Mặt phẳng nào sau đây vuông góc với mặt phẳng (SBD)

- A. (SBC) . B. (SAD) . C. (SCD) D. (SAC) .

Lời giải

Chọn D



$$\text{Ta có } \begin{cases} AC \perp BD \\ AC \perp SB \end{cases} \Rightarrow AC \perp (SBD), \text{ mà } AC \subset (SAC). \text{ Nên } (SBD) \perp (SAC)$$

Câu 7. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm tại x_0 là $f'(x_0)$. Khẳng định nào sau đây là sai?

$$\text{A. } f'(x_0) = \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x+x_0) - f(x_0)}{x - x_0}.$$

$$\text{B. } f'(x_0) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x_0 + \Delta x) - f(x_0)}{\Delta x}.$$

$$f'(x_0) = \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0}.$$

$$\text{D. } f'(x_0) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(h+x_0) - f(x_0)}{h}.$$

Lời giải

Chọn A

Theo định nghĩa đạo hàm của hàm số tại một điểm

Câu 8. Cho hình chóp $S.ABC$ có ABC là tam giác vuông tại B , $SA \perp (ABC)$. Khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng (SBC) là:

A. Độ dài đoạn AC .

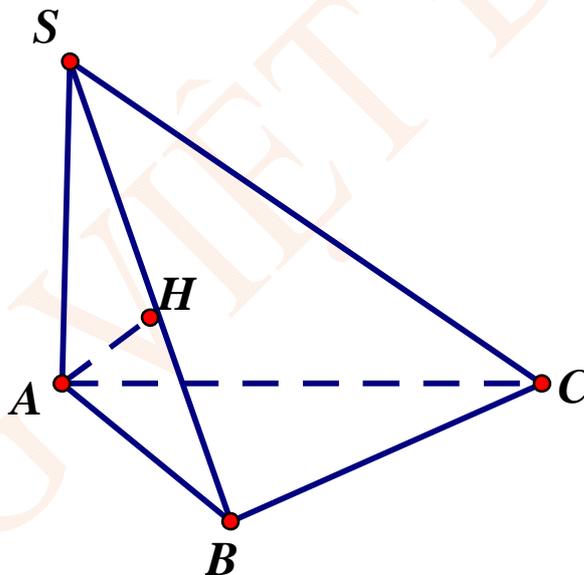
B. Độ dài đoạn AB .

C. Độ dài đoạn AH trong đó H là hình chiếu vuông góc của A trên SB .

D. Độ dài đoạn AM trong đó M là trung điểm của SC .

Lời giải

Chọn C



Ta có $(SAB) \perp (SBC)$. Hạ $AH \perp SB$, khi đó ta có $\begin{cases} AH \perp BC \\ AH \perp SB \end{cases} \Rightarrow AH \perp (SBC)$

Vậy $d(A, (SBC)) = AH$ (H là hình chiếu vuông góc của A trên SB).

Câu 9. Tìm $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 5x + 6}{\sqrt{4x+1} - 3}$ là

A. $\frac{3}{2}$.

B. $-\frac{2}{3}$.

C. $-\frac{3}{2}$.

D. $\frac{1}{2}$.

Lời giải

Chọn C

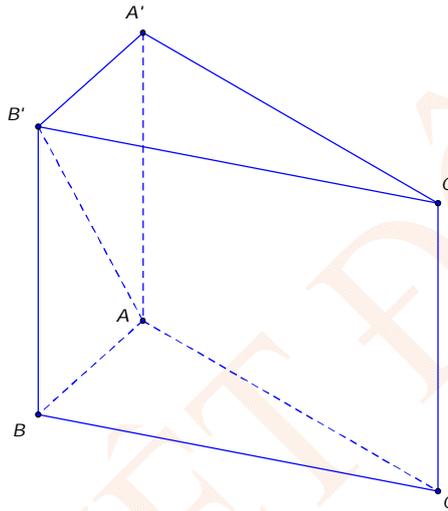
$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 5x + 6}{\sqrt{4x+1} - 3} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x-2)(x-3)(\sqrt{4x+1}+3)}{4(x-2)} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x-3)(\sqrt{4x+1}+3)}{4} = -\frac{3}{2}.$$

Câu 10. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có ABC là tam giác đều cạnh a , cạnh bên $AA' = a\sqrt{3}$. Góc giữa đường thẳng AB' và mặt phẳng (ABC) là

A. 45° .B. 30° .C. 60° .D. 90° .

Lời giải

Chọn C



* Vì $BB' \perp (ABC)$ nên AB là hình chiếu vuông góc của AB' trên (ABC) .

* Ta có $(\widehat{AB', (ABC)}) = (\widehat{AB', AB}) = \widehat{BAB'}$.

* Tam giác ABB' vuông tại B nên $\tan \widehat{BAB'} = \frac{BB'}{AB} = \frac{AA'}{AB} = \sqrt{3} \Rightarrow \widehat{BAB'} = 60^\circ$.

Câu 11. Trong các mệnh đề sau đây, mệnh đề nào là sai?

A. Hình chóp tứ giác đều có tất cả các cạnh bằng nhau.

B. Hình chóp tứ giác đều có các cạnh bên bằng nhau.

C. Hình chóp tứ giác đều có đáy là hình vuông.

D. Hình chóp tứ giác đều có hình chiếu của đỉnh trùng với tâm của đáy.

Lời giải

Chọn A

Theo lý thuyết hình chóp tứ giác đều.

Câu 12. Trong các mệnh đề sau đây, mệnh đề nào sai?

A. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{x} = 0$.B. $\lim_{x \rightarrow -\infty} x^2 = +\infty$.C. $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x}{x+1} = -\infty$.D. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{x^3} = 0$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x}{x+1} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1}{1 + \frac{1}{x}} = 1$.

Câu 13. Cho hàm số $y = \begin{cases} \frac{x^2 - 7x + 12}{x - 3} & \text{khi } x \neq 3 \\ -1 & \text{khi } x = 3 \end{cases}$. Mệnh đề nào sau đây là **đúng**?

- A. Hàm số liên tục nhưng không có đạo hàm tại $x_0 = 3$.
 B. Hàm số có đạo hàm nhưng không liên tục tại $x_0 = 3$.
 C. Hàm số gián đoạn và không có đạo hàm tại $x_0 = 3$.
D. Hàm số liên tục và có đạo hàm tại $x_0 = 3$.

Lời giải

Chọn D

TXĐ: $D = \mathbb{R}$.

$$y = f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - 7x + 12}{x - 3} & \text{khi } x \neq 3 \\ -1 & \text{khi } x = 3 \end{cases}$$

$$\lim_{x \rightarrow 3} f(x) = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 7x + 12}{x - 3} = \lim_{x \rightarrow 3} (x - 4) = -1 = f(3).$$

$$\text{Đạo hàm của hàm số tại } x_0 = 3 \quad \lim_{x \rightarrow 3} \frac{f(x) - f(3)}{x - 3} = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 7x + 12 - 0}{x - 3} = -1 = f'(3)$$

Suy ra: Hàm số liên tục và có đạo hàm tại $x_0 = 3$.

Câu 14. Biết $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{5x^2 + 2x} + x\sqrt{5}) = a\sqrt{5} + b$ với $a, b \in \mathbb{Q}$. Tính $S = 5a + b$.

- A. $S = -5$. B. $S = -1$. **C.** $S = 1$. D. $S = 5$.

Lời giải

Chọn C

$$\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{5x^2 + 2x} + x\sqrt{5}) = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x}{\sqrt{5x^2 + 2x} - x\sqrt{5}} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2}{-\sqrt{5 + \frac{2}{x}} - \sqrt{5}} = -\frac{1}{5}\sqrt{5}.$$

Suy ra: $a = -\frac{1}{5}$, $b = 0$. Vậy $S = -1$.

Câu 15. Số thập phân vô hạn tuần hoàn $3,1555\dots = 3,1(5)$ viết dưới dạng số hữu tỉ là:

- A. $\frac{63}{20}$. **B.** $\frac{142}{45}$. C. $\frac{1}{18}$. D. $\frac{7}{2}$.

Lời giải

Chọn B

$$3,1555\dots = 3,1 + 0,05 + 0,005 + 0,0005 + \dots$$

Đãy số $0,05; 0,005; 0,0005; 0,00005; \dots$ là một cấp số nhân lùi vô hạn có $u_1 = 0,05$; $q = 0,1$.

$$\text{Vậy } 3,1555\dots = 3,1 + \frac{0,05}{1 - 0,1} = \frac{142}{45}.$$

Câu 16. Đạo hàm của hàm số $y = \cos \sqrt{x^2 + 1}$ là:

A. $y' = -\frac{x}{\sqrt{x^2 + 1}} \sin \sqrt{x^2 + 1}$.

B. $y' = \frac{x}{\sqrt{x^2 + 1}} \sin \sqrt{x^2 + 1}$.

C. $y' = \frac{x}{2\sqrt{x^2 + 1}} \sin \sqrt{x^2 + 1}$.

D. $y' = -\frac{x}{2\sqrt{x^2 + 1}} \sin \sqrt{x^2 + 1}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có:

$$y = \cos \sqrt{x^2 + 1} \Rightarrow y' = \sin \sqrt{x^2 + 1} \cdot (\sqrt{x^2 + 1})' \Leftrightarrow y' = \frac{2x}{2\sqrt{x^2 + 1}} \cdot \sin \sqrt{x^2 + 1} = \frac{x}{\sqrt{x^2 + 1}} \cdot \sin \sqrt{x^2 + 1}$$

Câu 17. Cho hàm số $y = \frac{-2x^2 + x - 7}{x^2 + 3}$. Tập nghiệm của phương trình $y' = 0$ là:

A. $\{-1; 3\}$.

B. $[1; 3]$.

C. $[-3; 1]$.

D. $[-3; -1]$.

Lời giải

Chọn A

$$\text{Ta có: } y = \frac{-2x^2 + x - 7}{x^2 + 3} \Rightarrow y' = \frac{(-4x + 1)(x^2 + 3) - 2x(-2x^2 + x - 7)}{(x^2 + 3)^2} \Leftrightarrow y' = \frac{-x^2 + 2x + 3}{(x^2 + 3)^2}$$

$$\text{Theo đề: } y' = 0 \Leftrightarrow -x^2 + 2x + 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 3 \end{cases}$$

Câu 18. Trong các mệnh đề sau đây, mệnh đề nào là **sai**?

A. Khoảng cách giữa hai đường thẳng chéo nhau a và b là khoảng cách từ một điểm M thuộc mặt phẳng (α) chứa a và song song với b đến một điểm N bất kì trên b .

B. Khoảng cách giữa hai mặt phẳng song song là khoảng cách từ một điểm bất kì trên mặt phẳng này đến mặt phẳng kia.

C. Nếu hai đường thẳng a và b chéo nhau và vuông góc với nhau thì đường vuông góc chung của chúng nằm trong mặt phẳng chứa đường này và vuông góc với đường kia.

D. Khoảng cách giữa đường thẳng a và mặt phẳng (α) song song với a là khoảng cách từ một điểm A bất kì thuộc a tới mặt phẳng (α) .

Lời giải

Chọn A

Các mệnh đề trên là những tính chất, phương pháp xác định khoảng cách giữa các đối tượng trong không gian.

Câu 19. Cho tứ diện $ABCD$ có các cạnh BA, BC, BD vuông góc với nhau từng đôi một. Góc giữa đường thẳng CD và mặt phẳng (ABD) là góc:

A. \widehat{CDA} .

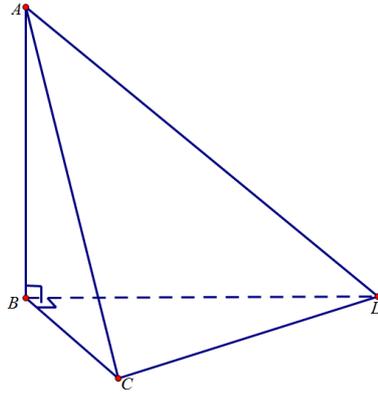
B. \widehat{CAB} .

C. \widehat{BDA} .

D. \widehat{CDB} .

Lời giải

Chọn D



Từ giả thiết, ta có: $BC \perp (ABD) \Rightarrow BD$ là hình chiếu vuông góc của CD trên (ABD) nên góc giữa đường thẳng CD và mặt phẳng (ABD) là góc \widehat{CDB} .

Câu 20. Trong không gian cho trước điểm M và đường thẳng Δ . Các đường thẳng đi qua M và vuông góc với Δ thì:

A. vuông góc với nhau.

B. song song với nhau.

C. cùng vuông góc với một mặt phẳng.

D. cùng thuộc một mặt phẳng.

Lời giải

Chọn D

Suy ra từ tính chất 1 theo SGK hình học 11 trang 100.

Câu 21. Cho hàm số $u = u(x)$ có đạo hàm tại x là u' . Khi đó đạo hàm của hàm số $y = \sin^2 u$ tại x là

A. $y' = \sin 2u$.

B. $y' = u' \sin 2u$.

C. $y' = 2 \sin 2u$.

D. $y' = 2u' \sin 2u$.

Lời giải

Chọn B

$$y' = 2(\sin u)(\sin u)' = 2u'(\sin u)(\cos u) = u' \sin 2u.$$

Câu 22. Cho các đường thẳng a, b và các mặt phẳng $(\alpha), (\beta)$. Chọn mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau:

A. $\begin{cases} a \perp (\alpha) \\ a \subset (\beta) \end{cases} \Rightarrow (\alpha) \perp (\beta).$

B. $\begin{cases} a \perp b \\ a \perp (\alpha) \end{cases} \Rightarrow b // (\alpha)$

C. $\begin{cases} a \perp b \\ a \subset (\alpha) \\ b \subset (\beta) \end{cases} \Rightarrow (\alpha) \perp (\beta).$

D. $\begin{cases} (\alpha) \perp (\beta) \\ a \subset (\alpha) \\ b \subset (\beta) \end{cases} \Rightarrow a \perp b.$

Lời giải

Chọn A

$$\begin{cases} a \perp (\alpha) \\ a \subset (\beta) \end{cases} \Rightarrow (\alpha) \perp (\beta).$$

Câu 23. Cho phương trình $2x^4 - 5x^2 + x + 1 = 0$ (1). Chọn khẳng định đúng trong các khẳng định sau:

A. Phương trình (1) có đúng một nghiệm trên khoảng $(-2; 1)$.

- B. Phương trình (1) vô nghiệm.
C. Phương trình (1) có ít nhất hai nghiệm trên khoảng (0; 2).
 D. Phương trình (1) vô nghiệm trên khoảng (-1; 1).

Lời giải**Chọn C**

Hàm số $f(x) = 2x^4 - 5x^2 + x + 1$ liên tục trên \mathbb{R} .

$$\begin{cases} f(0) = 1 \\ f(1) = -1 \\ f(2) = 32 - 20 + 2 + 1 = 15 \end{cases}$$

Có $f(0) \cdot f(1) < 0$, suy ra phương trình $f(x) = 0$ có ít nhất một nghiệm thuộc khoảng (0; 1).
 và $f(1) \cdot f(2) < 0$, suy ra phương trình $f(x) = 0$ có ít nhất một nghiệm thuộc khoảng (1; 2).
 Vậy phương trình $f(x) = 0$ có ít nhất hai nghiệm thuộc khoảng (0; 2).

Câu 24. Hàm số nào sau đây có đạo hàm bằng $\frac{1}{\sqrt{2x}}$?

- A. $f(x) = 2\sqrt{x}$. B. $f(x) = \sqrt{x}$. C. $f(x) = \sqrt{2x}$. D. $f(x) = -\frac{1}{\sqrt{2x}}$.

Lời giải**Chọn C**

$$f'(x) = \frac{(2x)'}{2\sqrt{2x}} = \frac{1}{\sqrt{2x}}$$

Câu 25. Đạo hàm của hàm số $y = (-x^2 + 3x + 7)^7$ là

- A. $y' = 7(-2x+3)(-x^2+3x+7)^6$. B. $y' = 7(-x^2+3x+7)^6$.
 C. $y' = (-2x+3)(-x^2+3x+7)^6$. D. $y' = 7(-2x+3)(-x^2+3x+7)^7$.

Lời giải**Chọn A**

$$\text{Ta có } y' = 7(-x^2 + 3x + 7)'(-x^2 + 3x + 7)^6 = 7(-2x + 3)(-x^2 + 3x + 7)^6.$$

Câu 26. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[a; b]$ và $f(a)f(b) \leq 0$. Khẳng định nào sau đây là sai?

- A. Hàm số $y = f(x)$ liên tục tại $x = a$.
 B. Hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $(a; b)$.
 C. Đồ thị của hàm số $y = f(x)$ trên khoảng $(a; b)$ là “đường liền”.
 D. Phương trình $f(x) = 0$ có ít nhất một nghiệm thuộc đoạn $[a; b]$.

Lời giải

Chọn A

Hàm số liên $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[a; b]$ thì mới chỉ có $\lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = f(a)$.

Hàm số $y = f(x)$ liên tục tại $x = a \Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow a^-} f(x) = f(a)$.

Câu 27. Cho hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - 2x^2 - 5x$. Tập nghiệm của bất phương trình $y' \geq 0$ là:

- A. $[-1; 5]$. B. \emptyset .
C. $(-\infty; -1) \cup (5; +\infty)$. **D.** $(-\infty; -1] \cup [5; +\infty)$.

Lời giải

Chọn D

$$y = \frac{1}{3}x^3 - 2x^2 - 5x \Rightarrow y' = x^2 - 4x - 5$$

$$y' \geq 0 \Leftrightarrow x^2 - 4x - 5 \geq 0 \Leftrightarrow x \in (-\infty; -1] \cup [5; +\infty).$$

Câu 28. Cho hàm số $y = \begin{cases} -x^2 + x + 3 & \text{khi } x \geq 2 \\ 5x + 2 & \text{khi } x < 2 \end{cases}$. Chọn mệnh đề **sai** trong các mệnh đề sau:

- A. Hàm số liên tục tại $x_0 = 1$.
B. Hàm số liên tục trên \mathbb{R} .
C. Hàm số liên tục trên các khoảng $(-\infty; 2), (2; +\infty)$.
D. Hàm số gián đoạn tại $x_0 = 2$.

Lời giải

Chọn B

+ Với $x > 2$, ta có $f(x) = -x^2 + x + 3$ là hàm đa thức

\Rightarrow hàm số $f(x)$ liên tục trên khoảng $(2; +\infty)$.

+ Với $x < 2$, ta có $f(x) = 5x + 2$ là hàm đa thức

\Rightarrow hàm số $f(x)$ liên tục trên khoảng $(-\infty; 2)$.

+ Tại $x = 2$

$$\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^+} (-x^2 + x + 3) = 1$$

$$\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^-} (5x + 2) = 12$$

$\Rightarrow \lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) \neq \lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) \Rightarrow$ không tồn tại $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) \Rightarrow$ hàm số gián đoạn tại $x_0 = 2$.

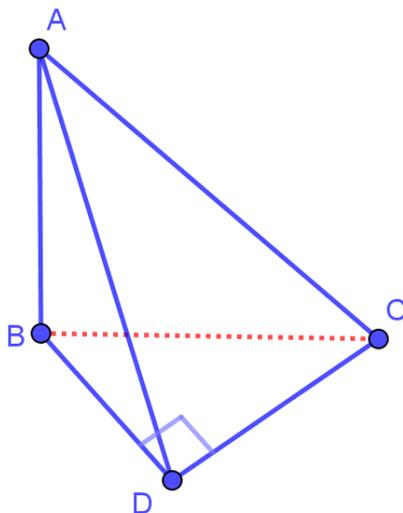
\Rightarrow Hàm số không liên tục trên \mathbb{R} .

Câu 29. Cho tứ diện $ABCD$ có $AB \perp (BCD)$ và $\widehat{BDC} = 90^\circ$. Có bao nhiêu mặt của tứ diện đã cho là tam giác đều?

- A.** 0. B. 1. C. 3. D. 4.

Lời giải

Chọn A



$$AB \perp (BCD) \Rightarrow \begin{cases} AB \perp BD \\ AB \perp BC \end{cases} \Rightarrow \Delta ABC, \Delta ABD \text{ vuông tại } B.$$

$$\widehat{BDC} = 90^\circ \Rightarrow DC \perp DB \Rightarrow \Delta DBC \text{ vuông tại } D.$$

$$\text{Ta có } \begin{cases} DC \perp DB \\ DC \perp AB \\ DB, AB \subset (ABD) \end{cases} \Rightarrow DC \perp (ABD) \Rightarrow DC \perp AD \Rightarrow \Delta ADC \text{ vuông tại } D.$$

Vậy các mặt của tứ diện là các tam giác vuông.

Câu 30. Đạo hàm của hàm số $y = \tan x - \cot x$ là:

A. $y' = \frac{1}{\cos^2 2x}$. **B.** $y' = \frac{4}{\sin^2 2x}$. C. $y' = \frac{4}{\cos^2 2x}$. D. $y' = \frac{1}{\sin^2 2x}$.

Lời giải

Chọn B

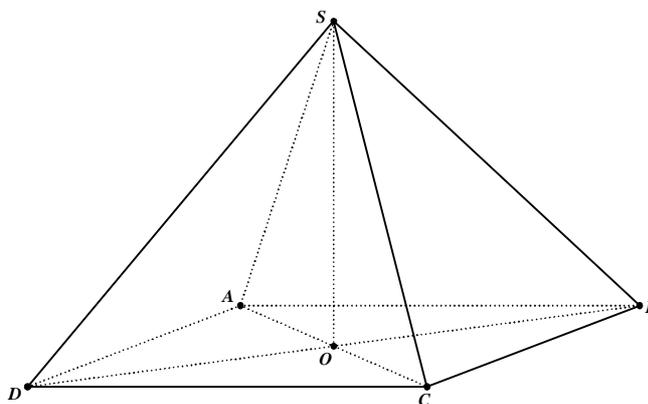
$$y = \tan x - \cot x \Rightarrow y' = \frac{1}{\cos^2 x} + \frac{1}{\sin^2 x} = \frac{1}{\sin^2 x \cdot \cos^2 x} = \frac{4}{\sin^2 2x}.$$

Câu 31. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông, $SA = SB = SC = SD$. Cạnh bên SB vuông góc với đường thẳng nào trong các đường thẳng sau?

A. BD . **B.** AC . C. DA . D. BA .

Lời giải

Chọn B



Gọi O là tâm của hình vuông ta có $OA = OB = OC = OD$ mà $SA = SB = SC = SD$ nên $SO \perp (ABCD)$.

Khi đó ta có: $\begin{cases} AC \perp BD \\ AC \perp SO \end{cases} \Rightarrow AC \perp (SBD)$ mà $SB \subset (SBD)$ nên $AC \perp SB$.

Câu 32. Một vật chuyển động với phương trình $S(t) = t^3 + 4t^2$, trong đó t (giây) là khoảng thời gian tính từ lúc vật bắt đầu di chuyển, $S(t)$ (mét) là quãng đường vật chuyển động được trong t giây. Tính gia tốc của vật tại thời điểm vận tốc bằng 11 (m/s).

A. 11 (m/s²). B. 14 (m/s²). C. 12 (m/s²). D. 13 (m/s²).

Lời giải

Chọn B

Vận tốc chuyển động của vật có phương trình là $V(t) = 3t^2 + 8t$.

Gia tốc chuyển động của vật có phương trình là $a(t) = 6t + 8$.

Thời điểm vận tốc bằng 11 (m/s) ứng với $3t^2 + 8t = 11 \Leftrightarrow t = 1$ (s).

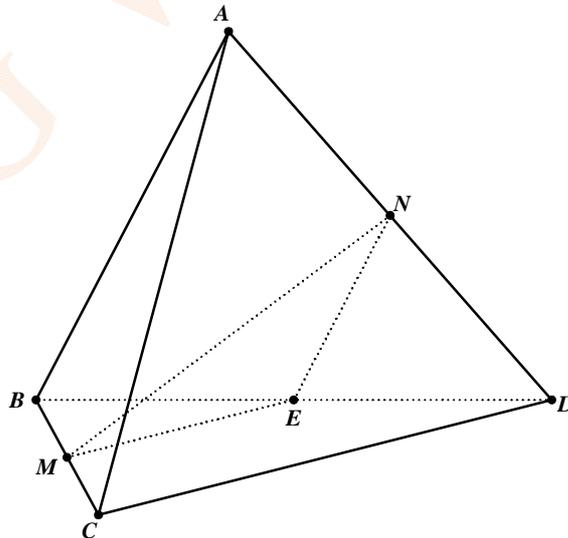
Gia tốc của vật cần tìm là $a(1) = 6 + 8 = 14$ (m/s²).

Câu 33. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của BC, AD . Biết $AB = CD = a$ và $MN = \frac{a\sqrt{3}}{2}$. Góc giữa hai đường thẳng AB và CD bằng

A. 30° . B. 90° . C. 120° . D. 60° .

Lời giải

Chọn D



Gọi E lần lượt là trung điểm của BD . Vì $\begin{cases} AB \parallel NE \\ CD \parallel ME \end{cases}$ nên góc giữa hai đường thẳng AB và CD bằng góc giữa hai đường thẳng NE và ME .

Trong tam giác MNE ta có: $\cos \widehat{MEN} = \frac{ME^2 + NE^2 - MN^2}{2ME \cdot NE} = \frac{\frac{a^2}{4} + \frac{a^2}{4} - \frac{3a^2}{4}}{2 \cdot \frac{a^2}{4}} = -\frac{1}{2}$

Suy ra $\widehat{MEN} = 120^\circ$. Vậy góc giữa hai đường thẳng AB và CD là 60° .

Câu 34. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{100^{n+1} + 3 \cdot 99^n}{10^{2n} - 2 \cdot 98^{n+1}}$ là:

- A. $+\infty$. B. 100 . C. $\frac{1}{100}$. D. 0 .

Lời giải

Chọn B

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{100^{n+1} + 3 \cdot 99^n}{10^{2n} - 2 \cdot 98^{n+1}} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{100 \cdot 100^n + 3 \cdot 99^n}{100^n - 2 \cdot 98 \cdot 98^n} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{100 + 3 \cdot \left(\frac{99}{100}\right)^n}{1 - 2 \cdot 98 \cdot \left(\frac{98}{100}\right)^n} = 100$$

Câu 35. $\lim_{x \rightarrow 5^+} \frac{|10 - 2x|}{x^2 - 6x + 5}$ là:

- A. $+\infty$. B. 0 . C. $-\frac{1}{2}$. D. $\frac{1}{2}$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $10 - 2x < 0$ khi $x \rightarrow 5^+$.

$$\text{Do đó: } \lim_{x \rightarrow 5^+} \frac{|10 - 2x|}{x^2 - 6x + 5} = \lim_{x \rightarrow 5^+} \frac{2x - 10}{x^2 - 6x + 5} = \lim_{x \rightarrow 5^+} \frac{2(x - 5)}{(x - 1)(x - 5)} = \lim_{x \rightarrow 5^+} \frac{2}{x - 1} = \frac{1}{2}$$

Câu 36. $\lim_{n \rightarrow \infty} (2 - 3n)^4 (n + 1)^3$ là:

- A. $-\infty$ B. $+\infty$ C. 81 D. 2

Lời giải

Chọn B

$$\lim_{n \rightarrow \infty} (2 - 3n)^4 (n + 1)^3 = \lim_{n \rightarrow \infty} \left[n^7 \left(\frac{2}{n} - 3 \right)^4 \left(1 + \frac{1}{n} \right)^3 \right]$$

Ta có $\lim_{n \rightarrow \infty} n^7 = +\infty$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{2}{n} - 3 \right)^4 = (-3)^4 = 3^4$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{n} \right)^3 = 1$$

$$\Rightarrow \lim_{n \rightarrow \infty} (2 - 3n)^4 (n + 1)^3 = +\infty$$

Câu 37. Cho dãy số (u_n) thỏa $|u_n - 2| < \frac{1}{n^3}$ với mọi $n \in \mathbb{N}^*$. Khi đó:

- A. $\lim u_n$ không tồn tại. B. $\lim u_n = 1$. C. $\lim u_n = 0$. D. $\lim u_n = 2$.

Lời giải

Chọn C

$$\text{Ta có } \lim \frac{1}{n^3} = 0$$

$$\text{Mà } |u_n - 2| < \frac{1}{n^3}$$

$$\text{Nên } \lim u_n = \lim \frac{1}{n^3} = 0$$

Câu 38. Cho hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 1$ có đồ thị là (C) . Phương trình tiếp tuyến của (C) song song với đường thẳng $y = 9x + 10$ là:

A. $y = 9x + 6, y = 9x - 28$

B. $y = 9x, y = 9x - 26$

C. $y = 9x - 6, y = 9x - 28$

D. $y = 9x + 6, y = 9x - 26$

Lời giải

Chọn D

Vì tiếp tuyến (d) song song với đường thẳng $y = 9x + 10$ nên (d) có hệ số góc bằng 9.

Ta có

$$y' = (x^3 - 3x^2 + 1)' = 3x^2 - 6x$$

$$y'(x_0) = 9 \Leftrightarrow 3x_0^2 - 6x_0 = 9 \Leftrightarrow \begin{cases} x_0 = -1 \Rightarrow y_0 = -3 \Rightarrow M(-1, -3) \\ x_0 = 3 \Rightarrow y_0 = 1 \Rightarrow N(3, 1) \end{cases}$$

Phương trình tiếp tuyến của (C) qua $M(-1, -3)$ là:

$$y = 9(x + 1) - 3 \Leftrightarrow y = 9x + 6$$

Phương trình tiếp tuyến của (C) qua $N(3, 1)$ là:

$$y = 9(x - 3) + 1 \Leftrightarrow y = 9x - 26$$

Câu 39. $\lim(3^n - 4^n)$ là:

A. $-\infty$.

B. $+\infty$.

C. $\frac{4}{3}$.

D. 1.

Lời giải

Chọn A

$$\text{Ta có: } \lim(3^n - 4^n) = \lim 4^n \left(\left(\frac{3}{4} \right)^n - 1 \right)$$

$$\text{Do } \begin{cases} \lim 4^n = +\infty \\ \lim \left(\left(\frac{3}{4} \right)^n - 1 \right) = -1 < 0 \end{cases} \Rightarrow \lim(3^n - 4^n) = -\infty.$$

Câu 40. Vi phân của hàm số $y = \frac{x^3}{3} - \frac{x^2}{2} + 5x + 1$ là:

A. $dy = (x^2 - x + 6)dx$. **B.** $dy = x^2 - x + 5$.

C. $dy = \left(\frac{x^3}{3} - \frac{x^2}{2} + 5\right)dx$.

D. $dy = (x^2 - x + 5)dx$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $dy = y'dx \Rightarrow dy = (x^2 - x + 5)dx$.

Câu 41. Trong các hàm số sau, hàm số nào liên tục trên \mathbb{R} ?

A. $y = x^3 - x$.

B. $y = \cot x$.

C. $y = \frac{2x-1}{x-1}$.

D. $y = \sqrt{x^2 - 1}$.

Lời giải

Chọn A

$y = \cot x$ có tập xác định $D = \mathbb{R} \setminus \{k\pi, k \in \mathbb{Z}\}$

$y = \frac{2x-1}{x-1}$ có tập xác định $D = \mathbb{R} \setminus \{1\}$

$y = \sqrt{x^2 - 1}$ có tập xác định $D = (-\infty; -1] \cup [1; +\infty)$

Câu 42. Biết hàm số $y = 5\sin 2x - 4\cos 5x$ có đạo hàm là $y' = a\sin 5x + b\cos 2x$. Giá trị của $a - b$ bằng:

A. -30 .

B. 10 .

C. -1 .

D. -9 .

Lời giải

Chọn B

Ta có $y' = 10\cos 2x + 20\sin 5x$. Suy ra: $\begin{cases} a = 20 \\ b = 10 \end{cases}$. Vậy $a - b = 10$

Câu 43. Cho hình chóp $S.ABCD$ có $ABCD$ là hình vuông cạnh a và SA vuông góc với mặt đáy. Biết $SA = 2a$. Khoảng cách giữa hai đường thẳng AB và SC bằng:

A. $\frac{a}{2}$.

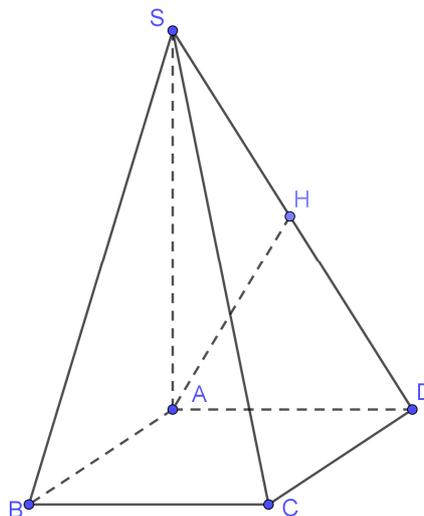
B. $\frac{2a\sqrt{5}}{5}$.

C. $\frac{a\sqrt{5}}{2}$.

D. $a\sqrt{2}$.

Lời giải

Chọn B



Chứng minh được: $AB \perp (SAD)$

Ta có: $CD \perp (SAD) \Rightarrow SD$ là hình chiếu của SC lên (SAD) .

Dựng $AH \perp SD \Rightarrow AH$ là khoảng cách của AB và SC .

Xét tam giác SAD vuông tại A : $\frac{1}{AH^2} = \frac{1}{SA^2} + \frac{1}{AD^2} \Rightarrow AH = \frac{2a\sqrt{5}}{5}$

Câu 44. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Đường thẳng nào sau đây vuông góc với đường thẳng BC' ?

A. $A'D$.

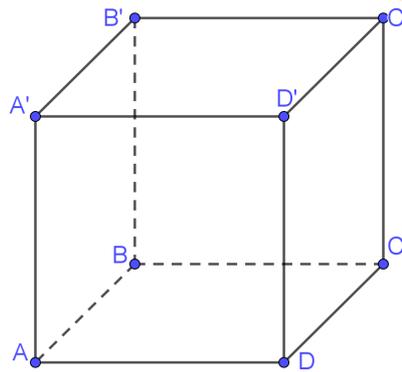
B. AC .

C. BB' .

D. AD' .

Lời giải

Chọn A



Ta có: $A'D // B'C$, $B'C \perp BC' \Rightarrow A'D \perp BC'$

Câu 45. Cho đường thẳng a không vuông góc với mặt phẳng (α) . có bao nhiêu mặt phẳng chứa a và vuông góc với (α) .

A. 2.

B. 0.

C. Vô số.

D. 1.

Lời giải

Chọn D

Câu 46. Cho tứ diện đều $ABCD$. Tính cosin của góc tạo bởi hai mặt phẳng (ABC) và (BCD) .

A. $\frac{2\sqrt{2}}{3}$

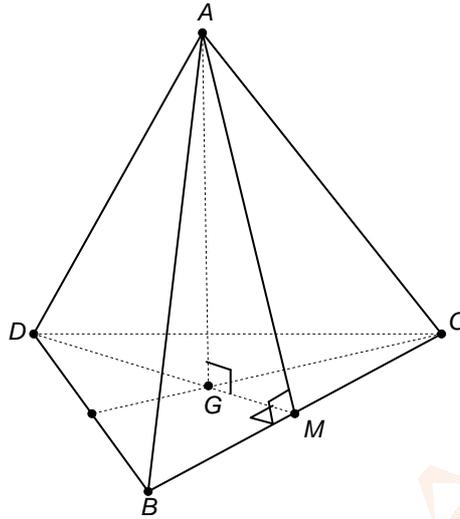
B. $\frac{2}{3}$

C. $\frac{1}{3}$

D. $2\sqrt{2}$

Lời giải

Chọn C



Gọi M là trung điểm của BC và G là trọng tâm tam giác BCD .

Ta có $((ABC), (BCD)) = (AM, DM) = \widehat{AMD}$

Gọi cạnh của tứ diện là 1 khi đó ta có $AM = \frac{\sqrt{3}}{2}; GM = \frac{1}{3} DM = \frac{\sqrt{3}}{6}$

$$\cos \widehat{AMG} = \frac{GM}{AM} = \frac{1}{3}$$

Câu 47. Có bao nhiêu mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau đây?

- Hình hộp đứng có đáy là hình vuông là hình lập phương
- Hình hộp chữ nhật có tất cả các mặt là hình chữ nhật
- Hình lăng trụ đứng có các cạnh bên vuông góc với đáy
- Hình hộp có tất cả các cạnh bằng nhau là hình lập phương

A. 1

B. 2

C. 3

D. 4

Lời giải

Chọn B

Có hai mệnh đề đúng là ii) và iii)

Câu 48. Đạo hàm cấp hai của hàm số $y = \frac{3x+1}{x+2}$ là

A. $y'' = \frac{10}{(x+2)^2}$

B. $y'' = -\frac{5}{(x+2)^4}$

C. $y'' = -\frac{5}{(x+2)^3}$

D. $y'' = -\frac{10}{(x+2)^3}$

Lời giải

Chọn D

$$\text{Ta có } y = 3 - \frac{5}{x+2} \Rightarrow y' = \frac{5}{(x+2)^2}; y'' = -\frac{10}{(x+2)^3}$$

Câu 49. Giới hạn nào sau đây có kết quả bằng $+\infty$?

A. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x-3}{(x-1)^2}$

B. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x-2}{(x-1)^2}$

C. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{-x-1}{(x-1)^2}$

D. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x+1}{(x-1)^2}$

Lời giải

Chọn D

Ta có $(x-1)^2 \geq 0, \forall x \neq 1$

Do đó để giới hạn bằng $+\infty$ thì giới hạn của tử phải dương

$$\text{Vậy } \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x+1}{(x-1)^2} = +\infty.$$

Câu 50. Trong các mệnh đề sau đây, mệnh đề nào là đúng?

A. Cho hai mặt phẳng vuông góc với nhau, nếu một đường thẳng nằm trong mặt phẳng này và vuông góc với giao tuyến của hai mặt phẳng thì vuông góc với mặt phẳng kia.

B. Qua một điểm có duy nhất một mặt phẳng vuông góc với một mặt phẳng cho trước

C. Nếu hai đường thẳng phân biệt cùng vuông góc với một đường thẳng thứ ba thì chúng song song với nhau.

D. Đường thẳng d là đường vuông góc chung của hai đường thẳng chéo nhau a, b khi và chỉ khi d vuông góc với cả a và b .

Lời giải

Chọn A

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

KIỂM TRA HỌC KỲ II NĂM HỌC 2020 - 2021

Môn: TOÁN - Lớp 11 - Chương trình chuẩn

Thời gian: 90 phút (Không kể thời gian phát đề)

Mã đề thi

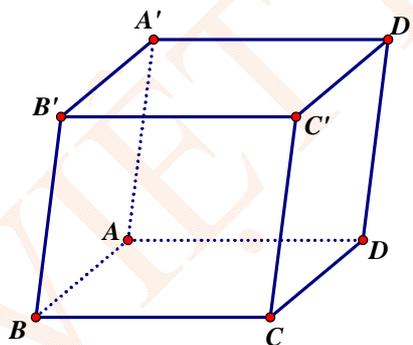
Họ và tên thí sinh:..... SBD:.....

Câu 1: Cho hai vectơ \vec{a}, \vec{b} đều khác $\vec{0}$. Khẳng định nào đúng?

- A. $\vec{a} \perp \vec{b} \Leftrightarrow \vec{a} \cdot \vec{b} = 0$. B. $\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}|$. C. $\vec{a} \perp \vec{b} \Leftrightarrow \vec{a} \cdot \vec{b} = -1$. D. $\vec{a} \perp \vec{b} \Leftrightarrow \vec{a} \cdot \vec{b} = \vec{0}$.

Câu 2: Tính đạo hàm của hàm số $y = x + \cot x - 3$.

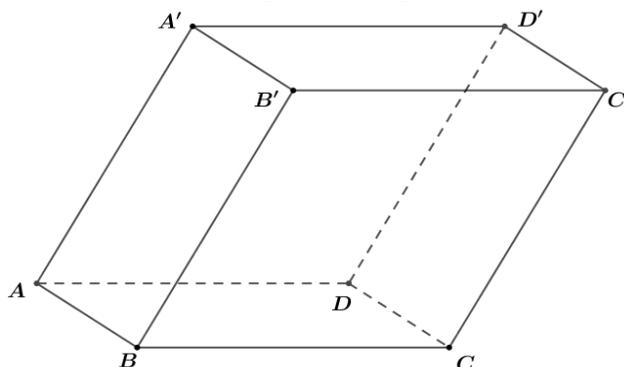
- A. $y' = 1 + \frac{1}{\sin^2 x}$. B. $y' = 1 - \frac{1}{\sin^2 x}$. C. $y' = 1 - \frac{1}{\cos^2 x}$. D. $y' = 1 + \frac{1}{\cos^2 x}$.

Câu 3: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Hệ thức nào đúng?

- A. $\overrightarrow{AC'} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA'}$. B. $\overrightarrow{AC'} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AB'}$.
C. $\overrightarrow{AC'} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA'}$. D. $\overrightarrow{AC'} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AA'}$.

Câu 4: Tìm $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{4n^5 - n^3 + 1}{2n^5 + 2n^2 + 1}$.

- A. 2. B. 8. C. 1. D. 4.

Câu 5: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Chọn khẳng định đúng

- A. $\overrightarrow{BA}, \overrightarrow{BC}, \overrightarrow{B'D'}$ đồng phẳng. B. $\overrightarrow{BD}, \overrightarrow{BD'}, \overrightarrow{BC}$ đồng phẳng.

C. $\overline{BA}, \overline{BD}, \overline{BD'}$ đồng phẳng.D. $\overline{BA'}, \overline{BD'}, \overline{BC'}$ đồng phẳng.

Câu 6: Trong không gian qua điểm O có bao nhiêu mặt phẳng vuông góc với một đường thẳng cho trước?

A. vô số.

B. 2.

C. 1.

D. 0.

Câu 7: Tìm $\lim_{x \rightarrow -2} (2x^2 + 1)$

A. $+\infty$.B. $-\infty$.C. -7 .

D. 9.

Câu 8: Tìm $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 5x + 4}{x - 1}$.

A. -3 .

B. 1.

C. 2.

D. $\frac{3}{2}$.

Câu 9: Cho tứ diện đều $ABCD$. Tính góc giữa hai véc tơ $\overline{BA}, \overline{AC}$.

A. 90° .B. 60° .C. 130° .D. 120° .

Câu 10: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Véc tơ nào sau đây là véc tơ chỉ phương của đường thẳng $A'C'$?

A. $\overline{A'C}$.B. $\overline{A'B}$.C. \overline{AC} .D. \overline{BD} .

Câu 11: Một điểm M chuyển động với phương trình $S = f(t) = t^2 + t + 2$ (S tính bằng mét, t tính bằng giây). Tính vận tốc tức thời của chuyển động tại thời điểm $t = 2$ (s).

A. 1 (m/s).

B. 2 (m/s).

C. 4 (m/s).

D. 5 (m/s).

Câu 12: Tính đạo hàm của hàm số $y = x^2 + \sin x - 3$.

A. $y' = 2x - \cos x$.B. $2 - \cos x$.C. $2 + \cos x$.D. $y' = 2x + \cos x$.

Câu 13: Tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = x^3 + 2x^2 - 3$ tại điểm $A(1;0)$ có hệ số góc bằng

A. -1 .

B. 7.

C. -7 .

D. 1.

Câu 14: Tính độ dài đường chéo của hình lập phương cạnh a .

A. $a\sqrt{2}$.B. $\frac{a\sqrt{2}}{2}$.C. $a\sqrt{3}$.D. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Câu 15: Cho hàm số $f(x) = \frac{2x+1}{x}$. Tập nghiệm của bất phương trình $f'(x) < 0$ là

A. \emptyset .B. $\mathbb{R} \setminus \{0\}$.C. $(-\infty; 0)$.D. $(0; +\infty)$.

Câu 16: Cho hàm số $f(x) = -x^3 + 2x^2 - x - 5$. Tập nghiệm S của phương trình $f'(x) = 0$ là

A. $S = \left\{-1; \frac{1}{3}\right\}$.B. $S = \left\{1; \frac{1}{3}\right\}$.C. $S = \left\{1; -\frac{1}{3}\right\}$.D. $S = \left\{-1; -\frac{1}{3}\right\}$.

Câu 17: Tìm $\lim_{n \rightarrow \infty} (-n^4 + n^2 + 1)$.

A. 0.

B. 1.

C. $+\infty$.D. $-\infty$.

Câu 18: Hàm số $f(x) = \frac{x^2+1}{x^2-5x-6}$ liên tục trên khoảng nào sau đây?

- A. $(-6;1)$. B. $(-1;6)$. C. $(-1;+\infty)$ D. $(-\infty;6)$.

Câu 19: Tìm $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{5x+2019}{6x-2020}$.

- A. $-\frac{2020}{2019}$. B. $\frac{6}{5}$. C. $\frac{5}{6}$. D. $-\frac{2019}{2020}$.

Câu 20: Tính tổng $S = 1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{4} - \frac{1}{8} + \dots + \left(\frac{-1}{2}\right)^{n-1} + \dots$.

- A. $\frac{1}{2}$. B. $\frac{3}{2}$. C. 2. D. $\frac{2}{3}$.

Câu 21: Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = x^4 - 2x^2$ tại điểm $M(1; -1)$.

- A. $y = -x - 1$. B. $y = -1$. C. $y = 1$. D. $y = x - 1$.

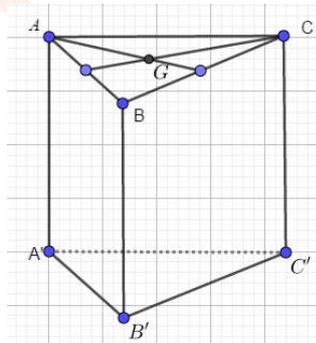
Câu 22: Cho $f(x) = -x^4 + 3x^2 + 2$. Hỏi phương trình $f'(x) = 0$ có bao nhiêu nghiệm?

- A. 3. B. 2. C. 0. D. 1.

Câu 23: Một chất điểm chuyển động thẳng với vận tốc $v(t) = -3t^2 + 6t + 9$ (m/s). Tính gia tốc của chuyển động tại thời điểm $t = 3$ (s).

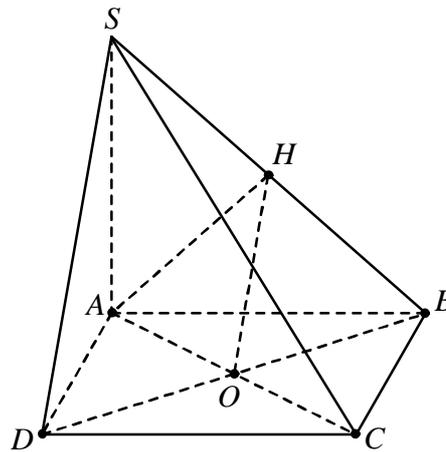
- A. 6m/s^2 . B. 0m/s^2 . C. 12m/s^2 . D. -12m/s^2 .

Câu 24: Cho hình lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có G là trọng tâm tam giác ABC (hình minh họa). Khẳng định nào sai?



- A. $AG \perp (BCC'B')$. B. $AG \perp B'C'$. C. $AA' \perp (ABC)$. D. $A'G \perp (ABC)$.

Câu 25: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông tâm O , cạnh bên SA vuông góc với đáy. $SA = AB = a$, H là trung điểm SB . Khẳng định nào sau đây đúng?



- A. $DH \perp AC$. B. $OH \perp (SAB)$. C. $BC \perp (SAC)$. D. $AH \perp (SBC)$.

Câu 26: Tính đạo hàm của hàm số $f(x) = \sin 5x + 4 \cos x$.

- A. $f'(x) = 5 \cos 5x + 4 \sin x$. B. $f'(x) = -5 \cos 5x + 4 \sin x$.
C. $f'(x) = 5 \cos 5x - 4 \sin x$. D. $f'(x) = \cos 5x - 4 \sin x$.

Câu 27: Tính $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{6^{2n} + 8^n}{3^n - 6^{2n+1}}$.

- A. $-\frac{1}{6}$. B. -1 . C. $+\infty$. D. 2 .

Câu 28: Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = -x^3 + 3x^2 - 2$ tại điểm có hoành độ bằng 1.

- A. $y = 3(x-1)$. B. $y = 3(x+1)$. C. $y = 3x+1$. D. $y = 3x-1$.

Câu 29: Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2-1}{x+1} & \text{khi } x \neq -1 \\ -2 & \text{khi } x = -1 \end{cases}$. Khẳng định nào sau đây là **đúng**?

- A. Tập xác định của hàm số là $\mathbb{R} \setminus \{-1\}$.
B. Hàm số liên tục trên \mathbb{R} .
C. Hàm số **không** liên tục tại điểm $x = -1$.
D. Hàm số chỉ liên tục tại điểm $x = -1$ và gián đoạn tại các điểm $x \neq -1$.

Câu 30: Cho hàm số $y = x^3 - 3x - 8$ có đồ thị (C) . Có bao nhiêu tiếp tuyến của (C) có hệ số góc $k = -6$

- A. 2. B. 3. C. 0. D. 1.

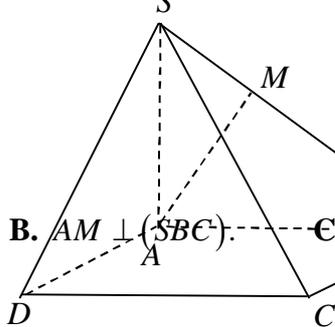
Câu 31: Tìm đạo hàm $f'(x)$ của hàm số $f(x) = \frac{x\sqrt{x+1}}{x}$.

- A. $f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}} + \frac{1}{x^2}$. B. $f'(x) = \frac{1}{\sqrt{x}} + \frac{1}{x^2}$.
C. $f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}} - \frac{1}{x^2}$. D. $f'(x) = \frac{1}{\sqrt{x}} - \frac{1}{x^2}$.

Câu 32: Tìm giới hạn $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 + 8x - 9}{x - 1}$.

- A. 10. B. 2. C. 6. D. -2.

Câu 33: Cho hình chóp $S.ABCD$ có $SA \perp (ABCD)$ và đáy là hình chữ nhật. Kẻ đường cao AM của tam giác SAB (hình vẽ minh họa). Khẳng định nào sau đây đúng?



- A. $AM \perp (SBD)$. B. $AM \perp (SBC)$. C. $SB \perp (MAC)$. D. $AM \perp (SAD)$.

Câu 34: Tìm $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1-x}{|x|}$.

- A. 1. B. $+\infty$. C. $-\infty$. D. 0.

Câu 35: Cho số thực a thỏa mãn $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n^3 + n^2 - 4}{an^3 + 2} = \frac{1}{3}$. Khi đó $3a - a^2$ bằng

- A. 18. B. 8. C. -18. D. -8.

Câu 36: Cho hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 2$. Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số biết tiếp tuyến vuông góc với đường thẳng $x + 45y = 0$.

- A. $y = 45x + 173$; $y = 45x - 83$. B. $y = 45x - 83$.
C. $y = 45x - 173$; $y = 45x + 83$. D. $y = 45x - 173$.

Câu 37: Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA = SB = SC$ và tam giác ABC vuông tại B . Gọi H là hình chiếu vuông góc của S lên (ABC) . Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. H trùng với trung điểm của BC . B. H trùng với trung điểm của AC .
C. H trùng với trực tâm của ΔABC . D. H trùng với trọng tâm của ΔABC .

Câu 38: Khẳng định nào sau đây sai?

- A. Phương trình $x^4 + mx^2 - 2mx - 2 = 0$ luôn có nghiệm với mọi giá trị của tham số m .
B. Phương trình $3x^6 - 3x^3 + 5x - 2 = 0$ không có nghiệm thuộc khoảng $(-2; 2)$.
C. Phương trình $x^3 - 3x + 1 = 0$ có 3 nghiệm phân biệt.
D. Phương trình $m(x-1)^2(x-2) + 2x - 3 = 0$ luôn có nghiệm với mọi giá trị của tham số m .

Câu 39: Cho hàm số $y = -x^4 - mx^2 + m + 1$ có đồ thị (C) . Tính tổng tất cả các giá trị của tham số sao cho tiếp tuyến của (C) tại $A(1;0)$ và $B(-1;0)$ vuông góc với nhau.

- A. -2. B. -4. C. 2. D. 4.

Câu 40: Cho hàm số $y = x^4 - 2x^2$ có đồ thị (C) . Hỏi có bao nhiêu tiếp tuyến của đồ thị (C) song song với trục hoành?

- A. 1. B. 2. C. 3. D. 0.

Câu 41: Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có tất cả các cạnh bằng a . Tính góc φ giữa cạnh bên và

mặt đáy.

- A. $\varphi = 45^\circ$. B. $\varphi = 90^\circ$. C. $\varphi = 60^\circ$. D. $\varphi = 30^\circ$.

Câu 42: Một chất điểm chuyển động có phương trình $s = f(t) = \frac{1}{3}t^3 - t^2 + 4t + 5$ (s tính bằng mét và t tính bằng giây). Tính gia tốc của chuyển động tại thời điểm $t = 2$ giây.

- A. $4(m/s^2)$. B. $1(m/s^2)$. C. $2(m/s^2)$. D. $3(m/s^2)$.

Câu 43: Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = x^2 - x + 5$ biết tiếp tuyến đó vuông góc với đường thẳng $y = -\frac{1}{3}x + 1$.

- A. $y = 3x - 13$. B. $y = 3x + 13$. C. $y = 3x - 1$. D. $y = 3x + 1$.

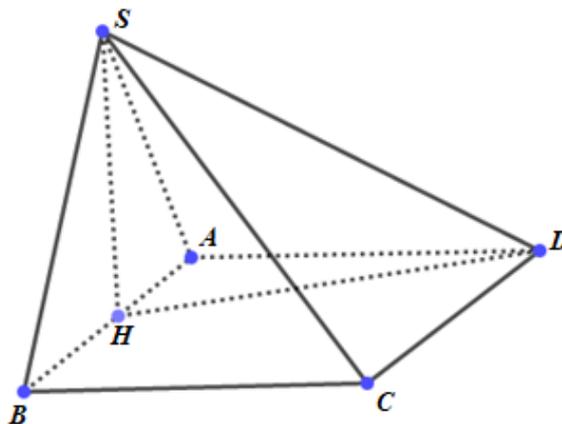
Câu 44: Cho hai điểm M, N thuộc đồ thị của hàm số $y = x^3 - x^2 + 2$ có hoành độ lần lượt là $x_M = 1, x_N = 2$. Tính hệ số góc của cát tuyến MN .

- A. 3. B. 4. C. 2. D. 1.

Câu 45: Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị (C) , với $a \neq 0$. Tìm điều kiện của a, b, c để mọi tiếp tuyến của (C) đều có hệ số góc âm.

- A. $\begin{cases} a > 0 \\ b^2 - 3ac < 0 \end{cases}$ B. $\begin{cases} a < 0 \\ b^2 - 3ac \leq 0 \end{cases}$ C. $\begin{cases} a > 0 \\ b^2 - 3ac \leq 0 \end{cases}$ D. $\begin{cases} a < 0 \\ b^2 - 3ac < 0 \end{cases}$

Câu 46: Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a và tam giác SAB đều nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng đáy. Gọi H là trung điểm AB . Gọi φ là góc giữa SC và HD . Tính $\cos \varphi$.



- A. $\cos \varphi = \frac{3\sqrt{10}}{20}$ B. $\cos \varphi = \frac{\sqrt{10}}{20}$ C. $\cos \varphi = \frac{3\sqrt{5}}{20}$ D. $\cos \varphi = \frac{\sqrt{5}}{20}$

Câu 47: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên \mathbb{R} và thỏa mãn $f(1+3x) = 2x - f(1-2x)$ với $\forall x \in \mathbb{R}$. Lập phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = f(x)$ tại điểm có hoành độ $x = 1$?

- A. $y = 2x + 1$. B. $y = 2x - 2$. C. $y = 2x - 1$. D. $y = 2x + 3$.

Câu 48: Cho hình chóp tứ giác $S.ABC$ có $SA \perp (ABC)$. Diện tích các tam giác ABC và SBC lần lượt là

$2\sqrt{3}$ và 4. Tính góc giữa hai mặt phẳng (SBC) và (ABC)?

- A. 30° . B. 60° . C. 45° . D. 75° .

Câu 49: Cho hàm số $y = \frac{x-5}{x-1}$ có đồ thị (C). Hỏi có bao nhiêu tiếp tuyến của (C) cắt trục Ox, Oy lần lượt tại A, B phân biệt sao cho $OB = 4OA$?

- A. 3. B. 1. C. 2. D. 4.

Câu 50: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại $B, SA \perp (ABC)$. Gọi (P) là mặt phẳng trung trực của AB . Thiết diện của hình chóp $S.ABC$ cắt bởi mặt phẳng (P) là

- A. hình chữ nhật. B. tam giác vuông. C. hình thoi. D. hình thang vuông.

BẢNG ĐÁP ÁN

1.A	2.B	3.C	4.A	5.A	6.C	7.D	8.A	9.D	10.C
11.D	12.D	13.B	14.C	15.B	16.B	17.D	18.B	19.C	20.D
21.B	22.A	23.D	24.D	25.D	26.C	27.A	28.A	29.B	30.C
31.C	32.A	33.B	34.B	35.C	36.C	37.B	38.B	39.A	40.A
41.A	42.C	43.D	44.B	45.D	46b.A	47b.B	48b.A	49b.C	50b.A
46c.B	47c.A	48c.D	49c.C	50c.A					

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

Câu 1: Cho hai vectơ \vec{a}, \vec{b} đều khác $\vec{0}$. Khẳng định nào đúng?

A. $\vec{a} \perp \vec{b} \Leftrightarrow \vec{a} \cdot \vec{b} = 0$. B. $\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}|$. C. $\vec{a} \perp \vec{b} \Leftrightarrow \vec{a} \cdot \vec{b} = -1$. D. $\vec{a} \perp \vec{b} \Leftrightarrow \vec{a} \cdot \vec{b} = \vec{0}$.

Lời giải

Chọn A

Với hai vectơ \vec{a}, \vec{b} đều khác $\vec{0}$, khẳng định nào đúng là: $\vec{a} \perp \vec{b} \Leftrightarrow \vec{a} \cdot \vec{b} = 0$.

Câu 2: Tính đạo hàm của hàm số $y = x + \cot x - 3$.

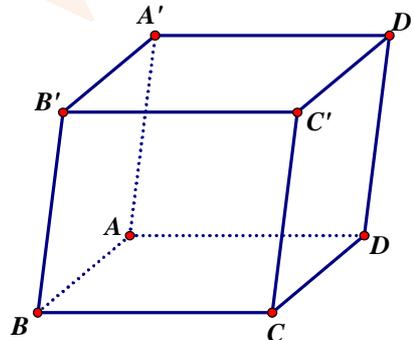
A. $y' = 1 + \frac{1}{\sin^2 x}$. B. $y' = 1 - \frac{1}{\sin^2 x}$. C. $y' = 1 - \frac{1}{\cos^2 x}$. D. $y' = 1 + \frac{1}{\cos^2 x}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $y' = 1 - \frac{1}{\sin^2 x}$.

Câu 3: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Hệ thức nào đúng?



A. $\vec{AC'} = \vec{AC} + \vec{AD} + \vec{AA'}$.

B. $\vec{AC'} = \vec{AB} + \vec{AD} + \vec{AB'}$.

C. $\vec{AC'} = \vec{AB} + \vec{AD} + \vec{AA'}$.

D. $\vec{AC'} = \vec{AB} + \vec{AC} + \vec{AA'}$.

Lời giải

Chọn B

Theo quy tắc hình hộp ta có: $\vec{AC'} = \vec{AB} + \vec{AD} + \vec{AA'}$.

Câu 4: Tìm $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{4n^5 - n^3 + 1}{2n^5 + 2n^2 + 1}$.

A. 2.

B. 8.

C. 1.

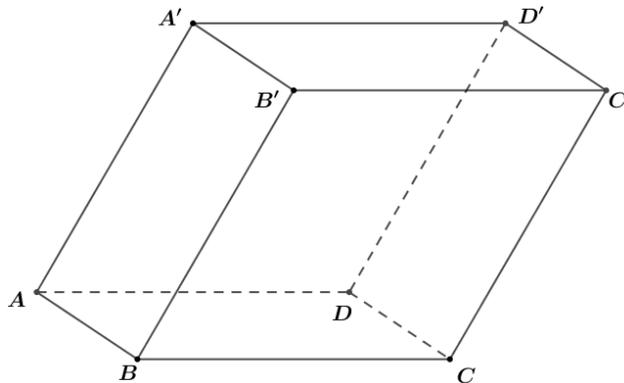
D. 4.

Lời giải

Chọn A

$$\text{Ta có: } \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{4n^5 - n^3 + 1}{2n^5 + 2n^2 + 1} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{4 - \frac{1}{n^2} + \frac{1}{n^5}}{2 + \frac{2}{n^3} + \frac{1}{n^5}} = \frac{4}{2} = 2.$$

Câu 5: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Chọn khẳng định đúng



A. $\overline{BA}, \overline{BC}, \overline{B'D'}$ đồng phẳng.

B. $\overline{BD}, \overline{BD'}, \overline{BC}$ đồng phẳng.

C. $\overline{BA}, \overline{BD}, \overline{BD'}$ đồng phẳng.

D. $\overline{BA'}, \overline{BD'}, \overline{BC'}$ đồng phẳng.

Lời giải

Chọn A

Ba véc-tơ $\overline{BA}, \overline{BC}, \overline{B'D'}$ có giá cùng song song với mặt phẳng (α) , mà (α) song song với $(ABCD)$.

Câu 6: Trong không gian qua điểm O có bao nhiêu mặt phẳng vuông góc với một đường thẳng cho trước?

A. vô số.

B. 2.

C. 1.

D. 0.

Lời giải

Chọn C

Qua điểm O trong không gian có duy nhất một mặt phẳng vuông góc với một đường thẳng cho trước.

Câu 7: Tìm $\lim_{x \rightarrow -2} (2x^2 + 1)$

A. $+\infty$.

B. $-\infty$.

C. -7 .

D. 9 .

Lời giải

Chọn D

$$\lim_{x \rightarrow -2} (2x^2 + 1) = 2 \cdot (-2)^2 + 1 = 9$$

$$\text{Hàm số có cực trị thì } y' = 0 \Leftrightarrow m = -(x^2 + 2)\sqrt{x^2 + 2} \leq -2\sqrt{2}$$

Câu 8: Tìm $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 5x + 4}{x - 1}$.

A. -3.

B. 1.

C. 2.

D. $\frac{3}{2}$.

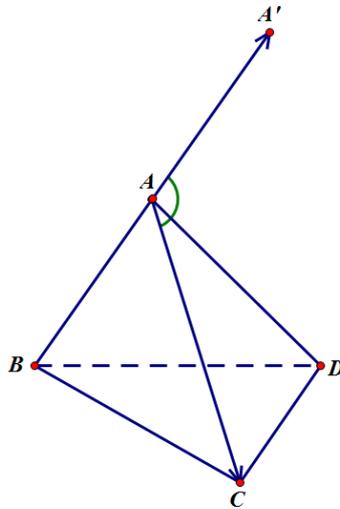
Lời giải

Chọn A

$$\text{Ta có } \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 5x + 4}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-1)(x-4)}{x-1} = \lim_{x \rightarrow 1} (x-4) = -3.$$

Câu 9: Cho tứ diện đều $ABCD$. Tính góc giữa hai véc tơ \overrightarrow{BA} , \overrightarrow{AC} .A. 90° .B. 60° .C. 130° .D. 120° .

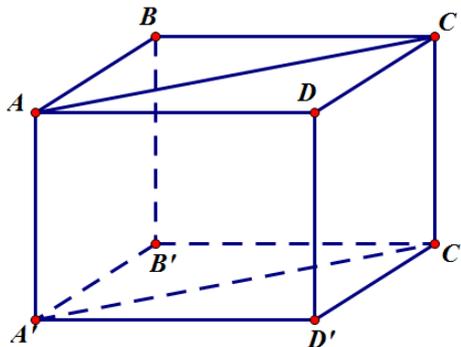
Lời giải

Chọn D

Dựng $\overrightarrow{AA'} = \overrightarrow{BA}$ ta có $(\overrightarrow{BA}, \overrightarrow{AC}) = (\overrightarrow{AA'}, \overrightarrow{AC}) = 120^\circ$

Câu 10: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Véc tơ nào sau đây là véc tơ chỉ phương của đường thẳng $A'C'$?A. $\overrightarrow{A'C}$.B. $\overrightarrow{A'B}$.C. \overrightarrow{AC} .D. \overrightarrow{BD} .

Lời giải

Chọn C

Ta có $AC \parallel A'C'$ suy ra véc tơ chỉ phương của đường thẳng $A'C'$ là \overrightarrow{AC} .

Câu 11: Một điểm M chuyển động với phương trình $S = f(t) = t^2 + t + 2$ (S tính bằng mét, t tính bằng giây). Tính vận tốc tức thời của chuyển động tại thời điểm $t = 2$ (s).

- A. 1 (m/s). B. 2 (m/s). C. 4 (m/s). **D. 5 (m/s).**

Lời giải

Chọn D

$$S = f(t) = t^2 + t + 2 \Rightarrow f'(t) = 2t + 1.$$

Vận tốc tức thời của chuyển động tại thời điểm $t = 2$ (s) là $f'(2) = 5$ (m/s).

Câu 12: Tính đạo hàm của hàm số $y = x^2 + \sin x - 3$.

- A. $y' = 2x - \cos x$. B. $2 - \cos x$. C. $2 + \cos x$. **D. $y' = 2x + \cos x$.**

Lời giải

Chọn D

$$y = x^2 + \sin x - 3 \Rightarrow y' = 2x + \cos x.$$

Câu 13: Tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = x^3 + 2x^2 - 3$ tại điểm $A(1;0)$ có hệ số góc bằng

- A. -1. **B. 7.** C. -7. D. 1.

Lời giải

Chọn B

$$\text{Ta có } y' = 3x^2 + 4x$$

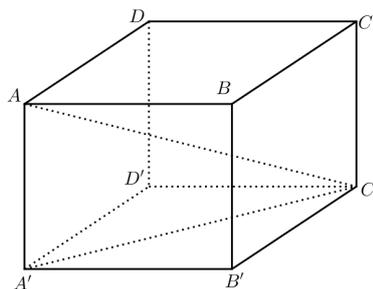
Vậy hệ số góc của tiếp tuyến tại $A(1;0)$ là $k = y'(1) = 7$.

Câu 14: Tính độ dài đường chéo của hình lập phương cạnh a .

- A. $a\sqrt{2}$. B. $\frac{a\sqrt{2}}{2}$. C. $a\sqrt{3}$. D. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Lời giải

Chọn C



Giả sử hình lập phương là $ABCD.A'B'C'D'$. Khi đó độ dài đường chéo là

$$AC' = \sqrt{AA'^2 + A'C'^2} = \sqrt{AA'^2 + A'B'^2 + A'D'^2} = \sqrt{a^2 + a^2 + a^2} = a\sqrt{3}$$

Câu 15: Cho hàm số $f(x) = \frac{2x+1}{x}$. Tập nghiệm của bất phương trình $f'(x) < 0$ là

- A. \emptyset . **B. $\mathbb{R} \setminus \{0\}$.** C. $(-\infty; 0)$. D. $(0; +\infty)$.

Lời giải

Chọn B

TXĐ: $D = \mathbb{R} \setminus \{0\}$

Ta có $f'(x) = -\frac{1}{x^2} < 0$ với $\forall x \in D$.

Vậy tập nghiệm của bất phương trình $f'(x) < 0$ là: $\mathbb{R} \setminus \{0\}$ **Câu 16:** Cho hàm số $f(x) = -x^3 + 2x^2 - x - 5$. Tập nghiệm S của phương trình $f'(x) = 0$ là

A. $S = \left\{-1; \frac{1}{3}\right\}$. **B.** $S = \left\{1; \frac{1}{3}\right\}$. C. $S = \left\{1; -\frac{1}{3}\right\}$. D. $S = \left\{-1; -\frac{1}{3}\right\}$.

Lời giải**Chọn B**

TXĐ: \mathbb{R}

Ta có $f'(x) = -3x^2 + 4x - 1 \Rightarrow f'(x) = 0 \Leftrightarrow -3x^2 + 4x - 1 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = \frac{1}{3} \end{cases}$.

Vậy tập nghiệm của $f'(x) = 0$ là $S = \left\{1; \frac{1}{3}\right\}$.**Câu 17:** Tìm $\lim(-n^4 + n^2 + 1)$.

A. 0. B. 1. C. $+\infty$. **D.** $-\infty$.

Lời giải**Chọn D**

Ta có: $\lim(-n^4 + n^2 + 1) = \lim \left[n^4 \left(-1 + \frac{1}{n^2} + \frac{1}{n^4} \right) \right]$

Do $\begin{cases} \lim n^4 = +\infty \\ \lim \left(-1 + \frac{1}{n^2} + \frac{1}{n^4} \right) = -1 < 0 \end{cases}$ nên $\lim(-n^4 + n^2 + 1) = -\infty$

Câu 18: Hàm số $f(x) = \frac{x^2 + 1}{x^2 - 5x - 6}$ liên tục trên khoảng nào sau đây?

A. $(-6; 1)$. **B.** $(-1; 6)$. C. $(-1; +\infty)$ D. $(-\infty; 6)$.

Lời giải**Chọn B**

TXĐ $D = \mathbb{R} \setminus \{-1; 6\}$.

Hàm số liên tục trên các khoảng: $(-\infty; -1); (-1; 6); (6; +\infty)$.Vì vậy hàm số liên tục trên khoảng $(-1; 6)$.**Câu 19:** Tìm $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{5x + 2019}{6x - 2020}$.

A. $-\frac{2020}{2019}$. B. $\frac{6}{5}$. C. $-\frac{5}{6}$. D. $-\frac{2019}{2020}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{5x+2019}{6x-2020} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{5 + \frac{2019}{x}}{6 - \frac{2020}{x}} = \frac{5}{6}$.

Câu 20: Tính tổng $S = 1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{4} - \frac{1}{8} + \dots + \left(\frac{-1}{2}\right)^{n-1} + \dots$.

A. $\frac{1}{2}$. B. $\frac{3}{2}$. C. 2. D. $\frac{2}{3}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có tổng $S = 1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{4} - \frac{1}{8} + \dots + \left(\frac{-1}{2}\right)^{n-1} + \dots$ là tổng của cấp số nhân lùi vô hạn với $\begin{cases} u_1 = 1 \\ q = -\frac{1}{2} \end{cases}$.

Vì vậy $S = \frac{u_1}{1-q} = \frac{1}{1 - \left(-\frac{1}{2}\right)} = \frac{2}{3}$.

Câu 21: Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = x^4 - 2x^2$ tại điểm $M(1; -1)$.

A. $y = -x - 1$. B. $y = -1$. C. $y = 1$. D. $y = x - 1$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $y' = 4x^3 - 4x = 4x(x^2 - 1)$ và $y'(1) = 0$.

Phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số đã cho tại điểm $M(1; -1)$:

$$y = y'(1)(x-1) - 1 \Leftrightarrow y = -1.$$

Câu 22: Cho $f(x) = -x^4 + 3x^2 + 2$. Hỏi phương trình $f'(x) = 0$ có bao nhiêu nghiệm?

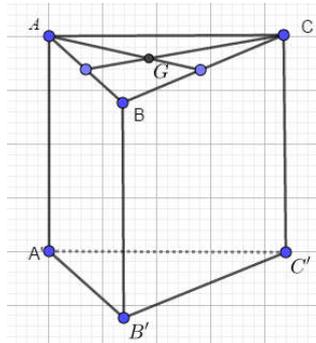
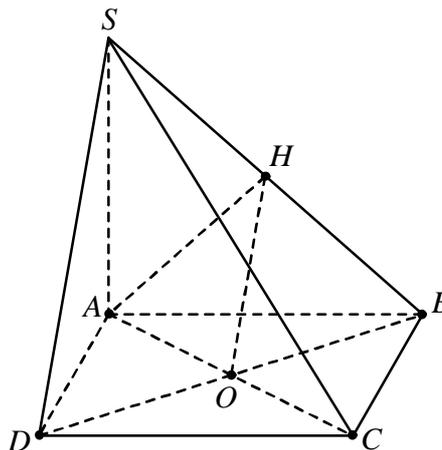
A. 3. B. 2. C. 0. D. 1.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $f'(x) = 0 \Leftrightarrow -4x^3 + 6x + 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x \approx -0,37 \text{ (sử dụng máy tính cầm tay)} \\ x \approx 1,37 \end{cases}$.

Câu 23: Một chất điểm chuyển động thẳng với vận tốc $v(t) = -3t^2 + 6t + 9$ (m/s). Tính gia tốc của chuyển động tại thời điểm $t = 3$ (s).

A. 6m/s^2 .B. 0m/s^2 .C. 12m/s^2 .D. -12m/s^2 .**Lời giải****Chọn D**Ta có: $v'(t) = -6t + 6$. Gia tốc tại thời điểm $t = 3(\text{s})$ là: $v'(3) = -6.3 + 6 = -12\text{m/s}$.**Câu 24:** Cho hình lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có G là trọng tâm tam giác ABC (hình minh họa). Khẳng định nào sai?A. $AG \perp (BCC'B')$.B. $AG \perp B'C'$.C. $AA' \perp (ABC)$.D. $A'G \perp (ABC)$.**Lời giải****Chọn D** $ABC.A'B'C'$ là lăng trụ đều nên cũng là lăng trụ đứng $\Rightarrow AA' \perp (ABC)$ (C là mệnh đề đúng).Tam giác ABC đều $\Rightarrow AG \perp BC$, mà $BC \parallel B'C'$, suy ra $AG \perp B'C'$ (B là mệnh đề đúng).Lại có: $\begin{cases} AG \perp BC \\ AG \perp BB' \end{cases} \Rightarrow AG \perp (BCC'B')$ (A là mệnh đề đúng).**Câu 25:** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông tâm O , cạnh bên SA vuông góc với đáy. $SA = AB = a$, H là trung điểm SB . Khẳng định nào sau đây đúng?A. $DH \perp AC$.B. $OH \perp (SAB)$.C. $BC \perp (SAC)$.D. $AH \perp (SBC)$.**Lời giải****Chọn D**Do tam giác SAB vuông cân $\Rightarrow AH$ là trung tuyến đồng thời là đường cao $\Rightarrow AH \perp SB$.

$$\text{Mặt khác: } \begin{cases} BC \perp AB \\ BC \perp SA \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SAB) \Rightarrow BC \perp AH.$$

Vậy $AH \perp (SBC)$.

Câu 26: Tính đạo hàm của hàm số $f(x) = \sin 5x + 4 \cos x$.

A. $f'(x) = 5 \cos 5x + 4 \sin x$.

B. $f'(x) = -5 \cos 5x + 4 \sin x$.

C. $f'(x) = 5 \cos 5x - 4 \sin x$.

D. $f'(x) = \cos 5x - 4 \sin x$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $f'(x) = (\sin 5x)' + 4 \cdot (\cos x)' = 5 \cos 5x - 4 \sin x$.

Câu 27: Tính $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{6^{2n} + 8^n}{3^n - 6^{2n+1}}$.

A. $-\frac{1}{6}$.

B. -1 .

C. $+\infty$.

D. 2 .

Lời giải

Chọn A

Ta có: $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{6^{2n} + 8^n}{3^n - 6^{2n+1}} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{36^n + 8^n}{3^n - 6 \cdot 36^n} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1 + \left(\frac{2}{9}\right)^n}{\left(\frac{1}{12}\right)^n - 6} = -\frac{1}{6}$.

Câu 28: Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = -x^3 + 3x^2 - 2$ tại điểm có hoành độ bằng 1.

A. $y = 3(x-1)$.

B. $y = 3(x+1)$.

C. $y = 3x+1$.

D. $y = 3x-1$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $y' = -3x^2 + 6x$.

$x_0 = 1 \Rightarrow y_0 = 0; f'(1) = 3$.

Vậy phương trình tiếp tuyến cần tìm là: $y = 3(x-1)$.

Câu 29: Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2-1}{x+1} & \text{khi } x \neq -1 \\ -2 & \text{khi } x = -1 \end{cases}$. Khẳng định nào sau đây là **đúng**?

A. Tập xác định của hàm số là $\mathbb{R} \setminus \{-1\}$.

B. Hàm số liên tục trên \mathbb{R} .

C. Hàm số **không** liên tục tại điểm $x = -1$.

D. Hàm số chỉ liên tục tại điểm $x = -1$ và gián đoạn tại các điểm $x \neq -1$.

Lời giải

Chọn B

TXĐ: $D = \mathbb{R}$.

Với $x \neq -1$ thì $f(x) = \frac{x^2 - 1}{x + 1}$. Đây là hàm phân thức hữu tỉ có tập xác định là $(-\infty; -1) \cup (-1; +\infty)$.

Vậy nó liên tục trên mỗi khoảng $(-\infty; -1)$ và $(-1; +\infty)$.

Tại $x = -1$: $f(-1) = -2$ và

$$\lim_{x \rightarrow -1} f(x) = \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 - 1}{x + 1} = \lim_{x \rightarrow -1} (x - 1) = -2$$

$\Rightarrow f(-1) = \lim_{x \rightarrow -1} f(x) = -2$ nên hàm số liên tục tại điểm $x = -1$.

Vậy hàm số liên tục trên \mathbb{R} .

Câu 30: Cho hàm số $y = x^3 - 3x - 8$ có đồ thị (C) . Có bao nhiêu tiếp tuyến của (C) có hệ số góc $k = -6$

A. 2.

B. 3.

C. 0.

D. 1.

Lời giải

Chọn C

Ta có:

$$y' = f'(x) = 3x^2 - 3$$

$$k = -6 \Leftrightarrow 3x_0^2 - 3 = -6 \Leftrightarrow x_0^2 = -1: \text{phương trình vô nghiệm.}$$

Vậy không tồn tại tiếp tuyến thỏa yêu cầu bài toán.

Câu 31: Tìm đạo hàm $f'(x)$ của hàm số $f(x) = \frac{x\sqrt{x} + 1}{x}$.

A. $f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}} + \frac{1}{x^2}$. B. $f'(x) = \frac{1}{\sqrt{x}} + \frac{1}{x^2}$.

C. $f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}} - \frac{1}{x^2}$. D. $f'(x) = \frac{1}{\sqrt{x}} - \frac{1}{x^2}$.

Lời giải

Chọn C

$$f(x) = \frac{x\sqrt{x} + 1}{x} = \sqrt{x} + \frac{1}{x} \Rightarrow f'(x) = \left(\sqrt{x} + \frac{1}{x} \right)' = \frac{1}{2\sqrt{x}} - \frac{1}{x^2}.$$

Câu 32: Tìm giới hạn $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 + 8x - 9}{x - 1}$.

A. 10.

B. 2.

C. 6.

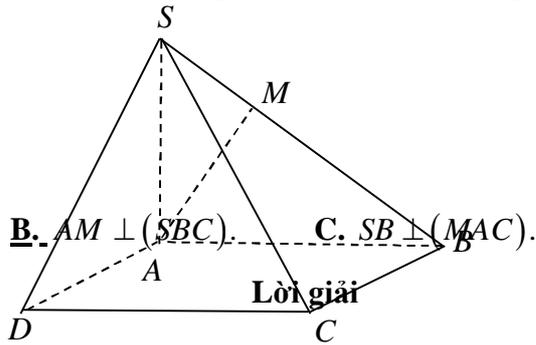
D. -2.

Lời giải

Chọn A

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 + 8x - 9}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x - 1)(x + 9)}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1} (x + 9) = 10.$$

Câu 33: Cho hình chóp $S.ABCD$ có $SA \perp (ABCD)$ và đáy là hình chữ nhật. Kẻ đường cao AM của tam giác SAB (hình vẽ minh hoạ). Khẳng định nào sau đây đúng?



- A. $AM \perp (SBD)$. **B. $AM \perp (SBC)$. C. $SB \perp (MAC)$. D. $AM \perp (SAD)$.**

Chọn B

Ta có: $\begin{cases} BC \perp AB \\ BC \perp SA \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SAB) \Rightarrow BC \perp AM$

Mà $SB \perp AM$ và $SB \cap BC = \{B\}$ suy ra $AM \perp (SBC)$

Câu 34: Tìm $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1-x}{|x|}$.

- A. 1. **B.** $+\infty$. C. $-\infty$. D. 0.

Lời giải

Chọn B

Ta có $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1-x}{|x|} = +\infty$. Vậy chọn **B**.

Câu 35: Cho số thực a thỏa mãn $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n^3 + n^2 - 4}{an^3 + 2} = \frac{1}{3}$. Khi đó $3a - a^2$ bằng

- A. 18. B. 8. **C.** -18 . D. -8 .

Lời giải

Chọn C

Ta có $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n^3 + n^2 - 4}{an^3 + 2} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^3 \left(2 + \frac{1}{n} - \frac{4}{n^3} \right)}{n^3 \left(a + \frac{2}{n^3} \right)} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2 + \frac{1}{n} - \frac{4}{n^3}}{a + \frac{2}{n^3}} = \frac{2}{a}$.

Suy ra $\frac{2}{a} = \frac{1}{3} \Rightarrow a = 6$. Khi đó $3a - a^2 = 3 \cdot 6 - 6^2 = -18$.

Vậy chọn **C**.

Câu 36: Cho hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 2$. Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số biết tiếp tuyến vuông góc với đường thẳng $x + 45y = 0$.

- A. $y = 45x + 173$; $y = 45x - 83$. B. $y = 45x - 83$.
C. $y = 45x - 173$; $y = 45x + 83$. D. $y = 45x - 173$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $y' = 3x^2 - 6x$

Gọi $M(x_0; y_0)$ là tiếp điểm của tiếp tuyến Δ của đồ thị (C) của hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 2$.

Khi đó $y'(x_0) = 3x_0^2 - 6x_0$ là hệ số góc của tiếp tuyến Δ của đồ thị (C) .

Đường thẳng $(d): x + 45y = 0 \Leftrightarrow y = -\frac{1}{45}x$ có hệ số góc $k_d = -\frac{1}{45}$.

Vì $\Delta \perp d$ nên ta có $k_{\Delta} \cdot k_d = -1 \Leftrightarrow (3x_0^2 - 6x_0) \left(-\frac{1}{45}\right) = -1$

$$\Leftrightarrow 3x_0^2 - 6x_0 = 45$$

$$\Leftrightarrow x_0^2 - 2x_0 - 15 = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x_0 = -3 \Rightarrow y_0 = -52 \Rightarrow M_1(-3; -52) \\ x_0 = 5 \Rightarrow y_0 = 52 \Rightarrow M_2(5; 52) \end{cases}$$

Phương trình tiếp tuyến Δ của đồ thị (C) tại điểm $M_1(-3; -52)$ là $y = 45(x+3) + (-52)$

$$\Leftrightarrow y = 45x + 83.$$

Tương tự phương trình tiếp tuyến Δ của đồ thị (C) tại điểm $M_2(5; 52)$ là

$$y = 45(x-5) + 52 \Leftrightarrow y = 45x - 173.$$

Vậy chọn **C**.

Câu 37: Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA = SB = SC$ và tam giác ABC vuông tại B . Gọi H là hình chiếu vuông góc của S lên (ABC) . Khẳng định nào sau đây đúng?

A. H trùng với trung điểm của BC .

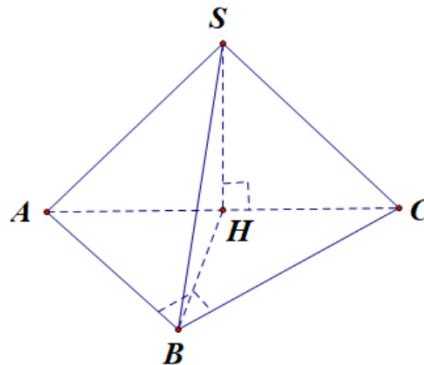
B. H trùng với trung điểm của AC .

C. H trùng với trực tâm của ΔABC .

D. H trùng với trọng tâm của ΔABC .

Lời giải

Chọn B



Do $SA = SB = SC$ nên hình chiếu của S lên (ABC) trùng với tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC . Tam giác ABC vuông tại B nên tâm đường tròn ngoại tiếp là trung điểm của AC .

Câu 38: Khẳng định nào sau đây sai?

A. Phương trình $x^4 + mx^2 - 2mx - 2 = 0$ luôn có nghiệm với mọi giá trị của tham số m .

B. Phương trình $3x^6 - 3x^3 + 5x - 2 = 0$ không có nghiệm thuộc khoảng $(-2; 2)$.

C. Phương trình $x^3 - 3x + 1 = 0$ có 3 nghiệm phân biệt.

D. Phương trình $m(x-1)^2(x-2) + 2x - 3 = 0$ luôn có nghiệm với mọi giá trị của tham số m .

Lời giải

Chọn B

Xét phương trình: $3x^6 - 3x^3 + 5x - 2 = 0$. Hàm số $f(x) = 3x^6 - 3x^3 + 5x - 2$ liên tục trên $[-2; 2]$ và có $f(0) = -2; f(2) = 176 \Rightarrow f(0).f(2) < 0$. Do đó tồn tại $c \in (0; 2)$ sao cho $f(c) = 0$ hay phương trình $3x^6 - 3x^3 + 5x - 2 = 0$ có nghiệm thuộc khoảng $(-2; 2)$.

Câu 39: Cho hàm số $y = -x^4 - mx^2 + m + 1$ có đồ thị (C) . Tính tổng tất cả các giá trị của tham số sao cho tiếp tuyến của (C) tại $A(1; 0)$ và $B(-1; 0)$ vuông góc với nhau.

A. -2.**B.** -4.**C.** 2.**D.** 4.**Lời giải****Chọn A**

Ta có $y' = -4x^3 - 2mx$. Hệ số góc tiếp tuyến của (C) tại A và B lần lượt là $y'(1) = -4 - 2m; y'(-1) = 4 + 2m$.

Hai tiếp tuyến vuông góc $\Leftrightarrow y'(1).y'(-1) = -1 \Leftrightarrow (4 + 2m)^2 = 1 \Leftrightarrow 4m^2 + 16m + 15 = 0$.

Phương trình luôn có 2 nghiệm và tổng các nghiệm là $-\frac{16}{2.4} = -2$.

Câu 40: Cho hàm số $y = x^4 - 2x^2$ có đồ thị (C) . Hỏi có bao nhiêu tiếp tuyến của đồ thị (C) song song với trục hoành?

A. 1.**B.** 2.**C.** 3.**D.** 0.**Lời giải****Chọn A**

$$y = x^4 - 2x^2 \Rightarrow y' = 4x^3 - 4x$$

Tiếp tuyến của đồ thị (C) song song với trục hoành

\Leftrightarrow Hoành độ tiếp điểm là nghiệm phương trình $y' = 0$

$$y' = 0 \Leftrightarrow 4x^3 - 4x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 0 \\ x = 1 \end{cases}$$

Tiếp tuyến của đồ thị (C) tại điểm $(-1; -1)$ là: $y = -1$.

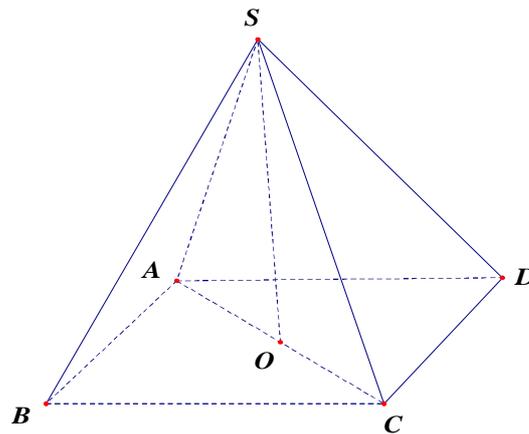
Tiếp tuyến của đồ thị (C) tại điểm $(0; 0)$ là: $y = 0$ (không TM điều kiện song song với trục hoành).

Tiếp tuyến của đồ thị (C) tại điểm $(1; -1)$ là: $y = -1$.

Vậy có 1 tiếp tuyến thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 41: Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có tất cả các cạnh bằng a . Tính góc φ giữa cạnh bên và mặt đáy.

A. $\varphi = 45^\circ$.**B.** $\varphi = 90^\circ$.**C.** $\varphi = 60^\circ$.**D.** $\varphi = 30^\circ$.**Lời giải****Chọn A**



Gọi O là tâm hình vuông $ABCD$, ta có $SO \perp (ABCD)$.

Theo giả thiết ta có: $\varphi = \widehat{SCO}$

Tam giác SOC vuông tại $O \Rightarrow \cos \widehat{SCO} = \frac{OC}{SC} = \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow \widehat{SCO} = 45^\circ$.

- Câu 42:** Một chất điểm chuyển động có phương trình $s = f(t) = \frac{1}{3}t^3 - t^2 + 4t + 5$ (s tính bằng mét và t tính bằng giây). Tính gia tốc của chuyển động tại thời điểm $t = 2$ giây.
- A. $4(m/s^2)$. B. $1(m/s^2)$. C. $2(m/s^2)$. D. $3(m/s^2)$.

Lời giải

Chọn C

$$s = f(t) = \frac{1}{3}t^3 - t^2 + 4t + 5$$

Vận tốc tức thời của chuyển động:

$$v(t) = f'(t) = t^2 - 2t + 4$$

Gia tốc tức thời của chuyển động:

$$a(t) = f''(t) = 2t - 2.$$

Tại thời điểm $t = 2 \Rightarrow a(2) = f''(2) = 2(m/s^2)$.

- Câu 43:** Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = x^2 - x + 5$ biết tiếp tuyến đó vuông góc với đường thẳng $y = -\frac{1}{3}x + 1$.
- A. $y = 3x - 13$. B. $y = 3x + 13$. C. $y = 3x - 1$. D. $y = 3x + 1$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $y' = (x^2 - x + 5)' = 2x - 1$. Gọi tọa độ tiếp điểm là $M(x_0; y_0)$.

Vì tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = x^2 - x + 5$ vuông góc với đường thẳng $y = -\frac{1}{3}x + 1$ nên ta có

$(2x_0 - 1) \cdot \left(-\frac{1}{3}\right) = -1 \Leftrightarrow x_0 = 2 \Rightarrow y_0 = y(2) = 7; y'(2) = 3$. Vậy phương trình tiếp tuyến cần tìm là $y = 3(x-2) + 7 \Leftrightarrow y = 3x + 1$.

Câu 44: Cho hai điểm M, N thuộc đồ thị của hàm số $y = x^3 - x^2 + 2$ có hoành độ lần lượt là $x_M = 1, x_N = 2$. Tính hệ số góc của cát tuyến MN .

- A. 3. **B.** 4. C. 2. D. 1.

Lời giải

Chọn B

Ta có hệ số góc của cát tuyến MN là $k = \frac{y_N - y_M}{x_N - x_M} = \frac{6 - 2}{2 - 1} = 4$.

Câu 45: Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị (C) , với $a \neq 0$. Tìm điều kiện của a, b, c để mọi tiếp tuyến của (C) đều có hệ số góc âm.

- A. $\begin{cases} a > 0 \\ b^2 - 3ac < 0 \end{cases}$. B. $\begin{cases} a < 0 \\ b^2 - 3ac \leq 0 \end{cases}$. C. $\begin{cases} a > 0 \\ b^2 - 3ac \leq 0 \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} a < 0 \\ b^2 - 3ac < 0 \end{cases}$.

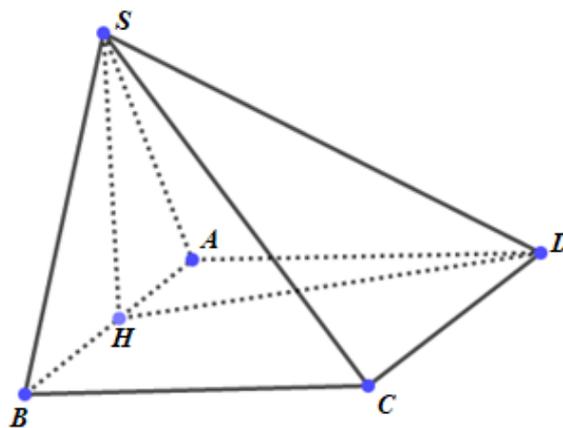
Lời giải

Chọn D

Ta có $y' = (ax^3 + bx^2 + cx + d)' = 3ax^2 + 2bx + c$

Để mọi tiếp tuyến của (C) đều có hệ số góc âm $\Leftrightarrow y' < 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} a < 0 \\ b^2 - 3ac < 0 \end{cases}$.

Câu 46: Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a và tam giác SAB đều nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng đáy. Gọi H là trung điểm AB . Gọi φ là góc giữa SC và HD . Tính $\cos \varphi$.



- A.** $\cos \varphi = \frac{3\sqrt{10}}{20}$.. B. $\cos \varphi = \frac{\sqrt{10}}{20}$. C. $\cos \varphi = \frac{3\sqrt{5}}{20}$. D. $\cos \varphi = \frac{\sqrt{5}}{20}$.

Lời giải

Chọn A

Vì ΔABC đều nên $SH \perp AB$.

Lại vì mp(SAB) vuông góc với mặt phẳng đáy theo giao tuyến AB nên $SH \perp (ABCD)$.

Trong mp đáy, qua C kẻ $CN \parallel HD$ cắt AB tại $N \Rightarrow B$ là trung điểm NH .

Khi đó, φ chính là góc giữa hai đường thẳng SC và CN .

$$\text{Trong } \Delta NBC : NC^2 = BN^2 + BC^2 = \frac{5a^2}{4} \Rightarrow NC = \frac{a\sqrt{5}}{2}.$$

$$\text{Trong } \Delta SHN : SN^2 = SH^2 + HN^2 = \frac{3a^2}{4} + a^2 = \frac{7a^2}{4}.$$

$$\text{Trong } \Delta SHC : SC^2 = SH^2 + HC^2 = \frac{3a^2}{4} + \frac{5a^2}{4} = 2a^2 \Rightarrow SC = a\sqrt{2}.$$

$$\text{Áp dụng định lí hàm số Côsin cho } \Delta SNC : \cos \widehat{SCN} = \frac{SC^2 + NC^2 - SN^2}{2 \cdot SC \cdot NC} = \frac{3\sqrt{10}}{20}.$$

$$\text{Vậy } \cos \varphi = \frac{3\sqrt{10}}{20}.$$

- Câu 47:** Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên \mathbb{R} và thỏa mãn $f(1+3x) = 2x - f(1-2x)$ với $\forall x \in \mathbb{R}$. Lập phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = f(x)$ tại điểm có hoành độ $x=1$?
- A. $y = 2x + 1$. **B.** $y = 2x - 2$. C. $y = 2x - 1$. D. $y = 2x + 3$.

Lời giải

Chọn B

Gọi tiếp điểm là $M(1; f(1))$.

Từ $f(1+3x) = 2x - f(1-2x)$ (*), thay $x=0$ vào ta được $f(1) = 0 \Rightarrow M(1; 0)$.

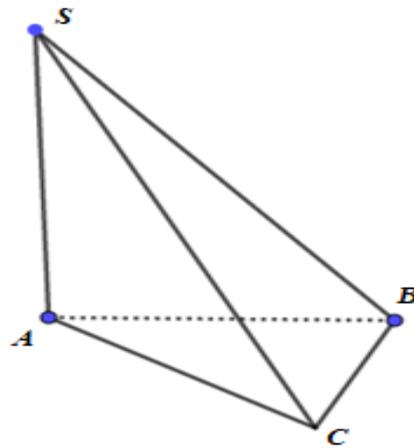
Cũng từ (*) suy ra: $3f'(1+3x) = 2 + 2f'(1-2x) \Rightarrow f'(1) = 2$.

Từ đó, phương trình tiếp tuyến cần tìm là: $y = 2x - 2$.

- Câu 48:** Cho hình chóp tứ giác $S.ABC$ có $SA \perp (ABC)$. Diện tích các tam giác ABC và SBC lần lượt là $2\sqrt{3}$ và 4. Tính góc giữa hai mặt phẳng (SBC) và (ABC)?
- A.** 30° . B. 60° . C. 45° . D. 75° .

Lời giải

Chọn A



Gọi φ là góc giữa hai mặt phẳng (SBC) và (ABC) .

Theo công thức hình chiếu ta có: $\cos \varphi = \frac{S_{\Delta ABC}}{S_{\Delta SBC}} = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

Vậy $\varphi = 30^\circ$.

- Câu 49:** Cho hàm số $y = \frac{x-5}{x-1}$ có đồ thị (C) . Hỏi có bao nhiêu tiếp tuyến của (C) cắt trục Ox, Oy lần lượt tại A, B phân biệt sao cho $OB = 4OA$?
- A. 3. B. 1. C. 2. D. 4.

Lời giải

Chọn C

Tập xác định: $D = \mathbb{R} \setminus \{1\}$.

Ta có $y' = \frac{4}{(x-1)^2}$.

Vì tiếp tuyến của đồ thị (C) cắt trục Ox, Oy lần lượt tại A, B sao cho $OB = 4OA$ nên hệ số

góc của tiếp tuyến k thỏa mãn: $|k| = \frac{OB}{OA} = 4 \Rightarrow \begin{cases} k = 4 \text{ (tm)} \\ k = -4 \text{ (l)} \end{cases}$ (vì $y' > 0$).

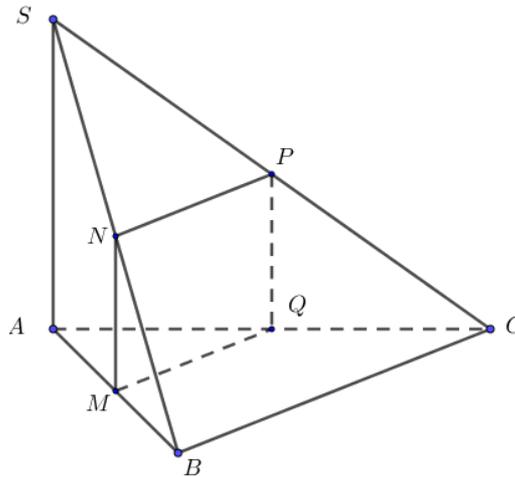
Gọi $M(x_0; y_0) \in (C)$ (với $x_0 \neq 1$).

Ta có $k = 4 \Rightarrow y'(x_0) = 4 \Leftrightarrow \frac{4}{(x_0+1)^2} = 4 \Rightarrow (x_0+1)^2 = 1 \Rightarrow \begin{cases} x_0 = 0 \Rightarrow y_0 = 5 \\ x_0 = -2 \Rightarrow y_0 = \frac{7}{3} \end{cases}$.

Vậy có 2 tiếp tuyến thỏa mãn yêu cầu bài toán là $y = 4x + 5$ và $y = 4x + \frac{31}{3}$.

- Câu 50:** Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại $B, SA \perp (ABC)$. Gọi (P) là mặt phẳng trung trực của AB . Thiết diện của hình chóp $S.ABC$ cắt bởi mặt phẳng (P) là
- A. hình chữ nhật. B. tam giác vuông. C. hình thoi. D. hình thang vuông.

Lời giải

Chọn A

Gọi M, N, Q lần lượt là trung điểm của AB, SB và AC .

Ta có $MN \parallel SA$ mà $SA \perp (ABC) \Rightarrow MN \perp (ABC) \Rightarrow MN \perp AB$ (1).

Lại có $MQ \parallel BC$ mà $BC \perp AB \Rightarrow MQ \perp AB$ (2).

Từ (1) và (2), suy ra $AB \perp (MNQ)$ hay (MNQ) là mặt phẳng trung trực của AB .

$$\text{Ta có } \begin{cases} N \in (MNQ) \cap (SBC) \\ MQ \subset (MNQ), BC \subset (SBC) \Rightarrow (MNQ) \cap (SBC) = NP \parallel BC \parallel MQ, (P \in SC). \\ MQ \parallel BC \end{cases}$$

Suy ra thiết diện của hình chóp $S.ABC$ và mặt phẳng $(P) \equiv (MNQ)$ là tứ giác $MNPQ$.

$$\text{Ta có } \begin{cases} MQ \parallel NP \\ MQ = NP \end{cases} \Rightarrow MNPQ \text{ là hình bình hành; mà } MN \perp (ABC) \Rightarrow MN \perp MQ$$

Vậy $MNPQ$ là hình chữ nhật.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

KIỂM TRA HỌC KỲ II NĂM HỌC 2020 - 2021

Môn: TOÁN - Lớp 11 - Chương trình chuẩn
Thời gian: 90 phút (Không kể thời gian phát đề)

Mã đề thi

Họ và tên thí sinh:..... SBD:.....

- Câu 1.** [NB] Đạo hàm của hàm số $y = 2x^3 + 1$ là
 A. $y' = 6x$. B. $y' = 6x^2 + 1$. C. $y' = 6x^2$. D. $y' = 3x^2$.
- Câu 2.** [NB] Cho $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5x+2}{2020x-1}$ bằng
 A. 0. B. $-\infty$. C. $\frac{1}{404}$. D. -2.
- Câu 3.** [TH] Cấp số nhân (u_n) có $u_1 = -3, \frac{u_8}{u_5} = 125$. Tính u_3 .
 A. $u_3 = -75$. B. $u_3 = 375$. C. $u_3 = -375$. D. $u_3 = 75$.
- Câu 4.** [TH] Cho cấp số cộng (u_n) có $u_5 = 31$ và tổng 5 số hạng đầu tiên $S_5 = 95$. Số hạng đầu tiên của cấp số cộng đó là
 A. $u_1 = 7$. B. $u_1 = 12$. C. $u_1 = \frac{7}{2}$. D. $u_1 = 6$.
- Câu 5.** [TH] Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào sai?
 A. Hai đường thẳng phân biệt cùng vuông góc với một đường thẳng thứ ba thì song song với nhau.
 B. Hai đường thẳng phân biệt cùng song song với một đường thẳng thì song song với nhau.
 C. Hai mặt phẳng phân biệt cùng vuông góc với một đường thẳng thì song song với nhau.
 D. Hai đường thẳng phân biệt cùng vuông góc với một mặt phẳng thì song song với nhau.
- Câu 6.** [NB] $\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{4x-3}{x-1}$ bằng
 A. -2. B. $+\infty$. C. 2. D. $-\infty$.
- Câu 7.** [NB] Với mọi hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$, mệnh đề nào sau đây đúng?
 A. $AA'C'C$ là hình thang cân. B. $AA'C'C$ là hình thoi.
 C. $AA'C'C$ là hình chữ nhật. D. $AA'C'C$ là hình vuông.
- Câu 8.** [TH] Cho hình chóp $S.ABCD$ có SA vuông góc với mặt đáy $ABCD$, $AD \neq AB$. Góc giữa cạnh bên SD và mặt đáy $(ABCD)$ bằng góc nào sau đây:
 A. \widehat{SDA} . B. \widehat{ASD} . C. \widehat{SAD} . D. \widehat{SBA} .
- Câu 9.** [TH] Cho cấp số nhân (u_n) có số hạng đầu $u_1 = 5$ công bội $q = -\frac{1}{3}$. Tổng 5 số hạng đầu tiên của cấp số nhân đó bằng.
 A. $\frac{610}{81}$. B. $\frac{605}{81}$. C. $\frac{605}{162}$. D. $\frac{305}{81}$.

Câu 10. [NB] Đạo hàm của hàm số $y = \sin 3x$ là

- A. $y' = -\cos 3x$. B. $y' = \cos 3x$. C. $y' = -3\cos 3x$. D. $y' = 3\cos 3x$.

Câu 11. [NB] Dãy số cho bởi công thức nào sau đây có giới hạn bằng 0?

- A. $u_n = n^2 - 4n$. B. $u_n = \left(\frac{-2}{3}\right)^n$. C. $u_n = \left(\frac{6}{5}\right)^n$. D. $u_n = \frac{n^3 - 3n}{n+1}$.

Câu 12. [NB] Đạo hàm của hàm số $y = 2\sqrt{x} - 3$ là

- A. $y' = \frac{1}{2\sqrt{x}} - 3$. B. $y' = \frac{1}{2\sqrt{x}}$. C. $y' = \frac{1}{\sqrt{x}} - 3$. D. $y' = \frac{1}{\sqrt{x}}$.

Câu 13. [NB] Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA \perp (ABC)$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. $SA \perp SB$. B. $SA \perp BC$. C. $SA \perp SC$. D. $SA \perp (SBC)$.

Câu 14. [TH] Cho hình chóp đều $S.ABCD$ có tất cả các cạnh bằng nhau, O là tâm của hình vuông $ABCD$, M là trung điểm của AB . Khoảng cách từ S đến mặt phẳng $(ABCD)$ bằng

- A. OM . B. SM . C. SA . D. SO .

Câu 15. [NB] Cấp số nhân (u_n) có $u_5 = 6$, $u_6 = 2$. Công bội của cấp số nhân đó bằng

- A. $\frac{1}{3}$. B. 6. C. 2. D. 3.

Câu 16. [TH] Trong các dãy số sau, dãy nào là cấp số nhân?

- A. $u_n = n^3$. B. $u_n = 3^n$. C. $u_n = \frac{3^n}{n}$. D. $u_n = (-1)^n \cdot n$.

Câu 17. [NB] Hàm số nào dưới đây gián đoạn tại điểm $x_0 = -1$?

- A. $y = (x+1)(x^2+2)$. B. $y = \frac{2x-1}{x+1}$. C. $y = \frac{x}{x-1}$. D. $y = \frac{x+1}{x^2+1}$.

Câu 18. [NB] Đạo hàm của hàm số $y = \frac{1-x}{2x+1}$ là

- A. $y' = -\frac{3}{(2x+1)^2}$. B. $y' = -\frac{3}{2x+1}$. C. $y' = \frac{3}{(2x+1)^2}$. D. $y' = \frac{3}{2x+1}$.

Câu 19. [NB] Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $(a;b)$. Điều kiện cần và đủ để hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $[a;b]$ là

- A. $\lim_{x \rightarrow a^-} f(x) = f(a)$ và $\lim_{x \rightarrow b^-} f(x) = f(b)$. B. $\lim_{x \rightarrow a^-} f(x) = f(a)$ và $\lim_{x \rightarrow b^+} f(x) = f(b)$.
C. $\lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = f(a)$ và $\lim_{x \rightarrow b^-} f(x) = f(b)$. D. $\lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = f(a)$ và $\lim_{x \rightarrow b^+} f(x) = f(b)$.

Câu 20. [TH] Đạo hàm của hàm số $y = \cos^2 x$ là

- A. $y' = \sin^2 x$. B. $y' = -2\sin x$. C. $y' = -2\sin x \cdot \cos x$. D. $y' = 2\sin x \cdot \cos x$.

Câu 21. [NB] Cho cấp số cộng (u_n) có số hạng đầu u_1 và công sai d . Xét các khẳng định sau:

I) : $u_n = u_{n-1} + d$

II) : $u_3 u_5 = u_4^2$

III) : $u_3 + u_5 = 2u_4$

IV) : $u_7 = \frac{u_1 + u_{13}}{2}$

V) : $S_8 = \frac{n}{2}(2u_1 + 7d)$

Trong các khẳng định trên có bao nhiêu khẳng định đúng?

- A. 4. B. 5. C. 2. D. 3.

Câu 22. [TH] Tính tổng 20 số hạng đầu tiên của cấp số cộng (u_n) biết cấp số cộng đó có $u_{13} = 4u_3$ và $u_9 = 2u_4 + 2$.

- A. $S_{20} = 680$. B. $S_{20} = 650$. C. $S_{20} = 1300$. D. $S_{20} = 610$.

Câu 23. [TH] Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông tại C với $AB = 2a$. Tam giác SAB đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Tính góc giữa đường thẳng SC và (ABC) .

- A. 60° . B. 30° . C. 90° . D. 45° .

Câu 24. [TH] Biết số thực a thỏa mãn $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n^3 + n^2 - 4}{an^3 + 2} = \frac{1}{2}$, khi đó $a - a^2$ bằng

- A. -12 . B. -2 . C. 0 . D. -6 .

Câu 25. [NB] Cho cấp số cộng (u_n) có số hạng đầu $u_1 = 50$ và số hạng thứ 11 là $u_{11} = 30$. Số 16 là số hạng thứ mấy của cấp số cộng đó ?

- A. 16 B. 17 C. 18 D. 19

Câu 26. [TH] Cho hàm số $y = (1+x)\sqrt{1-x}$ có đạo hàm $y' = \frac{ax+b}{2\sqrt{1-x}}$. Khi đó $a+2b$ bằng

- A. -2 B. 0 C. 1 D. -1

Câu 27. [TH] Các số nguyên dương x, y thỏa mãn ba số $x; 2y; 2x+3y-1$ theo thứ tự lập thành một cấp số cộng và ba số $x; y-1; 8$ theo thứ tự lập thành một cấp số nhân. Khi đó $x^2 + 2y$

- A. 2. B. 1. C. 14. D. 29.

Câu 28. [TH] Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi, $\widehat{BAD} > 90^\circ$ và $SA \perp (ABCD)$. Mệnh đề nào sau đây **đúng**?

- A. $BC \perp (SAB)$. B. $BD \perp (SAC)$. C. $AC \perp (SBD)$. D. $CD \perp (SAD)$.

Câu 29. [TH] Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang vuông tại A và D , $AD = CD = a$, $AB = 2a$. $SA \perp (ABCD)$. Gọi E là trung điểm AB . Mệnh đề nào sau đây là sai:

- A. $CD \perp SC$. B. $BC \perp SC$. C. $CE \perp (SAB)$. D. $AC \perp BC$.

Câu 30. [NB] Trong các hàm số sau:

$$f_1(x) = 2x^{2019} - x^{2020}; f_2(x) = \frac{x^2 + 3}{x-1}; f_3(x) = \sin x + \cos x$$

Có bao nhiêu hàm số liên tục trên R .

- A. 3. B. 0. C. 2. D. 1.

Câu 31. [VD] Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a . Gọi M, N lần lượt là trung điểm các cạnh AA' và BB' . Mặt phẳng (α) đi qua M và B' , song song với cạnh CN , cắt lăng trụ $ABC.A'B'C'$ theo thiết diện là một tam giác có diện tích bằng bao nhiêu, biết góc giữa (α) với mặt đáy (ABC) bằng 60° ?

- A. $a^2\sqrt{2}$. B. $\frac{a^2\sqrt{3}}{2}$ C. $\frac{a^2\sqrt{3}}{4}$ D. $a^2\sqrt{3}$.

Câu 32. [VD] Cho $\lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt{x^2+ax+5}+x) = 5$, giá trị của a thuộc khoảng nào sau đây?

- A. $(0;6)$ B. $(6;12)$ C. $(-6;0)$ D. $(-12;-6)$

Câu 33. [VD] Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA = a\sqrt{2}$, tam giác ABC đều, tam giác SAB vuông cân tại S và nằm trong mặt phẳng vuông góc đáy. Khoảng cách từ B đến mặt phẳng (SAC) bằng

- A. $\frac{a\sqrt{21}}{4}$. B. $\frac{2a\sqrt{21}}{7}$. C. $\frac{a\sqrt{21}}{7}$. D. $\frac{a\sqrt{21}}{3}$.

Câu 34. [VD] Cho hàm số $y = \frac{2x-1}{x-1}$ có đồ thị hàm số (C) . Gọi d là tiếp tuyến của (C) , biết rằng d cắt trục Ox, Oy lần lượt tại hai điểm A, B sao cho $OA = 4OB$. phương trình của đường thẳng d là

- A. $\frac{x}{4} + \frac{y}{1} = 1; -\frac{x}{4} + \frac{y}{1} = 1$. B. $y = -4x + 1; y = 4x - 1$.
C. $y = -\frac{1}{4}x + \frac{5}{4}; y = y = -\frac{1}{4}x + \frac{13}{4}$. D. $y = -\frac{1}{4}x + 4; y = y = -\frac{1}{4}x - 4$.

Câu 35. [TH] $\lim \left[\left(1 - \frac{1}{2^2}\right) \left(1 - \frac{1}{3^2}\right) \dots \left(1 - \frac{1}{n^2}\right) \right]$ bằng

- A. $\frac{1}{4}$. B. $\frac{3}{2}$. C. 1. D. $\frac{1}{2}$.

Câu 36. [TH] Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} x^2 + mx & \text{khi } x \leq 1 \\ \frac{\sqrt{x+3}-2}{x-1} & \text{khi } x > 1 \end{cases}$

Tìm m để hàm số đã cho liên tục tại $x = 1$.

Câu 37. [VD] Cho biểu thức $f(x) = \frac{1}{3}x^3 + (m-1)x^2 - (2m-10)x - 1$ với m là tham số thực.

Tìm tất cả các giá trị của m để $f'(x) > 0, \forall x \in \mathbb{R}$.

Câu 38. [VDC] Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật với $AB = 2a, AD = a$, hai mặt bên $(SAB), (SAD)$ cùng vuông góc với mặt phẳng đáy $(ABCD)$.

a) Chứng minh rằng $SA \perp (ABCD)$.

b) Gọi P là trung điểm của CD , I là giao điểm của AC và BP . Biết khoảng cách từ điểm C đến mặt phẳng (SBP) bằng $\frac{a}{2}$. Tính góc giữa đường thẳng SI và mặt phẳng $(ABCD)$.

-----Hết-----

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

BẢNG ĐÁP ÁN

1C	2C	3A	4A	5A	6B	7C	8A	9D	10D
11B	12D	13B	14D	15A	16B	17B	18A	19C	20C
21C	22B	23A	24A	25C	26D	27C	28B	29A	30C
31B	32D	33B	34C	35D	36_	37_	38_		

LỜI GIẢI

Câu 1. [NB] Đạo hàm của hàm số $y = 2x^3 + 1$ là

- A. $y' = 6x$. B. $y' = 6x^2 + 1$. C. $y' = 6x^2$. D. $y' = 3x^2$.

Lời giải

$$y' = 3 \cdot 2 \cdot x^2 = 6x^2.$$

Câu 2. [NB] Cho $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{5x+2}{2020x-1}$ bằng

- A. 0. B. $-\infty$. C. $\frac{1}{404}$. D. -2.

Lời giải

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{5x+2}{2020x-1} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{5 + \frac{2}{x}}{2020 - \frac{1}{x}} = \frac{5}{2020} = \frac{1}{404}.$$

Câu 3. [TH] Cấp số nhân (u_n) có $u_1 = -3, \frac{u_8}{u_5} = 125$. Tính u_3 .

- A. $u_3 = -75$. B. $u_3 = 375$. C. $u_3 = -375$. D. $u_3 = 75$.

Lời giải

Áp dụng công thức cấp số nhân: $u_n = u_1 q^{n-1} \rightarrow 125 = \frac{u_8}{u_5} = \frac{u_1 q^7}{u_1 q^4} = q^3 \rightarrow q = 5$
 $\rightarrow u_3 = u_1 q^2 = (-3)5^2 = -75$

Câu 4. [TH] Cho cấp số cộng (u_n) có $u_5 = 31$ và tổng 5 số hạng đầu tiên $S_5 = 95$. Số hạng đầu tiên của cấp số cộng đó là

- A. $u_1 = 7$. B. $u_1 = 12$. C. $u_1 = \frac{7}{2}$. D. $u_1 = 6$.

Lời giải

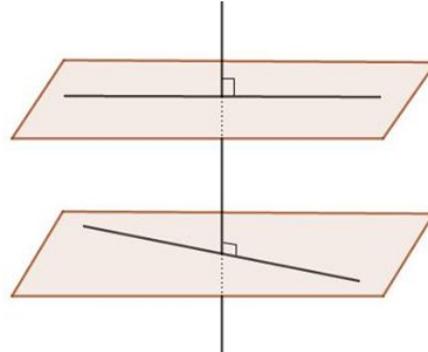
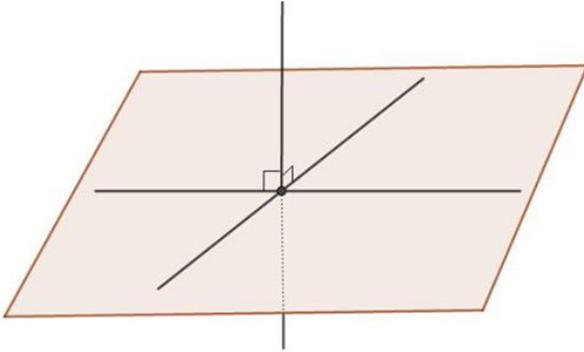
Áp dụng công thức: $S_n = \frac{n}{2}(u_1 + u_n) \rightarrow S_5 = 95 = \frac{5}{2}(u_1 + u_5) \xrightarrow{u_5=31} 190 = 5(u_1 + 31) \rightarrow u_1 = 7$

Câu 5. [TH] Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào sai?

- A.** Hai đường thẳng phân biệt cùng vuông góc với một đường thẳng thứ ba thì song song với nhau.
B. Hai đường thẳng phân biệt cùng song song với một đường thẳng thì song song với nhau.
C. Hai mặt phẳng phân biệt cùng vuông góc với một đường thẳng thì song song với nhau.
D. Hai đường thẳng phân biệt cùng vuông góc với một mặt phẳng thì song song với nhau.

Lời giải

Ở phương án A, hai đường thẳng phân biệt cùng vuông góc với một đường thẳng thứ ba có thể cùng nằm trong một mặt phẳng (P) vuông góc với đường thẳng thứ ba và chúng có thể cắt nhau. Hoặc cũng có thể hai đường thẳng đó chéo nhau, nằm trên 2 mặt phẳng song song và 2 mặt phẳng này cùng vuông góc với đường thẳng thứ ba. Do đó, phương án A là sai.



Câu 6. [NB] $\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{4x-3}{x-1}$ bằng

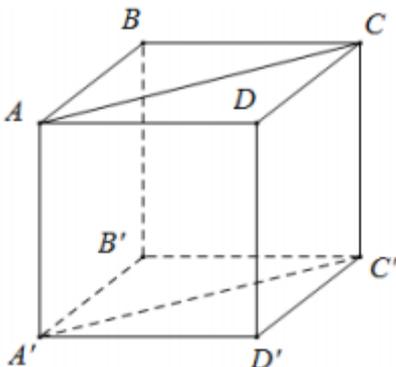
- A.** -2 . **B.** $+\infty$. **C.** 2 . **D.** $-\infty$.

Lời giải

Ta có: $\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{1}{x-1} = +\infty$ và $\lim_{x \rightarrow 1^+} (4x-3) = 4 \cdot 1 - 3 = 1$. Do đó $\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{4x-3}{x-1} = +\infty$.

Câu 7. [NB] Với mọi hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$, mệnh đề nào sau đây đúng?

- A.** $AA'C'C$ là hình thang cân. **B.** $AA'C'C$ là hình thoi.
C. $AA'C'C$ là hình chữ nhật. **D.** $AA'C'C$ là hình vuông.

Lời giải

Ta có: $\begin{cases} AA' // CC' \\ AA' = CC' \end{cases} \Rightarrow AA'C'C$ là hình bình hành.

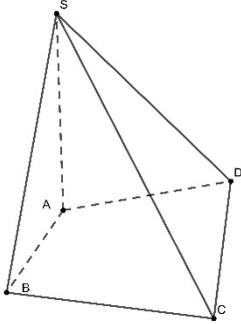
Mà $AA' \perp (A'B'C'D') \Rightarrow AA' \perp A'C'$

Tứ giác $AA'C'C$ là hình bình hành có một góc vuông nên là hình chữ nhật.

Câu 8. [TH] Cho hình chóp $S.ABCD$ có SA vuông góc với mặt đáy $ABCD$, $AD \neq AB$. Góc giữa cạnh bên SD và mặt đáy ($ABCD$) bằng góc nào sau đây:

- A.** \widehat{SDA} . **B.** \widehat{ASD} . **C.** \widehat{SAD} . **D.** \widehat{SBA} .

Lời giải



Vì SA vuông góc với mặt đáy ($ABCD$) nên AD là hình chiếu của SD lên ($ABCD$).

Khi đó góc giữa cạnh bên SD và mặt đáy ($ABCD$) là góc giữa SD và AD . Mà tam giác SAD vuông tại A do $SA \perp (ABCD)$ nên góc giữa SD và AD là \widehat{SDA} .

Câu 9. [TH] Cho cấp số nhân (u_n) có số hạng đầu $u_1 = 5$ công bội $q = -\frac{1}{3}$. Tổng 5 số hạng đầu tiên của cấp số nhân đó bằng.

- A.** $\frac{610}{81}$. **B.** $\frac{605}{81}$. **C.** $\frac{605}{162}$. **D.** $\frac{305}{81}$.

Lời giải

Ta có: Tổng 5 số hạng đầu tiên của cấp số nhân

$$S_5 = \frac{u_1(1-q^5)}{1-q} = \frac{5 \left[1 - \left(-\frac{1}{3} \right)^5 \right]}{1 + \frac{1}{3}} = \frac{305}{81}.$$

Câu 10. [NB] Đạo hàm của hàm số $y = \sin 3x$ là

- A.** $y' = -\cos 3x$. **B.** $y' = \cos 3x$. **C.** $y' = -3 \cos 3x$. **D.** $y' = 3 \cos 3x$.

Lời giải

$$y = \sin 3x \Rightarrow y' = (3x)' \cos 3x = 3 \cos 3x.$$

Câu 11. [NB] Dãy số cho bởi công thức nào sau đây có giới hạn bằng 0?

- A.** $u_n = n^2 - 4n$. **B.** $u_n = \left(\frac{-2}{3} \right)^n$. **C.** $u_n = \left(\frac{6}{5} \right)^n$. **D.** $u_n = \frac{n^3 - 3n}{n+1}$.

Lời giải

Áp dụng giới hạn đặc biệt : $\lim q^n = 0$ nếu $|q| < 1$

Ta có : $\lim\left(\frac{-2}{3}\right)^n = 0.$

Câu 12. [NB] Đạo hàm của hàm số $y = 2\sqrt{x} - 3$ là

A. $y' = \frac{1}{2\sqrt{x}} - 3.$ B. $y' = \frac{1}{2\sqrt{x}}.$ C. $y' = \frac{1}{\sqrt{x}} - 3.$ **D.** $y' = \frac{1}{\sqrt{x}}.$

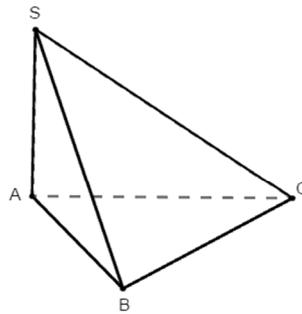
Lời giải

Ta có : $y' = 2 \cdot \frac{1}{2\sqrt{x}} = \frac{1}{\sqrt{x}}$

Câu 13. [NB] Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA \perp (ABC)$. Mệnh đề nào sau đây **đúng**?

A. $SA \perp SB.$ **B.** $SA \perp BC.$ C. $SA \perp SC.$ D. $SA \perp (SBC).$

Lời giải



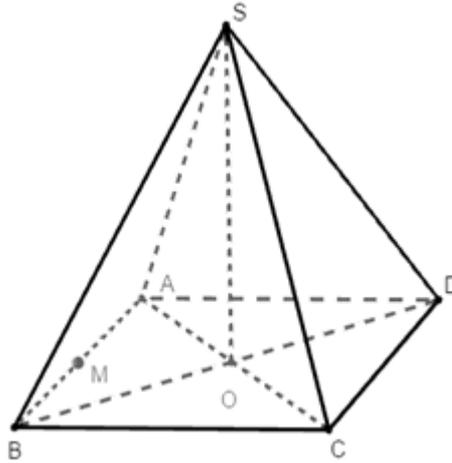
Vì $SA \perp (ABC)$ nên SA vuông góc với đường thẳng bất kì nằm trong mặt phẳng (ABC) .

Do đó: $SA \perp BC.$

Câu 14. [TH] Cho hình chóp đều $S.ABCD$ có tất cả các cạnh bằng nhau, O là tâm của hình vuông $ABCD$, M là trung điểm của AB . Khoảng cách từ S đến mặt phẳng $(ABCD)$ bằng

A. $OM.$ B. $SM.$ C. $SA.$ **D.** $SO.$

Lời giải



Có: $SA = SC$ nên $\triangle SAC$ cân tại S . Do đó, trung tuyến $SO \perp AC$.

Tương tự: $SO \perp BD$.

$$\text{Vì } \begin{cases} SO \perp AC \\ SO \perp BD \\ AC \cap BD = O \end{cases} \text{ nên } SO \perp (ABCD).$$

Vậy khoảng cách từ S đến mặt phẳng $(ABCD)$ bằng SO .

Câu 15. [NB] Cấp số nhân (u_n) có $u_5 = 6$, $u_6 = 2$. Công bội của cấp số nhân đó bằng

- A.** $\frac{1}{3}$. **B.** 6. **C.** 2. **D.** 3.

Lời giải

Theo định nghĩa: $u_{n+1} = q.u_n$ nên công bội của cấp số nhân đó là $q = \frac{u_6}{u_5} = \frac{1}{3}$.

Câu 16. [TH] Trong các dãy số sau, dãy nào là cấp số nhân?

- A.** $u_n = n^3$. **B.** $u_n = 3^n$. **C.** $u_n = \frac{3^n}{n}$. **D.** $u_n = (-1)^n . n$.

Lời giải

Với phương án A: $\frac{u_{n+1}}{u_n} = \frac{(n+1)^3}{n^3}$: thay đổi khi n thay đổi \Rightarrow Không phải cấp số nhân.

Với phương án B: $\frac{u_{n+1}}{u_n} = \frac{3^{n+1}}{3^n} = 3$: không đổi \Rightarrow Đây là cấp số nhân.

Với phương án C: $\frac{u_{n+1}}{u_n} = \frac{3n}{n+1}$: thay đổi khi n thay đổi \Rightarrow Không phải cấp số nhân.

Với phương án D: $\frac{u_{n+1}}{u_n} = -\frac{n+1}{n}$: thay đổi khi n thay đổi \Rightarrow Không phải cấp số nhân.

Câu 17. [NB] Hàm số nào dưới đây gián đoạn tại điểm $x_0 = -1$?

- A.** $y = (x+1)(x^2 + 2)$. **B.** $y = \frac{2x-1}{x+1}$. **C.** $y = \frac{x}{x-1}$. **D.** $y = \frac{x+1}{x^2+1}$.

Lời giải

Ta có:

Đáp án A hàm số $y = (x+1)(x^2 + 2)$ là hàm đa thức xác định trên \mathbb{R} nên hàm số liên tục trên \mathbb{R} .

Đáp án B hàm số $y = \frac{2x-1}{x+1}$ là hàm phân thức hữu tỷ không xác định tại $x = -1$ nên hàm số bị gián đoạn tại $x = -1$.

Đáp án C hàm số $y = \frac{x}{x-1}$ là hàm phân thức hữu tỷ không xác định tại $x = 1$ nên hàm số bị gián đoạn tại $x = 1$.

Đáp án D hàm số $y = \frac{x+1}{x^2+1}$ là hàm phân thức hữu tỷ xác định trên \mathbb{R} nên hàm số liên tục trên \mathbb{R} .

Kết luận: Hàm số bị gián đoạn tại điểm $x_0 = -1$ là $y = \frac{2x-1}{x+1}$.

Câu 18. [NB] Đạo hàm của hàm số $y = \frac{1-x}{2x+1}$ là

A. $y' = -\frac{3}{(2x+1)^2}$. **B.** $y' = -\frac{3}{2x+1}$. **C.** $y' = \frac{3}{(2x+1)^2}$. **D.** $y' = \frac{3}{2x+1}$.

Lời giải

Ta có: $y = \frac{1-x}{2x+1}$

Cách 1:

Áp dụng công thức đạo hàm: $\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'.v - v'.u}{v^2}$ ta có:

$$\begin{aligned} y' &= \left(\frac{1-x}{2x+1}\right)' = \frac{(1-x)'(2x+1) - (2x+1)'(1-x)}{(2x+1)^2} \\ &= \frac{-1 \cdot (2x+1) - 2(1-x)}{(2x+1)^2} = \frac{-2x-1-2+2x}{(2x+1)^2} = \frac{-3}{(2x+1)^2}. \end{aligned}$$

Cách 2:

Áp dụng công thức đạo hàm của hàm: $\left(\frac{ax+b}{cx+d}\right)' = \frac{ad-bc}{(cx+d)^2}$ ta có:

$$y' = \left(\frac{1-x}{2x+1}\right)' = \left(\frac{-x+1}{2x+1}\right)' = \frac{-1 \cdot 1 - 1 \cdot 2}{(2x+1)^2} = \frac{-3}{(2x+1)^2}$$

Câu 19. [NB] Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $(a; b)$. Điều kiện cần và đủ để hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $[a; b]$ là

- A. $\lim_{x \rightarrow a^-} f(x) = f(a)$ và $\lim_{x \rightarrow b^-} f(x) = f(b)$. B. $\lim_{x \rightarrow a^-} f(x) = f(a)$ và $\lim_{x \rightarrow b^+} f(x) = f(b)$.
 C. $\lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = f(a)$ và $\lim_{x \rightarrow b^-} f(x) = f(b)$. D. $\lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = f(a)$ và $\lim_{x \rightarrow b^+} f(x) = f(b)$.

Lời giải

Điều kiện cần và đủ để hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $[a; b]$ là hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $(a; b)$ và $\lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = f(a)$ và $\lim_{x \rightarrow b^-} f(x) = f(b)$.

Câu 20. [TH] Đạo hàm của hàm số $y = \cos^2 x$ là

- A. $y' = \sin^2 x$. B. $y' = -2 \sin x$. C. $y' = -2 \sin x \cdot \cos x$. D. $y' = 2 \sin x \cdot \cos x$.

Lời giải

Áp dụng công thức $(u^n)' = n \cdot u^{n-1} \cdot u'$, ta được:

$$y' = 2 \cdot \cos x \cdot (\cos x)' = 2 \cdot \cos x \cdot (-\sin x) = -2 \sin x \cdot \cos x.$$

Câu 21. [NB] Cho cấp số cộng (u_n) có số hạng đầu u_1 và công sai d . Xét các khẳng định sau:

$$\begin{aligned} I) : u_n &= u_{n-1} + d & II) : u_3 u_5 &= u_4^2 \\ III) : u_3 + u_5 &= 2u_4 & IV) : u_7 &= \frac{u_1 + u_{13}}{2} & V) : S_8 &= \frac{n}{2}(2u_1 + 7d) \end{aligned}$$

Trong các khẳng định trên có bao nhiêu khẳng định đúng?

- A. 4. B. 5. C. 2. D. 3.

Lời giải

Khẳng định I) sai vì thiếu điều kiện $n \geq 2$.

Khẳng định II) sai vì đây là tính chất của cấp số nhân.

Khẳng định III) đúng theo tính chất của cấp số cộng.

Khẳng định IV) đúng vì: $\frac{u_1 + u_{13}}{2} = \frac{u_1 + (u_1 + 12d)}{2} = u_1 + 6d = u_7$.

Khẳng định V) sai vì chưa thay hết $n = 8$.

Vậy có tất cả 2 khẳng định đúng.

Câu 22. [TH] Tính tổng 20 số hạng đầu tiên của cấp số cộng (u_n) biết cấp số cộng đó có $u_{13} = 4u_3$ và

$$u_9 = 2u_4 + 2.$$

- A. $S_{20} = 680$. B. $S_{20} = 650$. C. $S_{20} = 1300$. D. $S_{20} = 610$.

Lời giải

Gọi d là công sai của cấp số cộng (u_n) , theo giả thiết ta có:

$$\begin{cases} u_1 + 12d = 4(u_1 + 2d) \\ u_1 + 8d = 2(u_1 + 3d) + 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3u_1 - 4d = 0 \\ u_1 - 2d = -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 = 4 \\ d = 3 \end{cases}$$

Do đó tổng 20 số hạng đầu tiên của cấp số cộng (u_n) là: $S_{20} = \frac{20(2u_1 + 19d)}{2} = 650$.

Câu 23. [TH] Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông tại C với $AB = 2a$. Tam giác SAB đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Tính góc giữa đường thẳng SC và (ABC) .

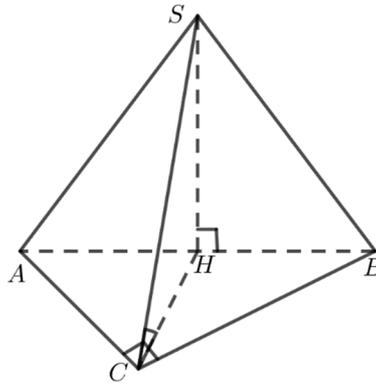
A. 60° .

B. 30° .

C. 90° .

D. 45° .

Lời giải



Gọi H là trung điểm của AB . Vì tam giác SAB đều nên $SH \perp AB$.

Mà $(SAB) \perp (ABC)$ và chúng cắt nhau theo giao tuyến AB . Suy ra $SH \perp (ABC)$.

Khi đó, HC là hình chiếu vuông góc của SC trên (ABC) .

Vậy $(SC, (ABC)) = (SC, HC) = \widehat{SCH}$.

Do tam giác ABC vuông tại C và H là trung điểm của AB nên $CH = \frac{AB}{2} = a$.

Do tam giác SAB đều cạnh $2a$, có đường cao SH nên $SH = \frac{2a\sqrt{3}}{2} = a\sqrt{3}$.

Khi đó, trong tam giác vuông SHC ta có: $\tan \widehat{SCH} = \frac{SH}{HC} = \frac{a\sqrt{3}}{a} = \sqrt{3}$. Vậy $\widehat{SCH} = 60^\circ$.

Câu 24. [TH] Biết số thực a thỏa mãn $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n^3 + n^2 - 4}{an^3 + 2} = \frac{1}{2}$, khi đó $a - a^2$ bằng

A. -12 .

B. -2 .

C. 0 .

D. -6 .

Lời giải

Ta có $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n^3 + n^2 - 4}{an^3 + 2} = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2 + \frac{1}{n} - \frac{4}{n^3}}{a + \frac{2}{n^3}} = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \frac{2}{a} = \frac{1}{2} \Leftrightarrow a = 4$.

Vậy $a - a^2 = 4 - 4^2 = -12$.

Câu 25. [NB] Cho cấp số cộng (u_n) có số hạng đầu $u_1 = 50$ và số hạng thứ 11 là $u_{11} = 30$. Số 16 là số hạng thứ mấy của cấp số cộng đó ?

A. 16

B. 17

C. 18

D. 19

Lời giải

Ta có $\begin{cases} u_1 = 50 \\ u_{11} = 30 \end{cases}$. Mà $u_{11} = u_1 + 10d \Rightarrow 30 = 50 + 10d \Leftrightarrow d = -2$

Có $u_n = u_1 + (n-1)d \Rightarrow u_n = 50 + (n-1).(-2) \Rightarrow u_n = 52 - 2n$

Theo đề bài $u_n = 16 \Leftrightarrow 52 - 2n = 16 \Leftrightarrow n = 18$

Câu 26. [TH] Cho hàm số $y = (1+x)\sqrt{1-x}$ có đạo hàm $y' = \frac{ax+b}{2\sqrt{1-x}}$. Khi đó $a+2b$ bằng

A. -2 B. 0 C. 1 **D. -1**

Lời giải

Có $y' = (1+x)' \cdot \sqrt{1-x} + (1+x) \cdot (\sqrt{1-x})' = \sqrt{1-x} + (1+x) \cdot \frac{-1}{2\sqrt{1-x}} = \frac{1-3x}{2\sqrt{1-x}}$

$\Rightarrow a = -3, b = 1 \Rightarrow a + 2b = -1$.

Câu 27. [TH] Các số nguyên dương x, y thỏa mãn ba số $x; 2y; 2x+3y-1$ theo thứ tự lập thành một cấp số cộng và ba số $x; y-1; 8$ theo thứ tự lập thành một cấp số nhân. Khi đó $x^2 + 2y$

A. 2. B. 1. C. 14. D. 29.

Lời giải

Ta có: $x; 2y; 2x+3y-1$ theo thứ tự lập thành một cấp số cộng

$\Leftrightarrow 4y = 3x + 3y - 1 \Leftrightarrow y = 3x - 1$ (1)

Ta lại có: $x; y-1; 8$ theo thứ tự lập thành một cấp số nhân

$\Leftrightarrow (y-1)^2 = 8x$ (2)

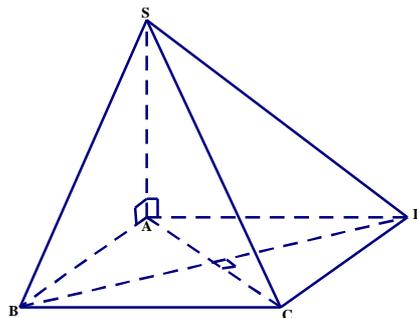
Thay (1) vào (2), ta được: $(3x-2)^2 = 8x \Leftrightarrow 9x^2 - 20x + 4 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2(\text{nhận}) \Rightarrow y = 5 \\ x = \frac{2}{9}(\text{loại}) \end{cases}$

Vậy $x^2 + 2y = 14$.

Câu 28. [TH] Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi, $\widehat{BAD} > 90^\circ$ và $SA \perp (ABCD)$. Mệnh đề nào sau đây **đúng**?

A. $BC \perp (SAB)$. B. $BD \perp (SAC)$. C. $AC \perp (SBD)$. D. $CD \perp (SAD)$.

Lời giải

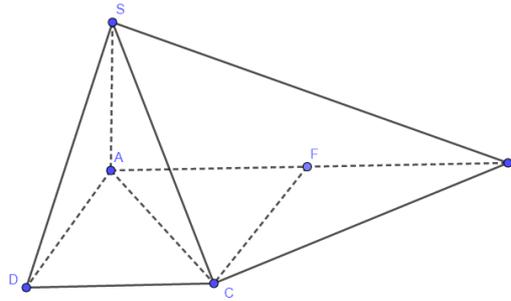


$$\begin{cases} BD \perp AC \\ BD \perp SA (SA \perp (ABCD) \supset BD) \end{cases} \Rightarrow BD \perp (SAC)$$

Câu 29. [TH] Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang vuông tại A và D , $AD = CD = a$, $AB = 2a$. $SA \perp (ABCD)$. Gọi E là trung điểm AB . Mệnh đề nào sau đây là sai:

- A.** $CD \perp SC$. **B.** $BC \perp SC$. **C.** $CE \perp (SAB)$. **D.** $AC \perp BC$.

Lời giải



Vì $SA \perp (ABCD)$ nên hình chiếu vuông góc của SC lên $(ABCD)$ là AC . Theo định lý 3 đường vuông góc: Nếu $SC \perp CD \Rightarrow AC \perp CD$. Điều này vô lý vì $\triangle ADC$ là vuông tại D .

Câu 30. [NB] Trong các hàm số sau:

$$f_1(x) = 2x^{2019} - x^{2020}; f_2(x) = \frac{x^2 + 3}{x - 1}; f_3(x) = \sin x + \cos x$$

Có bao nhiêu hàm số liên tục trên \mathbb{R} .

- A.** 3. **B.** 0. **C.** 2. **D.** 1.

Lời giải

Ta có

Hàm số $y = f_1(x)$ có tập xác định $D_1 = \mathbb{R}$.

Hàm số $y = f_2(x)$ có tập xác định $D_2 = \mathbb{R} \setminus \{1\}$.

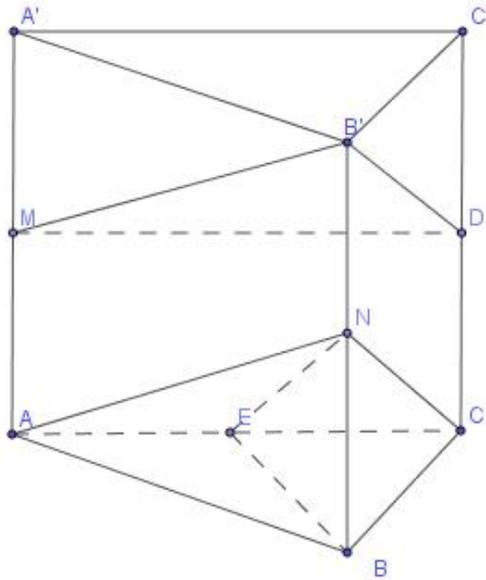
Hàm số $y = f_3(x)$ có tập xác định $D_3 = \mathbb{R}$.

Vì các hàm đa thức, phân thức, và hàm số lượng giác liên tục trên tập xác định nên từ tập xác định của các hàm số trên ta có 2 hàm số liên tục trên \mathbb{R} là $f_1(x)$ và $f_3(x)$.

Câu 31. [VD] Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a . Gọi M, N lần lượt là trung điểm các cạnh AA' và BB' . Mặt phẳng (α) đi qua M và N , song song với cạnh CN , cắt lăng trụ $ABC.A'B'C'$ theo thiết diện là một tam giác có diện tích bằng bao nhiêu, biết góc giữa (α) với mặt đáy (ABC) bằng 60° ?

- A.** $a^2\sqrt{2}$. **B.** $\frac{a^2\sqrt{3}}{2}$ **C.** $\frac{a^2\sqrt{3}}{4}$ **D.** $a^2\sqrt{3}$.

Lời giải



Qua B' dựng $B'D \parallel NC$ cắt CC' tại D

Thiết diện tạo bởi mặt phẳng (α) và lăng trụ $ABC.A'B'C'$ là $\Delta MB'D$

Dựng AN ta có $\begin{cases} MB' \parallel AN \\ B'D \parallel NC \end{cases} \Rightarrow (MB'D) \parallel (ANC)$

Suy ra, góc giữa mặt phẳng $(MB'D)$ và mặt phẳng đáy bằng góc giữa mặt phẳng (ANC) và mặt phẳng đáy.

Do $NA = NC$ nên ΔANC cân tại N .

Gọi E là trung điểm của AC ta có $\begin{cases} NE \perp AC \\ BE \perp AC \\ (ANC) \cap (ABC) = AC \end{cases} \Rightarrow ((ANC), (ABC)) = \widehat{NEB} = 60^\circ$

Ta lại có $\Delta MB'D = \Delta ANC$ (do $MB' = AN$; $B'D = NC$; $MD = AC$) $\Rightarrow S_{\Delta MB'D} = S_{\Delta ANC}$

Mặt khác, $S_{\Delta ABC} = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$; $S_{\Delta ABC} = S_{\Delta ANC} \cdot \cos \widehat{NEB} \Rightarrow S_{\Delta MB'D} = S_{\Delta ANC} = \frac{S_{\Delta ABC}}{\cos 60^\circ} = \frac{\frac{a^2\sqrt{3}}{4}}{\frac{1}{2}} = \frac{a^2\sqrt{3}}{2}$.

Câu 32. [VD] Cho $\lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt{x^2 + ax + 5} + x) = 5$, giá trị của a thuộc khoảng nào sau đây?

A. $(0; 6)$

B. $(6; 12)$

C. $(-6; 0)$

D. $(-12; -6)$

Lời giải

Ta xét: $\lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt{x^2 + ax + 5} + x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{(\sqrt{x^2 + ax + 5} + x)(\sqrt{x^2 + ax + 5} - x)}{\sqrt{x^2 + ax + 5} - x}$

$$\begin{aligned}
&= \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^2 + ax + 5 - x^2}{\sqrt{x^2 + ax + 5} - x} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{ax + 5}{\sqrt{x^2 + ax + 5} - x} \\
&= \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{ax + 5}{|x| \sqrt{1 + \frac{a}{x} + \frac{5}{x^2}} - x} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{a + \frac{5}{x}}{-\sqrt{1 + \frac{a}{x} + \frac{5}{x^2}} - 1} = \frac{a}{-2}
\end{aligned}$$

Theo giả thiết, $\lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt{x^2 + ax + 5} + x) = 5$ nên ta có $\frac{a}{-2} = 5 \Leftrightarrow a = -10$.

Câu 33. [VD] Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA = a\sqrt{2}$, tam giác ABC đều, tam giác SAB vuông cân tại S và nằm trong mặt phẳng vuông góc đáy. Khoảng cách từ B đến mặt phẳng (SAC) bằng

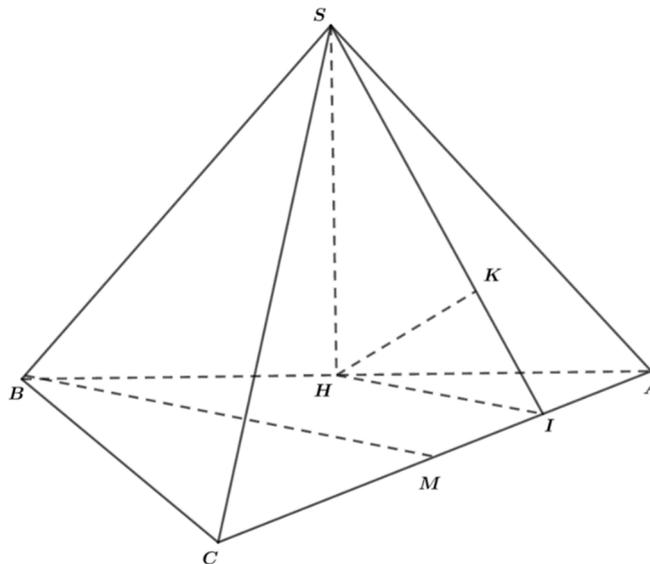
A. $\frac{a\sqrt{21}}{4}$.

B. $\frac{2a\sqrt{21}}{7}$.

C. $\frac{a\sqrt{21}}{7}$.

D. $\frac{a\sqrt{21}}{3}$.

Lời giải



Gọi H, M lần lượt là trung điểm AB, AC .

Gọi I là trung điểm AM .

Kẻ $HK \perp SI$ ($K \in SI$).

$$\text{Do } \begin{cases} SH \perp AB \\ (SAB) \perp (ABC) \end{cases} \Rightarrow SH \perp (ABC).$$

$$\text{Ta có } \frac{d(H; (SAC))}{d(B; (SAC))} = \frac{AH}{AB} = \frac{1}{2} \Rightarrow d(B; (SAC)) = 2d(H; (SAC)).$$

$$\text{Mà } \begin{cases} HK \perp SI \\ HK \perp AC \quad (AC \perp (SHI)) \end{cases} \Rightarrow HK \perp (SAC) \text{ hay } d(H; (SAC)) = HK$$

$$\text{Ta tính } HK = \frac{SH \cdot HI}{\sqrt{SH^2 + HI^2}} \text{ với } SH = \frac{1}{2} AB = \frac{1}{2} \cdot 2a = a$$

$$HI = \frac{1}{2} BM = \frac{1}{2} AB \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{1}{2} \cdot 2a \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{a\sqrt{3}}{2}.$$

Từ đó ta có $HK = \frac{a\sqrt{21}}{7}$. Vậy nên $d(B;(SAC)) = 2d(H;(SAC)) = \frac{2a\sqrt{21}}{7}$.

Câu 34. [VD] Cho hàm số $y = \frac{2x-1}{x-1}$ có đồ thị hàm số (C). Gọi d là tiếp tuyến của (C), biết rằng d cắt

trục Ox, Oy lần lượt tại hai điểm A, B sao cho $OA = 4OB$. phương trình của đường thẳng d là

A. $\frac{x}{4} + \frac{y}{1} = 1; -\frac{x}{4} + \frac{y}{1} = 1$.

B. $y = -4x + 1; y = 4x - 1$.

C. $y = -\frac{1}{4}x + \frac{5}{4}; y = -\frac{1}{4}x + \frac{13}{4}$.

D. $y = -\frac{1}{4}x + 4; y = -\frac{1}{4}x - 4$.

Lời giải

Gọi k là hệ số góc của tiếp tuyến d.

Do tam giác OAB vuông tại O nên ta có $\tan A = \frac{OB}{OA} = \frac{1}{4} \Rightarrow \begin{cases} k = \frac{1}{4} \\ k = -\frac{1}{4} \end{cases}$.

Mà ta có $k = f'(x_0) = \frac{-1}{(x_0-1)^2} < 0 \Rightarrow \frac{-1}{(x_0-1)^2} = -\frac{1}{4} \Leftrightarrow \begin{cases} x_0 = 3 \\ x_0 = -1 \end{cases}$.

Khi $x_0 = 3 \Rightarrow y_0 = \frac{5}{2} \Rightarrow d: y = -\frac{1}{4}x + \frac{13}{4}$.

Khi $x_0 = -1 \Rightarrow y_0 = \frac{3}{2} \Rightarrow d: y = -\frac{1}{4}x + \frac{5}{4}$.

Câu 35. [TH] $\lim \left[\left(1 - \frac{1}{2^2}\right) \left(1 - \frac{1}{3^2}\right) \dots \left(1 - \frac{1}{n^2}\right) \right]$ bằng

A. $\frac{1}{4}$.

B. $\frac{3}{2}$.

C. 1.

D. $\frac{1}{2}$.

Lời giải

$$\begin{aligned} + \text{Đặt } u_n &= \left(1 - \frac{1}{2^2}\right) \left(1 - \frac{1}{3^2}\right) \dots \left(1 - \frac{1}{n^2}\right) \\ &= \frac{2^2-1}{2^2} \cdot \frac{3^2-1}{3^2} \cdot \frac{4^2-1}{4^2} \dots \frac{(n-2)^2-1}{(n-2)^2} \cdot \frac{(n-1)^2-1}{(n-1)^2} \cdot \frac{n^2-1}{n^2} \\ &= \frac{1.3}{2^2} \cdot \frac{2.4}{3^2} \cdot \frac{3.5}{4^2} \dots \frac{(n-3)(n-1)}{(n-2)^2} \cdot \frac{(n-2)n}{(n-1)^2} \cdot \frac{(n-1)(n+1)}{n^2} \\ &= \frac{1}{2} \cdot \frac{n+1}{n} = \frac{n+1}{2n}. \end{aligned}$$

$$+ \text{Do đó: } \lim u_n = \lim \frac{n+1}{2n} = \lim \frac{1 + \frac{1}{n}}{2} = \frac{1}{2}.$$

$$+ \text{Kết luận: } \lim \left[\left(1 - \frac{1}{2^2}\right) \left(1 - \frac{1}{3^2}\right) \dots \left(1 - \frac{1}{n^2}\right) \right] = \frac{1}{2}.$$

Câu 36. [TH] Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} x^2 + mx & \text{khi } x \leq 1 \\ \frac{\sqrt{x+3}-2}{x-1} & \text{khi } x > 1 \end{cases}$

Tìm m để hàm số đã cho liên tục tại $x = 1$.

Lời giải

+ Tập xác định: $D = \mathbb{R}$

+ Ta có: $f(1) = 1^2 + m \cdot 1 = m + 1$

+ $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^-} (x^2 + mx) = m + 1$

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) &= \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{\sqrt{x+3}-2}{x-1} = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{(x+3)-2^2}{(x-1)(\sqrt{x+3}+2)} \\ &= \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{x-1}{(x-1)(\sqrt{x+3}+2)} = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{1}{\sqrt{x+3}+2} = \frac{1}{\sqrt{1+3}+2} = \frac{1}{4} \end{aligned}$$

+ Hàm số $f(x)$ liên tục tại $x = 1 \Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = f(1)$

$$\Leftrightarrow m + 1 = \frac{1}{4} \Leftrightarrow m = -\frac{3}{4}.$$

+ Kết luận: $m = -\frac{3}{4}$ là giá trị cần tìm.

Câu 37. [VD] Cho biểu thức $f(x) = \frac{1}{3}x^3 + (m-1)x^2 - (2m-10)x - 1$ với m là tham số thực.

Tìm tất cả các giá trị của m để $f'(x) > 0, \forall x \in \mathbb{R}$.

Lời giải

Ta có: $f'(x) = x^2 + 2(m-1)x - (2m-10)$

$$f'(x) > 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow x^2 + 2(m-1)x - (2m-10) > 0, \forall x \in \mathbb{R}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 > 0 \\ \Delta' = (m-1)^2 + (2m-10) < 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow m^2 - 9 < 0$$

$$\Leftrightarrow -3 < m < 3$$

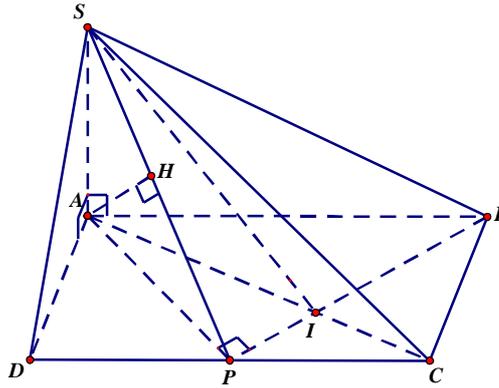
Vậy $m \in (-3; 3)$ thì $f'(x) > 0, \forall x \in \mathbb{R}$.

Câu 38. [VDC] Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật với $AB = 2a, AD = a$, hai mặt bên $(SAB), (SAD)$ cùng vuông góc với mặt phẳng đáy $(ABCD)$.

a) Chứng minh rằng $SA \perp (ABCD)$.

b) Gọi P là trung điểm của CD , I là giao điểm của AC và BP . Biết khoảng cách từ điểm C đến mặt phẳng (SBP) bằng $\frac{a}{2}$. Tính góc giữa đường thẳng SI và mặt phẳng $(ABCD)$.

Lời giải



$$\text{a) Ta có: } \begin{cases} (SAB) \perp (ABCD) \\ (SAD) \perp (ABCD) \\ (SAB) \cap (SAD) = SA \end{cases} \Rightarrow SA \perp (ABCD)$$

$$\text{b) Ta có } \begin{cases} SI \cap (ABCD) = I \\ SA \perp (ABCD) \end{cases} \Rightarrow AI \text{ là hình chiếu của } SI \text{ trên mặt phẳng } (ABCD).$$

\Rightarrow góc giữa SI và mặt phẳng $(ABCD)$ là \widehat{SIA} (vì \widehat{SIA} nhọn).

$$\text{Có } CP \parallel AB \Rightarrow \frac{CP}{AB} = \frac{CI}{AI} = \frac{1}{2}$$

$$\text{Vì } CA \cap (SBP) = I \Rightarrow \frac{d(C, (SBP))}{d(A, (SBP))} = \frac{CI}{AI} = \frac{1}{2} \Rightarrow d(A, (SBP)) = 2d(C, (SBP)) = a.$$

$$\text{Lại có: } BP = \sqrt{BC^2 + CP^2} = a\sqrt{2}, AP = \sqrt{AD^2 + DP^2} = a\sqrt{2}, \text{ mà } AB = 2a.$$

$\Rightarrow \triangle APB$ vuông tại P.

Kẻ AH vuông góc với SP tại H.

$$\text{Có } \left. \begin{array}{l} BP \perp AP \\ BP \perp SA \\ SP \perp AH \end{array} \right\} \Rightarrow BP \perp (SAP) \Rightarrow BP \perp AH \left. \vphantom{\begin{array}{l} BP \perp AP \\ BP \perp SA \\ SP \perp AH \end{array}} \right\} \Rightarrow AH \perp (SBP).$$

Suy ra AH là khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SBP) và $AH = a$.

$$\text{Xét tam giác } SAP \text{ vuông tại } A \text{ có } \frac{1}{AH^2} = \frac{1}{SA^2} + \frac{1}{AP^2} \Rightarrow \frac{1}{SA^2} = \frac{1}{AH^2} - \frac{1}{AP^2} = \frac{1}{2a^2}.$$

$$\Rightarrow SA = a\sqrt{2}.$$

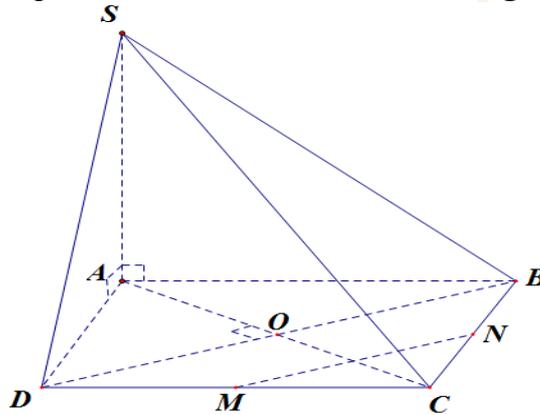
$$\text{Mà } AI = \frac{2}{3}AC = \frac{2a\sqrt{5}}{3}.$$

Trong tam giác SAI vuông tại A có $\tan \widehat{SIA} = \frac{SA}{AI} = \frac{a\sqrt{2}}{\frac{2a\sqrt{5}}{3}} = \frac{3\sqrt{10}}{10}$.

Vậy góc giữa SI và $(ABCD)$ là góc \widehat{SIA} thỏa mãn $\tan \widehat{SIA} = \frac{3\sqrt{10}}{10}$.

-----*Hết*-----

- Câu 9.** Cho dãy số $\begin{cases} u_1 = 3 \\ u_{n+1} = u_n + n \end{cases}$. Số hạng thứ 6 của dãy số là
A. 16. **B.** 9. **C.** 17. **D.** 18.
- Câu 10.** Số 7922 là số hạng thứ bao nhiêu của dãy số (u_n) , biết $u_n = n^2 + 1$
A. 79. **B.** 69. **C.** 89. **D.** 99
- Câu 11.** Cho đường thẳng DE song song với mặt phẳng (ABC) . Mệnh đề nào dưới đây là mệnh đề **đúng**?
A. $\overline{AD}; \overline{AB}; \overline{AC}$ đồng phẳng. **B.** $\overline{DE}; \overline{AB}; \overline{AC}$ đồng phẳng.
C. $\overline{AE}; \overline{AB}; \overline{AC}$ đồng phẳng. **D.** $\overline{DE}; \overline{DB}; \overline{DC}$ đồng phẳng.
- Câu 12.** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông và $SA \perp (ABCD)$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm CD và BC . Trong các mệnh đề sau mệnh đề nào **đúng**.



- A.** $BC \perp (SAD)$. **B.** $AD \perp (SCD)$. **C.** $MN \perp (SBD)$. **D.** $MN \perp (SAC)$.
- Câu 13.** Biết rằng $\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{n^2 + n + 2} - \sqrt{n^2 + 1}) = \frac{a}{b}$ trong đó $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản, $a \in \mathbb{Z}, b \in \mathbb{N}^*$. Giá trị của biểu thức $P = 5a^2 - b^2$ là
A. 1. **B.** -1 **C.** 0. **D.** 4.
- Câu 14.** Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} -2a \sin x, & x \leq -\frac{\pi}{2} \\ a \sin x + b, & -\frac{\pi}{2} \leq x < \frac{\pi}{2} \\ \cos x + 2, & x \geq \frac{\pi}{2} \end{cases}$. Biết rằng hàm số liên tục trên \mathbb{R} . Giá trị của biểu thức $P = 2a + b$ là
A. $\frac{5}{2}$. **B.** 0 **C.** -1. **D.** $\frac{7}{2}$.
- Câu 15.** Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} x^2 - 1 & \text{khi } x \geq 1 \\ 2x + 1 & \text{khi } x < 1 \end{cases}$. Mệnh đề nào sau đây là đúng?
A. $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = 0$. **B.** $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = 3$. **C.** $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = -1$. **D.** $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = 0$.
- Câu 16.** Số gia của hàm số $y = 2x^2 - 3x + 1$ ứng với số gia Δx tại điểm x_0 là
A. $\Delta x \cdot (4 + 2\Delta x - 3x_0)$. **B.** $\Delta x \cdot (4x_0 + 2\Delta x - 3)$.

C. $\Delta x.(4\Delta x + 2x - 3x_0)$.

D. $\Delta x.(4x + 3\Delta x - 2x_0)$.

Câu 17. Đạo hàm của hàm số $y = \frac{x^2 - x + 1}{x - 1}$ bằng biểu thức có dạng $\frac{ax^2 + bx}{(x-1)^2}$. Khi đó ab bằng:

A. $ab = -2$.

B. $ab = -1$.

C. $ab = 3$.

D. $ab = 4$.

Câu 18. Cho hàm số $y = \sqrt{1 + 3x - x^2}$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $(y')^2 + y.y'' = -1$.

B. $(y')^2 + 2y.y'' = 1$.

C. $y.y'' - (y')^2 = 1$.

D. $(y')^2 + y.y'' = 1$.

Câu 19. Tính đạo hàm của hàm số $y = \sin x \cdot \cos 2x$.

A. $\cos x \cdot \cos 2x + 2 \sin 2x \cdot \sin x$.

B. $\cos x \cdot \cos 2x - \sin 2x \cdot \sin x$.

C. $\cos x \cdot \cos 2x - 2 \sin 2x \cdot \sin x$.

D. $\cos x \cdot \cos 2x - 2 \sin 2x$.

Câu 20: Cho hàm số $y = \frac{2x^2 + 2x + 3}{x^2 + x + 3}$. Nghiệm của phương trình $y' = 0$ là

A. $x = 2$

B. $x = -2$.

C. $x = -\frac{1}{2}$.

D. $x = \frac{1}{2}$.

Câu 21. Phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số $f(x) = x^2 - \frac{1}{x}$ tại điểm có hoành độ $x = -1$ là

A. $y = -x + 1$.

B. $y = x - 1$.

C. $y = -x + 2$.

D. $y = 2x + 1$.

Câu 22. Cho hàm số $f(x)$ xác định trên $\mathbb{R} \setminus \{2\}$ bởi $f(x) = \begin{cases} x^3 - 4x^2 + 3x, & x \neq 1 \\ x^2 - 3x + 2, & x = 1 \end{cases}$. Tính $f'(1)$

A. 2.

B. 1.

C. 0.

D. Không tồn tại.

Câu 23. Tính tổng $S = 3 + 7 + 11 + 15 + \dots + 79$

A. 120.

B. 820.

C. 1820.

D. 182.

Câu 24. Trong các dãy số (u_n) cho bởi số hạng tổng quát u_n sau, dãy số nào là dãy số tăng

A. $u_n = \frac{2n-1}{n+1}$.

B. $u_n = \frac{1}{n}$.

C. $u_n = \frac{n+5}{3n+1}$.

D. $u_n = \frac{1}{2^n}$.

Câu 25. Cho dãy số (u_n) bởi công thức truy hồi sau $\begin{cases} u_1 = 0 \\ u_{n+1} = u_n + n; n \geq 1 \end{cases}$, u_{218} nhận giá trị nào sau đây

A. 23653.

B. 46872.

C. 23871.

D. 23436.

Câu 26: Cho dãy số (u_n) xác định bởi $\begin{cases} u_1 = 3 \\ 2u_{n+1} = u_n + 1, \forall n \geq 1 \end{cases}$. Đặt $S_n = u_1 + u_2 + u_3 + \dots + u_n, \forall n \geq 1$

.Tính S_{2020} .

A. $S_{2020} = 2024 - \left(\frac{1}{2}\right)^{2018}$.

B. $S_{2020} = 2020 - \left(\frac{1}{2}\right)^{2019}$.

C. $S_{2020} = 2024 - \left(\frac{1}{2}\right)^{2020}$.

D. $S_{2020} = 2020 - \left(\frac{1}{2}\right)^{2018}$.

Câu 27: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thoi tâm O và $SA = SC, SB = SD$. Các điểm M, N lần lượt là trung điểm AD và CD . Trong các mệnh đề sau mệnh đề nào sai?

A. $MN \perp SD$.

B. $BD \perp MN$.

C. $BD \perp SA$.

D. $MN \perp SA$.

- Câu 28:** Cho tứ diện $ABCD$ với $AC = \frac{3}{2}AD$, $\widehat{CAB} = \widehat{DAB} = 60^\circ$, $CD = AD$. Gọi φ là góc giữa AB và CD . Chọn khẳng định đúng?
- A. $\cos\varphi = \frac{3}{4}$. B. $\varphi = 60^\circ$. C. $\varphi = 30^\circ$. D. $\cos\varphi = \frac{1}{4}$.
- Câu 29:** Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại A , cạnh bên SA vuông góc với đáy. Gọi D là trung điểm của BC . Trong các mặt phẳng (SAB) , (SAC) , (SBC) , (ABC) và (SAD) , có bao nhiêu cặp mặt phẳng vuông góc với nhau.
- A. 4. B. 5. C. 6. D. 7.
- Câu 30:** Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ với O là tâm của đa giác đáy. Biết cạnh bên bằng $2a$ và $SO = a\sqrt{3}$. Tính góc giữa cạnh bên và mặt đáy.
- A. 45° . B. 30° . C. 90° . D. 60° .
- Câu 31:** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh $2a$, $SA = a$, $SB = a\sqrt{3}$ và mặt phẳng (SAB) vuông góc với mặt phẳng đáy. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của các cạnh AB, BC . Tính cosin của góc giữa hai đường thẳng SM, DN .
- A. $\frac{7\sqrt{5}}{5}$. B. $\frac{2\sqrt{5}}{5}$. C. $\frac{\sqrt{5}}{5}$. D. $\frac{3\sqrt{5}}{5}$.
- Câu 32:** Một vật chuyển động bởi công thức $v(t) = 8t + 3t^2$, t tính bằng giây, $v(t)$ tính bằng (m/s) . Tính gia tốc của chất điểm khi vận tốc của vật là $11 (m/s)$.
- A. 20. B. 14. C. 2. D. 11.
- Câu 33:** Xét tính liên tục của hàm số $f(x) = \begin{cases} 1-2x & \text{khi } x \neq 0 \\ 2 & \text{khi } x = 0 \end{cases}$. Khẳng định nào sau đây đúng?
- A. Hàm số $f(x)$ liên tục tại $x = 0$. B. Hàm số $f(x)$ liên tục tại -1 .
C. Hàm số $f(x)$ liên tục trên \mathbb{R} . D. Hàm số $f(x)$ gián đoạn tại $x = 1$.
- Câu 34:** Biết rằng $\lim_{x \rightarrow -\sqrt{3}} \frac{2x^3 + 6\sqrt{3}}{3 - x^2} = a\sqrt{3} + b$. Tính $a^2 + b^2$.
- A. 9. B. 25. C. 5. D. 13.
- Câu 35:** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang vuông tại A và D , cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA = a\sqrt{2}$. Cho biết $AB = 2AD = 2DC = 2a$. Tính góc giữa hai mặt phẳng (SBA) và (SBC) .
- A. 90° B. 30° C. 45° D. 60°
- Câu 36:** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi cạnh a , biết $SD \perp (ABCD)$; $\widehat{ABC} = 120^\circ$ góc tạo bởi mặt phẳng (SBC) với đáy $(ABCD)$ bằng 60° . Tính khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng (SBC)
- A. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$. B. $\frac{a\sqrt{3}}{4}$. C. $\frac{3a}{2}$. D. $\frac{3a}{4}$.
- Câu 37:** Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$ có đáy là hình thoi, $\widehat{BAD} = 60^\circ$, cạnh đáy bằng a . Biết hình chiếu H của đỉnh S lên mặt phẳng đáy trùng với giao điểm hai đường chéo của hình thoi, $SH = \frac{a\sqrt{6}}{2}$. Khoảng cách từ đường thẳng CD đến mặt phẳng (SAB) bằng

A. $\frac{a\sqrt{6}}{2}$. B. $\frac{a}{4}$. C. $\frac{2a}{\sqrt{3}}$. D. $\frac{a\sqrt{6}}{3}$.

Câu 38: Biết rằng $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2\sqrt{1+x} - \sqrt[3]{8-x}}{x} = \frac{a}{b}$ (với a, b là số nguyên). Tính $a - b$:

A. 25. B. 1. C. -1. D. $-\frac{13}{12}$.

Câu 39: Cho $\lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{\sqrt{x^2+x+2} - \sqrt[3]{3x+5}}{x^2-3x+2} \right) = \frac{a}{b}$ ($\frac{a}{b}$ là phân số tối giản, a, b là số nguyên). Tính tổng

$P = a^2 + b^2$.

A. $P = 5$. B. $P = 3$. C. $P = 2$. D. $P = -2$.

Câu 40: Cho a, b là các số thực thỏa mãn $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{an^3 + bn^2 + 2n + 4}{n^2 + 1} = 1$. Tổng $2a + b$ bằng

A. 4. B. 1. C. 3. D. 5.

Câu 41: Cho a và b là các số thực khác 0. Tìm hệ thức liên hệ giữa a và b để hàm số

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{ax+1}-1}{x} & \text{khi } x \neq 0 \\ 4x^2 + 5b & \text{khi } x = 0 \end{cases} \text{ liên tục tại } x = 0.$$

A. $a = 5b$. B. $a = 10b$. C. $a = b$. D. $a = 2b$.

Câu 42: Cho phương trình: $(m^2 - 4)(x - 1)^{2020} = 2019\sqrt{4 - x}$

Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để phương trình trên vô nghiệm.

A. 5 B. 3 C. 4 D. 1

Câu 43: Kết quả của giới hạn $\lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{21}{1-x^{21}} - \frac{20}{1-x^{20}} \right) = \frac{a}{b}$, ($a, b \in \mathbb{Z}$, $\frac{a}{b}$ tối giản). Tính tổng $S = a + b$

A. 41. B. 2. C. 3. D. 5.

Câu 44: Cho hàm số $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - (m-2)x^2 - (2m-3)x + 2020$, biết rằng tồn tại giá trị m sao cho

$f'(x) \geq 0$ với $\forall x \in \mathbb{R}$, khi đó m thuộc khoảng nào sau đây?

A. $(0; 2)$. B. $(-3; -1)$. C. $(3; 6)$. D. $(-4; -2)$.

Câu 45: Cho hàm số $y = \frac{x+2}{2x+3}$ (C), đường thẳng $y = ax + b$ là tiếp tuyến của đồ thị hàm số (C), biết tiếp tuyến cắt trục hoành và trục tung lần lượt tại A và B sao cho tam giác OAB cân tại O với O là gốc tọa độ. Tính $S = a^2 + b^2$?

A. $S = 8$ B. $S = 1$ C. $S = 5$ D. $S = 10$

Câu 46: Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} ax^2 + bx + 1, x \geq 0 \\ ax - b - 1, x < 0 \end{cases}$. Khi hàm số $f(x)$ có đạo hàm tại $x_0 = 0$. Hãy tính

$T = a + 2b$.

A. $T = -4$. B. $T = 0$. C. $T = -6$. D. $T = 4$.

Câu 47: Cho hàm số $y = x^4 - 2mx^2 + m$, có đồ thị (C) với m là tham số thực. Gọi A là điểm thuộc đồ thị (C) có hoành độ bằng 1. Tìm m để tiếp tuyến Δ với đồ thị (C) tại A cắt đường tròn $(\gamma): x^2 + (y-1)^2 = 4$ tạo thành một dây cung có độ dài nhỏ nhất.

A. $\frac{16}{13}$. B. $-\frac{13}{16}$. C. $\frac{13}{16}$. D. $-\frac{16}{13}$.

Câu 48. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh $AB = 2a$. Tính khoảng cách giữa hai mặt phẳng (DBC') và $(AD'B')$.

A. $\frac{2\sqrt{3}}{3}a$. B. $\sqrt{3}a$. C. $\frac{\sqrt{3}}{3}a$. D. $\frac{\sqrt{3}}{2}a$.

Câu 49. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh bằng $4a$. Chân đường cao hạ từ đỉnh S lên mặt phẳng đáy là điểm H thuộc cạnh AB sao cho $AB = 4AH$, góc tạo bởi đường thẳng SC và mặt phẳng (ABC) bằng 60° . Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng SA và BC .

A. $\frac{4a\sqrt{2067}}{53}$. B. $\frac{4a\sqrt{2067}}{43}$. C. $\frac{4a\sqrt{2067}}{23}$. D. $\frac{4a\sqrt{2067}}{33}$.

Câu 50. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a . Cạnh bên $AA' = a\sqrt{2}$. Khoảng cách giữa hai đường thẳng $A'B$ và $B'C$ là:

A. $a\sqrt{2}$ B. $\frac{a}{3}$ C. $\frac{a\sqrt{2}}{3}$ D. $\frac{2a}{3}$.

Chọn D

$$\text{Với } x > 0, (\sqrt{x})' = \frac{1}{2\sqrt{x}}.$$

Câu 6. Đạo hàm của hàm số $f(x) = 2x^3 - x^2 + 5x - 1$ là

A. $f'(x) = 2x^2 - x + 5.$

B. $f'(x) = 6x^2 - 2x - 1.$

C. $f'(x) = 3x^2 - 2x + 5.$

D. $f'(x) = 6x^2 - 2x + 5.$

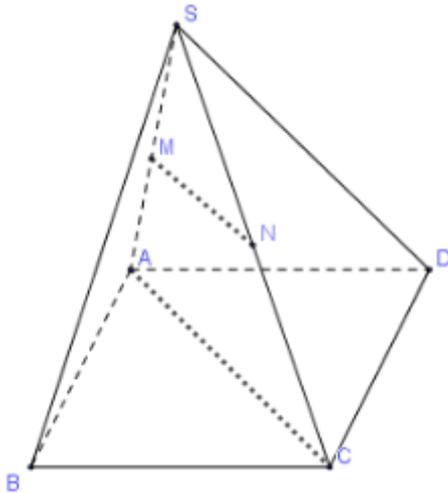
Lời giải**Chọn D****Câu 7.** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của SA và SC . Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $MN // (SAB).$

B. $MN // (SBD).$

C. $MN // (SAC).$

D. $MN // (ABCD)$

Lời giải**Chọn D**Xét tam giác SAC ta thấy $MN // AC$ và $MN \not\subset (ABCD)$ suy ra $MN // (ABCD)$.**Câu 8.** Cho hình lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

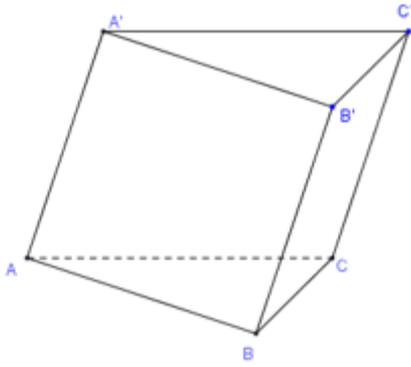
A. $(A'BC) // (AB'C').$

B. $(BA'C') // (B'AC).$

C. $(ABC') // (A'B'C).$

D. $(ABC) // (A'B'C')$

Lời giải**Chọn D**



Câu 9. Cho dãy số $\begin{cases} u_1 = 3 \\ u_{n+1} = u_n + n \end{cases}$. Số hạng thứ 6 của dãy số là

- A. 16. B. 9. C. 17. **D. 18.**

Lời giải

Chọn D

Ta có $u_2 = u_1 + 1 = 4$; $u_3 = u_2 + 2 = 6$; $u_4 = u_3 + 3 = 9$; $u_5 = u_4 + 4 = 13$; $u_6 = u_5 + 5 = 18$

Do đó số hạng thứ 6 của dãy số là 18.

Câu 10. Số 7922 là số hạng thứ bao nhiêu của dãy số (u_n) , biết $u_n = n^2 + 1$

- A. 79. B. 69. **C. 89.** D. 99

Lời giải

Chọn C

$$\text{Ta có } u_n = 7922 \Leftrightarrow n^2 + 1 = 7922 \Leftrightarrow \begin{cases} n = 89 \\ n = -89 \end{cases}$$

Vì $n \in \mathbb{N}^*$ nên $n = 89$.

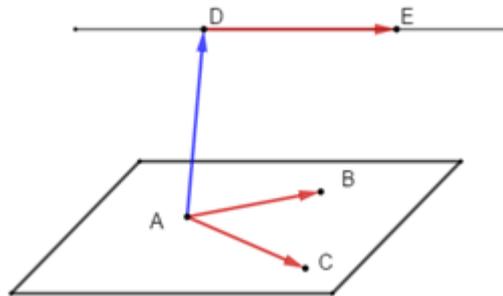
Câu 11. Cho đường thẳng DE song song với mặt phẳng (ABC) . Mệnh đề nào dưới đây là mệnh đề **đúng**?

- A. $\overrightarrow{AD}; \overrightarrow{AB}; \overrightarrow{AC}$ đồng phẳng. **B. $\overrightarrow{DE}; \overrightarrow{AB}; \overrightarrow{AC}$ đồng phẳng.**
C. $\overrightarrow{AE}; \overrightarrow{AB}; \overrightarrow{AC}$ đồng phẳng. D. $\overrightarrow{DE}; \overrightarrow{DB}; \overrightarrow{DC}$ đồng phẳng.

Lời giải

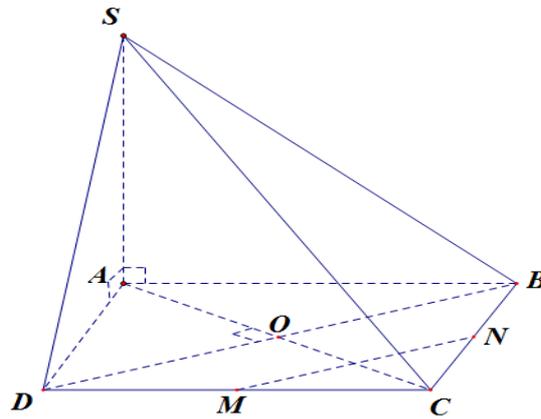
Tác giả: Trần Thị Hà; Fb: Ha Tran

Chọn B



Ba vector đồng phẳng khi và chỉ khi ba vector đó có giá song song hoặc nằm trong một mặt phẳng.

Câu 12. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông và $SA \perp (ABCD)$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm CD và BC . Trong các mệnh đề sau mệnh đề nào **đúng**.



- A. $BC \perp (SAD)$. B. $AD \perp (SCD)$. C. $MN \perp (SBD)$. **D. $MN \perp (SAC)$.**

Lời giải

Chọn D

Ta có: $BC // AD$ (Vì tứ giác $ABCD$ là hình vuông) nên $BC \perp (SAD)$ sai. Suy ra đáp án **A** sai.

Ta giả sử $AD \perp (SCD) \Rightarrow AD \perp SD$. (Vô lí vì trong tam giác không có hai góc vuông) nên $AD \perp (SCD)$ sai. Suy ra đáp án **B** sai.

Ta có: $MN // BD$ (Vì MN là đường trung bình của tam giác BCD) nên $MN \perp (SBD)$ sai. Suy ra đáp án **C** sai.

Ta có:

$$\left. \begin{array}{l} BD \perp AC \\ BD \perp SA \end{array} \right\} \Rightarrow BD \perp (SAC) \quad (1)$$

Mà $MN // BD$ (Vì MN là đường trung bình của tam giác BCD) (2)

Từ (1) và (2) suy ra, $MN \perp (SAC)$.

Vậy đáp án **D** đúng.

Câu 13. Biết rằng $\lim(\sqrt{n^2+n+2} - \sqrt{n^2+1}) = \frac{a}{b}$ trong đó $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản, $a \in \mathbb{Z}, b \in \mathbb{N}^*$. Giá trị

của biểu thức $P = 5a^2 - b^2$ là

- A.** 1. **B.** -1 **C.** 0 . **D.** 4 .

Lời giải

Chọn A.

Ta có:

$$\begin{aligned} & \lim(\sqrt{n^2+n+2} - \sqrt{n^2+1}) \\ &= \lim \frac{n^2+n+2 - (n^2+1)}{\sqrt{n^2+n+2} + \sqrt{n^2+1}} \\ &= \lim \frac{n+1}{n\sqrt{1+\frac{1}{n}+\frac{2}{n^2}} + n\sqrt{1+\frac{1}{n^2}}} \\ &= \lim \frac{1+\frac{1}{n}}{\sqrt{1+\frac{1}{n}+\frac{2}{n^2}} + \sqrt{1+\frac{1}{n^2}}} = \frac{1}{2} \end{aligned}$$

$$\text{Suy ra : } \begin{cases} a = 1 \\ b = 2 \end{cases}$$

$$\text{Vậy } P = 5a^2 - b^2 = 1.$$

Câu 14. Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} -2a \sin x, & x \leq -\frac{\pi}{2} \\ a \sin x + b, & -\frac{\pi}{2} \leq x < \frac{\pi}{2} \\ \cos x + 2, & x \geq \frac{\pi}{2} \end{cases}$. Biết rằng hàm số liên tục trên \mathbb{R} . Giá trị của biểu

thức $P = 2a + b$ là

A. $\frac{5}{2}$.

B. 0

C. -1.

D. $\frac{7}{2}$.

Lời giải

Chọn A.

Trên $\left(-\infty; -\frac{\pi}{2}\right)$ ta có $f(x) = -2a \sin x$ nên $f(x)$ liên tục trên $\left(-\infty; -\frac{\pi}{2}\right)$

Trên $\left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right)$ ta có $f(x) = a \sin x + b$ nên $f(x)$ liên tục trên $\left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right)$ với mọi $a, b \in \mathbb{R}$

Trên $\left(\frac{\pi}{2}; +\infty\right)$ ta có $f(x) = \cos x + 2$ nên $f(x)$ liên tục trên $\left(\frac{\pi}{2}; +\infty\right)$

Vậy $f(x)$ liên tục trên \mathbb{R} khi và chỉ khi $f(x)$ liên tục tại $x_1 = -\frac{\pi}{2}$ và $f(x)$ liên tục tại

$$x_2 = \frac{\pi}{2}$$

Ta có:

$$\lim_{x \rightarrow \left(-\frac{\pi}{2}\right)^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow \left(-\frac{\pi}{2}\right)^-} (-2a \sin x) = 2a$$

$$\lim_{x \rightarrow \left(-\frac{\pi}{2}\right)^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow \left(-\frac{\pi}{2}\right)^+} (a \sin x + b) = -a + b$$

$$f\left(-\frac{\pi}{2}\right) = a \sin\left(-\frac{\pi}{2}\right) + b = -a + b$$

Vậy $f(x)$ liên tục tại $x_1 = -\frac{\pi}{2}$ khi và chỉ khi

$$\lim_{x \rightarrow \left(-\frac{\pi}{2}\right)^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow \left(-\frac{\pi}{2}\right)^+} f(x) = f\left(-\frac{\pi}{2}\right) \Leftrightarrow 2a = -a + b \Leftrightarrow 3a - b = 0$$

Ta có:

$$\lim_{x \rightarrow \left(\frac{\pi}{2}\right)^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow \left(\frac{\pi}{2}\right)^-} (a \sin x + b) = a + b$$

$$\lim_{x \rightarrow \left(\frac{\pi}{2}\right)^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow \left(\frac{\pi}{2}\right)^+} (\cos x + 2) = 2$$

$$f\left(\frac{\pi}{2}\right) = \cos\left(\frac{\pi}{2}\right) + 2 = 2$$

Vậy $f(x)$ liên tục tại $x_2 = \frac{\pi}{2}$ khi và chỉ khi

$$\lim_{x \rightarrow \left(\frac{\pi}{2}\right)^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow \left(\frac{\pi}{2}\right)^+} f(x) = f\left(\frac{\pi}{2}\right) \Leftrightarrow a + b = 2$$

Vậy $f(x)$ liên tục trên \mathbb{R} khi và chỉ khi $\begin{cases} 3a - b = 0 \\ a + b = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = \frac{1}{2} \\ b = \frac{3}{2} \end{cases}$

$$\text{Vậy } P = 2a + b = \frac{5}{2}.$$

Câu 15. Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} x^2 - 1 & \text{khi } x \geq 1 \\ 2x + 1 & \text{khi } x < 1 \end{cases}$. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

- A.** $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = 0$. **B.** $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = 3$. **C.** $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = -1$. **D.** $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = 0$.

Lời giải

Chọn B

Do $x \rightarrow 1^-$ nên $x < 1$. Ta có: $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^-} (2x + 1) = 2 \cdot 1 + 1 = 3$.

Suy ra: Đáp án A, C sai.

Do $x \rightarrow 1^+$ nên $x > 1$. Ta có: $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^+} (x^2 - 1) = 1^2 - 1 = 0$.

$\Rightarrow \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) \neq \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 1} f(x)$ không tồn tại.

Suy ra: Đáp án D sai.

Vậy đáp án đúng là B.

Câu 16. Số gia của hàm số $y = 2x^2 - 3x + 1$ ứng với số gia Δx tại điểm x_0 là

- A.** $\Delta x \cdot (4 + 2\Delta x - 3x_0)$. **B.** $\Delta x \cdot (4x_0 + 2\Delta x - 3)$.
C. $\Delta x \cdot (4\Delta x + 2x - 3x_0)$. **D.** $\Delta x \cdot (4x + 3\Delta x - 2x_0)$.

Lời giải

Chọn B

Ta có

$$\begin{aligned} \Delta y &= f(x_0 + \Delta x) - f(x_0) \\ &= 2(x_0 + \Delta x)^2 - 3(x_0 + \Delta x) + 1 - 2x_0^2 + 3x_0 - 1 \\ &= 2(x_0^2 + 2x_0\Delta x + (\Delta x)^2) - 3x_0 - 3\Delta x + 1 - 2x_0^2 + 3x_0 - 1 \\ &= 4x_0 \cdot \Delta x + 2(\Delta x)^2 - 3\Delta x \\ &= \Delta x(4x_0 + 2\Delta x - 3) \end{aligned}$$

Câu 17. Đạo hàm của hàm số $y = \frac{x^2 - x + 1}{x - 1}$ bằng biểu thức có dạng $\frac{ax^2 + bx}{(x - 1)^2}$. Khi đó a, b bằng:

- A.** $ab = -2$. **B.** $ab = -1$. **C.** $ab = 3$. **D.** $ab = 4$.

Lời giải

Chọn A

$$y' = \frac{(2x-1)(x-1) - (x^2 - x + 1)}{(x-1)^2} = \frac{x^2 - 2x}{(x-1)^2} \Rightarrow a.b = -2.$$

Câu 18. Cho hàm số $y = \sqrt{1+3x-x^2}$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $(y')^2 + y.y'' = -1.$

B. $(y')^2 + 2y.y'' = 1.$

C. $y.y'' - (y')^2 = 1.$

D. $(y')^2 + y.y'' = 1.$

Lời giải

Chọn A

$$y = \sqrt{1+3x-x^2} \Rightarrow y^2 = 1+3x-x^2$$

$$\Rightarrow 2y.y' = 3-2x \Rightarrow 2.(y')^2 + 2y.y'' = -2 \Rightarrow (y')^2 + y.y'' = -1.$$

Câu 19. Tính đạo hàm của hàm số $y = \sin x \cdot \cos 2x$.

A. $\cos x \cdot \cos 2x + 2 \sin 2x \cdot \sin x.$

B. $\cos x \cdot \cos 2x - \sin 2x \cdot \sin x.$

C. $\cos x \cdot \cos 2x - 2 \sin 2x \cdot \sin x.$

D. $\cos x \cdot \cos 2x - 2 \sin 2x.$

Lời giải

Chọn C

Áp dụng $(u.v)' = u'.v + uv'$

$$y' = (\sin x)' \cdot \cos 2x + (\cos 2x)' \cdot \sin x = \cos x \cdot \cos 2x - \sin 2x \cdot (2x)' \cdot \sin x$$

$$y' = \cos x \cdot \cos 2x - 2 \sin 2x \cdot \sin x.$$

Câu 20: Cho hàm số $y = \frac{2x^2 + 2x + 3}{x^2 + x + 3}$. Nghiệm của phương trình $y' = 0$ là

A. $x = 2$

B. $x = -2.$

C. $x = -\frac{1}{2}.$

D. $x = \frac{1}{2}.$

Lời giải

Chọn C

$$\text{Ta có: } y = \frac{2x^2 + 2x + 3}{x^2 + x + 3} = 2 - \frac{3}{x^2 + x + 3} \Rightarrow y' = \frac{3(2x+1)}{(x^2 + x + 3)^2} = \frac{6x+3}{(x^2 + x + 3)^2}.$$

$$y' = 0 \Leftrightarrow 6x+3 = 0 \Leftrightarrow x = -\frac{1}{2}.$$

Câu 21. Phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số $f(x) = x^2 - \frac{1}{x}$ tại điểm có hoành độ $x = -1$ là

A. $y = -x + 1.$

B. $y = x - 1.$

C. $y = -x + 2.$

D. $y = 2x + 1.$

Lời giải

Chọn A

$$\text{Ta có } f(x) = x^2 - \frac{1}{x} \Rightarrow f'(x) = 2x + \frac{1}{x^2} \Rightarrow f'(-1) = -1; f(-1) = 2$$

Vậy phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số $f(x) = x^2 - \frac{1}{x}$ tại điểm có hoành độ $x = -1$ là

$$y = -(x+1) + 2 \text{ hay } y = -x + 1.$$

Câu 22. Cho hàm số $f(x)$ xác định trên $\mathbb{R} \setminus \{2\}$ bởi $f(x) = \begin{cases} x^3 - 4x^2 + 3x, & x \neq 1 \\ 0, & x = 1 \end{cases}$. Tính $f'(1)$

A. 2.

B. 1.

C. 0.

D. Không tồn tại.

Lời giải

Chọn D

$$\text{Ta có } \lim_{x \rightarrow 1} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - 4x^2 + 3x}{x^2 - 3x + 2} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x(x-1)(x-3)}{(x-1)(x-2)} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x(x-3)}{x-2} = 2$$

$$\text{Suy ra } \lim_{x \rightarrow 1} f(x) \neq f(1)$$

Do đó, hàm số không liên tục tại điểm $x = 1$

Vậy hàm số đã cho không tồn tại đạo hàm tại $x = 1$.

Câu 23. Tính tổng $S = 3 + 7 + 11 + 15 + \dots + 79$

A. 120.

B. 820.

C. 1820.

D. 182.

Lời giải

Chọn B

S là tổng của cấp số cộng gồm n số hạng với $u_1 = 3$, $d = 4$, $u_n = 79$.

$$\text{Ta có } u_n = u_1 + (n-1)d \Rightarrow n = \frac{u_n - u_1}{d} + 1 = \frac{79 - 3}{4} + 1 = 20.$$

$$\text{Do đó } S = \frac{n(u_1 + u_n)}{2} = \frac{20(3 + 79)}{2} = 820.$$

Câu 24. Trong các dãy số (u_n) cho bởi số hạng tổng quát u_n sau, dãy số nào là dãy số tăng

A. $u_n = \frac{2n-1}{n+1}$.

B. $u_n = \frac{1}{n}$.

C. $u_n = \frac{n+5}{3n+1}$.

D. $u_n = \frac{1}{2^n}$.

Lời giải

Chọn A

$$\text{Ta có } u_{n+1} = \frac{2(n+1)-1}{n+1+1} = \frac{2n+1}{n+2}.$$

$$\text{Vì } u_{n+1} - u_n = \frac{2n+1}{n+2} - \frac{2n-1}{n+1} = \frac{3}{(n+2)(n+1)} > 0, \text{ với mọi } n \in \mathbb{N}^*.$$

Nên $u_{n+1} > u_n$. Vậy dãy số $u_n = \frac{2n-1}{n+1}$ là dãy số tăng.

Câu 25. Cho dãy số (u_n) bởi công thức truy hồi sau $\begin{cases} u_1 = 0 \\ u_{n+1} = u_n + n; n \geq 1 \end{cases}$, u_{218} nhận giá trị nào sau đây

A. 23653.

B. 46872.

C. 23871.

D. 23436.

Lời giải

Chọn A**Cách 1.**

$$\text{Đặt } v_n = u_{n+1} - u_n = n \Rightarrow v_{n-1} = u_n - u_{n-1} = n-1$$

Vì $v_n - v_{n-1} = n - (n-1) = 1$ nên (v_n) là một cấp số cộng với số hạng đầu $v_1 = u_2 - u_1 = 1$ và công sai $d = 1$.

$$\text{Xét tổng } S_{217} = v_1 + v_2 + \dots + v_{217} = \left[v_1 + \frac{(n-1)d}{2} \right] \cdot n = \left[1 + \frac{(217-1) \cdot 1}{2} \right] \cdot 217 = 23653.$$

$$\text{Mà } S_{217} = v_1 + v_2 + \dots + v_{217} = (u_2 - u_1) + (u_3 - u_2) + \dots + (u_{218} - u_{217}) = u_{218} - u_1$$

$$\Rightarrow u_{218} = S_{217} + u_1 = 23653.$$

Cách 2. Sử dụng liệt kê và cộng vế với vế.

Ta có

$$u_{218} = u_{217} + 217$$

$$u_{217} = u_{216} + 216$$

.....

$$u_2 = u_1 + 1$$

Cộng vế với vế ta được

$$u_{218} + u_{217} + \dots + u_2 = (u_{217} + u_{216} + \dots + u_1) + (217 + 216 + \dots + 2 + 1)$$

Hay $u_{218} = u_1 + (1 + 2 + 3 + \dots + 217) = 0 + \frac{217 \cdot (217 + 1)}{2} = \frac{217 \cdot (217 + 1)}{2} = 23653.$

Câu 26: Cho dãy số (u_n) xác định bởi $\begin{cases} u_1 = 3 \\ 2u_{n+1} = u_n + 1, \forall n \geq 1 \end{cases}$. Đặt $S_n = u_1 + u_2 + u_3 + \dots + u_n, \forall n \geq 1$

.Tính S_{2020} .

A. $S_{2020} = 2024 - \left(\frac{1}{2}\right)^{2018}$.

B. $S_{2020} = 2020 - \left(\frac{1}{2}\right)^{2019}$.

C. $S_{2020} = 2024 - \left(\frac{1}{2}\right)^{2020}$.

D. $S_{2020} = 2020 - \left(\frac{1}{2}\right)^{2018}$.

Lời giải

Chọn A

Xét dãy số (v_n) với $v_n = u_n - 1, n \geq 1$.

Ta có $v_{n+1} = u_{n+1} - 1 = \frac{1}{2}u_n + \frac{1}{2} - 1 = \frac{1}{2}(u_n - 1) = \frac{1}{2}v_n$, với mọi $n \geq 1$.

Khi đó dãy số (v_n) là một CSN lùi vô hạn với công bội $q = \frac{1}{2}$. Do đó $v_n = \left(\frac{1}{2}\right)^{n-2}$.

Suy ra $u_n = v_n + 1 = \left(\frac{1}{2}\right)^{n-2} + 1$, với mọi $n \geq 1$.

Mà $S_n = \sum_{k=1}^n u_k = \sum_{k=1}^n \left(\frac{1}{2}\right)^{k-2} + n = 4 + n - \left(\frac{1}{2}\right)^{n-2}$.

Vậy $S_{2020} = 4 + 2020 - \left(\frac{1}{2}\right)^{2020-2} = 2024 - \left(\frac{1}{2}\right)^{2018}$.

Nhận xét: Có thể tìm CTTQ của dãy (u_n) bằng phép đổi biến $v_n = 2^n \cdot u_n$, với mọi $n \geq 1$.

Ta có $v_{n+1} = 2^{n+1} \cdot u_{n+1} = 2^{n+1} \left(\frac{1}{2}u_n + \frac{1}{2}\right) = v_n + 2^n, \forall n \geq 1 \Rightarrow v_{n+1} - v_n = 2^n, \forall n \geq 1$.

Do đó $v_n = v_n - v_{n-1} + v_{n-1} - v_{n-2} + \dots + v_2 - v_1 + v_1 = 2^{n-1} + 2^{n-2} + \dots + 2 + 6$.

Hay $v_n = 2(2^{n-1} - 1) + 6 = 2^n + 4 \Rightarrow u_n = 1 + \left(\frac{1}{2}\right)^{n-2}$.

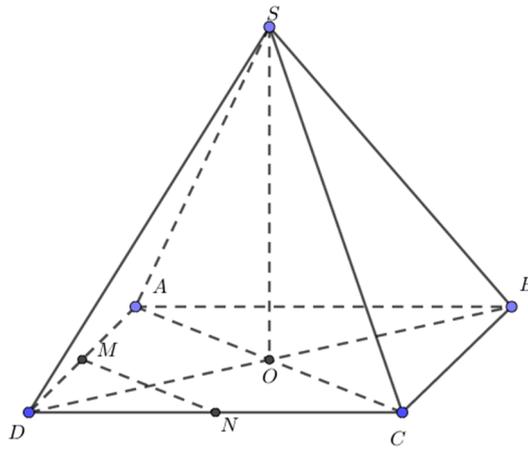
(Bài 4.37 trang 139 sách bài tập ĐS và GT11 NC NXBGD 2007)

Câu 27: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thoi tâm O và $SA = SC, SB = SD$. Các điểm M, N lần lượt là trung điểm AD và CD . Trong các mệnh đề sau mệnh đề nào sai?

- A.** $MN \perp SD$. **B.** $BD \perp MN$. **C.** $BD \perp SA$. **D.** $MN \perp SA$.

Lời giải

Chọn D



Xét phương án A : Do $\begin{cases} AC \perp BD \\ AC \perp SO \end{cases}$ và $\overrightarrow{SD} = \overrightarrow{SO} + \frac{1}{2}\overrightarrow{BD}$ nên $AC \perp SD$, mà $MN // AC$ (tính chất

đường trung bình) suy ra $MN \perp SD$. Loại phương án A.

Tương tự ta chứng minh được $BD \perp MN$ và $BD \perp SA$ nên loại các phương án B, C.

Ta có tam giác SAC cân tại S và SO là đường trung tuyến cũng đồng thời là đường cao.

Do đó $SO \perp AC$, suy ra tam giác ΔSOA vuông tại O nên AC và SA không thể vuông tại A.

Mà theo tính chất đường trung bình ta có $MN // AC$. Vậy MN không vuông góc với SA.

Vậy chọn đáp án D.

Câu 28: Cho tứ diện ABCD với $AC = \frac{3}{2}AD$, $\widehat{CAB} = \widehat{DAB} = 60^\circ$, $CD = AD$. Gọi φ là góc giữa AB và CD. Chọn khẳng định đúng ?

A. $\cos \varphi = \frac{3}{4}$.

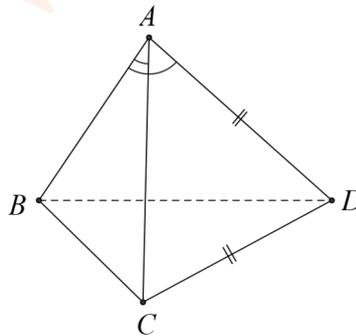
B. $\varphi = 60^\circ$.

C. $\varphi = 30^\circ$.

D. $\cos \varphi = \frac{1}{4}$.

Lời giải

Chọn D



$$\text{Ta có : } \cos(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{CD}) = \frac{\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{CD}}{|\overrightarrow{AB}| \cdot |\overrightarrow{CD}|} = \frac{\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{CD}}{AB \cdot CD}$$

Mặt khác :

$$\begin{aligned} \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{CD} &= \overrightarrow{AB} \cdot (\overrightarrow{AD} - \overrightarrow{AC}) = \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AD} - \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = AB \cdot AD \cdot \cos 60^\circ - AB \cdot AC \cdot \cos 60^\circ \\ &= AB \cdot AD \cdot \frac{1}{2} - AB \cdot \frac{3}{2}AD \cdot \frac{1}{2} = -\frac{1}{4}AB \cdot AD = -\frac{1}{4}AB \cdot CD. \end{aligned}$$

$$\text{Do đó : } \cos(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{CD}) = \frac{-\frac{1}{4}AB \cdot CD}{AB \cdot CD} = -\frac{1}{4} \Rightarrow \cos \varphi = \frac{1}{4}.$$

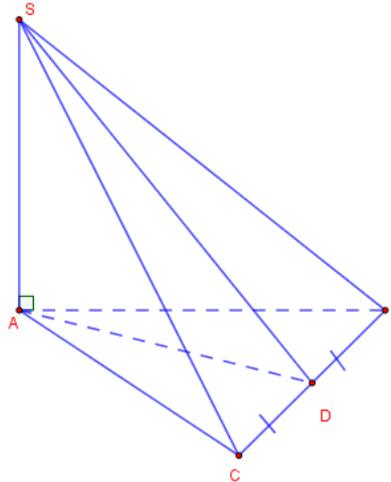
Câu 29. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại A , cạnh bên SA vuông góc với đáy. Gọi D là trung điểm của BC . Trong các mặt phẳng (SAB) , (SAC) , (SBC) , (ABC) và (SAD) , có bao nhiêu cặp mặt phẳng vuông góc với nhau.

A. 4 .

B. 5 .

C. 6 .

D. 7 .

Lời giải.**Chọn B**

Vì $SA \perp (ABC)$ nên ta có $(SAB) \perp (ABC)$, $(SAD) \perp (ABC)$ và $(SAC) \perp (ABC)$.

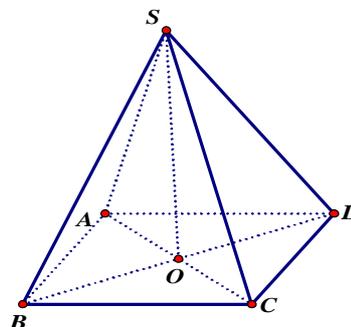
Vì D là trung điểm của BC và tam giác ABC vuông cân tại A nên $AD \perp BC$.

Ta có $\begin{cases} SA \perp BC \\ AD \perp BC \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SAD) \Rightarrow (SBC) \perp (SAD)$.

Vì $\begin{cases} AC \perp SA \\ AC \perp AB \end{cases} \Rightarrow AC \perp (SAB) \Rightarrow (SAC) \perp (SAB)$.

Suy ra có 5 cặp mặt phẳng vuông góc với nhau từ các mặt phẳng đã cho.

Câu 30. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ với O là tâm của đa giác đáy. Biết cạnh bên bằng $2a$ và $SO = a\sqrt{3}$. Tính góc giữa cạnh bên và mặt đáy.

A. 45^0 .**B.** 30^0 .C. 90^0 .**D.** 60^0 .**Lời giải****Chọn D**

Theo tính chất hình chóp tứ giác đều nên O là hình chiếu vuông góc của S lên mặt phẳng $(ABCD)$.

Cạnh bên SC có hình chiếu trên $(ABCD)$ là OC .

Do đó $(\widehat{SC, (ABCD)}) = (\widehat{SC, OC})$.

Vì ΔSOC vuông tại O nên $(\widehat{SC, OC}) = \widehat{SCO}$.

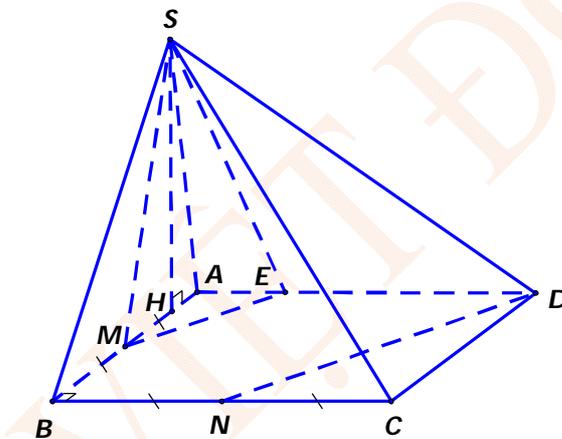
$$\sin \widehat{SCO} = \frac{SO}{SC} = \frac{a\sqrt{3}}{2a} = \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \widehat{SCO} = 60^\circ.$$

Câu 31: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh $2a$, $SA = a$, $SB = a\sqrt{3}$ và mặt phẳng (SAB) vuông góc với mặt phẳng đáy. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của các cạnh AB, BC . Tính cosin của góc giữa hai đường thẳng SM, DN .

- A. $\frac{7\sqrt{5}}{5}$. B. $\frac{2\sqrt{5}}{5}$. C. $\frac{\sqrt{5}}{5}$. D. $\frac{3\sqrt{5}}{5}$.

Lời giải

Chọn C



Gọi H là hình chiếu của S trên AB , suy ra $SH \perp (ABCD)$

Do đó SH là đường cao của hình chóp $S.ABCD$.

Kẻ $ME // DN$ ($E \in AD$) $\Rightarrow (\widehat{SM, DN}) = (\widehat{SM, ME}) = \varphi$.

Ta có: $SA^2 + SB^2 = a^2 + 3a^2 = AB^2 \Rightarrow \Delta SAB$ vuông tại $S \Rightarrow SM = \frac{AB}{2} = a$.

Ta có: $\Delta AME \sim \Delta CDN$, từ đó suy ra $AE = \frac{a}{2}$.

Ta có: $\begin{cases} AE \perp AB \\ AE \perp SH \end{cases} \Rightarrow AE \perp (SAB) \Rightarrow AE \perp SA$.

Suy ra $SE = \sqrt{SA^2 + AE^2} = \frac{a\sqrt{5}}{2}$, $ME = \sqrt{AM^2 + AE^2} = \frac{a\sqrt{5}}{2}$

ΔSME cân tại E có $SE = ME = \frac{a\sqrt{5}}{2}$; $SM = a$. Từ đó suy ra $\cos \widehat{SME} = \frac{\sqrt{5}}{5}$.

Câu 32. Một vật chuyển động bởi công thức $v(t) = 8t + 3t^2$, t tính bằng giây, $v(t)$ tính bằng (m/s) .

Tính gia tốc của chất điểm khi vận tốc của vật là $11 (m/s)$.

- A. 20. B. 14. C. 2. D. 11.

Lời giải

Chọn B

Ta có $a(t) = v'(t) = 8 + 6t$.

Tại thời điểm vận tốc của vật là $11 (m/s)$, nghĩa là $8t + 3t^2 = 11 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 1 \\ t = -\frac{11}{3} \end{cases} \Rightarrow t = 1 (t > 0)$

Thay vào biểu thức $a(t) = v'(t) = 8 + 6t$ ta được $a(1) = v'(1) = 14$

Vậy tại thời điểm vận tốc của vật là $11 (m/s)$ thì gia tốc của vật là $14 (m/s^2)$.

Câu 33. Xét tính liên tục của hàm số $f(x) = \begin{cases} 1-2x & \text{khi } x \neq 0 \\ 2 & \text{khi } x = 0 \end{cases}$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. Hàm số $f(x)$ liên tục tại $x = 0$.

B. Hàm số $f(x)$ liên tục tại -1 .

C. Hàm số $f(x)$ liên tục trên \mathbb{R} .

D. Hàm số $f(x)$ gián đoạn tại $x = 1$.

Lời giải

Chọn B

* Trên khoảng $(-\infty; 0)$ và $(0; +\infty)$ hàm số $f(x) = 1 - 2x$ là hàm số cơ bản nên liên tục tại mọi điểm.

Từ đó suy ra đáp án B đúng; đáp án D sai.

* Tại điểm $x = 0$.

Do $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0} (1 - 2x) = 1 \neq 2 = f(0)$ nên hàm số $f(x)$ gián đoạn tại điểm $x = 0$.

Từ đó suy ra đáp án A và C sai.

Vậy chọn B.

Câu 34: Biết rằng $\lim_{x \rightarrow -\sqrt{3}} \frac{2x^3 + 6\sqrt{3}}{3 - x^2} = a\sqrt{3} + b$. Tính $a^2 + b^2$.

A. 9.

B. 25.

C. 5.

D. 13.

Lời giải

Chọn A

$$\begin{aligned} \text{Ta có } \lim_{x \rightarrow -\sqrt{3}} \frac{2x^3 + 6\sqrt{3}}{3 - x^2} &= \lim_{x \rightarrow -\sqrt{3}} \frac{2(x + \sqrt{3})(x^2 - \sqrt{3}x + 3)}{(\sqrt{3} - x)(\sqrt{3} + x)} = \lim_{x \rightarrow -\sqrt{3}} \frac{2(x^2 - \sqrt{3}x + 3)}{\sqrt{3} - x} \\ &= \frac{2[(-\sqrt{3})^2 - \sqrt{3}(-\sqrt{3}) + 3]}{\sqrt{3} - (-\sqrt{3})} = \frac{18}{2\sqrt{3}} = 3\sqrt{3} \longrightarrow \begin{cases} a = 3 \\ b = 0 \end{cases} \Rightarrow a^2 + b^2 = 9. \end{aligned}$$

Câu 35: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang vuông tại A và D , cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA = a\sqrt{2}$. Cho biết $AB = 2AD = 2DC = 2a$. Tính góc giữa hai mặt phẳng (SBA) và (SBC) .

A. 90°

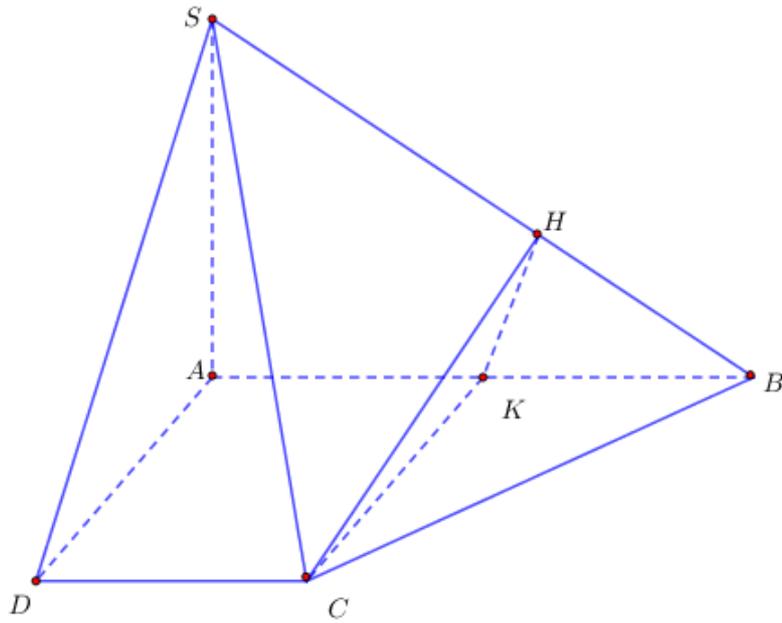
B. 30°

C. 45°

D. 60°

Lời giải

Chọn D



Gọi K là trung điểm của AB và H là hình chiếu của C lên SB .

Xét ΔSAB , ta có $\begin{cases} CK \perp AB \\ CK \perp SA \end{cases} \Rightarrow CK \perp SB$.

Xét ΔCHK , ta có $\begin{cases} SB \perp CH \\ SB \perp CK \end{cases} \Rightarrow HK \perp SB$.

Ta có $\begin{cases} (SAB) \cap (SBC) = SB \\ CH \perp SB \\ HK \perp SB \end{cases}$ nên góc giữa hai mặt phẳng (SBA) và (SBC) là góc \widehat{CHK} .

Ta có $\begin{cases} AC = a\sqrt{2} \\ BC = a\sqrt{2} \\ KB = a \end{cases}$ suy ra tam giác ABC vuông tại C .

Ta có $\begin{cases} CB \perp AC \\ CB \perp SA \end{cases} \Rightarrow CB \perp SC$ nên $\frac{1}{CH^2} = \frac{1}{CB^2} + \frac{1}{CS^2} \Rightarrow CH = \frac{2\sqrt{3}}{3}a$.

Mặt khác $CK = AD = a$.

Xét tam giác CHK vuông tại K có $\sin \widehat{CHK} = \frac{CK}{CH} = \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \widehat{CHK} = 60^\circ$.

Vậy góc giữa hai mặt phẳng (SBA) và (SBC) bằng 60° .

Câu 36: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi cạnh a , biết $SD \perp (ABCD)$; $\widehat{ABC} = 120^\circ$ góc tạo bởi mặt phẳng (SBC) với đáy $(ABCD)$ bằng 60° . Tính khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng (SBC)

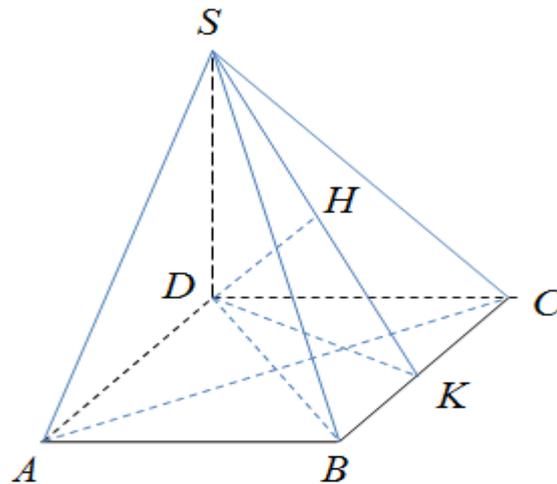
A. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$.

B. $\frac{a\sqrt{3}}{4}$.

C. $\frac{3a}{2}$.

D. $\frac{3a}{4}$.

Lời giải

**Chọn D**

Ta có: $AD \parallel BC$ nên $d(A, (SBC)) = d(D, (SBC))$

Do: $\widehat{ABC} = 120^\circ \Rightarrow \widehat{DBC} = 60^\circ \Rightarrow \triangle DBC$ là tam giác đều

Gọi K là trung điểm của BC suy ra $BC \perp DK$; $BC \perp SK$

\Rightarrow góc giữa mặt (SBC) và (ABC) là $\widehat{SKD} = 60^\circ$

Trong mặt phẳng (SDK) : kẻ $DH \perp SK, (H \in SK)$ suy ra $DH \perp (SBC)$, \langle Do $DH \perp SK; DH \perp BC \rangle$ nên $d(A, (SBC)) = d(D, (SBC)) = DH$

Trong tam giác HDK : $\sin \widehat{SKD} = \frac{DH}{DK} \Rightarrow DH = DK \cdot \sin \widehat{SKD} = \frac{a\sqrt{3}}{2} \cdot \sin 60^\circ = \frac{3a}{4}$

Vậy $d(A, (SBC)) = d(D, (SBC)) = DH = \frac{3a}{4}$.

Câu 37. Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$ có đáy là hình thoi, $\widehat{BAD} = 60^\circ$, cạnh đáy bằng a . Biết hình chiếu H của đỉnh S lên mặt phẳng đáy trùng với giao điểm hai đường chéo của hình thoi,

$SH = \frac{a\sqrt{6}}{2}$. Khoảng cách từ đường thẳng CD đến mặt phẳng (SAB) bằng

A. $\frac{a\sqrt{6}}{2}$.

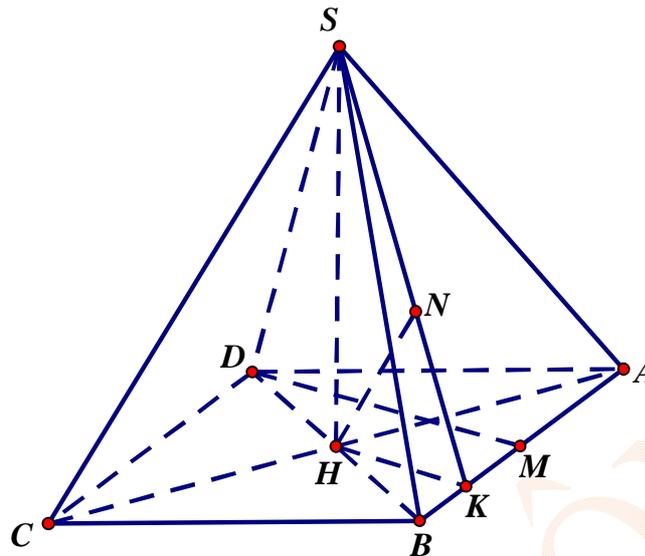
B. $\frac{a}{4}$.

C. $\frac{2a}{\sqrt{3}}$.

D. $\frac{a\sqrt{6}}{3}$.

Lời giải

Chọn D



Gọi M là trung điểm AB , K là trung điểm của BM

Tam giác ABD có $\widehat{BAD} = 60^\circ$ và $AB = AD$ (do đáy là hình thoi) nên tam giác ABD đều.

Ta có $DM \perp AB \Rightarrow DM = \frac{a\sqrt{3}}{2}$, $HK \parallel DM$ và $HK = \frac{DM}{2} = \frac{a\sqrt{3}}{4}$.

Ta có $AB \perp (SHK) \Rightarrow (SAB) \perp (SHK)$, $(SAB) \cap (SHK) = SK$

Vẽ $HN \perp SK$ tại $N \Rightarrow HN \perp (SAB) \Rightarrow d(H, (SAB)) = HN$.

$$HN = \frac{HK \cdot HS}{\sqrt{HK^2 + HS^2}} = \frac{a\sqrt{6}}{6},$$

Khoảng cách từ đường thẳng CD đến mặt phẳng (SAB) :

$$d(CD, (SAB)) = d(C, (SAB)) = 2d(H, (SAB)) = 2HN = \frac{a\sqrt{6}}{3}.$$

Câu 38: Biết rằng $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2\sqrt{1+x} - \sqrt[3]{8-x}}{x} = \frac{a}{b}$ (với a, b là số nguyên). Tính $a - b$:

- A. 25. **B.** 1. C. -1. D. $-\frac{13}{12}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có

$$= \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{2}{\sqrt{x+1}+1} + \frac{1}{4 + 2\sqrt[3]{8-x} + \sqrt[3]{(8-x)^2}} \right) = 1 + \frac{1}{12} = \frac{13}{12}.$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2\sqrt{1+x} - \sqrt[3]{8-x}}{x} = \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{2\sqrt{1+x} - 2}{x} + \frac{2 - \sqrt[3]{8-x}}{x} \right)$$

Suy ra: $\frac{a}{b} = \frac{13}{12} \Rightarrow a - b = 1$.

Câu 39. Cho $\lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{\sqrt{x^2 + x + 2} - \sqrt[3]{3x + 5}}{x^2 - 3x + 2} \right) = \frac{a}{b}$ ($\frac{a}{b}$ là phân số tối giản, a, b là số nguyên). Tính tổng

$$P = a^2 + b^2.$$

A. $P = 5.$

B. $P = 3.$

C. $P = 2.$

D. $P = -2.$

Lời giải

Chọn A

$$\begin{aligned} \text{Ta có: } \lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{\sqrt{x^2 + x + 2} - \sqrt[3]{3x + 5}}{x^2 - 3x + 2} \right) &= \lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{\sqrt{x^2 + x + 2} - 2}{x^2 - 3x + 2} + \frac{2 - \sqrt[3]{3x + 5}}{x^2 - 3x + 2} \right) \\ &= \lim_{x \rightarrow 1} \left\{ \frac{x^2 + x - 2}{(x^2 - 3x + 2)(\sqrt{x^2 + x + 2} + 2)} + \frac{3 - 3x}{(x^2 - 3x + 2)[4 + 2\sqrt[3]{3x + 5} + (\sqrt[3]{3x + 5})^2]} \right\} \\ &= \lim_{x \rightarrow 1} \left\{ \frac{(x-1)(x+2)}{(x-1)(x-2)(\sqrt{x^2 + x + 2} + 2)} + \frac{-3(x-1)}{(x-1)(x-2)[4 + 2\sqrt[3]{3x + 5} + (\sqrt[3]{3x + 5})^2]} \right\} \\ &= \lim_{x \rightarrow 1} \left\{ \frac{x+2}{(x-2)(\sqrt{x^2 + x + 2} + 2)} + \frac{-3}{(x-2)[4 + 2\sqrt[3]{3x + 5} + (\sqrt[3]{3x + 5})^2]} \right\} \\ &= \frac{-3}{4} + \frac{3}{12} = \frac{-1}{2}. \end{aligned}$$

Theo giả thiết ta có $-\frac{1}{2} = \frac{a}{b}$.

Vì $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản, a, b là số nguyên $\Rightarrow \begin{cases} a = -1 \\ b = 2 \end{cases}$ hoặc $\begin{cases} a = 1 \\ b = -2 \end{cases} \Rightarrow P = a^2 + b^2 = 5.$

Câu 40. Cho a, b là các số thực thỏa mãn $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{an^3 + bn^2 + 2n + 4}{n^2 + 1} = 1$. Tổng $2a + b$ bằng

A. 4.

B. 1.

C. 3.

D. 5.

Lời giải

Chọn B

Do $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{an^3 + bn^2 + 2n + 4}{n^2 + 1} = 1 \Rightarrow a = 0$ (vì nếu $a \neq 0$ thì bậc cao nhất của tử lớn hơn bậc cao nhất của mẫu thì giới hạn là vô cực).

$$\text{Lúc đó: } \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{an^3 + bn^2 + 2n + 4}{n^2 + 1} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{bn^2 + 2n + 4}{n^2 + 1} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{b + \frac{2}{n} + \frac{4}{n^2}}{1 + \frac{1}{n^2}} = b = 1.$$

Vậy $2a + b = 1$.

Câu 41. Cho a và b là các số thực khác 0. Tìm hệ thức liên hệ giữa a và b để hàm số

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{ax+1}-1}{x} & \text{khi } x \neq 0 \\ 4x^2 + 5b & \text{khi } x = 0 \end{cases} \text{ liên tục tại } x = 0.$$

A. $a = 5b$.

B. $a = 10b$.

C. $a = b$.

D. $a = 2b$.

Lời giải

Chọn B

$$\text{Ta có } \lim_{x \rightarrow 0} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{ax+1}-1}{x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{a}{\sqrt{ax+1}+1} = \frac{a}{2} \text{ và } f(0) = 5b.$$

$$\text{Để hàm số đã cho liên tục tại } x=0 \text{ khi } \lim_{x \rightarrow 0} f(x) = f(0) \Leftrightarrow \frac{a}{2} = 5b \Leftrightarrow a = 10b.$$

Câu 42. Cho phương trình : $(m^2 - 4)(x-1)^{2020} = 2019 \cdot \sqrt{4-x}$

Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để phương trình trên vô nghiệm.

A. 5

B. 3

C. 4

D. 1

Lời giải

Chọn B

$$(m^2 - 4)(x-1)^{2020} = 2019 \cdot \sqrt{4-x}$$

Đk: $x \leq 4$

+) Nếu $m^2 - 4 = 0 \Leftrightarrow m = \pm 2$

Khi đó ta có pt: $\sqrt{4-x} = 0 \Leftrightarrow x = 4 (tm)$

 \Rightarrow Pt đã cho có nghiệm.

+) Nếu $m^2 - 4 < 0 \Leftrightarrow -2 < m < 2$

• Nếu $x=1$ thì $VT=0, VP>0 \Rightarrow$ Pt đã cho vô nghiệm.

• Nếu $x=4$ thì $VT<0, VP=0 \Rightarrow$ Pt đã cho vô nghiệm.

• Nếu $x \in (-\infty; 1) \cup (1; 4)$ thì $VT < 0, VP > 0 \Rightarrow$ Pt đã cho vô nghiệm.

+) Nếu $m^2 - 4 > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m < -2 \\ m > 2 \end{cases}$.

Xét $f(x) = (m^2 - 4)(x-1)^{2020} - 2019 \cdot \sqrt{4-x}$.

 $f(x)$ là hàm liên tục trên tập xác định $\Rightarrow f(x)$ liên tục trên $[1; 4]$

Ta có: $f(1) = -2019 \cdot \sqrt{3} < 0, f(4) = 3^{2020} \cdot (m^2 - 4) > 0$

$\Rightarrow f(1) \cdot f(4) < 0.$

 \Rightarrow Pt đã cho có ít nhất 1 nghiệm thuộc $(1; 4)$.Vậy $-2 < m < 2$ thì pt đã cho vô nghiệm

Mà $m \in \mathbb{Z}$ nên $m \in \{-1; 0; 1\}$.

Do đó có 3 giá trị nguyên của m để pt đã cho vô nghiệm.

Câu 43. Kết quả của giới hạn $\lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{21}{1-x^{21}} - \frac{20}{1-x^{20}} \right) = \frac{a}{b}, (a, b \in \mathbb{Z}, \frac{a}{b} \text{ tối giản})$. Tính tổng $S = a + b$

A. 41.

B. 2.

C. 3.

D. 5.

Lời giải

Chọn C

$$\lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{21}{1-x^{21}} - \frac{20}{1-x^{20}} \right) = \lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{21}{1-x^{21}} - \frac{1}{1-x} - \left(\frac{20}{1-x^{20}} - \frac{1}{1-x} \right) \right).$$

Ta

$$\lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{21}{1-x^{21}} - \frac{1}{1-x} \right) = \lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{21}{1-x^{21}} - \frac{1+x+x^2+\dots+x^{20}}{1-x^{21}} \right) = \lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{1-x+1-x^2+\dots+1-x^{20}}{1-x^{21}} \right)$$

có

$$= \lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{1 + (1+x) + \dots + (1+x+\dots+x^{19})}{1+x+x^2+\dots+x^{20}} \right) = \frac{1+2+3+\dots+20}{21} = \frac{\frac{20}{2}(1+20)}{21} = \frac{20}{2}.$$

Tương tự ta có $\lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{20}{1-x^{20}} - \frac{1}{1-x} \right) = \frac{19}{2}.$

Vậy ta có $\lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{21}{1-x^{21}} - \frac{20}{1-x^{20}} \right) = \lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{21}{1-x^{21}} - \frac{1}{1-x} - \left(\frac{20}{1-x^{20}} - \frac{1}{1-x} \right) \right)$

$$= \lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{21}{1-x^{2021}} - \frac{1}{1-x} \right) - \lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{20}{1-x^{20}} - \frac{1}{1-x} \right) = \frac{20}{2} - \frac{19}{2} = \frac{1}{2}$$

Vậy $a=1, b=2 \Rightarrow a+b=3.$

Câu 44. Cho hàm số $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - (m-2)x^2 - (2m-3)x + 2020$, biết rằng tồn tại giá trị m sao cho $f'(x) \geq 0$ với $\forall x \in \mathbb{R}$, khi đó m thuộc khoảng nào sau đây?

A. $(0; 2).$

B. $(-3; -1).$

C. $(3; 6).$

D. $(-4; -2).$

Lời giải

Chọn A

Ta có: $f'(x) = x^2 - 2(m-2)x - (2m-3)$

$$f'(x) \geq 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} a > 0 \\ \Delta_f \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1 > 0 \text{ (t/m)} \\ (m-2)^2 + 2m - 3 \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow m^2 - 2m + 1 \leq 0 \Leftrightarrow (m-1)^2 \leq 0$$

$$\Leftrightarrow m = 1 \Rightarrow m \in (0; 2)$$

Câu 45. Cho hàm số $y = \frac{x+2}{2x+3}$ (C), đường thẳng $y = ax + b$ là tiếp tuyến của đồ thị hàm số (C), biết tiếp tuyến cắt trục hoành và trục tung lần lượt tại A và B sao cho tam giác OAB cân tại O với O là gốc tọa độ. Tính $S = a^2 + b^2$?

A. $S = 8$

B. $S = 1$

C. $S = 5$

D. $S = 10$

Lời giải

Chọn C

Tập xác định $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ -\frac{3}{2} \right\}.$

Tam giác OAB vuông cân tại O nên hệ số góc của tiếp tuyến là $k = 1$ hoặc $k = -1.$

Khi đó hoành độ tiếp điểm x_0 là nghiệm của phương trình:

$$y'(x_0) = k \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{-1}{(2x_0+3)^2} = 1 \text{ (VN)} \\ \frac{-1}{(2x_0+3)^2} = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \frac{-1}{(2x_0+3)^2} = -1 \Leftrightarrow \begin{cases} x_0 = -1 \\ x_0 = -2 \end{cases}$$

Với $x_0 = -1 \Rightarrow y_0 = 1$, phương trình tiếp tuyến là $y = -x$ (loại vì cắt trục tung và trục hoành tại O nên $A \equiv B \equiv O$).

Với $x_0 = -2 \Rightarrow y_0 = 0$, phương trình tiếp tuyến là $y = -x - 2$ (thỏa mãn).

Vậy tiếp tuyến là: $y = -x - 2 \Rightarrow S = a^2 + b^2 = 5.$

Câu 46. Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} ax^2 + bx + 1, x \geq 0 \\ ax - b - 1, x < 0 \end{cases}$. Khi hàm số $f(x)$ có đạo hàm tại $x_0 = 0$. Hãy tính

$$T = a + 2b.$$

A. $T = -4$.

B. $T = 0$.

C. $T = -6$.

D. $T = 4$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $f(0) = 1$.

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^+} (ax^2 + bx + 1) = 1.$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^-} (ax - b - 1) = -b - 1.$$

Để hàm số có đạo hàm tại $x_0 = 0$ thì hàm số phải liên tục tại $x_0 = 0$ nên

$$f(0) = \lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^-} f(x). \text{ Suy ra } -b - 1 = 1 \Leftrightarrow b = -2.$$

$$\text{Khi đó } f(x) = \begin{cases} ax^2 - 2x + 1, x \geq 0 \\ ax + 1, x < 0 \end{cases}.$$

Xét:

$$+) \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{f(x) - f(0)}{x} = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{ax^2 - 2x + 1 - 1}{x} = \lim_{x \rightarrow 0^+} (ax - 2) = -2.$$

$$+) \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{f(x) - f(0)}{x} = \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{ax + 1 - 1}{x} = \lim_{x \rightarrow 0^-} (a) = a.$$

Hàm số có đạo hàm tại $x_0 = 0$ thì $a = -2$.

Vậy với $a = -2, b = -2$ thì hàm số có đạo hàm tại $x_0 = 0$ khi đó $T = -6$.

Câu 47. Cho hàm số $y = x^4 - 2mx^2 + m$, có đồ thị (C) với m là tham số thực. Gọi A là điểm thuộc đồ thị (C) có hoành độ bằng 1. Tìm m để tiếp tuyến Δ với đồ thị (C) tại A cắt đường tròn $(\gamma): x^2 + (y - 1)^2 = 4$ tạo thành một dây cung có độ dài nhỏ nhất.

A. $\frac{16}{13}$.

B. $-\frac{13}{16}$.

C. $\frac{13}{16}$.

D. $-\frac{16}{13}$.

Lời giải

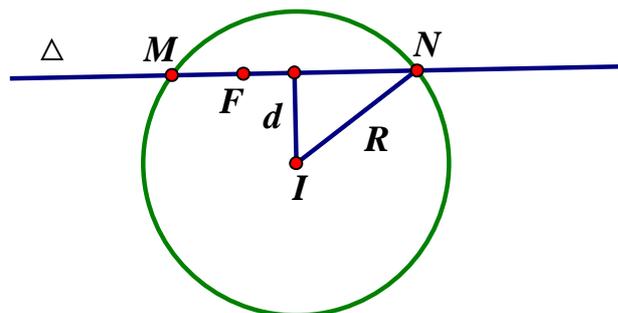
Chọn C

Đường tròn $(\gamma): x^2 + (y - 1)^2 = 4$ có tâm $I(0; 1), R = 2$.

Ta có $A(1; 1 - m); y' = 4x^3 - 4mx \Rightarrow y'(1) = 4 - 4m$.

Suy ra phương trình $\Delta: y = (4 - 4m)(x - 1) + 1 - m$. Dễ thấy Δ luôn đi qua điểm cố định

$F\left(\frac{3}{4}; 0\right)$ và điểm F nằm trong đường tròn (γ) .



Giả sử Δ cắt (γ) tại M, N . Thế thì ta có: $MN = 2\sqrt{R^2 - d^2(I, \Delta)} = 2\sqrt{4 - d^2(I, \Delta)}$.

Do đó MN nhỏ nhất $\Leftrightarrow d(I, \Delta)$ lớn nhất $\Leftrightarrow d(I, \Delta) = IF \Rightarrow \Delta \perp IF$.

Khi đó đường Δ có 1 vectơ chỉ phương $\vec{u} \perp \vec{IF} = \left(\frac{3}{4}; -1\right)$; $\vec{u} = (1; 4 - 4m)$ nên ta có:

$$\vec{u} \cdot \vec{n} = 0 \Leftrightarrow 1 \cdot \frac{3}{4} - (4 - 4m) = 0 \Leftrightarrow m = \frac{13}{16}$$

Câu 48. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh $AB = 2a$. Tính khoảng cách giữa hai mặt phẳng (DBC') và $(AD'B')$.

A. $\frac{2\sqrt{3}}{3}a$.

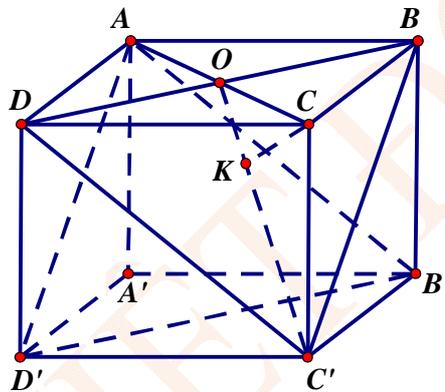
B. $\sqrt{3}a$.

C. $\frac{\sqrt{3}}{3}a$.

D. $\frac{\sqrt{3}}{2}a$.

Lời giải

Chọn A



Gọi O là giao điểm của AC và DB .

Gọi K là hình chiếu của C lên cạnh OC' .

$$\text{Ta có } \begin{cases} DB // D'B', D'B' \subset (AD'B') \\ DC' // AB', AB' \subset (AD'B') \Rightarrow (DBC') // (AD'B') \\ DB \cap DC' = \{D\} \end{cases}$$

$$\Rightarrow d((DBC'), (AD'B')) = d(A, (DBC')) = d(C, (DBC'))$$

$$\text{Mà } \begin{cases} BD \perp OC, OC \subset (COC') \\ BD \perp CC', CC' \subset (COC') \Rightarrow BD \perp (COC') \Rightarrow BD \perp CK \\ OC \cap CC' = \{C\} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} CK \perp BD, BD \subset (DBC') \\ CK \perp OC', OC' \subset (DBC') \Rightarrow CK \perp (DBC') \Rightarrow d(C, (DBC')) = CK \\ BD \cap OC' = \{O\} \end{cases}$$

Do tam giác OCC' vuông tại C đường cao CK và tam giác DBC vuông tại C đường cao CO

$$\Rightarrow \frac{1}{CK^2} = \frac{1}{CO^2} + \frac{1}{CC'^2} = \frac{1}{CB^2} + \frac{1}{CD^2} + \frac{1}{CK^2} = \frac{3}{4a^2} \Rightarrow CK = \frac{2\sqrt{3}}{3}a$$

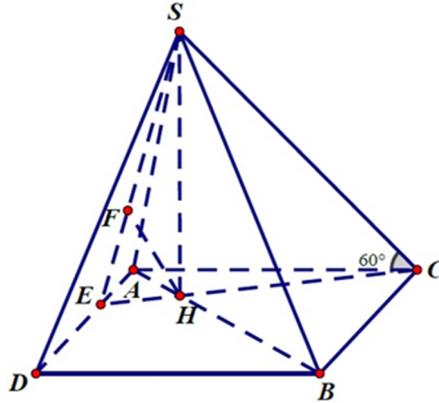
$$\text{Vậy } d((DBC'), (AD'B')) = CK = \frac{2\sqrt{3}}{3}a$$

Câu 49. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh bằng $4a$. Chân đường cao hạ từ đỉnh S lên mặt phẳng đáy là điểm H thuộc cạnh AB sao cho $AB = 4AH$, góc tạo bởi đường thẳng SC và mặt phẳng (ABC) bằng 60° . Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng SA và BC .

- A. $\frac{4a\sqrt{2067}}{53}$. B. $\frac{4a\sqrt{2067}}{43}$. C. $\frac{4a\sqrt{2067}}{23}$. D. $\frac{4a\sqrt{2067}}{33}$.

Lời giải

Chọn A.



Ta có $SH \perp (ABC) \Rightarrow (\widehat{SC, (ABC)}) = \widehat{SCH} = 60^\circ$.

$$HC^2 = AC^2 + AH^2 - 2AC \cdot AH \cdot \cos 60^\circ = 16a^2 + a^2 - 2 \cdot 4a \cdot a \cdot \frac{1}{2} = 13a^2$$

$$\Rightarrow HC = a\sqrt{13} \Rightarrow SH = HC \cdot \tan 60^\circ = a\sqrt{39}.$$

Dựng $\overline{AD} = \overline{CB} \Rightarrow AD \parallel CB \Rightarrow BC \parallel (SAD)$

$$\Rightarrow d(SA; BC) = d(BC; (SAD)) = d(B; (SAD)) = 4d(H; (SAD)).$$

Dựng $HE \perp AD$ tại $E \Rightarrow AD \perp (SHE) \Rightarrow (SAD) \perp (SHE)$.

Dựng $HF \perp SE$ tại $F \Rightarrow HF \perp (SAD) \Rightarrow HF = d(H; (SAD))$.

$$\text{Mặt khác, } HE = AH \sin 60^\circ = \frac{a\sqrt{3}}{2}$$

$$\frac{1}{HF^2} = \frac{1}{HE^2} + \frac{1}{SH^2} = \frac{4}{3a^2} + \frac{1}{39a^2} = \frac{53}{39a^2} \Rightarrow HF = \frac{a\sqrt{2067}}{53} \Rightarrow d(B; (SAD)) = \frac{4a\sqrt{2067}}{53}.$$

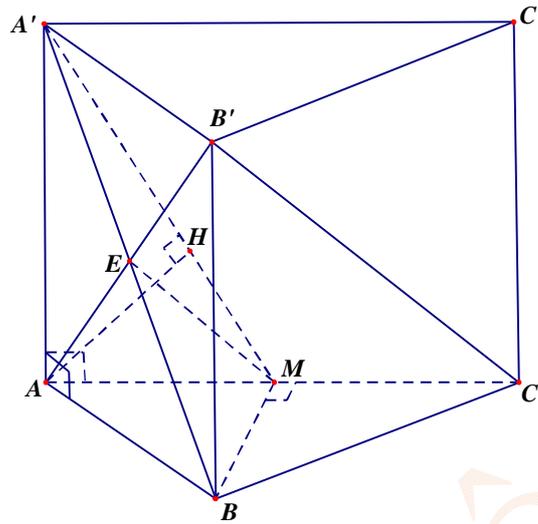
$$\text{Vậy } d(SA; BC) = \frac{4a\sqrt{2067}}{53}.$$

Câu 50. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a . Cạnh bên $AA' = a\sqrt{2}$. Khoảng cách giữa hai đường thẳng $A'B$ và $B'C$ là:

- A. $a\sqrt{2}$ B. $\frac{a}{3}$ C. $\frac{a\sqrt{2}}{3}$ D. $\frac{2a}{3}$.

Lời giải.

Chọn C.



Gọi M là trung điểm AC , $E = AB' \cap A'B \Rightarrow E$ là trung điểm của AB'

Khi đó $B'C // ME \Rightarrow B'C // (A'BM)$

$$\Rightarrow d(B'C, A'B) = d(B'C, (A'BM)) = d(C, (A'BM)) = d(A, (A'BM)) \quad (*)$$

Trong mặt phẳng $(A'AM)$: kẻ $AH \perp A'M$ (1)

Do ΔABC đều $\Rightarrow BM \perp AC$

$ABC.A'B'C'$ là hình lăng trụ đứng $\Rightarrow AA' \perp (ABC) \Rightarrow AA' \perp BM$

Nên $BM \perp (A'AM) \Rightarrow BM \perp AH$ (2)

Từ (1) và (2) $\Rightarrow AH \perp (A'BM) \Rightarrow d(A, (A'BM)) = AH$ (**)

Trong tam giác $A'AM$ vuông tại A , AH là đường cao:

$$\frac{1}{AH^2} = \frac{1}{A'A^2} + \frac{1}{AM^2} = \frac{1}{2a^2} + \frac{4}{a^2} = \frac{9}{2a^2} \Rightarrow AH = \frac{a\sqrt{2}}{3} \quad (***)$$

Từ (*), (**), (***) $\Rightarrow d(A'B, B'C) = \frac{a\sqrt{2}}{3}$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

KIỂM TRA HỌC KỲ II NĂM HỌC 2020 - 2021

Môn: TOÁN - Lớp 11 - Chương trình chuẩn

Thời gian: 90 phút (Không kể thời gian phát đề)

Mã đề thi

Họ và tên thí sinh:..... SBD:.....

Câu 1. [NB] Đạo hàm của hàm số $y = \sqrt{4x^2 + 3x + 1}$ là hàm số nào sau đây?

A. $y = \frac{1}{2\sqrt{4x^2 + 3x + 1}}$.

B. $y = \frac{8x + 3}{2\sqrt{4x^2 + 3x + 1}}$.

C. $y = 12x + 3$.

D. $y = \frac{8x + 3}{\sqrt{4x^2 + 3x + 1}}$.

Câu 2. [TH] Cho hàm số $y = x^3 - 3x^2$ có đồ thị (C). Có bao nhiêu tiếp tuyến của (C) song song với đường thẳng $y = 9x + 10$?

A. 1.

B. 3.

C. 2.

D. 4.

Câu 3. [NB] Tính đạo hàm của hàm số $y = (x - 5)^4$.

A. $y' = (x - 5)^3$.

B. $y' = -20(x - 5)^3$.

C. $y' = -5(x - 5)^3$.

D. $y' = 4(x - 5)^3$.

Câu 4. [TH] Tính đạo hàm của hàm số $y = \sqrt{\cos 2x}$.

A. $y' = -\frac{\sin 2x}{2\sqrt{\cos 2x}}$.

B. $y' = \frac{\sin 2x}{\sqrt{\cos 2x}}$.

C. $y' = \frac{\sin 2x}{2\sqrt{\cos 2x}}$.

D. $y' = -\frac{\sin 2x}{\sqrt{\cos 2x}}$.

Câu 5. [TH] Với a là số thực khác 0, $\lim_{x \rightarrow a} \frac{x^2 - (a+1)x + a}{x^2 - a^2}$ bằng:

A. $a - 1$

B. $a + 1$.

C. $\frac{a-1}{2a}$.

D. $\frac{a+1}{2a}$.

Câu 6. [NB] Đạo hàm của hàm số $y = x^4 + \frac{1}{x} - \sqrt{x}$ là:

A. $y' = 4x^3 - \frac{1}{x^2} - \frac{1}{2\sqrt{x}}$.

B. $y' = 4x^3 - \frac{1}{x^2} - \frac{1}{2\sqrt{x}}$.

C. $y' = 4x^3 + \frac{1}{x^2} - \frac{1}{2\sqrt{x}}$.

D. $y' = 4x^3 - \frac{1}{x^2} + \frac{1}{2\sqrt{x}}$.

Câu 7. [NB] Tiếp tuyến với đồ thị hàm số $y = x^3 - x^2$ tại điểm có hoành độ $x_0 = -2$ có phương trình là

A. $y = 20x + 14$.

B. $y = 20x + 24$.

C. $y = 16x + 20$.

D. $y = 16x - 56$.

Câu 8. [NB] Tính đạo hàm cấp hai của hàm số $y = \frac{1}{x}$.

A. $y'' = -\frac{2}{x^3}$.

B. $y'' = -\frac{1}{x^2}$.

C. $y'' = \frac{1}{x^2}$.

D. $y'' = \frac{2}{x^3}$.

Câu 9. [TH] Tính $\lim_{x \rightarrow -\infty} (2x^3 - 3x^2 + 1)$.

A. $-\infty$.

B. -2 .

C. 2 .

D. $+\infty$.

- Câu 10.** [VD] Cho chất điểm chuyển động với phương trình $s = \frac{1}{2}(t^4 - 3t^2)$, trong đó s được tính bằng mét (m), t được tính bằng giây (s). Vận tốc của chuyển động tại thời điểm $t = 5s$ bằng
- A. 325 (m/s). B. 352 (m/s). C. 253 (m/s). D. 235 (m/s).
- Câu 11.** [NB] $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x+1}{x-2}$ bằng bao nhiêu?
- A. $-\infty$. B. 1. C. $+\infty$. D. -2.
- Câu 12.** [NB] Số gia của hàm số $f(x) = x^3$ ứng với $x_0 = 3$ và $\Delta x = 1$ bằng bao nhiêu?
- A. -26. B. 37. C. -37. D. 26.
- Câu 13.** [NB] Hàm số $f(x) = \frac{x^2+1}{x^2-3x+2}$ liên tục trên khoảng nào sau đây:
- A. (1 ; 2). B. (1 ; $+\infty$). C. ($-\infty$; 2). D. (-1 ; 2).
- Câu 14.** [NB] $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{5}{3x+2}$ bằng bao nhiêu:
- A. 0. B. 1. C. $+\infty$. D. $\frac{5}{3}$.
- Câu 15.** [VD] Biết hàm số $f(x) - f(2x)$ có đạo hàm bằng 20 tại $x = 1$ và đạo hàm bằng 1000 tại $x = 2$. Tính đạo hàm của hàm số $f(x) - f(4x)$ tại $x = 1$.
- A. -2020. B. 2020. C. 1020. D. -1020
- Câu 16.** [NB] Tính $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{4}{n^2+1}$
- A. 4. B. 0. C. $+\infty$. D. $-\infty$
- Câu 17.** [TH] Tìm m để hàm số $y = \frac{(m+1)x^3}{3} - (m+1)x^2 + (3m+2)x + 1$ có $y' \leq 0, \forall x \in R$
- A. $m \leq -\frac{1}{2}$. B. $m < -1$. C. $m \leq 1$. D. $m \leq -1$
- Câu 18.** [TH] Cho hàm số $y = 2 - \frac{4}{x}$ có đồ thị (H). Đường thẳng Δ vuông góc với đường thẳng $d: y = -x + 2$ và tiếp xúc với (H) thì phương trình của Δ là
- A. $y = x + 4$. B. $\begin{cases} y = x - 2 \\ y = x + 4 \end{cases}$. C. $\begin{cases} y = x - 2 \\ y = x + 6 \end{cases}$. D. Không tồn tại.
- Câu 19.** [NB] Hàm số $y = \cot x$ có đạo hàm là
- A. $y' = -\tan x$. B. $y' = -\frac{1}{\cos^2 x}$. C. $y' = 1 + \cot^2 x$. D. $y' = -\frac{1}{\sin^2 x}$.
- Câu 20.** [TH] Hàm số $y = x - \frac{4}{x}$ có đạo hàm bằng
- A. $\frac{-x^2+4}{x^2}$. B. $\frac{-x^2-4}{x^2}$.
C. $\frac{x^2-4}{x^2}$. D. $\frac{x^2+4}{x^2}$.
- Câu 21.** [NB] Trong các dãy số (u_n) sau, dãy số nào có giới hạn bằng $+\infty$?

A. $u_n = \frac{1}{n}$. B. $u_n = \left(\frac{2}{3}\right)^n$. C. $u_n = \left(-\frac{1}{2}\right)^n$. D. $u_n = 3^n$.

Câu 22. [TH] Phương trình tiếp tuyến của (C): $y = x^3$ biết nó vuông góc với đường thẳng

$\Delta: y = -\frac{x}{27} + 8$ là:

A. $y = -\frac{1}{27}x + 8$. B. $y = 27x \pm 3$. C. $y = -\frac{1}{27}x \pm 3$. D. $y = 27x \pm 54$.

Câu 23. [TH] Cho các hàm số $f(x) = \sin^4 x + \cos^4 x$, $g(x) = \sin^6 x + \cos^6 x$. Tính biểu thức

$3f'(x) - 2g'(x) + 2$.

A. 1. B. 0. C. 3. D. 2.

Câu 24. [TH] Hàm số $y = \frac{2}{\cos(\pi x)}$ có $y'(3)$ bằng:

A. $\frac{8\pi}{3}$. B. 2π . C. $\frac{4\sqrt{3}}{3}$. D. 0.

Câu 25. [NB] Hệ số góc của tiếp tuyến với đồ thị hàm số $y = x^3 - 4x^2 + 1$ tại điểm có hoành độ bằng 1 là

A. -5. B. 5. C. 4. D. -4.

Câu 26. [TH] Tính tổng $S = \frac{1}{5} + \frac{1}{25} + \frac{1}{125} + \dots + \frac{1}{5^n} + \dots$

A. $\frac{1}{4}$. B. $\frac{5}{4}$.
C. $\frac{5}{6}$. D. $\frac{11}{6}$.

Câu 27. [TH] Tính đạo hàm của hàm số $f(x) = \sin^3 x$ tại điểm $x = \frac{\pi}{6}$.

A. $f'\left(\frac{\pi}{6}\right) = \frac{9}{8}$. B. $f'\left(\frac{\pi}{6}\right) = \frac{3\sqrt{3}}{4}$. C. $f'\left(\frac{\pi}{6}\right) = \frac{9}{4}$. D. $f'\left(\frac{\pi}{6}\right) = \frac{3\sqrt{3}}{8}$.

Câu 28. [VD] Trên đồ thị của hàm số $y = \frac{3x}{x-2}$ có điểm $M(x_0; y_0)$ ($x_0 < 0$) sao cho tiếp tuyến tại đó

cùng với các trục tọa độ tạo thành một tam giác có diện tích bằng $\frac{3}{4}$. Khi đó $x_0 + 2y_0$ bằng

A. $-\frac{1}{2}$. B. -1. C. $\frac{1}{2}$. D. 1.

Câu 29. [TH] Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 + 4x + 3}{x + 3}, & \text{khi } x > -3 \\ 2a, & \text{khi } x \leq -3 \end{cases}$. Giá trị của a để $f(x)$ liên tục tại $x_0 = -3$

là

A. 1. B. 2. C. -1. D. -2.

Câu 30. [VD] Cho $u_n = \frac{1}{1.3} + \frac{1}{3.5} + \dots + \frac{1}{(2n-1).(2n+1)}$ thì $\lim\left(u_n - \frac{1}{2}\right)$ bằng

- A. 0. B. -1. C. 1. D. $\frac{1}{2}$.

Câu 31. [TH] Hàm số nào trong các hàm số dưới đây **không** liên tục trên \mathbb{R} ?

- A. $y = \frac{x}{x+2}$. B. $y = \frac{2x-1}{x^2+1}$.
C. $y = \cos x$. D. $y = x^4 - 2x^2 - 3$.

Câu 32. [VD] Cho hàm số $y = -\frac{1}{3}x^3 - 2x^2 - 3x + 1$ có đồ thị (C). Trong các tiếp tuyến với (C), tiếp tuyến có hệ số góc lớn nhất bằng bao nhiêu?

- A. $k = 3$. B. $k = 2$. C. $k = 0$. D. $k = 1$.

Câu 33. [NB] Hàm số $y = \sin x$ có đạo hàm là

- A. $y' = -\cos x$. B. $y' = -\sin x$. C. $y' = \cos x$. D. $y' = \frac{1}{\cos x}$.

Câu 34. [NB] Tính đạo hàm của hàm số sau $y = \frac{-3x+4}{x-2}$.

- A. $y' = \frac{2}{(x-2)^2}$. B. $y' = \frac{-11}{(x-2)^2}$. C. $y' = \frac{-5}{(x-2)^2}$. D. $y' = \frac{10}{(x-2)^2}$.

Câu 35. Cho đồ thị (H): $y = \frac{x+2}{x-1}$ và điểm $A \in (H)$ có tung độ $y = 4$. Hãy lập phương trình tiếp tuyến của (H) tại điểm A.

- A. $y = x - 2$ B. $y = -3x - 11$. C. $y = 3x + 11$. D. $y = -3x + 10$.

Câu 36. Cho hai đường thẳng a, b và mặt phẳng (P). Chỉ ra mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau:

- A. Nếu $a // (P)$ và $b \perp (P)$ thì $a \perp b$. B. Nếu $a \perp (P)$ và $b \perp a$ thì $b // (P)$.
C. Nếu $a // (P)$ và $b \perp a$ thì $b \perp (P)$. D. Nếu $a // (P)$ và $b \perp a$ thì $b // (P)$.

Câu 37: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi tâm O. Biết rằng $SA = SC, SB = SD$. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $CD \perp AD$. B. $CD \perp (SBD)$. C. $AB \perp (SAC)$. D. $SO \perp (ABCD)$.

Câu 38: Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng a , chiều cao hình chóp bằng $\frac{a}{2\sqrt{3}}$. Góc giữa mặt bên và mặt đáy bằng

Câu 39. [TH] Cho hình chóp $S.ABC$ có SA, SB, SC đôi một vuông góc với nhau và $SA = SB = SC = a$. Gọi M là trung điểm của AB . Tính góc giữa hai đường thẳng SM và BC .

Câu 40. [TH] Cho tứ diện $ABCD$ có AB, BC, CD đôi một vuông góc với nhau và $AB = a, BC = b$,

Câu 41. [TH] Cho hình thang vuông $ABCD$ vuông ở A và $D, AD = 2a$. Trên đường thẳng vuông góc tại D với $(ABCD)$ lấy điểm S với $SD = a\sqrt{2}$. Tính khoảng cách giữa đường thẳng DC và (SAB) .

Câu 42. [TH] Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy. Gọi AE, AF lần lượt là đường cao của tam giác SAB và tam giác SAD . Khẳng định nào dưới đây là đúng?

- A. $SC \perp (AFB)$ B. $SC \perp (AEC)$ C. $SC \perp (AEF)$ D. $SC \perp (AED)$

Câu 43. [VD] Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác đều cạnh a , mặt bên SBC là tam giác cân tại $S, SB = 2a, (SBC) \perp (ABC)$. Gọi α là góc giữa hai mặt phẳng (SAB) và (SAC) , tính $\cos \alpha$

- Câu 44.** [TH] Cho tam giác ABC vuông cân tại A và $BC = a$. Trên đường thẳng qua A vuông góc với (ABC) lấy điểm S sao cho $SA = \frac{a\sqrt{6}}{2}$. Tính số đo góc giữa đường thẳng SA và (ABC)
- Câu 45:** Cho tứ diện đều $ABCD$ (Tứ diện có tất cả các cạnh bằng nhau). Số đo góc giữa hai đường thẳng AB và CD bằng
- Câu 46:** Cho hình chóp $S.ABCD$ có $SA \perp (ABCD)$, đáy $ABCD$ là hình thoi cạnh bằng a và $\widehat{ABC} = 60^\circ$. Biết $SA = 2a$. Tính khoảng cách từ A đến SC .
- Câu 47.** [VD] Cho hình vuông $ABCD$ có tâm O và cạnh bằng $2a$. Trên đường thẳng qua O vuông góc với $(ABCD)$ lấy điểm S . Biết góc giữa SA và $(ABCD)$ có số đo bằng 45° . Tính độ dài SO .
- Câu 48.** [VD] Cho hình chóp $S.ABCD$ có $SA \perp (ABCD)$, đáy $ABCD$ là hình chữ nhật. Biết $AD = 2a, SA = a$. Khoảng cách từ A đến (SCD) bằng
- Câu 49.** [VD] Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a . Gọi I là trung điểm của AB , hình chiếu của S lên mặt phẳng (ABC) là trung điểm của CI , góc giữa SA và mặt đáy bằng 45° . Gọi G là trọng tâm tam giác SBC . Khoảng cách giữa hai đường thẳng SA và CG bằng:
- Câu 50.** [VD] Cho hình chóp $S.ABCD$, đáy $ABCD$ là hình thang vuông tại A và B . $AB = a$, $BC = 2a$, $SA = a$, $AD = 3a$. SA vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$. F thuộc SC sao cho $SF = 3FC$, E thuộc SD sao cho $SD = 3SE$. Khoảng cách từ F đến mặt phẳng (EBD) bằng:

BẢNG ĐÁP ÁN

1.B	2.C	3.D	4.D	5.C	6.A	7.C	8.D	9.A	10.D
11.D	12.B	13.A	14.A	15.B	16.B	17.D	18.C	19.D	20.D
21.D	22.D	23.D	24.D	25.A	26.A	27.D	28.D	29.C	30.A
31.A	32.D	33.C	34.A	35.D	36.A	37.D	42.C		

LỜI GIẢI

Câu 1. [NB] Đạo hàm của hàm số $y = \sqrt{4x^2 + 3x + 1}$ là hàm số nào sau đây?

A. $y = \frac{1}{2\sqrt{4x^2 + 3x + 1}}$.

B. $y = \frac{8x + 3}{2\sqrt{4x^2 + 3x + 1}}$.

C. $y = 12x + 3$.

D. $y = \frac{8x + 3}{\sqrt{4x^2 + 3x + 1}}$.

Lời giải

Ta có: $y = \sqrt{4x^2 + 3x + 1} \Rightarrow y' = \frac{(4x^2 + 3x + 1)'}{2\sqrt{4x^2 + 3x + 1}} = \frac{8x + 3}{2\sqrt{4x^2 + 3x + 1}}$

Câu 2. [TH] Cho hàm số $y = x^3 - 3x^2$ có đồ thị (C). Có bao nhiêu tiếp tuyến của (C) song song với đường thẳng $y = 9x + 10$?

A. 1.

B. 3.

C. 2.

D. 4.

Lời giải

Ta có: $y = x^3 - 3x^2 \Rightarrow y' = 3x^2 - 6x$

Gọi $(x_0; y_0)$ là tọa độ tiếp điểm của tiếp tuyến của (C)

Vì tiếp tuyến của (C) song song với đường thẳng $y = 9x + 10$ nên $3x_0^2 - 6x_0 = 9 \Leftrightarrow \begin{cases} x_0 = -1 \\ x_0 = 3 \end{cases}$

Với $x_0 = -1 \Rightarrow y_0 = -4$ suy ra tiếp tuyến của (C) là $y = 9x + 5$

Với $x_0 = 3 \Rightarrow y_0 = 0$ suy ra tiếp tuyến của (C) là $y = 9x - 27$

Vậy có 2 tiếp tuyến của (C) song song với đường thẳng $y = 9x + 10$.

Cách 2:

Gọi Δ là tiếp tuyến của (C) song song với đường thẳng $y = 9x + 10$ suy ra phương trình tiếp tuyến $\Delta: y = 9x + b$ ($b \neq 10$)

Do Δ tiếp xúc với (C), ta có hệ phương trình: $\begin{cases} x^3 - 3x^2 = 9x + b \\ 3x^2 - 6x = 9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ b = 5 \end{cases} \vee \begin{cases} x = 3 \\ b = -27 \end{cases}$

Vậy có 2 tiếp tuyến của (C) song song với đường thẳng $y = 9x + 10$.

Câu 3. [NB] Tính đạo hàm của hàm số $y = (x - 5)^4$.

A. $y' = (x - 5)^3$.

B. $y' = -20(x - 5)^3$.

C. $y' = -5(x - 5)^3$.

D. $y' = 4(x - 5)^3$.

Lời giải

Ta có: $y' = 4(x - 5)^3 (x - 5)' = 4(x - 5)^3$.

Câu 4. [TH] Tính đạo hàm của hàm số $y = \sqrt{\cos 2x}$.

A. $y' = -\frac{\sin 2x}{2\sqrt{\cos 2x}}$.

B. $y' = \frac{\sin 2x}{\sqrt{\cos 2x}}$.

C. $y' = \frac{\sin 2x}{2\sqrt{\cos 2x}}$.

D. $y' = -\frac{\sin 2x}{\sqrt{\cos 2x}}$.

Lời giải

Ta có: $y' = \frac{(\cos 2x)'}{2\sqrt{\cos 2x}} = \frac{-2\sin 2x}{2\sqrt{\cos 2x}} = \frac{-\sin 2x}{\sqrt{\cos 2x}}$.

Câu 5. [TH] Với a là số thực khác 0, $\lim_{x \rightarrow a} \frac{x^2 - (a+1)x + a}{x^2 - a^2}$ bằng:

- A.** $a-1$ **B.** $a+1$. **C.** $\frac{a-1}{2a}$. **D.** $\frac{a+1}{2a}$.

Lời giải

$$\begin{aligned} \text{Với } a \neq 0; x \neq a: \quad \lim_{x \rightarrow a} \frac{x^2 - (a+1)x + a}{x^2 - a^2} &= \lim_{x \rightarrow a} \frac{(x-a)(x-1)}{(x-a)(x+a)} \\ &= \lim_{x \rightarrow a} \frac{x-1}{x+a} = \frac{a-1}{2a} \end{aligned}$$

Câu 6. [NB] Đạo hàm của hàm số $y = x^4 + \frac{1}{x} - \sqrt{x}$ là:

- A.** $y' = 4x^3 - \frac{1}{x^2} - \frac{1}{2\sqrt{x}}$. **B.** $y' = 4x^3 - \frac{1}{x^2} - \frac{1}{2\sqrt{x}}$.
C. $y' = 4x^3 + \frac{1}{x^2} - \frac{1}{2\sqrt{x}}$. **D.** $y' = 4x^3 - \frac{1}{x^2} + \frac{1}{2\sqrt{x}}$.

Lời giải

$$\text{Ta có: } y' = 4x^3 - \frac{1}{x^2} - \frac{1}{2\sqrt{x}}$$

Câu 7. [NB] Tiếp tuyến với đồ thị hàm số $y = x^3 - x^2$ tại điểm có hoành độ $x_0 = -2$ có phương trình là

- A.** $y = 20x + 14$. **B.** $y = 20x + 24$. **C.** $y = 16x + 20$. **D.** $y = 16x - 56$.

Lời giải

$$\text{Ta có } y' = 3x^2 - 2x.$$

Gọi $M_0(x_0, y_0)$ là tiếp điểm của tiếp tuyến với đồ thị hàm số.

Với $x_0 = -2$ ta có $y_0 = -12$.

Hệ số góc của tiếp tuyến là $y'(-2) = 16$.

Vậy phương trình tiếp tuyến tại điểm có hoành độ $x_0 = -2$ là: $y = 16(x+2) - 12$ hay $y = 16x + 20$.

Câu 8. [NB] Tính đạo hàm cấp hai của hàm số $y = \frac{1}{x}$.

- A.** $y'' = -\frac{2}{x^3}$. **B.** $y'' = -\frac{1}{x^2}$. **C.** $y'' = \frac{1}{x^2}$. **D.** $y'' = \frac{2}{x^3}$.

Lời giải

$$\text{Ta có } y' = -\frac{1}{x^2}. \text{ Do đó } y'' = \frac{2}{x^3}.$$

Lưu ý: Ta có công thức tính đạo hàm của hàm số $y = \frac{1}{x^n}$ là $y' = -\frac{n}{x^{n+1}}$.

Câu 9. [TH] Tính $\lim_{x \rightarrow -\infty} (2x^3 - 3x^2 + 1)$.

A. $-\infty$.

B. -2 .

C. 2 .

D. $+\infty$.

Lời giải

$$\text{Ta có: } \lim_{x \rightarrow -\infty} (2x^3 - 3x^2 + 1) = \lim_{x \rightarrow -\infty} x^3 \left(2 - \frac{3}{x} + \frac{1}{x^3} \right)$$

$$\text{Vì } \lim_{x \rightarrow -\infty} x^3 = -\infty, \lim_{x \rightarrow -\infty} \left(2 - \frac{3}{x} + \frac{1}{x^3} \right) = 2 > 0 \text{ nên } \lim_{x \rightarrow -\infty} x^3 \left(2 - \frac{3}{x} + \frac{1}{x^3} \right) = -\infty.$$

$$\text{Vậy } \lim_{x \rightarrow -\infty} (2x^3 - 3x^2 + 1) = -\infty.$$

Câu 10. [VD] Cho chất điểm chuyển động với phương trình $s = \frac{1}{2}(t^4 - 3t^2)$, trong đó s được tính bằng mét (m), t được tính bằng giây (s). Vận tốc của chuyển động tại thời điểm $t = 5s$ bằng

A. 325 (m/s). **B.** 352 (m/s). **C.** 253 (m/s). **D.** 235 (m/s).

Lời giải

$$\text{Ta có: } v(t) = s'(t) = \frac{1}{2}(t^4 - 3t^2)' = \frac{1}{2}(4t^3 - 6t)$$

$$\text{Vận tốc của chuyển động tại thời điểm } t = 5s \text{ là: } v(5) = \frac{1}{2}(4 \cdot 5^3 - 6 \cdot 5) = 235 \text{ (m/s).}$$

Câu 11. [NB] $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x+1}{x-2}$ bằng bao nhiêu?

A. $-\infty$.

B. 1.

C. $+\infty$.

D. -2 .

Lời giải

$$\text{Thay số trực tiếp, ta có } \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x+1}{x-2} = \frac{1+1}{1-2} = \frac{2}{-1} = -2.$$

Câu 12. [NB] Số gia của hàm số $f(x) = x^3$ ứng với $x_0 = 3$ và $\Delta x = 1$ bằng bao nhiêu?

A. -26 .

B. 37.

C. -37 .

D. 26.

Lời giải

Ta có $\Delta y = f(x_0 + \Delta x) - f(x_0)$. Thay $x_0 = 3$, $\Delta x = 1$, ta được

$$\Delta y = f(x_0 + \Delta x) - f(x_0) = f(3+1) - f(3)$$

$$= f(4) - f(3) = 4^3 - 3^3 = 64 - 27 = 37.$$

Câu 13. [NB] Hàm số $f(x) = \frac{x^2 + 1}{x^2 - 3x + 2}$ liên tục trên khoảng nào sau đây:

A. $(1; 2)$.

B. $(1; +\infty)$.

C. $(-\infty; 2)$.

D. $(-1; 2)$.

Lời giải

Hàm số $f(x) = \frac{x^2 + 1}{x^2 - 3x + 2}$ là hàm phân thức hữu tỷ nên nó liên tục trên các khoảng của tập xác

định là: $(-\infty; 1)$, $(1; 2)$, $(2; +\infty)$. Do đó chọn đáp án A.

Câu 14. [NB] $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{5}{3x+2}$ bằng bao nhiêu:

A. 0.

B. 1.

C. $+\infty$.

D. $\frac{5}{3}$.

Lời giải

$$\text{Ta có } \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{5}{3x+2} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\frac{5}{x}}{3 + \frac{2}{x}} = 0.$$

- Câu 15.** [VD] Biết hàm số $f(x) - f(2x)$ có đạo hàm bằng 20 tại $x=1$ và đạo hàm bằng 1000 tại $x=2$. Tính đạo hàm của hàm số $f(x) - f(4x)$ tại $x=1$.
- A. -2020. **B.** 2020. C. 1020. D. -1020

Lời giải

Ta có:

Đạo hàm của hàm số $f(x) - f(2x)$ là $f'(x) - 2f'(2x)$

Đạo hàm của hàm số $f(x) - f(4x)$ là $f'(x) - 4f'(4x)$

Theo đề bài:

Hàm số $f(x) - f(2x)$ có đạo hàm bằng 20 tại $x=1$ nên $f'(1) - 2f'(2) = 20$

Hàm số $f(x) - f(2x)$ có đạo hàm bằng 1000 tại $x=2$ nên $f'(2) - 2f'(4) = 1000$

Khi đó:

Đạo hàm của hàm số $f(x) - f(4x)$ tại $x=1$ là:

$$\begin{aligned} f'(1) - 4f'(4) &= [f'(1) - 2f'(2)] + [2f'(2) - 4f'(4)] \\ &= [f'(1) - 2f'(2)] + 2[f'(2) - 2f'(4)] \\ &= 20 + 2 \cdot 1000 = 2020 \end{aligned}$$

- Câu 16.** [NB] Tính $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{4}{n^2+1}$

- A. 4. **B.** 0. C. $+\infty$. D. $-\infty$

Lời giải

$$\text{Ta có: } \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{4}{n^2+1} = 0$$

- Câu 17.** [TH] Tìm m để hàm số $y = \frac{(m+1)x^3}{3} - (m+1)x^2 + (3m+2)x + 1$ có $y' \leq 0, \forall x \in R$

- A. $m \leq -\frac{1}{2}$. B. $m < -1$. C. $m \leq 1$. **D.** $m \leq -1$

Lời giải

Ta có: $y' = (m+1)x^2 - 2(m+1)x + 3m+2$

TH1: $m+1=0 \Leftrightarrow m=-1 \Rightarrow y' = -1 < 0 \forall x \in R$

TH2: $m+1 \neq 0 \Leftrightarrow m \neq -1$. Khi đó:

$y' \leq 0 \forall x \in R \Leftrightarrow (m+1)x^2 - 2(m+1)x + 3m+2 \leq 0$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m+1 < 0 \\ \Delta' = (m+1)^2 - (m+1)(3m+2) \leq 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m < -1 \\ m^2 + 2m + 1 - (3m^2 + 5m + 2) \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < -1 \\ 2m^2 + 3m + 1 \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < -1 \\ m \leq -1 \\ m \geq \frac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow m < -1$$

Vậy với $m \leq -1$ thì $y' \leq 0, \forall x \in R$

Câu 18. [TH] Cho hàm số $y = 2 - \frac{4}{x}$ có đồ thị (H). Đường thẳng Δ vuông góc với đường thẳng

$d: y = -x + 2$ và tiếp xúc với (H) thì phương trình của Δ là

- A. $y = x + 4$. B. $\begin{cases} y = x - 2 \\ y = x + 4 \end{cases}$. C. $\begin{cases} y = x - 2 \\ y = x + 6 \end{cases}$. D. Không tồn tại.

Lời giải

Ta có: $y = 2 - \frac{4}{x} = f(x) \Rightarrow y' = \frac{4}{x^2} = f'(x)$

$d: y = -x + 2, k_d = -1$

Vì $\Delta \perp d \Rightarrow k_\Delta \cdot k_d = -1 \Leftrightarrow k_\Delta = 1$

Gọi $M(x_0; y_0)$ là tọa độ tiếp điểm của tiếp tuyến Δ và đồ thị (C). Khi đó: Hệ số góc của tiếp

tuyến tại M là: $k_\Delta = f'(x_0) = \frac{4}{x_0^2}$ và phương trình tổng quát của tiếp tuyến Δ là

$$y = f'(x_0)(x - x_0) + y_0$$

Từ đó suy ra: $f'(x_0) = \frac{4}{x_0^2} = 1 \Leftrightarrow x_0^2 = 4 \Leftrightarrow \begin{cases} x_{01} = 2 \Rightarrow y_{01} = 0 \Rightarrow M_1(2; 0) \\ x_{02} = -2 \Rightarrow y_{02} = 4 \Rightarrow M_2(-2; 4) \end{cases}$

$+M_1(2; 0) \rightarrow (\Delta_1): y = 1 \cdot (x - 2) + 0 \Leftrightarrow y = x - 2$

$+M_2(-2; 4) \rightarrow (\Delta_2): y = 1 \cdot (x + 2) + 4 \Leftrightarrow y = x + 6$

Vậy có 2 tiếp tuyến thỏa mãn yêu cầu bài toán

Câu 19. [NB] Hàm số $y = \cot x$ có đạo hàm là

- A. $y' = -\tan x$. B. $y' = -\frac{1}{\cos^2 x}$. C. $y' = 1 + \cot^2 x$. D. $y' = -\frac{1}{\sin^2 x}$.

Lời giải

Theo công thức đạo hàm của hàm số lượng giác, ta có $y' = (\cot x)' = -\frac{1}{\sin^2 x}$.

Câu 20. [TH] Hàm số $y = x - \frac{4}{x}$ có đạo hàm bằng

- A. $\frac{-x^2 + 4}{x^2}$. B. $\frac{-x^2 - 4}{x^2}$
C. $\frac{x^2 - 4}{x^2}$. D. $\frac{x^2 + 4}{x^2}$.

Lời giải

Hàm số $y = x - \frac{4}{x}$

Có $y' = (x)' - 4 \cdot \left(\frac{1}{x}\right)'$

$$= 1 - 4 \cdot \left(-\frac{1}{x^2}\right)$$

$$= 1 + \frac{4}{x^2}$$

$$= \frac{x^2 + 4}{x^2}$$

Câu 21. [NB] Trong các dãy số (u_n) sau, dãy số nào có giới hạn bằng $+\infty$?

A. $u_n = \frac{1}{n}$. B. $u_n = \left(\frac{2}{3}\right)^n$. C. $u_n = \left(-\frac{1}{2}\right)^n$. **D. $u_n = 3^n$.**

Lời giải

Ta có $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} = 0$; $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{2}{3}\right)^n = 0$; $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(-\frac{1}{2}\right)^n = 0$; $\lim_{n \rightarrow \infty} 3^n = +\infty$.

\Rightarrow Đáp án: D.

Câu 22. [TH] Phương trình tiếp tuyến của $(C): y = x^3$ biết nó vuông góc với đường thẳng

$\Delta: y = -\frac{x}{27} + 8$ là:

A. $y = -\frac{1}{27}x + 8$. B. $y = 27x \pm 3$. C. $y = -\frac{1}{27}x \pm 3$. **D. $y = 27x \pm 54$.**

Lời giải

Tập xác định: $D = \mathbb{R}$.

Gọi (d) là tiếp tuyến của (C) và $(x_0; y_0)$ là tọa độ tiếp điểm của (C) với (d) .

Ta có $y' = f'(x) = 3x^2 \Rightarrow k_d = f'(x_0) = 3x_0^2$.

Vì $(d) \perp (\Delta) \Rightarrow k_d \cdot k_\Delta = -1 \Rightarrow 3x_0^2 \cdot \frac{-1}{27} = -1 \Rightarrow x_0^2 = 9 \Rightarrow x_0 = \pm 3$.

+) Với $x_0 = 3 \Rightarrow y_0 = f(3) = 27$ và $k_d = f'(3) = 27$.

Do đó phương trình tiếp tuyến (d) là: $y = 27 \cdot (x - 3) + 27 \Leftrightarrow y = 27x - 54$.

+) Với $x_0 = -3 \Rightarrow y_0 = f(-3) = -27$ và $k_d = f'(-3) = 27$.

Do đó phương trình tiếp tuyến (d) là: $y = 27 \cdot (x + 3) - 27 \Leftrightarrow y = 27x + 54$.

Vậy phương trình tiếp tuyến của (C) là $y = 27x \pm 54$.

\Rightarrow Đáp án: D.

Câu 23. [TH] Cho các hàm số $f(x) = \sin^4 x + \cos^4 x$, $g(x) = \sin^6 x + \cos^6 x$. Tính biểu thức

$3f'(x) - 2g'(x) + 2$.

A. 1. B. 0. C. 3. **D. 2.**

Lời giải

Ta có:

$$f'(x) = 4 \sin^3 x \cdot \cos x - 4 \cos^3 x \cdot \sin x$$

$$= 4 \cos x \cdot \sin x (\sin^2 x - \cos^2 x)$$

$$= -2 \sin 2x \cdot \cos 2x$$

$$= -\sin 4x$$

$$\begin{aligned}
 g'(x) &= 6 \sin^5 x \cdot \cos x - 6 \cos^5 x \cdot \sin x \\
 &= 6 \cos x \cdot \sin x (\sin^4 x - \cos^4 x) \\
 &= 6 \cos x \cdot \sin x (\sin^2 x - \cos^2 x) \\
 &= -3 \sin 2x \cdot \cos 2x \\
 &= -\frac{3}{2} \sin 4x
 \end{aligned}$$

$$\text{Do đó: } 3f'(x) - 2g'(x) + 2 = 3(-\sin 4x) - 3 \cdot \left(-\frac{3}{2} \sin 4x\right) + 2 = 2$$

⇒ Đáp án : **D**

Câu 24. [TH] Hàm số $y = \frac{2}{\cos(\pi x)}$ có $y'(3)$ bằng:

- A. $\frac{8\pi}{3}$. B. 2π . C. $\frac{4\sqrt{3}}{3}$. **D. 0.**

Lời giải

Ta có

$$y' = \frac{2\pi \cdot \sin(\pi x)}{\cos^2(\pi x)} \Rightarrow y'(3) = \frac{2\pi \cdot \sin(3\pi)}{\cos^2(3\pi)} = 0$$

⇒ Đáp án : **D**

Câu 25. [NB] Hệ số góc của tiếp tuyến với đồ thị hàm số $y = x^3 - 4x^2 + 1$ tại điểm có hoành độ bằng 1 là

- A.** -5. B. 5. C. 4. **D.** -4.

Lời giải

Ta có $y' = 3x^2 - 8x$

⇒ Hệ số góc của tiếp tuyến với đồ thị hàm số $y = x^3 - 4x^2 + 1$ tại điểm có hoành độ bằng 1 là $y'(1) = 3 \cdot 1^2 - 8 \cdot 1 = -5$.

⇒ Đáp án A.

Câu 26. [TH] Tính tổng $S = \frac{1}{5} + \frac{1}{25} + \frac{1}{125} + \dots + \frac{1}{5^n} + \dots$

- A.** $\frac{1}{4}$. B. $\frac{5}{4}$.
C. $\frac{5}{6}$. D. $\frac{11}{6}$

Lời giải

Ta có dãy số $\frac{1}{5}; \frac{1}{25}; \frac{1}{125}; \dots; \frac{1}{5^n}; \dots$ là một cấp số nhân lùi vô hạn với số hạng đầu $u_1 = \frac{1}{5}$, công bội $q = \frac{1}{5}$.

$$\Rightarrow \text{Tổng của cấp số nhân lùi vô hạn đó là } S = \frac{1}{5} + \frac{1}{25} + \frac{1}{125} + \dots + \frac{1}{5^n} + \dots = \frac{u_1}{1-q} = \frac{\frac{1}{5}}{1-\frac{1}{5}} = \frac{1}{4}.$$

\Rightarrow Đáp án A.

Câu 27. [TH] Tính đạo hàm của hàm số $f(x) = \sin^3 x$ tại điểm $x = \frac{\pi}{6}$.

A. $f'\left(\frac{\pi}{6}\right) = \frac{9}{8}$. B. $f'\left(\frac{\pi}{6}\right) = \frac{3\sqrt{3}}{4}$. C. $f'\left(\frac{\pi}{6}\right) = \frac{9}{4}$. D. $f'\left(\frac{\pi}{6}\right) = \frac{3\sqrt{3}}{8}$.

Lời giải

Ta có: $f'(x) = 3\sin^2 x \cdot \cos x$

$$\Rightarrow f'\left(\frac{\pi}{6}\right) = 3\sin^2\left(\frac{\pi}{6}\right) \cdot \cos\left(\frac{\pi}{6}\right) = \frac{3\sqrt{3}}{8}.$$

Câu 28. [VD] Trên đồ thị của hàm số $y = \frac{3x}{x-2}$ có điểm $M(x_0; y_0)$ ($x_0 < 0$) sao cho tiếp tuyến tại đó

cùng với các trục tọa độ tạo thành một tam giác có diện tích bằng $\frac{3}{4}$. Khi đó $x_0 + 2y_0$ bằng

A. $-\frac{1}{2}$. B. -1 . C. $\frac{1}{2}$. D. 1 .

Lời giải

$$y' = \frac{-6}{(x-2)^2}, \forall x \neq 2.$$

Phương trình tiếp tuyến tại điểm $M(x_0; y_0)$ là:

$$y = y'(x_0) \cdot (x - x_0) + y_0 \Leftrightarrow y = \frac{-6}{(x_0 - 2)^2} \cdot (x - x_0) + \frac{3x_0}{x_0 - 2}.$$

Tiếp tuyến giao với trục Ox tại điểm $A\left(\frac{x_0^2}{2}; 0\right)$.

Tiếp tuyến giao với trục Oy tại điểm $B\left(0; \frac{3x_0^2}{(x_0 - 2)^2}\right)$.

$$\text{Ta có: } S_{\triangle OAB} = \frac{3}{4} \Leftrightarrow \frac{3}{4} = \frac{1}{2} \cdot \frac{x_0^2}{2} \cdot \frac{3x_0^2}{(x_0 - 2)^2} \Leftrightarrow x_0^4 = (x_0 - 2)^2.$$

TH1: $x_0^2 = x_0 - 2 \Leftrightarrow x_0^2 - x_0 + 2 = 0$: Vô nghiệm.

TH2: $x_0^2 = -x_0 + 2 \Leftrightarrow x_0^2 + x_0 - 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x_0 = 1 \\ x_0 = -2 \end{cases}$.

Do $x_0 < 0$ nên $x_0 = -2 \Rightarrow y_0 = \frac{3}{2}$. Vậy $x_0 + 2y_0 = (-2) + 2 \cdot \frac{3}{2} = 1$.

Câu 29. [TH] Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 + 4x + 3}{x + 3}, & \text{khi } x > -3 \\ 2a, & \text{khi } x \leq -3 \end{cases}$. Giá trị của a để $f(x)$ liên tục tại $x_0 = -3$

là

A. 1. B. 2. C. -1 . D. -2 .

Lời giải

Hàm số xác định tại $x = -3$, $f(-3) = 2a$.

$$\lim_{x \rightarrow -3^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow -3^+} \frac{x^2 + 4x + 3}{x + 3} = \lim_{x \rightarrow -3^+} (x + 1) = -2.$$

$$\lim_{x \rightarrow -3^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow -3^-} 2a = 2a.$$

Hàm số liên tục tại $x_0 = -3 \Leftrightarrow 2a = -2 \Leftrightarrow a = -1$.

Câu 30. [VD] Cho $u_n = \frac{1}{1.3} + \frac{1}{3.5} + \dots + \frac{1}{(2n-1).(2n+1)}$ thì $\lim \left(u_n - \frac{1}{2} \right)$ bằng

- A.** 0. **B.** -1. **C.** 1. **D.** $\frac{1}{2}$.

Lời giải

$$\text{Ta có } 2u_n = \frac{2}{1.3} + \frac{2}{3.5} + \dots + \frac{2}{(2n-1).(2n+1)} = 1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{3} - \frac{1}{5} + \dots + \frac{1}{2n-1} - \frac{1}{2n+1} = 1 - \frac{1}{2n+1}.$$

$$\Rightarrow u_n = \frac{1}{2} - \frac{1}{4n+2} \Rightarrow u_n - \frac{1}{2} = -\frac{1}{4n+2} \Rightarrow \lim \left(u_n - \frac{1}{2} \right) = 0.$$

Câu 31. [TH] Hàm số nào trong các hàm số dưới đây **không** liên tục trên \mathbb{R} ?

- A.** $y = \frac{x}{x+2}$. **B.** $y = \frac{2x-1}{x^2+1}$. **C.** $y = \cos x$. **D.** $y = x^4 - 2x^2 - 3$.

Lời giải

Phương án A là hàm phân thức hữu tỉ có tập xác định là $(-\infty; -2) \cup (-2; +\infty)$, nên hàm số liên tục trên mỗi khoảng $(-\infty; -2)$ và $(-2; +\infty)$. Vậy hàm số không liên tục trên \mathbb{R} .

Phương án B là hàm phân thức hữu tỉ xác định trên \mathbb{R} . Vậy hàm số liên tục trên \mathbb{R} .

Phương án C là hàm lượng giác xác định trên \mathbb{R} . Vậy hàm số liên tục trên \mathbb{R} .

Phương án D là hàm đa thức. Vậy hàm số liên tục trên \mathbb{R} .

Câu 32. [VD] Cho hàm số $y = -\frac{1}{3}x^3 - 2x^2 - 3x + 1$ có đồ thị (C). Trong các tiếp tuyến với (C), tiếp tuyến có hệ số góc lớn nhất bằng bao nhiêu?

- A.** $k = 3$. **B.** $k = 2$. **C.** $k = 0$. **D.** $k = 1$.

Lời giải

$$\text{Ta có: } y' = f'(x) = -x^2 - 4x - 3 = -(x^2 + 4x + 4) + 1 = -(x+2)^2 + 1.$$

Giả sử $M_0(x_0; y_0)$ là tiếp điểm. Khi đó, hệ số góc $k = f'(x_0) = -(x_0 + 2)^2 + 1 \leq 1$.

Vậy tiếp tuyến có hệ số góc lớn nhất bằng 1, đạt tại $x_0 = -2$.

Câu 33. [NB] Hàm số $y = \sin x$ có đạo hàm là

- A.** $y' = -\cos x$. **B.** $y' = -\sin x$. **C.** $y' = \cos x$. **D.** $y' = \frac{1}{\cos x}$.

Lời giải

Ta có $y = \sin x$ thì $y' = \cos x$.

Câu 34. [NB] Tính đạo hàm của hàm số sau $y = \frac{-3x+4}{x-2}$.

- A.** $y' = \frac{2}{(x-2)^2}$. **B.** $y' = \frac{-11}{(x-2)^2}$. **C.** $y' = \frac{-5}{(x-2)^2}$. **D.** $y' = \frac{10}{(x-2)^2}$.

Lời giải

Cách 1: Ta có $y' = \frac{(-3x+4)' \cdot (x-2) - (-3x+4) \cdot (x-2)'}{(x-2)^2} = \frac{-3(x-2) - (-3x+4)}{(x-2)^2} = \frac{2}{(x-2)^2}$.

Cách 2: Áp dụng công thức $y = \frac{ax+b}{cx+d}$ với $c^2 + d^2 \neq 0$ thì $y' = \frac{ad-bc}{(cx+d)^2}$.

Ta có $y' = \frac{-3 \cdot (-2) - 1 \cdot 4}{(x-2)^2} = \frac{2}{(x-2)^2}$.

Câu 35. Cho đồ thị $(H): y = \frac{x+2}{x-1}$ và điểm $A \in (H)$ có tung độ $y = 4$. Hãy lập phương trình tiếp tuyến của (H) tại điểm A .

A. $y = x - 2$

B. $y = -3x - 11$.

C. $y = 3x + 11$.

D. $y = -3x + 10$.

Lời giải

Hoành độ x_0 của tiếp điểm M là nghiệm của phương trình: $\frac{x_0+2}{x_0-1} = 4 \Leftrightarrow x_0 = 2$.

Ta có: $y' = \frac{-3}{(x-1)^2}$

Hệ số góc của tiếp tuyến là $y'(2) = -3$

Phương trình tiếp tuyến với đồ thị (H) tại $A(2;4)$ là $y = -3x + 10$

Câu 36. Cho hai đường thẳng a, b và mặt phẳng (P) . Chỉ ra mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau:

A. Nếu $a // (P)$ và $b \perp (P)$ thì $a \perp b$.

B. Nếu $a \perp (P)$ và $b \perp a$ thì $b // (P)$.

C. Nếu $a // (P)$ và $b \perp a$ thì $b \perp (P)$.

D. Nếu $a // (P)$ và $b \perp a$ thì $b // (P)$.

Lời giải

- Nếu $a // (P)$ và $b \perp (P)$ thì $a \perp b$. Đúng vì $a // (P)$ nên tồn tại $a' \subset (P)$ sao cho $a // a'$ mà $b \perp (P)$ nên $b \perp a'$ do đó $a \perp b$.
- Nếu $a \perp (P)$ và $b \perp a$ thì $b // (P)$. Sai vì b có thể nằm trong (P) .
- Nếu $a // (P)$ và $b \perp a$ thì $b \perp (P)$. Sai vì b có thể song song với (P) .
- Nếu $a // (P)$ và $b \perp a$ thì $b // (P)$. Sai vì b có thể cắt với (P) .

Câu 37. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi tâm O . Biết rằng $SA = SC, SB = SD$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $CD \perp AD$.

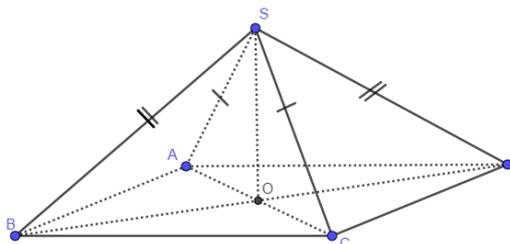
B. $CD \perp (SBD)$.

C. $AB \perp (SAC)$.

D. $SO \perp (ABCD)$.

Lời giải

Chọn D



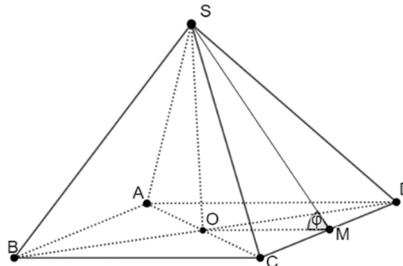
Ta có :

Theo giả thiết ΔSAC cân tại S nên $SO \perp AC$ và ΔSBD cân tại S nên $SO \perp BD$.
 Từ đó suy ra $SO \perp (ABCD)$.

Câu 38. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng a , chiều cao hình chóp bằng $\frac{a}{2\sqrt{3}}$. Góc giữa mặt bên và mặt đáy bằng

Kết quả: 30° .

Lời giải



Vì $S.ABCD$ là hình chóp tứ giác đều nên các mặt tạo với đáy các góc bằng nhau.
 Xét góc giữa hai mặt phẳng (SCD) , $(ABCD)$.
 Gọi O là tâm đáy, vì $S.ABCD$ là hình chóp tứ giác đều nên $SO \perp (ABCD)$.
 Gọi M là trung điểm CD . Khi đó : $OM \perp CD$ và $SO \perp CD$ nên $CD \perp (SOM)$.
 Mà $(SCD) \cap (ABCD) = CD$.

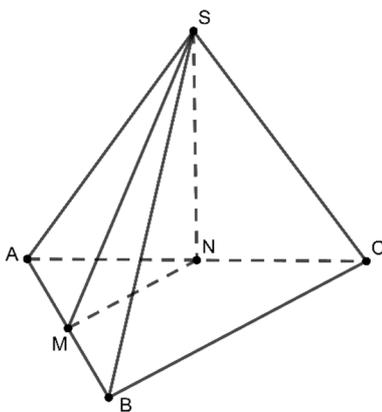
Vậy góc giữa hai mặt phẳng (SCD) , $(ABCD)$ chính là $\widehat{SMO} = \varphi$.

Trong ΔSOM vuông tại O có $\tan \varphi = \frac{SO}{OM} = \frac{\frac{a}{2\sqrt{3}}}{\frac{a}{2}} = \frac{1}{\sqrt{3}}$.

Từ đó suy ra góc giữa mặt bên và đáy là 30° .

Câu 39. [TH] Cho hình chóp $S.ABC$ có SA, SB, SC đôi một vuông góc với nhau và $SA = SB = SC = a$. Gọi M là trung điểm của AB . Tính góc giữa hai đường thẳng SM và BC .
Kết quả:

Lời giải



Gọi M là trung điểm của AB , N là trung điểm của AC . Khi đó MN là đường trung bình trong $\Delta ABC \Rightarrow MN \parallel BC$.

Khi đó góc giữa hai đường thẳng SM và BC chính là góc giữa hai đường thẳng SM và MN .

Ta có $AB = \sqrt{SA^2 + SB^2} = a\sqrt{2}$

ΔSAB vuông tại S có SM là trung tuyến ứng với cạnh huyền $\Rightarrow SM = \frac{a\sqrt{2}}{2}$.

Tương tự với ΔSAC ta có $SN = \frac{a\sqrt{2}}{2}$.

$BC = \sqrt{SB^2 + SC^2} = a\sqrt{2} \Rightarrow MN = \frac{a\sqrt{2}}{2}$

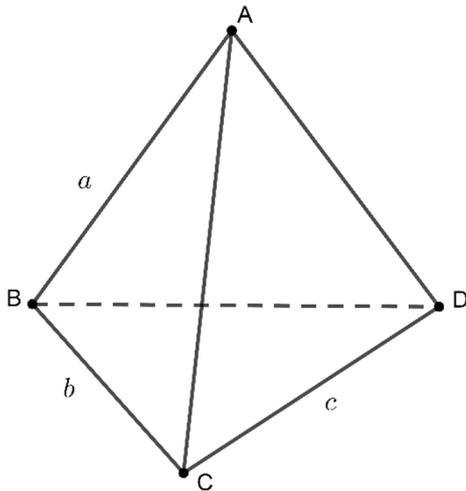
ΔSMN có $SM = SN = MN = \frac{a\sqrt{2}}{2} \Rightarrow \Delta SMN$ đều $\Rightarrow \widehat{SMN} = 60^\circ$

Vậy góc giữa hai đường thẳng SM và BC bằng 60°

Câu 40. [TH] Cho tứ diện $ABCD$ có AB, BC, CD đôi một vuông góc với nhau và $AB=a, BC=b, CD=c$. Độ dài đoạn thẳng AD bằng

Kết quả:

Lời giải



ΔBCD vuông tại $C \Rightarrow BD = \sqrt{BC^2 + CD^2} = \sqrt{b^2 + c^2}$.

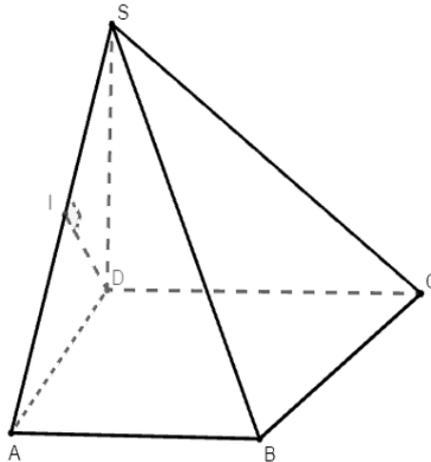
$\left. \begin{matrix} AB \perp BC \\ AB \perp CD \end{matrix} \right\} \Rightarrow AB \perp (BCD) \Rightarrow AB \perp BD$

ΔABD vuông tại $B \Rightarrow AD = \sqrt{AB^2 + BD^2} = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$.

Câu 41. [TH] Cho hình thang vuông $ABCD$ vuông ở A và $D, AD=2a$. Trên đường thẳng vuông góc tại D với $(ABCD)$ lấy điểm S với $SD = a\sqrt{2}$. Tính khoảng cách giữa đường thẳng DC và (SAB) .

Kết quả:.....

Lời giải



Hình thang $ABCD$ vuông ở A và D nên ta có: $DC \parallel AB \Rightarrow d(DC, (SAB)) = d(D, (SAB))$.

Trong (SDA) kẻ $DI \perp SA (I \in SA)$.

Do $AB \perp DA$, $AB \perp SD$ nên $AB \perp (SAD) \Rightarrow AB \perp DI$.

Vì $\begin{cases} DI \perp SA \\ DI \perp AB \end{cases} \Rightarrow DI \perp (SAB) \Rightarrow DI = d(D, (SAB))$.

Ta có:

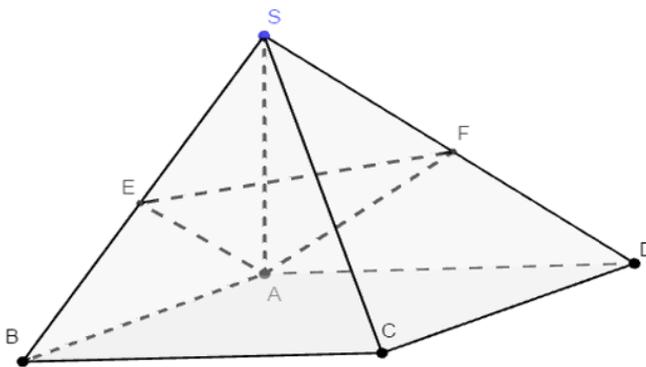
$$\frac{1}{DI^2} = \frac{1}{DS^2} + \frac{1}{DA^2} = \frac{1}{(a\sqrt{2})^2} + \frac{1}{(2a)^2} = \frac{3}{4a^2} \Rightarrow DI^2 = \frac{4a^2}{3}$$

Vậy $d(DC, (SAB)) = d(D, (SAB)) = DI = \frac{2a}{\sqrt{3}}$.

Câu 42. [TH] Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy. Gọi AE , AF lần lượt là đường cao của tam giác SAB và tam giác SAD . Khẳng định nào dưới đây là đúng ?

- A. $SC \perp (AFB)$ B. $SC \perp (AEC)$ C. $SC \perp (AEF)$ D. $SC \perp (AED)$

Lời giải



Ta có: $BC \perp AB$, $BC \perp SA$ nên $BC \perp (SAB) \Rightarrow BC \perp AE$.

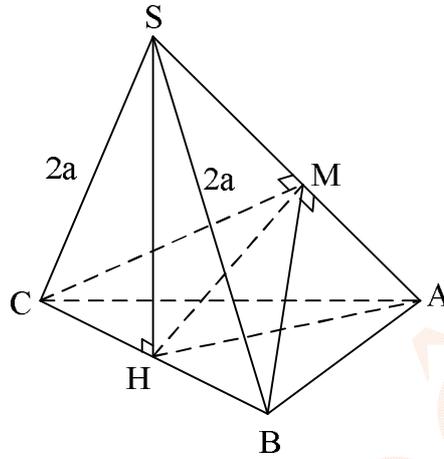
Vì $AE \perp SB$ và $AE \perp BC$ nên $AE \perp (SBC) \Rightarrow AE \perp SC$.

Tương tự: $AF \perp SC$.

Do đó: $SC \perp (AEF)$. Chọn đáp án C.

Câu 43. [VD] Cho hình chóp S.ABC có đáy là tam giác đều cạnh a , mặt bên SBC là tam giác cân tại S , $SB = 2a$, $(SBC) \perp (ABC)$. Gọi α là góc giữa hai mặt phẳng (SAB) và (SAC) , tính $\cos \alpha$

Lời giải



Gọi H là trung điểm BC , ΔSBC cân tại $S \rightarrow SH \perp BC$
 $(SBC) \perp (ABC) = BC$
 $SH \subset (SBC)$
 $SH \perp BC$ } $\rightarrow SH \perp (ABC)$

Kẻ $BM \perp SA = M$

$BC \perp SH, BC \perp AH \rightarrow BC \perp (SAH) \rightarrow BC \perp SA \subset (SAH)$

$SA \perp BM, SA \perp BC \rightarrow SA \perp (MBC) \rightarrow SA \perp CM \subset (MBC)$

$(SAC) \cap (SAB) = SA$
 $SA \perp MB \subset (SAB)$
 $SA \perp MC \subset (SAC)$ } $\rightarrow ((SAB); (SAC)) = (\widehat{MB; MC}) = \alpha$

$SA \perp MC \subset (MCB)$
 $SA \perp MB \subset (MCB)$ } $\rightarrow SA \perp (MBC) \rightarrow SA \perp MH \subset (MBC)$
 $MC \cap MB = M$

ΔABC đều cạnh a , $AH \perp BC \rightarrow AH = \frac{a\sqrt{3}}{2}$

$\widehat{SHB} = 90^\circ \rightarrow SH^2 = SB^2 - HB^2 = (2a)^2 - \left(\frac{a}{2}\right)^2 = \frac{15a^2}{4}$

$\Delta SHA: \widehat{SHA} = 90^\circ \rightarrow SA^2 = SH^2 + HA^2 = \frac{15a^2}{4} + \frac{3a^2}{4} = \frac{18a^2}{4} \rightarrow SA = \frac{3a\sqrt{2}}{2}$

$\widehat{SHA} = 90^\circ, MH \perp SA = M \rightarrow AH^2 = SA \cdot AM \rightarrow AM = \frac{AH^2}{SA} = \left(\frac{a\sqrt{3}}{2}\right)^2 \cdot \frac{2}{3a\sqrt{2}} = \frac{a}{2\sqrt{2}}$

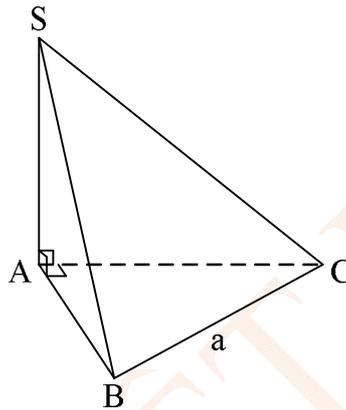
$\widehat{BMA} = 90^\circ \rightarrow MB^2 = AB^2 - AM^2 = a^2 - \left(\frac{a}{2\sqrt{2}}\right)^2 = \frac{7a^2}{8} = MC^2$

$$\Delta MBC : \cos \widehat{BMC} = \frac{MB^2 + MC^2 - BC^2}{2MB \cdot MC} = \frac{\frac{7a^2}{8} + \frac{7a^2}{8} - a^2}{2 \cdot \frac{7a^2}{8}} = \frac{3}{7}$$

$$\rightarrow \cos \alpha = |\cos \widehat{BMC}| = \frac{3}{7}$$

Câu 44 . [TH] Cho tam giác ABC vuông cân tại A và $BC = a$. Trên đường thẳng qua A vuông góc với (ABC) lấy điểm S sao cho $SA = \frac{a\sqrt{6}}{2}$. Tính số đo góc giữa đường thẳng SA và (ABC)

Lời giải



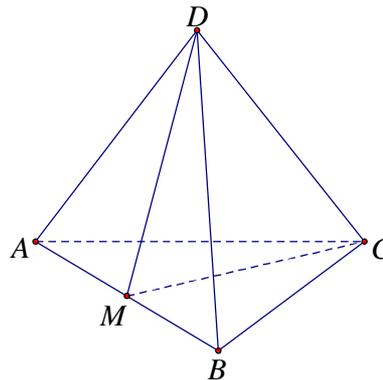
Trên đường thẳng qua A vuông góc với (ABC) lấy điểm $S \Rightarrow SA \perp (ABC)$

$$\Rightarrow (SA, (ABC)) = 90^\circ$$

Câu 45: Cho tứ diện đều $ABCD$ (Tứ diện có tất cả các cạnh bằng nhau). Số đo góc giữa hai đường thẳng AB và CD bằng

Kết quả: 90°

Giải



Gọi M là trung điểm AB

Ta có ΔCAB đều có trung tuyến $CM \Rightarrow AB \perp CM$

ΔDAB đều có trung tuyến $DM \Rightarrow AB \perp DM$

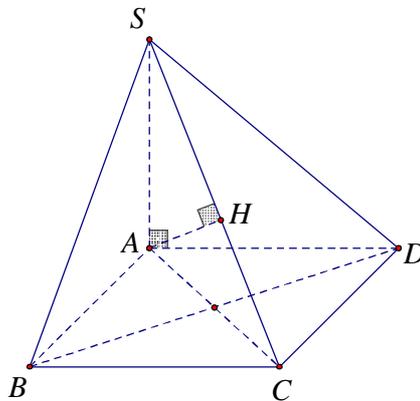
$$\Rightarrow AB \perp (CDM) \Rightarrow AB \perp CD \Rightarrow (AB, CD) = 90^\circ$$

Câu 46: Cho hình chóp $S.ABCD$ có $SA \perp (ABCD)$, đáy $ABCD$ là hình thoi cạnh bằng a và

$\widehat{ABC} = 60^\circ$. Biết $SA = 2a$. Tính khoảng cách từ A đến SC .

Kết quả: $\frac{2a\sqrt{5}}{5}$

Giải



Kẻ $AH \perp SC$, khi đó $d(A; SC) = AH$.

$ABCD$ là hình thoi cạnh bằng a và $\widehat{ABC} = 60^\circ \Rightarrow \Delta ABC$ đều nên $AC = a$.

Trong tam giác vuông SAC ta có:

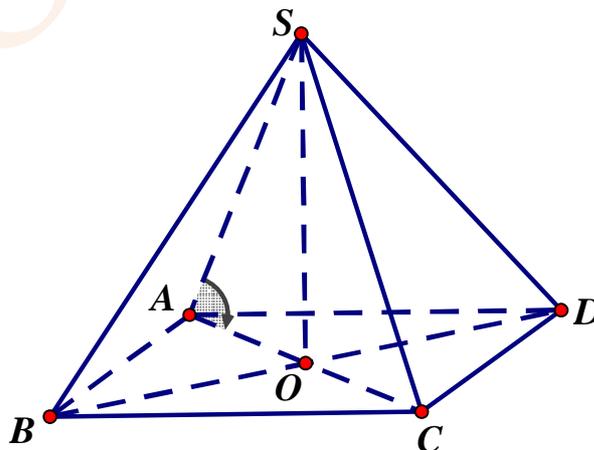
$$\frac{1}{AH^2} = \frac{1}{SA^2} + \frac{1}{AC^2}$$

$$\Rightarrow AH = \frac{SA \cdot AC}{\sqrt{SA^2 + AC^2}} = \frac{2a \cdot a}{\sqrt{4a^2 + a^2}} = \frac{2\sqrt{5}a}{5}$$

Câu 47. [VD] Cho hình vuông $ABCD$ có tâm O và cạnh bằng $2a$. Trên đường thẳng qua O vuông góc với $(ABCD)$ lấy điểm S . Biết góc giữa SA và $(ABCD)$ có số đo bằng 45° . Tính độ dài SO .

- A. $SO = a\sqrt{3}$. B. $SO = a\sqrt{2}$. C. $SO = \frac{a\sqrt{3}}{2}$. D. $SO = \frac{a\sqrt{2}}{2}$.

Lời giải



Ta có $SO \perp (ABCD)$ nên OA là hình chiếu của SA lên mặt phẳng $(ABCD)$.

Suy ra góc giữa SA và mặt phẳng $(ABCD)$ là góc \widehat{SAO} . Theo giả thiết $\widehat{SAO} = 45^\circ$.

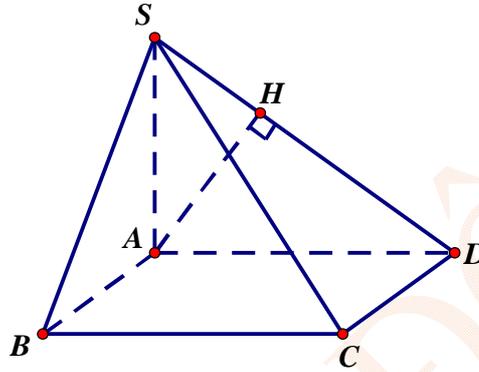
Vì $ABCD$ là hình vuông cạnh $2a$ nên $AC = 2a\sqrt{2} \Rightarrow AO = a\sqrt{2}$.

Vì tam giác SOA vuông cân tại O nên $SO = AO = a\sqrt{2}$.

Câu 48. [VD] Cho hình chóp $S.ABCD$ có $SA \perp (ABCD)$, đáy $ABCD$ là hình chữ nhật. Biết $AD = 2a, SA = a$. Khoảng cách từ A đến (SCD) bằng

- A. $\frac{3a\sqrt{2}}{2}$. B. $\frac{2a\sqrt{3}}{3}$. C. $\frac{2a}{\sqrt{5}}$. D. $\frac{3a}{\sqrt{7}}$.

Lời giải



Kẻ $AH \perp SD$ ($H \in SD$). (1)

Ta có $\begin{cases} CD \perp SA \\ CD \perp AD \end{cases} \Rightarrow CD \perp (SAD)$ mà $AH \subset (SAD)$ nên $AH \perp CD$ (2)

Từ (1) và (2) suy ra $AH \perp (SCD)$. Do đó $d(A, (SCD)) = AH$.

Xét tam giác SAD vuông tại A , ta có

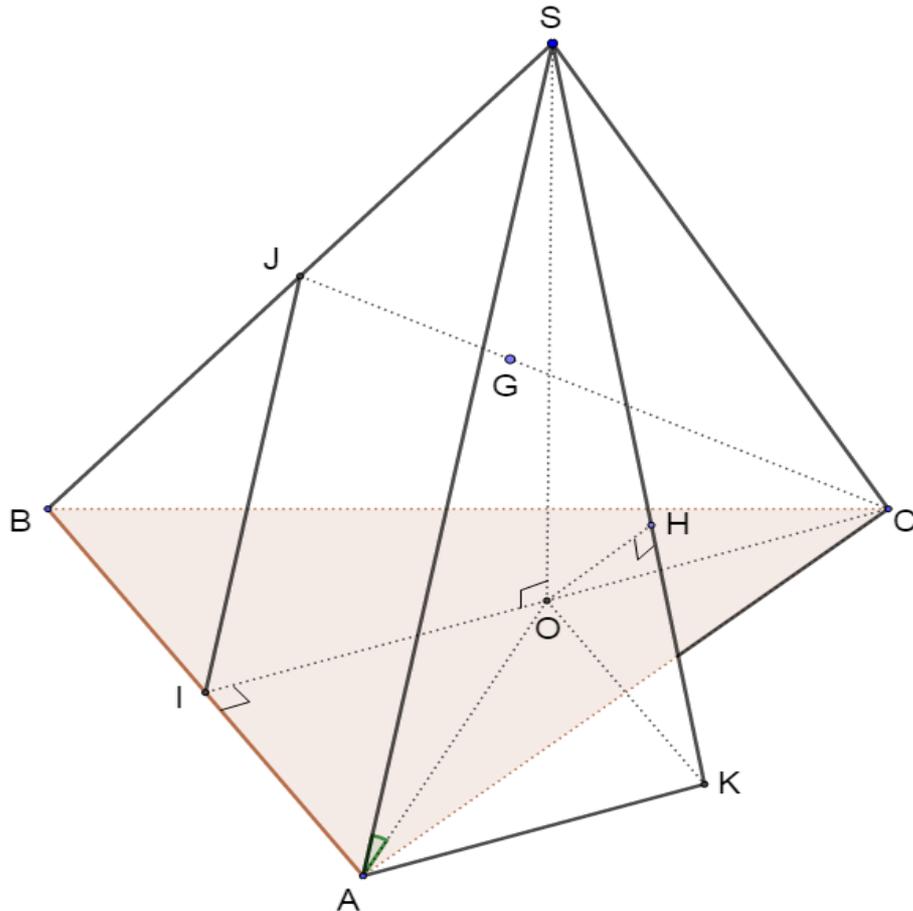
$$\frac{1}{AH^2} = \frac{1}{SA^2} + \frac{1}{AD^2} = \frac{1}{a^2} + \frac{1}{(2a)^2} = \frac{5}{4a^2} \Rightarrow AH = \frac{2a}{\sqrt{5}}.$$

Vậy, $d(A, (SCD)) = AH = \frac{2a}{\sqrt{5}}$.

Câu 49. [VD] Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a . Gọi I là trung điểm của AB , hình chiếu của S lên mặt phẳng (ABC) là trung điểm của CI , góc giữa SA và mặt đáy bằng 45° . Gọi G là trọng tâm tam giác SBC . Khoảng cách giữa hai đường thẳng SA và CG bằng:

Kết quả: $d(CG, SA) = \frac{a\sqrt{77}}{22}$.

Lời giải



Gọi O trung điểm của CI , ta có $SO \perp (ABC)$. Gọi $J = CG \cap SB \Rightarrow IJ \parallel SA$.

Dựng hình bình hành $AIOK$, do $OI \perp AB \Rightarrow AIOK$ là hình chữ nhật.

Khi đó $(CIJ) \parallel (SAK) \Rightarrow d(CG, SA) = d((CIJ), (SAK)) = d(O, (SAK))$.

Kẻ $OH \perp SK (H \in SK)$. Do $\begin{cases} AK \perp OK \\ AK \perp SO \end{cases} \Rightarrow AK \perp (SOK) \Rightarrow AK \perp OH \Rightarrow OH \perp (SAK)$.

$\Rightarrow d(O, (SAK)) = OH$.

Ta có $(SA, (ABC)) = \angle SAO = 45^\circ \Rightarrow OS = OA = \sqrt{AI^2 + OI^2} = \sqrt{\frac{a^2}{4} + \frac{3a^2}{16}} = \frac{a\sqrt{7}}{4}$,

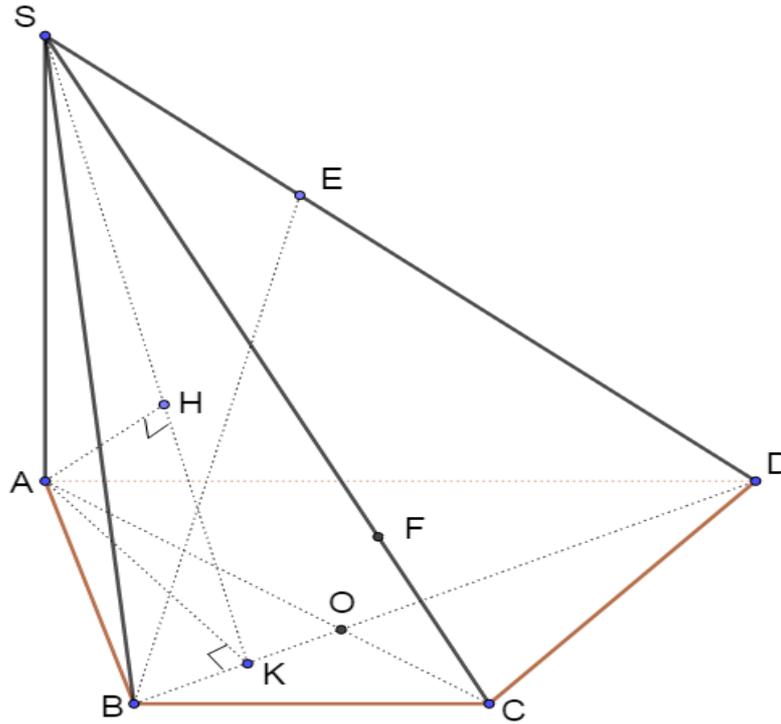
và $OK = IA = \frac{a}{2} \Rightarrow \frac{1}{OH^2} = \frac{1}{OK^2} + \frac{1}{OS^2} = \frac{4}{a^2} + \frac{16}{7a^2} = \frac{44}{7a^2} \Rightarrow OH = \frac{a\sqrt{77}}{22}$.

Vậy $d(SA, CG) = \frac{a\sqrt{77}}{22}$.

Câu 50. [VD] Cho hình chóp $S.ABCD$, đáy $ABCD$ là hình thang vuông tại A và B . $AB = a$, $BC = 2a$, $SA = a$, $AD = 3a$. SA vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$. F thuộc SC sao cho $SF = 3FC$, E thuộc SD sao cho $SD = 3SE$. Khoảng cách từ F đến mặt phẳng (EBD) bằng:

Kết quả: $d(F, (EBD)) = \frac{3a\sqrt{19}}{38}$

Lời giải



$$\text{Ta có } CF \cap (EBD) = S \Rightarrow \frac{d(F, (EBD))}{d(C, (EBD))} = \frac{FS}{CS} = \frac{3}{4} \Rightarrow d(F, (EBD)) = \frac{3}{4} d(C, (EBD)).$$

$$\text{Gọi } O = AC \cap BD \Rightarrow \frac{d(C, (EBD))}{d(A, (EBD))} = \frac{CO}{AO} = \frac{BC}{AD} = \frac{2}{3} \Rightarrow d(C, (EBD)) = \frac{2}{3} d(A, (EBD)).$$

$$\text{Từ đó } d(F, (EBD)) = \frac{3}{4} \cdot \frac{2}{3} d(A, (EBD)) = \frac{1}{2} d(A, (EBD)).$$

Kẻ $AK \perp BD (K \in BD)$, $AH \perp SK (H \in SK)$. Khi đó

$$\begin{cases} BD \perp AK \\ BD \perp SA \end{cases} \Rightarrow BD \perp (SAK) \Rightarrow BD \perp AH \Rightarrow AH \perp (SBD),$$

$$\text{hay } AH \perp (EBD) \Rightarrow d(A, (EBD)) = AH.$$

$$\frac{1}{AH^2} = \frac{1}{AS^2} + \frac{1}{AK^2} = \frac{1}{AS^2} + \frac{1}{AB^2} + \frac{1}{AD^2} = \frac{1}{a^2} + \frac{1}{a^2} + \frac{1}{9a^2} = \frac{19}{9a^2} \Rightarrow AH = \frac{3a\sqrt{19}}{19}.$$

$$\text{Vậy } d(F, (EBD)) = \frac{3a\sqrt{19}}{38}.$$

Nhận xét: Bài này thực chất mp (EBD) chính là mp (SBD). Và, bài toán chỉ là tính đường cao của tứ diện vuông với công thức quen thuộc. Việc dịch chuyển sang điểm F để phải áp dụng công thức tỉ lệ 2 lần, trong đó có 1 lần dùng hệ quả của định lý Talet, về độ khó, cũng chỉ tương đương 1 bài tập trong sách bài tập. Điều kiện $SD=3SE$ không cần thiết!

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

KIỂM TRA HỌC KỲ II NĂM HỌC 2020 - 2021

Môn: TOÁN - Lớp 11 - Chương trình chuẩn

Thời gian: 90 phút (Không kể thời gian phát đề)

Mã đề thi

Họ và tên thí sinh:..... SBD:.....

Câu 1. Trong các dãy số sau, dãy nào là cấp số nhân.

- A. $u_n = 2^n$. B. $u_n = \frac{n^2}{3^n}$. C. $u_n = (-1)^{n+1} n$. D. $u_n = 2n^2$.

Câu 2. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào là mệnh đề đúng?

- A. Dãy số (u_n) có giới hạn bằng 0 khi n dần tiến tới dương vô cực, nếu u_n có thể nhỏ hơn một số dương bé tùy ý, kể từ một số hạng nào đó trở đi.
 B. Dãy số (u_n) có giới hạn bằng 0 khi n dần tiến tới dương vô cực, nếu $|u_n|$ có thể nhỏ hơn một số dương bé tùy ý, kể từ một số hạng nào đó trở đi.
 C. Dãy số (u_n) có giới hạn bằng 0 khi n dần tiến tới dương vô cực, nếu u_n có thể lớn hơn một số dương tùy ý, kể từ một số hạng nào đó trở đi.
 D. Dãy số (u_n) có giới hạn bằng 0 khi n dần tiến tới dương vô cực, nếu $|u_n|$ có thể lớn hơn một số dương tùy ý, kể từ một số hạng nào đó trở đi.

Câu 3. Biết $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n^3 + n^2 - 4}{an^3 + 2} = 2$ với a là tham số. Khi đó $a - a^2$ bằng

- A. $\frac{1}{2}$. B. 1. C. 0. D. $\frac{1}{4}$.

Câu 4. Giá trị của $A = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3 \cdot 2^n - 3^n}{2^{n+1} + 3^{n+2}}$ bằng.

- A. $-\infty$. B. $-\frac{1}{9}$. C. 1. D. $+\infty$.

Câu 5. Tính giới hạn $\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{|2-x|}{2x^2 - 5x + 2}$

- A. 1. B. 2. C. $\frac{1}{3}$. D. $-\frac{1}{3}$.

Câu 6. Tính giới hạn $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{x^2 - 3x + 2x}}{3x - 1}$

- A. $\frac{1}{3}$. B. $\frac{1}{2}$. C. $\frac{2}{3}$. D. $\frac{1}{4}$.

Câu 7. Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} a^2(x-2) & \text{khi } x > 2 \\ \sqrt{x+2} - 2 & \\ (1-a)x & \text{khi } x \leq 2 \end{cases}$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của a để hàm số

liên tục trên tập xác định ?

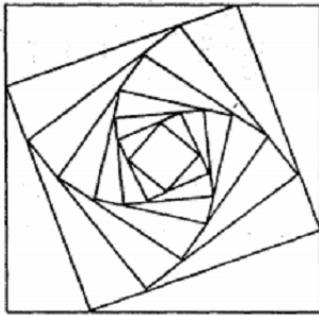
- A. 0. B. 1. C. 2. D. 3.

Câu 8. Cho các phát biểu sau phát biểu nào là đúng ?

- A. Nếu hàm số $y = f(x)$ không liên tục tại x_0 thì nó có đạo hàm tại điểm đó.
 B. Nếu hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm tại x_0 thì nó không liên tục tại điểm đó.

- C. Nếu hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm tại x_0 thì nó liên tục tại điểm đó.
 D. Nếu hàm số $y = f(x)$ liên tục tại x_0 thì nó có đạo hàm tại điểm đó.
- Câu 9.** Cho hàm số $y = x^3 - 5x + 2$ có đồ thị (C) . Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị (C) biết tiếp tuyến song song với đường thẳng $y = 7x - 14$.
 A. $y = 7x - 14$ và $y = 7x + 18$. B. $y = 7x - 14$.
 C. $y = 7x + 18$. D. $y = 7x - 18$.
- Câu 10.** Cho hàm số $f(x) = \frac{x-1}{x+1}$. Tính $f'(1)$.
 A. $f'(1) = 1$. B. $f'(1) = \frac{1}{2}$. C. $f'(1) = -1$. D. $f'(1) = -\frac{1}{2}$.
- Câu 11.** Tính $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{\sin x - \cos x}{\tan\left(x - \frac{\pi}{4}\right)}$.
 A. $-\sqrt{2}$. B. $\sqrt{2}$. C. 1. D. -1.
- Câu 12.** Cho hàm số $y = \cos\sqrt{3x+1}$. Khẳng định nào là đúng?
 A. $dy = \frac{3}{2\sqrt{3x+1}} \sin\sqrt{3x+1} dx$. B. $dy = -\frac{3}{2\sqrt{3x+1}} \sin\sqrt{3x+1} dx$.
 C. $dy = -\frac{1}{2\sqrt{3x+1}} \cos\sqrt{3x+1} dx$. D. $dy = \frac{3}{2\sqrt{3x+1}} \cos\sqrt{3x+1} dx$.
- Câu 13.** Cho hàm số $y = \frac{x^4}{4} - x^3 + 1$. Tập nghiệm của bất phương trình $y''' \leq 6$ là
 A. $S = (-\infty; 1]$. B. $S = (-\infty; 2]$. C. $S = [2; +\infty)$. D. $S = (-\infty; 2)$.
- Câu 14.** Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M, N là trung điểm của AC và AD . Giao tuyến của hai mặt phẳng (BMN) và (BCD) ?
 A. Đường thẳng d đi qua B và song song với BC .
 B. Đường thẳng d đi qua B và song song với MN .
 C. Đường thẳng d đi qua B và I , với I là giao điểm của MD và CN .
 D. Đường thẳng d đi qua B và song song với MC .
- Câu 15.** Nếu $ABCD.A'B'C'D'$ là hình hộp thì:
 A. Các mặt bên là hình vuông. B. Các mặt bên là hình chữ nhật.
 C. Các mặt bên là hình thoi. D. Các mặt bên là hình bình hành.
- Câu 16.** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O . Trong các khẳng định sau, khẳng định nào sai?
 A. $\overline{SA} + \overline{SB} + \overline{SC} + \overline{SD} = 4\overline{SO}$. B. $\overline{SA} + \overline{SB} = 2\overline{SO}$.
 C. $\overline{SA} - \overline{SB} = \overline{SD} - \overline{SC}$. D. $\overline{OA} + \overline{OB} + \overline{OC} + \overline{OD} = \vec{0}$.
- Câu 17.** Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Chọn khẳng định đúng.
 A. $\overline{BA'}, \overline{BD'}, \overline{BD}$ đồng phẳng. B. $\overline{BA'}, \overline{BD'}, \overline{BC}$ đồng phẳng.
 C. $\overline{BA'}, \overline{BD'}, \overline{BC'}$ đồng phẳng. D. $\overline{BD}, \overline{BD'}, \overline{BC'}$ đồng phẳng.
- Câu 18.** Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$, M là trung điểm của BB' . Đặt $\overline{CA} = \vec{a}$, $\overline{CB} = \vec{b}$, $\overline{AA'} = \vec{c}$. Khẳng định nào sau đây đúng?
 A. $\overline{AM} = \vec{b} + \vec{c} - \frac{1}{2}\vec{a}$. B. $\overline{AM} = \vec{a} - \vec{c} + \frac{1}{2}\vec{b}$. C. $\overline{AM} = \vec{a} + \vec{c} - \frac{1}{2}\vec{b}$. D. $\overline{AM} = \vec{b} - \vec{a} + \frac{1}{2}\vec{c}$.

- Câu 19.** Khẳng định nào sau đây **sai**?
- A. Nếu đường thẳng $d \perp (\alpha)$ thì d vuông góc với hai đường thẳng trong (α) .
- B. Nếu đường thẳng d vuông góc với hai đường thẳng nằm trong (α) thì $d \perp (\alpha)$.
- C. Nếu đường thẳng d vuông góc với hai đường thẳng cắt nhau nằm trong (α) thì d vuông góc với bất kì đường thẳng nào nằm trong (α) .
- D. Nếu $d \perp (\alpha)$ và đường thẳng $a // (\alpha)$ thì $d \perp a$.
- Câu 20.** Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA \perp (ABC)$ và $AB \perp BC$. Số các mặt của $S.ABC$ là tam giác vuông bằng
- A. 1. B. 3. C. 2. D. 4.
- Câu 21.** Cho các số thực a, b, c thỏa mãn $c^2 + a = 18$ và $\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{an^2 + bn} - cn) = 2$. Tính $P = a - 2b + 3c$
- A. -24. B. 6. C. 12. D. -6.
- Câu 22.** Cho a, b là các số dương. Biết $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{9x^2 - ax} - \sqrt{27x^3 + bx^2 + 5}) = \frac{7}{27}$. Tính giá trị của biểu thức $P = 9a - 2b$
- A. $P = -14$. B. $P = 14$. C. $P = 7$. D. $P = -7$.
- Câu 23.** Cho hình vuông (C_1) có cạnh bằng a . Người ta chia mỗi cạnh của hình vuông thành bốn phần bằng nhau và nối các điểm chia một cách thích hợp để có hình vuông (C_2) (Hình vẽ).



Từ hình vuông (C_2) lại tiếp tục làm như trên ta nhận được dãy các hình vuông $C_1, C_2, C_3, \dots, C_n, \dots$. Gọi S_i là diện tích của hình vuông C_i ($i \in \{1, 2, 3, \dots\}$). Đặt $T = S_1 + S_2 + S_3 + \dots + S_n + \dots$. Biết $T = \frac{32}{3}$, tính a ?

- A. 2. B. $\frac{5}{2}$. C. $\sqrt{2}$. D. $2\sqrt{2}$.
- Câu 24.** Cho $f(x)$ là đa thức thỏa mãn $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{f(x) - 15}{x - 3} = 12$. Tính $T = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt[3]{5f(x) - 11} - 4}{x^2 - x - 6}$.
- A. $T = \frac{3}{20}$. B. $T = \frac{3}{40}$. C. $T = \frac{1}{4}$. D. $T = \frac{1}{20}$.
- Câu 25.** Biết $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{2x^2 - 3x + 4} - \sqrt{2x}) = \frac{a}{b\sqrt{8}}$ với $\frac{a}{b}$ tối giản. Hỏi giá trị ab bằng bao nhiêu?
- A. -3. B. -6. C. -72. D. -10.
- Câu 26.** Cho $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{f(x) - 5}{x - 4} = 5$. Tính giới hạn $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{f(x) - 5}{(\sqrt{x} - 2)(\sqrt{6f(x) + 6} + 4)}$

- A. -2. B. $\frac{1}{2}$. C. $-\frac{1}{2}$. D. 2.

Câu 27. Cho hàm số $f(x) = \frac{\sqrt{x^2+x+3} - \sqrt[3]{13x+1}}{x-2}$ ($x \neq 2$). Để hàm số liên tục trên \mathbb{R} thì phải bổ

sung thêm $f(2) = \frac{a}{b}$ ($a, b \in \mathbb{Z}^+; (a, b) = 1$). Khi đó $H = b - a$ chia hết cho số nào sau đây?

- A. 8. B. 6. C. 4. D. 5.

Câu 28. Cho phương trình $\sqrt{(x-2)^3} + 5x - 11 = 0$ (1). Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. Phương trình luôn vô nghiệm.
 B. Phương trình có 3 nghiệm phân biệt lớn hơn 2.
 C. Phương trình có đúng hai nghiệm lớn hơn 2.
 D. Phương trình có duy nhất một nghiệm và lớn hơn 2.

Câu 29. Tính đạo hàm của hàm số sau $f(x) = \begin{cases} x^2 + x + 1 & \text{khi } x \leq 1 \\ \sqrt{x-1} + 3 & \text{khi } x > 1 \end{cases}$

A. $f'(x) = \begin{cases} 2x+1 & \text{khi } x \leq 1 \\ \frac{1}{2\sqrt{x-1}} & \text{khi } x > 1 \end{cases}$ B. $f'(x) = \begin{cases} 2x+1 & \text{khi } x \leq 1 \\ -\frac{1}{\sqrt{x-1}} & \text{khi } x > 1 \end{cases}$

C. $f'(x) = \begin{cases} 2x+1 & \text{khi } x < 1 \\ \frac{1}{\sqrt{x-1}} & \text{khi } x > 1 \end{cases}$ D. $f'(x) = \begin{cases} 2x+1 & \text{khi } x < 1 \\ \frac{1}{2\sqrt{x-1}} & \text{khi } x > 1 \end{cases}$

Câu 30. Cho hàm số $y = x^3 - 3x + 2$ có đồ thị (C). Biết rằng trên (C) có hai điểm

$A(x_A; y_A), B(x_B; y_B)$ phân biệt, các tiếp tuyến với (C) tại A, B có cùng hệ số góc, đồng thời đường thẳng đi qua A và B vuông góc với đường thẳng $x + y - 5 = 0$. Tính tổng $x_A - 2x_B + 2y_A - 3y_B$, biết $x_A > x_B$.

- A. 8. B. 14. C. 6. D. 10.

Câu 31. Cho hàm số $y = x^3 - 6x^2 + 9x - 1$ có đồ thị là (C). Hỏi trên đường thẳng $y = 3$ có bao nhiêu điểm mà từ đó kẻ được 2 tiếp tuyến đến (C) mà 2 tiếp tuyến đó vuông góc với nhau?

- A. 1. B. 2. C. 3. D. 0.

Câu 32. Cho hàm số $y = \frac{1}{3}(m-1)x^3 - 2x^2 + 2mx - 1$. Tập các giá trị của tham số m để $y' \leq 0$ với mọi $x \in \mathbb{R}$?

A. $m \in [-1; 1]$. B. $m \in (-\infty; -1)$.

C. $(-1; 1)$. D. $(-\infty; -1]$.

Câu 33. Cho $y = \frac{1}{2}\sin 2x + 2\cos x + 3x + 2$. Tổng các nghiệm trên đoạn $[0; 50\pi]$ của phương trình $y' = 0$ bằng

- A. 1225π . B. $\frac{1225\pi}{2}$. C. $\frac{1225\pi}{4}$. D. 2450π .

Câu 34. Cho hình hộp $ABCD.A_1B_1C_1D_1$ có $G_1; G_2$ lần lượt là trọng tâm tam giác BDA_1 và CB_1D_1 . Hãy chọn khẳng định đúng trong các khẳng định sau?

$$\begin{aligned} \text{A. } \overline{AC_1} &= \frac{3}{4}\overline{AG_1} + \frac{3}{2}\overline{AG_2}. & \text{B. } \overline{AC_1} &= \frac{3}{2}\overline{AG_1} + \frac{3}{4}\overline{AG_2}. \\ \text{C. } \overline{AC_1} &= \frac{1}{2}\overline{AG_1} + \frac{3}{4}\overline{AG_2}. & \text{D. } \overline{AC_1} &= \frac{3}{2}(\overline{AG_1} + \overline{AG_2}). \end{aligned}$$

Câu 35. Cho hình lăng trụ đứng $ABCA'B'C'$ có đáy là tam giác ABC vuông tại A , có $AB = a\sqrt{3}$, $AC = a$. Biết $A'B = a\sqrt{7}$, Gọi N là trung điểm AA' . Góc giữa hai đường thẳng $A'B$ và CN là φ . Khẳng định nào sau đây đúng.

$$\text{A. } \cos \varphi = \frac{\sqrt{14}}{7}. \quad \text{B. } \cos \varphi = \frac{-\sqrt{14}}{7}. \quad \text{C. } \cos \varphi = \frac{\sqrt{14}}{28}. \quad \text{D. } \cos \varphi = \frac{\sqrt{14}}{2}.$$

Câu 36. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh $2a$, mặt bên SAB là tam giác đều và $SC = 2a\sqrt{2}$. Gọi H, K lần lượt là trung điểm của AB và AD . Khẳng định nào sau đây Sai?

$$\begin{aligned} \text{A. } CK &\perp (SHD). & \text{B. } CK &\perp SD. \\ \text{C. } AC &\perp SK. & \text{D. } &\text{Cả A,B,C đều sai.} \end{aligned}$$

Câu 37. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật với $AB = a$, $AD = a\sqrt{3}$. $SA \perp (ABCD)$ và $SA = 2a$. Gọi I là hình chiếu vuông góc của A lên SB và (P) là mặt phẳng chứa AI và song song với BC . Diện tích thiết diện của mặt phẳng (P) với hình chóp $S.ABCD$.

$$\text{A. } \frac{9\sqrt{15}a^2}{25}. \quad \text{B. } \frac{9\sqrt{15}a^2}{5}. \quad \text{C. } \frac{9\sqrt{5}a^2}{25}. \quad \text{D. } \frac{9\sqrt{3}a^2}{25}.$$

Câu 38. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật với đáy $ABCD$ là hình chữ nhật với $AB = a$, $AD = a\sqrt{2}$. Ba cạnh SA, AB, AD đôi một vuông góc và $SA = 2a$. Gọi I là trung điểm của SD . Tính $\cos(AI, SC)$

$$\text{A. } \frac{\sqrt{42}}{42}. \quad \text{B. } \frac{2}{\sqrt{42}}. \quad \text{C. } \frac{2}{\sqrt{7}}. \quad \text{D. } \frac{\sqrt{42}}{7}.$$

Câu 39. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác ABC đều cạnh $2a$ và góc $\widehat{ABA'} = 60^\circ$. Gọi I, K lần lượt là trung điểm của $A'B$ và $A'C$. Gọi φ là góc giữa hai mặt phẳng (AIK) và (ABC) . Tính $\cos \varphi$.

$$\text{A. } \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{5}}. \quad \text{B. } \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{5}}. \quad \text{C. } \frac{2}{\sqrt{5}}. \quad \text{D. } \frac{1}{\sqrt{5}}.$$

Câu 40. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác ABC vuông cân tại B , biết $SA = a\sqrt{6}$, $AB = BC = 2a$ và $SA \perp (ABC)$. Gọi I là hình chiếu vuông góc của B lên cạnh AC . Tính khoảng cách từ điểm C đến mặt phẳng (SBI) .

$$\text{A. } \frac{a\sqrt{2}}{2}. \quad \text{B. } \frac{a\sqrt{2}}{3}. \quad \text{C. } \frac{a\sqrt{3}}{2}. \quad \text{D. } \frac{a\sqrt{6}}{2}.$$

Câu 41. Cho dãy số (a_n) thỏa mãn:
$$\begin{cases} a_1 = \frac{4}{3} \\ (n+2)^2 a_n = n^2 a_{n+1} - (n+1)a_n a_{n+1} \end{cases} \quad \forall n \geq 1, n \in \mathbb{N}. \text{ Tìm } \lim a_n.$$

$$\text{A. } \lim a_n = -2. \quad \text{B. } \lim a_n = 2. \quad \text{C. } \lim a_n = 4 \quad \text{D. } \lim a_n = -4.$$

- Câu 42.** Biết $a; b$ là các số thực thỏa mãn: $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x^2 - 4x + 1} - ax + b) = 5$. Tính giá trị biểu thức $T = a^3 + b^2$?
A. $T = -5$. **B.** $T = -26$. **C.** 2. **D.** $T = 50$.
- Câu 43.** Cho hàm số $y = f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + 2020$. Với $a \neq 0, a, b, c \in R$ và $a + 2b + 4c - 8 > 0$. Hỏi đồ thị hàm số $y = g(x) = a(x - 2021)^3 + b(x - 2021)^2 + c(x - 2021) - 1$ cắt trục hoành tại bao nhiêu điểm. Biết $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = +\infty$.
A. 3 **B.** 0 **C.** 1 **D.** 2
- Câu 44.** Cho hàm số $y = \frac{x-1}{2(x+1)}$ có đồ thị là (C) . Gọi điểm $M(x_0; y_0)$ với $x_0 > -1$ là điểm thuộc (C) , biết tiếp tuyến của (C) tại điểm M cắt trục hoành, trục tung lần lượt tại hai điểm phân biệt A, B và tam giác OAB có trọng tâm G nằm trên đường thẳng $d: 4x + y = 0$. Giá trị của $4x_0 + 2y_0$ bằng bao nhiêu?
A. 5. **B.** 7. **C.** -7. **D.** -5.
- Câu 45.** Cho $n \in \mathbb{N}^*$; $C_n^4 C_n^{n-4} + C_n^6 C_n^{n-6} = 2C_n^4 C_n^{n-6}$. Tính $T = 1^2 \cdot 3 \cdot C_n^1 + 2^2 \cdot 3^2 \cdot C_n^2 + \dots + n^2 \cdot 3^n \cdot C_n^n$?
A. $930 \cdot 4^8$. **B.** $930 \cdot 2^9$. **C.** $930 \cdot 4^9$. **D.** $930 \cdot 2^8$
- Câu 46.** Tính tổng $S = 2 \cdot C_{2021}^2 + 3 \cdot 2 \cdot 9 \cdot C_{2021}^3 + 4 \cdot 3 \cdot 9^2 \cdot C_{2021}^4 + \dots + 2019 \cdot 2020 \cdot 9^{2018} \cdot C_{2021}^{2020} + 2020 \cdot 2021 \cdot 9^{2019} \cdot C_{2021}^{2021}$
A. $2021 \cdot 10^{2021}$. **B.** $2020 \cdot 2021 \cdot 9^{2019}$.
C. $2020 \cdot 2021 \cdot 10^{2019}$. **D.** $2019 \cdot 2020 \cdot 2021 \cdot 10^{2021}$
- Câu 47.** Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng a , tâm O . Gọi M và N lần lượt là trung điểm của SA và BC . Biết rằng góc giữa MN và $(ABCD)$ bằng 60° , cosin góc giữa MN và mặt phẳng (SBD) bằng:
A. $\frac{\sqrt{41}}{41}$. **B.** $\frac{\sqrt{5}}{5}$. **C.** $\frac{2\sqrt{5}}{5}$. **D.** $\frac{2\sqrt{41}}{41}$.
- Câu 48.** Cho hình chóp $S.ABC$ với $SA = 3, SB = 4, SC = 5$. Một mặt phẳng (α) thay đổi luôn đi qua trọng tâm của $S.ABC$ cắt các cạnh SA, SB, SC tại các điểm A_1, B_1, C_1 . Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = \frac{1}{SA_1^2} + \frac{1}{SB_1^2} + \frac{1}{SC_1^2}$.
A. $\frac{7}{16}$. **B.** $\frac{5}{16}$. **C.** $\frac{7}{25}$. **D.** $\frac{8}{25}$.
- Câu 49.** Cho tứ diện $O.ABC$ có ba cạnh OA, OB, OC đôi một vuông góc nhau tại O với $OA = 3a, OB = a, OC = 2a$. Gọi I, J lần lượt là trọng tâm các tam giác OAB và OAC . Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng IJ và AC .
A. $\frac{2a}{7}$. **B.** $\frac{4a}{7}$. **C.** $\frac{6a}{7}$. **D.** $\frac{8a}{7}$.
- Câu 50.** Cho hình chóp $S.ABCD$ với đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , cạnh bên $SB = b$ và tam giác SAC cân tại S . Trên cạnh AB lấy điểm M với $AM = x$ ($0 < x < a$). Mặt phẳng (α) qua M song song với AC, SB và cắt BC, SC, SA lần lượt tại N, P, Q . Xác định x để diện tích thiết diện $MNPQ$ đạt giá trị lớn nhất.

A. $x = \frac{a}{4}$.

B. $x = \frac{a}{3}$.

C. $x = \frac{a}{2}$.

D. $x = \frac{a}{5}$.

HẾT

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

BẢNG ĐÁP ÁN

1.A	2.B	3.C	4.B	5.D	6.A	7.B	8.C	9.C	10.B
11.B	12.B	13.B	14.B	15.D	16.B	17.B	18.D	19.B	20.D
21.D	22.A	23.A	24.C	25.A	26.D	27.D	28.D	29.D	30.B
31.A	32.D	33.B	34.B	35.A	36.D	37.A	38.B	39.D	40.D
41.D	42.D	43.A	44.D	45.A	46.C	47.C	48.D	49.A	50.C

ĐÁP ÁN CHI TIẾT

Câu 1. Trong các dãy số sau, dãy nào là cấp số nhân.

A. $u_n = 2^n$. **B.** $u_n = \frac{n^2}{3^n}$. **C.** $u_n = (-1)^{n+1} n$. **D.** $u_n = 2n^2$.

Lời giải

Lập tỉ số $\frac{u_{n+1}}{u_n}$ (Nếu $\frac{u_{n+1}}{u_n}$ là số không đổi thì (u_n) là cấp số nhân).

A: $\frac{u_{n+1}}{u_n} = \frac{2^{n+1}}{2^n} = 2 \Rightarrow u_{n+1} = 2u_n \Rightarrow (u_n)$ là cấp số nhân có công bội bằng 2.

B: $\frac{u_{n+1}}{u_n} = \frac{(n+1)^2}{n^2} \Rightarrow (u_n)$ không phải là cấp số nhân.

C: $\frac{u_{n+1}}{u_n} = \frac{(-1)^{n+2} \cdot (n+1)}{(-1)^{n+1} \cdot n} = -\frac{n+1}{n} \Rightarrow (u_n)$ không phải cấp số nhân.

D: $\frac{u_{n+1}}{u_n} = \frac{2(n+1)^2}{2n^2} = \frac{(n+1)^2}{n^2} \Rightarrow (u_n)$ không phải là cấp số nhân.

Câu 2. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào là mệnh đề đúng?

A. Dãy số (u_n) có giới hạn bằng 0 khi n dần tiến tới dương vô cực, nếu u_n có thể nhỏ hơn một số dương bé tùy ý, kể từ một số hạng nào đó trở đi.

B. Dãy số (u_n) có giới hạn bằng 0 khi n dần tiến tới dương vô cực, nếu $|u_n|$ có thể nhỏ hơn một số dương bé tùy ý, kể từ một số hạng nào đó trở đi.

C. Dãy số (u_n) có giới hạn bằng 0 khi n dần tiến tới dương vô cực, nếu u_n có thể lớn hơn một số dương tùy ý, kể từ một số hạng nào đó trở đi.

D. Dãy số (u_n) có giới hạn bằng 0 khi n dần tiến tới dương vô cực, nếu $|u_n|$ có thể lớn hơn một số dương tùy ý, kể từ một số hạng nào đó trở đi.

Lời giải

Dựa vào định nghĩa về giới hạn 0 ta chọn B.

Câu 3. Biết $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n^3 + n^2 - 4}{an^3 + 2} = 2$ với a là tham số. Khi đó $a - a^2$ bằng

A. $\frac{1}{2}$. **B.** 1. **C.** 0. **D.** $\frac{1}{4}$.

Lời giải

Ta có $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n^3 + n^2 - 4}{an^3 + 2} = 2$.

$$\Leftrightarrow \lim \frac{n^3 \left(2 + \frac{1}{n} - \frac{4}{n^3} \right)}{n^3 \left(a + \frac{2}{n^3} \right)} = 2 \Leftrightarrow \frac{2}{a} = 2 \Leftrightarrow a = 1$$

Khi đó $a - a^2 = 1 - 1^2 = 0$.

Câu 4. Giá trị của $A = \lim \frac{3 \cdot 2^n - 3^n}{2^{n+1} + 3^{n+2}}$ bằng

- A. $-\infty$. **B.** $-\frac{1}{9}$. C. 1. D. $+\infty$.

Lời giải

$$\text{Ta có: } C = \lim \frac{3 \cdot 2^n - 3^n}{2^{n+1} + 3^{n+2}} = \lim \frac{3 \cdot \left(\frac{2}{3} \right)^n - 1}{2 \cdot \left(\frac{2}{3} \right)^n + 9} = -\frac{1}{9}.$$

Câu 5. Tính giới hạn $\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{|2-x|}{2x^2 - 5x + 2}$

- A. 1. B. 2. C. $\frac{1}{3}$. **D.** $-\frac{1}{3}$.

Lời giải

$$\text{Ta có } \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{|2-x|}{2x^2 - 5x + 2} = \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{2-x}{(x-2)(2x-1)} = \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{-1}{2x-1} = -\frac{1}{3}.$$

Câu 6. Tính giới hạn $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{x^2 - 3x} + 2x}{3x - 1}$

- A.** $\frac{1}{3}$. B. $\frac{1}{2}$. C. $\frac{2}{3}$. D. $\frac{1}{4}$.

Lời giải

$$\begin{aligned} \text{Ta có } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{x^2 - 3x} + 2x}{3x - 1} &= \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{|x| \sqrt{1 - \frac{3}{x}} + 2x}{x \left(3 - \frac{1}{x} \right)} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{-x \sqrt{1 - \frac{3}{x}} + 2x}{x \left(3 - \frac{1}{x} \right)} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{-x \left(\sqrt{1 - \frac{3}{x}} - 2 \right)}{x \left(3 - \frac{1}{x} \right)} \\ &= \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{- \left(\sqrt{1 - \frac{3}{x}} - 2 \right)}{\left(3 - \frac{1}{x} \right)} = \frac{1}{3}. \end{aligned}$$

Câu 7. Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} a^2(x-2) & \text{khi } x > 2 \\ \sqrt{x+2} - 2 & \\ (1-a)x & \text{khi } x \leq 2 \end{cases}$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của a để hàm số liên

tục trên tập xác định ?

- A. 0. **B.** 1. C. 2. D. 3.

Lời giải

Ta Hàm số xác định trên \mathbb{R}

Với $x > 2$ ta có $f(x) = \frac{a^2(x-2)}{\sqrt{x+2}-2}$ là hàm số liên tục trên từng khoảng xác định.

Do đó hàm số $f(x)$ liên tục trên $(2; +\infty)$

Với $x < 2$ ta có $f(x) = (1-a)x$ là hàm số liên tục trên tập xác định. Do đó hàm số $f(x)$ liên tục trên $(-\infty; 2)$

Với $x = 2$ ta có $\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^-} (1-a)x = 2(1-a) = f(2)$

$$\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{a^2(x-2)}{\sqrt{x+2}-2} = \lim_{x \rightarrow 2^+} a^2(\sqrt{x+2}+2) = 4a^2$$

Hàm số liên tục trên \mathbb{R} khi và chỉ khi hàm số liên tục tại $x = 2$, nên

$$\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) \Leftrightarrow 4a^2 = 2(1-a) \Leftrightarrow \begin{cases} a = -1 \\ a = \frac{1}{2} \end{cases}$$

Vậy $a = -1$ là những giá trị cần tìm. Do đó có 1 giá trị nguyên a .

Câu 8. Cho các phát biểu sau phát biểu nào là đúng?

- A.** Nếu hàm số $y = f(x)$ không liên tục tại x_0 thì nó có đạo hàm tại điểm đó.
- B.** Nếu hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm tại x_0 thì nó không liên tục tại điểm đó.
- C.** Nếu hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm tại x_0 thì nó liên tục tại điểm đó.
- D.** Nếu hàm số $y = f(x)$ liên tục tại x_0 thì nó có đạo hàm tại điểm đó.

Lời giải

Nếu hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm tại x_0 thì nó liên tục tại điểm đó còn nếu hàm số liên tục tại điểm x_0 thì nó chưa chắc có đạo hàm tại điểm đó.

Câu 9. Cho hàm số $y = x^3 - 5x + 2$ có đồ thị (C) . Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị (C) biết tiếp tuyến song song với đường thẳng $y = 7x - 14$.

- A.** $y = 7x - 14$ và $y = 7x + 18$.
- B.** $y = 7x - 14$.
- C.** $y = 7x + 18$.
- D.** $y = 7x - 18$.

Lời giải

Gọi $M(x_0; y_0)$ là tọa độ tiếp điểm.

$$\text{Ta có: } y' = 3x^2 - 5 \Rightarrow y'(x_0) = 3x_0^2 - 5$$

Vì tiếp tuyến song song với đường thẳng $y = 7x - 14$ nên hệ số góc tiếp tuyến bằng 7.

$$\text{Suy ra: } y'(x_0) = 7 \Leftrightarrow 3x_0^2 - 5 = 7 \Leftrightarrow \begin{cases} x_0 = 2 \\ x_0 = -2 \end{cases}$$

Với $x_0 = 2 \Rightarrow y_0 = 0$, phương trình tiếp tuyến là: $y = 7(x-2) + 0 \Leftrightarrow y = 7x - 14$ (loại).

Với $x_0 = -2 \Rightarrow y_0 = 4$, phương trình tiếp tuyến là: $y = 7(x+2) + 4 \Leftrightarrow y = 7x + 18$.

Vậy phương trình tiếp tuyến của đồ thị (C) là: $y = 7x + 18$.

Câu 10. Cho hàm số $f(x) = \frac{x-1}{x+1}$. Tính $f'(1)$.

- A. $f'(1)=1$. **B.** $f'(1)=\frac{1}{2}$. C. $f'(1)=-1$. D. $f'(1)=-\frac{1}{2}$.

Lời giải

Ta có: $f'(x)=\frac{2}{(x+1)^2} \Rightarrow f'(1)=\frac{2}{(1+1)^2}=\frac{1}{2}$.

Câu 11. Tính $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{\sin x - \cos x}{\tan\left(x - \frac{\pi}{4}\right)}$.

- A. $-\sqrt{2}$. **B.** $\sqrt{2}$. C. 1. D. -1.

Lời giải

Ta có: $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{\sin x - \cos x}{\tan\left(x - \frac{\pi}{4}\right)} = \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{\sqrt{2} \sin\left(x - \frac{\pi}{4}\right) \cos\left(x - \frac{\pi}{4}\right)}{\sin\left(x - \frac{\pi}{4}\right)} = \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \sqrt{2} \cos\left(x - \frac{\pi}{4}\right) = \sqrt{2}$.

Câu 12. Cho hàm số $y = \cos\sqrt{3x+1}$. Khẳng định nào là đúng?

- A. $dy = \frac{3}{2\sqrt{3x+1}} \sin\sqrt{3x+1} dx$. **B.** $dy = -\frac{3}{2\sqrt{3x+1}} \sin\sqrt{3x+1} dx$.
 C. $dy = -\frac{1}{2\sqrt{3x+1}} \cos\sqrt{3x+1} dx$. D. $dy = \frac{3}{2\sqrt{3x+1}} \cos\sqrt{3x+1} dx$.

Lời giải

Ta có: $dy = (\cos\sqrt{3x+1})' dx = -(\sqrt{3x+1})' \sin\sqrt{3x+1} dx$
 $= -\frac{(3x+1)'}{2\sqrt{3x+1}} \sin\sqrt{3x+1} dx = -\frac{3}{2\sqrt{3x+1}} \sin\sqrt{3x+1} dx$.

Câu 13. Cho hàm số $y = \frac{x^4}{4} - x^3 + 1$. Tập nghiệm của bất phương trình $y''' \leq 6$ là

- A. $S = (-\infty; 1]$. **B.** $S = (-\infty; 2]$. C. $S = [2; +\infty)$. D. $S = (-\infty; 2)$.

Lời giải

$y' = x^3 - 3x^2 \Rightarrow y'' = 3x^2 - 6x \Rightarrow y''' = 6x - 6$.

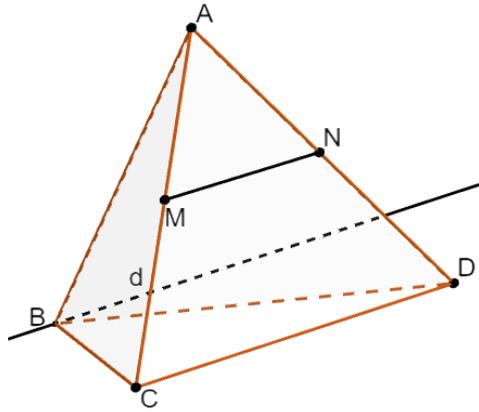
$y''' \leq 6 \Leftrightarrow 6x - 6 \leq 6 \Leftrightarrow x \leq 2$.

Tập nghiệm bất phương trình là $S = (-\infty; 2]$.

Câu 14. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M, N là trung điểm của AC và AD . Giao tuyến của hai mặt phẳng (BMN) và (BCD) ?

- A. Đường thẳng d đi qua B và song song với BC .
B. Đường thẳng d đi qua B và song song với MN .
 C. Đường thẳng d đi qua B và I , với I là giao điểm của MD và CN .
 D. Đường thẳng d đi qua B và song song với MC .

Lời giải



Hai mặt phẳng (BMN) và (BCD) : Có điểm B chung và $MN // CD$. nên theo tính chất giao tuyến của hai mặt phẳng thì giao tuyến là đường thẳng d đi qua B và song song với MN (hoặc song song CD)

Câu 15. Nếu $ABCD.A'B'C'D'$ là hình hộp thì:

- A. Các mặt bên là hình vuông.
- B. Các mặt bên là hình chữ nhật.
- C. Các mặt bên là hình thoi.
- D. Các mặt bên là hình bình hành.**

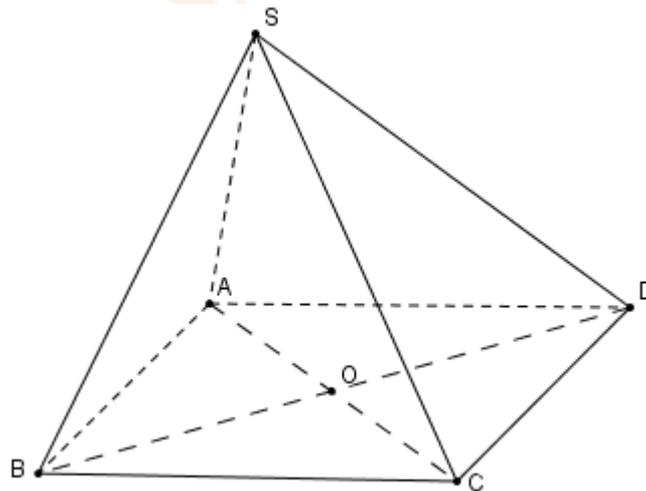
Lời giải

Nếu $ABCD.A'B'C'D'$ là hình hộp thì tất cả các mặt là hình bình hành nên mặt bên cũng là hình bình hành.

Câu 16. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O . Trong các khẳng định sau, khẳng định nào sai?

- A. $\vec{SA} + \vec{SB} + \vec{SC} + \vec{SD} = 4\vec{SO}$.
- B. $\vec{SA} + \vec{SB} = 2\vec{SO}$.
- C. $\vec{SA} - \vec{SB} = \vec{SD} - \vec{SC}$.
- D. $\vec{OA} + \vec{OB} + \vec{OC} + \vec{OD} = \vec{0}$.**

Lời giải

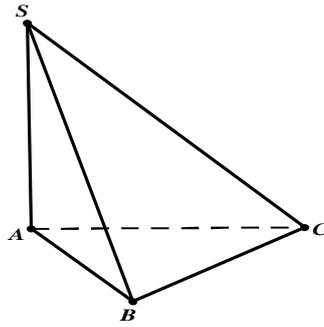


Ta có $ABCD$ là hình bình hành tâm O nên theo tính chất trung điểm thì

$$\begin{aligned}
 &+ \vec{OA} + \vec{OB} + \vec{OC} + \vec{OD} = \vec{0} . \\
 &+ \vec{SA} - \vec{SB} = \vec{SD} - \vec{SC} \Leftrightarrow \vec{BA} = \vec{CD} . \\
 &+ \vec{SA} + \vec{SB} + \vec{SC} + \vec{SD} = (\vec{SA} + \vec{SC}) + (\vec{SB} + \vec{SD}) = 2\vec{SO} + 2\vec{SO} = 4\vec{SO} .
 \end{aligned}$$

Nên phương án B sai, không có tính chất thỏa mãn $\vec{SA} + \vec{SB} = 2\vec{SO}$.

Câu 17. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Chọn khẳng định **đúng**.



Ta có $AB \perp BC \Rightarrow \Delta ABC$ là tam giác vuông tại B .

Ta có $SA \perp (ABC) \Rightarrow \begin{cases} SA \perp AB \\ SA \perp AC \end{cases} \Rightarrow \Delta SAB, \Delta SAC$ là các tam giác vuông tại A .

Mặt khác $\begin{cases} AB \perp BC \\ SA \perp BC \end{cases} \Rightarrow BC \perp SB \Rightarrow \Delta SBC$ là tam giác vuông tại B .

Vậy $S.ABC$ có bốn mặt đều là tam giác vuông.

- Câu 21.** Cho các số thực a, b, c thỏa mãn $c^2 + a = 18$ và $\lim(\sqrt{an^2 + bn} - cn) = 2$. Tính $P = a - 2b + 3c$
- A.** -24. **B.** 6. **C.** 12. **D.** -6.

Lời giải

Từ giả thiết $\lim(\sqrt{an^2 + bn} - cn) = 2$ suy ra $a > 0, c > 0$.

$$\text{Ta có } \lim(\sqrt{an^2 + bn} - cn) = 2 \Leftrightarrow \lim \frac{(a - c^2)n^2 + bn}{\sqrt{an^2 + bn} + cn} = 2 \Leftrightarrow \begin{cases} a - c^2 = 0 & (1) \\ \frac{b}{\sqrt{a + c}} = 2 & (2) \end{cases}$$

$$\text{Mà } c^2 + a = 18 \quad (3)$$

$$\text{Từ (1) và (3) ta có: } a = c^2 = 9 \Rightarrow c = 3$$

$$\text{Thay vào (2)} \Rightarrow b = 12$$

$$\text{Khi đó } P = a - 2b + 3c = -6$$

- Câu 22.** Cho a, b là các số dương. Biết $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{9x^2 - ax} - \sqrt[3]{27x^3 + bx^2 + 5}) = \frac{7}{27}$. Tính giá trị của biểu thức $P = 9a - 2b$
- A.** $P = -14$. **B.** $P = 14$. **C.** $P = 7$. **D.** $P = -7$.

Lời giải

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{9x^2 - ax} - \sqrt[3]{27x^3 + bx^2 + 5}) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left[(\sqrt{9x^2 - ax} - 3x) - (\sqrt[3]{27x^3 + bx^2 + 5} - 3x) \right]$$

$$= \lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{9x^2 - ax} - 3x) - \lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt[3]{27x^3 + bx^2 + 5} - 3x)$$

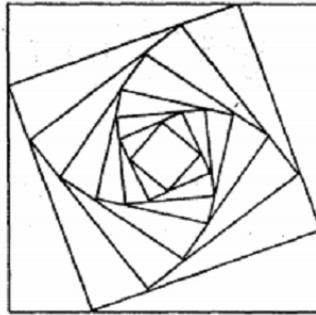
$$\bullet \lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{9x^2 - ax} - 3x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{-ax}{x(\sqrt{9 - \frac{a}{x}} + 3)} = \frac{-a}{6}$$

$$\bullet \lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt[3]{27x^3 + bx^2 + 5} - 3x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{bx^2 + 5}{(\sqrt[3]{27x^3 + bx^2 + 5})^2 + 3x\sqrt[3]{27x^3 + bx^2 + 5} + 9x^2}$$

$$= \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2 \left(b + \frac{5}{x^2} \right)}{x^2 \left[\left(\sqrt[3]{27 + \frac{b}{x} + \frac{5}{x^3}} \right)^2 + 3 \sqrt[3]{27 + \frac{b}{x} + \frac{5}{x^3}} + 9 \right]} = \frac{b}{27}$$

Do đó $\frac{-a}{6} + \frac{b}{27} = \frac{7}{27} \Leftrightarrow 9a - 2b = -14$

Câu 23. Cho hình vuông (C_1) có cạnh bằng a . Người ta chia mỗi cạnh của hình vuông thành bốn phần bằng nhau và nối các điểm chia một cách thích hợp để có hình vuông (C_2) (Hình vẽ).



Từ hình vuông (C_2) lại tiếp tục làm như trên ta nhận được dãy các hình vuông $C_1, C_2, C_3, \dots, C_n, \dots$

Gọi S_i là diện tích của hình vuông C_i ($i \in \{1, 2, 3, \dots\}$). Đặt $T = S_1 + S_2 + S_3 + \dots + S_n + \dots$. Biết

$T = \frac{32}{3}$, tính a ?

- A.** 2. **B.** $\frac{5}{2}$. **C.** $\sqrt{2}$. **D.** $2\sqrt{2}$.

Lời giải

Cạnh của hình vuông (C_2) là: $a_2 = \sqrt{\left(\frac{3}{4}a\right)^2 + \left(\frac{1}{4}a\right)^2} = \frac{a\sqrt{10}}{4}$. Do đó diện tích $S_2 = \frac{5}{8}a^2 = \frac{5}{8}S_1$.

Cạnh của hình vuông (C_3) là: $a_3 = \sqrt{\left(\frac{3}{4}a_2\right)^2 + \left(\frac{1}{4}a_2\right)^2} = \frac{a_2\sqrt{10}}{4} = a \left(\frac{\sqrt{10}}{4}\right)^2$.

Do đó diện $S_3 = \left(\frac{5}{8}\right)^2 a^2 = \frac{5}{8}S_2$. Lý luận tương tự ta có các $S_1, S_2, S_3, \dots, S_n, \dots$ tạo thành một dãy

cấp số nhân lùi vô hạn có $u_1 = S_1$ và công bội $q = \frac{5}{8}$.

$T = \frac{S_1}{1-q} = \frac{8a^2}{3}$. Với $T = \frac{32}{3}$ ta có $a^2 = 4 \Leftrightarrow a = 2$.

Câu 24. Cho $f(x)$ là đa thức thỏa mãn $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{f(x) - 15}{x - 3} = 12$. Tính $T = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt[3]{5f(x) - 11} - 4}{x^2 - x - 6}$.

- A.** $T = \frac{3}{20}$. **B.** $T = \frac{3}{40}$. **C.** $T = \frac{1}{4}$. **D.** $T = \frac{1}{20}$.

Lời giải

Do $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{f(x) - 15}{x - 3} = 12 \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 3} f(x) = 15$

$$T = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt[3]{5f(x)-11}-4}{x^2-x-6} = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{5f(x)-11-64}{(x-3)(x+2)\left(\left(\sqrt[3]{5f(x)-11}\right)^2+2\sqrt[3]{5f(x)-11}+4\right)}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 3} \frac{5(f(x)-15)}{(x-3)} \lim_{x \rightarrow 3} \frac{1}{(x+2)\left(\left(\sqrt[3]{5f(x)-11}\right)^2+4\sqrt[3]{5f(x)-11}+16\right)} = 5 \cdot 12 \cdot \frac{1}{5(4^2+4 \cdot 4+16)} = \frac{1}{4}$$

Câu 25. Biết $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\sqrt{2x^2-3x+4} - \sqrt{2x} \right) = \frac{a}{b\sqrt{8}}$ với $\frac{a}{b}$ tối giản. Hỏi giá trị ab bằng bao nhiêu?

- A.** -3. **B.** -6. **C.** -72. **D.** -10.

Lời giải

$$\text{Ta có } \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\sqrt{2x^2-3x+4} - \sqrt{2x} \right) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{-3x+4}{\sqrt{2x^2-3x+4} + \sqrt{2x}} \right)$$

$$= \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{-3 + \frac{4}{x}}{\sqrt{2 - \frac{3}{x} + \frac{4}{x^2}} + \sqrt{2}} \right) = \frac{-3}{2\sqrt{2}} = \frac{-3}{\sqrt{8}}.$$

Khi đó $a = -3, b = 1 \Rightarrow a \cdot b = -3$.

Câu 26. Cho $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{f(x)-5}{x-4} = 5$. Tính giới hạn $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{f(x)-5}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{6f(x)+6}+4)}$

- A.** -2. **B.** $\frac{1}{2}$. **C.** $-\frac{1}{2}$. **D.** 2.

Lời giải

Vì $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{f(x)-5}{x-4} = 5$ nên $f(4) = 5$.

$$\text{Khi đó } \lim_{x \rightarrow 4} \frac{f(x)-5}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{6f(x)+6}+4)} = \lim_{x \rightarrow 4} \frac{f(x)-5}{x-4} \cdot \lim_{x \rightarrow 4} \frac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{6f(x)+6}+4} = 5 \cdot \frac{\sqrt{4}+2}{\sqrt{6 \cdot 5+6}+4} = 2.$$

Câu 27. Cho hàm số $f(x) = \frac{\sqrt{x^2+x+3} - \sqrt[3]{13x+1}}{x-2}$ ($x \neq 2$). Để hàm số liên tục trên \mathbb{R} thì phải bổ sung

thêm $f(2) = \frac{a}{b}$ ($a, b \in \mathbb{Z}^+; (a, b) = 1$). Khi đó $H = b - a$ chia hết cho số nào sau đây?

- A.** 8. **B.** 6. **C.** 4. **D.** 5.

Lời giải

Hàm số liên tục trên các khoảng $(-\infty; 2)$ và $(2; +\infty)$.

Để hàm số liên tục trên \mathbb{R} thì hàm số liên tục tại $x = 2$ hay $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = f(2)$.

Ta có :

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 2} f(x) &= \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{x^2+x+3} - \sqrt[3]{13x+1}}{x-2} = \lim_{x \rightarrow 2} \left[\frac{\sqrt{x^2+x+3}-3}{x-2} + \frac{3-\sqrt[3]{13x+1}}{x-2} \right] \\ &= \lim_{x \rightarrow 2} \left[\frac{x^2+x-6}{(x-2)(\sqrt{x^2+x+3}+3)} + \frac{26-13x}{(x-2)(9+3\sqrt[3]{13x+1}+(\sqrt[3]{13x+1})^2)} \right] \\ &= \lim_{x \rightarrow 2} \left[\frac{x+3}{\sqrt{x^2+x+3}+3} + \frac{-13}{9+3\sqrt[3]{13x+1}+(\sqrt[3]{13x+1})^2} \right] \\ &= \frac{5}{6} - \frac{13}{27} = \frac{19}{54} \end{aligned}$$

Do đó $f(2) = \frac{19}{54}$. Suy ra $a = 19, b = 54$. Hay $H = b - a = 54 - 19 = 35$ chia hết cho 5.

Câu 28. Cho phương trình $\sqrt{(x-2)^3} + 5x - 11 = 0$ (1). Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. Phương trình luôn vô nghiệm.
- B. Phương trình có 3 nghiệm phân biệt lớn hơn 2.
- C. Phương trình có đúng hai nghiệm lớn hơn 2.
- D.** Phương trình có duy nhất một nghiệm và lớn hơn 2.

Lời giải

Điều kiện: $x \geq 2$.

Đặt $\sqrt{x-2} = t$ ($t \geq 0$). Phương trình đã cho trở thành: $t^3 + 5t^2 - 1 = 0$ (2).

Đặt $f(t) = t^3 + 5t^2 - 1$ thì hàm số liên tục trên $[0; +\infty)$.

Xét sự tồn tại nghiệm của phương trình: $t^3 + 5t^2 - 1 = 0$ trên \mathbb{R} ta thấy:

$$f(0) = -1, f(1) = 5, f(-1) = 3, f(-5) = -1$$

$$\text{Vì: } \begin{cases} f(-5) \cdot f(-1) < 0 \\ f(-1) \cdot f(0) < 0 \\ f(0) \cdot f(1) < 0 \end{cases} \text{ nên (2) có 3 nghiệm phân biệt } t_1 \in (-5; -1), t_2 \in (-1; 0), t_3 \in (0; 1).$$

Do đó trên $[0; +\infty)$ thì phương trình (2) có duy nhất một nghiệm. Khi đó phương trình (1) có duy nhất một nghiệm và $x = t^2 + 2 > 2$.

Câu 29. Tính đạo hàm của hàm số sau $f(x) = \begin{cases} x^2 + x + 1 & \text{khi } x \leq 1 \\ \sqrt{x-1} + 3 & \text{khi } x > 1 \end{cases}$

$$\text{A. } f'(x) = \begin{cases} 2x+1 & \text{khi } x \leq 1 \\ \frac{1}{2\sqrt{x-1}} & \text{khi } x > 1 \end{cases}$$

$$\text{B. } f'(x) = \begin{cases} 2x+1 & \text{khi } x \leq 1 \\ -\frac{1}{\sqrt{x-1}} & \text{khi } x > 1 \end{cases}$$

$$\text{C. } f'(x) = \begin{cases} 2x+1 & \text{khi } x < 1 \\ \frac{1}{\sqrt{x-1}} & \text{khi } x > 1 \end{cases}$$

$$\text{D. } f'(x) = \begin{cases} 2x+1 & \text{khi } x < 1 \\ \frac{1}{2\sqrt{x-1}} & \text{khi } x > 1 \end{cases}$$

Lời giải

Với $x < 1$ ta có: $f'(x) = 2x + 1$

Với $x > 1$ ta có: $f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x-1}}$

Tại $x = 1$ ta có:

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{f(x) - f(1)}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{x^2 + x - 2}{x - 1} = 3$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{f(x) - f(1)}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{\sqrt{x-1}}{x-1} = +\infty \text{ suy ra hàm số không có đạo hàm tại } x = 1$$

$$\text{Vậy } f'(x) = \begin{cases} 2x+1 & \text{khi } x < 1 \\ \frac{1}{2\sqrt{x-1}} & \text{khi } x > 1 \end{cases}$$

- Câu 30.** Cho hàm số $y = x^3 - 3x + 2$ có đồ thị (C) . Biết rằng trên (C) có hai điểm $A(x_A; y_A), B(x_B; y_B)$ phân biệt, các tiếp tuyến với (C) tại A, B có cùng hệ số góc, đồng thời đường thẳng đi qua A và B vuông góc với đường thẳng $x + y - 5 = 0$. Tính tổng $x_A - 2x_B + 2y_A - 3y_B$, biết $x_A > x_B$.
- A.** 8. **B.** 14. **C.** 6. **D.** 10.

Lời giải

$$y = x^3 - 3x + 2 \Rightarrow y' = 3x^2 - 3$$

Tiếp tuyến với (C) tại A, B có cùng hệ số góc và chỉ khi

$$f'(x_A) = f'(x_B) \Leftrightarrow x_A^2 = x_B^2 \Leftrightarrow \begin{cases} x_A = x_B (L) \\ x_A + x_B = 0 \end{cases}$$

$\Rightarrow A, B$ đối xứng nhau qua $I(0; 2)$ là tâm đối xứng của (C) .

$$AB \perp d : x + y - 5 = 0 \Rightarrow AB : x - y + m = 0.$$

$$AB \text{ qua } I \text{ nên ta có } m = 2 \Rightarrow AB : x - y + 2 = 0.$$

Khi đó hoành độ A, B thỏa mãn phương trình

$$x^3 - 3x + 2 = x + 2 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 (L) \\ x = \pm 2 \end{cases} \Rightarrow A(2; 4), B(-2; 0)$$

$$x_A - 2x_B + 2y_A - 3y_B = 14.$$

- Câu 31.** Cho hàm số $y = x^3 - 6x^2 + 9x - 1$ có đồ thị là (C) . Hỏi trên đường thẳng $y = 3$ có bao nhiêu điểm mà từ đó kẻ được 2 tiếp tuyến đến (C) mà 2 tiếp tuyến đó vuông góc với nhau?
- A.** 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 0.

Lời giải

Lấy điểm $M(m; 3)$ bất kì thuộc đường thẳng $y = 3$. Đường thẳng d đi qua $M(m; 3)$ có hệ số góc k có phương trình $y = k(x - m) + 3$.

Ta có: $y' = 3x^2 - 12x + 9$. Để d tiếp xúc với đồ thị (C) khi và chỉ khi hệ sau có nghiệm:

$$\begin{cases} x^3 - 6x^2 + 9x - 1 = k(x - m) + 3 & (1) \\ k = 3x^2 - 12x + 9 & (2) \end{cases}$$

Thay (2) vào (1) ta có:

$$\begin{aligned}x^3 - 6x^2 + 9x - 1 &= (3x^2 - 12x + 9)(x - m) + 3 \\ \Leftrightarrow 2x^3 - 3(m+2)x^2 + 12mx - 9m + 4 &= 0 \\ \Leftrightarrow (x-1)[2x^2 - (4+3m)x + 9m - 4] &= 0 \\ \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ 2x^2 - (4+3m)x + 9m - 4 = 0 \end{cases}\end{aligned}$$

Với $x=1 \Rightarrow k=0$. Tiếp tuyến là $y=3$.

Do không có tiếp tuyến nào của đồ thị vuông góc với tiếp tuyến $y=3$, nên yêu cầu bài toán tương đương với phương trình $2x^2 - (4+3m)x + 9m - 4 = 0$ (*) có 2 nghiệm phân biệt $x_1; x_2$, và tiếp tuyến tại chúng vuông góc với nhau.

Phương trình (*) có 2 nghiệm phân biệt khi và chỉ khi:

$$\Leftrightarrow \Delta = (4+3m)^2 - 8(9m-4) > 0$$

$$\Leftrightarrow 9m^2 - 48m + 48 > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m < \frac{4}{3} \\ m > 4 \end{cases}$$

Theo Viet, ta có:
$$\begin{cases} x_1 + x_2 = \frac{4+3m}{2} \\ x_1 \cdot x_2 = \frac{9m-4}{2} \end{cases}$$

$$f'(x_1) \cdot f'(x_2) = -1 \Leftrightarrow (3x_1^2 - 12x_1 + 9) \cdot (3x_2^2 - 12x_2 + 9) = -1$$

Ta có:
$$\Leftrightarrow (x_1 x_2)^2 - 4x_1 x_2 (x_1 + x_2) + 3(x_1 + x_2)^2 + 10x_1 x_2 - 12(x_1 + x_2) + 9 = \frac{-1}{9}$$

$$\Leftrightarrow m = \frac{26}{27}$$

Vậy $M\left(\frac{26}{27}; 3\right)$ thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 32. Cho hàm số $y = \frac{1}{3}(m-1)x^3 - 2x^2 + 2mx - 1$. Tập các giá trị của tham số m để $y' \leq 0$ với mọi $x \in \mathbb{R}$?

A. $m \in [-1; 1]$.

B. $m \in (-\infty; -1)$.

C. $(-1; 1)$.

D. $(-\infty; -1]$.

Lời giải

Ta có: $y' = (m-1)x^2 - 4x + 2m$.

$$y' \leq 0 \Leftrightarrow (m-1)x^2 - 4x + 2m \leq 0, \forall x \in \mathbb{R} \quad (1)$$

Nếu $m=1$ thì bất phương trình trở thành $-4x + 2 < 0 \Leftrightarrow x > \frac{1}{2}$ (không thỏa mãn với mọi $x \in \mathbb{R}$)

Nếu $m \neq 1$. Khi đó

$$(1) \Leftrightarrow \begin{cases} m-1 < 0 \\ \Delta' \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < 1 \\ 4 - 2m(m-1) \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < 1 \\ -2m^2 + 2m + 4 \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < 1 \\ m \leq -1 \Leftrightarrow m \leq -1. \\ m \geq 2 \end{cases}$$

Câu 33. Cho $y = \frac{1}{2} \sin 2x + 2 \cos x + 3x + 2$. Tổng các nghiệm trên đoạn $[0; 50\pi]$ của phương trình $y' = 0$ bằng

- A. 1225π . **B.** $\frac{1225\pi}{2}$. C. $\frac{1225\pi}{4}$. D. 2450π .

Lời giải

Ta có: $y' = \cos 2x - 2 \sin x + 3 = -2 \sin^2 x - 2 \sin x + 4$.

$$y' = 0 \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{2} + k2\pi; k \in \mathbb{Z}.$$

$$\text{vì } x \in [0; 50\pi] \text{ nên } 0 \leq \frac{\pi}{2} + k2\pi \leq 50\pi \Leftrightarrow -\frac{1}{4} \leq k \leq \frac{99}{4}.$$

Mặt khác $k \in \mathbb{Z}$ nên $k \in \{0; 1; 2; 3; \dots; 24\}$.

Suy ra tổng các nghiệm trên đoạn $[0; 50\pi]$ của phương trình $y' = 0$ là:

$$S_{25} = \frac{\pi}{2} + \frac{5\pi}{2} + \frac{9\pi}{2} + \frac{13\pi}{2} + \dots + \frac{97\pi}{2} = \frac{25 \left(\frac{\pi}{2} + \frac{97\pi}{2} \right)}{2} = \frac{1225\pi}{2}.$$

Câu 34. Cho hình hộp $ABCD.A_1B_1C_1D_1$ có $G_1; G_2$ lần lượt là trọng tâm tam giác BDA_1 và CB_1D_1 . Hãy chọn khẳng định đúng trong các khẳng định sau?

- A. $\overrightarrow{AC_1} = \frac{3}{4} \overrightarrow{AG_1} + \frac{3}{2} \overrightarrow{AG_2}$. **B.** $\overrightarrow{AC_1} = \frac{3}{2} \overrightarrow{AG_1} + \frac{3}{4} \overrightarrow{AG_2}$.
C. $\overrightarrow{AC_1} = \frac{1}{2} \overrightarrow{AG_1} + \frac{3}{4} \overrightarrow{AG_2}$. D. $\overrightarrow{AC_1} = \frac{3}{2} (\overrightarrow{AG_1} + \overrightarrow{AG_2})$.

Lời giải

$$\text{Ta có: } \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AG_1} + \overrightarrow{G_1B}.$$

$$\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AG_1} + \overrightarrow{G_1D}.$$

$$\overrightarrow{AA_1} = \overrightarrow{AG_1} + \overrightarrow{G_1A_1}.$$

$$\text{Suy ra } \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA_1} = 3\overrightarrow{AG_1}.$$

$$\text{Mà } \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA_1} = \overrightarrow{AC_1} \text{ suy ra } \overrightarrow{AC_1} = 3\overrightarrow{AG_1}. \quad (1)$$

$$\text{Ta lại có: } \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AG_2} + \overrightarrow{G_2C}.$$

$$\overrightarrow{AB_1} = \overrightarrow{AG_2} + \overrightarrow{G_2B_1}.$$

$$\overrightarrow{AD_1} = \overrightarrow{AG_2} + \overrightarrow{G_2D_1}.$$

$$\text{Suy ra } \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AB_1} + \overrightarrow{AD_1} = 3\overrightarrow{AG_2} \Leftrightarrow \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AA_1} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA_1} = 3\overrightarrow{AG_2}.$$

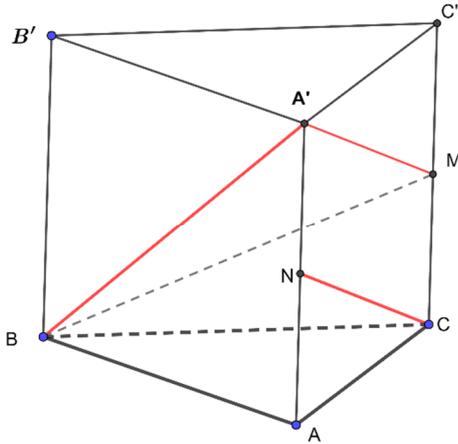
$$\Leftrightarrow \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA_1} = \frac{3}{2} \overrightarrow{AG_2} \Leftrightarrow \overrightarrow{AC_1} = \frac{3}{2} \overrightarrow{AG_2}. \quad (2)$$

$$\text{Từ (1) và (2) suy ra } \overrightarrow{AC_1} = \frac{3}{2} \overrightarrow{AG_1} + \frac{3}{4} \overrightarrow{AG_2}.$$

Câu 35. Cho hình lăng trụ đứng $ABCA'B'C'$ có đáy là tam giác ABC vuông tại A , có $AB = a\sqrt{3}$, $AC = a$. Biết $A'B = a\sqrt{7}$, Gọi N là trung điểm AA' . Góc giữa hai đường thẳng $A'B$ và CN là φ . Khẳng định nào sau đây đúng.

A. $\cos \varphi = \frac{\sqrt{14}}{7}$. **B.** $\cos \varphi = \frac{-\sqrt{14}}{7}$. **C.** $\cos \varphi = \frac{\sqrt{14}}{28}$. **D.** $\cos \varphi = \frac{\sqrt{14}}{2}$.

Lời giải



Gọi M là trung điểm CC' suy ra $A'M \parallel CN$

Khi đó $(A'B, CN) = (A'B, A'M)$.

Ta có:

$$AA' = \sqrt{A'B^2 - AB^2} = \sqrt{7a^2 - 3a^2} = 2a$$

$$BC = \sqrt{AB^2 + AC^2} = \sqrt{a^2 + 3a^2} = 2a \Rightarrow BM = \sqrt{CM^2 + BC^2} = \sqrt{a^2 + 4a^2} = a\sqrt{5}$$

$$\text{Vì tứ giác } A'MCN \text{ là hình bình hành} \Rightarrow CM = A'N = AN = \frac{AA'}{2} = a$$

$$\text{Và } A'M = CN = \sqrt{AC^2 + AN^2} = \sqrt{a^2 + a^2} = a\sqrt{2}$$

Áp dụng định lý cô sin trong tam giác $\Delta A'BM$:

$$\cos \widehat{BA'M} = \frac{A'B^2 + A'M^2 - BM^2}{2A'B \cdot A'M} = \frac{7a^2 + 2a^2 - 5a^2}{2 \cdot a\sqrt{7} \cdot a\sqrt{2}} = \frac{2}{\sqrt{14}} = \frac{\sqrt{14}}{7}$$

Câu 36. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh $2a$, mặt bên SAB là tam giác đều và $SC = 2a\sqrt{2}$. Gọi H, K lần lượt là trung điểm của AB và AD . Khẳng định nào sau đây **Sai**?

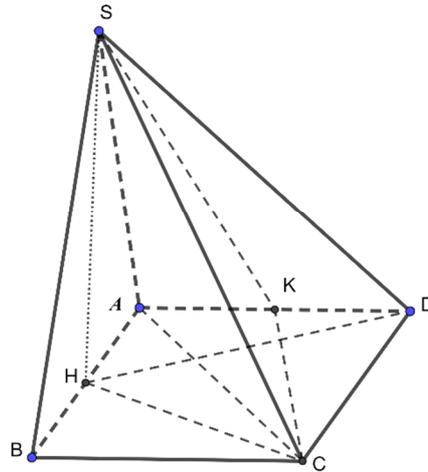
A. $CK \perp (SHD)$.

B. $CK \perp SD$.

C. $AC \perp SK$.

D. $CK \perp (SBC)$.

Lời giải



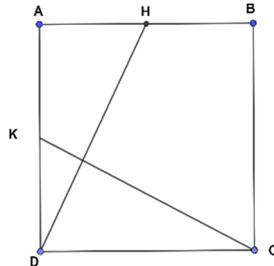
Ta có H là trung điểm AB và tam giác SAB đều nên $SH \perp AB$ (1)

Mặt khác: $SH = a\sqrt{3}; SC = 2a\sqrt{2}, HC = \sqrt{BH^2 + BC^2} = \sqrt{4a^2 + a^2} = a\sqrt{5}$

Để thấy: $SH^2 + HC^2 = 3a^2 + 5a^2 = 8a^2 = (2a\sqrt{2})^2 = SC^2 \Rightarrow \Delta SHC$ vuông tại $H \Rightarrow SH \perp HC$ (2)

Từ (1) và (2) $\Rightarrow SH \perp (ABCD)$

Khi đó: $AC \perp SH, AC \perp HK \Rightarrow AC \perp (SHK) \Rightarrow AC \perp SK$ (Phương án C đúng)



Ta có:

$$\Delta AHD = \Delta DKC (c - g - c) \Rightarrow \widehat{DKC} = \widehat{AHD}$$

$$\text{mà } \widehat{AHD} + \widehat{ADH} = 90^\circ \Rightarrow \widehat{DKC} + \widehat{ADH} = 90^\circ \Rightarrow CK \perp HD$$

$$\text{Lại có: } SH \perp CK \Rightarrow CK \perp (SHD)$$

Suy ra phương án A, B đúng.

Câu 37. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật với $AB = a, AD = a\sqrt{3}$.

$SA \perp (ABCD)$ và $SA = 2a$. Gọi I là hình chiếu vuông góc của A lên SB và (P) là mặt phẳng chứa AI và song song với BC . Diện tích thiết diện của mặt phẳng (P) với hình chóp $S.ABCD$.

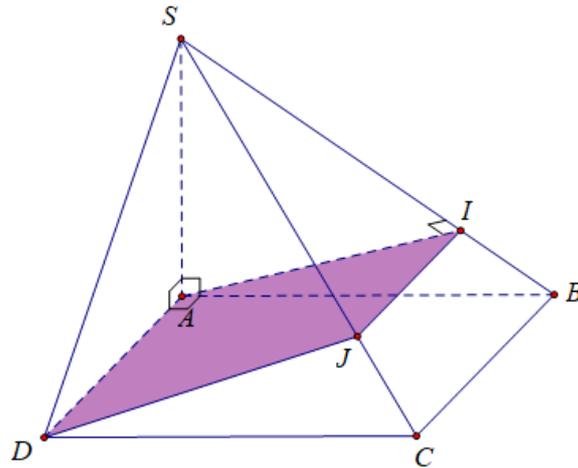
A. $\frac{9\sqrt{15}a^2}{25}$.

B. $\frac{9\sqrt{15}a^2}{5}$.

C. $\frac{9\sqrt{5}a^2}{25}$.

D. $\frac{9\sqrt{3}a^2}{25}$.

Lời giải



Xét ΔSAB là tam giác vuông tại A và $SA = 2a, AB = a$. Vì I là hình chiếu vuông góc của A lên SB nên ta có: $\frac{1}{AI^2} = \frac{1}{SA^2} + \frac{1}{AB^2} = \frac{1}{(2a)^2} + \frac{1}{a^2} = \frac{5}{4a^2} \Rightarrow AI = \frac{2a}{\sqrt{5}}$.

+ Lại có: ΔAIB đồng dạng với $\Delta SAB \Rightarrow \frac{IB}{AB} = \frac{AB}{SB}$ hay

$$IB = \frac{AB^2}{SB} = \frac{a^2}{\sqrt{SA^2 + AB^2}} = \frac{a^2}{a\sqrt{5}} = \frac{a\sqrt{5}}{5}$$

$$\Rightarrow SI = SB - IB = a\sqrt{5} - \frac{a\sqrt{5}}{5} = \frac{4a\sqrt{5}}{5}$$

Vì (P) là mặt phẳng chứa AI và song song với $BC \Rightarrow AD \subset (P)$ và cắt SC tại điểm J thỏa mãn: $IJ // BC$

$$\Rightarrow \frac{IJ}{BC} = \frac{SI}{SB} \Rightarrow IJ = \frac{SI \cdot BC}{SB} = \frac{\frac{4a\sqrt{5}}{5} \cdot a\sqrt{3}}{a\sqrt{5}} = \frac{4a\sqrt{3}}{5}$$

Khi đó (P) giao với hình chóp $S.ABCD$ theo thiết diện là hình thang $ADJI$ với 2 đáy là

$$AD = a\sqrt{3} \text{ và } IJ = \frac{4a\sqrt{3}}{5}$$

Lại có $AD \perp (SAB) \Rightarrow AD \perp AI$ hay AI là chiều cao của hình thang $ADJI$ và $AI = \frac{2a}{\sqrt{5}}$.

Vậy diện tích thiết diện của (P) và hình chóp $S.ABCD$ là:

$$S = \frac{1}{2}(AD + IJ) \cdot AI = \frac{1}{2} \left(a\sqrt{3} + \frac{4a\sqrt{3}}{5} \right) \cdot \frac{2a}{\sqrt{5}} = \frac{9\sqrt{15}a^2}{25}$$

Câu 38. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật với đáy $ABCD$ là hình chữ nhật với $AB = a, AD = a\sqrt{2}$. Ba cạnh SA, AB, AD đôi một vuông góc và $SA = 2a$. Gọi I là trung điểm của SD . Tính $\cos(AI, SC)$

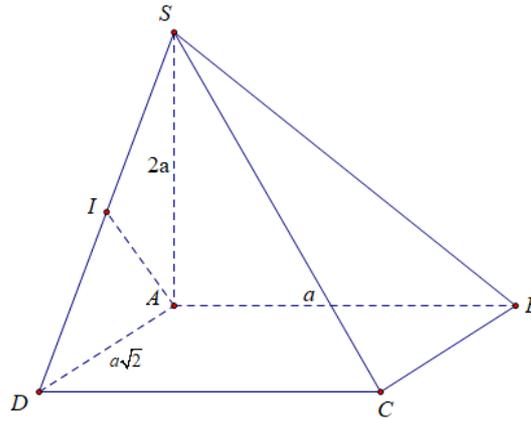
A. $\frac{\sqrt{42}}{42}$.

B. $\frac{2}{\sqrt{42}}$.

C. $\frac{2}{\sqrt{7}}$.

D. $\frac{\sqrt{42}}{7}$.

Lời giải



Ta có: $AC = \sqrt{AD^2 + CD^2} = \sqrt{(a\sqrt{2})^2 + a^2} = a\sqrt{3}$

$\Rightarrow SC = \sqrt{SA^2 + AC^2} = \sqrt{(2a)^2 + (a\sqrt{3})^2} = a\sqrt{7}$;

$AI = \frac{1}{2}SD = \frac{1}{2}\sqrt{SA^2 + AD^2} = \frac{1}{2}\sqrt{(2a)^2 + (a\sqrt{2})^2} = \frac{a\sqrt{6}}{2}$.

Khi đó: $\cos(AI, SC) = \left| \cos(\vec{AI}, \vec{SC}) \right| = \frac{|\vec{AI} \cdot \vec{SC}|}{|\vec{AI}| \cdot |\vec{SC}|} = \frac{|\vec{AI} \cdot \vec{SC}|}{\frac{a\sqrt{6}}{2} \cdot a\sqrt{7}}$.

Lại có: $\vec{AI} = \frac{1}{2}(\vec{AS} + \vec{AD})$; $\vec{SC} = \vec{AC} - \vec{AS} = \vec{AB} + \vec{AD} - \vec{AS}$

$\Rightarrow \vec{AI} \cdot \vec{SC} = \frac{1}{2}(\vec{AS} + \vec{AD})(\vec{AB} + \vec{AD} - \vec{AS})$

$= \frac{1}{2}(\vec{AS} \cdot \vec{AB} + \vec{AS} \cdot \vec{AD} - \vec{AS} \cdot \vec{AS} + \vec{AD} \cdot \vec{AB} + \vec{AD} \cdot \vec{AD} - \vec{AD} \cdot \vec{AS})$

$= \frac{1}{2}(-AS^2 + AD^2) = \frac{1}{2}(-4a^2 + 2a^2) = -a^2$.

$\Rightarrow \cos(AI, SC) = \frac{a^2}{\frac{a^2\sqrt{42}}{2}} = \frac{2}{\sqrt{42}}$.

Câu 39. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác ABC đều cạnh $2a$ và góc $\widehat{ABA'} = 60^\circ$. Gọi I, K lần lượt là trung điểm của $A'B$ và $A'C$. Gọi φ là góc giữa hai mặt phẳng (AIK) và (ABC) . Tính $\cos \varphi$.

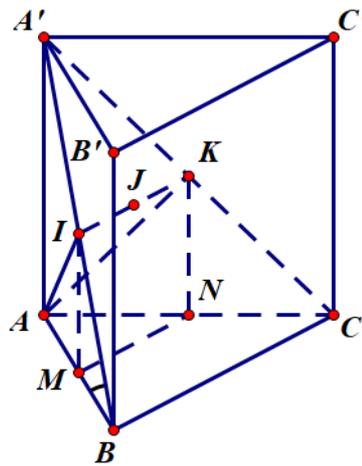
A. $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{5}}$.

B. $\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{5}}$.

C. $\frac{2}{\sqrt{5}}$.

D. $\frac{1}{\sqrt{5}}$.

Lời giải



Gọi M, N lần lượt là hình chiếu vuông góc của I và K lên mặt phẳng (ABC) .

Ta có góc giữa hai mặt phẳng (AIK) và (ABC) cũng chính là góc giữa hai mặt phẳng (AIK) và (AMN) .

Mặt khác ΔAMN là hình chiếu vuông góc của ΔAIK lên (ABC) .

$$\text{Khi đó ta có } S_{\Delta AMN} = S_{\Delta AIK} \cdot \cos \varphi \Rightarrow \cos \varphi = \frac{S_{\Delta AMN}}{S_{\Delta AIK}} \quad (*)$$

$$\text{Ta có } S_{\Delta AMN} = \frac{1}{2} AM \cdot AN \cdot \sin 60^\circ = \frac{a^2 \sqrt{3}}{4}$$

Xét $\Delta A'AB$ vuông tại A ta có $A'A = AB \cdot \tan 60^\circ = 2a\sqrt{3}$;

$$A'B = \sqrt{AB^2 + A'A^2} = \sqrt{4a^2 + 12a^2} = 4a^2 \Rightarrow AI = AK = 2a$$

$$\text{Gọi } J \text{ là trung điểm } IK \text{ suy ra } AJ = \sqrt{AI^2 - IJ^2} = \sqrt{4a^2 - \frac{a^2}{4}} = \frac{a\sqrt{15}}{2}$$

$$\text{Ta có } S_{\Delta AIK} = \frac{1}{2} AJ \cdot IK = \frac{1}{2} \frac{a\sqrt{15}}{2} \cdot a = \frac{a^2 \sqrt{15}}{4}$$

$$\text{Vậy } \cos \varphi = \frac{\frac{a^2 \sqrt{3}}{4}}{\frac{a^2 \sqrt{15}}{4}} = \frac{1}{\sqrt{5}}$$

Câu 40. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác ABC vuông cân tại B , biết $SA = a\sqrt{6}$, $AB = BC = 2a$ và $SA \perp (ABC)$. Gọi I là hình chiếu vuông góc của B lên cạnh AC . Tính khoảng cách từ điểm C đến mặt phẳng (SBI) .

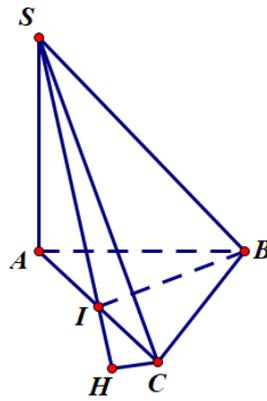
A. $\frac{a\sqrt{2}}{2}$.

B. $\frac{a\sqrt{2}}{3}$.

C. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$.

D. $\frac{a\sqrt{6}}{2}$.

Lời giải



Gọi H là hình chiếu vuông góc của C lên cạnh SI .
Ta có $CH \perp SI$.

$$CH \perp BI, (\text{vì } BI \perp (SAC)).$$

Suy ra $CH \perp (SBI)$. Vậy $d(C, (SBI)) = CH$.

Xét $\triangle ABC$ vuông cân tại B nên ta có $AC = 2a\sqrt{2} \Rightarrow AI = CI = \frac{1}{2} AC = a\sqrt{2}$.

Xét $\triangle SAI$ vuông tại A ta có $\tan \widehat{SIA} = \frac{SA}{AI} = \frac{a\sqrt{6}}{a\sqrt{2}} = \sqrt{3} \Rightarrow \widehat{SIA} = 60^\circ$.

Xét $\triangle HIC$ vuông tại H ta có $\sin \widehat{HIC} = \sin \widehat{SIA} = \frac{HC}{IC} \Rightarrow HC = IC \cdot \sin 60^\circ = a\sqrt{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{a\sqrt{6}}{2}$.

- Câu 41.** Cho dãy số (a_n) thỏa mãn:
$$\begin{cases} a_1 = \frac{4}{3} \\ (n+2)^2 a_n = n^2 a_{n+1} - (n+1)a_n a_{n+1} \end{cases} \quad \forall n \geq 1, n \in \mathbb{N}. \text{ Tìm } \lim a_n.$$
- A.** $\lim a_n = -2$. **B.** $\lim a_n = 2$. **C.** $\lim a_n = 4$ **D.** $\lim a_n = -4$.

Lời giải

Dễ thấy $a_n \neq 0, \forall n \in \mathbb{N}^*$. Từ giả thiết ta có $\frac{(n+2)^2}{a_{n+1}} = \frac{n^2}{a_n} - (n+1)$.

Với mỗi $n \in \mathbb{N}^*$, đặt $y_n = \frac{1}{a_n} + \frac{1}{4}$. Khi đó ta có $y_1 = 1$ và

$$(n+2)^2 \left(y_{n+1} - \frac{1}{4} \right) = n^2 \left(y_n - \frac{1}{4} \right) - (n+1) \Rightarrow (n+2)^2 y_{n+1} = n^2 y_n \Rightarrow y_{n+1} = \frac{n^2}{(n+2)^2} y_n.$$

Do đó:

$$y_n = \left(\frac{n-1}{n+1} \right)^2 \left(\frac{n-2}{n} \right)^2 \left(\frac{n-3}{n-1} \right)^2 \dots \left(\frac{1}{3} \right)^2 y_1 = \left[\frac{(n-1)(n-2)\dots 1}{(n+1)n(n-1)\dots 3} \right]^2 = \left[\frac{2}{(n+1)n} \right]^2 = \frac{4}{(n+1)^2 n^2}$$

$$\Rightarrow a_n = \frac{4}{4y_n - 1} = \frac{4n^2(n+1)^2}{16 - n^2(n+1)^2}.$$

$$\text{Vậy } \lim a_n = \lim \frac{4n^2(n+1)^2}{16 - n^2(n+1)^2} = -4.$$

Câu 42. Biết $a; b$ là các số thực thỏa mãn: $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x^2 - 4x + 1} - ax + b) = 5$. Tính giá trị biểu thức

$$T = a^3 + b^2 ?$$

A. $T = -5$.

B. $T = -26$.

C. 2 .

D. $T = 50$.

Lời giải

Xét $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x^2 - 4x + 1} - ax + b) = 5$

+) Nếu $a \neq 1$ thì $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x^2 - 4x + 1} - ax + b) = \lim_{x \rightarrow +\infty} x \left(\sqrt{1 - \frac{4}{x} + \frac{1}{x^2}} - a + \frac{b}{x} \right) = \infty$

Vì: $\begin{cases} \lim_{x \rightarrow +\infty} x = +\infty \\ \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\sqrt{1 - \frac{4}{x} + \frac{1}{x^2}} - a + \frac{b}{x} \right) = 1 - a \neq 0 \end{cases}$

Do đó $a = 1$.

Khi đó: $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x^2 - 4x + 1} - ax + b) = \lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x^2 - 4x + 1} - x + b)$

$$= \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2 - 4x + 1 - (x - b)^2}{\sqrt{x^2 - 4x + 1} + x - b} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{(2b - 4)x + 1 - b^2}{\sqrt{x^2 - 4x + 1} + x - b}$$

$$= \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{(2b - 4) + \frac{1 - b^2}{x}}{\sqrt{1 - \frac{4}{x} + \frac{1}{x^2}} + 1 - \frac{b}{x}} = \frac{(2b - 4)}{2} = b - 2$$

Mà $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x^2 - 4x + 1} - ax + b) = 5$ nên $b - 2 = 5 \Leftrightarrow b = 7$.

Vậy $T = a^3 + b^2 = 50$.

Cách 2: gv phản biện

Ta có:

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x^2 - 4x + 1} - ax + b) = 5 \Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{(1 - a^2)x^2 + (2ab - 4)x + 1 - b^2}{\left(\sqrt{1 - \frac{4}{x} + \frac{1}{x^2}} + a \right) x - b} = 5$$

Điều này xảy ra

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 1 - a^2 = 0 \\ \frac{2ab - 4}{1 + a} = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \text{ (do } 1 + a \neq 0) \\ b = 7 \end{cases}$$

Câu 43. Cho hàm số $y = f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + 2020$. Với $a \neq 0, a, b, c \in \mathbb{R}$ và $a + 2b + 4c - 8 > 0$. Hỏi đồ

thị hàm số $y = g(x) = a(x - 2021)^3 + b(x - 2021)^2 + c(x - 2021) - 1$ cắt trục hoành tại bao nhiêu điểm. Biết $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = +\infty$.

A. 3

B. 0

C. 1

D. 2

Lời giải

Đồ thị hàm số $y = g(x)$ cắt trục hoành suy ra phương trình

$$a(x - 2021)^3 + b(x - 2021)^2 + c(x - 2021) - 1 = 0 \quad (1). \text{ Đặt } x - 2021 = t \text{ khi đó phương trình trở}$$

$$\text{thành } at^3 + bt^2 + ct - 1 = 0 \quad (2).$$

Nhận thấy mỗi giá trị của t cho ta một giá trị của x nên số nghiệm phân biệt của phương trình (2) là số nghiệm phân biệt của phương trình (1).

Xét hàm số $f(t) = at^3 + bt^2 + ct - 1$ liên tục trên R . Có $f(0) = -1$; $f\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{a+2b+4c-8}{8} > 0$

$\Rightarrow f(0) \cdot f\left(\frac{1}{2}\right) < 0$ nên phương trình (2) có nghiệm thuộc $\left(0; \frac{1}{2}\right)$

$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = +\infty \Rightarrow a < 0 \Rightarrow \lim_{t \rightarrow -\infty} f(t) = +\infty$ nên tồn tại số thực âm α sao cho

$f(\alpha) > 0 \Rightarrow f(\alpha) \cdot f(0) < 0$ nên phương trình (2) có nghiệm thuộc $(\alpha; 0)$.

$\lim_{t \rightarrow +\infty} f(t) = -\infty$ nên tồn tại số thực dương β sao cho $f(\beta) > 0 \Rightarrow f\left(\frac{1}{2}\right) \cdot f(\beta) < 0$ nên phương

trình (2) có nghiệm thuộc $\left(\frac{1}{2}; \beta\right)$.

Phương trình (2) là phương trình bậc 3 nên có tối đa 3 nghiệm vậy phương trình (2) có 3 nghiệm suy ra phương trình (1) có 3 nghiệm.

Câu 44. Cho hàm số $y = \frac{x-1}{2(x+1)}$ có đồ thị là (C) . Gọi điểm $M(x_0; y_0)$ với $x_0 > -1$ là điểm thuộc

(C) , biết tiếp tuyến của (C) tại điểm M cắt trục hoành, trục tung lần lượt tại hai điểm phân biệt A, B và tam giác OAB có trọng tâm G nằm trên đường thẳng $d: 4x + y = 0$. Giá trị của $4x_0 + 2y_0$ bằng bao nhiêu?

A. 5.

B. 7.

C. -7.

D. -5.

Lời giải

Có $y = \frac{x-1}{2(x+1)} \Rightarrow y' = \frac{1}{(x+1)^2} > 0, \forall x \neq -1$.

Tiếp tuyến của (C) tại điểm $M(x_0; y_0)$ có phương trình: $y = \frac{1}{(x_0+1)^2}(x-x_0) + \frac{x_0-1}{2(x_0+1)}$

(d).

Ta có: $A\left(-\frac{x_0^2}{2} + x_0 + \frac{1}{2}; 0\right), B\left(0; \frac{x_0^2 - 2x_0 - 1}{2(x_0+1)^2}\right)$

suy ra $G\left(-\frac{x_0^2}{6} + \frac{x_0}{3} + \frac{1}{6}; \frac{x_0^2 - 2x_0 - 1}{6(x_0+1)^2}\right)$.

Vì $G \in d: 4x + y = 0$ ta có: $4\left(-\frac{x_0^2}{6} + \frac{x_0}{3} + \frac{1}{6}\right) + \frac{x_0^2 - 2x_0 - 1}{6(x_0+1)^2} = 0$

$\Leftrightarrow (x_0^2 - 2x_0 - 1)\left(-2 + \frac{1}{2(x_0+1)^2}\right) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x_0^2 - 2x_0 - 1 = 0 & (1) \\ \frac{1}{2(x_0+1)^2} = 2 & (2) \end{cases}$

(1): $x_0^2 - 2x_0 - 1 = 0$ không xảy ra vì lúc này $A \equiv B \equiv O$.

$$(2): \frac{1}{2(x_0+1)^2} = 2 \Leftrightarrow (x_0+1)^2 = \frac{1}{4} \Leftrightarrow \begin{cases} x_0 = -\frac{1}{2} > -1 \text{ (N)} \\ x_0 = -\frac{3}{2} < -1 \text{ (L)} \end{cases}$$

Với $x_0 = -\frac{1}{2} \Rightarrow y_0 = -\frac{3}{2} \Rightarrow 4x_0 + 2y_0 = -5$.

Câu 45. Cho $n \in \mathbb{N}^*$; $C_n^4 C_n^{n-4} + C_n^6 C_n^{n-6} = 2C_n^4 C_n^{n-6}$. Tính $T = 1^2 \cdot 3 \cdot C_n^1 + 2^2 \cdot 3^2 \cdot C_n^2 + \dots + n^2 \cdot 3^n \cdot C_n^n$?
A. $930 \cdot 4^8$. **B.** $930 \cdot 2^9$. **C.** $930 \cdot 4^9$. **D.** $930 \cdot 2^8$

Lời giải

Tác giả: Nguyễn Dung

Ta có $C_n^4 C_n^{n-4} + C_n^6 C_n^{n-6} = 2C_n^4 C_n^{n-6} \Leftrightarrow C_n^4 C_n^{n-4} + C_n^6 C_n^{n-6} - 2C_n^4 C_n^{n-6} = 0$
 $\Leftrightarrow C_n^{n-4} C_n^{n-4} + C_n^{n-6} C_n^{n-6} - 2C_n^{n-4} C_n^{n-6} = 0$
 $\Leftrightarrow (C_n^{n-4} - C_n^{n-6})^2 = 0 \Leftrightarrow C_n^{n-4} = C_n^{n-6} \Leftrightarrow n = 10$.

Ta có $(1+3x)^n = C_n^0 + C_n^1 3x + C_n^2 3^2 x^2 + \dots + C_n^n 3^n x^n$.

Đạo hàm hai vế ta được: $3n(1+3x)^{n-1} = 3C_n^1 + 2 \cdot 3^2 C_n^2 x + \dots + n \cdot 3^n C_n^n x^{n-1}$.

$\Rightarrow 3nx(1+3x)^{n-1} = 3C_n^1 x + 2 \cdot 3^2 C_n^2 x^2 + \dots + n \cdot 3^n C_n^n x^n$.

Đạo hàm 2 vế ta được:

$$3n \left[(1+3x)^{n-1} + 3x(n-1)(1+3x)^{n-2} \right] = 3 \cdot C_n^1 + 2^2 \cdot 3^2 \cdot C_n^2 x + \dots + n^2 \cdot 3^n \cdot C_n^n x^{n-1}$$

Thay $x = 1$ vào 2 vế: $3n \left[4^{n-1} + 3(n-1)4^{n-2} \right] = 3 \cdot C_n^1 + 2^2 \cdot 3^2 \cdot C_n^2 + \dots + n^2 \cdot 3^n \cdot C_n^n$.

Với $n = 10, T = 1^2 \cdot 3 \cdot C_n^1 + 2^2 \cdot 3^2 \cdot C_n^2 + \dots + n^2 \cdot 3^n \cdot C_n^n = 3n \left[4^{n-1} + 3(n-1)4^{n-2} \right]$.

$T = 30(4^9 + 27 \cdot 4^8) = 30(4 \cdot 4^8 + 27 \cdot 4^8) = 930 \cdot 4^8$.

Câu 46. Tính tổng

$$S = 2 \cdot C_{2021}^2 + 3 \cdot 2 \cdot 9 \cdot C_{2021}^3 + 4 \cdot 3 \cdot 9^2 \cdot C_{2021}^4 + \dots + 2019 \cdot 2020 \cdot 9^{2018} C_{2021}^{2020} + 2020 \cdot 2021 \cdot 9^{2019} \cdot C_{2021}^{2021}$$

A. $2021 \cdot 10^{2021}$.

B. $2020 \cdot 2021 \cdot 9^{2019}$.

C. $2020 \cdot 2021 \cdot 10^{2019}$.

D. $2019 \cdot 2020 \cdot 2021 \cdot 10^{2021}$

Lời giải

FB tác giả: Nguyễn Thị Sen

Với n là số nguyên dương, xét hàm số $f(x) = (1+x)^n$

$$f'(x) = n \cdot (1+x)^{n-1}, f''(x) = n \cdot (n-1) \cdot (1+x)^{n-2}$$

Mặt khác

$$f(x) = C_n^0 + C_n^1 x + C_n^2 x^2 + \dots + C_n^{n-2} x^{n-2} + C_n^{n-1} x^{n-1} + C_n^n x^n$$

$$f'(x) = C_n^1 + 2C_n^2 x + 3C_n^3 x^2 + \dots + (n-2)C_n^{n-2} x^{n-3} + (n-1)C_n^{n-1} x^{n-2} + nC_n^n x^{n-1}$$

$$f''(x) = 2C_n^2 + 3 \cdot 2C_n^3 x + \dots + (n-2) \cdot (n-3)C_n^{n-2} x^{n-4} + (n-1) \cdot (n-2)C_n^{n-1} x^{n-3} + n \cdot (n-1)C_n^n x^{n-2}$$

Thay $n = 2021, x = 9$ vào biểu thức $f''(x)$

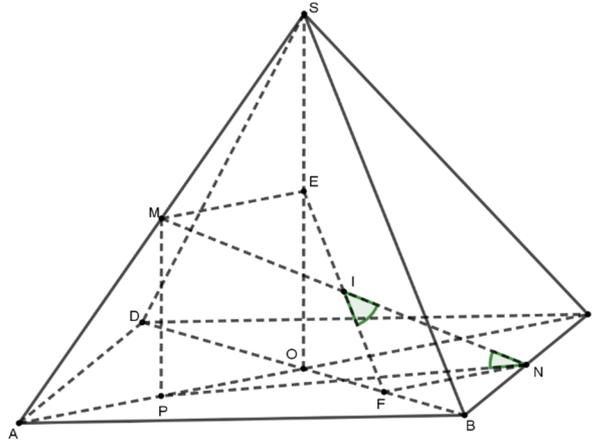
$$S = 2 \cdot C_{2021}^2 + 3 \cdot 2 \cdot 9 \cdot C_{2021}^3 + 4 \cdot 3 \cdot 9^2 \cdot C_{2021}^4 + \dots + 2019 \cdot 2020 \cdot 9^{2018} C_{2021}^{2020} + 2020 \cdot 2021 \cdot 9^{2019} \cdot C_{2021}^{2021}$$

$$= 2020 \cdot 2021 \cdot 10^{2019}$$

Câu 47. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng a , tâm O . Gọi M và N lần lượt là trung điểm của SA và BC . Biết rằng góc giữa MN và $(ABCD)$ bằng 60° , cosin góc giữa MN và mặt phẳng (SBD) bằng:

- A. $\frac{\sqrt{41}}{41}$. B. $\frac{\sqrt{5}}{5}$. C. $\frac{2\sqrt{5}}{5}$. D. $\frac{2\sqrt{41}}{41}$.

Lời giải



Gọi E, F lần lượt là trung điểm SO, OB thì EF là hình chiếu của MN trên (SBD) .
Gọi P là trung điểm OA thì PN là hình chiếu của MN trên $(ABCD)$.

Theo bài ra: $\widehat{MNP} = 60^\circ$.

Áp dụng định lý cos trong tam giác CNP ta được:

$$NP^2 = CP^2 + CN^2 - 2CP \cdot CN \cdot \cos 45^\circ = \left(\frac{3a\sqrt{2}}{4}\right)^2 + \frac{a^2}{4} - 2 \cdot \frac{3a\sqrt{2}}{4} \cdot \frac{a}{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{5a^2}{8}.$$

Suy ra: $NP = \frac{a\sqrt{10}}{4}$, $MP = NP \cdot \tan 60^\circ = \frac{a\sqrt{30}}{4}$; $SO = 2MP = \frac{a\sqrt{30}}{2}$.

$$SB = \sqrt{SO^2 + OB^2} = 2a\sqrt{2} \Rightarrow EF = a\sqrt{2}.$$

Ta lại có: $MENF$ là hình bình hành (vì ME và NF song song và cùng bằng $\frac{1}{2}OA$).

Gọi I là giao điểm của MN và EF , khi đó góc giữa MN và mặt phẳng (SBD) là \widehat{NIF} .

$$\cos \widehat{NIF} = \frac{IF}{IN} = \frac{a\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{4}{a\sqrt{10}} = \frac{2\sqrt{5}}{5}.$$

Câu 48. Cho hình chóp $S.ABC$ với $SA = 3, SB = 4, SC = 5$. Một mặt phẳng (α) thay đổi luôn đi qua trọng tâm của $S.ABC$ cắt các cạnh SA, SB, SC tại các điểm A_1, B_1, C_1 . Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu

thức $P = \frac{1}{SA_1^2} + \frac{1}{SB_1^2} + \frac{1}{SC_1^2}$.

- A. $\frac{7}{16}$. B. $\frac{5}{16}$. C. $\frac{7}{25}$. D. $\frac{8}{25}$.

Lời giải

Gọi G là trọng tâm của $S.ABC$ khi đó $\vec{GA} + \vec{GB} + \vec{GC} + \vec{GS} = \vec{0}$.

Từ đó $\vec{SG} = \frac{1}{4}(\vec{SA} + \vec{SB} + \vec{SC})$ (1).

Do A_1, B_1, C_1 thuộc các tia SA, SB, SC nên $\vec{SA}, \vec{SA_1}$ cùng hướng, $\vec{SB}, \vec{SB_1}$ cùng hướng, $\vec{SC}, \vec{SC_1}$ cùng hướng, từ đó $\frac{\vec{SA}}{SA} = \frac{\vec{SA_1}}{SA_1}, \frac{\vec{SB}}{SB} = \frac{\vec{SB_1}}{SB_1}, \frac{\vec{SC}}{SC} = \frac{\vec{SC_1}}{SC_1}$.

Vậy (1) tương đương với $\vec{SG} = \frac{1}{4}\left(\frac{SA}{SA_1}\vec{SA_1} + \frac{SB}{SB_1}\vec{SB_1} + \frac{SC}{SC_1}\vec{SC_1}\right)$ (2)

Do G, A_1, B_1, C_1 thuộc một mặt phẳng nên từ (2) ta có $\frac{1}{4}\left(\frac{SA}{SA_1} + \frac{SB}{SB_1} + \frac{SC}{SC_1}\right) = 1$

Hay $\frac{3}{x} + \frac{4}{y} + \frac{5}{z} = 4$ trong đó $x = SA_1, y = SB_1, z = SC_1$.

Vậy bài toán quy về tìm giá trị nhỏ nhất của $P = \frac{1}{x^2} + \frac{1}{y^2} + \frac{1}{z^2}$ trong điều kiện $\frac{3}{x} + \frac{4}{y} + \frac{5}{z} = 4$ và

$0 < x < 3; 0 < y < 4; 0 < z < 5$.

Ta có $16 = \left(\frac{3}{x} + \frac{4}{y} + \frac{5}{z}\right)^2 \leq (3^2 + 4^2 + 5^2)\left(\frac{1}{x^2} + \frac{1}{y^2} + \frac{1}{z^2}\right)$.

Suy ra $P = \frac{1}{x^2} + \frac{1}{y^2} + \frac{1}{z^2} \geq \frac{8}{25}$

Câu 49. Cho tứ diện $O.ABC$ có ba cạnh OA, OB, OC đôi một vuông góc nhau tại O với $OA = 3a, OB = a, OC = 2a$. Gọi I, J lần lượt là trọng tâm các tam giác OAB và OAC . Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng IJ và AC .

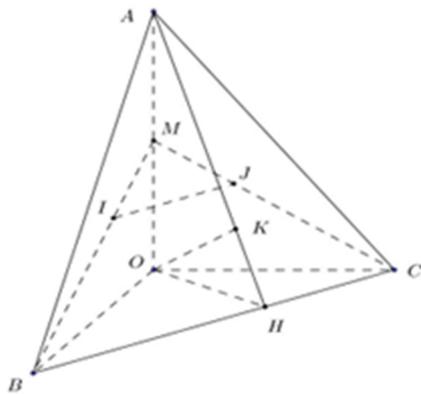
A. $\frac{2a}{7}$.

B. $\frac{4a}{7}$.

C. $\frac{6a}{7}$.

D. $\frac{8a}{7}$.

Lời giải



Gọi M là trung điểm cạnh OA .

Ta có $\frac{MI}{MB} = \frac{MJ}{MC} = \frac{1}{3}$ nên $IJ \parallel BC$.

Do đó: $d(IJ, AC) = d(IJ, (ABC)) = d(I, (ABC)) = \frac{2}{3}.d(M, (ABC)) = \frac{1}{3}.d(O, (ABC))$

Tứ diện $OABC$ có ba cạnh OA, OB, OC đôi một vuông góc nhau tại O nên:

$$\frac{1}{d^2(O, (ABC))} = \frac{1}{OA^2} + \frac{1}{OB^2} + \frac{1}{OC^2} = \frac{49}{36a^2}$$

$$\Rightarrow d(O, (ABC)) = \frac{6a}{7}$$

$$\text{Vậy } d(IJ, AC) = \frac{1}{3} \cdot \frac{6a}{7} = \frac{2a}{7}.$$

Câu 50. Cho hình chóp $S.ABCD$ với đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , cạnh bên $SB = b$ và tam giác SAC cân tại S . Trên cạnh AB lấy điểm M với $AM = x$ ($0 < x < a$). Mặt phẳng (α) qua M song song với AC, SB và cắt BC, SC, SA lần lượt tại N, P, Q . Xác định x để diện tích thiết diện $MNPQ$ đạt giá trị lớn nhất.

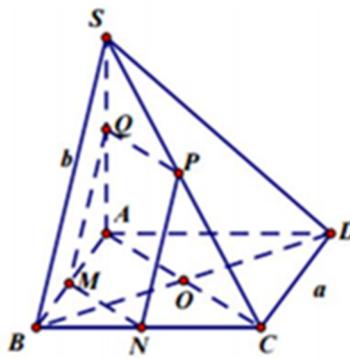
A. $x = \frac{a}{4}$.

B. $x = \frac{a}{3}$.

C. $x = \frac{a}{2}$.

D. $x = \frac{a}{5}$.

Lời giải



Ta có: $MN \parallel AC \Rightarrow MN = \frac{BM}{BA} \cdot AC = (a-x)\sqrt{2}$

Tam giác SAB có $MQ \parallel SB \Rightarrow MQ = \frac{AM}{BA} \cdot SB = \frac{bx}{a}$

$S_{MNPQ} = MN \cdot MQ = \frac{b\sqrt{2}}{a} \cdot (a-x) \cdot x$ (đến đây ta có thể thử đáp án)

Ta có: $(a-x) \cdot x \leq \frac{(a-x+x)^2}{4} = \frac{a^2}{4}$

Do đó S_{MNPQ} max khi $a-x = x \Rightarrow x = \frac{a}{2}$

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

KIỂM TRA HỌC KỲ II NĂM HỌC 2020 - 2021

Môn: TOÁN - Lớp 11 - Chương trình chuẩn

Thời gian: 90 phút (Không kể thời gian phát đề)

Mã đề thi

Họ và tên thí sinh:..... SBD:.....

- Câu 1.** Dãy số nào trong các dãy số dưới đây là một cấp số nhân?
A. $(u_n): u_n = 3n, \forall n \in \mathbb{N}^*$. **B.** $(u_n): u_n = 3 + n, \forall n \in \mathbb{N}^*$.
C. $(u_n): u_n = 3n - 1, \forall n \in \mathbb{N}^*$. **D.** $(u_n): u_1 = 3^n, \forall n \in \mathbb{N}^*$.
- Câu 2.** Cho một cấp số nhân có $u_1 = 5, u_6 = 160$. Tìm công bội của cấp số nhân?
A. 3. **B.** 2. **C.** 4. **D.** ± 2 .
- Câu 3.** Cho cấp số nhân (u_n) có công bội dương và $u_2 = \frac{1}{4}, u_4 = 4$. Giá trị của u_1 là
A. $u_1 = \frac{1}{6}$. **B.** $u_1 = \frac{1}{16}$. **C.** $u_1 = \frac{1}{2}$. **D.** $u_1 = -\frac{1}{16}$.
- Câu 4.** Trong các giới hạn sau giới hạn nào bằng 0?
A. $\lim \left(\frac{2}{3}\right)^n$. **B.** $\lim \left(\frac{5}{3}\right)^n$. **C.** $\lim \left(\frac{6}{5}\right)^n$. **D.** $\lim 3^n$.
- Câu 5.** Giá trị của $A = \lim (\sqrt{n^2 + 4n} - n)$ bằng:
A. $+\infty$. **B.** $-\infty$. **C.** 3. **D.** 2.
- Câu 6.** Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác cân tại A , cạnh bên SA vuông góc với đáy, M là trung điểm BC , J là trung điểm BM . Khẳng định nào sau đây **đúng**?
A. $BC \perp (SAC)$. **B.** $BC \perp (SAM)$. **C.** $BC \perp (SAJ)$. **D.** $BC \perp (SAB)$.
- Câu 7.** Với k là số nguyên dương. Kết quả của giới hạn $\lim_{x \rightarrow +\infty} x^k$ là:
A. $+\infty$. **B.** $-\infty$. **C.** 0. **D.** x .
- Câu 8.** $\lim_{x \rightarrow -\infty} (-2x^5 + 5x^4 + 3x^2 - 2)$ bằng:
A. $+\infty$. **B.** 0. **C.** -2. **D.** $-\infty$.
- Câu 9.** $\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{x+1}{x-2}$ bằng
A. $+\infty$. **B.** $-\infty$. **C.** 3. **D.** 0.
- Câu 10.** Hàm số nào sau đây gián đoạn tại $x = 1$?
A. $y = x^2 - 3x + 5$. **B.** $y = \frac{x^2 + x + 2}{x - 1}$. **C.** $y = \frac{x - 1}{x + 2}$. **D.** $y = \frac{x + 4}{x^2 + 1}$.
- Câu 11.** Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - 5x + 6}{x - 2}, & x \neq 2 \\ m, & x = 2 \end{cases}$, tìm m để hàm số liên tục tại $x_0 = 2$
A. 2. **B.** 1. **C.** -2. **D.** -1.
- Câu 12.** Chọn khẳng định đúng trong các khẳng định sau:
A. $(\sqrt{x})' = \frac{1}{2\sqrt{x}}, \forall x \in \mathbb{R}$. **B.** $(\sqrt{x})' = \frac{1}{\sqrt{x}}, \forall x > 0$.

$$C. (\sqrt{x})' = \frac{2}{\sqrt{x}}, \forall x > 0.$$

$$D. (\sqrt{x})' = \frac{1}{2\sqrt{x}}, \forall x > 0.$$

Câu 13. Đạo hàm của hàm số $y = \frac{3}{2}\sin 5x - \frac{7}{3}\cos 6x + 2021x$ là

$$A. \frac{3}{2}\cos 5x - 42\sin 6x + 2021.$$

$$B. \frac{15}{2}\cos 5x + 14\sin 6x + 2021.$$

$$C. -15\cos 5x - 7\sin 6x + 2021x.$$

$$D. 3\cos 5x + 7\sin 6x + 2021.$$

Câu 14. Đạo hàm của hàm số $y = \sqrt{\frac{3x+5}{x+1}}$ là:

$$A. y' = \sqrt{\frac{2}{(x+1)^2}}.$$

$$B. y' = \frac{3}{(x+1)^2 \sqrt{\frac{3x+5}{x+1}}}.$$

$$C. y' = \frac{1}{(x+1)^2 \sqrt{\frac{3x+5}{x+1}}}.$$

$$D. y' = \frac{-1}{(x+1)^2 \sqrt{\frac{3x+5}{x+1}}}.$$

Câu 15. Tiếp tuyến của đồ thị hàm số $f(x) = x^3 - 2x^2 + 2$ tại điểm có hoành độ $x_0 = -2$ có phương trình là:

$$A. y = 4x - 8.$$

$$B. y = 20x + 22.$$

$$C. y = 20x - 22.$$

$$D. y = 20x + 26.$$

Câu 16. Tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x^2 - 2$ có hệ số góc $k = -3$ có phương trình là

$$A. y = -3x - 7.$$

$$B. y = -3x + 7.$$

$$C. y = -3x + 1.$$

$$D. y = -3x - 1.$$

Câu 17. Các tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = \frac{2x+1}{x-1}$, song song với đường thẳng $y = -3x + 15$ có phương trình là:

$$A. y = -3x + 1, y = -3x - 7.$$

$$B. y = -3x - 1, y = -3x + 11.$$

$$C. y = -3x - 1.$$

$$D. y = -3x + 11, y = -3x + 5.$$

Câu 18. Cho hàm số $f(x) = x^3 + 2x$, giá trị của $f''(1)$ bằng

$$A. 6.$$

$$B. 8.$$

$$C. 3.$$

$$D. 2.$$

Câu 19. Nếu $y = x^n$ thì $y^{(n)}$ bằng

$$A. n.$$

$$B. (n-1)!.$$

$$C. (n-1).$$

$$D. n!.$$

Câu 20. Chọn khẳng định đúng?

A. Hai đường thẳng cùng song song với một mặt phẳng thì song song với nhau.

B. Hai mặt phẳng cùng song song với mặt phẳng thứ ba thì chúng song song.

C. Hai mặt phẳng không song song thì cắt nhau.

D. Hai mặt phẳng phân biệt cùng song song với mặt phẳng thứ ba thì chúng song song.

Câu 21. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của BB' và CC' . Gọi Δ là giao tuyến của hai mặt phẳng (AMN) và $(A'B'C')$. Khẳng định nào sau đây đúng?

$$A. \Delta // AB.$$

$$B. \Delta // BC.$$

$$C. \Delta // AC.$$

$$D. \Delta // AA'.$$

Câu 22. Trong các mệnh đề sau đây, mệnh đề nào là đúng?

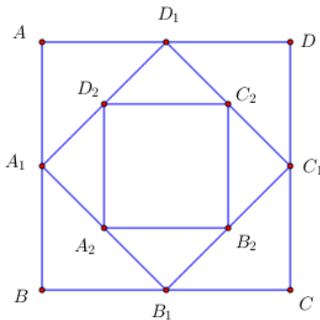
$$A. \text{Nếu } \overrightarrow{AB} = -\frac{1}{2}\overrightarrow{BC} \text{ thì } B \text{ là trung điểm của đoạn } AC.$$

$$B. \text{Vì } \overrightarrow{AB} = -2\overrightarrow{AC} + 5\overrightarrow{AD} \text{ nên bốn điểm } A, B, C, D \text{ cùng thuộc một mặt phẳng.}$$

$$C. \text{Từ } \overrightarrow{AB} = -3\overrightarrow{AC} \text{ ta suy ra } \overrightarrow{CB} = \overrightarrow{AC}.$$

$$D. \text{Từ } \overrightarrow{AB} = 3\overrightarrow{AC} \text{ ta suy ra } \overrightarrow{BA} = -3\overrightarrow{CA}.$$

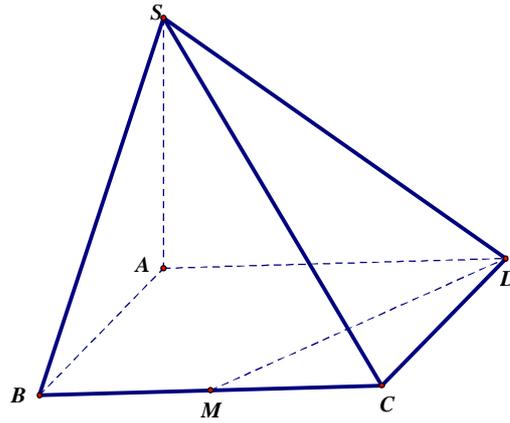
- Câu 23.** Cho hình lập phương $ABCD.EFGH$. Hãy xác định góc giữa cặp vector \overline{AB} và \overline{DH}
A. 45° . **B.** 90° . **C.** 120° . **D.** 60° .
- Câu 24.** Khẳng định nào sau đây đúng?
A. Hai đường thẳng cùng vuông góc với đường thẳng thứ ba thì song song với nhau.
B. Hai đường thẳng cùng vuông góc với đường thẳng thứ ba thì vuông góc với nhau.
C. Hai đường thẳng phân biệt cùng song song với đường thẳng thứ ba thì song song với nhau.
D. Hai đường thẳng cùng song song với đường thẳng thứ ba thì vuông góc với nhau.
- Câu 25.** Cho hình chóp $S.ABCD$ có tất cả các cạnh đều bằng a . Gọi I và J lần lượt là trung điểm của SC và BC . Số đo của góc (IJ, CD) bằng
A. 60° . **B.** 30° . **C.** 45° . **D.** 90° .
- Câu 26.** Cho hình vuông $ABCD$ có cạnh bằng a và có diện tích S_1 . Nối 4 trung điểm A_1, B_1, C_1, D_1 theo thứ tự của 4 cạnh AB, BC, CD, DA ta được hình vuông thứ hai có diện tích S_2 . Tiếp tục làm như thế, ta được hình vuông thứ ba là $A_2B_2C_2D_2$ có diện tích S_3, \dots và cứ tiếp tục làm như thế, ta tính được các hình vuông lần lượt có diện tích S_4, S_5, \dots, S_{100} . Tính tổng $S = S_1 + S_2 + S_3 + \dots + S_{100}$.



- A.** $S = \frac{a^2(2^{100} - 1)}{2^{99}}$. **B.** $S = \frac{a^2(2^{99} - 1)}{2^{98}}$. **C.** $S = \frac{a^2(2^{100} - 1)}{2^{100}}$. **D.** $S = \frac{a^2}{2^{100}}$.
- Câu 27.** Người ta thiết kế một cái tháp gồm 11 tầng. Diện tích bề mặt trên của mỗi tầng bằng nửa diện tích của mặt trên của tầng ngay bên dưới và diện tích mặt trên của tầng 1 bằng nửa diện tích của đế tháp. Tính diện tích mặt trên cùng.
A. $8m^2$. **B.** $6m^2$. **C.** $12m^2$. **D.** $10m^2$.
- Câu 28.** Giá trị $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{2x^2 + 3x - 2}{x^2 - 4}$ bằng
A. $\frac{1}{4}$. **B.** $-\frac{5}{4}$. **C.** $\frac{5}{4}$. **D.** 2 .
- Câu 29.** $\lim_{x \rightarrow +\infty} (x - \sqrt{x^2 + ax + 2}) = 3$ nếu
A. $a = -6$ **B.** $a = 6$. **C.** $a = 3$. **D.** $a = -3$
- Câu 30.** Tìm giá trị m để phương trình $(m-1)x^3 + 2x + 1 = 0$ có nghiệm dương?
A. $m < 1$. **B.** $m > 1$. **C.** $m = 1$. **D.** Không có giá trị nào.
- Câu 31.** Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng a , $SA = 2a$. Gọi G là trọng tâm tam giác ABD . Gọi α là góc hợp bởi đường thẳng SG và mặt phẳng (SCD) . Biết $\sin \alpha = \frac{a\sqrt{105}}{b}$, với $a, b \in \mathbb{Z}, b > 0, \frac{a}{b}$ là phân số tối giản. Tính giá trị biểu thức $T = a - 2b + 1$.
A. $T = 58$. **B.** $T = 62$. **C.** $T = -58$. **D.** $T = 32$.

- Câu 32.** Bạn Ngọc thả một quả bóng cao su từ độ cao $20(m)$ so với mặt đất, mỗi lần chạm đất quả bóng lại nảy lên một độ cao bằng bốn phần năm độ cao lần rơi trước. Biết rằng quả bóng luôn chuyển động vuông góc với mặt đất. Tổng quãng đường quả bóng đã di chuyển được là
A. $180(m)$. **B.** $100(m)$. **C.** $140(m)$. **D.** $80(m)$.
- Câu 33.** Cho hình chóp $S.ABC$ có SA vuông góc với mặt đáy (ABC) . Khi đó, góc hợp giữa SB và mặt phẳng (ABC) là
A. SBA . **B.** SBC . **C.** SAB . **D.** BSA .
- Câu 34.** Đạo hàm của hàm số $y = \sin^2 \sqrt{x}$ là
A. $\frac{\sin \sqrt{x} \cos \sqrt{x}}{\sqrt{x}}$. **B.** $\cos x$. **C.** $2 \cos \sqrt{x}$. **D.** $\frac{\cos \sqrt{x}}{\sqrt{x}}$.
- Câu 35.** Hàm số $y = \frac{x^2 + x + 1}{x + 1}$ có đạo hàm cấp 5 bằng
A. $y^{(5)} = -\frac{120}{(x+1)^6}$. **B.** $y^{(5)} = \frac{120}{(x+1)^6}$. **C.** $y^{(5)} = \frac{1}{(x+1)^6}$. **D.** $y^{(5)} = -\frac{1}{(x+1)^6}$.
- Câu 36.** Cho hàm số $f(x) = mx - \frac{1}{3}x^3$. Với giá trị nào của m thì $x = -1$ là nghiệm của bất phương trình $f'(x) < 2$?
A. $m > 3$. **B.** $m < 3$. **C.** $m = 3$. **D.** $m < 1$.
- Câu 37.** Cho hàm số $y = \frac{x+2}{x-2}$ có đồ thị (C) . Tiếp tuyến của đồ thị (C) đi qua $A(-6;5)$ là
A. $y = -x - 1$ và $y = -\frac{1}{4}x + \frac{7}{2}$. **B.** $y = -x - 2$ và $y = -2x + 1$.
C. $y = x - 1$ và $y = -x + 2$. **D.** $y = -x + 1$ và $y = -\frac{1}{4}x + \frac{3}{4}$.
- Câu 38.** Cho tứ diện $ABCD$ có $AC = BD = a$, $AB = CD = 2a$, $AD = BC = a\sqrt{6}$. Tính góc giữa hai đường thẳng AD và BC .
A. 30° . **B.** 60° . **C.** 90° . **D.** 45°
- Câu 39.** Một đoàn tàu chuyển động thẳng khởi hành từ một nhà ga. Quãng đường S đi được của đoàn tàu là một hàm số của thời gian t , hàm số đó là $S(t) = 6t^2 - t^3$. Thời điểm t mà tại đó vận tốc v (m/s) của chuyển động đạt giá trị lớn nhất là
A. $t = 2s$. **B.** $t = 3s$. **C.** $t = 4s$. **D.** $t = 6s$.
- Câu 40.** Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông cân tại B , cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy, $AB = BC = a$ và $SA = a$. Góc giữa hai mặt phẳng (SAC) và (SBC) là
A. 60° . **B.** 90° . **C.** 30° . **D.** 45° .
- Câu 41.** Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B , SA vuông góc với mặt đáy và $SA = AB = \sqrt{3}$. Gọi G là trọng tâm của tam giác SAB . Khoảng cách từ G đến mặt phẳng (SBC) bằng
A. $\frac{\sqrt{6}}{3}$. **B.** $\frac{\sqrt{6}}{6}$. **C.** $\sqrt{3}$. **D.** $\frac{\sqrt{6}}{2}$.
- Câu 42.** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang vuông tại A và D , $AB = AD = 2a$, $CD = a$. Gọi I là trung điểm của cạnh AD , biết hai mặt phẳng (SBI) , (SCI) cùng vuông góc với đáy và $SI = \frac{3\sqrt{15}a}{5}$. Tính góc giữa hai mặt phẳng (SBC) , $(ABCD)$.

- A. 60° . B. 30° . C. 36° . D. 45° .
- Câu 43.** Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh $2a$, cạnh bên $SA = a$ và $SA \perp (ABC)$. Gọi M là trung điểm của AB , α là góc tạo bởi giữa SM và mặt phẳng (SBC) . Khi đó giá trị của $\sin \alpha$ bằng
- A. $\frac{\sqrt{6}}{4}$. B. $\frac{\sqrt{58}}{8}$. C. $\frac{\sqrt{6}}{8}$. D. $\frac{\sqrt{6}}{3}$.
- Câu 44.** Biết tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = \frac{x+2}{2x+3}$ (H) cắt trục tung và cắt trục hoành tại hai điểm phân biệt A, B sao cho tam giác OAB vuông cân. Tính diện tích tam giác vuông cân đó.
- A. 1. B. 2. C. 4. D. 6.
- Câu 45.** Cho hai số thực a, b và hàm số $f(x) = \begin{cases} ax^2 + bx + 1 & \text{khi } x \leq 2 \\ \frac{x^2 - 2x + a + 2 - x\sqrt{x-1}}{(x-2)^2} & \text{khi } x > 2 \end{cases}$. Tính tổng $T = a + b$ biết rằng hàm số đã cho liên tục trên tập xác định của nó.
- A. $T = \frac{1}{4}$. B. $T = -\frac{1}{4}$. C. $T = \frac{1}{8}$. D. $T = -\frac{1}{8}$.
- Câu 46.** Cho hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 2$ có đồ thị (C) . Tìm M thuộc (C) để tiếp tuyến của đồ thị hàm số tại M có hệ số góc nhỏ nhất
- A. $M(1;0)$ B. $M(-1;0)$ C. $M(-2;0)$ D. $M(0;1)$
- Câu 47.** Biết $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{x^2 + ax + 6} - x - b}{x^2 - 2x} = -\frac{1}{16}$. Giá trị của $a^2 + b^2$ là?
- A. 13. B. 17. C. 20. D. 10.
- Câu 48.** Giới hạn $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt[3]{8n^3 + 11} - \sqrt{n^2 + 7}}{5n + 2}$ có kết quả $\frac{a}{b}$ với $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản và $b > 0$. Khi đó $a + 2b$ có kết quả nào sau đây?
- A. 11. B. 6. C. 7. D. 13.
- Câu 49.** Một hình vuông $ABCD$ có cạnh bằng 1, có diện tích là S_1 . Nối bốn trung điểm A_1, B_1, C_1, D_1 lần lượt của bốn cạnh AB, BC, CD, DA ta được hình vuông $A_1B_1C_1D_1$ có diện tích là S_2 . Tương tự nối bốn trung điểm A_2, B_2, C_2, D_2 lần lượt của bốn cạnh $A_1B_1, B_1C_1, C_1D_1, D_1A_1$ ta được hình vuông $A_2B_2C_2D_2$ có diện tích là S_3 . Cứ tiếp tục như vậy ta thu được các diện tích $S_4, S_5, S_6, \dots, S_n$. Tính $\lim(S_1 + S_2 + S_3 + \dots + S_n)$?
- A. 1. B. 2. C. $\frac{1}{2}$. D. $\frac{1}{4}$.
- Câu 50.** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh $2a$, cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy $(ABCD)$ và $SA = a\sqrt{2}$. Gọi M là trung điểm của cạnh BC . Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng chéo nhau SB và DM .



A. $\frac{2a\sqrt{5}}{5}$.

B. $\frac{a\sqrt{3}}{3}$.

C. $\frac{2a\sqrt{7}}{7}$.

D. $\frac{a\sqrt{2}}{2}$.

BẢNG ĐÁP ÁN

1.D	2.B	3.B	4.A	5.D	6.B	7.A	8.A	9.A	10.B
11.D	12.D	13.B	14.D	15.D	16.D	17.B	18.A	19.D	20.D
21.B	22.B	23.B	24.C	25.A	26.A	27.B	28.C	29.A	30.A
31.C	32.A	33.A	34.A	35.A	36.B	37.A	38.B	39.A	40.A
41.B	42	43.C	44.B	45.D	46.A	47.A	48	49.B	50.C

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

Câu 1. Dãy số nào trong các dãy số dưới đây là một cấp số nhân?

A. $(u_n): u_n = 3n, \forall n \in \mathbb{N}^*$.

B. $(u_n): u_n = 3 + n, \forall n \in \mathbb{N}^*$.

C. $(u_n): u_n = 3n - 1, \forall n \in \mathbb{N}^*$.

D. $(u_n): u_1 = 3^n, \forall n \in \mathbb{N}^*$.

Lời giải

Theo giả thiết ta có: $(u_n): u_1 = 3, u_n = 3.u_{n-1}, \forall n \in \mathbb{N}^*$

Nên (u_n) là một cấp số nhân có số hạng đầu là 3 và công bội là 3.

Câu 2. Cho một cấp số nhân có $u_1 = 5, u_6 = 160$. Tìm công bội của cấp số nhân?

A. 3.

B. 2.

C. 4.

D. ± 2 .

Lời giải

Theo tính chất của một cấp số nhân ta có $u_6 = u_1 q^5 \Rightarrow 5q^5 = 160 \Leftrightarrow q^5 = 32 \Leftrightarrow q = 2$.

Câu 3. Cho cấp số nhân (u_n) có công bội dương và $u_2 = \frac{1}{4}, u_4 = 4$. Giá trị của u_1 là

A. $u_1 = \frac{1}{6}$.

B. $u_1 = \frac{1}{16}$.

C. $u_1 = \frac{1}{2}$.

D. $u_1 = -\frac{1}{16}$.

Lời giải

$$\text{Ta có: } \begin{cases} u_2 = u_1 \cdot q = \frac{1}{4} \\ u_4 = u_1 \cdot q^3 = 4 \end{cases} \Rightarrow q^2 = 16 \Leftrightarrow \begin{cases} q = 4 \\ q = -4(L) \end{cases}$$

Với $q = 4 \Rightarrow u_1 \cdot 4 = \frac{1}{4} \Leftrightarrow u_1 = \frac{1}{16}$. Chọn đáp án B.

Câu 4. Trong các giới hạn sau giới hạn nào bằng 0 ?

A. $\lim \left(\frac{2}{3}\right)^n$.

B. $\lim \left(\frac{5}{3}\right)^n$.

C. $\lim \left(\frac{6}{5}\right)^n$.

D. $\lim 3^n$.

Lời giải

Ta có: $\lim (q)^n = 0$ nếu $|q| < 1$. Chọn đáp án A.

Câu 5. Giá trị của $A = \lim (\sqrt{n^2 + 4n} - n)$ bằng:

A. $+\infty$.

B. $-\infty$.

C. 3.

D. 2.

Lời giải.

$$\begin{aligned} \text{Ta có } A &= \lim (\sqrt{n^2 + 4n} - n) = \lim \frac{n^2 + 4n - n^2}{\sqrt{n^2 + 4n} + n} \\ &= \lim \frac{4n}{\sqrt{n^2 + 4n} + n} = \lim \frac{4}{\sqrt{1 + \frac{4}{n}} + 1} = 2. \end{aligned}$$

Câu 6. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác cân tại A , cạnh bên SA vuông góc với đáy, M là trung điểm BC , J là trung điểm BM . Khẳng định nào sau đây **đúng**?

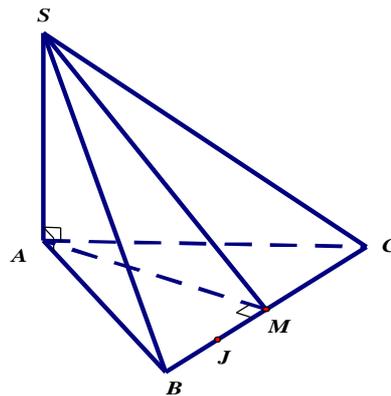
A. $BC \perp (SAC)$.

B. $BC \perp (SAM)$.

C. $BC \perp (SAJ)$.

D. $BC \perp (SAB)$.

Lời giải.



Do tam giác ABC cân tại A , M là trung điểm của BC nên $BC \perp AM$

$$\text{Ta có: } \left. \begin{array}{l} BC \perp SA \\ BC \perp AM \end{array} \right\} \Rightarrow BC \perp (SAM).$$

Câu 7. Với k là số nguyên dương. Kết quả của giới hạn $\lim_{x \rightarrow +\infty} x^k$ là:

A. $+\infty$.

B. $-\infty$.

C. 0.

D. x .

Lời giải

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} x^k = +\infty$$

Câu 8. $\lim_{x \rightarrow -\infty} (-2x^5 + 5x^4 + 3x^2 - 2)$ bằng:

A. $+\infty$.

B. 0

C. -2 .

D. $-\infty$.

Lời giải

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} (-2x^5 + 5x^4 + 3x^2 - 2) = \lim_{x \rightarrow -\infty} x^5 \left(-2 + \frac{5}{x} + \frac{3}{x^3} - \frac{2}{x^5} \right) = +\infty$$

Câu 9. $\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{x+1}{x-2}$ bằng

A. $+\infty$.

B. $-\infty$.

C. 3.

D. 0.

Lời giải

Ta có $\lim_{x \rightarrow 2^+} (x+1) = 3 > 0$

$\lim_{x \rightarrow 2^+} (x-2) = 0$ và $x-2 > 0$ khi $x \rightarrow 2^+$.

Câu 10. Hàm số nào sau đây gián đoạn tại $x=1$?

A. $y = x^2 - 3x + 5$.

B. $y = \frac{x^2 + x + 2}{x-1}$.

C. $y = \frac{x-1}{x+2}$.

D. $y = \frac{x+4}{x^2+1}$.

Lời giải

Hàm số $y = \frac{x^2 + x + 2}{x-1}$ là hàm phân thức hữu tỉ có tập xác định là $D = \mathbb{R} \setminus \{1\}$ nên gián đoạn tại $x=1$.

Câu 11. Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - 5x + 6}{x-2}, & x \neq 2 \\ m, & x = 2 \end{cases}$, Tìm m để hàm số liên tục tại $x_0 = 2$

A. 2.

B. 1.

C. -2 .

D. -1 .

Lời giải

TXĐ: $D = \mathbb{R}$, $x_0 = 2 \in D$

Để hàm số liên tục tại $x_0 = 2$ thì $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 5x + 6}{x-2} = f(2)$.

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 5x + 6}{x-2} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x-2)(x-3)}{x-2} = \lim_{x \rightarrow 2} (x-3) = -1.$$

$$f(2) = m \Rightarrow m = -1$$

Câu 12. Chọn khẳng định đúng trong các khẳng định sau:

A. $(\sqrt{x})' = \frac{1}{2\sqrt{x}}, \forall x \in \mathbb{R}$.

B. $(\sqrt{x})' = \frac{1}{\sqrt{x}}, \forall x > 0$.

C. $(\sqrt{x})' = \frac{2}{\sqrt{x}}, \forall x > 0$.

D. $(\sqrt{x})' = \frac{1}{2\sqrt{x}}, \forall x > 0$.

Lời giải

$$(\sqrt{x})' = \frac{1}{2\sqrt{x}}, \forall x > 0$$

Câu 13. Đạo hàm của hàm số $y = \frac{3}{2} \sin 5x - \frac{7}{3} \cos 6x + 2021x$ là

A. $\frac{3}{2} \cos 5x - 42 \sin 6x + 2021$.

B. $\frac{15}{2} \cos 5x + 14 \sin 6x + 2021$.

C. $-15 \cos 5x - 7 \sin 6x + 2021x$.

D. $3 \cos 5x + 7 \sin 6x + 2021$.

Lời giải

Ta có: $y' = \frac{3}{2} \cdot (5x)' \cos 5x + \frac{7}{6} \cdot (6x)' \sin 6x = \frac{15}{2} \cos 5x + 14 \sin 6x + 2021$

Câu 14. Đạo hàm của hàm số $y = \sqrt{\frac{3x+5}{x+1}}$ là:

A. $y' = \sqrt{\frac{2}{(x+1)^2}}$.

B. $y' = \frac{3}{(x+1)^2 \sqrt{\frac{3x+5}{x+1}}}$.

C. $y' = \frac{1}{(x+1)^2 \sqrt{\frac{3x+5}{x+1}}}$.

D. $y' = \frac{-1}{(x+1)^2 \sqrt{\frac{3x+5}{x+1}}}$.

Lời giải

Ta có:

$$y' = \frac{\left(\frac{3x+5}{x+1}\right)'}{2\sqrt{\frac{3x+5}{x+1}}} = \frac{\frac{-2}{(x+1)^2}}{2\sqrt{\frac{3x+5}{x+1}}} = \frac{-1}{(x+1)^2 \sqrt{\frac{3x+5}{x+1}}}$$

Câu 15. Tiếp tuyến của đồ thị hàm số $f(x) = x^3 - 2x^2 + 2$ tại điểm có hoành độ $x_0 = -2$ có phương trình là:

A. $y = 4x - 8$.

B. $y = 20x + 22$.

C. $y = 20x - 22$.

D. $y = 20x + 26$.

Lời giải

Ta có $f'(x) = 3x^2 - 4x$. Tại điểm A có hoành độ $x_0 = -2 \Rightarrow y_0 = f(x_0) = -14$.

Hệ số góc của tiếp tuyến tại A là: $f'(x_0) = f'(-2) = 20$.

Phương trình tiếp tuyến tại điểm A là:

$$y = f'(x_0)(x - x_0) + y_0 \Leftrightarrow y = 20(x + 2) + (-14)$$

$$\Leftrightarrow y = 20x + 26$$

Câu 16. Tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x^2 - 2$ có hệ số góc $k = -3$ có phương trình là

A. $y = -3x - 7$.

B. $y = -3x + 7$.

C. $y = -3x + 1$.

D. $y = -3x - 1$.

Lời giải

Ta có $y' = 3x^2 - 6x$.

Gọi $M(x_0; y_0)$ là tiếp điểm.

Theo bài ra ta có: $k = -3 \Leftrightarrow 3x_0^2 - 6x_0 = -3 \Leftrightarrow x_0 = 1$.

$$\Rightarrow y_0 = -4$$

Phương trình tiếp tuyến là: $y = f'(x_0)(x - x_0) + y_0 \Leftrightarrow y = -3(x - 1) + (-4) \Leftrightarrow y = -3x - 1$.

Câu 17. Các tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = \frac{2x+1}{x-1}$, song song với đường thẳng $y = -3x + 15$ có phương trình là:

A. $y = -3x + 1, y = -3x - 7$.

B. $y = -3x - 1, y = -3x + 11$.

C. $y = -3x - 1$.

D. $y = -3x + 11, y = -3x + 5$.

Lời giảiGọi $M(x_0; y_0)$, $x_0 \neq 1$ là tiếp điểm

$$y' = -\frac{3}{(x-1)^2}$$

Tiếp tuyến song song với đường thẳng $y = -3x + 15$ nên ta có $f'(x_0) = -3$

$$\Leftrightarrow -\frac{3}{(x_0-1)^2} = -3 \Leftrightarrow \begin{cases} x_0 = 0 \\ x_0 = 2 \end{cases}$$

Với $x_0 = 0 \Rightarrow y_0 = -1 \Rightarrow$ phương trình tiếp tuyến là: $y = -3x - 1$ (thỏa mãn).Với $x_0 = 2 \Rightarrow y_0 = 5 \Rightarrow$ phương trình tiếp tuyến là: $y = -3x + 11$ (thỏa mãn).**Câu 18.** Cho hàm số $f(x) = x^3 + 2x$, giá trị của $f''(1)$ bằng

A. 6.

B. 8.

C. 3.

D. 2.

Lời giải

$$f'(x) = 3x^2 + 2, f''(x) = 6x \Rightarrow f''(1) = 6.$$

Câu 19. Nếu $y = x^n$ thì $y^{(n)}$ bằng

A. n .

B. $(n-1)!$.

C. $(n-1)$.

D. $n!$.

Lời giải

Ta có: $y' = (x^n)' = n \cdot x^{n-1}$.

$$y'' = (n \cdot x^{n-1})' = n \cdot (n-1) \cdot x^{n-2}$$
.

$$y^{(3)} = (n \cdot (n-1) \cdot x^{n-2})' = n \cdot (n-1) \cdot (n-2) \cdot x^{n-3}$$
.

...

$$y^{(n-1)} = n \cdot (n-1) \cdot (n-2) \cdots (n-n+1) \cdot x = n! \cdot x$$
.

$$y^{(n)} = n!$$
.

Câu 20. Chọn khẳng định đúng?**A.** Hai đường thẳng cùng song song với một mặt phẳng thì song song với nhau.**B.** Hai mặt phẳng cùng song song với mặt phẳng thứ ba thì chúng song song.**C.** Hai mặt phẳng không song song thì cắt nhau.**D.** Hai mặt phẳng phân biệt cùng song song với mặt phẳng thứ ba thì chúng song song.**Lời giải**

Theo hệ quả sách giáo khoa: “Hai mặt phẳng phân biệt cùng song song với mặt phẳng thứ ba thì chúng song song.”

Câu 21. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của BB' và CC' . Gọi Δ là giao tuyến của hai mặt phẳng (AMN) và $(A'B'C')$. Khẳng định nào sau đây đúng?

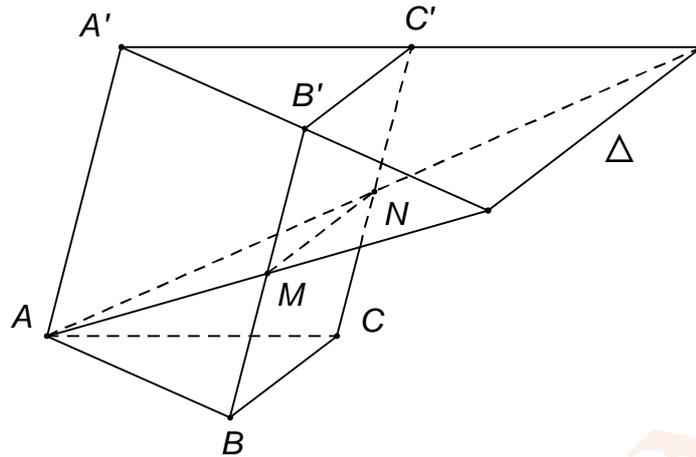
A. $\Delta // AB$.

B. $\Delta // BC$.

C. $\Delta // AC$.

D. $\Delta // AA'$.

Lời giải



Ta có $\begin{cases} MN \subset (AMN) \\ B'C' \subset (A'B'C') \Rightarrow \Delta \text{ là giao tuyến của hai mặt phẳng } (AMN) \text{ và } (A'B'C') \text{ sẽ song} \\ MN \parallel B'C' \end{cases}$

song với MN và $B'C'$. Suy ra $\Delta \parallel BC$.

Câu 22. Trong các mệnh đề sau đây, mệnh đề nào là **đúng**?

A. Nếu $\vec{AB} = -\frac{1}{2}\vec{BC}$ thì B là trung điểm của đoạn AC .

B. Vì $\vec{AB} = -2\vec{AC} + 5\vec{AD}$ nên bốn điểm A, B, C, D cùng thuộc một mặt phẳng.

C. Từ $\vec{AB} = -3\vec{AC}$ ta suy ra $\vec{CB} = \vec{AC}$.

D. Từ $\vec{AB} = 3\vec{AC}$ ta suy ra $\vec{BA} = -3\vec{CA}$.

Lời giải

A. Sai vì $\vec{AB} = -\frac{1}{2}\vec{BC} \Rightarrow A$ là trung điểm BC .



B. Đúng theo định lý về sự đồng phẳng của 3 vector.

C. Sai vì $\vec{AB} = -3\vec{AC} \Rightarrow \vec{CB} = -4\vec{AC}$.



D. Sai vì $\vec{AB} = 3\vec{AC} \Rightarrow \vec{BA} = 3\vec{CA}$ (nhân hai vế cho -1).

Câu 23. Cho hình lập phương $ABCD.EFGH$. Hãy xác định góc giữa cặp vector \vec{AB} và \vec{DH}

A. 45° .

B. 90° .

C. 120° .

D. 60° .

Lời giải

Vì $ADHE$ là hình vuông nên $\vec{DH} = \vec{AE}$. Do đó $(\vec{AB}, \vec{DH}) = (\vec{AB}, \vec{AE}) = \widehat{BAE}$.

Mà $ABFE$ là hình vuông nên $(\vec{AB}, \vec{DH}) = (\vec{AB}, \vec{AE}) = \widehat{BAE} = 90^\circ$.

Câu 24. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. Hai đường thẳng cùng vuông góc với đường thẳng thứ ba thì song song với nhau.

B. Hai đường thẳng cùng vuông góc với đường thẳng thứ ba thì vuông góc với nhau.

C. Hai đường thẳng phân biệt cùng song song với đường thẳng thứ ba thì song song với nhau.

D. Hai đường thẳng cùng song song với đường thẳng thứ ba thì vuông góc với nhau.

Lời giải

Phương án A và B sai vì hai đường thẳng cùng vuông góc với đường thẳng thứ ba có thể cắt nhau hoặc chéo nhau.

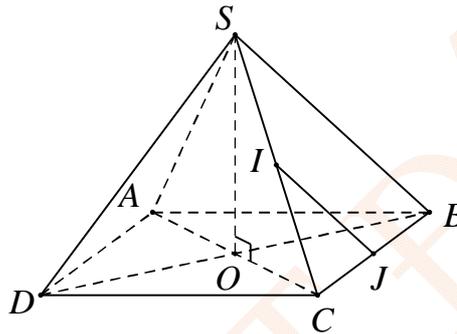
Phương án C đúng vì hai đường thẳng phân biệt cùng song song với đường thẳng thứ ba thì phương của chúng song song với nhau.

Phương án D sai vì hai đường thẳng cùng song song với đường thẳng thứ ba thì có thể song song hoặc trùng nhau.

Câu 25. Cho hình chóp $S.ABCD$ có tất cả các cạnh đều bằng a . Gọi I và J lần lượt là trung điểm của SC và BC . Số đo của góc (IJ, CD) bằng

- A. 60° . B. 30° . C. 45° . D. 90° .

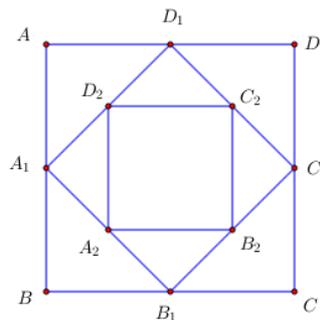
Lời giải



Từ giả thiết ta có: $IJ \parallel SB$ (do IJ là đường trung bình của ΔSAB). $\Rightarrow (IJ, CD) = (SB, AB)$.

Mặt khác, ta lại có ΔSAB đều, do đó $\widehat{SBA} = 60^\circ \Rightarrow (SB, AB) = 60^\circ \Rightarrow (IJ, CD) = 60^\circ$.

Câu 26. Cho hình vuông $ABCD$ có cạnh bằng a và có diện tích S_1 . Nối 4 trung điểm A_1, B_1, C_1, D_1 theo thứ tự của 4 cạnh AB, BC, CD, DA ta được hình vuông thứ hai có diện tích S_2 . Tiếp tục làm như thế, ta được hình vuông thứ ba là $A_2B_2C_2D_2$ có diện tích S_3, \dots và cứ tiếp tục làm như thế, ta tính được các hình vuông lần lượt có diện tích S_4, S_5, \dots, S_{100} (tham khảo hình bên). Tính tổng $S = S_1 + S_2 + S_3 + \dots + S_{100}$.



- A. $S = \frac{a^2(2^{100} - 1)}{2^{99}}$. B. $S = \frac{a^2(2^{99} - 1)}{2^{98}}$. C. $S = \frac{a^2(2^{100} - 1)}{2^{100}}$. D. $S = \frac{a^2}{2^{100}}$.

Lời giải

Ta có $S_1 = a^2; S_2 = \frac{1}{2}a^2; S_3 = \frac{1}{4}a^2, \dots$

Do đó $S_1, S_2, S_3, \dots, S_{100}$ là cấp số nhân với số hạng đầu $u_1 = S_1 = a^2$ và công bội $q = \frac{1}{2}$.

$$\text{Suy ra } S = S_1 + S_2 + S_3 + \dots + S_{100} = S_1 \cdot \frac{1-q^n}{1-q} = \frac{a^2(2^{100}-1)}{2^{99}}.$$

Câu 27. Người ta thiết kế một cái tháp gồm 11 tầng. Diện tích bề mặt trên của mỗi tầng bằng nửa diện tích của mặt trên của tầng ngay bên dưới và diện tích mặt trên của tầng 1 bằng nửa diện tích của đế tháp (biết diện tích của đế tháp là 12288 m^2). Tính diện tích mặt trên cùng.

- A. 8m^2 . B. 6m^2 . C. 12m^2 . D. 10m^2 .

Lời giải

Ta nhận thấy diện tích các mặt trên của mỗi tầng lập thành 1 cấp số nhân với công bội $q = \frac{1}{2}$

Số hạng đầu $u_1 = 12288$. Khi đó mặt trên cùng tầng 11 ứng với u_{12} .

$$\text{Do đó } u_{12} = u_1 \cdot q^{11} = 12288 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{11} = 6.$$

Câu 28. Giá trị $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{2x^2 + 3x - 2}{x^2 - 4}$ bằng

- A. $\frac{1}{4}$. B. $-\frac{5}{4}$. C. $\frac{5}{4}$. D. 2.

Lời giải

$$\lim_{x \rightarrow -2} \frac{2x^2 + 3x - 2}{x^2 - 4} = \lim_{x \rightarrow -2} \frac{(x+2)(2x-1)}{(x-2)(x+2)} = \lim_{x \rightarrow -2} \frac{2x-1}{x-2} = \frac{5}{4}.$$

Câu 29. $\lim_{x \rightarrow +\infty} (x - \sqrt{x^2 + ax + 2}) = 3$ nếu

- A. $a = -6$ B. $a = 6$. C. $a = 3$. D. $a = -3$

Lời giải

$$\text{Ta có } \lim_{x \rightarrow +\infty} (x - \sqrt{x^2 + ax + 2}) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{-ax - 2}{x + \sqrt{x^2 + ax + 2}} = \frac{-a}{2}.$$

Theo đề ta có $\frac{-a}{2} = 3 \Leftrightarrow a = -6$. Vậy chọn A.

Câu 30: Tìm giá trị m để phương trình $(m-1)x^3 + 2x + 1 = 0$ có nghiệm dương?

- A. $m < 1$. B. $m > 1$. C. $m = 1$. D. Không có giá trị nào.

Lời giải

Xét phương trình $(m-1)x^3 + 2x + 1 = 0$ (1).

+) Nếu $m = 1$, phương trình (1) trở thành $2x + 1 = 0 \Leftrightarrow x = -\frac{1}{2}$.

+) Nếu $m > 1$ thì $(m-1)x^3 + 2x + 1 > 0, \forall x > 0$. Do đó phương trình (1) không có nghiệm dương.

+) Nếu $m < 1$, xét hàm số $f(x) = (m-1)x^3 + 2x + 1$, ta có:

- $f(0) = 1$.

- $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} [(m-1)x^3 + 2x + 1] = \lim_{x \rightarrow +\infty} x^3 \left[(m-1) + \frac{2}{x^2} + \frac{1}{x^3} \right] = -\infty$.

Do đó, tồn tại $a > 0$ sao cho $f(a) < 0$.

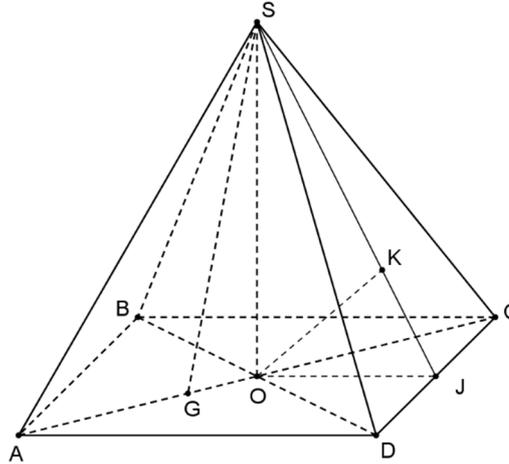
Suy ra $f(0) \cdot f(a) < 0$.

Câu 31. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng a , $SA = 2a$. Gọi G là trọng tâm tam giác ABD . Gọi α là góc hợp bởi đường thẳng SG và mặt phẳng (SCD) . Biết $\sin \alpha = \frac{a\sqrt{105}}{b}$, với

$a, b \in \mathbb{Z}, b > 0, \frac{a}{b}$ là phân số tối giản. Tính giá trị biểu thức $T = a - 2b + 1$.

- A. $T = 58$. B. $T = 62$. C. $T = -58$. D. $T = 32$.

Lời giải



Ta có: $\sin \alpha = \frac{d(G, (SCD))}{SG}$

Gọi $O = AC \cap BD$. Gọi J là trung điểm CD và K là hình chiếu của O lên SJ . Do $S.ABCD$ là hình chóp đều nên $SO \perp (ABCD)$ và $ABCD$ là hình vuông.

Ta có:

$$\begin{cases} CD \perp OJ \\ CD \perp SO \end{cases} \Rightarrow CD \perp (SOJ) \Rightarrow (SCD) \perp (SOJ).$$

Do $OK \perp SJ \Rightarrow OK \perp (SCD) \Rightarrow d(O, (SCD)) = OK$.

Mặt khác: $\frac{d(G, (SCD))}{d(O, (SCD))} = \frac{GC}{OC} = \frac{4}{3}$

Có $SO = \sqrt{SA^2 - OA^2} = \sqrt{4a^2 - \frac{a^2}{2}} = \frac{a\sqrt{14}}{2}$; $OJ = \frac{1}{2}AD = \frac{a}{2}$.

$SJ = \sqrt{SO^2 + OJ^2} = \frac{a\sqrt{15}}{2}$, $OK = \frac{SO \cdot OJ}{SJ} = \frac{a\sqrt{210}}{30}$.

Mà $\frac{d(G, (SCD))}{d(O, (SCD))} = \frac{GC}{OC} = \frac{4}{3} \Rightarrow d(G, (SCD)) = \frac{4}{3}d(O, (SCD)) = \frac{2a\sqrt{210}}{45}$.

$SG = \sqrt{SO^2 + OG^2} = \frac{4a\sqrt{2}}{3}$.

$\sin \alpha = \frac{d(G, (SCD))}{SG} = \frac{\sqrt{105}}{30}$.

Câu 32. Bạn Ngọc thả một quả bóng cao su từ độ cao $20(m)$ so với mặt đất, mỗi lần chạm đất quả bóng lại nảy lên một độ cao bằng bốn phần năm độ cao lần rơi trước. Biết rằng quả bóng luôn chuyển

động vuông góc với mặt đất. Tổng quãng đường quả bóng đã di chuyển được (từ lúc thả bóng cho đến lúc bóng không nảy nữa) là

- A.** $180(m)$. **B.** $100(m)$. **C.** $140(m)$. **D.** $80(m)$.

Lời giải

Ta có quãng đường bóng bay bằng tổng quãng đường bóng nảy lên và quãng đường bóng rơi xuống.

Vì mỗi lần bóng nảy lên bằng $\frac{4}{5}$ lần nảy trước nên ta có tổng quãng đường bóng nảy lên là

$$S_1 = 20 \cdot \frac{4}{5} + 20 \cdot \left(\frac{4}{5}\right)^2 + 20 \cdot \left(\frac{4}{5}\right)^3 + \dots + 20 \cdot \left(\frac{4}{5}\right)^n + \dots$$

Đây là tổng của cấp số nhân lùi vô hạn có số hạng đầu $u_1 = 20 \cdot \frac{4}{5} = 16$ và công bội $q = \frac{4}{5}$.

$$\text{Suy ra } S_1 = \frac{16}{1 - \frac{4}{5}} = 80.$$

Tổng quãng đường bóng rơi xuống bằng khoảng cách độ cao ban đầu và tổng quãng đường bóng nảy lên nên là $S_2 = 20 + 20 \cdot \left(\frac{4}{5}\right) + 20 \cdot \left(\frac{4}{5}\right)^2 + \dots + 20 \cdot \left(\frac{4}{5}\right)^n + \dots$

$$S_2 = 20 + 20 \cdot \left(\frac{4}{5}\right) + 20 \cdot \left(\frac{4}{5}\right)^2 + \dots + 20 \cdot \left(\frac{4}{5}\right)^n + \dots$$

Đây là tổng của cấp số nhân lùi vô hạn với số hạng đầu $u_1 = 20$ và công bội $q = \frac{4}{5}$.

$$\text{Suy ra } S_2 = \frac{20}{1 - \frac{4}{5}} = 100.$$

Vậy tổng quãng đường bóng bay là $S = S_1 + S_2 = 180$.

Câu 33. Cho hình chóp $S.ABC$ có SA vuông góc với mặt đáy (ABC) . Khi đó, góc hợp giữa SB và mặt phẳng (ABC) là

- A.** SBA . **B.** SBC . **C.** SAB . **D.** BSA .

Lời giải

Ta có: $SA \perp (ABC)$ nên hình chiếu của SB lên (ABC) là AB . Do đó,

$$(\angle(SB, (ABC))) = (\angle(SB, AB)) = SBA.$$

Câu 34. Đạo hàm của hàm số $y = \sin^2 \sqrt{x}$ là

- A.** $\frac{\sin \sqrt{x} \cos \sqrt{x}}{\sqrt{x}}$. **B.** $\cos x$. **C.** $2 \cos \sqrt{x}$. **D.** $\frac{\cos \sqrt{x}}{\sqrt{x}}$.

Lời giải

$$\text{Ta có: } y' = 2 \sin \sqrt{x} (\sin \sqrt{x})' = 2 \sin \sqrt{x} \cos \sqrt{x} (\sqrt{x})' = 2 \sin \sqrt{x} \cos \sqrt{x} \cdot \frac{1}{2\sqrt{x}} = \frac{\sin \sqrt{x} \cos \sqrt{x}}{\sqrt{x}}.$$

Câu 35. Hàm số $y = \frac{x^2 + x + 1}{x + 1}$ có đạo hàm cấp 5 bằng

- A.** $y^{(5)} = -\frac{120}{(x+1)^6}$. **B.** $y^{(5)} = \frac{120}{(x+1)^6}$. **C.** $y^{(5)} = \frac{1}{(x+1)^6}$. **D.** $y^{(5)} = -\frac{1}{(x+1)^6}$.

Lời giải

$$\text{Ta có } y = x + \frac{1}{x+1} \Rightarrow y' = 1 - \frac{1}{(x+1)^2}.$$

$$\Rightarrow y'' = \frac{2}{(x+1)^3} \Rightarrow y^{(3)} = \frac{-6}{(x+1)^4} \Rightarrow y^{(4)} = \frac{24}{(x+1)^5} \Rightarrow y^{(5)} = -\frac{120}{(x+1)^6}.$$

Câu 36. Cho hàm số $f(x) = mx - \frac{1}{3}x^3$. Với giá trị nào của m thì $x = -1$ là nghiệm của bất phương trình $f'(x) < 2$?

A. $m > 3$.

B. $m < 3$.

C. $m = 3$.

D. $m < 1$.

Lời giải

Ta có $f'(x) = m - x^2$.

$x = -1$ là nghiệm của bất phương trình $f'(x) < 2 \Rightarrow f'(-1) < 2 \Leftrightarrow m - 1 < 2 \Leftrightarrow m < 3$.

Câu 37. Cho hàm số $y = \frac{x+2}{x-2}$ có đồ thị (C). Tiếp tuyến của đồ thị (C) đi qua $A(-6;5)$ là

A. $y = -x - 1$ và $y = -\frac{1}{4}x + \frac{7}{2}$.

B. $y = -x - 2$ và $y = -2x + 1$.

C. $y = x - 1$ và $y = -x + 2$.

D. $y = -x + 1$ và $y = -\frac{1}{4}x + \frac{3}{4}$.

Lời giải

Ta có $y' = \frac{-4}{(x-2)^2}$. Gọi $M(x_0; y_0)$ là tiếp điểm của tiếp tuyến với đồ thị (C) $\Rightarrow y_0 = \frac{x_0+2}{x_0-2}$

Phương trình tiếp tuyến của (C) tại $M(x_0; y_0)$ là

$$y = y'(x_0)(x - x_0) + y_0 = -\frac{4}{(x_0-2)^2}(x - x_0) + \frac{x_0+2}{x_0-2}$$

Vì tiếp tuyến đi qua điểm $A(-6;5) \Rightarrow 5 = -\frac{4}{(x_0-2)^2}(-6 - x_0) + \frac{x_0+2}{x_0-2}$

$$\Leftrightarrow 5(x_0-2)^2 = 4(6+x_0) + (x_0+2)(x_0-2) \Leftrightarrow 4x_0^2 - 24x_0 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x_0 = 0 \\ x_0 = 6 \end{cases}$$

Với $x_0 = 0 \Rightarrow$ PTTT là: $y = -x - 1$.

Với $x_0 = 6 \Rightarrow$ PTTT là: $y = \frac{-1}{4}(x-6) + 2 \Leftrightarrow y = \frac{-1}{4}x + \frac{7}{2}$.

Câu 38. Cho tứ diện ABCD có $AC = BD = a$, $AB = CD = 2a$, $AD = BC = a\sqrt{6}$. Tính góc giữa hai đường thẳng AD và BC.

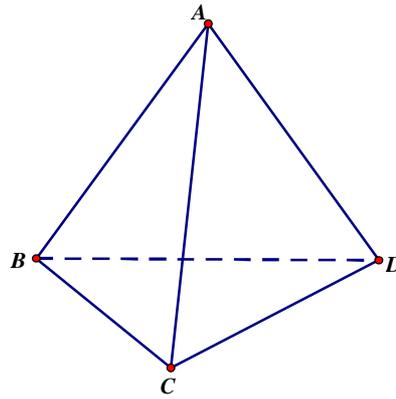
A. 30° .

B. 60° .

C. 90° .

D. 45°

Lời giải



$$\begin{aligned} \text{Ta có } \cos(\widehat{AD, BC}) &= \left| \cos(\overrightarrow{AD}, \overrightarrow{BC}) \right| = \frac{|\overrightarrow{AD} \cdot \overrightarrow{BC}|}{AD \cdot BC} \\ \overrightarrow{AD} \cdot \overrightarrow{BC} &= \overrightarrow{AD} \cdot (\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AB}) = \overrightarrow{AD} \cdot \overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AD} \cdot \overrightarrow{AB} \\ &= AD \cdot AC \cdot \cos \widehat{DAC} - AD \cdot AB \cdot \cos \widehat{BAD} \\ &= AD \cdot AC \cdot \frac{AD^2 + AC^2 - CD^2}{2AD \cdot AC} - AD \cdot AB \cdot \frac{AD^2 + AB^2 - BD^2}{2AD \cdot AB} \\ &= \frac{AD^2 + AC^2 - CD^2}{2} - \frac{AD^2 + AB^2 - BD^2}{2} = \frac{AC^2 + BD^2 - CD^2 - AB^2}{2} \\ &= \frac{a^2 + a^2 - 4a^2 - 4a^2}{2} = -3a^2 \\ \Rightarrow \cos(\widehat{AD, BC}) &= \frac{|-3a^2|}{6a^2} = \frac{1}{2} \Rightarrow (\widehat{AD, BC}) = 60^\circ. \end{aligned}$$

Câu 39. Một đoàn tàu chuyển động thẳng khởi hành từ một nhà ga. Quãng đường S (mét) đi được của đoàn tàu là một hàm số của thời gian t (giây), hàm số đó là $S(t) = 6t^2 - t^3$. Thời điểm t (giây) mà tại đó vận tốc v (m/s) của chuyển động đạt giá trị lớn nhất là

- A.** $t = 2s$. **B.** $t = 3s$. **C.** $t = 4s$. **D.** $t = 6s$.

Lời giải

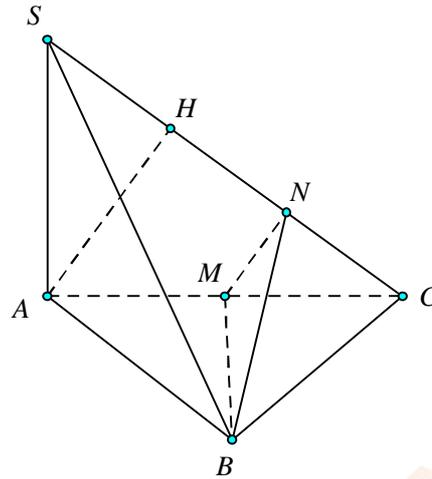
Ta có: $v(t) = S'(t) = 12t - 3t^2 = -3(t-2)^2 + 12 \Rightarrow v(t) \leq 12$. Dấu "=" xảy ra khi $t = 2$.

Vậy vận tốc v (m/s) của chuyển động đạt giá trị lớn nhất tại thời điểm $t = 2s$.

Câu 40. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông cân tại B , cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy, $AB = BC = a$ và $SA = a$. Góc giữa hai mặt phẳng (SAC) và (SBC) là

- A.** 60° . **B.** 90° . **C.** 30° . **D.** 45° .

Lời giải



Gọi M là trung điểm của $AC \Rightarrow BM \perp AC$ và $BM = \frac{1}{2}AC = \frac{1}{2}\sqrt{AB^2 + BC^2} = \frac{a\sqrt{2}}{2}$.

Kẻ $AH \perp SC$ tại H và $MN \perp SC$ tại N suy ra $\widehat{((SAC), (SBC))} = \widehat{BNM}$.

Có $\frac{1}{AH^2} = \frac{1}{SA^2} + \frac{1}{AC^2} = \frac{1}{a^2} + \frac{1}{2a^2} = \frac{3}{2a^2} \Rightarrow AH = \frac{a\sqrt{6}}{3}$, $MN = \frac{1}{2}AH = \frac{a\sqrt{6}}{6}$.

Ta có tam giác BMN vuông tại M nên $\tan \widehat{BNM} = \frac{BM}{MN} = \frac{\frac{a\sqrt{2}}{2}}{\frac{a\sqrt{6}}{6}} = \sqrt{3} \Rightarrow \widehat{BNM} = 60^\circ$.

Vậy $\widehat{((SAC), (SBC))} = 60^\circ$.

Câu 41. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B , SA vuông góc với mặt đáy và $SA = AB = \sqrt{3}$. Gọi G là trọng tâm của tam giác SAB . Khoảng cách từ G đến mặt phẳng (SBC) bằng

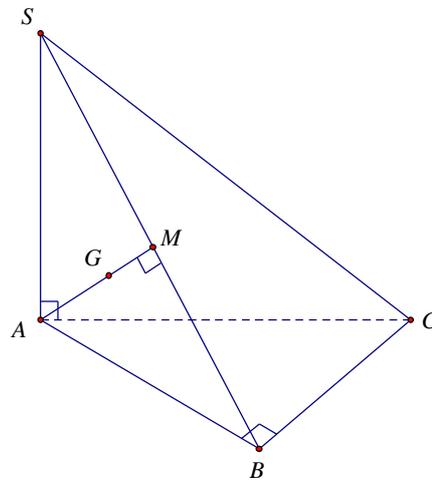
A. $\frac{\sqrt{6}}{3}$.

B. $\frac{\sqrt{6}}{6}$.

C. $\sqrt{3}$.

D. $\frac{\sqrt{6}}{2}$.

Lời giải



Gọi M là trung điểm của $SB \Rightarrow AM \perp SB$ (vì tam giác SAB cân).

Ta có $\begin{cases} BC \perp AB \\ BC \perp SA \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SAB) \Rightarrow BC \perp AM .$

Và $\begin{cases} AM \perp SB \\ AM \perp BC \end{cases} \Rightarrow AM \perp (SBC) \Rightarrow GM \perp (SBC) \text{ tại } M .$

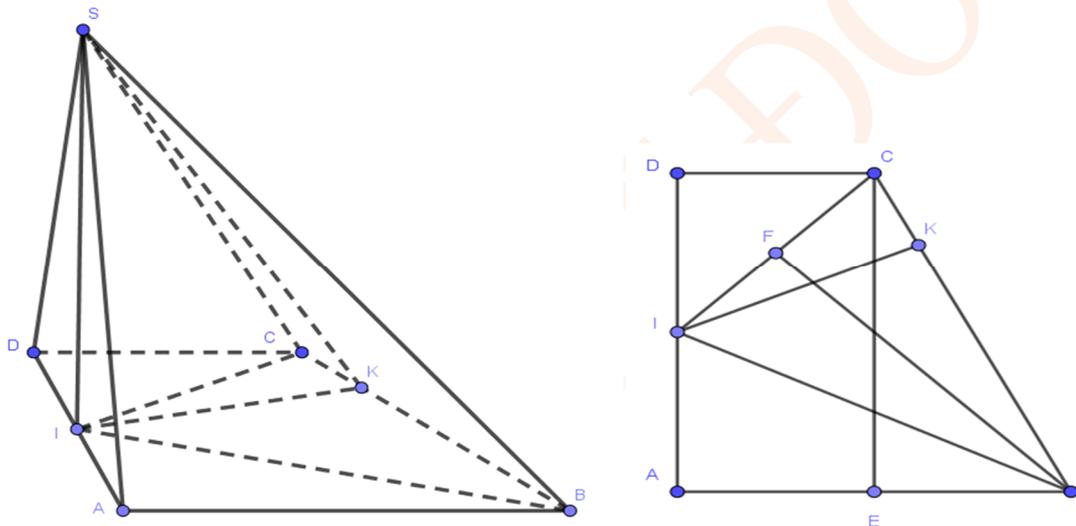
Do đó $d(G, (SBC)) = GM$, $SB = AB\sqrt{2} = \sqrt{6}$, $AM = \frac{SB}{2} = \frac{\sqrt{6}}{2} \Rightarrow GM = \frac{AM}{3} = \frac{\sqrt{6}}{6}$.

Câu 42. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang vuông tại A và D , $AB = AD = 2a$, $CD = a$. Gọi I là trung điểm của cạnh AD , biết hai mặt phẳng (SBI) , (SCI) cùng vuông góc với đáy và $SI = \frac{3\sqrt{15}a}{5}$. Tính góc giữa hai mặt phẳng (SBC) , $(ABCD)$.

- A. 60° . B. 30° . C. 36° . D. 45° .

Lời giải

Tác giả: Nguyễn Văn Minh ; Fb: Nguyễn Văn Minh



Gọi E là trung điểm của AB .
 Đặt $\alpha = ((SBC), (ABCD)) \Leftrightarrow \alpha = ((SBC), (IBC))$.

Ta có $CE = 2a, EB = a \Rightarrow BC = \sqrt{(2a)^2 + a^2} = a\sqrt{5}$

Ta có $S_{\triangle IBC} = S_{ABCD} - (S_{\triangle ICD} + S_{\triangle IAB}) = 3a^2 - \left(\frac{a^2}{2} + a^2\right) = \frac{3a^2}{2}$.

$\Rightarrow \frac{1}{2} BC \cdot IK = \frac{3a^2}{2} \Rightarrow \frac{1}{2} a\sqrt{5} \cdot IK = \frac{3a^2}{2} \Rightarrow IK = \frac{3a}{\sqrt{5}}$

$\Rightarrow \tan \alpha = \frac{SI}{IK} = \frac{\frac{3a\sqrt{15}}{5}}{\frac{3a}{\sqrt{5}}} = \sqrt{3} \Rightarrow \alpha = 60^\circ$

Câu 43. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh $2a$, cạnh bên $SA = a$ và $SA \perp (ABC)$. Gọi M là trung điểm của AB , α là góc tạo bởi giữa SM và mặt phẳng (SBC) . Khi đó giá trị của $\sin \alpha$ bằng

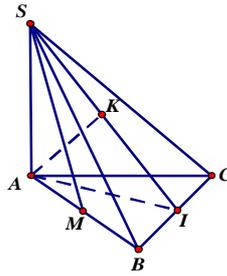
A. $\frac{\sqrt{6}}{4}$.

B. $\frac{\sqrt{58}}{8}$.

C. $\frac{\sqrt{6}}{8}$.

D. $\frac{\sqrt{6}}{3}$.

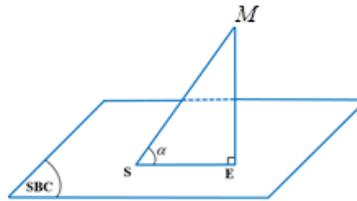
Lời giải



Gọi I là trung điểm của BC . Kẻ $AK \perp SI$, dễ thấy $AK \perp (SBC)$ suy ra $AK = d(A, (SBC))$.

Ta có: $AI = \frac{2a\sqrt{3}}{2} = a\sqrt{3} \Rightarrow AK = \frac{AI \cdot SA}{\sqrt{AI^2 + SA^2}} = \frac{a \cdot a\sqrt{3}}{\sqrt{a^2 + (a\sqrt{3})^2}} = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.

$AM \cap (SBC) = B \Rightarrow \frac{d(M, (SBC))}{d(A, (SBC))} = \frac{MB}{AB} = \frac{1}{2} \Rightarrow d(M, (SBC)) = \frac{1}{2} d(A, (SBC)) = \frac{a\sqrt{3}}{4}$.



Tam giác SAM vuông cân tại A nên $SM = a\sqrt{2}$.

Gọi E là hình chiếu của M trên (SBC) suy ra SE là hình chiếu của SM trên mặt phẳng (SBC)

\Rightarrow Góc giữa SM và mặt phẳng (SBC) là góc giữa hai đường thẳng SM, SE và bằng \widehat{MSE} .

Xét tam giác SEM vuông tại E ta có $\sin \widehat{MSE} = \frac{ME}{SM} = \frac{\frac{a\sqrt{3}}{4}}{a\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{6}}{8}$.

Câu 44. Biết tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = \frac{x+2}{2x+3}$ (H) cắt trục tung và cắt trục hoành tại hai điểm phân biệt A, B sao cho tam giác OAB vuông cân. Tính diện tích tam giác vuông cân đó.

A. 1.

B. 2.

C. 4.

D. 6.

Lời giải

Tam giác OAB vuông cân tại O nên hệ số góc của tiếp tuyến bằng ± 1 .

Gọi tọa độ tiếp điểm là (x_0, y_0) ta có: $\frac{-1}{(2x_0+3)^2} = \pm 1 \Leftrightarrow x_0 = -2$ hoặc $x_0 = -1$.

Với $x_0 = -1, y_0 = 1$, phương trình tiếp tuyến là: $y = -x$ loại vì không cắt hai trục tạo thành tam giác.

Với $x_0 = -2, y_0 = 0$, phương trình tiếp tuyến là: $y = -x - 2$.

Khi đó tiếp tuyến $y = -x - 2$ cắt hai trục Ox, Oy lần lượt tại $A(-2; 0); B(0; -2)$ tạo thành tam

giác OAB vuông cân tại O nên $S_{OAB} = \frac{1}{2} \cdot OA \cdot OB = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 2 = 2$.

Câu 45. Cho hai số thực a, b và hàm số $f(x) = \begin{cases} ax^2 + bx + 1 & \text{khi } x \leq 2 \\ \frac{x^2 - 2x + a + 2 - x\sqrt{x-1}}{(x-2)^2} & \text{khi } x > 2 \end{cases}$. Tính tổng

$T = a + b$ biết rằng hàm số đã cho liên tục trên tập xác định của nó.

- A.** $T = \frac{1}{4}$. **B.** $T = -\frac{1}{4}$. **C.** $T = \frac{1}{8}$. **D.** $T = -\frac{1}{8}$.

Lời giải

Tập xác định của hàm số là \mathbb{R} .

Để thấy hàm số liên tục trên các khoảng $(-\infty; 2), (2; +\infty)$.

Hàm số liên tục trên \mathbb{R} khi và chỉ khi nó liên tục tại $x = 2 \Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = f(2)$.

Ta có $\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = f(2) = 4a + 2b + 1$.

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) &= \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{x^2 - 2x + a + 2 - x\sqrt{x-1}}{(x-2)^2} = \lim_{x \rightarrow 2^+} \left[1 + \frac{2x - 2 - x\sqrt{x-1}}{(x-2)^2} + \frac{a}{(x-2)^2} \right] \\ &= \lim_{x \rightarrow 2^+} \left[1 + \frac{(2x-2)^2 - x^2(x-1)}{(x-2)^2(2x-2+x\sqrt{x-1})} + \frac{a}{(x-2)^2} \right] = \lim_{x \rightarrow 2^+} \left[1 - \frac{(x-1)}{2x-2+x\sqrt{x-1}} + \frac{a}{(x-2)^2} \right]. \end{aligned}$$

Để tồn tại giới hạn hữu hạn của hàm số tại $x = 2$ thì $a = 0$.

$$\text{Khi đó } \lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = \frac{3}{4}. \text{ Vậy } \begin{cases} a = 0 \\ 4a + 2b + 1 = \frac{3}{4} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 0 \\ b = -\frac{1}{8} \end{cases} \text{ và } T = -\frac{1}{8}.$$

Câu 46. Cho hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 2$ có đồ thị (C) . Tìm M thuộc (C) để tiếp tuyến của đồ thị hàm số tại M có hệ số góc nhỏ nhất

- A.** $M(1; 0)$ **B.** $M(-1; 0)$ **C.** $M(-2; 0)$ **D.** $M(0; 1)$

Lời giải

Gọi $M(x_0; x_0^3 - 3x_0^2 + 2)$ là tiếp điểm của tiếp tuyến với đồ thị (C)

$$y' = 3x_0^2 - 6x_0$$

Phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số tại M có dạng: $y = k(x - x_0) + y_0$

$$\text{Với } k = y'(x_0) = 3x_0^2 - 6x_0 = 3(x_0^2 - 2x_0 + 1) - 3 = 3(x_0 - 1)^2 - 3 \geq -3$$

Hệ số góc nhỏ nhất bằng -3 khi $x_0 = 1 \Rightarrow y_0 = y(1) = 0; k = -3$

Vậy $M(1; 0)$.

Câu 47. Biết $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{x^2 + ax + 6} - x - b}{x^2 - 2x} = -\frac{1}{16}$. Giá trị của $a^2 + b^2$ là?

- A.** 13. **B.** 17. **C.** 20. **D.** 10.

Lời giải

Do $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{x^2 + ax + 6} - x - b}{x^2 - 2x} = -\frac{1}{16}$ là giới hạn hữu hạn nên $\sqrt{x^2 + ax + 6} - x - b = 0$ có nghiệm

$x = 2$, suy ra $\sqrt{10 + 2a} - 2 = b$.

$$\text{Ta có } L = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{x^2 + ax + 6} - x - \sqrt{10 + 2a} + 2}{x^2 - 2x} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{x^2 + ax + 6} - \sqrt{10 + 2a} - (x - 2)}{x(x - 2)}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 2} \left(\frac{x^2 - 4 + a(x-2)}{x(x-2)(\sqrt{x^2 + ax + 6} + \sqrt{10 + 2a})} - \frac{1}{x} \right)$$

$$\lim_{x \rightarrow 2} \left(\frac{x+2+a}{x(\sqrt{x^2 + ax + 6} + \sqrt{10 + 2a})} - \frac{1}{x} \right) = \frac{a+4}{4\sqrt{10+2a}} - \frac{1}{2}.$$

Ta có $\frac{a+4}{4\sqrt{10+2a}} - \frac{1}{2} = -\frac{1}{16} \Leftrightarrow 4(a+4) = 7\sqrt{10+2a}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a \geq -4 \\ 16(a+4)^2 = 49(10+2a) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a \geq -4 \\ 16a^2 + 30a - 234 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow a = 3 \Rightarrow b = 2.$$

Vậy $a^2 + b^2 = 13$.

Câu 48. Giới hạn $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt[3]{8n^3 + 11} - \sqrt{n^2 + 7}}{5n + 2}$ có kết quả $\frac{a}{b}$ với $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản và $b > 0$. Khi đó $a + 2b$ có kết quả nào sau đây?

- A. 11. B. 6. C. 7. D. 13.

Lời giải

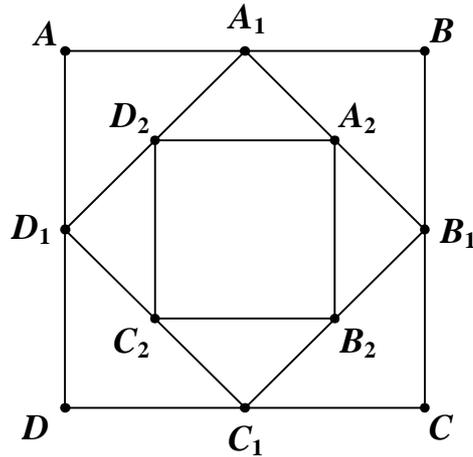
$$\begin{aligned} \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt[3]{8n^3 + 11} - \sqrt{n^2 + 7}}{5n + 2} &= \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt[3]{8n^3 + 11} - n}{5n + 2} + \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n - \sqrt{n^2 + 7}}{5n + 2} \\ &= \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{7n^3 + 11}{(5n + 2)(\sqrt[3]{8n^3 + 11} + \sqrt[3]{8n^3 + 11} \cdot n + n^2)} + \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{-7}{(5n + 2)(n + \sqrt{n^2 + 7})} \\ &= \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^3 \left(7 + \frac{11}{n^3}\right)}{n^3 \left(5 + \frac{2}{n}\right) \left(\sqrt[3]{8 + \frac{11}{n^3}} + \sqrt[3]{8 + \frac{11}{n^3}} + 1\right)} + \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{-7}{\left(5 + \frac{2}{n}\right) \left(1 + \sqrt{1 + \frac{7}{n^2}}\right)} \\ &= \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\left(7 + \frac{11}{n^3}\right)}{\left(5 + \frac{2}{n}\right) \left(\sqrt[3]{8 + \frac{11}{n^3}} + \sqrt[3]{8 + \frac{11}{n^3}} + 1\right)} + \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{-7}{\left(5 + \frac{2}{n}\right) \left(1 + \sqrt{1 + \frac{7}{n^2}}\right)} = \frac{7}{35} + 0 = \frac{1}{5}. \end{aligned}$$

$\Rightarrow a + 2b = 11$.

Câu 49. Một hình vuông $ABCD$ có cạnh bằng 1, có diện tích là S_1 . Nối bốn trung điểm A_1, B_1, C_1, D_1 lần lượt của bốn cạnh AB, BC, CD, DA ta được hình vuông $A_1B_1C_1D_1$ có diện tích là S_2 . Tương tự nối bốn trung điểm A_2, B_2, C_2, D_2 lần lượt của bốn cạnh $A_1B_1, B_1C_1, C_1D_1, D_1A_1$ ta được hình vuông $A_2B_2C_2D_2$ có diện tích là S_3 . Cứ tiếp tục như vậy ta thu được các diện tích $S_4, S_5, S_6, \dots, S_n$. Tính $\lim(S_1 + S_2 + S_3 + \dots + S_n)$?

- A. 1. B. 2. C. $\frac{1}{2}$. D. $\frac{1}{4}$.

Lời giải



Ta có

$$AB = 1, S_1 = AB^2 = 1;$$

$$A_1B_1 = \frac{AB\sqrt{2}}{2} = \frac{\sqrt{2}}{2}, S_2 = A_1B_1^2 = \left(\frac{AB\sqrt{2}}{2}\right)^2 = \frac{1}{2};$$

$$A_2B_2 = \frac{A_1B_1\sqrt{2}}{2} = \frac{\frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \sqrt{2}}{2} = \frac{1}{2}, S_3 = A_2B_2^2 = \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{4};$$

$$A_3B_3 = \frac{A_2B_2\sqrt{2}}{2} = \frac{\frac{1}{2} \cdot \sqrt{2}}{2} = \frac{\sqrt{2}}{4}, S_4 = A_3B_3^2 = \left(\frac{\sqrt{2}}{4}\right)^2 = \frac{1}{8};$$

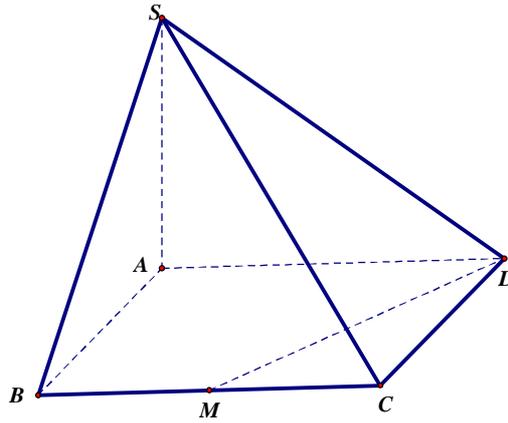
...

$$A_{n-1}B_{n-1} = \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^{n-1}, S_n = (A_{n-1}B_{n-1})^2 = \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}, \text{ với } n \in \mathbb{N}, n \geq 2.$$

Do đó (S_n) là cấp số nhân có $S_1 = 1$ công bội $q = \frac{1}{2}$.

$$\text{Suy ra } \lim(S_1 + S_2 + S_3 + \dots + S_n) = \lim \frac{S_1(1 - q^n)}{1 - q} = \frac{S_1}{1 - q} = 2.$$

Câu 50. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh $2a$, cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy $(ABCD)$ và $SA = a\sqrt{2}$. Gọi M là trung điểm của cạnh BC . Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng chéo nhau SB và DM .



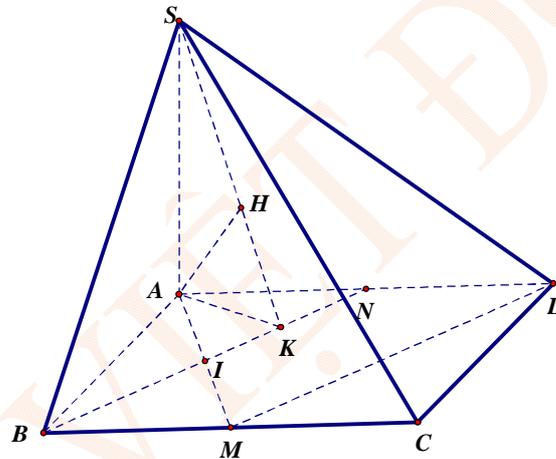
A. $\frac{2a\sqrt{5}}{5}$.

B. $\frac{a\sqrt{3}}{3}$.

C. $\frac{2a\sqrt{7}}{7}$.

D. $\frac{a\sqrt{2}}{2}$.

Lời giải



Gọi N là trung điểm của cạnh AD . Ta có $DM \parallel BN \Rightarrow DM \parallel (SBN)$.

Do đó $d(DM, SB) = d(DM, (SBN)) = d(M, (SBN))$.

Gọi I là giao điểm của BN và AM . Khi đó I là trung điểm của AM .

Suy ra $d(M, (SBN)) = d(A, (SBN))$.

Kẻ $AK \perp BN$ và kẻ $AH \perp SK$.

Khi đó $d(A, (SBN)) = AH$.

$$\text{Ta có } \frac{1}{AK^2} = \frac{1}{AB^2} + \frac{1}{BN^2} = \frac{5}{4a^2}.$$

$$\text{Suy ra } \frac{1}{AH^2} = \frac{1}{AK^2} + \frac{1}{SA^2} = \frac{7}{4a^2} \Rightarrow AH = \frac{2a\sqrt{7}}{7}.$$

$$\text{Vậy } d(DM, SB) = \frac{2a\sqrt{7}}{7}.$$

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

KIỂM TRA HỌC KỲ II NĂM HỌC 2020 - 2021

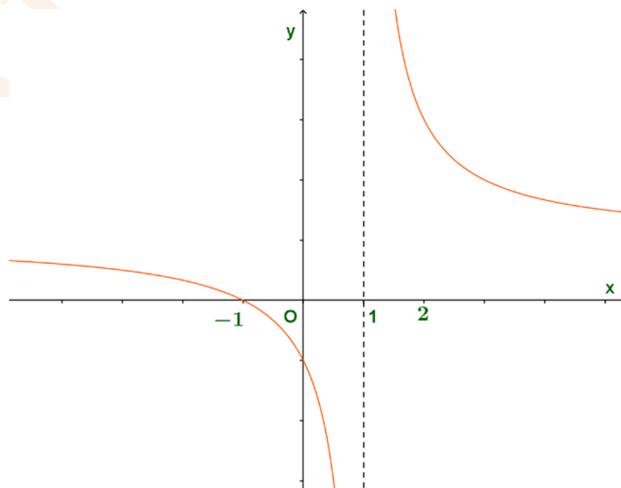
Môn: TOÁN - Lớp 11 - Chương trình chuẩn

Thời gian: 90 phút (Không kể thời gian phát đề)

Mã đề thi

Họ và tên thí sinh:..... SBD:.....

- Câu 1.** Nếu các dãy số $(u_n), (v_n)$ thỏa mãn $\lim u_n = 4$ và $\lim v_n = 3$ thì $\lim(u_n + v_n)$ bằng
- A. 12. B. 7. C. 1 D. $\frac{4}{3}$
- Câu 2.** Biết $\lim u_n = 5$. Chọn mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau
- A. $\lim \frac{5u_n - 1}{u_n - 1} = 5$. B. $\lim \frac{5u_n - 1}{u_n - 1} = 6$.
- C. $\lim \frac{5u_n - 1}{u_n - 1} = 1$. D. $\lim \frac{5u_n - 1}{u_n - 1} = 24$.
- Câu 3.** Nếu hàm số $f(x)$ thỏa mãn $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = 3$ thì $\lim_{x \rightarrow 1} 3f(x)$ bằng
- A. 3. B. -3 C. 9 D. 6
- Câu 4.** Tính giới hạn $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{2x^3 + 3x - 1}{x^2 + 1}$ ta được kết quả bằng
- A. 1. B. 2. C. 3. D. 4.
- Câu 5.** Tính $\lim_{x \rightarrow +\infty} (2x^3 - 3x^2 + 10)$.
- A. $+\infty$. B. 2. C. $-\infty$. D. 3.
- Câu 6.** Hàm số nào sau đây liên tục tại điểm $x = 2$?
- A. $y = \frac{x+1}{x-2}$. B. $y = \sqrt{x-3}$. C. $y = \frac{2x+1}{x^2-4}$. D. $y = 3x^3 + 2x - 1$.
- Câu 7.** Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình dưới đây:



Chọn khẳng định sai:

- A. Hàm số không liên tục trên \mathbb{R} . B. Hàm số liên tục trên $(-\infty; 4)$.
- C. Hàm số liên tục trên $(1; +\infty)$. D. Hàm số liên tục trên $(-\infty; 1)$.
- Câu 8.** Trong các hàm số sau, hàm số nào liên tục trên $(-\infty; 1)$?

$$\text{A. } y = \frac{x}{x^2 - 1}. \quad \text{B. } y = \sqrt{x+1}. \quad \text{C. } y = \frac{x}{x^2 + 1}. \quad \text{D. } y = \frac{x+2}{x+3}.$$

Câu 9. Đạo hàm cấp một của hàm số $y = (1-x^3)^5$ là:

$$\text{A. } y' = 5(1-x^3)^4. \quad \text{B. } y' = -3(1-x^3)^4. \quad \text{C. } y' = -15x^2(1-x^3)^4. \quad \text{D. } y' = -5(1-x^3)^4.$$

Câu 10. Cho hàm số $y = x^3 - 3x + 4$ có đồ thị (C) . Tính hệ số góc của tiếp tuyến với đồ thị (C) tại điểm có hoành độ bằng -2 .

$$\text{A. } 9. \quad \text{B. } 2. \quad \text{C. } -15. \quad \text{D. } 18.$$

Câu 11. Hệ số góc của tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = f(x) = 2x^3 + x^2 - 1$ tại điểm $x_0 = -2$ là?

$$\text{A. } -13. \quad \text{B. } 19. \quad \text{C. } 20. \quad \text{D. } 28.$$

Câu 12. Cho hàm số $y = f(x) = x^{2020} - x + 2019$ có đồ thị (C) . Tiếp tuyến của đồ thị (C) tại điểm có hoành độ bằng 1 có phương trình

$$\text{A. } y = 2019x. \quad \text{B. } y = 2020x. \quad \text{C. } y = 2019x + 1. \quad \text{D. } y = 2020x + 1.$$

Câu 13. Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = \frac{4}{x-1}$ tại điểm có hoành độ $x = -1$.

$$\text{A. } y = x + 3. \quad \text{B. } y = -x + 3. \quad \text{C. } y = x - 3. \quad \text{D. } y = -x - 3.$$

Câu 14. Trong các mệnh đề sau mệnh đề nào đúng?

A. Nếu đường thẳng b song song với đường thẳng c thì góc giữa hai đường thẳng a và b bằng góc giữa hai đường thẳng a và c .

B. Góc giữa hai đường thẳng là góc nhọn.

C. Góc giữa hai đường thẳng a và b bằng góc giữa hai đường thẳng a và c thì b song song với c .

D. Góc giữa hai đường thẳng bằng góc giữa hai vectơ chỉ phương của hai đường thẳng đó.

Câu 15. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Góc giữa hai đường thẳng $A'C'$ và BD bằng.

$$\text{A. } 60^\circ. \quad \text{B. } 30^\circ. \quad \text{C. } 45^\circ. \quad \text{D. } 90^\circ.$$

Câu 16. Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA \perp (ABC)$ và ΔABC vuông ở B , AH là đường cao của ΔSAB .

Khẳng định nào sau đây là khẳng định *sai* ?

$$\text{A. } SA \perp BC$$

$$\text{B. } AH \perp BC$$

$$\text{C. } AH \perp AC$$

$$\text{D. } AH \perp SC.$$

Câu 17. Mệnh đề nào sau đây là mệnh đề *sai* ?

A. Nếu một đường thẳng và một mặt phẳng (không chứa đường thẳng đã cho) cùng vuông góc với một đường thẳng thì song song nhau.

B. Nếu hai mặt phẳng phân biệt cùng vuông góc với một đường thẳng thì song song.

C. Nếu hai đường thẳng phân biệt cùng vuông góc với một mặt phẳng thì song song.

D. Nếu hai đường thẳng phân biệt cùng vuông góc với một đường thẳng thứ ba thì song song.

Câu 18. Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA \perp (ABC)$, $SA = a\sqrt{3}$ và ΔABC vuông tại B có cạnh $BC = a$,

$AC = a\sqrt{5}$. Tính theo a khoảng cách từ A đến (SBC) .

$$\text{A. } \frac{2a\sqrt{21}}{7}.$$

$$\text{B. } \frac{a\sqrt{21}}{7}.$$

$$\text{C. } a\sqrt{3}$$

$$\text{D. } \frac{a\sqrt{15}}{3}.$$

Câu 19. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

A. Hai mặt phẳng phân biệt cùng vuông góc với một mặt phẳng thì song song với nhau.

B. Qua một đường thẳng có duy nhất một mặt phẳng vuông góc với một đường thẳng cho trước.

C. Hai mặt phẳng phân biệt cùng vuông góc với một đường thẳng thì song song với nhau.

D. Qua một điểm có duy nhất một mặt phẳng vuông góc với một mặt phẳng cho trước.

Câu 20. Gọi α là số đo góc giữa hai mặt phẳng (P) và (Q) . Nếu (P) và (Q) song song nhau thì α bằng

- A. 180° . B. 90° . C. 60° . D. 0° .

Câu 21. Cho dãy số (u_n) với $\begin{cases} u_1 = -1 \\ u_{n+1} = \frac{u_n}{2}, n \geq 1 \end{cases}$. Công thức số hạng tổng quát của dãy số này là:

- A. $u_n = (-1) \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^n$. B. $u_n = (-1) \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{n+1}$. C. $u_n = \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}$. D. $u_n = (-1) \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}$.

Câu 22. Giới hạn $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{5\sqrt{3n^2+n}}{2(3n+2)} = \frac{a\sqrt{3}}{b}$ (với a, b là các số nguyên dương và $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản).

Tính $T = a + b$.

- A. $T = 21$. B. $T = 11$. C. $T = 7$. D. $T = 9$.

Câu 23. Cho $I = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2(\sqrt{3x+1}-1)}{x}$ và $J = \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2-x-2}{x+1}$. Tính $I - J$.

- A. $I - J = 6$. B. $I - J = 3$. C. $I - J = -6$. D. $I - J = 0$.

Câu 24. Tính $I = \lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x^2 - 4x + 2} - x)$

- A. $I = -4$. B. $I = -2$. C. $I = 4$. D. $I = 2$.

Câu 25. Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{2x^2-3x+1}{x-1} & \text{khi } x \neq 1 \\ 1 & \text{khi } x = 1 \end{cases}$. Mệnh đề nào sau đây **sai**?

- A. Hàm số gián đoạn tại $x = 1$. B. Hàm số liên tục tại $x = 1$.
C. Hàm số liên tục tại $x = 3$. D. Hàm số liên tục tại $x = -5$.

Câu 26. Tích các giá trị m để hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{x^3+8}{x+2} & \text{khi } x \neq -2 \\ m^2 & \text{khi } x = -2 \end{cases}$ liên tục tại $x = -2$ bằng

- A. 4. B. 2. C. 14. D. -12.

Câu 27. Cho hàm số $f(x) = x^3 - 3x^2 + 2x + 1$. Bất phương trình $f''(x) > 0$ có tập nghiệm là

- A. $(1; +\infty)$. B. $(0; +\infty)$. C. $(-\infty; 1) \cup (1; +\infty)$. D. $(-\infty; 0) \cup (1; +\infty)$

Câu 28. Cho hàm số $y = \sqrt{4x^2 + 1}$. Tập nghiệm của bất phương trình $y' \leq 0$ là

- A. \emptyset B. $(-\infty; 0)$ C. $[0; +\infty)$ D. $(-\infty; 0]$

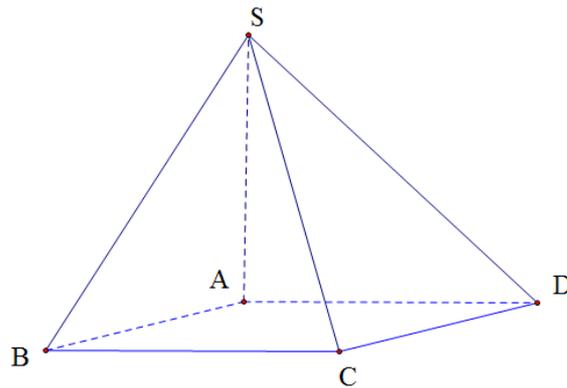
Câu 29. Gọi (d) là tiếp tuyến của hàm số $y = \frac{x-1}{x+2}$ tại điểm có hoành độ bằng -3 . Khi đó (d) tạo với hai trục tọa độ một tam giác có diện tích là

- A. $S = \frac{49}{6}$ B. $S = \frac{121}{6}$ C. $S = \frac{25}{6}$ D. $S = \frac{169}{6}$

Câu 30. Cho hàm số $y = \frac{x^3}{3} - \frac{x^2}{2} - 6x + 1$. Tìm số các tiếp tuyến với đồ thị hàm số song song với đường thẳng $24x + 6y - 13 = 0$.

- A. 2 B. 1 C. 0 D. 3

- Câu 31.** Cho tứ diện $ABCD$ có $AC = a$, $BD = 3a$. Gọi M và N lần lượt là trung điểm của AD và BC . Biết AC vuông góc với BD . Tính MN .
- A. $MN = \frac{a\sqrt{10}}{2}$. B. $MN = \frac{a\sqrt{6}}{3}$. C. $MN = \frac{3a\sqrt{2}}{2}$. D. $MN = \frac{2a\sqrt{3}}{3}$.
- Câu 32.** Cho hình chóp $S.ABC$ với ABC không là tam giác cân. Góc giữa các đường thẳng SA, SB, SC và mặt phẳng (ABC) bằng nhau. Hình chiếu vuông góc của điểm S lên mặt phẳng (ABC) là
- A. Tâm đường tròn ngoại tiếp của tam giác ABC .
 B. Trực tâm của tam giác ABC .
 C. Trọng tâm của tam giác ABC .
 D. Tâm đường tròn nội tiếp của tam giác ABC .
- Câu 33.** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi tâm O . Biết rằng $SA = SC$, $SB = SD$. Khẳng định nào dưới đây là **đúng**?
- A. $AB \perp (SAC)$. B. $CD \perp AC$. C. $SO \perp (ABCD)$. D. $CD \perp (SBD)$.
- Câu 34.** Cho tứ diện $ABCD$, có tam giác CAD vuông tại A , tam giác BDC vuông tại D . Trong tam giác ABC có $AM \perp BC$ ($M \in BC$). Biết $MD = 3$, $AM = 4$, $AD = 5$. Kết luận nào sau đây là đúng?
- A. $MD \perp (ABC)$. B. $AM \perp (BCD)$.
 C. $AD \perp (ABC)$. D. $BD \perp (ACD)$.
- Câu 35.** Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB = AD = a$, $AA' = b$. Gọi M là trung điểm của CC' . Tỉ số $\frac{a}{b}$ để hai mặt phẳng $(A'BD)$ và (MBD) vuông góc với nhau là:
- A. $\frac{1}{2}$. B. 1. C. $\frac{2}{3}$. D. $\frac{1}{3}$.
- Câu 36.** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi, $SA \perp (ABCD)$. Khẳng định nào sau đây đúng?
- A. $(SBC) \perp (SAB)$. B. $(SCD) \perp (SAD)$. C. $(SAC) \perp (SBD)$. D. $(SBC) \perp (SCD)$.



- Câu 37.** Cho hình chóp tam giác đều $S.ABC$ có cạnh đáy bằng với chiều cao và bằng a . Tính góc tạo bởi cạnh bên và mặt đáy.
- A. 90° . B. 45° . C. 60° . D. 30° .
- Câu 38.** Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có mặt phẳng $(AA'B'B)$ và mặt phẳng $(ACC'A')$ cùng vuông góc với mặt phẳng $(A'B'C')$, đáy là tam giác đều cạnh bằng a , các cạnh bên có độ dài bằng

$a\sqrt{2}$. Gọi M là trung điểm cạnh $B'C'$, góc giữa đường thẳng AM và $(A'B'C')$ thuộc khoảng nào sau đây?

- A. $(15^\circ; 20^\circ)$. B. $(20^\circ; 40^\circ)$. C. $(45^\circ; 50^\circ)$. D. $(50^\circ; 60^\circ)$.

Câu 39. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , $SA \perp (ABCD)$ và $SA = a$. Tính khoảng cách từ A đến đường thẳng SC ?

- A. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$. B. $\frac{a\sqrt{6}}{4}$. C. $\frac{a\sqrt{6}}{3}$. D. $\frac{a\sqrt{6}}{6}$.

Câu 40. Cho hình lăng trụ đều $ABC.A'B'C'$, $AB = a, A'A = a$. Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng $A'A$ và BC ?

- A. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$. B. $\frac{a\sqrt{3}}{4}$. C. a . D. $\frac{a\sqrt{3}}{6}$.

Câu 41. Cho dãy số (u_n) xác định bởi: $\begin{cases} u_1 = 2020 \\ u_{n+1} = \frac{1}{2}(u_n + 1), n \geq 1 \end{cases}$. Tìm $\lim u_n$.

- A. 2020. B. 1. C. 0. D. $+\infty$.

Câu 42. Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{2-\sqrt{4-x}}{x} & (0 < x < 4) \\ m & (x = 0) \\ \frac{n}{x} & (x \geq 4) \end{cases}$. Biết $f(x)$ liên tục trên nửa khoảng $[0, +\infty)$,

khi đó giá trị $m.n$ bằng

- A. 2. B. $\frac{1}{4}$. C. $\frac{1}{2}$. D. 4.

Câu 43. Gọi M là điểm tùy ý nằm trên đồ thị hàm số $y = \frac{4x-3}{2x+1}$ (C). Tiếp tuyến tại M của đồ thị (C) cắt hai đường tiệm cận của (C) tạo thành một tam giác có diện tích bằng

- A. 6. B. 7. C. 5. D. 4.

Câu 44. Cho hàm số $y = x^3 - mx^2 + 2m$, có đồ thị (C) với m là tham số thực. Gọi A là điểm thuộc đồ thị (C) có hoành độ bằng 1. Viết phương trình tiếp tuyến Δ với đồ thị (C) tại A biết tiếp tuyến cắt đường tròn $(\gamma): x^2 + (y-1)^2 = 9$ theo một dây cung có độ dài nhỏ nhất.

- A. $y = x + 1$. B. $y = -x + 1$. C. $y = -x + 4$. D. $y = -x - 4$.

Câu 45. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác cân, $AB = AC = 2a, \widehat{BAC} = 120^\circ$; $CC' = 2a$. Gọi I là trung điểm CC' . Tính cosin góc giữa hai mặt phẳng $(AB'I)$ và (ABC) .

- A. $\frac{\sqrt{5}}{5}$. B. $\frac{3\sqrt{5}}{10}$. C. $\frac{\sqrt{30}}{5}$. D. $\frac{\sqrt{30}}{10}$.

Câu 46. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên \mathbb{R} thỏa mãn $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) - 16}{x - 2} = 12$. Tính giới hạn

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt[3]{5f(x) - 16} - 4}{x^2 + 2x - 8}.$$

A. $\frac{5}{24}$.

B. $\frac{1}{5}$.

C. $\frac{5}{12}$.

D. $\frac{1}{4}$.

Câu 47. Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{ax^2 - (a-2)x - 2}{\sqrt{x+3} - 2} & \text{khi } x \neq 1 \\ 8+a^2 & \text{khi } x = 1 \end{cases}$. Có tất cả bao nhiêu giá trị của a để hàm số liên tục tại $x=1$?

A. 1.

B. 0.

C. 3.

D. 2.

Câu 48. Cho hàm số $y = x^3 + 3mx^2 + (m+1)x + 1$. Gọi Δ là tiếp tuyến của đồ thị hàm số đã cho tại hoành độ $x = -1$. Tìm m sao cho khoảng cách từ gốc tọa độ O đến Δ là lớn nhất.

A. $m = \frac{3}{5}$.

B. $m = -\frac{3}{5}$.

C. $m = \frac{4}{5}$.

D. $m = -\frac{4}{5}$.

Câu 49. Cho hình chóp đều $S.ABCD$ có tất cả các cạnh bằng a , điểm M thuộc cạnh SC sao cho $SM = 2MC$. Mặt phẳng (P) chứa AM và song song với BD . Tính diện tích thiết diện của hình chóp $S.ABCD$ cắt bởi (P) .

A. $\frac{2\sqrt{26}a^2}{15}$.

B. $\frac{\sqrt{3}a^2}{5}$.

C. 48.

D. $\frac{4\sqrt{26}a^2}{15}$.

Câu 50. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông tâm O cạnh bằng a , cạnh bên $SA = 2a$. Hình chiếu vuông góc với đỉnh S trên mặt phẳng $(ABCD)$ là trung điểm H của đoạn AO . Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng SD và AB .

A. $\frac{4a\sqrt{22}}{11}$.

B. $\frac{2a\sqrt{31}}{\sqrt{142}}$.

C. $2a$.

D. $4a$.

Câu 6. Hàm số nào sau đây liên tục tại điểm $x = 2$?

A. $y = \frac{x+1}{x-2}$.

B. $y = \sqrt{x-3}$.

C. $y = \frac{2x+1}{x^2-4}$.

D. $y = 3x^3 + 2x - 1$.

Lời giải

Chọn D

Ta có:

+ Hàm số $y = \frac{x+1}{x-2}$ có TXĐ $D_1 = \mathbb{R} \setminus \{2\}$.

+ Hàm số $y = \sqrt{x-3}$ có TXĐ $D_2 = [3; +\infty)$.

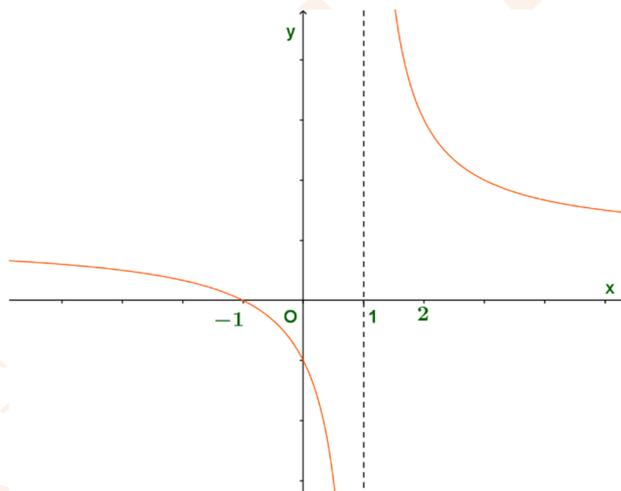
+ Hàm số $y = \frac{2x+1}{x^2-4}$ có TXĐ $D_3 = \mathbb{R} \setminus \{\pm 2\}$.

+ Hàm số $y = 3x^3 + 2x - 1$ có TXĐ $D_4 = \mathbb{R}$.

Do $2 \notin D_1; 2 \notin D_2; 2 \notin D_3$ nên 3 hàm số $y = \frac{x+1}{x-2}; y = \sqrt{x-3}; y = \frac{2x+1}{x^2-4}$ không liên tục tại $x = 2$.

Hàm số $y = f(x) = 3x^3 + 2x - 1$ thỏa mãn $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = f(2)$ nên hàm số liên tục tại $x = 2$.

Câu 7. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình dưới đây:



Chọn khẳng định sai:

A. Hàm số không liên tục trên \mathbb{R} .

B. Hàm số liên tục trên $(-\infty; 4)$.

C. Hàm số liên tục trên $(1; +\infty)$.

D. Hàm số liên tục trên $(-\infty; 1)$.

Lời giải

Chọn B

Ta có hàm số bị gián đoạn tại $x = 1$ nên sẽ không liên tục trên $(-\infty; 4)$

Câu 8. Trong các hàm số sau, hàm số nào liên tục trên $(-\infty; 1)$?

A. $y = \frac{x}{x^2-1}$.

B. $y = \sqrt{x+1}$.

C. $y = \frac{x}{x^2+1}$.

D. $y = \frac{x+2}{x+3}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có

Hàm số $y = \frac{x}{x^2-1}$ có tập xác định là $D = \mathbb{R} \setminus \{\pm 1\}$ nên không liên tục trên $(-\infty; 1)$.

Hàm số $y = \sqrt{x+1}$ có tập xác định là $D = [-1; +\infty)$ nên không liên tục trên $(-\infty; 1)$.

Hàm số $y = \frac{x}{x^2+1}$ có tập xác định là $D = \mathbb{R}$ nên liên tục trên $(-\infty; 1)$.

Hàm số $y = \frac{x+2}{x+3}$ có tập xác định là $D = \mathbb{R} \setminus \{-3\}$ nên không liên tục trên $(-\infty; 1)$.

Câu 9. Đạo hàm cấp một của hàm số $y = (1-x^3)^5$ là:

- A. $y' = 5(1-x^3)^4$. B. $y' = -3(1-x^3)^4$. **C.** $y' = -15x^2(1-x^3)^4$. D. $y' = -5(1-x^3)^4$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $y' = 5(1-x^3)^4 \cdot (1-x^3)' = -15x^2(1-x^3)^4$.

Câu 10. Cho hàm số $y = x^3 - 3x + 4$ có đồ thị (C) . Tính hệ số góc của tiếp tuyến với đồ thị (C) tại điểm có hoành độ bằng -2 .

- A.** 9. B. 2. C. -15 . D. 18.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $y' = 3x^2 - 3$; $y'(-2) = 3(-2)^2 - 3 = 9$.

Vậy hệ số góc của tiếp tuyến với đồ thị (C) tại điểm có hoành độ bằng -2 là 9.

Câu 11. Hệ số góc của tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = f(x) = 2x^3 + x^2 - 1$ tại điểm $x_0 = -2$ là?

- A. -13 . B. 19. **C.** 20. D. 28.

Lời giải

Chọn C

Ta có:

$$f'(x) = 6x^2 + 2x$$

$$f'(-2) = 6(-2)^2 + 2(-2) = 20$$

Vậy khi đó hệ số góc của phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = f(x) = 2x^3 + x^2 - 1$ tại điểm $x_0 = -2$ là 20

Câu 12. Cho hàm số $y = f(x) = x^{2020} - x + 2019$ có đồ thị (C) . Tiếp tuyến của đồ thị (C) tại điểm có hoành độ bằng 1 có phương trình

- A.** $y = 2019x$. B. $y = 2020x$. C. $y = 2019x + 1$. D. $y = 2020x + 1$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $f'(x) = 2020x^{2019} - 1 \Rightarrow f'(1) = 2020 \cdot 1^{2019} - 1 = 2019$.

$$f(1) = 2019.$$

Tiếp tuyến của đồ thị (C) tại điểm có hoành độ bằng 1 có dạng:

$$y = f'(1)(x-1) + f(1) \Leftrightarrow y = 2019(x-1) + 2019 \Leftrightarrow y = 2019x$$

Câu 13. Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = \frac{4}{x-1}$ tại điểm có hoành độ $x = -1$.

- A. $y = x + 3$. B. $y = -x + 3$. C. $y = x - 3$ **D.** $y = -x - 3$.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $y(-1) = -2$ và $y' = \frac{-4}{(x-1)^2} \Rightarrow y'(-1) = -1$.

Câu 17. Mệnh đề nào sau đây là mệnh đề *sai* ?

- A. Nếu một đường thẳng và một mặt phẳng (không chứa đường thẳng đã cho) cùng vuông góc với một đường thẳng thì song song nhau.
- B. Nếu hai mặt phẳng phân biệt cùng vuông góc với một đường thẳng thì song song.
- C. Nếu hai đường thẳng phân biệt cùng vuông góc với một mặt phẳng thì song song.
- D. Nếu hai đường thẳng phân biệt cùng vuông góc với một đường thẳng thứ ba thì song song.

Lời giải

Chọn D

Hai đường thẳng phân biệt cùng vuông góc với một đường thẳng thứ ba thì song song **nếu hai đường thẳng này đồng phẳng**. Trong trường hợp không đồng phẳng chúng có thể chéo nhau trong không gian.

Các đáp án khác đều đúng hiển nhiên.

Câu 18. Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA \perp (ABC)$, $SA = a\sqrt{3}$ và ΔABC vuông tại B có cạnh $BC = a$, $AC = a\sqrt{5}$. Tính theo a khoảng cách từ A đến (SBC) .

A. $\frac{2a\sqrt{21}}{7}$.

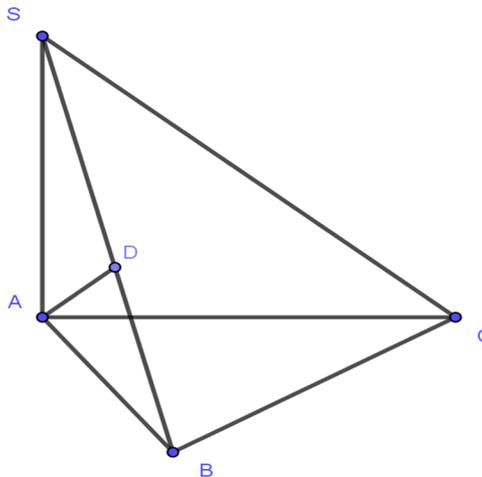
B. $\frac{a\sqrt{21}}{7}$.

C. $a\sqrt{3}$

D. $\frac{a\sqrt{15}}{3}$.

Lời giải

Chọn A



Gọi D là hình chiếu của A lên SB .

Ta có: $SA \perp (ABC) \Rightarrow SA \perp BC$.

$$\begin{cases} SA \perp BC \\ AB \perp BC \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SAB) \Rightarrow BC \perp AD..$$

$$\begin{cases} AD \perp BC \\ AD \perp SB \end{cases} \Rightarrow AD \perp (SBC) \Rightarrow d_{(A,(SBC))} = AD.$$

Lại có: $AB = \sqrt{AC^2 - BC^2} = \sqrt{5a^2 - a^2} = 2a$.

Xét ΔSAB vuông tại A có AH là đường cao nên ta có:

$$AH = \frac{SA \cdot AB}{\sqrt{SA^2 + AB^2}} = \frac{a\sqrt{3} \cdot 2a}{\sqrt{3a^2 + 4a^2}} = \frac{2\sqrt{21}}{7} a.$$

Vậy khoảng cách từ A đến (SBC) là $\frac{2a\sqrt{21}}{7}$.

Câu 19. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

- A.** Hai mặt phẳng phân biệt cùng vuông góc với một mặt phẳng thì song song với nhau.
B. Qua một đường thẳng có duy nhất một mặt phẳng vuông góc với một đường thẳng cho trước.
C. Hai mặt phẳng phân biệt cùng vuông góc với một đường thẳng thì song song với nhau.
D. Qua một điểm có duy nhất một mặt phẳng vuông góc với một mặt phẳng cho trước.

Lời giải

Chọn C

A sai. Hai mặt phẳng phân biệt cùng vuông góc với một mặt phẳng thì song song với nhau hoặc cắt nhau (giao tuyến vuông góc với mặt phẳng thứ 3).

B sai. Vì nếu hai đường thẳng này không vuông góc thì không thể có mặt phẳng nào thoả mãn.

D sai. Qua một điểm có vô số mặt phẳng vuông góc với một mặt phẳng cho trước.

Câu 20. Gọi α là số đo góc giữa hai mặt phẳng (P) và (Q). Nếu (P) và (Q) song song nhau thì α bằng

- A.** 180° . **B.** 90° . **C.** 60° . **D.** 0° .

Lời giải

Chọn D

A sai vì góc của hai mặt phẳng từ 0° đến 90° .

B vì góc của hai mặt phẳng (P) và (Q) là 90° thì hai mặt phẳng (P) và (Q) vuông góc nhau.

C vì góc của hai mặt phẳng (P) và (Q) là 60° thì hai mặt phẳng (P) và (Q) cắt nhau.

Câu 21. Cho dãy số (u_n) với $\begin{cases} u_1 = -1 \\ u_{n+1} = \frac{u_n}{2}, n \geq 1 \end{cases}$. Công thức số hạng tổng quát của dãy số này là:

- A.** $u_n = (-1) \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^n$. **B.** $u_n = (-1) \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{n+1}$. **C.** $u_n = \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}$. **D.** $u_n = (-1) \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}$.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $\begin{cases} u_1 = -1 \\ u_2 = \frac{u_1}{2} \\ u_3 = \frac{u_2}{2} \\ \dots \\ u_n = \frac{u_{n-1}}{2} \end{cases}$. Nhân hai vế ta được

$$u_1 \cdot u_2 \cdot u_3 \dots u_n = (-1) \cdot \frac{u_1 \cdot u_2 \cdot u_3 \dots u_{n-1}}{\underbrace{2 \cdot 2 \cdot 2 \dots 2}_{n-1 \text{ lần}}} \Leftrightarrow u_n = (-1) \cdot \frac{1}{2^{n-1}} = (-1) \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}.$$

Câu 22. Giới hạn $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{5\sqrt{3n^2+n}}{2(3n+2)} = \frac{a\sqrt{3}}{b}$ (với a, b là các số nguyên dương và $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản).

Tính $T = a + b$.

- A.** $T = 21$. **B.** $T = 11$. **C.** $T = 7$. **D.** $T = 9$.

Lời giải

Chọn B

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{5\sqrt{3n^2+n}}{2(3n+2)} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n \left(5\sqrt{3+\frac{1}{n}} \right)}{n \left(6+\frac{4}{n} \right)} = \frac{5\sqrt{3}}{6} \Rightarrow \begin{cases} a=5 \\ b=6 \end{cases}$$

Khi đó $T = a+b=11$.

Câu 23. Cho $I = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2(\sqrt{3x+1}-1)}{x}$ và $J = \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2-x-2}{x+1}$. Tính $I-J$.

A. $I-J=6$.**B.** $I-J=3$.**C.** $I-J=-6$.**D.** $I-J=0$.**Lời giải****Chọn A**

Ta có

$$I = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2(\sqrt{3x+1}-1)}{x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{6x}{x(\sqrt{3x+1}+1)} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{6}{\sqrt{3x+1}+1} = 3.$$

$$J = \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2-x-2}{x+1} = \lim_{x \rightarrow -1} \frac{(x+1)(x-2)}{x+1} = \lim_{x \rightarrow -1} (x-2) = -3.$$

Khi đó $I-J=6$.

Câu 24. Tính $I = \lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x^2-4x+2}-x)$

A. $I=-4$.**B.** $I=-2$.**C.** $I=4$.**D.** $I=2$.**Lời giải****Chọn B**

$$\text{Ta có } I = \lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x^2-4x+2}-x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2-4x+2-x^2}{\sqrt{x^2-4x+2}+x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{-4x+2}{\sqrt{x^2-4x+2}+x}$$

$$= \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{-4+\frac{2}{x}}{\sqrt{1-\frac{4}{x}+\frac{2}{x^2}}+1} = -2.$$

Câu 25. Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{2x^2-3x+1}{x-1} & \text{khi } x \neq 1 \\ 1 & \text{khi } x = 1 \end{cases}$. Mệnh đề nào sau đây **sai**?

A. Hàm số gián đoạn tại $x=1$.**B.** Hàm số liên tục tại $x=1$.**C.** Hàm số liên tục tại $x=3$.**D.** Hàm số liên tục tại $x=-5$.**Lời giải****Chọn A**+) Hàm số đã cho có tập xác định $D = \mathbb{R}$.

+) Với $x \neq 1$ thì $f(x) = \frac{2x^2-3x+1}{x-1}$ liên tục trên từng khoảng $(-\infty; 1)$ và $(1; +\infty)$. Do đó hàm số liên tục tại các điểm $x=-5$ và $x=3$. Suy ra mệnh đề **C** và **D** đúng.

+) Mặt khác

$$\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{2x^2-3x+1}{x-1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(2x-1)(x-1)}{x-1} = \lim_{x \rightarrow 1} (2x-1) = 1 = f(1)$$

Do đó hàm số liên tục tại $x=1$. Suy ra mệnh đề **B** đúng.Vậy mệnh đề **A** sai.

Tam giác OAB tạo thành có diện tích là:

$$S = \frac{1}{2}OA.OB = \frac{1}{2}.13.\frac{13}{3} = \frac{169}{6}.$$

Vậy $S = \frac{169}{6}$.

Câu 30. Cho hàm số $y = \frac{x^3}{3} - \frac{x^2}{2} - 6x + 1$. Tìm số các tiếp tuyến với đồ thị hàm số song song với đường thẳng $24x + 6y - 13 = 0$.

A. 2

B. 1

C. 0

D. 3

Lời giải

Chọn B

Ta có: $y' = x^2 - x - 6$

Tiếp tuyến song song với đường thẳng $24x + 6y - 13 = 0$ nên hệ số góc $k = -4$ xét phương

$$\text{trình } y'(x) = -4 \Leftrightarrow x^2 - x - 6 = -4 \Leftrightarrow x^2 - x - 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 2 \end{cases}$$

*Với $x_0 = -1 \Rightarrow y_0 = \frac{37}{6}$, phương trình tiếp tuyến là

$$y = -4(x+1) + \frac{37}{6} = -4x + \frac{13}{6} \Leftrightarrow 24x + 6y - 13 = 0 \quad (\text{loại})$$

*Với $x_0 = 2 \Rightarrow y_0 = -\frac{31}{3}$, phương trình tiếp tuyến là:

$$y = -4(x-2) - \frac{31}{3} \Leftrightarrow y = -4x - \frac{7}{3} \Leftrightarrow 12x + 3y + 7 = 0. \quad (\text{Thỏa mãn})$$

Vậy có một tiếp tuyến song song với đường thẳng $24x + 6y - 13 = 0$

Câu 31. Cho tứ diện $ABCD$ có $AC = a$, $BD = 3a$. Gọi M và N lần lượt là trung điểm của AD và BC . Biết AC vuông góc với BD . Tính MN .

A. $MN = \frac{a\sqrt{10}}{2}$.

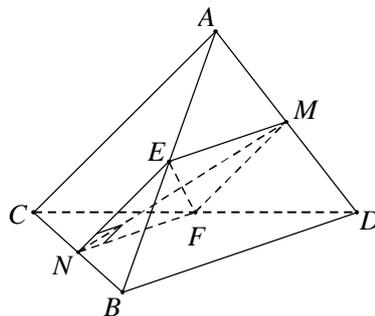
B. $MN = \frac{a\sqrt{6}}{3}$.

C. $MN = \frac{3a\sqrt{2}}{2}$.

D. $MN = \frac{2a\sqrt{3}}{3}$.

Lời giải

Chọn A



+) Gọi E, F lần lượt là trung điểm của AB và CD .

+) Ta có: $\begin{cases} EN \parallel AC \\ NF \parallel BD \end{cases} \Rightarrow (AC, BD) = (NE, NF) = 90^\circ \Rightarrow NE \perp NF \quad (1).$

$$\text{Mà: } \begin{cases} NE = FM = \frac{1}{2} AC \\ NF = ME = \frac{1}{2} BD \end{cases} \quad (2).$$

Từ (1), (2) $\Rightarrow MENF$ là hình chữ nhật.

$$+) \text{ Từ đó ta có: } MN = \sqrt{NE^2 + NF^2} = \sqrt{\left(\frac{AC}{2}\right)^2 + \left(\frac{BD}{2}\right)^2} = \sqrt{\left(\frac{a}{2}\right)^2 + \left(\frac{3a}{2}\right)^2} = \frac{a\sqrt{10}}{2}.$$

Câu 32. Cho hình chóp $S.ABC$ với ABC không là tam giác cân. Góc giữa các đường thẳng SA, SB, SC và mặt phẳng (ABC) bằng nhau. Hình chiếu vuông góc của điểm S lên mặt phẳng (ABC) là

A. Tâm đường tròn ngoại tiếp của tam giác ABC .

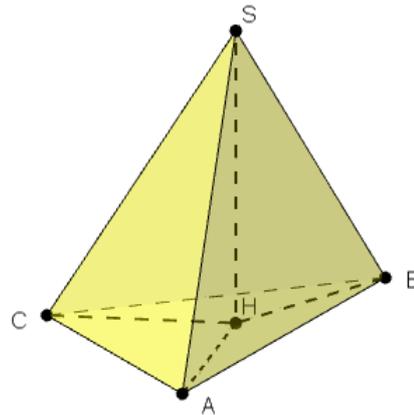
B. Trục tâm của tam giác ABC .

C. Trọng tâm của tam giác ABC .

D. Tâm đường tròn nội tiếp của tam giác ABC .

Lời giải

Chọn A



Gọi H là hình chiếu của điểm S trên mặt phẳng (ABC) , ta có

$$\widehat{(SA, (ABC))} = \widehat{SAH}$$

$$\widehat{(SB, (ABC))} = \widehat{SBH}$$

$$\widehat{(SC, (ABC))} = \widehat{SCH}$$

Từ giả thiết suy ra $\widehat{SAH} = \widehat{SBH} = \widehat{SCH} \Rightarrow \Delta SAH = \Delta SBH = \Delta SCH \Rightarrow HA = HB = HC$

Do đó H là tâm đường tròn ngoại tiếp của tam giác ABC .

Câu 33. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi tâm O . Biết rằng $SA = SC$, $SB = SD$. Khẳng định nào dưới đây là **đúng**?

A. $AB \perp (SAC)$.

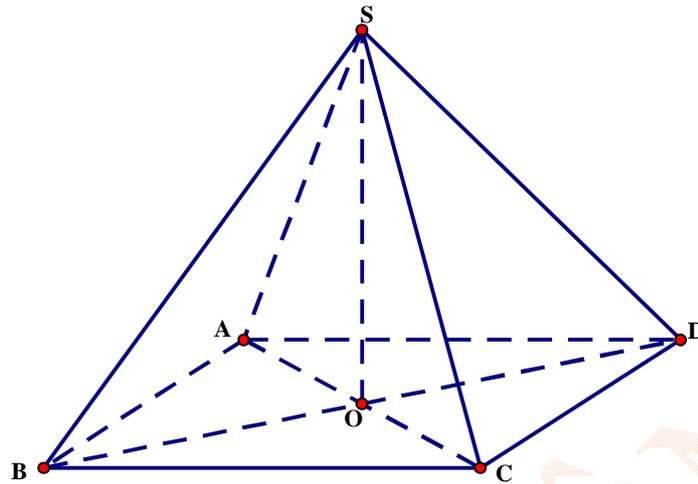
B. $CD \perp AC$.

C. $SO \perp (ABCD)$.

D. $CD \perp (SBD)$.

Lời giải

Chọn C



Vì tứ giác $ABCD$ là hình thoi nên O là trung điểm của AC và BD .

Xét tam giác SAC có: $SA = SC \Rightarrow \Delta SAC$ cân tại S .

Mặt khác: O là trung điểm của AC nên $SO \perp AC$ (1).

Tương tự ta cũng có: $SO \perp BD$ (2).

Từ (1) và (2) suy ra: $SO \perp (ABCD)$.

Câu 34. Cho tứ diện $ABCD$, có tam giác CAD vuông tại A , tam giác BDC vuông tại D . Trong tam giác ABC có $AM \perp BC$ ($M \in BC$). Biết $MD = 3$, $AM = 4$, $AD = 5$. Kết luận nào sau đây là đúng?

A. $MD \perp (ABC)$.

B. $AM \perp (BCD)$.

C. $AD \perp (ABC)$.

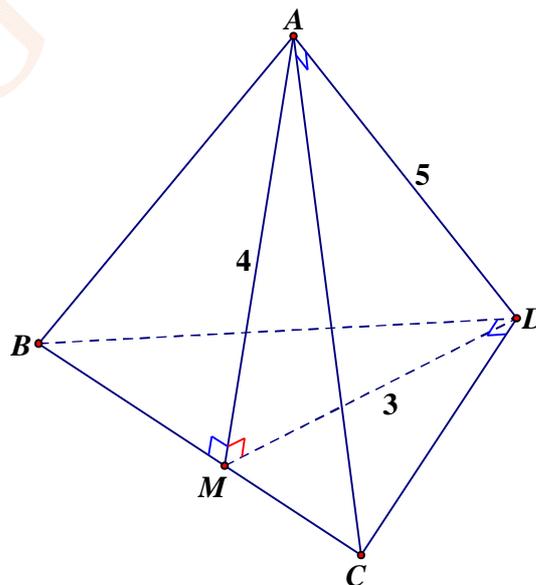
D. $BD \perp (ACD)$.

Lời giải

Chọn B

Xét ΔAMD , có: $AM^2 + MD^2 = 4^2 + 3^2 = 25 = 5^2 = AD^2$. Vậy $AM \perp MD$.

Ta có hình vẽ:



$$+ \begin{cases} AM \perp BC \\ AM \perp MD \\ BC, MD \subset (BCD) \end{cases} \Rightarrow AM \perp (BCD). \text{Đáp án B đúng.}$$

+ $MD \perp AM$, để $MD \perp (ABC)$ thì $MD \perp BC$, nhưng ta không có điều này. Vậy nói $MD \perp (ABC)$ là không đúng. Đáp án A sai.

+ $AD \perp AC$, để $AD \perp (ABC)$ thì $AD \perp AM$, nhưng \widehat{MAD} là góc nhọn (vì $\triangle AMD$ vuông tại M). Vậy AD không thể vuông góc với (ABC) . Đáp án C sai.

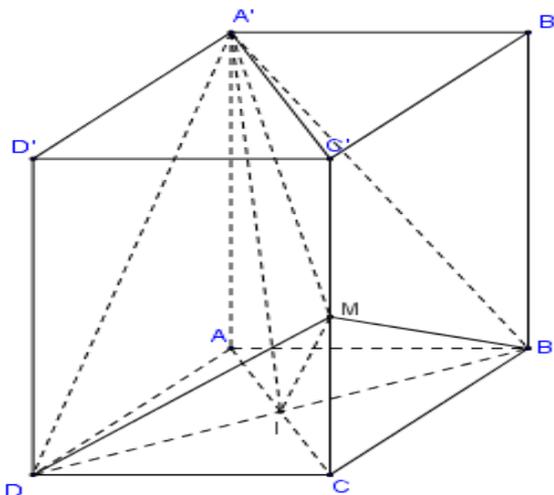
+ $BD \perp CD$, để $BD \perp (ACD)$ thì $BD \perp AD$, nhưng ta không có điều này. Vậy nói $BD \perp (ACD)$ là không đúng. Đáp án D sai.

Câu 35. Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB = AD = a, AA' = b$. Gọi M là trung điểm của CC' . Tỉ số $\frac{a}{b}$ để hai mặt phẳng $(A'BD)$ và (MBD) vuông góc với nhau là:

- A. $\frac{1}{2}$. B. 1. C. $\frac{2}{3}$. D. $\frac{1}{3}$.

Lời giải

Chọn B



+) Gọi I là giao điểm của AC và BD .

+) Ta có góc $\left((A'BD), (MBD) \right) = \left(IA', IM \right)$.

Để hai mặt phẳng $(A'BD)$ và (MBD) vuông góc với nhau thì $IA' \perp IM \Rightarrow \widehat{A'IM} = 90^\circ$.

+) Xét $\triangle A'IM$ có: $A'I^2 = b^2 + \frac{a^2}{2}$; $A'M^2 = 2a^2 + \frac{b^2}{4}$; $IM^2 = \frac{a^2}{2} + \frac{b^2}{4}$.

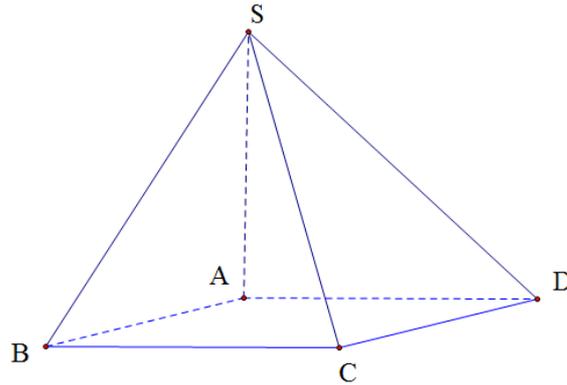
Ta có: $A'M^2 = A'I^2 + IM^2$

$$\Leftrightarrow 2a^2 + \frac{b^2}{4} = b^2 + \frac{a^2}{2} + \frac{a^2}{2} + \frac{b^2}{4} \Leftrightarrow a^2 = b^2 \Rightarrow a = b.$$

Vậy $\frac{a}{b} = 1$.

Câu 36. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi, $SA \perp (ABCD)$. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $(SBC) \perp (SAB)$. B. $(SCD) \perp (SAD)$. C. $(SAC) \perp (SBD)$. D. $(SBC) \perp (SCD)$.



Lời giải

Chọn C

Ta có: $SA \perp (ABCD) \Rightarrow SA \perp BD$. (1)

Do tứ giác $ABCD$ là hình thoi nên $AC \perp BD$. (2)

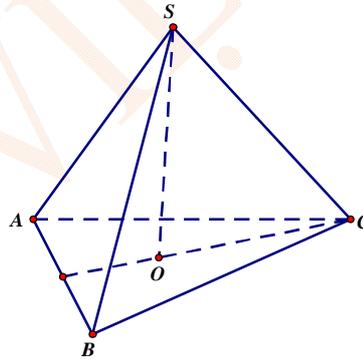
Từ (1) và (2) suy ra $BD \perp (SAC) \Rightarrow (SBD) \perp (SAC)$.

Câu 37. Cho hình chóp tam giác đều $S.ABC$ có cạnh đáy bằng với chiều cao và bằng a . Tính góc tạo bởi cạnh bên và mặt đáy.

- A. 90° . B. 45° . C. 60° . D. 30° .

Lời giải

Chọn C



Gọi O là tâm của tam giác đều ABC , hình chóp đã cho là chóp tam giác đều nên ta có:

$SA = SB = SC$; $SO \perp (ABC)$ nên OC là hình chiếu của SC lên (ABC) , do đó

$$\widehat{(SC; (ABC))} = \widehat{SCO}. \text{ Ta có: } SO = AB = BC = CA = a; OC = \frac{2}{3} \cdot \frac{\sqrt{3}a}{2} = \frac{\sqrt{3}a}{3}$$

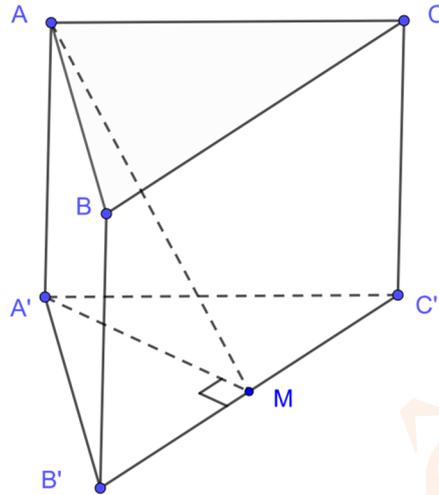
Xét tam giác SOC vuông tại O , ta có: $\tan \widehat{SCO} = \frac{OS}{OC} = \frac{a}{\frac{\sqrt{3}a}{3}} = \sqrt{3} \Rightarrow \widehat{SCO} = 60^\circ$.

Câu 38. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có mặt phẳng $(AA'B'B)$ và mặt phẳng $(ACC'A')$ cùng vuông góc với mặt phẳng $(A'B'C')$, đáy là tam giác đều cạnh bằng a , các cạnh bên có độ dài bằng $a\sqrt{2}$. Gọi M là trung điểm cạnh $B'C'$, góc giữa đường thẳng AM và $(A'B'C')$ thuộc khoảng nào sau đây?

- A. $(15^\circ; 20^\circ)$. B. $(20^\circ; 40^\circ)$. C. $(45^\circ; 50^\circ)$. D. $(50^\circ; 60^\circ)$.

Lời giải

Chọn D



$$+) \text{ Vì } \begin{cases} (ABB'A') \perp (A'B'C') \\ (ACC'A') \perp (A'B'C') \\ (ABB'A') \cap (ACC'A') = AA' \end{cases} \Rightarrow AA' \perp (A'B'C').$$

Vậy hình chiếu của đường thẳng AM trên mặt phẳng $(A'B'C')$ là đường thẳng $A'M$.

$$\Rightarrow (\widehat{AM}; (A'B'C')) = (\widehat{AM}; A'M).$$

$$+) \text{ Ta có tam giác } ABC \text{ là tam giác đều nên } A'M = \frac{a\sqrt{3}}{2}.$$

Xét tam giác vuông $AA'M$ có $AA' = a\sqrt{2}$; $AM = \frac{a\sqrt{3}}{2}$ nên ta có:

$$\tan \widehat{AMA'} = \frac{AA'}{A'M} = \frac{a\sqrt{2}}{\frac{a\sqrt{3}}{2}} = \frac{2\sqrt{6}}{3} \Rightarrow \widehat{AMA'} \approx 58,5^\circ.$$

Câu 39. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , $SA \perp (ABCD)$ và $SA = a$. Tính khoảng cách từ A đến đường thẳng SC ?

A. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$.

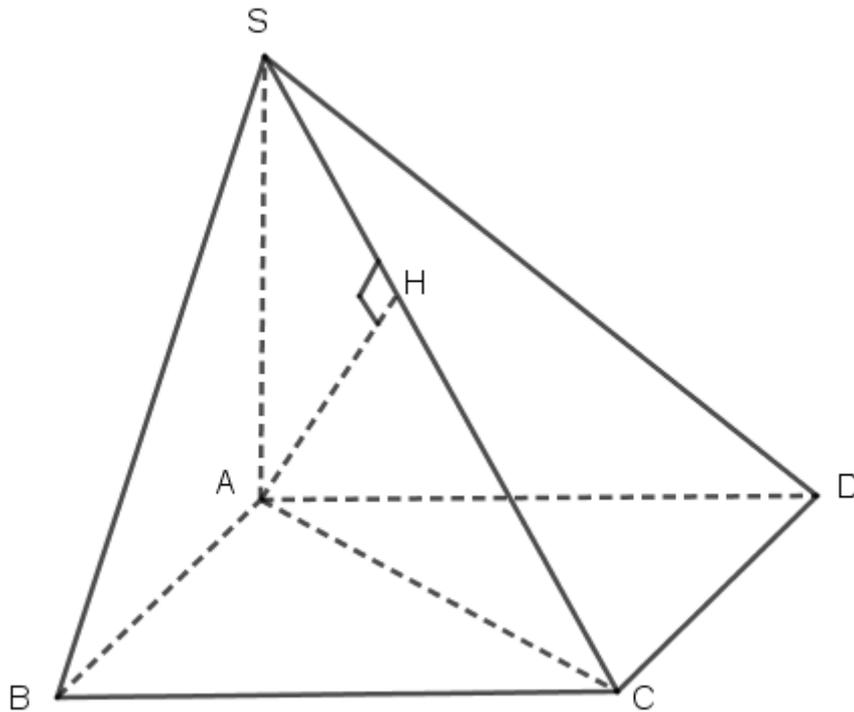
B. $\frac{a\sqrt{6}}{4}$.

C. $\frac{a\sqrt{6}}{3}$.

D. $\frac{a\sqrt{6}}{6}$.

Lời giải

Chọn C



+) Ta có: $SA \perp (ABCD) \Rightarrow SA \perp AC$.

+) Kẻ $AH \perp SC$, suy ra $d(A; SC) = AH$.

+) Ta có tam giác ASC vuông tại A nên

$$\frac{1}{AH^2} = \frac{1}{SA^2} + \frac{1}{AC^2} = \frac{3}{2a^2} \quad AH = \frac{a\sqrt{6}}{3}.$$

Câu 40. Cho hình lăng trụ đều $ABC.A'B'C'$, $AB = a, A'A = a$. Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng $A'A$ và BC ?

A. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$.

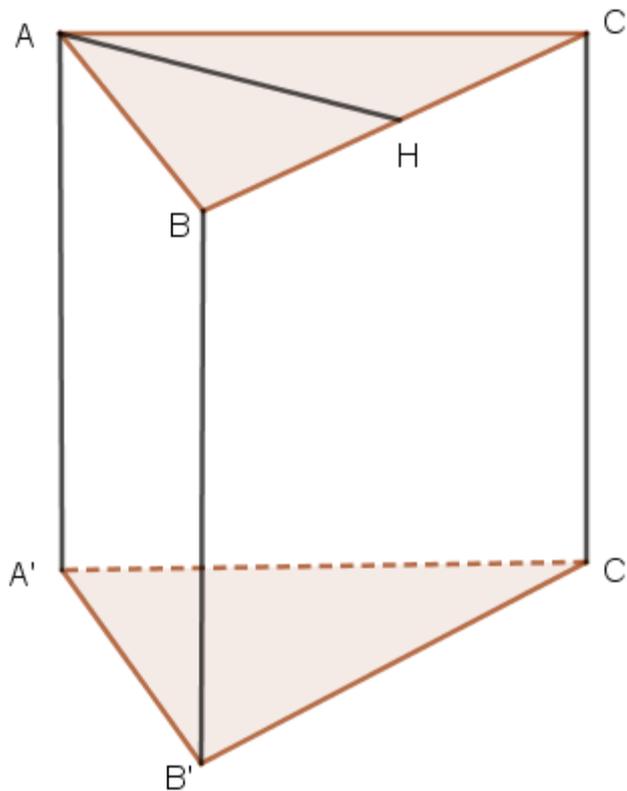
B. $\frac{a\sqrt{3}}{4}$.

C. a .

D. $\frac{a\sqrt{3}}{6}$.

Lời giải

Chọn A



+) Kẻ $AH \perp BC$.

+) Ta có $AH \perp A'A$, suy ra $d(AA'; BC) = AH = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Câu 41. Cho dãy số (u_n) xác định bởi:
$$\begin{cases} u_1 = 2020 \\ u_{n+1} = \frac{1}{2}(u_n + 1), n \geq 1 \end{cases}$$
. Tìm $\lim u_n$.

A. 2020.

B. 1.

C. 0.

D. $+\infty$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $u_{n+1} = \frac{1}{2}(u_n + 1) \Leftrightarrow u_{n+1} - 1 = \frac{1}{2}(u_n - 1)$.

Đặt $v_n = u_n - 1$, ta có
$$\begin{cases} v_1 = 2019 \\ v_{n+1} = \frac{1}{2} \cdot v_n \end{cases} \quad (n \geq 1).$$

Suy ra dãy (v_n) là một cấp số nhân có số hạng đầu bằng 2019, công bội bằng $\frac{1}{2}$ nên

$$v_n = 2019 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1} \quad (n \geq 1).$$

Suy ra $u_n = 2019 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1} + 1 \quad (n \geq 1)$, do đó $\lim u_n = 1$.

Câu 42. Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{2-\sqrt{4-x}}{x} & (0 < x < 4) \\ m & (x = 0) \\ \frac{n}{x} & (x \geq 4) \end{cases}$. Biết $f(x)$ liên tục trên nửa khoảng $[0, +\infty)$,

khi đó giá trị $m.n$ bằng

- A. 2. B. $\frac{1}{4}$. **C. $\frac{1}{2}$.** D. 4.

Lời giải

Chọn C

Xét tại $x_0 = 4$:

$$\begin{cases} f(4) = \frac{n}{4} \\ \lim_{x \rightarrow 4^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 4^-} \frac{2-\sqrt{4-x}}{x} = \frac{1}{2} \\ \lim_{x \rightarrow 4^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 4^+} \frac{n}{x} = \frac{n}{4} \end{cases}$$

Mà $f(x)$ liên tục trên nửa khoảng $[0, +\infty)$ nên $f(x)$ liên tục tại $x_0 = 4$.

$$\text{Do đó } \lim_{x \rightarrow 4^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 4^-} f(x) = f(4) \Leftrightarrow \frac{n}{4} = \frac{1}{2} \Leftrightarrow n = 2.$$

Xét tại $x_0 = 0$:

$$\text{Mà } f(x) \text{ liên tục trên nửa khoảng } [0, +\infty) \text{ nên } \lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = f(0) \Leftrightarrow m = \frac{1}{4}.$$

$$\text{Vậy ta có } m.n = 2 \cdot \frac{1}{4} = \frac{1}{2}.$$

Câu 43. Gọi M là điểm tùy ý nằm trên đồ thị hàm số $y = \frac{4x-3}{2x+1}$ (C). Tiếp tuyến tại M của đồ thị (C) cắt hai đường tiệm cận của (C) tạo thành một tam giác có diện tích bằng

- A. 6. B. 7. **C. 5.** D. 4.

Lời giải

Chọn C

Gọi $M(x_0; y_0)$ là điểm nằm trên đồ thị hàm số, $x_0 \neq -\frac{1}{2}$. Ta có $y' = \frac{10}{(2x+1)^2}$.

Phương trình tiếp tuyến tại M là $y = y'(x_0)(x - x_0) + y_0$.

$$\Leftrightarrow y = \frac{10}{(2x_0+1)^2}(x - x_0) + \frac{4x_0-3}{2x_0+1}.$$

Tiệm cận đứng là $x = -\frac{1}{2}$, tiệm cận ngang là $y = 2$.

Gọi A là giao điểm của tiếp tuyến với tiệm cận đứng $\Rightarrow x_A = -\frac{1}{2}$

$$\Rightarrow y_A = \frac{10}{(2x_0+1)^2} \left(-\frac{1}{2} - x_0 \right) + \frac{4x_0-3}{2x_0+1} = \frac{4x_0-8}{2x_0+1} \Rightarrow A \left(-\frac{1}{2}; \frac{4x_0-8}{2x_0+1} \right).$$

Gọi B là giao điểm của tiếp tuyến với tiệm cận ngang $\Rightarrow y_B = 2$

$$\Rightarrow 2 = \frac{10}{(2x_0+1)^2} (x_B - x_0) + \frac{4x_0-3}{2x_0+1} \Rightarrow x_B = 2x_0 + \frac{1}{2} \Rightarrow B \left(\frac{4x_0+1}{2}; 2 \right).$$

Giao điểm của hai đường tiệm cận là $I \left(-\frac{1}{2}; 2 \right)$.

$$\text{Ta có: } \vec{IA} = \left(0; -\frac{10}{2x_0+1} \right) \Rightarrow IA = \left| \frac{10}{2x_0+1} \right|$$

$$\vec{IB} = (2x_0+1; 0) \Rightarrow IB = |2x_0+1|$$

$$\text{Tam giác } IAB \text{ vuông tại } I \text{ nên } S_{\Delta IAB} = \frac{1}{2} IA \cdot IB = \frac{1}{2} \left| \frac{10}{2x_0+1} \right| \cdot |2x_0+1| = 5.$$

Câu 44. Cho hàm số $y = x^3 - mx^2 + 2m$, có đồ thị (C) với m là tham số thực. Gọi A là điểm thuộc đồ thị (C) có hoành độ bằng 1. Viết phương trình tiếp tuyến Δ với đồ thị (C) tại A biết tiếp tuyến cắt đường tròn $(\gamma): x^2 + (y-1)^2 = 9$ theo một dây cung có độ dài nhỏ nhất.

A. $y = x + 1$.

B. $y = -x + 1$.

C. $y = -x + 4$.

D. $y = -x - 4$.

Lời giải

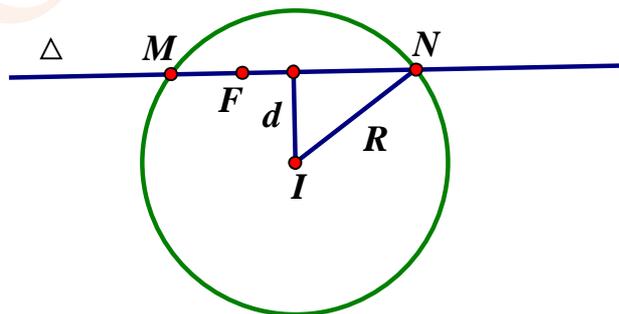
Chọn C

Đường tròn $(\gamma): x^2 + (y-1)^2 = 9$ có tâm $I(0;1)$, $R = 3$.

Ta có $A(1;1+m)$; $y' = 3x^2 - 2mx \Rightarrow y'(1) = 3 - 2m$.

Suy ra phương trình $\Delta: y = (3-2m)(x-1) + 1 + m$. Dễ thấy Δ luôn đi qua điểm cố định

$F \left(\frac{3}{2}; \frac{5}{2} \right)$ và điểm F nằm trong đường tròn (γ) (do $IF = \frac{3\sqrt{2}}{2} < R$).



Giả sử Δ cắt (γ) tại M, N . Thế thì ta có: $MN = 2\sqrt{R^2 - d^2(I; \Delta)} = 2\sqrt{9 - d^2(I; \Delta)}$.

Do đó MN nhỏ nhất $\Leftrightarrow d(I; \Delta)$ lớn nhất $\Leftrightarrow d(I; \Delta) = IF \Rightarrow \Delta \perp IF$.

Khi đó đường Δ có 1 vector chỉ phương $\vec{u} \perp \vec{IF} = \left(\frac{3}{2}; \frac{3}{2} \right)$; $\vec{u} = (1; 3-2m)$ nên ta có:

$$\vec{u} \cdot \vec{n} = 0 \Leftrightarrow 1 \cdot \frac{3}{2} + (3-2m) \cdot \frac{3}{2} = 0 \Leftrightarrow m = 2.$$

Với $m = 2$ ta có $A(1;3)$, $y'(1) = -1$.

Phương trình tiếp tuyến là: $y = -1 \cdot (x - 1) + 3 \Leftrightarrow y = -x + 4$.

Câu 45. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác cân, $AB = AC = 2a$, $\widehat{BAC} = 120^\circ$; $CC' = 2a$. Gọi I là trung điểm CC' . Tính cosin góc giữa hai mặt phẳng $(AB'I)$ và (ABC) .

A. $\frac{\sqrt{5}}{5}$.

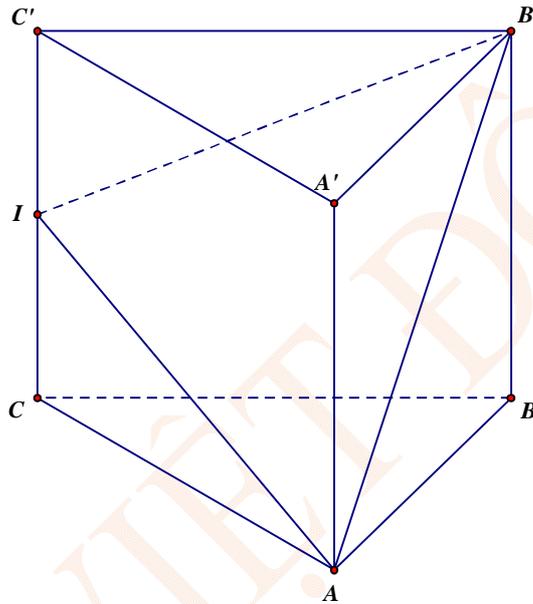
B. $\frac{3\sqrt{5}}{10}$.

C. $\frac{\sqrt{30}}{5}$.

D. $\frac{\sqrt{30}}{10}$.

Lời giải

Chọn D



Ta có tam giác ABC là hình chiếu của tam giác $AB'I$ lên mặt phẳng (ABC) , nên gọi φ là góc giữa hai mặt phẳng $(AB'I)$ và (ABC) thì $\cos \varphi = \frac{S_{ABC}}{S_{AB'I}}$.

$$S_{ABC} = \frac{1}{2} AB \cdot AC \cdot \sin \widehat{BAC} = \frac{1}{2} 2a \cdot 2a \cdot \sin 120^\circ = a^2 \sqrt{3} \quad (1).$$

Áp dụng định lý cosin cho tam giác ABC ta có:

$$BC^2 = AB^2 + AC^2 - 2AB \cdot AC \cdot \cos \widehat{BAC} = 12a^2 \Rightarrow BC = 2a\sqrt{3}.$$

Áp dụng định lý Pitago cho tam giác $C'B'I$ ta có:

$$B'I = \sqrt{C'I^2 + C'B'^2} = a\sqrt{13}.$$

Áp dụng định lý Pitago cho tam giác ACI ta có:

$$AI = \sqrt{CI^2 + AC^2} = a\sqrt{5}.$$

Áp dụng định lý Pitago cho tam giác ABB' ta có:

$$AB' = \sqrt{AB^2 + BB'^2} = 2a\sqrt{2}.$$

Nhận thấy: $AI^2 + AB'^2 = B'I^2$ nên tam giác $AB'I$ vuông tại A . Do đó:

$$S_{AB'I} = \frac{1}{2} AI \cdot AB' = \frac{1}{2} a\sqrt{5} \cdot 2a\sqrt{2} = a^2 \sqrt{10} \quad (2)$$

$$\text{Từ (1) và (2) suy ra: } \cos \varphi = \frac{a^2 \sqrt{3}}{a^2 \sqrt{10}} = \frac{\sqrt{30}}{10}.$$

Câu 46. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên \mathbb{R} thỏa mãn $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) - 16}{x - 2} = 12$. Tính giới hạn

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt[3]{5f(x) - 16} - 4}{x^2 + 2x - 8}.$$

A. $\frac{5}{24}$.

B. $\frac{1}{5}$.

C. $\frac{5}{12}$.

D. $\frac{1}{4}$.

Lời giải

Chọn A

Theo giả thiết có $\lim_{x \rightarrow 2} (f(x) - 16) = 0 \Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow 2} f(x) - 16 = 0 \Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow 2} f(x) = 16$.

$$\text{Ta có: } \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt[3]{5f(x) - 16} - 4}{x^2 + 2x - 8} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(5f(x) - 16) - 64}{(x - 2)(x + 4) \left[\left(\sqrt[3]{5f(x) - 16} \right)^2 + 4\sqrt[3]{5f(x) - 16} + 4^2 \right]}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 2} \frac{5(f(x) - 16)}{(x - 2)(x + 4) \left[\left(\sqrt[3]{5f(x) - 16} \right)^2 + 4\sqrt[3]{5f(x) - 16} + 4^2 \right]}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 2} \left[\frac{f(x) - 16}{x - 2} \cdot \frac{5}{(x + 4) \left(\left(\sqrt[3]{5f(x) - 16} \right)^2 + 4\sqrt[3]{5f(x) - 16} + 4^2 \right)} \right]$$

$$= 12 \cdot \frac{5}{6 \left[\left(\sqrt[3]{5 \cdot 16 - 16} \right)^2 + 4\sqrt[3]{5 \cdot 16 - 16} + 16 \right]} = \frac{5}{24}.$$

Câu 47. Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{ax^2 - (a-2)x - 2}{\sqrt{x+3} - 2} & \text{khi } x \neq 1 \\ 8 + a^2 & \text{khi } x = 1 \end{cases}$. Có tất cả bao nhiêu giá trị của a để hàm số

liên tục tại $x = 1$?

A. 1.

B. 0.

C. 3.

D. 2.

Lời giải

Chọn D

Tập xác định: $D = [-3; +\infty)$.

$$\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{ax^2 - (a-2)x - 2}{\sqrt{x+3} - 2}.$$

$$= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-1)(ax+2)(\sqrt{x+3}+2)}{x-1}.$$

$$= \lim_{x \rightarrow 1} (ax+2)(\sqrt{x+3}+2) = 4(a+2).$$

$$f(1) = 8 + a^2.$$

Hàm số đã cho liên tục tại $x = 1$ khi $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = f(1) \Leftrightarrow 4(a+2) = 8 + a^2 \Leftrightarrow \begin{cases} a = 0 \\ a = 4 \end{cases}$.

Vậy có 2 giá trị của a để hàm số đã cho liên tục tại $x = 1$.

Câu 48. Cho hàm số $y = x^3 + 3mx^2 + (m+1)x + 1$. Gọi Δ là tiếp tuyến của đồ thị hàm số đã cho tại hoành độ $x = -1$. Tìm m sao cho khoảng cách từ gốc tọa độ O đến Δ là lớn nhất.

- A.** $m = \frac{3}{5}$. **B.** $m = -\frac{3}{5}$. **C.** $m = \frac{4}{5}$. **D.** $m = -\frac{4}{5}$

Lời giải

Chọn A

$$x = -1 \Rightarrow y = 2m - 1$$

$$y' = 3x^2 + 6mx + m + 1 \Rightarrow y'(-1) = -5m + 4$$

$$\text{Phương trình tiếp tuyến là: } \Delta : y = (-5m + 4)(x + 1) + 2m - 1 \Leftrightarrow y = (-5m + 4)x - 3m + 3$$

$$\text{Ta có } y = (-5m + 4)x - 3m + 3 \Leftrightarrow m(-5x - 3) + 4x - y + 3 = 0$$

$$\text{Tọa độ } M(x; y) \text{ cố định của } \Delta \text{ thỏa mãn } \begin{cases} -5x - 3 = 0 \\ 4x - y + 3 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{3}{5} \\ y = \frac{3}{5} \end{cases}$$

Gọi H là hình chiếu của O trên

$$\Delta \Rightarrow OH \leq OM \Rightarrow d(O, \Delta)_{\max} = OH \Leftrightarrow H \equiv M \Leftrightarrow OM \perp \Delta \Leftrightarrow \overrightarrow{OM} \cdot \overrightarrow{u_\Delta} = 0$$

$$\text{Với } \overrightarrow{OM} = \left(-\frac{3}{5}; \frac{3}{5}\right), \overrightarrow{u_\Delta} = (4 - 5m; -1)$$

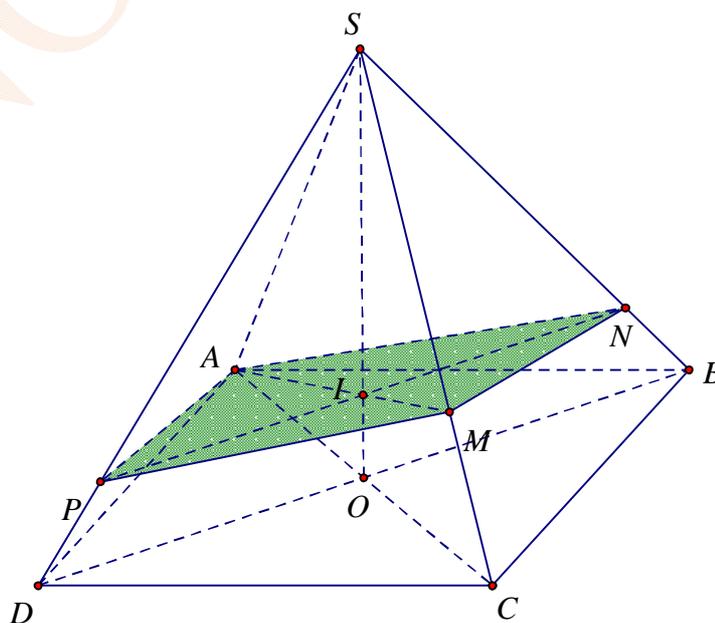
$$\overrightarrow{OM} \cdot \overrightarrow{u_\Delta} = 0 \Leftrightarrow m = \frac{3}{5}$$

Câu 49. Cho hình chóp đều $S.ABCD$ có tất cả các cạnh bằng a , điểm M thuộc cạnh SC sao cho $SM = 2MC$. Mặt phẳng (P) chứa AM và song song với BD . Tính diện tích thiết diện của hình chóp $S.ABCD$ cắt bởi (P) .

- A.** $\frac{2\sqrt{26}a^2}{15}$. **B.** $\frac{\sqrt{3}a^2}{5}$. **C.** 48. **D.** $\frac{4\sqrt{26}a^2}{15}$

Lời giải

Chọn A



Gọi $O = AC \cap BD$, $I = AM \cap SO$.

Trong (SBD) từ I kẻ đường thẳng Δ song song với BD cắt SB , SD lần lượt tại N , P .

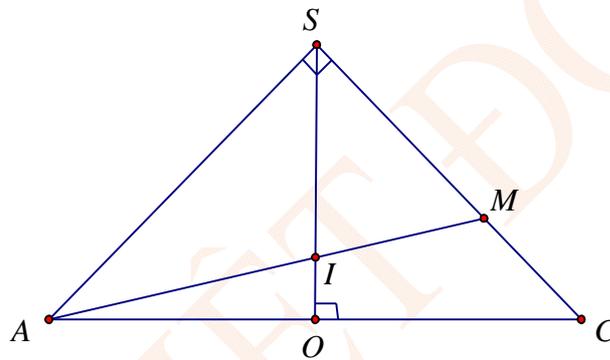
Suy ra thiết diện là tứ giác $ANMP$.

Ta có:
$$\begin{cases} BD \perp AC \\ BD \perp SO \end{cases} \Rightarrow BD \perp (SAC) \Rightarrow BD \perp AM.$$

Mặt khác: $BD // NP \Rightarrow AM \perp NP \Rightarrow S_{ANMP} = \frac{1}{2} NP \cdot AM.$

Ta có:
$$\begin{cases} SA = SC = a \\ AC = a\sqrt{2} \end{cases} \Rightarrow \Delta SAC \text{ vuông cân tại } S \Rightarrow AM = \sqrt{SA^2 + SM^2} = \sqrt{a^2 + \left(\frac{2}{3}a\right)^2} = \frac{a\sqrt{13}}{3}$$

Ta có: $NP // BD \Rightarrow \frac{NP}{BD} = \frac{SI}{SO} \Rightarrow NP = \frac{SI \cdot BD}{SO}.$



Gọi $\frac{SI}{SO} = k.$

Cách 1: Ta có: $\overline{AI} = \overline{AS} + \overline{SI} = -\overline{SA} + k\overline{SO}$ $\overline{AM} = \overline{AS} + \overline{SM} = -\overline{SA} + \frac{2}{3}\overline{SC}.$

A, I, M thẳng hàng $\Leftrightarrow \overline{AI} = l\overline{AM} \Leftrightarrow -\overline{SA} + k\overline{SO} = -l\overline{SA} + \frac{2}{3}l\overline{SC}$

$$\Leftrightarrow -\overline{SA} + \frac{k}{2}(\overline{SA} + \overline{SC}) = -l\overline{SA} + \frac{2}{3}l\overline{SC} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{1}{2}k + l = 1 \\ \frac{1}{2}k - \frac{2}{3}l = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} k = \frac{4}{5} \\ l = \frac{3}{5} \end{cases} \Rightarrow \frac{SI}{SO} = \frac{4}{5}$$

Cách 2: Do A, I, M thẳng hàng nên

$$\frac{SI}{IO} \cdot \frac{AO}{AC} \cdot \frac{MC}{MS} = 1 \Leftrightarrow \frac{SI}{IO} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = 1 \Leftrightarrow SI = 4IO \Rightarrow SI = \frac{4}{5}SO$$

$$\Rightarrow NP = \frac{4}{5}BD = \frac{4a\sqrt{2}}{5}.$$

$$\Rightarrow S_{ANMP} = \frac{1}{2}NP \cdot AM = \frac{1}{2} \cdot \frac{4a\sqrt{2}}{5} \cdot \frac{a\sqrt{13}}{3} = \frac{2\sqrt{26}a^2}{15}.$$

Câu 50. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông tâm O cạnh bằng a , cạnh bên $SA = 2a$. Hình chiếu vuông góc với đỉnh S trên mặt phẳng $(ABCD)$ là trung điểm H của đoạn AO . Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng SD và AB

A. $\frac{4a\sqrt{22}}{11}$.

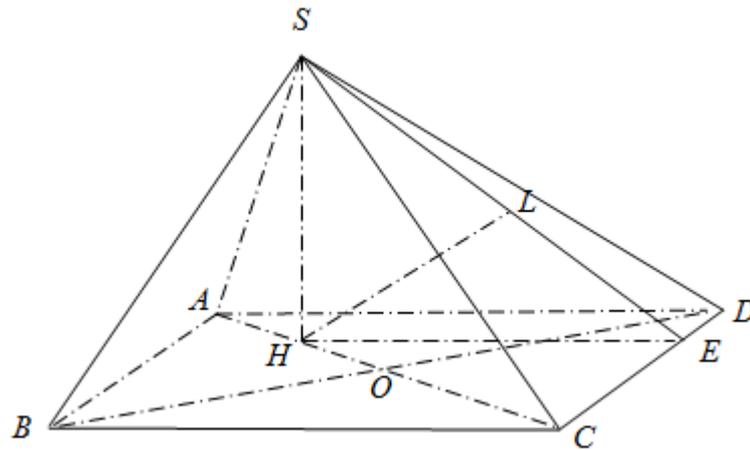
B. $\frac{2a\sqrt{31}}{\sqrt{142}}$.

C. $2a$.

D. $4a$.

Lời giải

Chọn B



Do $AB \parallel CD$ nên $d(AB, SD) = d(AB, (SCD)) = d(A, (SCD)) = \frac{4}{3} d(H, (SCD))$

Kẻ $HE \perp CD$, Kẻ $HL \perp SE$

$$SH = \sqrt{SA^2 - AH^2} = \frac{a\sqrt{62}}{4}$$

$$HE = \frac{3}{4} AD = \frac{3}{4} a$$

$$\Delta SHE \text{ vuông tại } H, \text{ đường cao } HL : \frac{1}{HL^2} = \frac{1}{SH^2} + \frac{1}{HE^2} = \frac{1}{\left(\frac{a\sqrt{62}}{4}\right)^2} + \frac{1}{\left(\frac{3a}{4}\right)^2} = \frac{568}{279a^2}$$

$$\Rightarrow HL = \frac{3\sqrt{31}a}{2\sqrt{142}}$$

$$\text{Khi đó } d(H, (SCD)) = HL = \frac{3\sqrt{31}a}{2\sqrt{142}}$$

$$\text{Suy ra: } d(AB, SD) = \frac{4}{3} d(H, (SCD)) = \frac{4}{3} \cdot \frac{3\sqrt{31}a}{2\sqrt{142}} = \frac{2a\sqrt{31}}{\sqrt{142}}$$

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

KIỂM TRA HỌC KỲ II NĂM HỌC 2020 - 2021

Môn: TOÁN - Lớp 11 - Chương trình chuẩn

Thời gian: 90 phút (Không kể thời gian phát đề)

Mã đề thi

Họ và tên thí sinh:..... SBD:.....

- Câu 1.** Cho hai dãy số (u_n) và (v_n) thỏa mãn $\lim u_n = 2$ và $\lim v_n = -5$. Giá trị của $\lim(u_n + v_n)$ bằng
 A. -7 . B. 7 . C. -10 . D. -3 .
- Câu 2.** Chọn mệnh đề **đúng** trong các mệnh đề sau:
 A. $\lim|u_n| = +\infty \Leftrightarrow \lim u_n = -\infty$. B. $\lim|u_n| = +\infty \Leftrightarrow \lim u_n = +\infty$.
 C. Nếu $\lim u_n = 0$ thì $\lim \lim|u_n| = 0$. D. Nếu $\lim u_n = -a$ thì $\lim|u_n| = a$.
- Câu 3.** Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[a; b]$. Mệnh đề nào dưới đây **đúng**?
 A. Nếu $f(a).f(b) > 0$ thì phương trình $f(x) = 0$ không có nghiệm nằm trong $(a; b)$.
 B. Nếu $f(a).f(b) < 0$ thì phương trình $f(x) = 0$ có ít nhất một nghiệm nằm trong $(a; b)$.
 C. Nếu $f(a).f(b) > 0$ thì phương trình $f(x) = 0$ có ít nhất một nghiệm nằm trong $(a; b)$.
 D. Nếu phương trình $f(x) = 0$ có ít nhất một nghiệm nằm trong $(a; b)$ thì $f(a).f(b) < 0$.
- Câu 4.** Cho hàm số $f(x) = \sqrt{x}$. Hàm số có đạo hàm $f'(x)$ bằng:
 A. $2x$. B. $\frac{1}{2\sqrt{x}}$. C. $\frac{\sqrt{x}}{2}$. D. \sqrt{x} .
- Câu 5.** Cho hàm số $f(x)$ xác định trên \mathbb{R} bởi $f(x) = -2x^2 + 3x$. Hàm số có đạo hàm $f'(x)$ bằng:
 A. $-4x - 3$. B. $-4x + 3$. C. $4x + 3$. D. $4x - 3$.
- Câu 6.** Cho hàm số $y = x^3 - 2x^2 + 5$ có đồ thị (C) . Hệ số góc của tiếp tuyến với đồ thị (C) tại điểm có hoành độ bằng -1 bằng
 A. 4 . B. -1 . C. 6 . D. 7 .
- Câu 7.** Tiếp tuyến với đồ thị hàm số $y = x^3 + 3x^2 - 2$ tại điểm có hoành độ bằng -3 có phương trình là:
 A. $y = 9x - 25$. B. $y = 30x + 25$. C. $y = 9x + 25$. D. $y = 30x - 25$.
- Câu 8.** Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Đường thẳng nào sau đây vuông góc với đường thẳng BC' ?
 A. $A'D$. B. AC . C. BB' . D. AD' .
- Câu 9.** $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{5x-1}{2-x}$ có giá trị bằng
 A. $-\frac{1}{2}$. B. -5 . C. $\frac{3}{2}$. D. 5 .
- Câu 10.** Tính $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 5x + 4}{x - 1}$.
 A. -3 . B. 4 . C. $+\infty$. D. $-\infty$.
- Câu 11.** Kết quả của $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{4x^2 - 2x + 3} - 3x)$ bằng
 A. $+\infty$. B. -1 . C. $-\infty$. D. -7 .
- Câu 12.** Đạo hàm của hàm số $y = (x^2 + 2020)^{100}$ là:
 A. $y' = 100(x^2 + 2020)^{99}$. B. $y' = 200(x^2 + 2020)^{99}$.

- Câu 25.** Tìm m để hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - x}{x-1} & \text{khi } x \neq 1 \\ m-1 & \text{khi } x = 1 \end{cases}$ liên tục tại $x=1$.
- A. $m=0$. B. $m=2$. C. $m=-1$. D. $m=1$.
- Câu 26.** Tìm tất cả các giá trị của m để hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{1-x} - \sqrt{1+x}}{x} & \text{khi } x < 0 \\ m + \frac{1-x}{1+x} & \text{khi } x \geq 0 \end{cases}$ liên tục tại $x=0$.
- A. $m=-1$. B. $m=1$. C. $m=-2$. D. $m=0$.
- Câu 27.** Cho hình chóp $S.ABCD$ có $SA \perp (ABCD)$, đáy $ABCD$ là hình thoi cạnh bằng a và $\hat{B} = 60^\circ$. Biết $SA = 2a$. Tính khoảng cách từ A đến SC .
- A. $\frac{3a\sqrt{2}}{2}$. B. $\frac{4a\sqrt{3}}{3}$. C. $\frac{2a\sqrt{5}}{5}$. D. $\frac{5a\sqrt{6}}{2}$.
- Câu 28.** Cho hình chóp $S.ABC$ trong đó SA, AB, BC vuông góc với nhau từng đôi một. Biết $SA = 3a, AB = a\sqrt{3}, BC = a\sqrt{6}$. Khoảng cách từ B đến SC bằng
- A. $a\sqrt{2}$. B. $2a$. C. $2a\sqrt{3}$. D. $a\sqrt{3}$.
- Câu 29.** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a . Đường thẳng SA vuông góc với mặt phẳng đáy, $SA = a$. Gọi M là trung điểm của CD . Khoảng cách từ D đến mặt phẳng (SAB) nhận giá trị nào sau đây?
- A. $\frac{a\sqrt{2}}{2}$. B. a . C. $a\sqrt{2}$. D. $2a$
- Câu 30.** Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có tất cả các cạnh đều bằng a . Gọi O giao điểm AC và BD . Tính khoảng cách từ O tới mp(SCD).
- A. $\frac{a}{\sqrt{6}}$. B. $\frac{a}{2}$. C. $\frac{a}{\sqrt{3}}$. D. $\frac{a}{\sqrt{2}}$
- Câu 31.** Cho hai tam giác đều ABC và ABD cạnh a nằm trong hai mặt phẳng vuông góc với nhau. Khi đó khoảng cách giữa hai đường thẳng AB và CD bằng
- A. $\frac{a\sqrt{6}}{4}$. B. $\frac{a\sqrt{3}}{4}$. C. $\frac{a\sqrt{3}}{3}$. D. $\frac{a\sqrt{6}}{2}$.
- Câu 32.** Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục, có đạo hàm trên \mathbb{R} và $[x.f(x)]' + [f'(x) + 2] \left[f'(x) - \frac{5}{2} \right] = f(x) - 2x$. Đạo hàm của hàm số $y = f(x)$ tại $x_0 = 2$ thuộc khoảng nào sau đây, biết đạo hàm cấp hai tại x_0 khác 0?
- A. $(0; 2)$. B. $\left(2; \frac{3}{2} \right)$. C. $(-1; 0)$. D. $\left(\frac{3}{2}; 4 \right)$.
- Câu 33.** Cho hàm số $f(x) = x^3 + mx^2 + x + 1$. Gọi k là hệ số góc tiếp tuyến của đồ thị hàm số tại M có hoành độ $x=1$. Tìm tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m để thỏa mãn $k.f(-1) < 0$.
- A. $m > 2$. B. $m \leq -2$. C. $-2 < m < 1$. D. $m \geq 1$
- Câu 34.** Biết rằng đi qua điểm $A(1; 0)$ có hai tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x + 2$ và các tiếp tuyến này có hệ số góc lần lượt là k_1, k_2 . Khi đó tích $k_1.k_2$ bằng:
- A. 2. B. 0. C. -3. D. 6.

Câu 35. Cho hàm số $y = \frac{x-2}{x+1}$ có đồ thị (C) . Tìm tất cả giá trị của tham số m để từ điểm $A(1;m)$ kẻ được hai tiếp tuyến đến (C) .

- A. $m > -\frac{1}{2}$. B. $\begin{cases} m < -\frac{1}{2} \\ m \neq -2 \end{cases}$. C. $m < -\frac{1}{2}$. D. $\begin{cases} m > -\frac{1}{2} \\ m \neq 1 \end{cases}$.

Câu 36. Cho hàm số $y = x^3 - 2x + 2$ có đồ thị (C) và điểm $A(1;5)$. Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị (C) biết tiếp tuyến đi qua điểm A .

- A. $y = -5x + 10$. B. $y = x - 4$. C. $y = -x + 6$. D. $y = x + 4$.

Câu 37. Cho hình chóp tam giác $S.ABC$ có $SA = SB = SC = AB = AC = a$ và $BC = a\sqrt{2}$. Khi đó góc giữa hai đường thẳng AB và SC là

- A. 30° . B. 45° . C. 60° . D. 90° .

Câu 38. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Tính góc giữa AC' và BD .

- A. 90° . B. 30° . C. 60° . D. 45° .

Câu 39. Cho hai tam giác ACD và BCD nằm trên hai mặt phẳng vuông góc nhau và $AC = AD = BC = BD = a$, $CD = 2x$. Với giá trị nào của x thì hai mặt phẳng (ABC) và (ABD) vuông góc.

- A. $\frac{a\sqrt{3}}{3}$. B. $\frac{a}{2}$. C. $\frac{a\sqrt{2}}{2}$. D. $\frac{a}{3}$.

Câu 40. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh $a > 0$, $SA \perp (ABCD)$, $SA = 2a$. Khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng (SBD) là:

- A. $\frac{3a}{2}$. B. $\frac{2a}{3}$. C. $\frac{a}{\sqrt{2}}$. D. $\frac{\sqrt{10}a}{2}$.

Câu 41. Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành, $AD = 2a, AB = a$, góc \widehat{BCD} bằng 60° , SB vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$, $SB = a\sqrt{3}$. Tính \cos của góc tạo bởi SD và mặt phẳng (SAC) .

- A. $\frac{1}{4}$. B. $\frac{\sqrt{3}}{2}$. C. $\frac{\sqrt{15}}{4}$. D. $\frac{\sqrt{3}}{4}$.

Câu 42. Cho $f(x)$ là đa thức thỏa mãn $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{f(x) - 8}{x - 5} = 3$. Tính $T = \lim_{x \rightarrow 5} \frac{\sqrt{f(x) + 1} \cdot \sqrt[3]{f(x) + 19} - 9}{2x^2 - 17x + 35}$

- A. $T = \frac{11}{36}$. B. $T = \frac{11}{18}$. C. $T = \frac{13}{36}$. D. $T = \frac{13}{18}$.

Câu 43. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên \mathbb{R} thỏa mãn $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - 5}{x - 1} = 2$. Tìm m để hàm số

$$g(x) = \begin{cases} \frac{2f^2(x) - 7f(x) - 15}{x - 1} & \text{khi } x \neq 1 \\ mx + 2 & \text{khi } x = 1 \end{cases} \text{ liên tục tại } x = 1?$$

- A. $m = 24$. B. $m = 25$. C. $m = 26$ D, $m = 27$

Câu 44. Cho hình chóp $S.ABCD$ có $ABCD$ là hình vuông cạnh a ; $SA = a$; $SA \perp (ABCD)$ Khoảng cách giữa hai đường thẳng chéo nhau SC ; BD bằng:

A. $\frac{a\sqrt{6}}{6}$. B. $a\sqrt{6}$. C. $a\sqrt{3}$. D. a .

Câu 45. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có $AB=1$, $AC=2$, $AA'=3$ và $\widehat{BAC}=120^\circ$. Gọi M , N lần lượt là các điểm trên cạnh BB' , CC' sao cho $BM=3B'M$; $CN=2C'N$. Tính khoảng cách từ điểm M đến mặt phẳng $(A'BN)$.

A. $\frac{9\sqrt{138}}{184}$. B. $\frac{3\sqrt{138}}{46}$. C. $\frac{9\sqrt{3}}{16\sqrt{46}}$. D. $\frac{9\sqrt{138}}{46}$.

Câu 46. Cho hàm số $y=f(x)$, xác định, có đạo hàm trên \mathbb{R} . Biết tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y=f(x)$ và $y=g(x)=xf(2x-1)$ tại điểm có hoành độ $x=1$ vuông góc với nhau. Tìm biểu thức đúng?

A. $2 < f^2(1) < 4$. B. $f^2(x) < 2$. C. $f^2(x) \geq 8$. D. $4 \leq f^2(x) < 8$.

Câu 47. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm liên tục trên \mathbb{R} , thỏa mãn $f(x^2)+2f(1-x)=x^4-2$. Phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y=f(x)$ tại điểm có hoành độ bằng 1 là

A. $y=2x+2$. B. $y=-x+2$. C. $y=-x$. D. $y=-1$.

Câu 48. Cho hàm số $y=f(x)=x^3+6x^2+9x+3$ (C). Tồn tại hai tiếp tuyến của (C) phân biệt và có cùng hệ số góc k , đồng thời đường thẳng đi qua các tiếp điểm của hai tiếp tuyến đó cắt các trục Ox , Oy tương ứng tại A và B sao cho $OA=2017.OB$. Hỏi có bao nhiêu giá trị của k thỏa mãn yêu cầu bài toán?

A. 1. B. 2. C. 3. D. 0.

Câu 49. Cho hàm số $y=x^3-3x^2+1$ có đồ thị (C). Gọi A, B thuộc đồ thị (C) có hoành độ a, b sao cho tiếp tuyến của (C) tại A và B song song với nhau và độ dài đoạn $AB=4\sqrt{2}$. Khi đó tích $a.b$ có giá trị bằng:

A. -2 . B. -3 . C. 2. D. 4.

Câu 50. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A , mặt bên SAB là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng (ABC) , gọi M là điểm thuộc cạnh SC sao cho $MC=2MS$. Biết $AB=3$, $BC=3\sqrt{3}$, tính khoảng cách giữa hai đường thẳng AC và BM .

A. $\frac{3\sqrt{21}}{7}$ B. $\frac{2\sqrt{21}}{7}$ C. $\frac{\sqrt{21}}{7}$ D. $\frac{\sqrt{21}}{7}$

Lời giải

1D	2C	3B	4B	5B	6D	7C	8A	9B	10A
11C	12C	13A	14C	15D	16B	17A	18B	19C	20C
21C	22C	23A	24D	25B	26C	27C	28B	29B	30A
31A	32A	33C	34B	35D	36D	37C	38A	39A	40B
41C	42B	43A	44A	45A	46C	47D	48B	49B	50A

- Câu 1.** Cho hai dãy số (u_n) và (v_n) thỏa mãn $\lim u_n = 2$ và $\lim v_n = -5$. Giá trị của $\lim(u_n + v_n)$ bằng
A. -7 . **B.** 7 . **C.** -10 . **D.** -3 .

Lời giải

Theo định lí giới hạn hữu hạn của dãy số, ta có $\lim(u_n + v_n) = \lim u_n + \lim v_n = 2 - 5 = -3$.

- Câu 2.** Chọn mệnh đề **đúng** trong các mệnh đề sau:

- A.** $\lim |u_n| = +\infty \Leftrightarrow \lim u_n = -\infty$. **B.** $\lim |u_n| = +\infty \Leftrightarrow \lim u_n = +\infty$.
C. Nếu $\lim u_n = 0$ thì $\lim |u_n| = 0$. **D.** Nếu $\lim u_n = -a$ thì $\lim |u_n| = a$.

Lời giải

Mệnh đề (A) sai vì thiếu trường hợp $\lim u_n = +\infty$.

Mệnh đề (B) sai vì thiếu trường hợp $\lim u_n = -\infty$.

Mệnh đề (D) sai vì có thể $a < 0$.

- Câu 3.** Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[a; b]$. Mệnh đề nào dưới đây **đúng**?

- A.** Nếu $f(a).f(b) > 0$ thì phương trình $f(x) = 0$ không có nghiệm nằm trong $(a; b)$.
B. Nếu $f(a).f(b) < 0$ thì phương trình $f(x) = 0$ có ít nhất một nghiệm nằm trong $(a; b)$.
C. Nếu $f(a).f(b) > 0$ thì phương trình $f(x) = 0$ có ít nhất một nghiệm nằm trong $(a; b)$.
D. Nếu phương trình $f(x) = 0$ có ít nhất một nghiệm nằm trong $(a; b)$ thì $f(a).f(b) < 0$.

Lời giải

Chọn B

- Câu 4.** Cho hàm số $f(x) = \sqrt{x}$. Hàm số có đạo hàm $f'(x)$ bằng:

- A.** $2x$. **B.** $\frac{1}{2\sqrt{x}}$. **C.** $\frac{\sqrt{x}}{2}$. **D.** \sqrt{x} .

Lời giải.

Chọn B

- Câu 5.** Cho hàm số $f(x)$ xác định trên \mathbb{R} bởi $f(x) = -2x^2 + 3x$. Hàm số có đạo hàm $f'(x)$ bằng:

- A.** $-4x - 3$. **B.** $-4x + 3$. **C.** $4x + 3$. **D.** $4x - 3$.

Lời giải.

Chọn B

Sử dụng các công thức đạo hàm: $x' = 1$; $(k.u)' = k.u'$; $(x^n)' = n.x^{n-1}$; $(u+v)' = u' + v'$.

$f'(x) = (-2x^2 + 3x)' = -2(x^2)' + 3x' = -4x + 3$.

Ta có: $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{5x-1}{2-x} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{5-\frac{1}{x}}{\frac{2}{-1}-\frac{1}{x}} = \frac{5-0}{0-1} = -5$. (Vì $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1}{x} = 0$; $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2}{x} = 0$).

Câu 10. Tính $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 5x + 4}{x - 1}$.

A. -3.

B. 4.

C. $+\infty$.

D. $-\infty$.

Lời giải

Ta có: $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 5x + 4}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-1)(x-4)}{x-1} = \lim_{x \rightarrow 1} (x-4) = -3$.

Câu 11. Kết quả của $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{4x^2 - 2x + 3} - 3x)$ bằng

A. $+\infty$.

B. -1.

C. $-\infty$.

D. -7.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{4x^2 - 2x + 3} - 3x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(x \sqrt{4 - \frac{2}{x} + \frac{3}{x^2}} - 3x \right) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left[x \left(\sqrt{4 - \frac{2}{x} + \frac{3}{x^2}} - 3 \right) \right]$

$= -\infty$

(vì $\lim_{x \rightarrow +\infty} x = +\infty$ và $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\sqrt{4 - \frac{2}{x} + \frac{3}{x^2}} - 3 \right) = -1 < 0$).

Câu 12. Đạo hàm của hàm số $y = (x^2 + 2020)^{100}$ là:

A. $y' = 100(x^2 + 2020)^{99}$.

B. $y' = 200(x^2 + 2020)^{99}$.

C. $y' = 200x(x^2 + 2020)^{99}$.

D. $y' = 100x(x^2 + 2020)^{99}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có:

$y' = \left[(x^2 + 2020)^{100} \right]' = 100(x^2 + 2020)^{99} (x^2 + 2020)' = 200x(x^2 + 2020)^{99}$.

Câu 13. Cho hàm số $y = 2x^2 + 3x + 1$ (P). Phương trình nào dưới đây là phương trình tiếp tuyến của (P)?

A. $y = 7x - 1$.

B. $y = 7x + 6$.

C. $y = 7x + 1$.

D. $y = 7x + 15$.

Lời giải

Chọn A

Với Δx là số gia của đối số tại x_0 , ta có

$$\begin{aligned} \Delta y &= 2(x_0 + \Delta x)^2 + 3(x_0 + \Delta x) + 1 - (2x_0^2 + 3x_0 + 1) \\ &= 2x_0^2 + 4x_0\Delta x + 2\Delta x^2 + 3x_0 + 3\Delta x + 1 - 2x_0^2 - 3x_0 - 1 \\ &= 4x_0\Delta x + 2\Delta x^2 + 3\Delta x; \end{aligned}$$

$$\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{4x_0 \Delta x + 2\Delta x^2 + 3\Delta x}{\Delta x} = 4x_0 + 2\Delta x + 3;$$

$$\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta y}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} (4x_0 + 2\Delta x + 3) = 4x_0 + 3.$$

Vậy $y'(x_0) = 4x_0 + 3$.

Dựa vào các phương án đưa ra ta thấy đều có hệ số góc $k = 7$;

$$y'(x_0) = 7 \Leftrightarrow 4x_0 + 3 = 7 \Leftrightarrow x_0 = 1; \quad y_0 = 2.1^2 + 3.1 + 1 = 6;$$

Phương trình tiếp tuyến của (P) tại $(1; 6)$ là: $y - 6 = 7(x - 1)$ hay $y = 7x - 1$.

Câu 14. Đạo hàm của hàm số $y = \sin(2x + 1)^{100}$ là:

A. $y' = 2 \cos(2x + 1)^{99}$.

B. $y' = 200 \cos(2x + 1)^{99}$.

C. $y' = 200 \cos(2x + 1)^{100} (2x + 1)^{99}$.

D. $y' = 100 \cos(2x + 1)^{100} (2x + 1)^{99}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có:

$$y' = 200 \cos(2x + 1)^{100} (2x + 1)^{99}.$$

Câu 15. Cho hàm số $y = m \sin x + \sin(m \cos^3 x)$. Tìm m biết $y'(\pi) = 1$.

A. 4.

B. 3.

C. 2.

D. 1

Lời giải

Chọn D

Ta có $y' = m \cos x - 3m \cos^2 x \cdot \sin x \cdot \cos(m \cos^3 x)$,

$$y'(\pi) = -m \cos(\pi) - 3m \cos^2(\pi) \cdot \sin(\pi) \cdot \cos(m \cos^2(\pi)) = m.$$

$$y'(\pi) = 1 \Leftrightarrow m = 1.$$

Câu 16. Cho hàm số $y = \frac{5-x}{x+1}$ có đồ thị (C) . Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị (C) tại điểm có tung độ bằng 1.

A. $y = \frac{2}{3}x + \frac{7}{3}$.

B. $y = -\frac{2}{3}x + \frac{7}{3}$.

C. $y = -\frac{2}{3}x - \frac{7}{3}$.

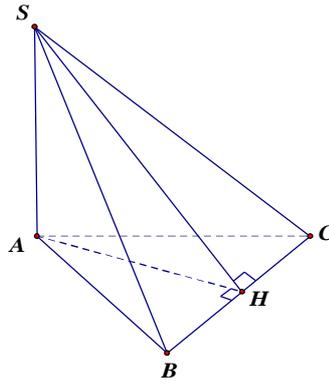
D. $y = \frac{2}{3}x - \frac{7}{3}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $y_0 = 1 \Rightarrow 1 = \frac{5-x_0}{x_0+1} \Rightarrow x_0 = 2$.

$$y' = \frac{(5-x)'(x+1) - (5-x)(x+1)'}{(x+1)^2} = \frac{-6}{(x+1)^2} \Rightarrow y'(x_0) = y'(2) = \frac{-2}{3}.$$



Ta có $BC = (SBC) \cap (ABC)$

$$\text{Vì } \begin{cases} BC \perp SA \\ BC \perp AH \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SAH) \Rightarrow BC \perp SH.$$

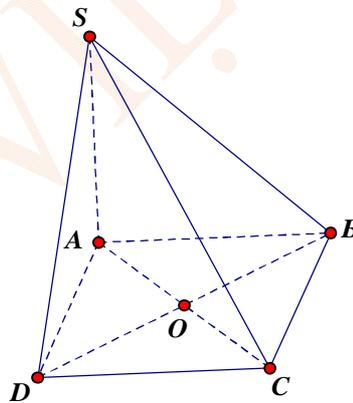
Vậy góc giữa hai mặt phẳng (SBC) và (ABC) là góc \widehat{SHA} .

Câu 20. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật và $SA \perp (ABCD)$. Mệnh đề nào sau đây **sai**?

- A. $BC \perp (SAB)$. B. $CD \perp (SAD)$. C. $BD \perp (SAC)$. D. $SA \perp BD$.

Lời giải

Chọn C



Vì $ABCD$ là hình chữ nhật nên BD không vuông góc với AC .

Câu 21. Cho hình chóp $S.ABCD$ có tất cả các cạnh bên và cạnh đáy đều bằng nhau và $ABCD$ là hình vuông. Khẳng định nào sau đây đúng :

- A. $SA \perp (ABCD)$. B. $AC \perp (SBC)$.
C. $AC \perp (SBD)$. D. $AC \perp (SCD)$.

Lời giải

Chọn C

$$\begin{cases} 4a+b=19 \\ 4a+2b=22 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=4 \\ b=3 \end{cases}$$

Câu 24. Tính $\lim n(\sqrt{9n^2+3} - \sqrt[3]{27n^3+n})$

A. $+\infty$.

B. 1.

C. $-\infty$.

D. $\frac{25}{54}$.

Lời giải

$$\begin{aligned} \text{Ta có: } \lim n(\sqrt{9n^2+3} - \sqrt[3]{27n^3+n}) &= \lim n \left[(\sqrt{9n^2+3} - 3n) + (3n - \sqrt[3]{27n^3+n}) \right] \\ &= \lim \left[n(\sqrt{9n^2+3} - 3n) + n(3n - \sqrt[3]{27n^3+n}) \right]. \end{aligned}$$

$$\text{Ta có: } \lim n(\sqrt{9n^2+3} - 3n) = \lim \frac{3n}{(\sqrt{9n^2+3} + 3n)} = \lim \frac{3}{\left(\sqrt{9 + \frac{3}{n^2}} + 3\right)} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}.$$

$$\text{Ta có: } \lim n(3n - \sqrt[3]{27n^3+n}) = \lim \frac{-n^2}{\left(9n^2 + 3n\sqrt[3]{27n^3+n} + \sqrt[3]{(27n^3+n)^2}\right)}$$

$$= \lim \frac{-1}{\left(9 + 3\sqrt[3]{27 + \frac{1}{n^2}} + \sqrt[3]{\left(27 + \frac{1}{n^2}\right)^2}\right)} = -\frac{1}{27}.$$

$$\text{Vậy } \lim n(\sqrt{9n^2+3} - \sqrt[3]{27n^3+n}) = \frac{1}{2} - \frac{1}{27} = \frac{25}{54}.$$

Câu 25. Tìm m để hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2-x}{x-1} & \text{khi } x \neq 1 \\ m-1 & \text{khi } x = 1 \end{cases}$ liên tục tại $x=1$.

A. $m=0$.

B. $m=2$.

C. $m=-1$.

D. $m=1$.

Lời giải

Chọn B

$$\text{Ta có } \lim_{x \rightarrow 1} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2-x}{x-1} = \lim_{x \rightarrow 1} x = 1$$

$$\text{Và } f(1) = m-1.$$

$$\text{Hàm số liên tục tại } x=1 \Leftrightarrow m-1=1 \Leftrightarrow m=2$$

Câu 26. Tìm tất cả các giá trị của m để hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{1-x} - \sqrt{1+x}}{x} & \text{khi } x < 0 \\ m + \frac{1-x}{1+x} & \text{khi } x \geq 0 \end{cases}$ liên

tục tại $x=0$.

A. $m=-1$.

B. $m=1$.

C. $m=-2$.

D. $m=0$.

Lời giải

Chọn C

Ta có

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^+} \left(m + \frac{1-x}{1+x} \right) = m+1.$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^-} \left(\frac{\sqrt{1-x} - \sqrt{1+x}}{x} \right) = \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{-2x}{x(\sqrt{1-x} + \sqrt{1+x})} = \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{-2}{\sqrt{1-x} + \sqrt{1+x}} = -1.$$

$$f(0) = m+1$$

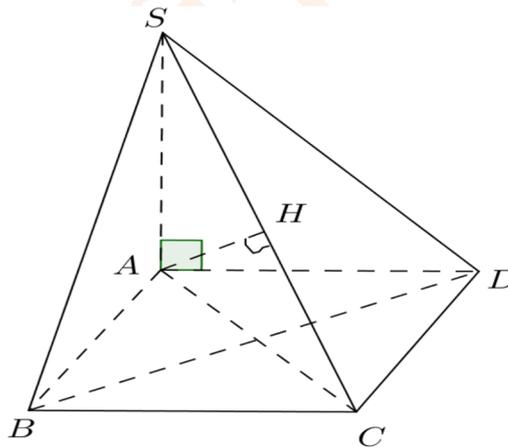
Để hàm liên tục tại $x=0$ thì $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = f(0) \Leftrightarrow m+1 = -1 \Rightarrow m = -2$.

Câu 27. Cho hình chóp $S.ABCD$ có $SA \perp (ABCD)$, đáy $ABCD$ là hình thoi cạnh bằng a và $\hat{B} = 60^\circ$. Biết $SA = 2a$. Tính khoảng cách từ A đến SC .

- A. $\frac{3a\sqrt{2}}{2}$. B. $\frac{4a\sqrt{3}}{3}$. C. $\frac{2a\sqrt{5}}{5}$. D. $\frac{5a\sqrt{6}}{2}$.

Lời giải

Chọn C



Kẻ $AH \perp SC$, khi đó $d(A; SC) = AH$.

$ABCD$ là hình thoi cạnh bằng a và $\hat{B} = 60^\circ \Rightarrow \triangle ABC$ đều nên $AC = a$.

Trong tam giác vuông SAC ta có:

$$\frac{1}{AH^2} = \frac{1}{SA^2} + \frac{1}{AC^2}$$

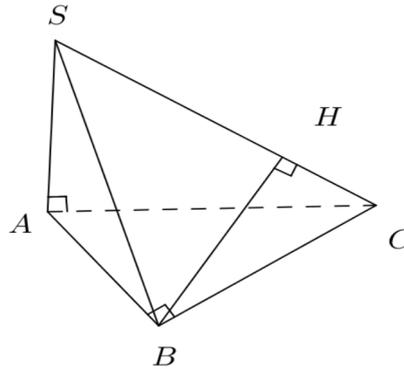
$$\Rightarrow AH = \frac{SA \cdot AC}{\sqrt{SA^2 + AC^2}} = \frac{2a \cdot a}{\sqrt{4a^2 + a^2}} = \frac{2\sqrt{5}a}{5}.$$

Câu 28. Cho hình chóp $S.ABC$ trong đó SA, AB, BC vuông góc với nhau từng đôi một. Biết $SA = 3a, AB = a\sqrt{3}, BC = a\sqrt{6}$. Khoảng cách từ B đến SC bằng

- A. $a\sqrt{2}$. B. $2a$. C. $2a\sqrt{3}$. D. $a\sqrt{3}$.

Lời giải

Chọn B



Vì SA, AB, BC vuông góc với nhau từng đôi một nên $CB \perp SB$.

Kẻ $BH \perp SC$, khi đó $d(B; SC) = BH$.

Ta có: $SB = \sqrt{SA^2 + AB^2} = \sqrt{9a^2 + 3a^2} = 2\sqrt{3}a$.

Trong tam giác vuông SBC ta có:

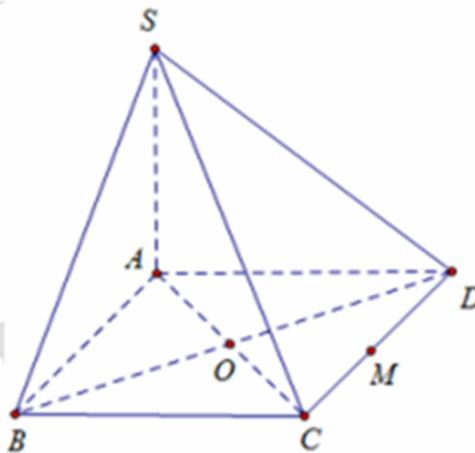
$$\frac{1}{BH^2} = \frac{1}{SB^2} + \frac{1}{BC^2} \Rightarrow BH = \frac{SB \cdot BC}{\sqrt{SB^2 + BC^2}} = 2a.$$

Câu 29. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a . Đường thẳng SA vuông góc với mặt phẳng đáy, $SA = a$. Gọi M là trung điểm của CD . Khoảng cách từ D đến mặt phẳng (SAB) nhận giá trị nào sau đây?

- A. $\frac{a\sqrt{2}}{2}$.
- B. a .**
- C. $a\sqrt{2}$.
- D. $2a$

Lời giải

Chọn A



Mặt khác $\begin{cases} AD \perp AB \\ AD \perp SA \end{cases} \Rightarrow AD \perp (SAB)$

Do vậy $d(D, (SAB)) = AD = a$.

Câu 30. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có tất cả các cạnh đều bằng a . Gọi O giao điểm AC và BD . Tính khoảng cách từ O tới $mp(SCD)$.

A. $\frac{a}{\sqrt{6}}$.

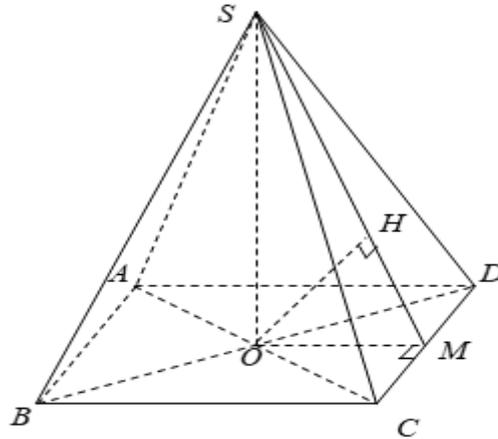
B. $\frac{a}{2}$.

C. $\frac{a}{\sqrt{3}}$.

D. $\frac{a}{\sqrt{2}}$.

Lời giải

Chọn A



Tính khoảng cách từ O tới $mp(SCD)$:

Gọi M là trung điểm của CD .

Theo giả thiết $SO \perp (ABCD) \Rightarrow CD \perp SO$.

$$\Rightarrow \begin{cases} CD \perp SO \subset (SOM) \\ CD \perp OM \subset (SOM) \Rightarrow CD \perp (SOM) \text{ mà } CD \subset (SCD) \Rightarrow (SCD) \perp (SOM). \\ OM \cap SO = O \end{cases}$$

Gọi H là hình chiếu vuông góc của O lên $SM \Rightarrow OH \perp SM = (SCD) \cap (SOM)$, suy ra $OH \perp (SCD)$ nên $d(O, (SCD)) = OH$.

$$\text{Ta có } SO = \sqrt{SC^2 - OC^2} = \sqrt{a^2 - \left(\frac{a\sqrt{2}}{2}\right)^2} = \frac{a\sqrt{2}}{2}.$$

Trong ΔSOM vuông tại O , ta có:

$$\frac{1}{OH^2} = \frac{1}{OM^2} + \frac{1}{OS^2} = \frac{1}{\left(\frac{a}{2}\right)^2} + \frac{1}{\left(\frac{a\sqrt{2}}{2}\right)^2} = \frac{6}{a^2} \Rightarrow OH = \frac{a}{\sqrt{6}} \Rightarrow d(O, (SCD)) = OH = \frac{a}{\sqrt{6}}.$$

Câu 31. Cho hai tam giác đều ABC và ABD cạnh a nằm trong hai mặt phẳng vuông góc với nhau. Khi đó khoảng cách giữa hai đường thẳng AB và CD bằng

A. $\frac{a\sqrt{6}}{4}$.

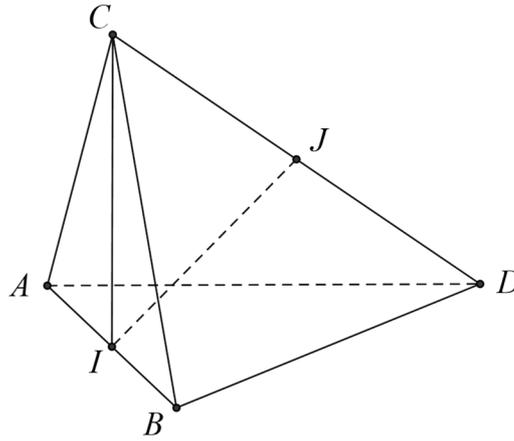
B. $\frac{a\sqrt{3}}{4}$.

C. $\frac{a\sqrt{3}}{3}$.

D. $\frac{a\sqrt{6}}{2}$.

Lời giải

Chọn A



Gọi I, J lần lượt là trung điểm của AB, CD . $(ABC) \perp (ABD)$

và hai tam giác ABC và ABD đều nên $AB \perp (CDI)$

và $CI = DI$ suy ra IJ là đoạn vuông góc

chung của hai đường thẳng AB, CD .

Vì tam giác CDI vuông tại I và J là trung điểm của CD

$$\text{Nên } IJ = \frac{CD}{2} = \frac{\sqrt{2CI^2}}{2} = \frac{\sqrt{2\left(\frac{a\sqrt{3}}{2}\right)^2}}{2} = \frac{a\sqrt{6}}{4}.$$

Câu 32. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục, có đạo hàm trên \mathbb{R} và

$[x.f(x)]' + [f'(x) + 2]\left[f'(x) - \frac{5}{2}\right] = f(x) - 2x$. Đạo hàm của hàm số $y = f(x)$ tại $x_0 = 2$

thuộc khoảng nào sau đây, biết đạo hàm cấp hai tại x_0 khác 0?

A. $(0; 2)$.

B. $\left(2; \frac{3}{2}\right)$.

C. $(-1; 0)$.

D. $\left(\frac{3}{2}; 4\right)$.

Lời giải

Chọn A

$$\text{Ta có: } [x.f(x)]' + [f'(x) + 2]\left[f'(x) - \frac{5}{2}x\right] = f(x) - 2x$$

$$\Leftrightarrow f(x) + x.f'(x) + [f'(x) + 2]\left[f'(x) - \frac{5}{2}x\right] = f(x) - 2x$$

$$\Leftrightarrow x.[f'(x) + 2] + [f'(x) + 2]\left[f'(x) - \frac{5}{2}x\right] = 0$$

$$\Leftrightarrow [f'(x) + 2]\left[f'(x) - \frac{3}{2}x\right] = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} f'(x) = -2 \\ f'(x) = \frac{3}{2}x \end{cases}$$

* Vì đạo hàm cấp hai của hàm số $y = f(x)$ khác 0 nên $f'(x) = \frac{3}{2}x$.

$$\text{Vậy } f''(2) = \frac{3}{2} \cdot 2 = 3.$$

Câu 33. Cho hàm số $f(x) = x^3 + mx^2 + x + 1$. Gọi k là hệ số góc tiếp tuyến của đồ thị hàm số tại M có hoành độ $x = 1$. Tìm tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m để thỏa mãn $k \cdot f(-1) < 0$.

A. $m > 2$.

B. $m \leq -2$.

C. $-2 < m < 1$.

D. $m \geq 1$

Lời giải

Chọn C

$$\text{Ta có: } f'(x) = 3x^2 + 2mx + 1$$

$$k = f'(1) = 4 + 2m$$

$$\Rightarrow k \cdot f(-1) = (4 + 2m)(m - 1).$$

$$\text{Khi đó: } k \cdot f(-1) < 0 \Leftrightarrow (4 + 2m)(m - 1) < 0 \Leftrightarrow -2 < m < 1.$$

Câu 34. Biết rằng đi qua điểm $A(1;0)$ có hai tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x + 2$ và các tiếp tuyến này có hệ số góc lần lượt là k_1, k_2 . Khi đó tích $k_1 \cdot k_2$ bằng:

A. 2.

B. 0.

C. -3.

D. 6.

Lời giải

Chọn B

$$\text{Ta có } y' = 3x^2 - 3.$$

Gọi x_0 là hoành độ tiếp điểm.

Phương trình tiếp tuyến của đồ thị tại điểm có hoành độ x_0 có dạng:

$$y = (3x_0^2 - 3)(x - x_0) + x_0^3 - 3x_0 + 2.$$

$$\text{Tiếp tuyến đi qua } A(1;0) \Leftrightarrow (3x_0^2 - 3)(1 - x_0) + x_0^3 - 3x_0 + 2 = 0$$

$$\Leftrightarrow -2x_0^3 + 3x_0^2 - 1 = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x_0 = 1 \\ x_0 = -\frac{1}{2} \end{cases}$$

Với $x_0 = 1$ phương trình tiếp tuyến là đường thẳng $y = 0$, có hệ số góc $k_1 = 0$.

Với $x_0 = -\frac{1}{2}$ phương trình tiếp tuyến là đường thẳng $y = -\frac{9}{4}x + \frac{9}{4}$ có hệ số góc $k_2 = -\frac{9}{4}$.

Vậy $k_1.k_2 = 0$.

Câu 35. Cho hàm số $y = \frac{x-2}{x+1}$ có đồ thị (C) . Tìm tất cả giá trị của tham số m để từ điểm $A(1;m)$ kẻ được hai tiếp tuyến đến (C) .

A. $m > -\frac{1}{2}$. B. $\begin{cases} m < -\frac{1}{2} \\ m \neq -2 \end{cases}$. C. $m < -\frac{1}{2}$. D. $\begin{cases} m > -\frac{1}{2} \\ m \neq 1 \end{cases}$.

Lời giải

Chọn D

TXĐ: $D = \mathbb{R} \setminus \{-1\}$, $y' = \frac{3}{(x+1)^2}$

Đường thẳng d đi qua A có dạng $y = k(x-1) + m$.

d là tiếp tuyến của (C) khi và chỉ khi hệ $\begin{cases} \frac{x-2}{x+1} = k(x-1) + m \\ k = \frac{3}{(x+1)^2} \end{cases}$ có nghiệm.

Từ hệ trên suy ra:

$$\frac{x-2}{x+1} = \frac{3}{(x+1)^2}(x-1) + m$$

$$\Leftrightarrow (x-2)(x+1) = 3(x-1) + m(x+1)^2$$

$$\Leftrightarrow x^2 - x - 2 = 3x - 3 + mx^2 + 2mx + m$$

$$\Leftrightarrow (1-m)x^2 - 2(2+m)x + 1 - m = 0 \quad (1)$$

Đặt $f(x) = (1-m)x^2 - 2(2+m)x + 1 - m$.

Từ A kẻ được hai tiếp tuyến đến $(C) \Leftrightarrow$ phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt khác -1

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 1-m \neq 0 \\ \Delta' > 0 \\ f(-1) \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \neq 1 \\ (2+m)^2 - (1-m)^2 > 0 \\ 6 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \neq 1 \\ 6m+3 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > -\frac{1}{2} \\ m \neq 1 \end{cases}$$

Câu 36. Cho hàm số $y = x^3 - 2x + 2$ có đồ thị (C) và điểm $A(1;5)$. Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị (C) biết tiếp tuyến đi qua điểm A .

A. $y = -5x + 10$. B. $y = x - 4$. C. $y = -x + 6$. D. $y = x + 4$.

Lời giải

Chọn D

Gọi $M(x_0; y_0) \in (C)$ là tiếp điểm, với $y_0 = x_0^3 - 2x_0 + 2$.

Ta có $y' = 3x^2 - 2$; $y'(x_0) = 3x_0^2 - 2$.

Phương trình tiếp tuyến tại điểm M là $y = (3x_0^2 - 2)(x - x_0) + x_0^3 - 2x_0 + 2$ (1).

Vì tiếp tuyến đi qua điểm A nên thay tọa độ điểm A vào phương trình (1) ta được

$$5 = (3x_0^2 - 2)(1 - x_0) + x_0^3 - 2x_0 + 2 \Leftrightarrow 2x_0^3 - 3x_0^2 + 5 = 0 \Leftrightarrow x_0 = -1.$$

Với $x_0 = -1 \Rightarrow y_0 = 3, y'(-1) = 1$

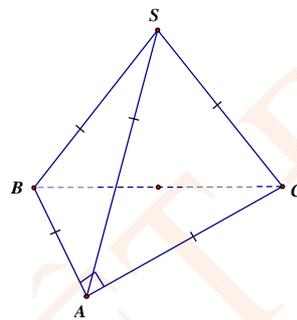
Vậy phương trình tiếp tuyến cần tìm là $y = x + 4$.

Câu 37. Cho hình chóp tam giác $S.ABC$ có $SA = SB = SC = AB = AC = a$ và $BC = a\sqrt{2}$. Khi đó góc giữa hai đường thẳng AB và SC là

- A. 30° . B. 45° . C. 60° . D. 90° .

Lời giải

Chọn C



$$\begin{aligned} \text{Ta có: } \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{SC} &= \overrightarrow{AB} \cdot (\overrightarrow{SA} + \overrightarrow{AC}) = \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{SA} + \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = -\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AS} + \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} \\ &= -\frac{AB^2 + SA^2 - SB^2}{2} + \frac{AB^2 + AC^2 - BC^2}{2} = -\frac{a^2}{2} \end{aligned}$$

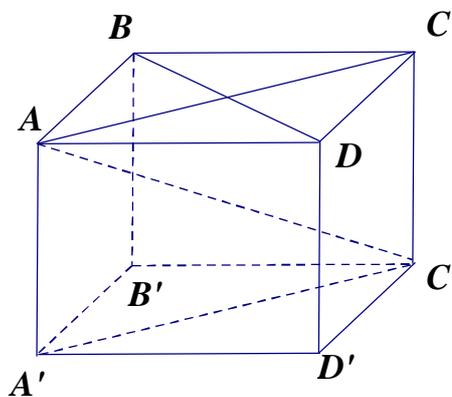
$$\text{Mà } \cos(AB, SC) = \left| \cos(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{SC}) \right| = \left| \frac{\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{SC}}{AB \cdot SC} \right| = \left| \frac{-\frac{a^2}{2}}{a \cdot a} \right| = \frac{1}{2} \Rightarrow (AB, SC) = 60^\circ.$$

Câu 38. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Tính góc giữa AC' và BD .

- A. 90° . B. 30° . C. 60° . D. 45° .

Lời giải

Chọn A



Vì $ABCD$ là hình vuông nên $BD \perp AC$.

Mặt khác $AA' \perp (ABCD) \Rightarrow BD \perp AA'$.

$$\text{Ta có } \begin{cases} BD \perp AC \\ BD \perp AA' \end{cases} \Rightarrow BD \perp (ACC'A') \Rightarrow BD \perp AC'.$$

Do đó góc giữa AC' và BD bằng 90° .

Câu 39. Cho hai tam giác ACD và BCD nằm trên hai mặt phẳng vuông góc nhau và $AC = AD = BC = BD = a$, $CD = 2x$. Với giá trị nào của x thì hai mặt phẳng (ABC) và (ABD) vuông góc.

A. $\frac{a\sqrt{3}}{3}$.

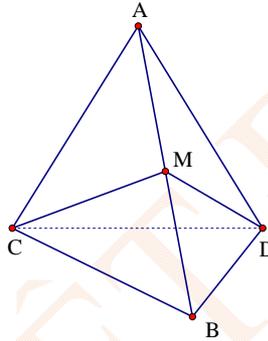
B. $\frac{a}{2}$.

C. $\frac{a\sqrt{2}}{2}$.

D. $\frac{a}{3}$.

Lời giải

Chọn A



Gọi M là trung điểm của AB suy ra $CM \perp AB$, $DM \perp AB \Rightarrow AB \perp (CMD)$

$$\text{Mà } \begin{cases} (CMD) \cap (ABC) = CM \\ (CMD) \cap (ABD) = DM \end{cases} \Rightarrow \left((ABC); (ABD) \right) = \left(\overline{CM}; \overline{DM} \right) = \widehat{CMD} = 90^\circ.$$

Suy ra $\triangle CMD$ vuông cân tại M . Suy ra $CD = CM \cdot \sqrt{2} \Rightarrow 2x = \sqrt{x^2 + a^2} \Rightarrow x = \frac{a\sqrt{3}}{3}$

Câu 40. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh $a > 0$, $SA \perp (ABCD)$, $SA = 2a$. Khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng (SBD) là:

A. $\frac{3a}{2}$.

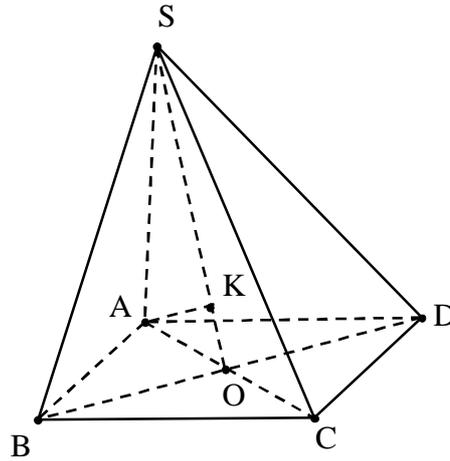
B. $\frac{2a}{3}$.

C. $\frac{a}{\sqrt{2}}$.

D. $\frac{\sqrt{10}a}{2}$.

Lời giải

Chọn B



Gọi $O = AC \cap BD$

Kẻ $AK \perp SO$ ($K \in SO$) (1)

Ta có: $SA \perp (ABCD) \Rightarrow SA \perp BD$ (*) và $AC \perp BD$ (gt) (**). Từ (*) và (**) suy ra: $BD \perp (SAC) \Rightarrow BC \perp AK$ (2).

Từ (1) và (2) ta có: $AK \perp (SBD)$ hay $d(A, (SBD)) = AK$

+ Xét tam giác SAO vuông tại A , có: $\frac{1}{AK^2} = \frac{1}{AO^2} + \frac{1}{SA^2} = \frac{9}{4a^2} \Rightarrow AK = \frac{2a}{3}$.

Vậy: $d(A, (SBD)) = \frac{2a}{3}$.

Câu 41. Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành, $AD = 2a, AB = a$, góc \widehat{BCD} bằng 60° , SB vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$, $SB = a\sqrt{3}$. Tính cos của góc tạo bởi SD và mặt phẳng (SAC) .

A. $\frac{1}{4}$.

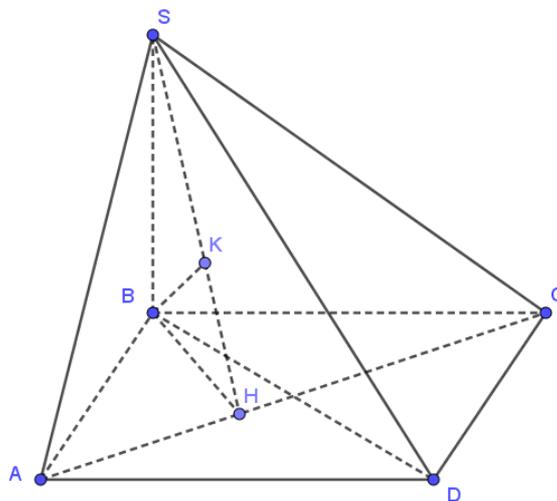
B. $\frac{\sqrt{3}}{2}$.

C. $\frac{\sqrt{15}}{4}$.

D. $\frac{\sqrt{3}}{4}$.

Lời giải

Chọn C



Gọi $(\widehat{SD, (SAC)}) = \alpha$

Ta có: $BD = \sqrt{BC^2 + CD^2 - 2BC \cdot CD \cdot \cos 60^\circ} = a\sqrt{3} \Rightarrow SD = \sqrt{SB^2 + BD^2} = a\sqrt{6}$.

$AC = \sqrt{AB^2 + BC^2 - 2AB \cdot BC \cdot \cos 120^\circ} = a\sqrt{7}$.

$d(D, (SAC)) = d(B, (SAC))$.

Gọi H, K lần lượt là hình chiếu vuông góc của B lên AC, SH .
 $\Rightarrow AC \perp (SBH) \Rightarrow BK \perp (SAC) \Rightarrow d(B, (SAC)) = BK$.

Ta có: $BH \cdot AC = BA \cdot BC \cdot \sin 120^\circ \Rightarrow BH = \frac{a\sqrt{21}}{7} \Rightarrow BK = \frac{a\sqrt{6}}{4}$.

$\sin(\widehat{SD, (SAC)}) = \frac{BK}{SD} = \frac{1}{4} \Rightarrow \cos \alpha = \frac{\sqrt{15}}{4}$.

Câu 42. Cho $f(x)$ là đa thức thỏa mãn $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{f(x) - 8}{x - 5} = 3$. Tính $T = \lim_{x \rightarrow 5} \frac{\sqrt{f(x)+1} \cdot \sqrt[3]{f(x)+19} - 9}{2x^2 - 17x + 35}$

A. $T = \frac{11}{36}$. B. $T = \frac{11}{18}$. C. $T = \frac{13}{36}$. D. $T = \frac{13}{18}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{f(x) - 8}{x - 5} = 3$. Do đó $f(5) - 8 = 0 \Leftrightarrow f(5) = 8$.

$$\begin{aligned} T &= \lim_{x \rightarrow 5} \frac{\sqrt{f(x)+1} \cdot \sqrt[3]{f(x)+19} - 9}{2x^2 - 17x + 35} = \lim_{x \rightarrow 5} \left[\frac{\sqrt{f(x)+1} \cdot (\sqrt[3]{f(x)+19} - 3)}{(x-5)(2x-7)} + \frac{3(\sqrt{f(x)+1} - 3)}{(x-5)(2x-7)} \right] \\ &= \lim_{x \rightarrow 5} \left[\frac{\sqrt{f(x)+1} \cdot (f(x)+19-27)}{(x-5)(2x-7) \left[\sqrt[3]{(f(x)+19)^2} + 3\sqrt[3]{f(x)+19} + 9 \right]} + \frac{3(f(x)+1-9)}{(x-5)(2x-7)(\sqrt{f(x)+1}+3)} \right] \\ &= \lim_{x \rightarrow 5} \left[\frac{\sqrt{f(x)+1} \cdot \frac{(f(x)-8)}{(x-5)}}{(2x-7) \left[\sqrt[3]{(f(x)+19)^2} + 3\sqrt[3]{f(x)+19} + 9 \right]} + \frac{3 \cdot \frac{(f(x)-8)}{(x-5)}}{(2x-7)(\sqrt{f(x)+1}+3)} \right] \\ &= \frac{3 \cdot 3}{3(9+9+9)} + \frac{3 \cdot 3}{3(3+3)} = \frac{11}{18}. \end{aligned}$$

Câu 43. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên \mathbb{R} thỏa mãn $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - 5}{x - 1} = 2$. Tìm m để hàm số

$$g(x) = \begin{cases} \frac{2f^2(x) - 7f(x) - 15}{x - 1} & \text{khi } x \neq 1 \\ mx + 2 & \text{khi } x = 1 \end{cases} \text{ liên tục tại } x = 1?$$

A. $m = 24$.

B. $m = 25$.

C. $m = 26$ **D.** $m = 27$

Lời giải.**Chọn A**

$$\text{Vì } \lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - 5}{x - 1} = 2 \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 1} [f(x) - 5] = 0 \Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow 1} f(x) = 5$$

$$\text{Ta có: } +) \quad g(1) = m + 2$$

$$\begin{aligned} +) \quad \lim_{x \rightarrow 1} g(x) &= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{2f^2(x) - 7f(x) - 15}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{[2f(x) + 3][f(x) - 5]}{x - 1} \\ &= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - 5}{x - 1} \cdot \lim_{x \rightarrow 1} [2f(x) + 3] = 2(2.5 + 3) = 26 \end{aligned}$$

Hàm số $g(x)$ liên tục tại $x = 1$ khi: $\lim_{x \rightarrow 1} g(x) = g(1)$

$$\Rightarrow m + 2 = 26 \Leftrightarrow m = 24$$

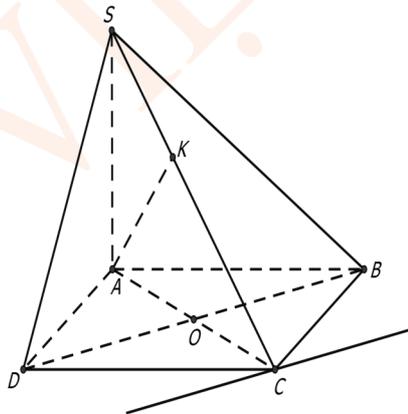
Câu 44. Cho hình chóp $S.ABCD$ có $ABCD$ là hình vuông cạnh a ; $SA = a$; $SA \perp (ABCD)$ Khoảng cách giữa hai đường thẳng chéo nhau SC ; BD bằng:

A. $\frac{a\sqrt{6}}{6}$.

B. $a\sqrt{6}$.

C. $a\sqrt{3}$.

D. a .

Lời giải**Chọn A**

$$\text{Dựng } Cx \parallel BD, (\alpha) = (SC, Cx) \Rightarrow BD \parallel (\alpha) \Rightarrow d(BD, SC) = d(BD, (\alpha))$$

$$d(BD, (\alpha)) = d(O, (\alpha)) = \frac{1}{2} d(A, (\alpha))$$

$$\text{Dựng } AK \perp SC. \text{ Dễ thấy } AK \perp (\alpha) \Rightarrow d(A, (\alpha)) = AK$$

$$\frac{1}{AK^2} = \frac{1}{SA^2} + \frac{1}{AC^2} \Leftrightarrow AK = \frac{a\sqrt{6}}{3}$$

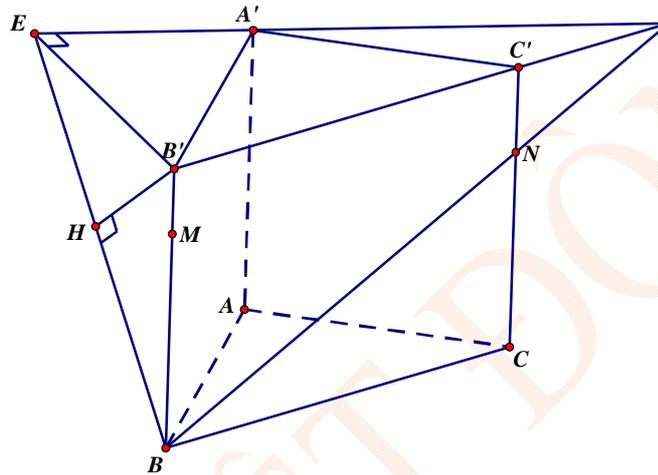
$$\text{Vậy } d(O, (\alpha)) = \frac{a\sqrt{6}}{6}$$

Câu 45. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có $AB=1, AC=2, AA'=3$ và $\widehat{BAC}=120^\circ$. Gọi M, N lần lượt là các điểm trên cạnh BB', CC' sao cho $BM = 3B'M; CN = 2C'N$. Tính khoảng cách từ điểm M đến mặt phẳng $(A'BN)$.

- A. $\frac{9\sqrt{138}}{184}$. B. $\frac{3\sqrt{138}}{46}$. C. $\frac{9\sqrt{3}}{16\sqrt{46}}$. D. $\frac{9\sqrt{138}}{46}$

Lời giải

Chọn A



Ta có $BC^2 = AB^2 + AC^2 - 2.AB.AC \cos \widehat{BAC} = 1^2 + 2^2 - 2.1.2.\cos 120^\circ = 7$. Suy ra $BC = \sqrt{7}$.

Ta cũng có $\cos \widehat{ABC} = \frac{AB^2 + BC^2 - AC^2}{2.AB.BC} = \frac{1^2 + \sqrt{7}^2 - 2^2}{2.1.\sqrt{7}} = \frac{2}{\sqrt{7}}$, suy ra $\cos \widehat{A'B'C'} = \frac{2}{\sqrt{7}}$.

Gọi $D = BN \cap B'C'$, suy ra $\frac{DC'}{DB'} = \frac{C'N}{B'B} = \frac{1}{3}$, nên $DB' = \frac{3}{2}B'C' = \frac{3\sqrt{7}}{2}$.

Từ đó, ta có

$$A'D^2 = A'B'^2 + B'D^2 - 2.A'B'.B'D.\cos \widehat{A'B'D} = 1^2 + \left(\frac{3\sqrt{7}}{2}\right)^2 - 2.1.\frac{3\sqrt{7}}{2}.\frac{2}{\sqrt{7}} = \frac{43}{4}.$$

Hay $A'D = \frac{\sqrt{43}}{2}$.

Kẻ $B'E \perp A'D$ và $B'H \perp BE$, suy ra $B'H \perp (A'BN)$, do đó $d(B';(A'BN)) = B'H$.

Từ $\cos \widehat{A'B'C'} = \frac{2}{\sqrt{7}} \Rightarrow \sin \widehat{A'B'C'} = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{7}}$.

Do đó $S_{A'BD} = \frac{1}{2}.A'B'.B'D.\sin \widehat{A'B'D} = \frac{1}{2}.1.\frac{3\sqrt{7}}{2}.\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{7}} = \frac{3\sqrt{3}}{4}$.

$$B'E = \frac{2S_{A'B'D}}{A'D} = \frac{2 \cdot \frac{3\sqrt{3}}{4}}{\frac{\sqrt{43}}{2}} = \frac{3\sqrt{3}}{\sqrt{43}}$$

$$\frac{1}{B'H^2} = \frac{1}{B'E^2} + \frac{1}{BB'^2} = \frac{1}{\left(\frac{3\sqrt{3}}{\sqrt{43}}\right)^2} + \frac{1}{3^2} = \frac{46}{27} \Rightarrow B'H = \sqrt{\frac{27}{46}}$$

Từ $BM = 3B'M$ suy ra

$$d(M; (A'BN)) = \frac{3}{4}d(B'; (A'BN)) = \frac{3}{4} \cdot B'H = \frac{3}{4} \sqrt{\frac{27}{46}} = \frac{9\sqrt{138}}{184}$$

- Câu 46.** Cho hàm số $y = f(x)$, xác định, có đạo hàm trên \mathbb{R} . Biết tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = f(x)$ và $y = g(x) = xf(2x-1)$ tại điểm có hoành độ $x=1$ vuông góc với nhau. Tìm biểu thức đúng?
A. $2 < f^2(1) < 4$. **B.** $f^2(x) < 2$. **C.** $f^2(x) \geq 8$. **D.** $4 \leq f^2(x) < 8$.

Lời giải

Chọn C

Có phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = f(x)$ tại điểm có hoành độ $x=1$ là:

$y = f'(1)(x-1) + f(1)$ và có phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = g(x) = xf(2x-1)$

tại điểm có hoành độ $x=1$ là: $y = [f(1) + 2f'(1)](x-1) + f(1)$

(Do $y' = g'(x) = f(2x-1) + 2xf'(2x-1) \Rightarrow y'(1) = g'(1) = f(1) + 2f'(1)$).

Theo giả thiết có hai tiếp tuyến này vuông góc nên tích hệ số góc bằng -1 là, tức

$$f'(1)[f(1) + 2f'(1)] = -1 \Leftrightarrow 2[f'(1)]^2 + f(1)f'(1) + 1 = 0 \Leftrightarrow \frac{1}{8}f^2(1) - 1 = 2\left(f'(1) + \frac{1}{4}f(1)\right)^2$$

$$\Rightarrow \frac{1}{8}f^2(1) - 1 \geq 0 \Leftrightarrow f^2(1) \geq 8$$

- Câu 47.** Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm liên tục trên \mathbb{R} , thỏa mãn $f(x^2) + 2f(1-x) = x^4 - 2$. Phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = f(x)$ tại điểm có hoành độ bằng 1 là
A. $y = 2x + 2$. **B.** $y = -x + 2$. **C.** $y = -x$. **D.** $y = -1$.

Lời giải

Chọn D

Từ $f(x^2) + 2f(1-x) = x^4 - 2$ (*), cho $x=1$ và $x=0$ ta có hệ phương trình

$$\begin{cases} f(1) + 2f(0) = -1 \\ f(0) + 2f(1) = -2 \end{cases} \Rightarrow f(1) = -1$$

Lấy đạo hàm hai vế của (*) ta được $2xf'(x) - 2f'(1-x) = 4x^3$, cho $x=0$ ta được

$$-2f'(1) = 0 \Rightarrow f'(1) = 0.$$

Phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = f(x)$ tại điểm $x=1$ là $y = f'(1)(x-1) + f(1)$

$$\Leftrightarrow y = 0(x-1) - 1 \Leftrightarrow y = -1.$$

Câu 48. Cho hàm số $y = f(x) = x^3 + 6x^2 + 9x + 3$ (C). Tồn tại hai tiếp tuyến của (C) phân biệt và có cùng hệ số góc k , đồng thời đường thẳng đi qua các tiếp điểm của hai tiếp tuyến đó cắt các trục Ox, Oy tương ứng tại A và B sao cho $OA = 2017 \cdot OB$. Hỏi có bao nhiêu giá trị của k thỏa mãn yêu cầu bài toán?

A. 1.

B. 2.

C. 3.

D. 0.

Lời giải**Chọn B**

Gọi $M_1(x_1; f(x_1)), M_2(x_2; f(x_2))$ là hai tiếp điểm mà tại đó các tiếp tuyến của (C) có cùng hệ số góc k .

$$\text{Ta có } y' = 3x^2 + 12x + 9.$$

$$\text{Khi đó } k = 3x_1^2 + 12x_1 + 9 = 3x_2^2 + 12x_2 + 9 \Leftrightarrow (x_1 - x_2)(x_1 + x_2 + 4) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x_1 - x_2 = 0 & (\text{loại vì } x_1 \neq x_2) \\ x_1 + x_2 = -4 = S \end{cases} \quad (1)$$

$$\text{Hệ số góc của đường thẳng } M_1M_2 \text{ là } k' = \pm \frac{OB}{OA} = \pm \frac{1}{2017} = \frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1}$$

$$\Leftrightarrow \pm \frac{1}{2017} = (x_1 + x_2)^2 - x_1x_2 + 6(x_1 + x_2) + 9 \Leftrightarrow \begin{cases} x_1x_2 = \frac{2016}{2017} = P \\ x_1x_2 = \frac{2018}{2017} = P \end{cases} \quad (2)$$

$$\text{Với } \begin{cases} x_1 + x_2 = -4 = S \\ x_1x_2 = \frac{2016}{2017} = P \end{cases}, \text{ do } S^2 > 4P \text{ nên tồn tại hai cặp } x_1, x_2 \Rightarrow \text{tồn tại 1 giá trị } k.$$

$$\text{Với } \begin{cases} x_1 + x_2 = -4 = S \\ x_1x_2 = \frac{2018}{2017} = P \end{cases}, \text{ do } S^2 > 4P \text{ nên tồn tại hai cặp } x_1, x_2 \Rightarrow \text{tồn tại 1 giá trị } k.$$

Vậy có 2 giá trị k thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 49. Cho hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 1$ có đồ thị (C). Gọi A, B thuộc đồ thị (C) có hoành độ a, b sao cho tiếp tuyến của (C) tại A và B song song với nhau và độ dài đoạn $AB = 4\sqrt{2}$. Khi đó tích $a \cdot b$ có giá trị bằng:

A. -2.

B. -3.

C. 2.

D. 4.

Lời giải**Chọn B**

Giả sử $A(a; a^3 - 3a^2 + 1), B(b; b^3 - 3b^2 + 1)$ thuộc (C), với $a \neq b$.

Vì tiếp tuyến của (C) tại A và B song song với nhau nên:

$$y'(a) = y'(b) \Leftrightarrow 3a^2 - 6a = 3b^2 - 6b \Leftrightarrow a^2 - b^2 - 2(a - b) = 0 \Leftrightarrow (a - b)(a + b - 2) = 0$$

$$\Leftrightarrow a+b-2=0 \Leftrightarrow b=2-a. \text{ Vì } a \neq b \text{ nên } a \neq 2-a \Leftrightarrow a \neq 1.$$

$$\text{Ta có: } AB = \sqrt{(b-a)^2 + (b^3 - 3b^2 + 1 - a^3 + 3a^2 - 1)^2} = \sqrt{(b-a)^2 + (b^3 - a^3 - 3(b^2 - a^2))^2}$$

$$= \sqrt{(b-a)^2 + [(b-a)^3 + 3ab(b-a) - 3(b-a)(b+a)]^2}$$

$$= \sqrt{(b-a)^2 + (b-a)^2 [(b-a)^2 + 3ab - 3.2]^2}$$

$$= \sqrt{(b-a)^2 + (b-a)^2 [(b+a)^2 - ab - 6]^2} = \sqrt{(b-a)^2 + (b-a)^2 (-2-ab)^2}.$$

$$AB^2 = (b-a)^2 [1 + (-2-ab)^2] = (2-2a)^2 [1 + (a^2 - 2a - 2)^2]$$

$$= 4(a-1)^2 [1 + [(a-1)^2 - 3]^2] = 4(a-1)^2 [(a-1)^4 - 6(a-1)^2 + 10]$$

$$= 4(a-1)^6 - 24(a-1)^4 + 40(a-1)^2.$$

$$\text{Mà } AB = 4\sqrt{2} \text{ nên } 4(a-1)^6 - 24(a-1)^4 + 40(a-1)^2 = 32$$

$$\Leftrightarrow (a-1)^6 - 6(a-1)^4 + 10(a-1)^2 - 8 = 0. (*)$$

$$\text{Đặt } t = (a-1)^2, t > 0. \text{ Khi đó } (*) \text{ trở thành: } t^3 - 6t^2 + 10t - 8 = 0 \Leftrightarrow (t-4)(t^2 - 2t + 2) = 0 \Leftrightarrow t = 4$$

$$\Rightarrow (a-1)^2 = 4 \Leftrightarrow \begin{cases} a = 3 \Rightarrow b = -1 \\ a = -1 \Rightarrow b = 3 \end{cases}$$

Vậy $a.b = -3$.

Câu 50. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A , mặt bên SAB là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng (ABC) , gọi M là điểm thuộc cạnh SC sao cho $MC = 2MS$. Biết $AB = 3, BC = 3\sqrt{3}$, tính khoảng cách giữa hai đường thẳng AC và BM .

A. $\frac{3\sqrt{21}}{7}$

B. $\frac{2\sqrt{21}}{7}$

C. $\frac{\sqrt{21}}{7}$

D. $\frac{\sqrt{21}}{7}$

Lời giải

Chọn A

Từ M kẻ đường thẳng song song với AC cắt SA tại

$$N \Rightarrow AC // MN \Rightarrow AC // (BMN)$$

$$AC \perp AB, AC \perp SH \Rightarrow AC \perp (SAB)$$

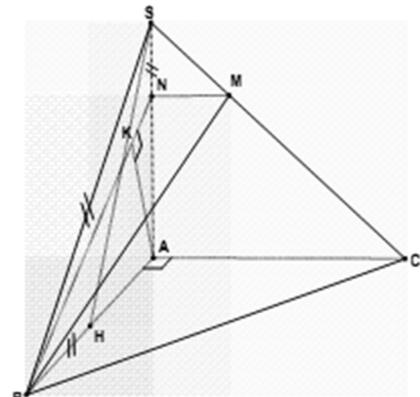
$$AC // MN \Rightarrow MN \perp (SAB) \Rightarrow MN \perp (SAB)$$

$$\Rightarrow (BMN) \perp (SAB) \text{ theo giao tuyến } BN.$$

Ta có:

$$AC // (BMN) \Rightarrow d(AC, BM) = d(AC, (BMN))$$

$$= d(A, (BMN)) = AK \text{ (với } K \text{ là hình chiếu của } A \text{ lên } BN).$$



$$\frac{NA}{SA} = \frac{MC}{SC} = \frac{2}{3} \Rightarrow S_{ABN} = \frac{2}{3} S_{SAB} = \frac{2}{3} \frac{3^2 \sqrt{3}}{4} = \frac{3\sqrt{3}}{2} \text{ (đvdt) và } AN = \frac{2}{3} SA = 2$$

$$BN = \sqrt{AN^2 + AB^2 - 2AN \cdot AB \cdot \cos 60^\circ} = \sqrt{7} \Rightarrow AK = \frac{2S_{ABN}}{BN} = \frac{2 \cdot \frac{3\sqrt{3}}{2}}{\sqrt{7}} = \frac{3\sqrt{21}}{7}$$

$$\text{Vậy } d(AC, BM) = \frac{3\sqrt{21}}{7} \text{ (đvdd).}$$

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

KIỂM TRA HỌC KỲ II NĂM HỌC 2020 - 2021

Môn: TOÁN - Lớp 11 - Chương trình chuẩn

Thời gian: 90 phút (Không kể thời gian phát đề)

Mã đề thi

Họ và tên thí sinh:..... SBD:.....

- Câu 1.** [NB] Tính $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2^n - 3 \cdot 5^n}{4 \cdot 3^n - 5^n}$.
- A. $-\frac{3}{4}$. B. 3. C. $\frac{1}{4}$. D. $-\frac{2}{5}$.
- Câu 2.** [TH] Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - 4}{x - 2} & \text{khi } x \neq 2 \\ k & \text{khi } x = 2 \end{cases}$. Tìm k để hàm số liên tục trên tập \mathbb{R} .
- A. $k = -2$. B. $k = 0$. C. $k = 2$. D. $k = 4$.
- Câu 3.** [TH] Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a , cạnh $SA = 2a$ và vuông góc với mặt phẳng đáy. Diện tích tam giác SBC bằng
- A. $a^2\sqrt{3}$. B. $\frac{a^2\sqrt{5}}{4}$. C. $\frac{a^2\sqrt{5}}{2}$. D. $\frac{a^2\sqrt{3}}{2}$.
- Câu 4.** [TH] Đạo hàm của hàm số $y = \cos^4 x - \sin^4 x$ là
- A. $y' = 2 \sin 2x$. B. $y' = 4 \cos^3 x - 4 \sin^3 x$.
C. $y' = -\sin 2x$. D. $y' = -2 \sin 2x$.
- Câu 5.** [TH] Cho tứ diện $ABCD$ có các tam giác ABC, ABD, ACD là các tam giác vuông tại A . Khẳng định nào dưới đây đúng?
- A. BCD là tam giác nhọn. B. BCD là tam giác vuông.
C. $AB \perp (BCD)$. D. $AC \perp (BCD)$.
- Câu 6.** [NB] Tính đạo hàm của hàm số $y = x^3 - 2x^2 + 2$ tại điểm $x_0 = 2$.
- A. $y'(x_0) = 1$. B. $y'(x_0) = 4$. C. $y'(x_0) = 7$. D. $y'(x_0) = -2$.
- Câu 7.** [VD] Cho tứ diện $ABCD$ có $AC = AD = BC = BD = a$ và $AB = x$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AB, CD . Biết rằng $(ACD) \perp (BCD)$ và $(ABC) \perp (ABD)$. Khi đó x bằng
- A. $\frac{a\sqrt{3}}{3}$. B. $\frac{a}{3}$. C. $\frac{2a\sqrt{3}}{3}$. D. $\frac{2a}{3}$.
- Câu 8.** [TH] Cho hình chóp tam giác đều $S.ABC$ có $AB = a$ và chiều cao của hình chóp bằng $\frac{a}{6}$. Góc giữa mặt bên và mặt đáy của hình chóp đã cho bằng
- A. 30° . B. 60° . C. 45° . D. 90° .
- Câu 9.** [NB] Tính đạo hàm của hàm số $y = \sin x + 2 \cos x$
- A. $y' = \cos x + 2 \sin x$. B. $y' = -\cos x - 2 \sin x$.
C. $y' = \cos x - 2 \sin x$. D. $y' = -\cos x + 2 \sin x$.
- Câu 10.** [TH] Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành tâm O . Biết $SA = SC$ và $SB = SD$. Tìm khẳng định đúng trong các khẳng định sau
- A. $SA \perp (ABCD)$. B. $SC \perp (ABCD)$. C. $SB \perp (ABCD)$. D. $SO \perp (ABCD)$.

- Câu 11.** [TH] Tính $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{x^2+1}}{3-2x}$.
- A. $-\frac{1}{2}$. B. $\frac{1}{3}$. C. $-\infty$. D. $\frac{1}{2}$.
- Câu 12.** [TH] Cho hàm số $f(x) = 4x^3 - 6\sqrt{6}x^2 + 3m^2x - 5$. Số giá trị nguyên của tham số m để phương trình $f'(x) = 0$ có nghiệm là
- A. 7. B. 5. C. 4. D. 6.
- Câu 13.** [TH] Cho $f(x) = (x-2)^5$. Tính $f''(3)$.
- A. -20. B. 20. C. 27. D. -27.
- Câu 14.** [TH] Cho hình chóp $S.ABCD$ có các cạnh bên và cạnh đáy đều bằng a . Gọi M là trung điểm SA . Mặt phẳng (MBD) vuông góc với mặt phẳng nào dưới đây?
- A. (SBC) . B. (SAC) . C. (SBD) . D. $(ABCD)$.
- Câu 15.** [NB] Tính $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1-3x}{2x+3}$.
- A. -3. B. $\frac{1}{2}$. C. $-\frac{3}{2}$. D. $-\infty$.
- Câu 16.** [TH] Cho tứ diện $ABCD$, gọi M, N, I lần lượt là trung điểm của AC, BD, MN . Tìm khẳng định đúng trong các khẳng định sau.
- A. $\overline{AI} = \frac{1}{3}(\overline{AB} + \overline{AC} + \overline{AD})$. B. $\overline{AI} = \frac{2}{3}(\overline{AB} + \overline{AC} + \overline{AD})$.
C. $\overline{AI} = \frac{1}{4}(\overline{AB} + \overline{AC} + \overline{AD})$. D. $\overline{AI} = \frac{1}{2}(\overline{AB} + \overline{AC} + \overline{AD})$.
- Câu 17.** [TH] Cho hàm số $f(x) = 2x + \frac{5}{x} - \frac{2}{3x^3} + 2$. Phương trình $f'(x) = 0$ có tất cả bao nhiêu nghiệm?
- A. 3. B. 2. C. 1. D. 4.
- Câu 18.** [TH] Cho hàm số $f(x) = \frac{1}{x(2-2x)}$. Tính $f''\left(\frac{1}{2}\right)$.
- A. 24. B. 16. C. 48. D. 32.
- Câu 19.** [NB] Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có các mặt bên là các hình chữ nhật. Tính $\overline{AB.CC'} + \overline{AC.BB'} + \overline{BC.AA'}$.
- A. $(AA')^2$. B. $3(AA')^2$. C. $2(AA')^2$. D. 0.
- Câu 20.** [TH] Tính $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x^2+2x+3} - x)$.
- A. 2. B. 0. C. 1. D. $+\infty$.
- Câu 21.** [TH] Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác cân tại A , $AB = a$ và $\widehat{ABC} = 30^\circ$. Biết $SA \perp (ABC)$. Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng SA và BC .
- A. $\frac{a}{2}$. B. a . C. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$. D. $a\sqrt{3}$.
- Câu 22.** [TH] Cho $f(x) = \cos 3x$. Tính $f'\left(-\frac{\pi}{3}\right) + f'\left(\frac{\pi}{2}\right)$.
- A. 3. B. -3. C. 0. D. 6.

Câu 23. [TH] Tìm đạo hàm y' của hàm số $y = \frac{\sqrt{1-2x}}{1+x}$.

A. $y' = \frac{x-2}{(1+x)^2 \sqrt{1-2x}}$.

B. $y' = \frac{-1+3x}{2(1+x)^2 \sqrt{1-2x}}$.

C. $y' = \frac{x+2}{(1+x)^2 \sqrt{1-2x}}$.

D. $y' = \frac{x-2}{2(1+x)^2 \sqrt{1-2x}}$.

Câu 24. [VD] Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B và $AB=3, BC=4$. Biết $(SBC) \perp (ABC)$ và $SB=2\sqrt{3}, \widehat{SBC}=30^\circ$. Tính khoảng cách từ B đến (SAC) .

A. $\frac{\sqrt{7}}{6}$.

B. $\frac{3\sqrt{7}}{14}$.

C. $\frac{6\sqrt{7}}{7}$.

D. $\frac{5\sqrt{7}}{12}$.

Câu 25. [TH] Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O . Trong các khẳng định sau, khẳng định nào sai?

A. $\overrightarrow{SA} + \overrightarrow{SB} + \overrightarrow{SC} + \overrightarrow{SD} = 4\overrightarrow{SO}$.

B. $\overrightarrow{SA} - \overrightarrow{SB} + \overrightarrow{SC} - \overrightarrow{SD} = \vec{0}$.

C. $\overrightarrow{SA} + \overrightarrow{SB} + \overrightarrow{SC} + \overrightarrow{SD} = \vec{0}$.

D. $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{OD} = \vec{0}$.

Câu 26. [TH] Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Góc giữa hai vectơ \overrightarrow{BD} và $\overrightarrow{B'C}$ bằng

A. 60° .

B. 120° .

C. 45° .

D. 90° .

Câu 27. [TH] Tính $\lim \left(\frac{1}{n^2+4} + \frac{2}{n^2+4} + \frac{3}{n^2+4} + \dots + \frac{2n+4}{n^2+4} \right)$.

A. $\frac{1}{2}$.

B. 0.

C. 1.

D. 2.

Câu 28. [NB] Tìm $\lim \frac{4n-1}{n+2}$.

A. 2.

B. 4.

C. -1.

D. -4.

Câu 29. [TH] Trong mặt phẳng Oxy , cho parabol $(P): y = 2x^2 + 3x - 5$. Gọi d là tiếp tuyến của (P) tại giao điểm của (P) với trục Oy . Khi đó d có hệ số góc bằng

A. -1.

B. -5.

C. 4.

D. 3.

Câu 30. [TH] Viết phương trình tiếp tuyến của đường cong $y = 2x^3$ tại điểm có hoành độ bằng 1.

A. $y = 6x + 4$.

B. $y = -6x - 8$.

C. $y = 6x - 4$.

D. $y = 6x - 8$.

Câu 31. [TH] Cho $\lim u_n = 5, \lim v_n = 13$ và $\lim (u_n + kv_n) = 2007$. Khi đó k bằng

A. $\frac{2002}{5}$.

B. 398.

C. $\frac{2007}{13}$.

D. 154.

Câu 32. [TH] Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $\lim_{x \rightarrow +\infty} (x^3 + 3x) = -\infty$.

B. $\lim_{x \rightarrow +\infty} (x^3 + 3x) = +\infty$.

C. $\lim_{x \rightarrow +\infty} (x^3 + 3x) = 3$.

D. $\lim_{x \rightarrow +\infty} (x^3 + 3x) = 1$.

Câu 33. [TH] Trong mặt phẳng Oxy , cho đồ thị $(C): y = \frac{1}{3}x^3 + x + 1$. Gọi d là tiếp tuyến của (C) tại điểm $(0;1)$. Góc giữa d và trục Ox bằng

A. 45° .

B. 60° .

C. 120° .

D. 135° .

Câu 34. [NB] Cho tứ diện $ABCD$. Gọi G là trọng tâm tam giác ABC và M là trung điểm của CD . Tìm đẳng thức đúng trong các đẳng thức sau.

A. $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} = -3\overrightarrow{MG}$.

B. $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} = 3\overrightarrow{MD}$.

C. $\overline{MA} + \overline{MB} + \overline{MC} = -3\overline{MD}$.

D. $\overline{MA} + \overline{MB} + \overline{MC} = 3\overline{MG}$.

Câu 35. [TH] Cho hàm số $y = \frac{1}{3\cos^2 3x}$. Tìm hệ thức đúng trong các hệ thức sau.

A. $y = 3y' \cdot \tan 3x$. B. $y' = 6y \cdot \cos 3x$. C. $y' = 6y \cdot \cot 3x$. D. $y' = 6y \cdot \tan 3x$.

Câu 36. [NB] Cho $\lim u_n = -3$; $\lim v_n = 2$. Khi đó $\lim(u_n - v_n)$ bằng

A. -5 . B. -1 . C. 5 . D. 1 .

Câu 37. [TH] Cho hàm số $y = \sin^2 x$. Phương trình $y' = 0$ có bao nhiêu nghiệm thuộc đoạn $\left[-\frac{3\pi}{2}; \pi\right]$.

A. 6 . B. 7 . C. 3 . D. 4 .

Câu 38. [NB] Tính $\lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{2x+7}{x-3}$.

A. $+\infty$. B. $-\infty$. C. 0 . D. 2 .

Câu 39. [TH] Trong các hàm số sau, hàm số nào có đạo hàm là $y' = \frac{\sin 2x - 2x}{2\sin^2 x}$ là.

A. $y = \frac{x + \cos x}{\sin x}$. B. $y = x \cdot \cot x$. C. $y = x \cdot \tan x$. D. $y = \frac{x}{\sin x}$.

Câu 40. [NB] Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$. Mặt phẳng $(BCD'A')$ vuông góc với mặt phẳng nào trong các mặt phẳng dưới đây?

A. $(ADD'A')$. B. $(ABB'A')$. C. $(ABCD)$. D. $(BCC'B')$.

Câu 41. [TH] Tìm đạo hàm cấp hai của hàm số $y = \frac{2}{x-1}$.

A. $y'' = \frac{-2}{(x-1)^3}$. B. $y'' = \frac{-4}{(x-1)^3}$. C. $y'' = \frac{2}{(x-1)^3}$. D. $y'' = \frac{4}{(x-1)^3}$.

Câu 42. [TH] Trong các khẳng định sau, khẳng định nào sai?

- A. Hình lăng trụ đứng có đáy là tam giác vuông là hình lăng trụ đều.
 B. Hình lăng trụ đứng có các cạnh bên vuông góc với các mặt đáy.
 C. Hình lăng trụ đứng có đáy là hình bình hành là hình hộp đứng.
 D. Độ dài cạnh bên là chiều cao của hình lăng trụ đứng.

Câu 43. [TH] Cho a, b là các số thực thỏa mãn $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 + ax + b}{x-2} = -1$ khi đó $a+b$ bằng

A. 5 . B. 1 . C. 2 . D. 3 .

Câu 44. [TH] Cho tứ diện $OABC$ có 3 cạnh OA, OB, OC đôi một vuông góc và $OA = a, OB = 2a, OC = a\sqrt{3}$. Tính khoảng cách từ O đến mặt phẳng (ABC) .

A. $\frac{2a\sqrt{3}}{19}$. B. $\frac{2a\sqrt{57}}{19}$. C. $\frac{2a\sqrt{19}}{19}$. D. $\frac{a\sqrt{7}}{19}$.

Câu 45. [TH] Trong các dãy số sau, dãy số nào có giới hạn là $+\infty$?

A. $u_n = \left(\frac{3}{2}\right)^n$. B. $u_n = \left(-\frac{2}{3}\right)^n$. C. $u_n = \frac{2}{1+3n}$. D. $u_n = \frac{2n}{3+n^2}$.

Câu 46. [VD] Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm trên tập \mathbb{R} . Đặt $g(x) = f(x) - f(3x)$. Biết $g'(1) = 1$ và $g'(3) = 3$. Tính đạo hàm của hàm số $f(x) - f(9x)$ tại $x = 1$.

A. -8 . B. 12 . C. -15 . D. 10 .

Câu 47. [VD] Cho đồ thị (C) $y = f(x)$, biết tiếp tuyến của (C) tại điểm có hoành độ $x = 1$ là

đường thẳng $y = -2x + 5$. Tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = x^3 \cdot f(x)$ tại điểm có hoành độ $x = 1$ có phương trình là

- A. $y = 3x - 4$. B. $y = 7x - 10$. C. $y = 7x - 4$. D. $y = 3x + 1$.

Câu 48. [VD] Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a . Biết SA vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$ và $SA = a\sqrt{2}$. Gọi H, K lần lượt là hình chiếu của A trên SB và SD . Tính góc tạo bởi đường thẳng SD và mặt phẳng (AHK)

- A. 60° . B. 30° . C. 45° . D. 90° .

Câu 49. [TH] Đạo hàm của hàm số $y = \sqrt{x^2 + 4x + 5}$ là

- A. $y' = \frac{x+2}{\sqrt{x^2+4x+5}}$. B. $y' = \frac{2x+4}{\sqrt{x^2+4x+5}}$.
C. $y' = \frac{x+2}{2\sqrt{x^2+4x+5}}$. D. $y' = \frac{x+5}{2\sqrt{x^2+4x+5}}$.

Câu 50. [VD] Cho đa thức $P(x)$ thỏa mãn $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{P(x)-2}{x-3} = 2$. Tính $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{P(x)-2}{(x^2-9)(\sqrt{P(x)+2}+1)}$

- A. $\frac{1}{6}$. B. $\frac{1}{12}$. C. $\frac{1}{9}$. D. $\frac{2}{9}$.

BẢNG ĐÁP ÁN

1.B	2.D	3.C	4.D	5.A	6.B	7.C	8.A	9.C	10.D
11.D	12.B	13.B	14.B	15.C	16.C	17.D	18.B	19.D	20.C
21.A	22.A	23.A	24.C	25.C	26.A	27.D	28.B	29.D	30.C
31.D	32.B	33.A	34.D	35.D	36.A	37.A	38.A	39.B	40.B
41.D	42.A	41.B	44.B	45.A	46.D	47.C	48.A	49.A	50.C

LỜI GIẢI CHI TIẾT

Câu 1. [NB] Tính $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2^n - 3 \cdot 5^n}{4 \cdot 3^n - 5^n}$.

- A. $-\frac{3}{4}$. **B. 3.** C. $\frac{1}{4}$. D. $-\frac{2}{5}$.

Lời giải

Ta có:
$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2^n - 3 \cdot 5^n}{4 \cdot 3^n - 5^n} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\left(\frac{2}{5}\right)^n - 3}{4 \cdot \left(\frac{3}{5}\right)^n - 1} = \frac{0-3}{4 \cdot 0 - 1} = 3.$$

- Câu 2.** [TH] Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2-4}{x-2} & \text{khi } x \neq 2 \\ k & \text{khi } x = 2 \end{cases}$. Tìm k để hàm số liên tục trên tập \mathbb{R} .
- A. $k = -2$. B. $k = 0$. C. $k = 2$. **D. $k = 4$.**

Lời giải

TXĐ của hàm số: $D = \mathbb{R}$.

Nếu $x \neq 2$ thì hàm số liên tục trên $(-\infty; 2)$ và $(2; +\infty)$.

Vậy để hàm số liên tục trên tập \mathbb{R} thì hàm số phải liên tục tại $x = 2$.

Ta có:

$$f(2) = k$$

$$\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 4}{x - 2} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x-2)(x+2)}{x-2} = \lim_{x \rightarrow 2} (x+2) = 4.$$

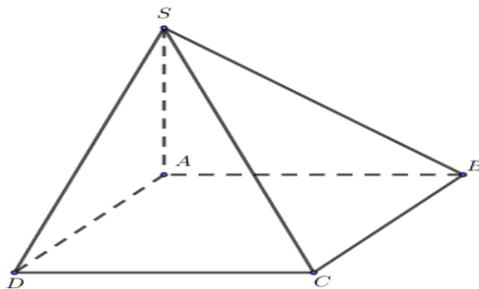
$$\text{Để hàm số liên tục tại } x = 2 \text{ thì } f(2) = \lim_{x \rightarrow 2} f(x) \Leftrightarrow k = 4.$$

Vậy với $k = 4$ thì hàm số đã cho liên tục trên tập \mathbb{R} .

- Câu 3.** [TH] Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a , cạnh $SA = 2a$ và vuông góc với mặt phẳng đáy. Diện tích tam giác SBC bằng

- A. $a^2\sqrt{3}$. B. $\frac{a^2\sqrt{5}}{4}$. **C. $\frac{a^2\sqrt{5}}{2}$.** D. $\frac{a^2\sqrt{3}}{2}$.

Lời giải



Ta có:
$$\begin{cases} BC \perp AB \text{ (gt)} \\ BC \perp SA \text{ (SA} \perp \text{(ABCD))} \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SAB).$$

Mà $SB \subset (SAB)$ nên suy ra $BC \perp SB$, hay tam giác SBC vuông tại B .

$$\text{Ta có: } S_{\Delta SBC} = \frac{1}{2} SB \cdot BC = \frac{1}{2} \sqrt{SA^2 + AB^2} \cdot BC = \frac{1}{2} \sqrt{(2a)^2 + a^2} \cdot a = \frac{a^2\sqrt{5}}{2}.$$

- Câu 4.** [TH] Đạo hàm của hàm số $y = \cos^4 x - \sin^4 x$ là

- A. $y' = 2 \sin 2x$. B. $y' = 4 \cos^3 x - 4 \sin^3 x$.
C. $y' = -\sin 2x$. **D. $y' = -2 \sin 2x$.**

Lời giải

Cách 1:

$$\text{Xét hàm số } y = \cos^4 x - \sin^4 x = (\cos^2 x - \sin^2 x) \cdot (\cos^2 x + \sin^2 x) = \cos^2 x - \sin^2 x = \cos 2x$$

$$y' = -\sin 2x \cdot (2x)' = -2 \sin 2x.$$

Cách 2:

Xét hàm số $y = \cos^4 x - \sin^4 x$

$$y' = 4 \cos^3 x \cdot (\cos x)' - 4 \sin^3 x \cdot (\sin x)' = -4 \cos^3 x \cdot \sin x - 4 \sin^3 x \cdot \cos x$$

$$y' = -4 \sin x \cos x \cdot (\sin^2 x + \cos^2 x) = -2 \cdot (2 \sin x \cos x) = -2 \sin 2x.$$

Câu 5. [TH] Cho tứ diện $ABCD$ có các tam giác ABC, ABD, ACD là các tam giác vuông tại A . Khẳng định nào dưới đây đúng?

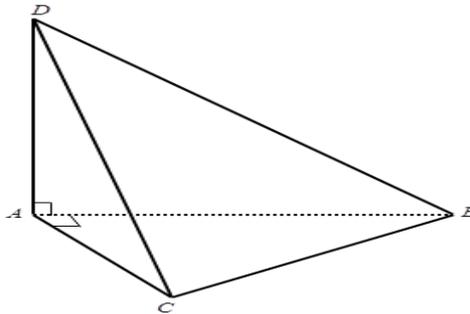
A. BCD là tam giác nhọn.

B. BCD là tam giác vuông.

C. $AB \perp (BCD)$.

D. $AC \perp (BCD)$.

Lời giải



Gọi độ dài các cạnh $AB = a$, $AC = b$, $AD = c$.

Xét tam giác ABC, ABD, ACD vuông tại A , theo định lý Py-ta-go ta có :

$$BC = \sqrt{AB^2 + AC^2} = \sqrt{a^2 + b^2}, \quad CD = \sqrt{AC^2 + AD^2} = \sqrt{b^2 + c^2}, \quad BD = \sqrt{AB^2 + AD^2} = \sqrt{a^2 + c^2}.$$

Xét tam giác BCD , theo định lý cosin ta có :

$$\cos D = \frac{BD^2 + CD^2 - BC^2}{2 \cdot BD \cdot CD} = \frac{a^2 + c^2 + b^2 + c^2 - a^2 - b^2}{2 \cdot \sqrt{a^2 + c^2} \cdot \sqrt{b^2 + c^2}} = \frac{c^2}{\sqrt{a^2 + c^2} \cdot \sqrt{b^2 + c^2}} > 0,$$

$$\cos B = \frac{BD^2 + BC^2 - CD^2}{2 \cdot BD \cdot BC} = \frac{a^2 + c^2 + a^2 + b^2 - b^2 - c^2}{2 \cdot \sqrt{a^2 + c^2} \cdot \sqrt{a^2 + b^2}} = \frac{a^2}{\sqrt{a^2 + c^2} \cdot \sqrt{a^2 + b^2}} > 0,$$

$$\cos C = \frac{BC^2 + CD^2 - BD^2}{2 \cdot BC \cdot CD} = \frac{a^2 + b^2 + b^2 + c^2 - a^2 - c^2}{2 \cdot \sqrt{a^2 + b^2} \cdot \sqrt{b^2 + c^2}} = \frac{b^2}{\sqrt{a^2 + b^2} \cdot \sqrt{b^2 + c^2}} > 0$$

Từ đó suy ra các góc B, C, D là các góc nhọn hay tam giác BCD là tam giác nhọn.

Câu 6. [NB] Tính đạo hàm của hàm số $y = x^3 - 2x^2 + 2$ tại điểm $x_0 = 2$.

A. $y'(x_0) = 1$.

B. $y'(x_0) = 4$.

C. $y'(x_0) = 7$.

D. $y'(x_0) = -2$.

Lời giải

Xét hàm số $y = x^3 - 2x^2 + 2$

$$y'(x_0) = 3x_0^2 - 4x_0 \Rightarrow y'(2) = 3 \cdot 2^2 - 4 \cdot 2 = 4.$$

Câu 7. [VD] Cho tứ diện $ABCD$ có $AC = AD = BC = BD = a$ và $AB = x$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AB, CD . Biết rằng $(ACD) \perp (BCD)$ và $(ABC) \perp (ABD)$. Khi đó x bằng

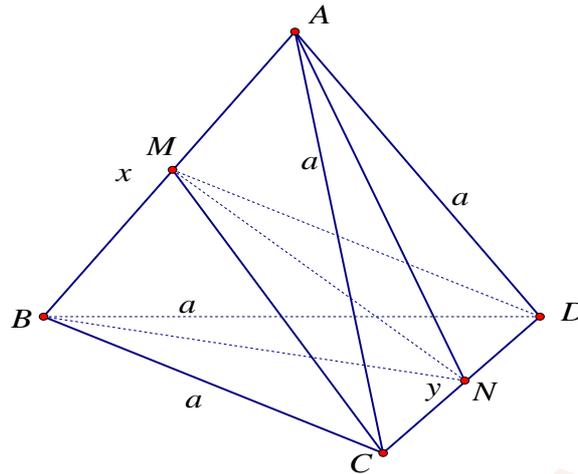
A. $\frac{a\sqrt{3}}{3}$.

B. $\frac{a}{3}$.

C. $\frac{2a\sqrt{3}}{3}$.

D. $\frac{2a}{3}$.

Lời giải



Đặt $CD = y$.

Ta có M, N lần lượt là trung điểm của AB, CD .

Mà tam giác BCD cân tại $B \Rightarrow BN \perp CD$, tam giác ADB cân tại $A \Rightarrow DM \perp AB$.

$(ACD) \perp (BCD)$ và $(ABC) \perp (ABD)$

$(ACD) \cap (BCD) = CD, (ABC) \cap (ABD) = AB$

Suy ra $BN \perp (ACD) \Rightarrow BN \perp AN, DM \perp (ABC) \Rightarrow DM \perp CM$

Suy ra $\widehat{ANB} = \widehat{CMD} = 90^\circ$.

Ta có các tam giác BNC vuông tại N , AND vuông tại N và tam giác DMB , tam giác CMB

vuông tại M , suy ra : $AN^2 = BN^2 = a^2 - \frac{y^2}{4}$ và $CM^2 = DM^2 = a^2 - \frac{x^2}{4}$

Mà $\widehat{ANB} = 90^\circ \Rightarrow x^2 = 2\left(a^2 - \frac{y^2}{4}\right); \widehat{CMD} = 90^\circ \Rightarrow y^2 = 2\left(a^2 - \frac{x^2}{4}\right)$.

Suy ra $x^2 = y^2 = \frac{4a^2}{3} \Rightarrow x = \frac{2a\sqrt{3}}{3}$.

Câu 8. [TH] Cho hình chóp tam giác đều $S.ABC$ có $AB = a$ và chiều cao của hình chóp bằng $\frac{a}{6}$. Góc giữa mặt bên và mặt đáy của hình chóp đã cho bằng

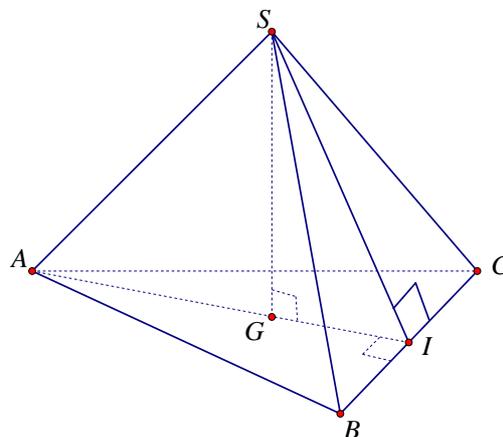
A. 30° .

B. 60° .

C. 45° .

D. 90° .

Lời giải



Gọi G là trọng tâm tam giác ABC . Vì hình chóp $S.ABC$ là hình chóp tam giác đều suy ra

SG là đường cao của hình chóp và $SG = \frac{a}{6}$.

$S.ABC$ là hình chóp tam giác đều nên góc giữa các mặt bên và mặt đáy đều bằng nhau. Ta xét góc giữa mặt bên (SBC) và mặt đáy (ABC) .

Gọi I là trung điểm của $BC \Rightarrow ((SBC), (ABC)) = \widehat{SIA}$.

Xét tam giác SGI vuông tại G suy ra $\tan \widehat{SIG} = \frac{SG}{GI}$.

$$\text{Mà } GI = \frac{1}{3} AI = \frac{1}{3} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{a\sqrt{3}}{6}, \quad SG = \frac{a}{6} \Rightarrow \tan \widehat{SIG} = \frac{\frac{a}{6}}{\frac{a\sqrt{3}}{6}} = \frac{1}{\sqrt{3}} \Rightarrow \widehat{SIG} = 30^\circ.$$

Câu 9. [NB] Tính đạo hàm của hàm số $y = \sin x + 2 \cos x$

A. $y' = \cos x + 2 \sin x$.

B. $y' = -\cos x - 2 \sin x$.

C. $y' = \cos x - 2 \sin x$.

D. $y' = -\cos x + 2 \sin x$.

Lời giải

Ta có: $y' = (\sin x + 2 \cos x)' = \cos x - 2 \sin x$.

Câu 10. [TH] Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành tâm O . Biết $SA = SC$ và $SB = SD$. Tìm khẳng định đúng trong các khẳng định sau

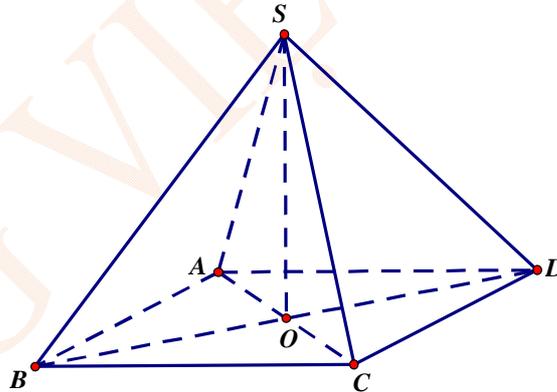
A. $SA \perp (ABCD)$.

B. $SC \perp (ABCD)$.

C. $SB \perp (ABCD)$.

D. $SO \perp (ABCD)$.

Lời giải



Do O là tâm của hình bình hành $ABCD$ nên O là trung điểm của AC và BD .

Do $SA = SC$ nên tam giác SAC cân tại $S \Rightarrow SO \perp AC$ (1)

Do $SB = SD$ nên tam giác SBD cân tại $S \Rightarrow SO \perp BD$ (2)

Từ (1) và (2) suy ra $SO \perp (ABCD)$.

Câu 11. [TH] Tính $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{x^2 + 1}}{3 - 2x}$.

A. $-\frac{1}{2}$.

B. $\frac{1}{3}$.

C. $-\infty$.

D. $\frac{1}{2}$.

Lời giải

Ta có:

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{x^2+1}}{3-2x} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{x^2 \left(1 + \frac{1}{x^2}\right)}}{3-2x} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{|x| \sqrt{1 + \frac{1}{x^2}}}{3-2x} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-x \sqrt{1 + \frac{1}{x^2}}}{3-2x} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-\sqrt{1 + \frac{1}{x^2}}}{\frac{3}{x} - 2} = \frac{-1}{-2} = \frac{1}{2}.$$

Câu 12. [TH] Cho hàm số $f(x) = 4x^3 - 6\sqrt{6}x^2 + 3m^2x - 5$. Số giá trị nguyên của tham số m để phương trình $f'(x) = 0$ có nghiệm là

A. 7.

B. 5.

C. 4.

D. 6.

Lời giải

Ta có:

$$f'(x) = 12x^2 - 12\sqrt{6}x + 3m^2$$

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow 12x^2 - 12\sqrt{6}x + 3m^2 = 0 \Leftrightarrow 4x^2 - 4\sqrt{6}x + m^2 = 0$$

$$f'(x) = 0 \text{ có nghiệm khi } \Delta' \geq 0 \Leftrightarrow (-2\sqrt{6})^2 - 4m^2 \geq 0 \Leftrightarrow 24 - 4m^2 \geq 0 \Leftrightarrow -\sqrt{6} \leq m \leq \sqrt{6}.$$

Do $m \in \mathbb{Z}$ nên $m \in \{-2, -1, 0, 1, 2\}$.

Vậy có 5 giá trị của m thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 13. [TH] Cho $f(x) = (x-2)^5$. Tính $f''(3)$.

A. -20.

B. 20.

C. 27.

D. -27.

Lời giải

$$f'(x) = 5(x-2)^4 \cdot (x-2)' = 5(x-2)^4.$$

$$f''(x) = 5 \cdot 4(x-2)^3 \cdot (x-2)' = 20(x-2)^3.$$

$$\text{Vậy } f''(3) = 20 \cdot 1^3 = 20$$

Câu 14. [TH] Cho hình chóp $S.ABCD$ có các cạnh bên và cạnh đáy đều bằng a . Gọi M là trung điểm SA . Mặt phẳng (MBD) vuông góc với mặt phẳng nào dưới đây?

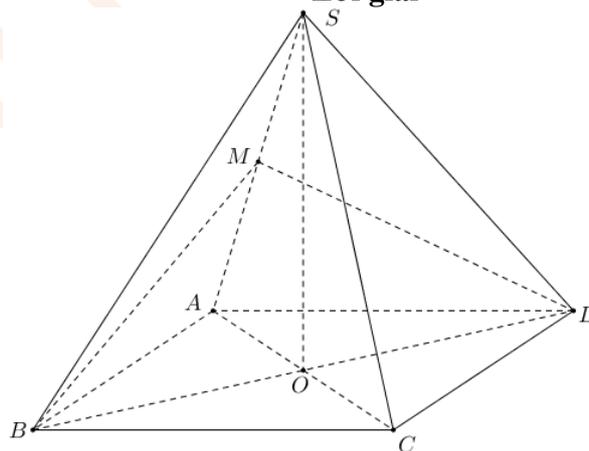
A. (SBC) .

B. (SAC) .

C. (SBD) .

D. $(ABCD)$.

Lời giải



Hình chóp $S.ABCD$ có các cạnh bên và cạnh đáy đều bằng a suy ra $S.ABCD$ là hình chóp đều.

Gọi O là giao điểm của AC và BD suy ra O là tâm hình vuông $ABCD \Rightarrow SO \perp (ABCD)$.

$BD \perp AC$ (do $ABCD$ là hình vuông)

$BD \perp SO$ (do $SO \perp (ABCD)$)

$$\Rightarrow BD \perp (SAC).$$

$$\text{Mà } BD \subset (MBD) \Rightarrow (MBD) \perp (SAC).$$

Câu 15. [NB] Tính $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1-3x}{2x+3}$.

A. -3 .

B. $\frac{1}{2}$.

C. $-\frac{3}{2}$.

D. $-\infty$.

Lời giải

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1-3x}{2x+3} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\frac{1}{x}-3}{2+\frac{3}{x}} = -\frac{3}{2}.$$

Câu 16. [TH] Cho tứ diện $ABCD$, gọi M, N, I lần lượt là trung điểm của AC, BD, MN . Tìm khẳng định đúng trong các khẳng định sau.

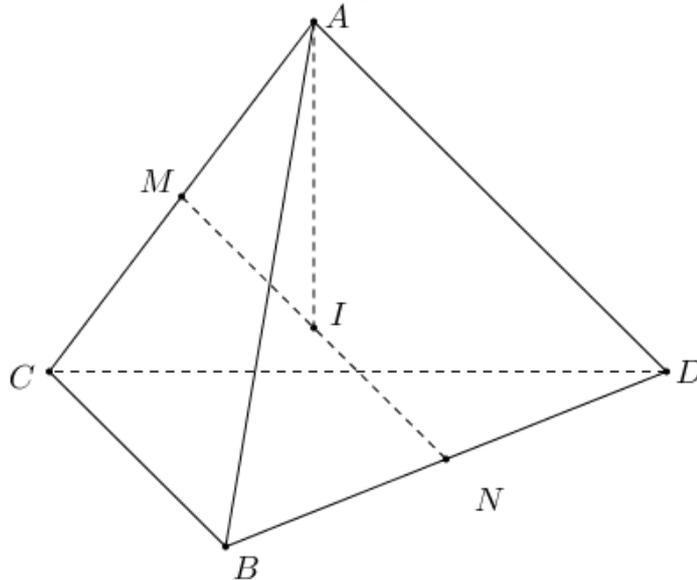
A. $\vec{AI} = \frac{1}{3}(\vec{AB} + \vec{AC} + \vec{AD})$.

B. $\vec{AI} = \frac{2}{3}(\vec{AB} + \vec{AC} + \vec{AD})$.

C. $\vec{AI} = \frac{1}{4}(\vec{AB} + \vec{AC} + \vec{AD})$.

D. $\vec{AI} = \frac{1}{2}(\vec{AB} + \vec{AC} + \vec{AD})$.

Lời giải



Vì I là trung điểm của $MN \Rightarrow \vec{AI} = \frac{1}{2}(\vec{AM} + \vec{AN})$.

Vì M là trung điểm của $AC \Rightarrow \vec{AM} = \frac{1}{2}\vec{AC}$.

Vì N là trung điểm của $BD \Rightarrow \vec{AN} = \frac{1}{2}(\vec{AB} + \vec{AD})$.

Vậy $\vec{AI} = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}\vec{AC} + \frac{1}{2}(\vec{AB} + \vec{AD})\right) = \frac{1}{4}(\vec{AB} + \vec{AC} + \vec{AD})$.

Câu 17. [TH] Cho hàm số $f(x) = 2x + \frac{5}{x} - \frac{2}{3x^3} + 2$. Phương trình $f'(x) = 0$ có tất cả bao nhiêu nghiệm?

A. 3.

B. 2.

C. 1.

D. 4.

Lời giải

Với $x \neq 0$, ta có: $f'(x) = 2 - \frac{5}{x^2} + \frac{2}{x^4}$, suy ra $f'(x) = 0 \Leftrightarrow 2 - \frac{5}{x^2} + \frac{2}{x^4} = 0$.

Đặt $t = \frac{1}{x^2}$, ($t > 0$), ta được phương trình $2t^2 - 5t + 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 2 \\ t = \frac{1}{2} \end{cases}$.

Với $t = 2$, ta có: $\frac{1}{x^2} = 2 \Leftrightarrow x = \pm \frac{\sqrt{2}}{2}$.

Với $t = \frac{1}{2}$, ta có: $\frac{1}{x^2} = \frac{1}{2} \Leftrightarrow x = \pm \sqrt{2}$.

Câu 18. [TH] Cho hàm số $f(x) = \frac{1}{x(2-2x)}$. Tính $f''\left(\frac{1}{2}\right)$.

A. 24.

B. 16.

C. 48.

D. 32.

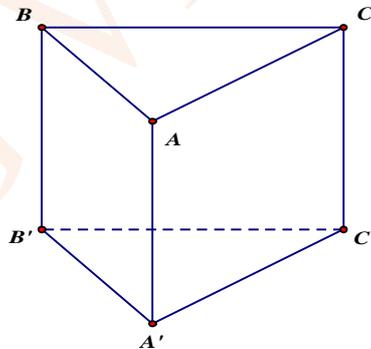
Lời giải

Với $x \neq 0, x \neq 1$, ta có: $f(x) = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{1-x} + \frac{1}{x} \right)$.

Suy ra $f'(x) = \frac{1}{2} \left[\frac{1}{(1-x)^2} - \frac{1}{x^2} \right]$ và $f''(x) = \frac{1}{2} \left[\frac{2}{(1-x)^3} + \frac{2}{x^3} \right] = \frac{1}{(1-x)^3} + \frac{1}{x^3}$.

Do đó $f''\left(\frac{1}{2}\right) = 16$.

Câu 19. [NB] Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có các mặt bên là các hình chữ nhật. Tính $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{CC'} + \overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{BB'} + \overrightarrow{BC} \cdot \overrightarrow{AA'}$.

A. $(AA')^2$.B. $3(AA')^2$.C. $2(AA')^2$.**D. 0.****Lời giải**

Vì các mặt bên của hình lăng trụ là hình chữ nhật nên đây là hình lăng trụ đứng.

Suy ra: $\overrightarrow{AB} \perp \overrightarrow{CC'}$, $\overrightarrow{AC} \perp \overrightarrow{BB'}$, $\overrightarrow{BC} \perp \overrightarrow{AA'}$.

Do đó: $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{CC'} + \overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{BB'} + \overrightarrow{BC} \cdot \overrightarrow{AA'} = 0$.

Câu 20. [TH] Tính $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x^2 + 2x + 3} - x)$.

A. 2.

B. 0.

C. 1.D. $+\infty$.**Lời giải**

Ta có: $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x^2 + 2x + 3} - x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x + 3}{\sqrt{x^2 + 2x + 3} + x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2 + \frac{3}{x}}{\sqrt{1 + \frac{2}{x} + \frac{3}{x^2}} + 1} = 1$.

Câu 21. [TH] Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác cân tại A , $AB = a$ và $\widehat{ABC} = 30^\circ$. Biết $SA \perp (ABC)$. Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng SA và BC .

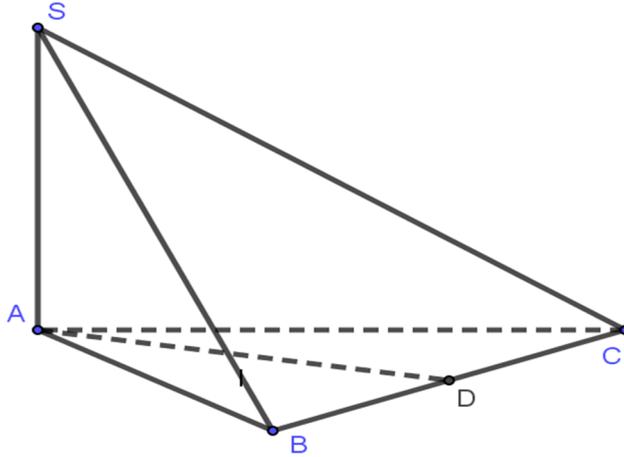
A. $\frac{a}{2}$.

B. a .

C. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$.

D. $a\sqrt{3}$.

Lời giải



Gọi D là trung điểm của BC , vì tam giác ABC cân tại A suy ra $AD \perp BC$.
Mặt khác: $SA \perp (ABC) \Rightarrow SA \perp AD$

Khi đó: $\begin{cases} AD \perp SA \\ AD \perp BC \end{cases}$

Suy ra $d(SA, BC) = AD = AB \cdot \sin 30^\circ = a \cdot \frac{1}{2} = \frac{a}{2}$.

Câu 22. [TH] Cho $f(x) = \cos 3x$. Tính $f'\left(-\frac{\pi}{3}\right) + f'\left(\frac{\pi}{2}\right)$.

A. 3.

B. -3.

C. 0.

D. 6.

Lời giải

Ta có $f'(x) = -3 \sin 3x$. Suy ra $f'\left(-\frac{\pi}{3}\right) + f'\left(\frac{\pi}{2}\right) = -3 \sin(-\pi) - 3 \sin \frac{3\pi}{2} = 3$.

Câu 23. [TH] Tìm đạo hàm y' của hàm số $y = \frac{\sqrt{1-2x}}{1+x}$.

A. $y' = \frac{x-2}{(1+x)^2 \sqrt{1-2x}}$.

B. $y' = \frac{-1+3x}{2(1+x)^2 \sqrt{1-2x}}$.

C. $y' = \frac{x+2}{(1+x)^2 \sqrt{1-2x}}$.

D. $y' = \frac{x-2}{2(1+x)^2 \sqrt{1-2x}}$.

Lời giải

Ta có $y' = \frac{(\sqrt{1-2x})' \cdot (1+x) - \sqrt{1-2x} \cdot (1+x)'}{(1+x)^2}$

$$y' = \frac{\frac{-1}{\sqrt{1-2x}} - \sqrt{1-2x}}{(1+x)^2}$$

$$y' = \frac{-1-x-1+2x}{(1+x)^2 \sqrt{1-2x}}. \text{ Vậy } y' = \frac{x-2}{(1+x)^2 \sqrt{1-2x}}.$$

Câu 24. [VD] Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B và $AB=3, BC=4$. Biết $(SBC) \perp (ABC)$ và $SB=2\sqrt{3}, \widehat{SBC}=30^\circ$. Tính khoảng cách từ B đến (SAC) .

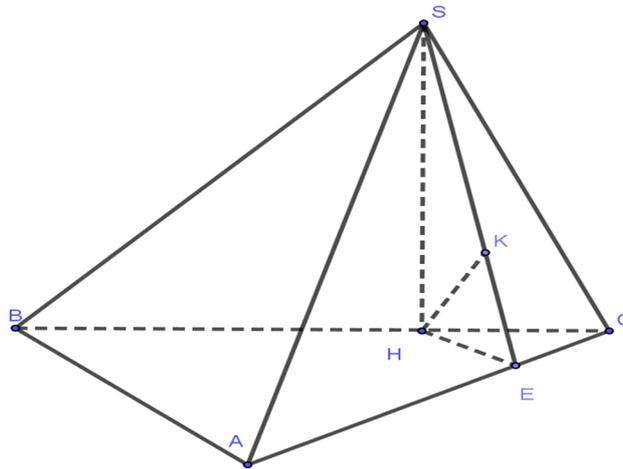
A. $\frac{\sqrt{7}}{6}$.

B. $\frac{3\sqrt{7}}{14}$.

C. $\frac{6\sqrt{7}}{7}$.

D. $\frac{5\sqrt{7}}{12}$.

Lời giải



Xét tam giác SBC có: $SC^2 = BS^2 + BC^2 - 2BS \cdot BC \cdot \cos 30^\circ$

$$SC^2 = (2\sqrt{3})^2 + 4^2 - 2 \cdot 2\sqrt{3} \cdot 4 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 4 \Rightarrow SC = 2.$$

Nhận thấy: $BC^2 = SB^2 + SC^2 \Rightarrow \triangle BSC$ vuông tại S .

Ta có $(SBC) \perp (ABC)$ theo giao tuyến là BC .

Kẻ $SH \perp BC$ suy ra $SH \perp (ABC)$.

Trong tam giác vuông BSC có: $HS = \frac{SB \cdot SC}{BC} = \frac{2\sqrt{3} \cdot 2}{4} = \sqrt{3}$, $HB = \frac{BS^2}{BC} = \frac{(2\sqrt{3})^2}{4} = 3$ và

$$HC = \frac{SC^2}{BC} = \frac{2^2}{4} = 1.$$

Khi đó: $d(B, (SAC)) = 4 \cdot d(H, (SAC))$.

Kẻ $HE \perp AC$ và $HK \perp SE$.

Ta có: $\begin{cases} AC \perp HE \\ AC \perp SH \end{cases} \Rightarrow AC \perp (SHE)$

Khi đó: $\begin{cases} HK \perp SE \\ HK \perp AC \end{cases} \Rightarrow HK \perp (SAC)$, suy ra $d(H, (SAC)) = HK$.

$$\text{Mà } \sin \widehat{ACB} = \frac{HE}{HC} = \frac{AB}{AC} \Rightarrow HE = \frac{HC \cdot AB}{AC} = \frac{1 \cdot 3}{\sqrt{3^2 + 4^2}} = \frac{3}{5}.$$

$$\text{Vậy } d(B, (SAC)) = 4 \cdot d(H, (SAC)) = 4HK = 4 \cdot \frac{HE \cdot HS}{\sqrt{HE^2 + HS^2}} = \frac{6\sqrt{7}}{7}.$$

Câu 25. [TH] Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O . Trong các khẳng định sau, khẳng định nào sai?

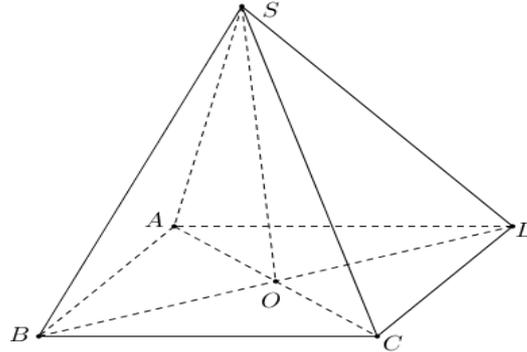
A. $\vec{SA} + \vec{SB} + \vec{SC} + \vec{SD} = 4\vec{SO}$.

B. $\vec{SA} - \vec{SB} + \vec{SC} - \vec{SD} = \vec{0}$.

C. $\vec{SA} + \vec{SB} + \vec{SC} + \vec{SD} = \vec{0}$.

D. $\vec{OA} + \vec{OB} + \vec{OC} + \vec{OD} = \vec{0}$.

Lời giải



Ta có:

$$\vec{SA} + \vec{SB} + \vec{SC} + \vec{SD} = \vec{0}$$

$$\Leftrightarrow \vec{SO} + \vec{OA} + \vec{SO} + \vec{OB} + \vec{SO} + \vec{OC} + \vec{SO} + \vec{OD} = \vec{0}$$

$$\Leftrightarrow 4\vec{SO} + (\vec{OA} + \vec{OB} + \vec{OC} + \vec{OD}) = \vec{0}$$

$$\Leftrightarrow 4\vec{SO} + \vec{0} = \vec{0}$$

$$\Leftrightarrow \vec{SO} = \vec{0} \text{ (vô lý)}$$

- Câu 26. [TH] Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Góc giữa hai vectơ \vec{BD} và $\vec{B'C}$ bằng

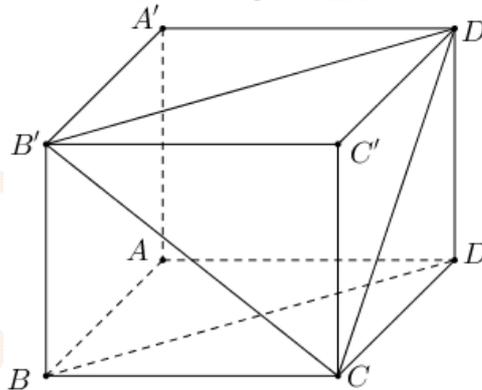
A. 60° .

B. 120° .

C. 45° .

D. 90° .

Lời giải



$$\text{Vì } BD // B'D' \Rightarrow (\widehat{B'C, BD}) = (\widehat{B'C, B'D'}).$$

Do $ABCD.A'B'C'D'$ là hình lập phương nên tam giác $B'D'C$ là tam giác đều.

$$\Rightarrow (\widehat{B'C, B'D'}) = \widehat{CB'D'} = 60^\circ.$$

$$\text{Vậy } (\widehat{B'C, BD}) = 60^\circ.$$

- Câu 27. [TH] Tính $\lim \left(\frac{1}{n^2+4} + \frac{2}{n^2+4} + \frac{3}{n^2+4} + \dots + \frac{2n+4}{n^2+4} \right)$.

A. $\frac{1}{2}$.

B. 0.

C. 1.

D. 2.

Lời giải

Ta có:

$$\lim \left(\frac{1}{n^2+4} + \frac{2}{n^2+4} + \frac{3}{n^2+4} + \dots + \frac{2n+4}{n^2+4} \right) = \lim \left(\frac{1+2+3+\dots+2n+4}{n^2+4} \right)$$

$$= \lim \left(\frac{(1+2n+4).(2n+4)}{n^2+4} \right) = \lim \frac{(2n+5).(n+2)}{n^2+4} = \lim \frac{\left(2+\frac{5}{n}\right)\left(1+\frac{2}{n}\right)}{1+\frac{4}{n^2}} = 2.$$

Câu 28. [NB] Tìm $\lim \frac{4n-1}{n+2}$

A. 2.

B. 4.

C. -1.

D. -4.

Lời giải

Ta có: $\lim \frac{4n-1}{n+2} = \lim \frac{4-\frac{1}{n}}{1+\frac{2}{n}} = 4.$

Câu 29. [TH] Trong mặt phẳng Oxy , cho parabol $(P): y = 2x^2 + 3x - 5$. Gọi d là tiếp tuyến của (P) tại giao điểm của (P) với trục Oy . Khi đó d có hệ số góc bằng

A. -1.

B. -5.

C. 4.

D. 3.**Lời giải**

Gọi $M(x_0; y_0)$ là tiếp điểm.

Theo bài ra: $M = Oy \cap (P) \Rightarrow x_0 = 0.$

Ta có: $y' = 4x + 3$

\Rightarrow hệ số góc của tiếp tuyến d là: $k = y'(0) = 3.$

Câu 30. [TH] Viết phương trình tiếp tuyến của đường cong $y = 2x^3$ tại điểm có hoành độ bằng 1.

A. $y = 6x + 4.$ B. $y = -6x - 8.$ **C. $y = 6x - 4.$** D. $y = 6x - 8.$ **Lời giải**

Gọi $M(x_0; y_0)$ là tiếp điểm.

Theo bài ra ta có: $x_0 = 1 \Rightarrow y_0 = 2$

Mà: $y' = 6x \Rightarrow y'(1) = 6$

Phương trình tiếp tuyến của đường cong tại $M(1; 2)$ là: $y = 6(x - 1) + 2 = 6x - 4.$

Câu 31. [TH] Cho $\lim u_n = 5$, $\lim v_n = 13$ và $\lim(u_n + kv_n) = 2007$. Khi đó k bằng

A. $\frac{2002}{5}.$

B. 398.

C. $\frac{2007}{13}.$ **D. 154.****Lời giải**

Ta có: $\lim(u_n + kv_n) = 2007 \Leftrightarrow \lim u_n + \lim kv_n = 2017 \Leftrightarrow k \lim v_n = 2017 - \lim u_n$

$$\Leftrightarrow k = \frac{2007 - \lim u_n}{\lim v_n} = \frac{2007 - 5}{13} = 154$$

Câu 32. [TH] Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $\lim_{x \rightarrow +\infty} (x^3 + 3x) = -\infty.$ **B. $\lim_{x \rightarrow +\infty} (x^3 + 3x) = +\infty.$** C. $\lim_{x \rightarrow +\infty} (x^3 + 3x) = 3.$ D. $\lim_{x \rightarrow +\infty} (x^3 + 3x) = 1.$ **Lời giải**

Ta có: $\lim_{x \rightarrow +\infty} (x^3 + 3x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} x^3 \left(1 + \frac{3}{x^2}\right) = +\infty$ (Vì $\lim_{x \rightarrow +\infty} x^3 = +\infty$ và $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(1 + \frac{3}{x^2}\right) = 1$).

Câu 33. [TH] Trong mặt phẳng Oxy , cho đồ thị $(C): y = \frac{1}{3}x^3 + x + 1$. Gọi d là tiếp tuyến của (C) tại điểm $(0;1)$. Góc giữa d và trục Ox bằng

A. 45° .**B.** 60° .**C.** 120° .**D.** 135° .**Lời giải**

$$y = \frac{1}{3}x^3 + x + 1 \Rightarrow y' = x^2 + 1 \Rightarrow y'(0) = 1.$$

Góc giữa d và trục Ox bằng $\varphi = \arctan y'(0) = \arctan 1 = 45^\circ$.

Câu 34. [NB] Cho tứ diện $ABCD$. Gọi G là trọng tâm tam giác ABC và M là trung điểm của CD . Tìm đẳng thức đúng trong các đẳng thức sau.

A. $\overline{MA} + \overline{MB} + \overline{MC} = -3\overline{MG}$.**B.** $\overline{MA} + \overline{MB} + \overline{MC} = 3\overline{MD}$.**C.** $\overline{MA} + \overline{MB} + \overline{MC} = -3\overline{MD}$.**D.** $\overline{MA} + \overline{MB} + \overline{MC} = 3\overline{MG}$.**Lời giải**

Gọi G là trọng tâm tam giác ABC thì $\overline{MA} + \overline{MB} + \overline{MC} = 3\overline{MG} (\forall M)$.

Câu 35. [TH] Cho hàm số $y = \frac{1}{3\cos^2 3x}$. Tìm hệ thức đúng trong các hệ thức sau.

A. $y = 3y' \cdot \tan 3x$.**B.** $y' = 6y \cdot \cos 3x$.**C.** $y' = 6y \cdot \cot 3x$.**D.** $y' = 6y \cdot \tan 3x$.**Lời giải**

$$\text{Ta có: } y = \frac{1}{3\cos^2 3x} = \frac{1}{3} \tan^2 3x$$

$$\Rightarrow y' = \frac{2 \tan 3x}{\cos^2 3x} = 6 \tan 3x \cdot \frac{1}{3\cos^2 3x} \Rightarrow y' = 6y \cdot \tan 3x.$$

Câu 36. [NB] Cho $\lim u_n = -3$; $\lim v_n = 2$. Khi đó $\lim(u_n - v_n)$ bằng

A. -5 .**B.** -1 .**C.** 5 .**D.** 1 .**Lời giải**

$$\lim(u_n - v_n) = \lim u_n - \lim v_n = -3 - 2 = -5.$$

Câu 37. [TH] Cho hàm số $y = \sin^2 x$. Phương trình $y' = 0$ có bao nhiêu nghiệm thuộc đoạn $\left[-\frac{3\pi}{2}; \pi\right]$.

A. 6 .**B.** 7 .**C.** 3 .**D.** 4 .**Lời giải**

$$\text{Ta có: } y = \sin^2 x = \frac{1}{2}(1 - \cos 2x) \Rightarrow y' = \frac{1}{2} \cdot (2 \sin 2x) = \sin 2x.$$

$$y' = 0 \Rightarrow \sin 2x = 0 \Leftrightarrow 2x = k\pi \Leftrightarrow x = k \frac{\pi}{2} (k \in \mathbb{Z}).$$

$$\text{Do } x \in \left[-\frac{3\pi}{2}; \pi\right] \text{ nên } -\frac{3\pi}{2} \leq k \frac{\pi}{2} \leq \pi \Leftrightarrow -3 \leq k \leq 2. \text{ Suy ra: } k \in \{-3; -2; -1; 0; 1; 2\}.$$

Câu 38. [NB] Tính $\lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{2x+7}{x-3}$.

A. $+\infty$.**B.** $-\infty$.**C.** 0 .**D.** 2 .**Lời giải**

$$\text{Ta có: } \lim_{x \rightarrow 3^+} (2x+7) = 13 > 0, \lim_{x \rightarrow 3^+} (x-3) = 0, x \rightarrow 3^+ \Rightarrow x-3 > 0.$$

$$\text{Vậy, } \lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{2x+7}{x-3} = +\infty.$$

Câu 39. [TH] Trong các hàm số sau, hàm số nào có đạo hàm là $y' = \frac{\sin 2x - 2x}{2\sin^2 x}$ là.

A. $y = \frac{x + \cos x}{\sin x}$.

B. $y = x \cdot \cot x$.

C. $y = x \cdot \tan x$.

D. $y = \frac{x}{\sin x}$.

Lời giải

A. $y = \frac{x + \cos x}{\sin x}$

$$\Rightarrow y' = \frac{(1 - \sin x) \cdot \sin x - (x + \cos x) \cdot \cos x}{\sin^2 x} = \frac{\sin x - \sin^2 x - x \cdot \cos x - \cos^2 x}{\sin^2 x} = \frac{-1 + \sin x - x \cdot \cos x}{\sin^2 x}$$

B. $y = x \cdot \cot x$

$$\Rightarrow y' = \cot x + x \cdot \left(-\frac{1}{\sin^2 x}\right) = \frac{\cos x}{\sin x} - \frac{x}{\sin^2 x} = \frac{\sin x \cdot \cos x - x}{\sin^2 x} = \frac{\frac{1}{2} \sin 2x - x}{\sin^2 x} = \frac{\sin 2x - 2x}{2\sin^2 x}$$

C. $y = x \cdot \tan x$

$$\Rightarrow y' = \tan x + x \cdot \left(\frac{1}{\cos^2 x}\right) = \frac{\sin x}{\cos x} + \frac{x}{\cos^2 x} = \frac{\sin x \cdot \cos x + x}{\cos^2 x} = \frac{\frac{1}{2} \sin 2x + x}{\cos^2 x} = \frac{\sin 2x + 2x}{2\cos^2 x}$$

D. $y = \frac{x}{\sin x} \Rightarrow y' = \frac{\sin x - x \cdot \cos x}{\sin^2 x}$.

Câu 40. [NB] Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$. Mặt phẳng $(BCD'A')$ vuông góc với mặt phẳng nào trong các mặt phẳng dưới đây?

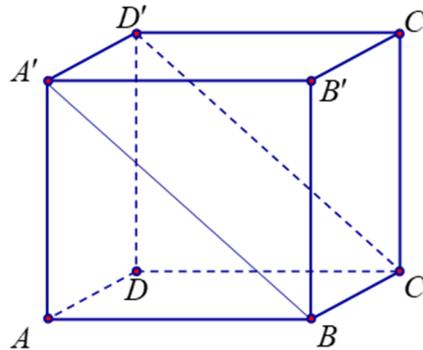
A. $(ADD'A')$.

B. $(ABB'A')$.

C. $(ABCD)$.

D. $(BCC'B')$.

Lời giải



Ta có: $ABCD.A'B'C'D'$ là hình hộp chữ nhật

$$\Rightarrow \begin{cases} BC \perp AB \\ BC \perp BB' \end{cases} \Rightarrow BC \perp (ABB'A') \Rightarrow (BCD'A') \perp (ABB'A')$$

Câu 41. [TH] Tìm đạo hàm cấp hai của hàm số $y = \frac{2}{x-1}$.

A. $y'' = \frac{-2}{(x-1)^3}$.

B. $y'' = \frac{-4}{(x-1)^3}$.

C. $y'' = \frac{2}{(x-1)^3}$.

D. $y'' = \frac{4}{(x-1)^3}$.

Lời giải

Áp dụng công thức $\left(\frac{1}{u}\right)' = -\frac{u'}{u^2}, (u \neq 0)$

A. $u_n = \left(\frac{3}{2}\right)^n$

B. $u_n = \left(-\frac{2}{3}\right)^n$

C. $u_n = \frac{2}{1+3n}$

D. $u_n = \frac{2n}{3+n^2}$

Lời giải

Ta có: $\lim\left(\frac{3}{2}\right)^n = +\infty$ (do dãy số có cơ số lớn hơn 1).

Câu 46. [VD] Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm trên tập \mathbb{R} . Đặt $g(x) = f(x) - f(3x)$. Biết $g'(1) = 1$ và $g'(3) = 3$. Tính đạo hàm của hàm số $f(x) - f(9x)$ tại $x=1$.

A. -8 .

B. 12 .

C. -15 .

D. 10 .

Lời giải

Do $g(x) = f(x) - f(3x) \Rightarrow g'(x) = f'(x) - 3f'(3x)$,

$g'(1) = 1 \Rightarrow 1 = f'(1) - 3f'(3)$ (1).

$g'(3) = 3 \Rightarrow 3 = f'(3) - 3f'(9) \Rightarrow 9 = 3f'(3) - 9f'(9)$ (2).

Cộng vế với vế của (1) và (2) ta có $10 = f'(1) - 9f'(9)$.

Đặt $h(x) = f(x) - f(9x) \Rightarrow h'(x) = f'(x) - 9f'(9x)$.

Suy ra $h'(1) = f'(1) - 9f'(9) = 10$.

Câu 47. [VD] Cho đồ thị $(C) y = f(x)$, biết tiếp tuyến của (C) tại điểm có hoành độ $x=1$ là đường thẳng $y = -2x + 5$. Tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = x^3 \cdot f(x)$ tại điểm có hoành độ $x=1$ có phương trình là

A. $y = 3x - 4$.

B. $y = 7x - 10$.

C. $y = 7x - 4$.

D. $y = 3x + 1$.

Lời giải

Tiếp tuyến của (C) tại điểm có hoành độ $x=1$ là đường thẳng $y = -2x + 5$ nên suy ra:

$f'(1) = -2$ và $f(1) = 3$.

Xét hàm số $y = x^3 \cdot f(x)$, ta có:

$y(1) = 1^3 \cdot f(1) = 3$

$y' = 3x^2 \cdot f(x) + f'(x) \cdot x^3$ suy ra $y'(1) = 3 \cdot f(1) + f'(1) \cdot 1 = 7$.

Phương trình tiếp tuyến tại điểm có $x=1$, $y=3$ và $y'(1)=7$ có dạng:

$y = 7(x-1) + 3 = 7x - 4$.

Câu 48. [VD] Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a . Biết SA vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$ và $SA = a\sqrt{2}$. Gọi H, K lần lượt là hình chiếu của A trên SB và SD .

Tính góc tạo bởi đường thẳng SD và mặt phẳng (AHK)

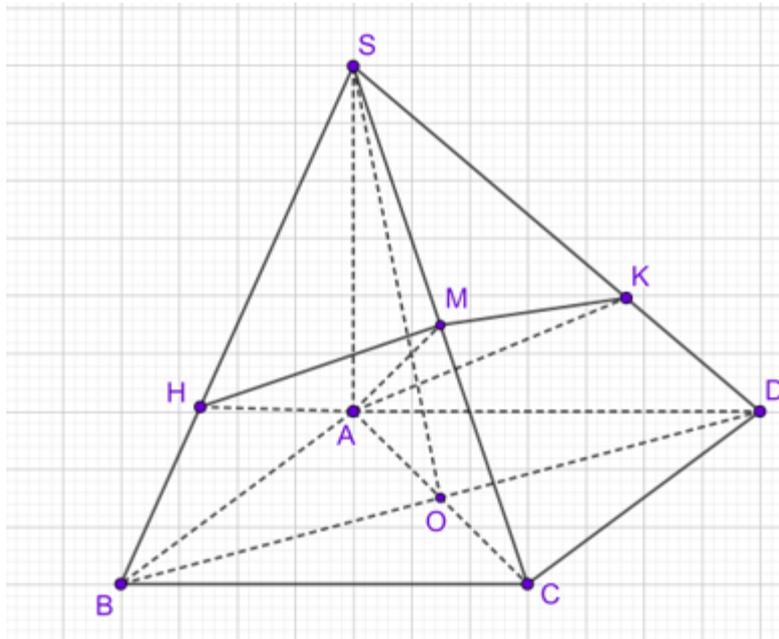
A. 60° .

B. 30° .

C. 45° .

D. 90° .

Lời giải



Ta có $AK \perp SD$ (1)

Mặt khác $CD \perp SA; CD \perp AD$

$$\Rightarrow CD \perp (SAD) \Rightarrow CD \perp AK \quad (2)$$

Từ (1) và (2) suy ra $AK \perp (SCD)$ hay $AK \perp SC$ (**)

Tương tự

Lại có $AH \perp SB$ (3)

Mặt khác $CB \perp SA; CB \perp AB$

$$\Rightarrow CB \perp (SBC) \Rightarrow CB \perp AH \quad (4)$$

Từ (3) và (4) suy ra $AH \perp (SBC)$ hay $AH \perp SC$ (**)

Từ (*) và (**) ta có $SC \perp (AHK)$

Xét tam giác SAC vuông tại A có $SA = AC = a\sqrt{2} \Rightarrow SC = 2a$.

Gọi M là giao điểm của SC với (AHK) suy ra $AM \perp SC$ hay $SM = MC = a$

Khi đó hình chiếu của SD lên (AHK) là MK .

$$\text{Suy ra } (\widehat{SD, (AHK)}) = (\widehat{SK, (AHK)}) = \widehat{SKM}.$$

Xét tam giác SAD vuông tại A , ta có:

$$SD = \sqrt{SA^2 + AD^2} = \sqrt{2a^2 + a^2} = a\sqrt{3}.$$

$$AK = \frac{SA \cdot AD}{SD} = \frac{a\sqrt{2} \cdot a}{a\sqrt{3}} = \frac{a\sqrt{6}}{3}.$$

Xét tam giác SAK vuông tại K , ta có:

$$SK = \sqrt{SA^2 - AK^2} = \sqrt{2a^2 - \frac{2a^2}{3}} = \frac{2a\sqrt{3}}{3}.$$

Xét tam giác SMK vuông tại M , ta có:

$$\sin \widehat{SKM} = \frac{SM}{SK} = \frac{a}{\frac{2a\sqrt{3}}{3}} = \frac{\sqrt{3}}{2}.$$

Suy ra $\widehat{SKM} = 60^\circ$.

Câu 49. [TH] Đạo hàm của hàm số $y = \sqrt{x^2 + 4x + 5}$ là

A. $y' = \frac{x+2}{\sqrt{x^2+4x+5}}$.

B. $y' = \frac{2x+4}{\sqrt{x^2+4x+5}}$.

C. $y' = \frac{x+2}{2\sqrt{x^2+4x+5}}$.

D. $y' = \frac{x+5}{2\sqrt{x^2+4x+5}}$.

Lời giải

Ta có $y = \sqrt{x^2 + 4x + 5} \Rightarrow y' = \frac{(x^2 + 4x + 5)'}{2\sqrt{x^2 + 4x + 5}} = \frac{x + 2}{\sqrt{x^2 + 4x + 5}}$.

Câu 50. [VD] Cho đa thức $P(x)$ thỏa mãn $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{P(x) - 2}{x - 3} = 2$. Tính $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{P(x) - 2}{(x^2 - 9)(\sqrt{P(x) + 2} + 1)}$

A. $\frac{1}{6}$.

B. $\frac{1}{12}$.

C. $\frac{1}{9}$.

D. $\frac{2}{9}$.

Lời giải

Cách 1: Vì $P(x)$ là đa thức và thỏa mãn $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{P(x) - 2}{x - 3} = 2$, nên ta chọn

$$P(x) - 2 = (x - 3)(x - 1).$$

Suy ra $P(x) - 2 = x^2 - 4x + 3 \Leftrightarrow P(x) = x^2 - 4x + 5$. Khi đó

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 3} \frac{P(x) - 2}{(x^2 - 9)(\sqrt{P(x) + 2} + 1)} &= \lim_{x \rightarrow 3} \frac{(x - 3)(x - 1)}{(x^2 - 9)(\sqrt{x^2 - 4x + 7} + 1)} \\ &= \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x - 1}{(x + 3)(\sqrt{x^2 - 4x + 7} + 1)} = \frac{1}{9} \end{aligned}$$

Cách 2: Vì $P(x)$ là đa thức và thỏa mãn $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{P(x) - 2}{x - 3} = 2$, nên

$$\lim_{x \rightarrow 3} (P(x) - 2) = 0 \Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow 3} P(x) = 2.$$

Khi đó

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 3} \frac{P(x) - 2}{(x^2 - 9)(\sqrt{P(x) + 2} + 1)} &= \lim_{x \rightarrow 3} \frac{P(x) - 2}{(x - 3)(x + 3)(\sqrt{P(x) + 2} + 1)} \\ &= \lim_{x \rightarrow 3} \frac{P(x) - 2}{x - 3} \cdot \lim_{x \rightarrow 3} \frac{1}{(x + 3)(\sqrt{P(x) + 2} + 1)} \\ &= 2 \cdot \frac{1}{18} = \frac{1}{9} \end{aligned}$$

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

KIỂM TRA HỌC KỲ II NĂM HỌC 2020 - 2021

Môn: TOÁN - Lớp 11 - Chương trình chuẩn

Thời gian: 90 phút (Không kể thời gian phát đề)

Mã đề thi

Họ và tên thí sinh:..... SBD:.....

- Câu 1.** Tính giới hạn sau: $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{n}{2n^2 + 1}$
- A. $\frac{1}{2}$. B. ∞ . C. 1. D. 0.
- Câu 2.** Tính giới hạn sau: $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^3 - 3x + 2}{x^2 - 4x + 4}$
- A. 1. B. $-\infty$. C. 0. D. $+\infty$.
- Câu 3.** Giới hạn dãy số (u_n) với $u_n = \frac{3n - n^4}{4n^4 - 5}$ là
- A. $-\infty$. B. $-\frac{1}{4}$. C. $\frac{3}{4}$. D. 0.
- Câu 4.** Cho biết $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{9x^2 - 5x + 1}}{a|x| - 7} = \frac{3}{4}$. Giá trị của a bằng
- A. 4. B. -4. C. 12. D. -12.
- Câu 5.** Giá trị của $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x+2}{x}$ bằng
- A. 3. B. 2. C. 0. D. 1.
- Câu 6.** Giới hạn: $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{\sqrt{3x+1} - 4}{3 - \sqrt{x+4}}$ có giá trị bằng:
- A. $-\frac{9}{4}$. B. -3. C. -18. D. $-\frac{3}{8}$.
- Câu 7.** Giới hạn $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{x+2} - 2}{x-2}$ bằng
- A. $\frac{1}{2}$. B. $\frac{1}{4}$. C. 0. D. 1.
- Câu 8.** Tính giới hạn $\lim_{x \rightarrow -2^-} \frac{3+2x}{x+2}$.
- A. $-\infty$. B. 2. C. $+\infty$. D. $\frac{3}{2}$.
- Câu 9.** Cho $L = \lim_{x \rightarrow m} \frac{2x^3 + (1-2m)x^2 - (m+3)x + 3m}{(x-m)^2}$. Tìm tất cả các giá trị nguyên của tham số m để L có giới hạn hữu hạn
- A. 1. B. 2. C. 0. D. Vô số.
- Câu 10.** Cho hàm số $f(x)$ xác định với mọi $x \neq 0$ thỏa mãn $f(x) + 2f\left(\frac{1}{x}\right) = 3x, x \neq 0$. Tính

$$\lim_{x \rightarrow \sqrt{2}} \frac{f(x)}{x - \sqrt{2}}$$

- A. -2. B. 0. C. 1. D. 2.

Câu 11. Hàm số nào sau đây gián đoạn tại $x=1$?

- A. $y = \cos x$. B. $y = x^2 - 4x + 2$. C. $y = \frac{3-2x}{x-1}$. D. $y = \frac{1}{x^2+1}$.

Câu 12. Tìm m để hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2+x-2}{x-1} & \text{khi } x \neq 1 \\ m+2 & \text{khi } x = 1 \end{cases}$ liên tục tại $x_0=1$.

- A. $m=1$. B. $m=2$. C. $m=0$. D. $m=3$.

Câu 13. Hàm số nào trong các hàm số dưới đây liên tục trên \mathbb{R} .

- A. $y = \sqrt{x^3+1}$. B. $\sqrt[3]{x-1}$. C. $y = \frac{x^3-1}{x-1}$. D. $y = \frac{\sin 3x}{\cos 3x+1}$.

Câu 14. Tính đạo hàm của hàm số $y = \sin 3x + x^3$

- A. $y' = \cos 3x + 3x^2$. B. $y' = 3\cos 3x + x^2$. C. $y' = 3\cos 3x + 3x^2$. D. $y' = \cos 3x + x^2$.

Câu 15. Tính đạo hàm của hàm số $y = 2\cos 2x - 1$

- A. $y' = -4\sin 2x$. B. $y' = -4\sin x$. C. $y' = -2\sin 2x - 1$. D. $y' = 2\sin 2x - 1$.

Câu 16. Tính đạo hàm của hàm số $y = (x^2+1)^2$

- A. $y = 2(x^2+1)$. B. $y = 2x^2(x^2+1)$. C. $y = 4x(x^2+1)$. D. $y = 2x(x^2+1)$.

Câu 17. Cho hai hàm số $f(x) = 3x^2$ và $g(x) = 5(3x-x^2)$. Tập nghiệm của bất phương trình $f'(x) < g'(x)$ là

- A. $\left(-\infty; \frac{15}{16}\right)$. B. $\left(-\frac{15}{16}; +\infty\right)$. C. $\left(-\infty; -\frac{15}{16}\right)$. D. $\left(\frac{15}{16}; +\infty\right)$.

Câu 18. Cho hàm số $y = (m+2)x^3 + \frac{3}{2}(m+2)x^2 + 3x - 1$, m là tham số. Số giá trị nguyên của m để $y' \geq 0, \forall x \in \mathbb{R}$ là

- A. 5. B. Vô số. C. 3. D. 4.

Câu 19. Một vật rơi tự do với phương trình chuyển động là $s(t) = \frac{1}{2}gt^2$ trong đó $g = 9,8 \text{ m/s}^2$ và t tính bằng giây. Vận tốc của vật tại thời điểm $t = 5$ giây là

- A. 49 m/s . B. 25 m/s . C. 10 m/s . D. 18 m/s .

Câu 20. Giới hạn $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{1 + \cos \pi x}{x^2 - 2x + 1}$ bằng

- A. Không tồn tại giới hạn. B. $\frac{\pi^2}{2}$.
C. $+\infty$. D. $\frac{493}{100}$.

Câu 21. Cho hàm số $y = \sin 2x \cdot \cos x$. Tính $y^{(4)}\left(\frac{\pi}{6}\right)$ có kết quả là:

- A. $\frac{1}{2}\left(3^4 + \frac{1}{2}\right)$. B. $\frac{1}{2}\left(3^4 - \frac{1}{2}\right)$. C. $\frac{1}{2}\left(-3^4 + \frac{1}{2}\right)$. D. $-\frac{1}{2}\left(3^4 + \frac{1}{2}\right)$.

Câu 22. Cho hàm số $f(x) = \left(\frac{1-\sqrt{x}}{1+\sqrt{x}}\right)^2$. Giá trị $f'(4)$.

- A. $-\frac{1}{27}$. B. $\frac{1}{54}$. C. $-\frac{1}{54}$. D. $\frac{1}{27}$.

Câu 23. Cho hàm số $y = \frac{x+2}{x-1}$. Tính $y'(3)$.

- A. $\frac{5}{2}$. B. $-\frac{3}{4}$. C. $-\frac{3}{2}$. D. $\frac{3}{4}$.

Câu 24. Cho hàm số $f(x) = \sqrt{2x-1}$. Tính $f''(1)$.

- A. -1 . B. $-\frac{1}{4}$. C. $\frac{1}{4}$. D. 0 .

Câu 25. Cho hàm số $y = \frac{2x+m+1}{x-1}$ (C_m). Tìm m để tiếp tuyến của (C_m) tại điểm có hoành độ $x_0 = 0$ đi qua $A(4;3)$

- A. $m = -\frac{16}{5}$. B. $m = -\frac{6}{5}$. C. $m = -\frac{1}{5}$. D. $m = -\frac{16}{15}$.

Câu 26. Cho hàm số $y = 2x^4 - 8x^2$ có đồ thị (C). Có bao nhiêu tiếp tuyến của đồ thị (C) song song với trục hoành?

- A. 0 . B. 3 . C. 1 . D. 2 .

Câu 27. Cho hàm số $f(x) = \frac{x^2+2x-1}{x-2}$ có đồ thị là (C). Phương trình tiếp tuyến của đồ thị (C) vuông góc với đường thẳng $d: y = \frac{1}{6}x + 2020$ có dạng $ax + by + c = 0$ với a, b nguyên tố cùng nhau.

Hãy tính giá trị của biểu thức $P = a + b + c$ biết rằng hoành độ tiếp điểm lớn hơn 2.

- A. -27 . B. 37 . C. 27 . D. -25 .

Câu 28. Cho hàm số $f(x) = \frac{2}{2x+5}$ có đồ thị là (C). Hệ số góc của tiếp tuyến với đồ thị (C) tại điểm có hoành độ bằng -2 bằng

- A. 4 . B. -2 . C. 2 . D. -4 .

Câu 29. Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 6x - 2$ tại điểm có hệ số góc nhỏ nhất.

- A. $y = 3x + 1$. B. $y = -3x + 1$. C. $y = -3x - 1$. D. $y = 3x - 1$.

Câu 30. Cho hai hàm số $f(x)$ và $g(x)$ đều có đạo hàm trên \mathbb{R} và thỏa mãn: $f^3(2-x) - 2f^2(2+3x) + x^2.g(x) + 36x = 0$, với $\forall x \in \mathbb{R}$. Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = f(x)$ tại điểm có hoành độ $x_0 = 2$.

- A. $y = x$. B. $y = x + 2$. C. $y = x - 2$. D. $y = -x$.

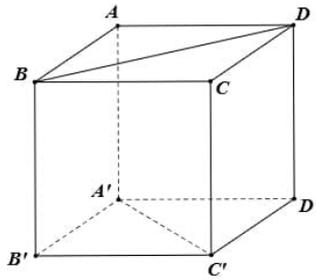
Câu 31. Mệnh đề nào sau đây SAI?

A. Trong không gian, nếu một đường thẳng vuông góc với một trong hai đường thẳng song song với nhau thì chúng cũng vuông góc với đường thẳng còn lại.

B. Trong không gian, nếu hai đường thẳng vuông góc với nhau thì tích vô hướng hai vectơ chỉ phương của chúng bằng 0.

C. Trong không gian, nếu hai đường thẳng phân biệt cùng vuông góc với đường thẳng thứ ba thì chúng song song với nhau.

- Câu 41.** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a tâm O . Cạnh bên $SA = 2a$ và vuông góc với mặt đáy $ABCD$. Gọi φ là góc giữa SO và mặt phẳng $(ABCD)$ thì
- A. $\tan \varphi = 2\sqrt{2}$. B. $\tan \varphi = \sqrt{3}$. C. $\tan \varphi = 2$. D. $\tan \varphi = 1$.
- Câu 42.** Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A . Mặt bên (SBC) là tam giác cân tại S , đường cao $SH = a\sqrt{3}$ ($H \in BC$), $BC = 3a$. Cạnh bên SA vuông góc với mặt đáy ABC . Gọi φ là góc giữa hai mặt phẳng (SBC) và (ABC) . Mệnh đề nào sau đây đúng?
- A. $\varphi = 60^\circ$. B. $\varphi = 45^\circ$. C. $\cos \varphi = \frac{\sqrt{2}}{3}$. D. $\varphi = 30^\circ$.
- Câu 43.** Cho hình chóp tam giác $S.ABC$, có ABC là tam giác đều cạnh a , $SA = SB = SC = a\sqrt{3}$. Tính \cos góc giữa SA và (ABC) .
- A. $\frac{2}{3}$. B. $\frac{1}{2}$. C. $\frac{\sqrt{2}}{2}$. D. $\frac{1}{3}$.
- Câu 44.** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật $AB = a, BC = 2a$. Cạnh bên SA vuông góc với đáy và $SA = a$. Tính góc giữa (SBC) và (SCD)
- A. $\arcsin\left(\frac{\sqrt{10}}{5}\right)$. B. $\arcsin\left(\frac{2\sqrt{5}}{5}\right)$. C. $\arccos\left(\frac{2\sqrt{5}}{5}\right)$. D. $\arccos\left(\frac{\sqrt{10}}{5}\right)$.
- Câu 45.** Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào **sai**? Cho tứ diện đều $ABCD$. Khoảng cách từ điểm D đến mặt phẳng (ABC) là:
- A. Độ dài đoạn DG với G là trọng tâm tam giác ABC .
 B. Độ dài đoạn DH với H là trực tâm tam giác ABC .
 C. Độ dài đoạn DK với K là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC .
 D. Độ dài đoạn DI với I là trung điểm cạnh BC .
- Câu 46.** Cho hình chóp đều $S.ABC$ có cạnh đáy bằng $3a$, cạnh bên bằng $2a$. Khoảng cách từ đỉnh S đến mặt phẳng (ABC) là:
- A. $\frac{3}{2}a$. B. a . C. $a\sqrt{2}$. D. $a\sqrt{3}$.
- Câu 47.** Cho hình chóp tam giác đều $S.ABC$ có cạnh đáy bằng $a\sqrt{2}$. Góc giữa mặt bên với mặt đáy bằng 60° . Khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng (SBC) bằng
- A. $\frac{3a}{4}$. B. $\frac{a\sqrt{2}}{4}$. C. $\frac{a}{4}$. D. $\frac{3a\sqrt{2}}{4}$.
- Câu 48.** Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ cạnh a . Mệnh đề nào dưới đây là **sai**?



A. $d(AB, CC') = a$. B. $d(A'D', BC') = a\sqrt{2}$. C. $d(A'C', BD) = a$. D. $d(A'C', DD') = \frac{a\sqrt{2}}{2}$.

Câu 49. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , cạnh bên $SA \perp (ABCD)$ và $SA = a$. Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng SB và AD .

A. $a\sqrt{2}$. B. $\frac{a\sqrt{2}}{2}$. C. $\frac{a}{2}$. D. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Câu 50. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật với $AB = a, BC = a\sqrt{3}$. Hai mặt phẳng (SAC) và (SBD) cùng vuông góc với đáy. Điểm I thuộc đoạn SC sao cho $SC = 3IC$. Khoảng cách giữa hai đường thẳng AI và SB biết rằng AI vuông góc với SC .

A. $\frac{a}{\sqrt{33}}$. B. $\frac{4a}{\sqrt{33}}$. C. $\frac{7a}{\sqrt{33}}$. D. $\frac{a}{3\sqrt{33}}$.

BẢNG ĐÁP ÁN

1.D	2.D	3.B	4.A	5.B	6.A	7. B	8. C	9. A	10.A
11.C	12.A	13.B	14.C	15.A	16.C	17.A	18.A	19.A	20.B
21.A	22.D	23.B	24.A	25.A	26.C	27.D	28.D	29.D	30.A
31.C	32.A	33.D	34.C	35.D	36.B	37.B	38.A	39.C	40.A
41.A	42.D	43.D	44.D	45.D	46.B	47.D	48.B	49.B	50.B

ĐÁP ÁN CHI TIẾT

Câu 1. Tính giới hạn sau: $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{n}{2n^2 + 1}$

A. $\frac{1}{2}$.

B. ∞ .

C. 1.

D. 0.

Lời giải

Chọn D

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{n}{2n^2 + 1} = \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{\frac{1}{n}}{2 + \frac{1}{n^2}} = 0.$$

Câu 2. Tính giới hạn sau: $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^3 - 3x + 2}{x^2 - 4x + 4}$

A. 1.

B. $-\infty$.

C. 0.

D. $+\infty$.

Lời giải

Chọn D

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^3 - 3x + 2}{x^2 - 4x + 4} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^3 \left(1 - \frac{3}{x^2} + \frac{2}{x^3}\right)}{x^2 \left(1 - \frac{4}{x} + \frac{4}{x^2}\right)} = \lim_{x \rightarrow +\infty} x \cdot \frac{\left(1 - \frac{3}{x^2} + \frac{2}{x^3}\right)}{\left(1 - \frac{4}{x} + \frac{4}{x^2}\right)} = +\infty.$$

$$\text{Vì } \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1 - \frac{3}{x^2} + \frac{2}{x^3}}{1 - \frac{4}{x} + \frac{4}{x^2}} = 1, \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} x = +\infty.$$

Câu 3. Giới hạn dãy số (u_n) với $u_n = \frac{3n - n^4}{4n^4 - 5}$ là

B. $-\infty$.

B. $-\frac{1}{4}$.

C. $\frac{3}{4}$.

D. 0.

Lời giải

Chọn B

$$\text{Ta có: } \lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{3n - n^4}{4n^4 - 5} = \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{\frac{3}{n^3} - 1}{4 - \frac{5}{n^4}} = -\frac{1}{4}.$$

Chọn C

Ta có: $\lim_{x \rightarrow -2^-} (3+2x) = -1 < 0$, $\lim_{x \rightarrow -2^-} (x+2) = 0$ và $x+2 < 0$ với mọi $x < -2$

nên $\lim_{x \rightarrow -2^-} \frac{3+2x}{x+2} = +\infty$.

Câu 9. Cho $L = \lim_{x \rightarrow m} \frac{2x^3 + (1-2m)x^2 - (m+3)x + 3m}{(x-m)^2}$. Tìm tất cả các giá trị nguyên của tham số m để

L có giới hạn hữu hạn

A. 1. **B.** 2. **C.** 0. **D.** Vô số.

Lời giải

Người làm: Võ Bá Huy ; Fb: Huy voba

Chọn A

Ta có $L = \lim_{x \rightarrow m} \frac{2x^3 + (1-2m)x^2 - (m+3)x + 3m}{(x-m)^2} = \lim_{x \rightarrow m} \frac{(x-m)(2x^2 + x - 3)}{(x-m)^2} = \lim_{x \rightarrow m} \frac{(2x^2 + x - 3)}{(x-m)}$

Để L có giới hạn hữu hạn thì m phải là nghiệm của phương trình $2x^2 + x - 3 = 0$

$$\Rightarrow 2m^2 + m - 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 1 \\ m = -\frac{3}{2} \end{cases} \text{ và } m \in \mathbb{Z} \Rightarrow m = 1.$$

Câu 10. Cho hàm số $f(x)$ xác định với mọi $x \neq 0$ thỏa mãn $f(x) + 2f\left(\frac{1}{x}\right) = 3x, x \neq 0$. Tính

$$\lim_{x \rightarrow \sqrt{2}} \frac{f(x)}{x - \sqrt{2}}$$

A. -2. **B.** 0. **C.** 1. **D.** 2.

Lời giải**Chọn A**

Ta có $f(x) + 2f\left(\frac{1}{x}\right) = 3x, x \neq 0$ (1)

$$\Rightarrow f\left(\frac{1}{x}\right) + 2f(x) = \frac{3}{x}, x \neq 0$$
 (2)

$$(1), (2) \Rightarrow \begin{cases} f(x) + 2f\left(\frac{1}{x}\right) = 3x \\ f\left(\frac{1}{x}\right) + 2f(x) = \frac{3}{x} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) + 2f\left(\frac{1}{x}\right) = 3x \\ 2f\left(\frac{1}{x}\right) + 4f(x) = \frac{6}{x} \end{cases} \Rightarrow f(x) = -x + \frac{2}{x}$$

$$\text{Do đó } \lim_{x \rightarrow \sqrt{2}} \frac{f(x)}{x - \sqrt{2}} = \lim_{x \rightarrow \sqrt{2}} \frac{-x + \frac{2}{x}}{x - \sqrt{2}} = \lim_{x \rightarrow \sqrt{2}} \frac{-(x - \sqrt{2})(x + \sqrt{2})}{x(x - \sqrt{2})} = \lim_{x \rightarrow \sqrt{2}} \frac{-(x + \sqrt{2})}{x} = -2.$$

Câu 11. Hàm số nào sau đây gián đoạn tại $x = 1$?

A. $y = \cos x$. B. $y = x^2 - 4x + 2$. C. $y = \frac{3-2x}{x-1}$. D. $y = \frac{1}{x^2+1}$.

Lời giải

Chọn C

Hàm số $y = \cos x$ là hàm lượng giác nên liên tục trên tập xác định \mathbb{R} .

Hàm số $y = x^2 - 4x + 2$ là hàm đa thức nên liên tục trên \mathbb{R} .

Hàm số $y = \frac{3-2x}{x-1}$ có tập xác định $D = \mathbb{R} \setminus \{1\}$ nên gián đoạn tại $x = 1$.

Hàm số $y = \frac{1}{x^2+1}$ là hàm phân thức hữu tỉ nên liên tục trên tập xác định của nó là \mathbb{R} .

Câu 12. Tìm m để hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2+x-2}{x-1} & \text{khi } x \neq 1 \\ m+2 & \text{khi } x = 1 \end{cases}$ liên tục tại $x_0 = 1$.

A. $m = 1$. B. $m = 2$. C. $m = 0$. D. $m = 3$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $f(1) = m + 2$

$$\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2+x-2}{x-1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-1)(x+2)}{x-1} = \lim_{x \rightarrow 1} (x+2) = 3$$

Hàm số liên tục tại $x_0 = 1$ khi và chỉ khi $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = f(1) \Leftrightarrow m + 2 = 3 \Leftrightarrow m = 1$.

Câu 13. Hàm số nào trong các hàm số dưới đây liên tục trên \mathbb{R} .

A. $y = \sqrt{x^3+1}$. B. $y = \sqrt[3]{x-1}$. C. $y = \frac{x^3-1}{x-1}$. D. $y = \frac{\sin 3x}{\cos 3x+1}$.

Lời giải

Chọn B

Hàm $y = \sqrt[3]{x-1}$ có tập xác định $D = \mathbb{R}$ và $\lim_{x \rightarrow x_0} \sqrt[3]{x-1} = \sqrt[3]{x_0-1}, \forall x_0 \in \mathbb{R}$, do đó hàm $y = \sqrt[3]{x-1}$ liên tục trên \mathbb{R} .

Hàm $y = \sqrt{x^3+1}$ có tập xác định là $D = [-1; +\infty)$.

Hàm $y = \frac{x^3-1}{x-1}$ có tập xác định là $D = \mathbb{R} \setminus \{1\}$.

Hàm số $y = \frac{\sin 3x}{\cos 3x+1}$ có tập xác định là $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{3} + \frac{k2\pi}{3} \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$.

Do đó các hàm ở câu A, C, D không liên tục trên \mathbb{R} .

Câu 14. Tính đạo hàm của hàm số $y = \sin 3x + x^3$

A. $y' = \cos 3x + 3x^2$. B. $y' = 3 \cos 3x + x^2$. C. $y' = 3 \cos 3x + 3x^2$. D. $y' = \cos 3x + x^2$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $y' = (\sin 3x + x^3)' = \cos 3x \cdot (3x)' + 3x^2 = 3 \cos 3x + 3x^2$.

Câu 15. Tính đạo hàm của hàm số $y = 2 \cos 2x - 1$

A. $y' = -4 \sin 2x$. **B.** $y' = -4 \sin x$. **C.** $y' = -2 \sin 2x - 1$. **D.** $y' = 2 \sin 2x - 1$.

Lời giải**Chọn A**

Ta có: $y' = (2 \cos 2x - 1)' = -2 \sin 2x \cdot (2x)' = -4 \sin 2x$.

Câu 16. Tính đạo hàm của hàm số $y = (x^2 + 1)^2$

A. $y = 2(x^2 + 1)$. **B.** $y = 2x^2(x^2 + 1)$. **C.** $y = 4x(x^2 + 1)$. **D.** $y = 2x(x^2 + 1)$.

Lời giải**Chọn C**

Ta có: $y' = [(x^2 + 1)^2]' = 2(x^2 + 1)(x^2 + 1)' = 2(x^2 + 1) \cdot 2x = 4x(x^2 + 1)$.

Câu 17. Cho hai hàm số $f(x) = 3x^2$ và $g(x) = 5(3x - x^2)$. Tập nghiệm của bất phương trình $f'(x) < g'(x)$ là

A. $\left(-\infty; \frac{15}{16}\right)$. **B.** $\left(-\frac{15}{16}; +\infty\right)$. **C.** $\left(-\infty; -\frac{15}{16}\right)$. **D.** $\left(\frac{15}{16}; +\infty\right)$.

Lời giải**Chọn A**

$f'(x) = 6x$.

$g'(x) = 5(3 - 2x) = 15 - 10x$.

$f'(x) < g'(x) \Leftrightarrow 6x < 15 - 10x \Leftrightarrow 16x < 15 \Leftrightarrow x < \frac{15}{16}$.

Tập nghiệm $S = \left(-\infty; \frac{15}{16}\right)$.

Câu 18. Cho hàm số $y = (m + 2)x^3 + \frac{3}{2}(m + 2)x^2 + 3x - 1$, m là tham số. Số giá trị nguyên của m để

$y' \geq 0, \forall x \in \mathbb{R}$ là

A. 5. **B.** Vô số. **C.** 3. **D.** 4.

Lời giải**Chọn A**

$y' = 3(m + 2)x^2 + 3(m + 2)x + 3$.

Xét $m + 2 = 0 \Leftrightarrow m = -2$ khi đó $y' = 3 > 0 \forall x \in \mathbb{R}$ (thỏa mãn).

Xét $m + 2 \neq 0 \Leftrightarrow m \neq -2$.

Khi đó

$$y' \geq 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow (m+2)x^2 + (m+2)x + 1 \geq 0 \quad \forall x \in \mathbb{R}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m+2 > 0 \\ \Delta = m^2 - 4 \leq 0 \\ m \in \mathbb{Z} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > -2 \\ -2 \leq m \leq 2 \\ m \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

$$\Rightarrow m \in \{-1, 0, 1, 2\}.$$

- Câu 19.** Một vật rơi tự do với phương trình chuyển động là $s(t) = \frac{1}{2}gt^2$ trong đó $g = 9,8 \text{ m/s}^2$ và t tính bằng giây. Vận tốc của vật tại thời điểm $t = 5$ giây là
- A.** 49 m/s . **B.** 25 m/s . **C.** 10 m/s . **D.** 18 m/s .

Lời giải

Chọn A

Vì $v(t) = s'(t)$ trong đó $v(t)$ là phương trình vận tốc chuyển động của vật nên

$$v(t) = \left(\frac{1}{2}gt^2 \right)' = gt.$$

Thay $t = 5$ vào biểu thức $v(t)$, ta được $v(5) = 9,8 \cdot 5 = 49 \text{ m/s}$.

Vậy vận tốc chuyển động của vật ở giây thứ 5 là 49 m/s .

- Câu 20.** Giới hạn $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{1 + \cos \pi x}{x^2 - 2x + 1}$ bằng

- A.** Không tồn tại giới hạn. **B.** $\frac{\pi^2}{2}$.
- C.** $+\infty$. **D.** $\frac{493}{100}$.

Lời giải

Chọn B

Khi $x \rightarrow 1$ thì giới hạn đã cho có dạng $\frac{0}{0}$, nên áp dụng phương pháp L'Hospital ta có

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{1 + \cos \pi x}{x^2 - 2x + 1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(1 + \cos \pi x)'}{(x^2 - 2x + 1)'} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{-\pi \sin \pi x}{2x - 2}.$$

Ở biểu thức cuối, khi $x \rightarrow 1$ giới hạn vẫn còn dạng $\frac{0}{0}$ nên tiếp tục áp dụng phương pháp

L'Hospital ta có

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{-\pi \sin \pi x}{2x - 2} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(-\pi \sin \pi x)'}{(2x - 2)'} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{-\pi^2 \cos \pi x}{2} = \frac{\pi^2}{2}.$$

- Câu 21.** Cho hàm số $y = \sin 2x \cdot \cos x$. Tính $y^{(4)}\left(\frac{\pi}{6}\right)$ có kết quả là:

- A.** $\frac{1}{2}\left(3^4 + \frac{1}{2}\right)$. **B.** $\frac{1}{2}\left(3^4 - \frac{1}{2}\right)$. **C.** $\frac{1}{2}\left(-3^4 + \frac{1}{2}\right)$. **D.** $-\frac{1}{2}\left(3^4 + \frac{1}{2}\right)$.

Lời giải

Chọn A

$$\text{Ta có: } y = \sin 2x \cdot \cos x = \frac{1}{2}(\sin 3x + \sin x).$$

Suy ra:

$$y' = \frac{1}{2}(3 \cos 3x + \cos x)$$

$$y'' = \frac{1}{2}(-9 \sin 3x - \sin x)$$

$$y''' = \frac{1}{2}(-27 \cos 3x - \cos x)$$

$$y^{(4)} = \frac{1}{2}(81 \sin 3x + \sin x)$$

$$\text{Vậy } y^{(4)}\left(\frac{\pi}{6}\right) = \frac{1}{2}\left(3^4 + \frac{1}{2}\right).$$

Câu 22. Cho hàm số $f(x) = \left(\frac{1-\sqrt{x}}{1+\sqrt{x}}\right)^2$. Giá trị $f'(4)$.

A. $-\frac{1}{27}$.

B. $\frac{1}{54}$.

C. $-\frac{1}{54}$.

D. $\frac{1}{27}$.

Lời giải

Chọn D

$$\begin{aligned} f'(x) &= 2 \left(\frac{1-\sqrt{x}}{1+\sqrt{x}} \right) \left(\frac{1-\sqrt{x}}{1+\sqrt{x}} \right)' \\ &= 2 \left(\frac{1-\sqrt{x}}{1+\sqrt{x}} \right) \left[\frac{\frac{-1}{2\sqrt{x}}(1+\sqrt{x}) - \frac{1}{2\sqrt{x}}(1-\sqrt{x})}{(1+\sqrt{x})^2} \right] \\ &= 2 \left(\frac{1-\sqrt{x}}{1+\sqrt{x}} \right) \left[\frac{-1}{\sqrt{x}(1+\sqrt{x})^2} \right] \end{aligned}$$

$$\text{Vậy } f'(4) = \frac{1}{27}.$$

Câu 23. Cho hàm số $y = \frac{x+2}{x-1}$. Tính $y'(3)$.

A. $\frac{5}{2}$.

B. $-\frac{3}{4}$.

C. $-\frac{3}{2}$.

D. $\frac{3}{4}$.

Lời giải

Chọn B

Cách 1: Ta có $y = \frac{x+2}{x-1} \Rightarrow y' = -\frac{3}{(x-1)^2}$. Vậy $y'(3) = -\frac{3}{(3-1)^2} = -\frac{3}{4}$.

Cách 2: Sử dụng máy tính bỏ túi:

Math ▲
 $\frac{d}{dx} \left(\frac{x+2}{x-1} \right) |_{x=3}$
 -0.75

Câu 24. Cho hàm số $f(x) = \sqrt{2x-1}$. Tính $f''(1)$.

- A.** -1. **B.** $-\frac{1}{4}$. **C.** $\frac{1}{4}$. **D.** 0.

Lời giải

Chọn A

$$\begin{aligned} \text{Ta có: } f(x) = \sqrt{2x-1} &\Rightarrow f'(x) = \frac{(2x-1)'}{2\sqrt{2x-1}} = \frac{1}{\sqrt{2x-1}} \\ \Rightarrow f''(x) &= \frac{-(\sqrt{2x-1})'}{2x-1} = \frac{-1}{(2x-1)\sqrt{2x-1}} = \frac{-1}{\sqrt{(2x-1)^3}}. \end{aligned}$$

Vậy $f''(1) = -1$.

Câu 25. Cho hàm số $y = \frac{2x+m+1}{x-1}$ (C_m). Tìm m để tiếp tuyến của (C_m) tại điểm có hoành độ $x_0 = 0$ đi qua $A(4;3)$

- A.** $m = -\frac{16}{5}$. **B.** $m = -\frac{6}{5}$. **C.** $m = -\frac{1}{5}$. **D.** $m = -\frac{16}{15}$.

Lời giải

Chọn A

TXĐ: $D = \mathbb{R} \setminus \{1\}$.

$$\text{Ta có: } y' = \frac{-m-3}{(x-1)^2}.$$

Vì $x_0 = 0 \Rightarrow y_0 = -m-1$, $y'(x_0) = -m-3$. Phương trình tiếp tuyến d của (C_m) tại điểm có hoành độ $x_0 = 0$ là: $y = (-m-3)x - m-1$.

Tiếp tuyến đi qua A khi và chỉ khi: $3 = (-m-3)4 - m-1 \Leftrightarrow m = -\frac{16}{5}$.

Câu 26. Cho hàm số $y = 2x^4 - 8x^2$ có đồ thị (C). Có bao nhiêu tiếp tuyến của đồ thị (C) song song với trục hoành?

- A.** 0. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 2.

Lời giải

Chọn C

Gọi $M(x_0; y_0)$ là tiếp điểm của đồ thị (C) với tiếp tuyến song song trục hoành.

Vì tiếp tuyến song song với trục hoành nên có hệ số góc bằng 0.

$$\text{Ta có } f'(x_0) = 0 \Leftrightarrow 8x_0^3 - 16x_0 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x_0 = 0 \\ x_0 = -\sqrt{2} \\ x_0 = \sqrt{2} \end{cases}$$

Với $x_0 = 0 \Rightarrow y_0 = 0$, thì phương trình tiếp tuyến là $y = 0$ (loại).

Với $x_0 = \pm\sqrt{2} \Rightarrow y_0 = -8$, thì phương trình tiếp tuyến là $y = -8$.

Vậy có một tiếp tuyến của đồ thị (C) song song với trục hoành.

Câu 27. Cho hàm số $f(x) = \frac{x^2 + 2x - 1}{x - 2}$ có đồ thị là (C) . Phương trình tiếp tuyến của đồ thị (C) vuông

góc với đường thẳng $d: y = \frac{1}{6}x + 2020$ có dạng $ax + by + c = 0$ với a, b nguyên tố cùng nhau.

Hãy tính giá trị của biểu thức $P = a + b + c$ biết rằng hoành độ tiếp điểm lớn hơn 2.

A. -27.

B. 37.

C. 27.

D. -25.

Lời giải

Chọn D

$$\text{Ta có } f(x) = \frac{x^2 + 2x - 1}{x - 2} \Rightarrow f'(x) = \frac{x^2 - 4x - 3}{(x - 2)^2}.$$

Gọi x_0 là hoành độ tiếp điểm của tiếp tuyến với đồ thị (C) .

Vì tiếp tuyến vuông góc với đường thẳng d nên $f'(x_0) \cdot \frac{1}{6} = -1 \Leftrightarrow f'(x_0) = -6$.

$$\Leftrightarrow \frac{x_0^2 - 4x_0 - 3}{(x_0 - 2)^2} = -6 \Leftrightarrow 7x_0^2 - 28x_0 + 21 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x_0 = 1(\text{loại}) \\ x_0 = 3(n) \end{cases}$$

Với $x_0 = 3 \Rightarrow y_0 = 14 \Rightarrow$ phương trình tiếp tuyến là $y = -6(x - 3) + 14 \Leftrightarrow 6x + y - 32 = 0$.

$\Rightarrow a = 6, b = 1, c = -32 \Rightarrow P = -25$.

Câu 28. Cho hàm số $f(x) = \frac{2}{2x + 5}$ có đồ thị là (C) . Hệ số góc của tiếp tuyến với đồ thị (C) tại điểm

có hoành độ bằng -2 bằng

A. 4.

B. -2.

C. 2.

D. -4.

Lời giải

Chọn D

$$\text{Ta có } f(x) = \frac{2}{2x + 5} \Rightarrow f'(x) = -\frac{4}{(2x + 5)^2} \Rightarrow f'(-2) = -4.$$

Câu 29. Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 6x - 2$ tại điểm có hệ số góc nhỏ nhất.

A. $y = 3x + 1$.

B. $y = -3x + 1$.

C. $y = -3x - 1$.

D. $y = 3x - 1$.

Lời giải

Chọn D

$$D = \mathbb{R}.$$

$$y' = 3x^2 - 6x + 6.$$

Gọi $M(x_0; y_0)$ là tiếp điểm. Ta có hệ số góc tiếp tuyến tại M là:

$$k = 3x_0^2 - 6x_0 + 6 = 3(x_0 - 1)^2 + 3 \geq 3$$

$$\Rightarrow k_{\min} = 3 \text{ khi } x_0 = 1.$$

Khi đó phương trình tiếp tuyến tại M là: $y = y'(1)(x-1) + y(1) \Leftrightarrow y = 3x - 1.$

Câu 30. Cho hai hàm số $f(x)$ và $g(x)$ đều có đạo hàm trên \mathbb{R} và thỏa mãn: $f^3(2-x) - 2f^2(2+3x) + x^2 \cdot g(x) + 36x = 0$, với $\forall x \in \mathbb{R}$. Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = f(x)$ tại điểm có hoành độ $x_0 = 2$.

A. $y = x.$

B. $y = x + 2.$

C. $y = x - 2.$

D. $y = -x.$

Lời giải

Chọn A

Với $\forall x \in \mathbb{R}$, ta có $f^3(2-x) - 2f^2(2+3x) + x^2 \cdot g(x) + 36x = 0.$

Thay $x = 0$, ta có $f^3(2) - 2f^2(2) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} f(2) = 0 \\ f(2) = 2 \end{cases}$

Đạo hàm hai vế của (1), ta được

$$-3f^2(2-x) \cdot f'(2-x) - 12f(2+3x) \cdot f'(2+3x) + 2x \cdot g(x) + x^2 \cdot g'(x) + 36 = 0.$$

Thay $x = 0$, ta có $-3f^2(2) \cdot f'(2) - 12f(2) \cdot f'(2) + 36 = 0$ (*).

Với $f(2) = 0$, thế vào (*) ta được $36 = 0$ (vô lí).

Với $f(2) = 2$, thế vào (*) ta được $-36 \cdot f'(2) + 36 = 0 \Leftrightarrow f'(2) = 1.$

Vậy phương trình tiếp tuyến cần tìm là: $y = 1(x-2) + 2 \Leftrightarrow y = x.$

Câu 31. Mệnh đề nào sau đây SAI?

A. Trong không gian, nếu một đường thẳng vuông góc với một trong hai đường thẳng song song với nhau thì chúng cũng vuông góc với đường thẳng còn lại.

B. Trong không gian, nếu hai đường thẳng vuông góc với nhau thì tích vô hướng hai vectơ chỉ phương của chúng bằng 0.

C. Trong không gian, nếu hai đường thẳng phân biệt cùng vuông góc với đường thẳng thứ ba thì chúng song song với nhau.

D. Trong không gian, nếu hai đường thẳng vuông góc với nhau có thể cắt nhau hoặc chéo nhau.

Lời giải

Chọn C

Câu 32. Cho hai đường thẳng phân biệt a, b và mặt phẳng (P) . Biết $a \perp (P)$. Mệnh đề nào sau đây SAI?

A. $b \parallel a$ thì $b \parallel (P)$.

B. $b \parallel a$ thì $b \perp (P)$.

C. $b \perp (P)$ thì $b \parallel a$.

D. $b \parallel (P)$ thì $b \perp a$.

Lời giải

Chọn A

Câu 33. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Khẳng định nào sau đây **không đúng**?

A. $(ABCD) \perp (AA'C'C)$.

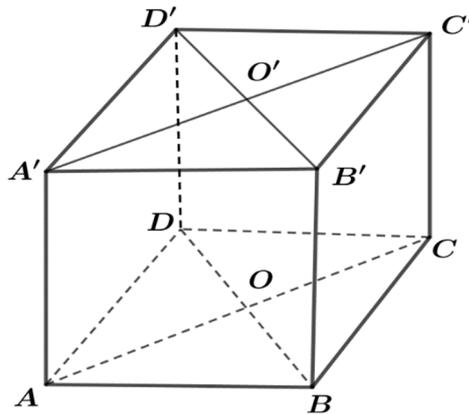
B. $(AA'C'C) \perp (BB'D'D)$.

C. $(AA'B'B) \perp (BB'C'C)$.

D. $(AA'B'B) \perp (BB'D'D)$.

Lời giải

Chọn D



$$+) \begin{cases} AA' \perp (ABCD) \\ AA' \subset (AA'C'C) \end{cases} \Rightarrow (ABCD) \perp (AA'C'C) \Rightarrow \text{khẳng định A đúng.}$$

$$+) \begin{cases} BD \perp (AA'C'C) \\ BD \subset (BB'D'D) \end{cases} \Rightarrow (BB'D'D) \perp (AA'C'C) \Rightarrow \text{khẳng định B đúng.}$$

$$+) \begin{cases} AB \perp (BB'C'C) \\ AB \subset (AA'B'B) \end{cases} \Rightarrow (AA'B'B) \perp (BB'C'C) \Rightarrow \text{khẳng định C đúng.}$$

$$+) \left((AA'B'B), (BB'D'D) \right) = (AB, BD) = \widehat{ABD} = 45^\circ \Rightarrow \text{khẳng định D sai.}$$

Câu 34. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật tâm I , cạnh bên SA vuông góc với đáy. Gọi H , K lần lượt là hình chiếu vuông góc của A lên SC , SD . Khẳng định nào sau đây **đúng**?

A. $AH \perp (SCD)$.

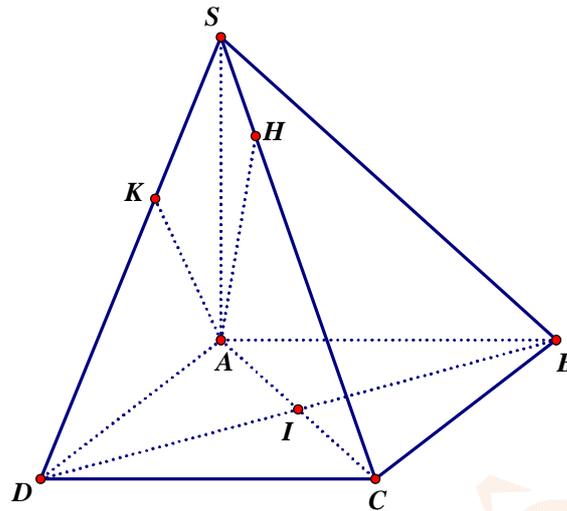
B. $BD \perp (SAC)$.

C. $AK \perp (SCD)$.

D. $BC \perp (SAC)$.

Lời giải

Chọn C

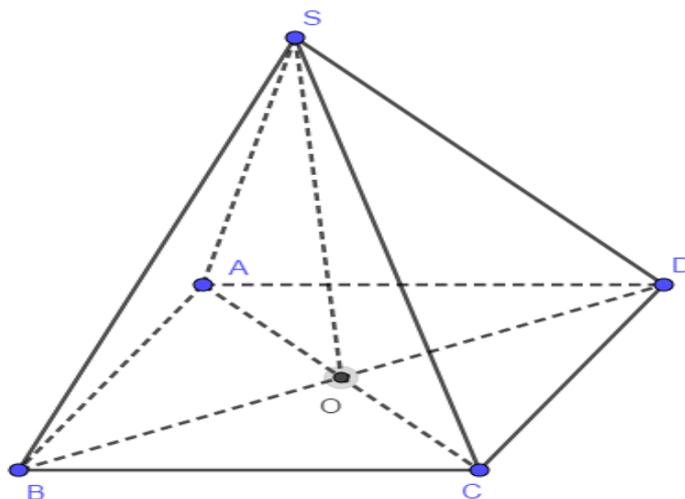


$$\begin{array}{l}
 \text{Ta có} \\
 \left. \begin{array}{l}
 CD \perp SA \\
 CD \perp AD \\
 SA \cap AD = A \\
 SA, AD \subset (SAD)
 \end{array} \right\} \Rightarrow CD \perp (SAD) \Rightarrow CD \perp AK. \\
 \\
 \text{Suy ra :} \\
 \left. \begin{array}{l}
 AK \perp SD \\
 AK \perp CD \\
 CD \cap SD = D \\
 CD, SD \subset (SCD)
 \end{array} \right\} \Rightarrow AK \perp (SCD).
 \end{array}$$

- Câu 35.** Cho hình chóp S.ABCD có đáy là hình thoi và có $SA = SB = SC = SD$. Gọi O là giao điểm của AC và BD. Khẳng định nào sau đây **sai**?
- A. SO vuông góc với mặt phẳng (ABCD).
 - B. AC vuông góc với mặt phẳng (SBD).
 - C. BD vuông góc với mặt phẳng (SAC).
 - D. AB vuông góc với mặt phẳng (SBC).**

Lời giải

Chọn D



Ta có

$$\begin{cases} \Delta SAC \text{ cân tại } S \\ \Delta SBD \text{ cân tại } S \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} SO \perp AC \\ SO \perp BD \\ AC \cap BD = O \end{cases} \Rightarrow SO \perp (ABCD) . \text{Loại A}$$

Ta có

$$\begin{cases} AC \perp SO \\ AC \perp BD \\ SO \cap BD = O \end{cases} \Rightarrow AC \perp (SBD) . \text{Loại B}$$

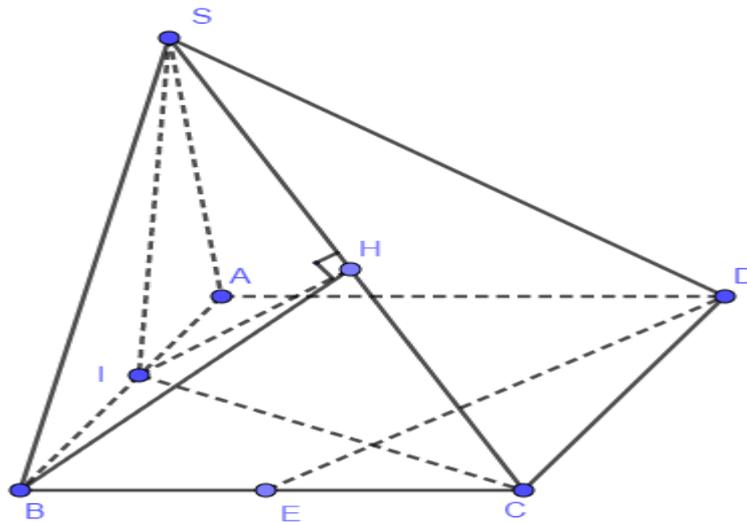
Ta có

$$\begin{cases} BD \perp SO \\ BD \perp AC \\ SO \cap AC = O \end{cases} \Rightarrow BD \perp (SAC) . \text{Loại C}$$

- Câu 36.** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông và có mặt phẳng (SAB) vuông góc với mặt phẳng đáy, tam giác SAB là tam giác đều. Gọi I và E lần lượt là trung điểm của cạnh AB và BC ; H là hình chiếu vuông góc của I lên cạnh SC . Khẳng định nào sau đây **sai**?
- A.** Mặt phẳng (SAI) vuông góc với mặt phẳng (SBC) .
- B.** Góc giữa hai mặt phẳng (SIC) và (SBC) là góc giữa hai đường thẳng IH và BH .
- C.** Mặt phẳng (SIC) vuông góc với mặt phẳng (SDE) .
- D.** Góc giữa hai mặt phẳng (SAB) và (SIC) là góc \widehat{BIC} .

Lời giải

Chọn B



Ta có

$$\begin{cases} (SAB) \perp (ABCD) \\ (SAB) \cap (ABCD) = AB \Rightarrow SI \perp (ABCD) \Rightarrow SI \perp BC \\ SI \perp AB \\ SI \subset (SAB) \end{cases}$$

Khi đó

$$\begin{cases} BC \perp SI \\ BC \perp AB \\ SI \cap AB = I \Rightarrow (SBC) \perp (SAI) . \text{Loại A} \\ BC \subset (SBC) \end{cases}$$

Ta có

$$\Delta BIC = \Delta CED \Rightarrow \widehat{BIC} = \widehat{CED} . \text{ Mà } \widehat{BIC} + \widehat{BCI} = 90^\circ \Rightarrow \widehat{CED} + \widehat{BCI} = 90^\circ \Rightarrow IC \perp ED$$

$$\text{Do đó, ta có } \begin{cases} ED \perp IC \\ ED \perp SI \Rightarrow (SDE) \perp (SIC) . \text{Loại C} \\ ED \subset (SDE) \end{cases}$$

Ta có

$$\begin{cases} (SIC) \cap (SAB) = SI \\ IC \subset (SIC), IC \perp SI \Rightarrow ((SIC), (SAB)) = (\widehat{AB, IC}) = \widehat{BIC} . \text{Loại D} \\ AB \subset (SAB), AB \perp SI \end{cases}$$

Câu 37. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a , $SA = 2a$ và SA vuông góc với đáy. Tính diện tích thiết diện của hình chóp khi cắt bởi mặt phẳng đi qua B và vuông góc với SC .

A. $\frac{a^2\sqrt{5}}{5}$.

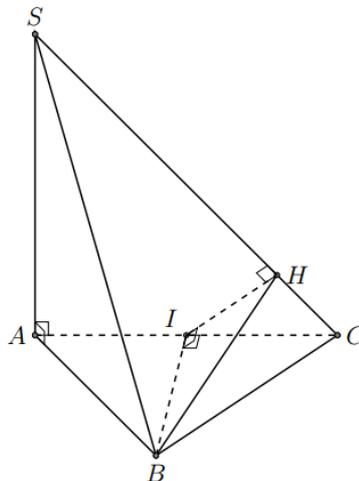
B. $\frac{a^2\sqrt{15}}{20}$.

C. $\frac{a^2\sqrt{3}}{20}$.

D. $\frac{a^2\sqrt{3}}{5}$.

Lời giải

Chọn B



Gọi I là trung điểm của AC . Do ΔABC đều nên $BI \perp AC$.

Mặt khác $BI \perp SA$ (do $SA \perp (ABC)$ và $BI \subset (ABC)$).

Suy ra $BI \perp (SAC) \Rightarrow SC \perp BI$.

Kẻ IH vuông góc SC tại H .

$\Rightarrow SC \perp (IBH)$.

\Rightarrow Thiết diện cần tìm là tam giác IBH .

Ta có $BI \perp (SAC)$ và $IH \subset (SAC) \Rightarrow BI \perp IH$.

Suy ra tam giác IBH vuông tại I .

Ta có:

$$BI = \frac{a\sqrt{3}}{2}, SC = \sqrt{SA^2 + AC^2} = a\sqrt{5}.$$

$$\sin C = \frac{IH}{IC} = \frac{SA}{SC} \Rightarrow IH = \frac{IC \cdot SA}{SC} = \frac{a\sqrt{5}}{5}.$$

$$S_{\Delta IBH} = \frac{1}{2} IB \cdot IH = \frac{1}{2} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{a\sqrt{5}}{5} = \frac{a^2\sqrt{15}}{20}.$$

Câu 38. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có tất cả các cạnh bằng a . Hãy tìm mệnh đề **đúng** trong các mệnh đề sau đây.

A. Góc giữa đường thẳng SA và BD bằng 90° .

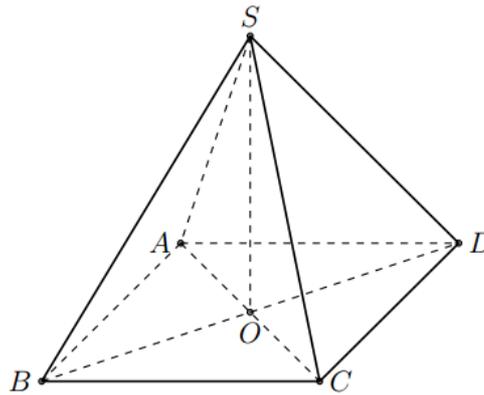
B. Góc giữa đường thẳng SB và AD bằng 90° .

C. Góc giữa đường thẳng SC và AB bằng 90° .

D. Góc giữa đường thẳng SD và BC bằng 90° .

Lời giải

Chọn A



Gọi $O = AC \cap BD$. Do $S.ABCD$ là hình chóp tứ giác đều nên $SO \perp (ABCD) \Rightarrow BD \perp SO$.

Mặt khác $BD \perp AC$.

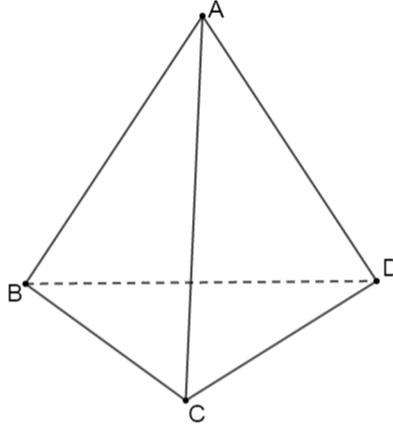
Suy ra $DB \perp (SAC) \Rightarrow DB \perp SA$.

Vậy góc giữa đường thẳng SA và BD bằng 90° .

- Câu 39.** Cho tứ diện $ABCD$ có ABC và ABD là hai tam giác đều. Số đo góc giữa hai đường thẳng AB và CD là:
- A. 45° . B. 60° . C. 90° . D. 120° .

Lời giải

Chọn C



Ta có:

$$\overline{AB} \cdot \overline{CD} = \overline{AB} \cdot (\overline{AD} - \overline{AC}) = \overline{AB} \cdot \overline{AD} - \overline{AB} \cdot \overline{AC}$$

Vì $\triangle ABC$ và $\triangle ABD$ là đều nên: $AB = AC = AD = a$; $\widehat{BAC} = \widehat{BAD} = 60^\circ$.

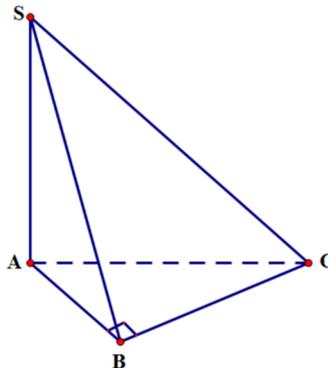
Do đó: $\overline{AB} \cdot \overline{CD} = a \cdot a \cdot \cos 60 - a \cdot a \cdot \cos 60 = 0$.

Vậy $(AB, CD) = 90^\circ$.

- Câu 40.** Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B , cạnh bên SA vuông góc với đáy. Khẳng định nào sau đây đúng?
- A. $BC \perp (SAB)$. B. $AC \perp (SBC)$. C. $AB \perp (SBC)$. D. $BC \perp (SAC)$.

Lời giải

Chọn A



$$\text{Ta có: } \begin{cases} BC \perp AB \\ BC \perp SA \quad (SA \perp (ABC)) \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SAB).$$

- Câu 41.** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a tâm O . Cạnh bên $SA = 2a$ và vuông góc với mặt đáy $ABCD$. Gọi φ là góc giữa SO và mặt phẳng $(ABCD)$ thì

A. $\tan \varphi = 2\sqrt{2}$.

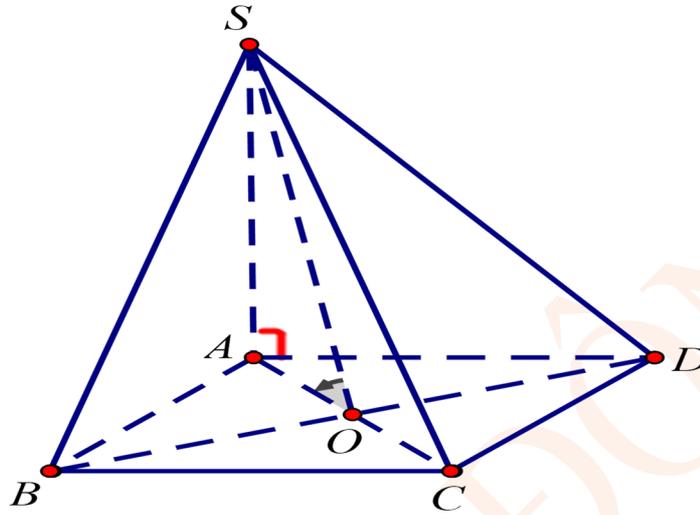
B. $\tan \varphi = \sqrt{3}$.

C. $\tan \varphi = 2$.

D. $\tan \varphi = 1$.

Lời giải

Chọn A.



Vì $SA \perp (ABCD)$ nên hình chiếu vuông góc của SO trên $(ABCD)$ là AO . Gọi φ là góc giữa SO và mặt phẳng $(ABCD)$ thì $\varphi = (\widehat{SO, OA}) = \widehat{SOA}$. Vì tam giác SAO vuông tại A nên

$$\tan \varphi = \frac{SA}{OA} = \frac{2a}{\frac{a\sqrt{2}}{2}} = 2\sqrt{2}.$$

Câu 42. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A . Mặt bên (SBC) là tam giác cân tại S , đường cao $SH = a\sqrt{3}$ ($H \in BC$), $BC = 3a$. Cạnh bên SA vuông góc với mặt đáy ABC . Gọi φ là góc giữa hai mặt phẳng (SBC) và (ABC) . Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $\varphi = 60^\circ$.

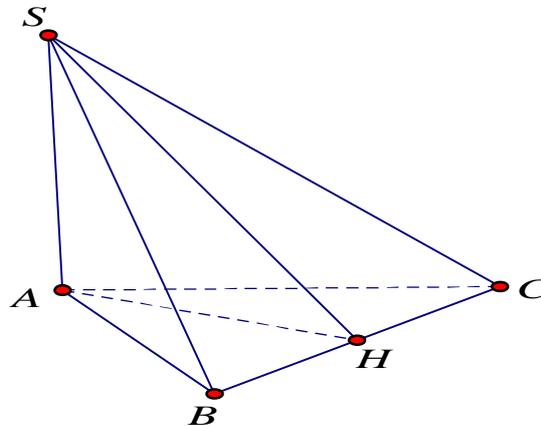
B. $\varphi = 45^\circ$.

C. $\cos \varphi = \frac{\sqrt{2}}{3}$.

D. $\varphi = 30^\circ$.

Lời giải

Chọn D



Vì $SA \perp (ABC) \Rightarrow SA \perp BC$.

Ta có $\begin{cases} BC \perp SH \\ BC \perp SA \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SAH) \Rightarrow BC \perp AH$.

Mà $\begin{cases} (SBC) \cap (ABC) = BC \\ BC \perp AH; AH \subset (ABC) \Rightarrow \varphi = \widehat{((SBC); (ABC))} = \widehat{(SH; AH)} = \widehat{SHA} \\ BC \perp SH; SH \subset (SBC) \end{cases}$

Tam giác ABC vuông tại A nên $AH = \frac{1}{2}BC = \frac{3a}{2}$.

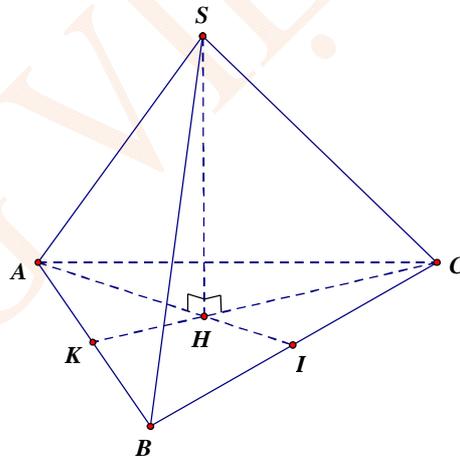
Tam giác SAH vuông tại A có $\cos \varphi = \frac{AH}{SH} = \frac{\frac{3a}{2}}{a\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \varphi = 30^\circ$.

Câu 43. Cho hình chóp tam giác $S.ABC$, có ABC là tam giác đều cạnh a , $SA = SB = SC = a\sqrt{3}$. Tính \cos in góc giữa SA và (ABC) .

- A. $\frac{2}{3}$. B. $\frac{1}{2}$. C. $\frac{\sqrt{2}}{2}$. **D. $\frac{1}{3}$.**

Lời giải

Chọn D



Gọi AI, CK lần lượt các đường cao trong tam giác ABC , $H = AI \cap CK$.

Ta có $BC \perp AI; BC \perp SI \Rightarrow BC \perp SH$.

Tương tự, $AB \perp SH$.

Suy ra $SH \perp (ABC)$ nên AH là hình chiếu của SA lên (ABC)

$\Rightarrow \widehat{(SA; (ABC))} = \widehat{(SA; AH)} = \widehat{SAH}$.

Xét tam giác SAH vuông tại H có $AH = \frac{2}{3}AI = \frac{2}{3} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{a\sqrt{3}}{3}$

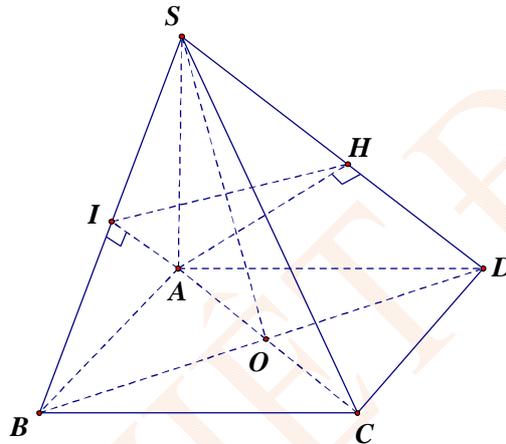
$$\cos \widehat{SAH} = \frac{AH}{SA} = \frac{\frac{a\sqrt{3}}{3}}{a\sqrt{3}} = \frac{1}{3}.$$

Câu 44. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật $AB = a, BC = 2a$. Cạnh bên SA vuông góc với đáy và $SA = a$. Tính góc giữa (SBC) và (SCD)

- A. $\arcsin\left(\frac{\sqrt{10}}{5}\right)$. B. $\arcsin\left(\frac{2\sqrt{5}}{5}\right)$. C. $\arccos\left(\frac{2\sqrt{5}}{5}\right)$. **D.** $\arccos\left(\frac{\sqrt{10}}{5}\right)$.

Lời giải

Chọn D



Dựng $AI \perp SB \Rightarrow AI \perp (SBC)$, dựng $AH \perp SD \Rightarrow AH \perp (SCD)$. Vậy góc giữa hai mặt phẳng (SBC) và (SCD) là góc giữa AI và AH chính là góc \widehat{IAH} hoặc $180^\circ - \widehat{IAH}$.

Áp dụng hệ thức lượng trong hai tam giác vuông SAB và SAD có

$$SB = \sqrt{SA^2 + AB^2} = a\sqrt{2}, \quad SD = \sqrt{SA^2 + AD^2} = a\sqrt{5}.$$

$$AI \cdot SB = AB \cdot AS \Rightarrow AI = \frac{a \cdot a}{a\sqrt{2}} = \frac{a}{\sqrt{2}}, \quad AH \cdot SD = AD \cdot AS \Rightarrow AH = \frac{2a \cdot a}{a\sqrt{5}} = \frac{2a}{\sqrt{5}}.$$

$$SI = \frac{SA^2}{SB} = \frac{a^2}{a\sqrt{2}} = \frac{a}{\sqrt{2}}, \quad SH = \frac{SA^2}{SD} = \frac{a^2}{a\sqrt{5}} = \frac{a}{\sqrt{5}}.$$

Áp dụng định lý hàm số COS cho hai tam giác BSD và ISH có chung góc S

$$\cos \hat{S} = \frac{SB^2 + SD^2 - BD^2}{2 \cdot SB \cdot SD} = \frac{2a^2 + 5a^2 - 5a^2}{2 \cdot a\sqrt{2} \cdot a\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{10}}{10}.$$

$$IH^2 = SI^2 + SH^2 - 2 \cdot SI \cdot SH \cdot \cos \hat{S} = \frac{a^2}{2} + \frac{a^2}{5} - 2 \cdot \frac{a}{\sqrt{2}} \cdot \frac{a}{\sqrt{5}} \cdot \frac{\sqrt{10}}{10} = \frac{a^2}{2}.$$

$$\cos \widehat{IAH} = \frac{AI^2 + AH^2 - IH^2}{2 \cdot AI \cdot AH} = \frac{\frac{a^2}{2} + \frac{4a^2}{5} - \frac{a^2}{2}}{2 \cdot \frac{a}{\sqrt{2}} \cdot \frac{2a}{\sqrt{5}}} = \frac{\sqrt{10}}{5} \Rightarrow \widehat{IAH} = \arccos\left(\frac{\sqrt{10}}{5}\right).$$

Câu 45. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào **sai** ? Cho tứ diện đều $ABCD$. Khoảng cách từ điểm D đến mặt phẳng (ABC) là:

- A. Độ dài đoạn DG với G là trọng tâm tam giác ABC .
- B. Độ dài đoạn DH với H là trực tâm tam giác ABC .
- C. Độ dài đoạn DK với K là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC .
- D.** Độ dài đoạn DI với I là trung điểm cạnh BC .

Lời giải

Chọn D

Do G, H, K trùng nhau và là hình chiếu của D trên (ABC)

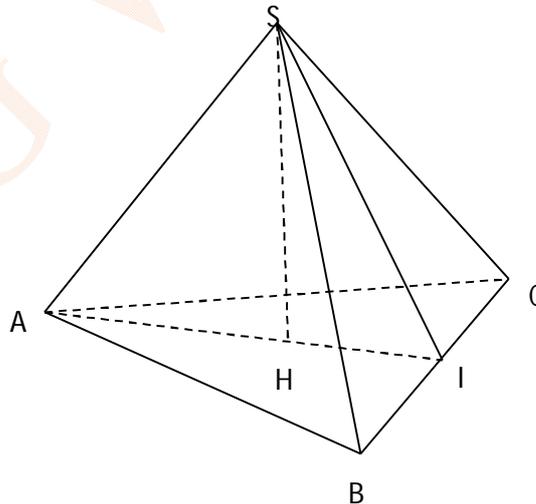
$$d(D, (ABC)) = DH = DG = DK$$

Câu 46. Cho hình chóp đều $S.ABC$ có cạnh đáy bằng $3a$, cạnh bên bằng $2a$. Khoảng cách từ đỉnh S đến mặt phẳng (ABC) là:

- A. $\frac{3}{2}a$.
- B.** a .
- C. $a\sqrt{2}$.
- D. $a\sqrt{3}$.

Lời giải

Chọn B



Gọi I là trung điểm BC , H là hình chiếu của S trên (ABC)

$\Rightarrow H$ thuộc AI , H là trọng tâm tam giác ABC

và tam giác SHA vuông tại H .

$$\text{Ta có : } AI = \frac{\sqrt{3}}{2} BC = 3a \frac{\sqrt{3}}{2} ; AH = \frac{2}{3} AI = \frac{2}{3} 3a \frac{\sqrt{3}}{2} = a\sqrt{3}$$

Giả thiết cho $SA = 2a$

$$\Rightarrow SH = \sqrt{SA^2 - AH^2} = \sqrt{4a^2 - 3a^2} = \sqrt{a^2} = a$$

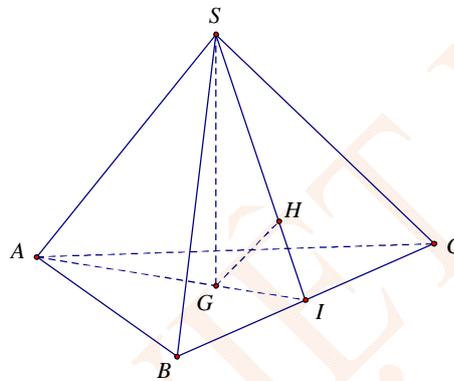
Hay khoảng cách từ S tới (ABC) là a .

Câu 47. Cho hình chóp tam giác đều $S.ABC$ có cạnh đáy bằng $a\sqrt{2}$. Góc giữa mặt bên với mặt đáy bằng 60° . Khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng (SBC) bằng

- A. $\frac{3a}{4}$. B. $\frac{a\sqrt{2}}{4}$. C. $\frac{a}{4}$. **D. $\frac{3a\sqrt{2}}{4}$.**

Lời giải

Chọn D



Gọi G là trọng tâm tam giác ABC , suy ra G là hình chiếu của S trên mặt phẳng (ABC) .

Gọi I là trung điểm của BC , suy ra góc giữa (SBC) với (ABC) là \widehat{SIG} .

$$\text{Tam giác } ABC \text{ đều cạnh bằng } a\sqrt{2} \text{ nên } GI = \frac{1}{3} \frac{a\sqrt{2} \cdot \sqrt{3}}{2} = \frac{a\sqrt{6}}{6}.$$

$$\text{Theo bài ra } \widehat{SIG} = 60^\circ, \text{ suy ra } GS = GI \cdot \tan \widehat{SIG} = \frac{a\sqrt{6}}{6} \tan 60^\circ = \frac{a\sqrt{2}}{2}.$$

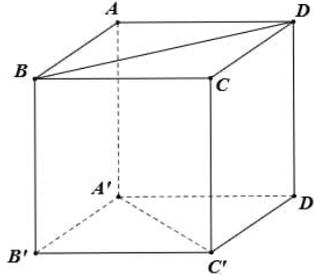
$$\text{Vì } \begin{cases} AG \cap (SBC) = I \\ \frac{AI}{GI} = 3 \end{cases} \text{ nên } d(A, (SBC)) = 3 \cdot d(G, (SBC))$$

$$\text{Hạ } GH \perp SI \text{ tại } H. \text{ Dễ thấy } \left. \begin{array}{l} BC \perp SI \\ BC \perp AI \end{array} \right\} \Rightarrow BC \perp (SAI) \Rightarrow BC \perp GH. \text{ Vậy } GH \perp (SBC).$$

$$\text{Suy ra } d(G, (SBC)) = GH = \sqrt{\frac{GS^2 \cdot GI^2}{GS^2 + GI^2}} = \sqrt{\frac{\left(\frac{a\sqrt{2}}{2}\right)^2 \cdot \left(\frac{a\sqrt{6}}{6}\right)^2}{\frac{a^2}{2} + \frac{a^2}{6}}} = \frac{a\sqrt{2}}{4}.$$

$$\text{Vậy } d(A, (SBC)) = 3.d(G, (SBC)) = \frac{3a\sqrt{2}}{4}.$$

Câu 48. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ cạnh a . Mệnh đề nào dưới đây là **sai**?



A. $d(AB, CC') = a$. **B.** $d(A'D', BC') = a\sqrt{2}$. C. $d(A'C', BD) = a$. **D.** $d(A'C', DD') = \frac{a\sqrt{2}}{2}$.

Lời giải

Chọn B

A/ $d(AB, CC') = BC = a$. Vậy A đúng.

B/ Ta có: $\left. \begin{array}{l} D'C' \perp A'D' \\ D'C' \perp BC' \end{array} \right\} \Rightarrow D'C' = d(A'D', BC') = a \neq a\sqrt{2}$. Vậy B sai.

C/ $d(A'C', BD) = d(A'C', (ABCD)) = d(A', (ABCD)) = AA' = a$. Vậy C đúng.

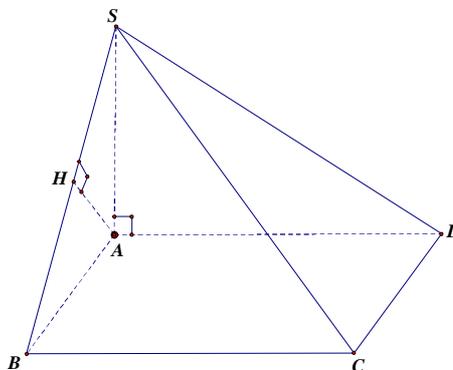
D/ $d(A'C', DD') = d(DD', (AA'C'C)) = d(D, (AA'C'C)) = \frac{BD}{2} = \frac{a\sqrt{2}}{2}$. Vậy D đúng.

Câu 49. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , cạnh bên $SA \perp (ABCD)$ và $SA = a$. Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng SB và AD .

A. $a\sqrt{2}$. **B.** $\frac{a\sqrt{2}}{2}$. C. $\frac{a}{2}$. **D.** $\frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Lời giải

Chọn B



Ta có: Kẻ $AH \perp SB$.

$$\begin{cases} DA \perp SA \\ DA \perp AB \end{cases} \Rightarrow DA \perp (SAB) \Rightarrow DA \perp AH$$

Vậy AH là đoạn vuông góc chung của AD và SB .

Tam giác SAB vuông cân nên: $AH = \frac{1}{2}SB = \frac{1}{2}a\sqrt{2} = \frac{a\sqrt{2}}{2}$.

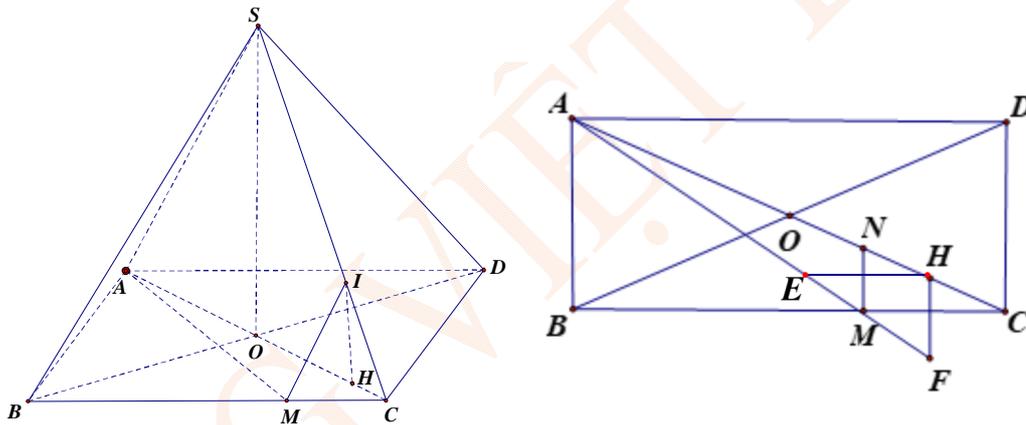
Vậy khoảng cách giữa SB và AD bằng $\frac{a\sqrt{2}}{2}$.

Câu 50. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật với $AB = a, BC = a\sqrt{3}$. Hai mặt phẳng (SAC) và (SBD) cùng vuông góc với đáy. Điểm I thuộc đoạn SC sao cho $SC = 3IC$. Khoảng cách giữa hai đường thẳng AI và SB biết rằng AI vuông góc với SC .

- A. $\frac{a}{\sqrt{33}}$. B. $\frac{4a}{\sqrt{33}}$. C. $\frac{7a}{\sqrt{33}}$. D. $\frac{a}{3\sqrt{33}}$.

Lời giải

Chọn B



Gọi O là tâm hình chữ nhật $ABCD$, $(SAC) \cap (SBD) = SO$ suy ra $SO \perp (ABCD)$.

Ta có $AC = \sqrt{AB^2 + BC^2} = 2a \Rightarrow OC = a$.

Mà $AI \perp SC \Rightarrow \Delta SOC \sim \Delta AIC \Rightarrow \frac{CI}{CO} = \frac{CA}{CS} \Rightarrow SC = a\sqrt{6} \Rightarrow SO = a\sqrt{5}$.

Ta có: Kẻ $IM \parallel SB (M \in BC) \Rightarrow SB \parallel (AIM)$, suy ra

$$d(SB, AI) = d(SB, (AIM)) = d(B, (AIM)).$$

Kẻ $IH \parallel SO (H \in OC) \Rightarrow IH \perp (ABCD)$ và $\frac{HC}{OC} = \frac{IC}{SC} = \frac{1}{3}$. Ta có

$$d(B, (AIM)) = 2d(C, (AIM)) = 2 \cdot \frac{6}{5}d(H, (AIM)) = \frac{12}{5}h.$$

Kẻ $HE \parallel AD, HF \parallel DC (E, F \in AM) \Rightarrow HE \perp HF$ mà $IH \perp (HEF)$ nên $H.IEF$ là tứ diện vuông tại H .

Ta có: $\frac{1}{h^2} = \frac{1}{HI^2} + \frac{1}{HE^2} + \frac{1}{HF^2}$ với $IH = \frac{1}{3}SO = \frac{a\sqrt{5}}{3}$; $HE = \frac{5}{6}MC = \frac{5}{6} \cdot \frac{1}{3}BC = \frac{5a\sqrt{3}}{18}$;

$HF = \frac{5}{4}MN = \frac{5}{4} \cdot \frac{1}{3}AB = \frac{5}{12}a$. Suy ra $\frac{1}{h^2} = \frac{1}{HI^2} + \frac{1}{HE^2} + \frac{1}{HF^2} = \frac{297}{25a^2} \Rightarrow h = \frac{5a}{3\sqrt{33}}$

Vậy ta có $d(AI, SB) = \frac{12}{5} \cdot \frac{5a}{3\sqrt{33}} = \frac{4a}{\sqrt{33}}$.

A. $y = \frac{1}{x+1}$. B. $y = \frac{1}{x^2+1}$. C. $y = \sqrt{x+1}$. D. $y = \frac{1}{x} + x^2$.

Câu 12. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m thỏa mãn hàm số $y = \sqrt{x^2 - 2mx + 9}$ liên tục trên khoảng $(-\infty; +\infty)$.

A. 6. B. 7. C. 5. D. Vô số.

Câu 13. Tìm tham số thực m để hàm số $y = f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 + x - 2}{x - 1} & \text{khi } x \neq 1 \\ mx + 4 & \text{khi } x = 1 \end{cases}$ liên tục tại điểm $x_0 = 1$.

A. $m = 4$. B. $m = -3$. C. $m = 5$. D. $m = -1$.

Câu 14. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm tại điểm x_0 . Tìm mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau?

A. $f'(x_0) = \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0}$. B. $f'(x_0) = \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x) + f(x_0)}{x - x_0}$.

C. $f'(x_0) = \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x) - f(x_0)}{x + x_0}$. D. $f'(x_0) = \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x) + f(x_0)}{x + x_0}$.

Câu 15. Cho hàm số $y = f(x) = x^3 - 3x^2 + 1$. Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số đã cho tại điểm có hoành độ x_0 thỏa mãn $f''(x_0) = 0$

A. $3x + y + 2 = 0$. B. $3x + y - 2 = 0$. C. $x + 3y - 2 = 0$. D. $-3x + y + 2 = 0$.

Câu 16. Cho hàm số $y = \frac{-x+1}{2x-1}$ có đồ thị là (C) , đường thẳng $d: y = x + m$. Với mọi m ta luôn có d cắt (C) tại 2 điểm phân biệt A, B . Gọi k_1, k_2 lần lượt là hệ số góc của các tiếp tuyến với (C) tại A, B . Tìm m để tổng $k_1 + k_2$ đạt giá trị lớn nhất.

A. $m = -1$. B. $m = -2$. C. $m = 3$. D. $m = -5$.

Câu 17. Tính đạo hàm của hàm số $y = \frac{x^2 + 2x + 1}{x - 2}$

A. $y' = \frac{x^2 + 4x + 5}{x - 2}$. B. $y' = \frac{x^2 - 4x - 5}{(x - 2)^2}$. C. $y' = \frac{x^2 - 4x - 5}{x - 2}$. D. $y' = \frac{x^2 + 4x - 5}{(x - 2)^2}$.

Câu 18. Đạo hàm của hàm số $y = x^5 + 3\sqrt{x}$ tại $x = 1$ có giá trị bằng

A. $\frac{13}{2}$. B. 4. C. 6. D. $\frac{15}{2}$.

Câu 19. Đạo hàm của hàm số $f(x) = \sin(x^2 - 3x + 2)$ là

A. $(x^2 - 3x + 2)\cos(x^2 - 3x + 2)$. B. $(3 - 2x)\cos(x^2 - 3x + 2)$.
C. $(2x - 3)\cos(x^2 - 3x + 2)$. D. $\cos(x^2 - 3x + 2)$.

Câu 20. Hàm số $y = \sin x$ có đạo hàm là:

A. $y' = \cos x$. B. $y' = -\cos x$. C. $y' = -\sin x$. D. $y' = \frac{1}{\cos x}$.

Câu 21. Cho hàm số $y = f(x) = \sin^3 5x \cdot \cos^2 \frac{x}{3}$. Giá trị đúng của $f'\left(\frac{\pi}{2}\right)$ bằng

A. $-\frac{\sqrt{3}}{6}$. B. $-\frac{\sqrt{3}}{4}$. C. $-\frac{\sqrt{3}}{3}$. D. $-\frac{\sqrt{3}}{2}$.

- A.** Trong không gian, cho hai đường thẳng song song. Đường thẳng nào vuông góc với đường thẳng thứ nhất thì cũng vuông góc với đường thẳng thứ hai.
B. Trong không gian, hai đường thẳng phân biệt cùng vuông góc với đường thẳng thứ ba thì song song với nhau.
C. Trong không gian, hai đường thẳng phân biệt vuông góc với nhau thì chúng cắt nhau.
D. Trong không gian, hai đường thẳng phân biệt cùng vuông góc với đường thẳng thứ ba thì vuông góc với nhau.

Câu 34. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh $2a$, $SA = a$. SA vuông góc với mặt đáy. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của các cạnh AB, BC . Tính cosin của góc giữa hai đường thẳng SM, DN .

- A. $\frac{\sqrt{10}}{8}$. B. $\frac{\sqrt{10}}{4}$. C. $\frac{\sqrt{5}}{5}$. D. $\frac{a\sqrt{5}}{4}$.

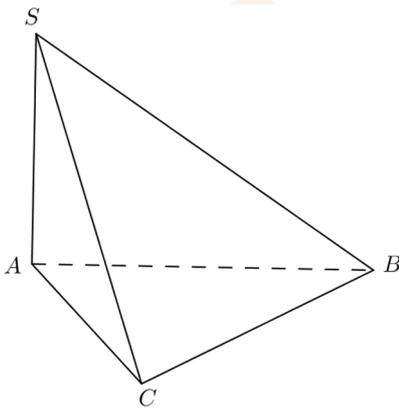
Câu 35. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B , $SA \perp (ABC)$, $BC = 2SA = 2a$, $AB = 2\sqrt{2}a$. Gọi E là trung điểm AC . Khi đó, góc giữa hai đường thẳng SE và BC là:
A. 30° . **B.** 60° . **C.** 90° . **D.** Kết quả khác.

Câu 36. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, $SA \perp (ABCD)$, $AH \perp SB$ tại H . Khi đó AH vuông góc được với đường thẳng nào sau đây?
A. BD . **B.** CD . **C.** SD . **D.** SC .

Câu 37. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy. Gọi AE, AF lần lượt là đường cao của tam giác SAB và tam giác SAD . Khẳng định nào sau đây là đúng?
A. $SC \perp (AFB)$. **B.** $SC \perp (AEF)$. **C.** $SC \perp (AED)$. **D.** $SC \perp (AEC)$.

Câu 38. Cho hình chóp $S.ABCD$, đáy $ABCD$ là hình chữ nhật có cạnh $AB = a$, $BC = 2a$. Cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy $(ABCD)$ và $SA = a\sqrt{15}$. Tính góc tạo bởi đường thẳng SC và mặt phẳng $(ABCD)$.
A. 30° . **B.** 60° . **C.** 45° . **D.** 90° .

Câu 39. Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA \perp (ABC)$, góc giữa SB và mặt phẳng (ABC) là.



- A.** \widehat{SBA} . **B.** \widehat{SAB} . **C.** \widehat{SBC} . **D.** \widehat{SCB} .

Câu 40. Cho lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh a . Hình chiếu vuông góc của B' lên mặt phẳng (ABC) trùng với trọng tâm G của tam giác ABC . Cạnh bên hợp với mặt đáy một góc 60° . Gọi φ là góc giữa đường thẳng AB và mặt phẳng $(BCC'B')$. Tính $\sin \varphi$.

- A.** $\sin \varphi = \frac{3}{\sqrt{13}}$. **B.** $\sin \varphi = \frac{3}{2\sqrt{13}}$. **C.** $\sin \varphi = \frac{1}{\sqrt{13}}$. **D.** $\sin \varphi = \frac{2}{\sqrt{13}}$.

Câu 41. Cho hình chóp $S.ABCD$ có $SA \perp (ABCD)$. Khẳng định nào sau đây sai.

A. 45° . B. 60° . C. 30° . D. 75° .

Câu 50. Cho hình chóp $S.ABCD$, có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật với $AB = a\sqrt{3}$, $BC = a$ và $SA = SB = SC = SD = 2a$. Gọi K là hình chiếu vuông góc của B trên AC và H là hình chiếu vuông góc của K trên SA . Tính *cosin* của góc giữa hai mặt phẳng (BHK) và (SBD) .

A. $\frac{1}{4}$. B. $\frac{\sqrt{2}}{4}$. C. $\frac{\sqrt{3}}{4}$. D. $\frac{\sqrt{2}}{3}$.

BẢNG ĐÁP ÁN

1.A	2.B	3.D	4.A	5.D	6.C	7.C	8.D	9.D	10.C
11.B	12.B	13.D	14.A	15.B	16.A	17.B	18.A	19.C	20.A
21.A	22.A	23.B	24.C	25.D	26.A	27.B	28.C	29.B	30.D
31.D	32.D	33.A	34.A	35.B	36.D	37.B	38.B	39.A	40.A
41.A	42.B	43.A	44.B	45.C	46.C	47.A	48.A	49.B	50.C

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

Câu 1. Cho cấp số nhân (U_n) có số hạng đầu $U_1 = 3$ và công bội $q = 2$. Số hạng thứ năm của cấp số nhân bằng

A. 48.

B. 11.

C. 14.

D. 6.

Lời giải

Chọn A

$$U_5 = U_1 \cdot q^4 = 3 \cdot 2^4 = 48.$$

Câu 2. Cho cấp số nhân (U_n) biết số hạng thứ hai $U_2 = 10$ và tổng của ba số hạng đầu tiên $S_3 = 35$. Công bội q của cấp số nhân bằng:

A. $\frac{1}{2}$.B. 2 hoặc $\frac{1}{2}$.

C. 2.

D. 5.

Lời giải

Chọn B

$$\text{Ta có: } \begin{cases} U_2 = U_1 \cdot q = 10 \\ S_3 = U_1 + U_2 + U_3 = U_1(1 + q + q^2) = 35 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \frac{1 + q + q^2}{q} = \frac{35}{10} \Leftrightarrow \begin{cases} q = 2 \\ q = \frac{1}{2} \end{cases}$$

Câu 3. Giới hạn $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3n+1}{n+2}$ có kết quả là

A. 0.

B. 1.

C. 2.

D. 3.

Lời giải

Chọn D

$$\text{Ta có } \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3n+1}{n+2} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3 + \frac{1}{n}}{1 + \frac{2}{n}} = 3.$$

Câu 4. Kết quả giới hạn $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1+2+3+\dots+n}{2-3n^2}$ có dạng $-\frac{a}{b}$, trong đó a, b là hai số nguyên tố cùng nhau.

Khi đó, tổng $a+b$ bằng bao nhiêu?

A. 7.

B. 16.

C. 5.

D. 9.

Lời giải

Chọn A

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1+2+3+\dots+n}{2-3n^2} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n(n+1)}{2(2-3n^2)} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^2+n}{4-6n^2} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1+\frac{1}{n}}{\frac{4}{n^2}-6} = -\frac{1}{6}$$

Suy ra $a=1; b=6 \Rightarrow a+b=7$.

Câu 5. Tính giới hạn $L = \lim \frac{2019n + 2018n^2}{2020n^3 + 2019n - 2018}$ bằng:

- A. $\frac{2019}{2020}$. B. $\frac{1}{1010}$. C. $+\infty$. **D.** 0.

Lời giải

Chọn D

$$\text{Ta có } L = \lim \frac{2019n + 2018n^2}{2020n^3 + 2019n - 2020} = \lim \frac{\frac{2019}{n^2} + \frac{2018}{n}}{2020 + \frac{2019}{n^2} - \frac{2020}{n^3}} = \frac{0}{2020} = 0.$$

Câu 6. Biết $\lim \frac{\sqrt{n^2 - 4n} - \sqrt{4n^2 + 1}}{\sqrt{3n^2 + 1} - n} = \frac{6 - \sqrt{3}}{2} - \frac{a}{b}$, trong đó $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản, a và b là các số nguyên dương. Chọn khẳng định đúng trong các khẳng định sau:

- A. $a = b$. B. $a + b = 7$. **C.** $ab = 14$. D. $\frac{b}{a} = \frac{7}{2}$.

Lời giải

Chọn C

$$\lim \frac{\sqrt{n^2 - 4n} - \sqrt{4n^2 + 1}}{\sqrt{3n^2 + 1} - n} = \lim \frac{\sqrt{1 - \frac{4}{n}} - \sqrt{4 + \frac{1}{n^2}}}{\sqrt{3 + \frac{1}{n^2}} - 1} = \frac{-1 - \sqrt{3}}{2} = \frac{6 - \sqrt{3}}{2} - \frac{7}{2}.$$

$$\text{Suy ra } \frac{a}{b} = \frac{7}{2} \Rightarrow a = 7; b = 2 \Rightarrow ab = 14.$$

Câu 7. Cho $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = 3$, $\lim_{x \rightarrow 1} g(x) = -2$. Tính $\lim_{x \rightarrow 1} [f(x) + g(x)]$?

- A. 5. B. -5. **C.** 1. D. -1.

Lời giải

Chọn C

$$\text{Có } \lim_{x \rightarrow 1} [f(x) + g(x)] = \lim_{x \rightarrow 1} f(x) + \lim_{x \rightarrow 1} g(x) = 3 + (-2) = 1.$$

Câu 8. Tính giới hạn $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt[3]{1+4x} - 1}{x}$.

- A. $+\infty$. B. 0. C. $-\infty$. **D.** $\frac{4}{3}$.

Lời giải

Chọn D

$$\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{\sqrt[3]{1+4x} - 1}{x} \right) = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{4x}{x \left[\sqrt[3]{(1+4x)^2} + \sqrt[3]{1+4x} + 1 \right]} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{4}{\left[\sqrt[3]{(1+4x)^2} + \sqrt[3]{1+4x} + 1 \right]} = \frac{4}{3}.$$

Câu 9. Tính $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x+3}{\sqrt{2x^2-3}}$.

- A. $\frac{1}{\sqrt{2}}$. B. $-\frac{1}{\sqrt{2}}$. C. $\sqrt{2}$. **D.** $-\sqrt{2}$.

Lời giải

Chọn D

$$\text{Ta có: } \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x+3}{\sqrt{2x^2-3}} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x\left(2+\frac{3}{x}\right)}{|x|\sqrt{2-\frac{3}{x^2}}} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x\left(2+\frac{3}{x}\right)}{-x\sqrt{2-\frac{3}{x^2}}} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2+\frac{3}{x}}{-\sqrt{2-\frac{3}{x^2}}} = -\frac{2}{\sqrt{2}} = -\sqrt{2}.$$

Câu 10. Cho $L = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{3x^2 - ax + b}{x^2 - 4} = \frac{5}{2}$. Tính $S = a - b$?

A. 5.

B. 6.

C. 10.

D. 8.

Lời giải**Chọn C**

Vì $L = \frac{5}{2}$ và $\lim_{x \rightarrow 2} (x^2 - 4) = 0$ nên đa thức $3x^2 - ax + b$ nhận $x = 2$ làm một nghiệm.

Do đó $3 \cdot 2^2 - a \cdot 2 + b = 0 \Leftrightarrow -2a + b + 12 = 0 \Leftrightarrow b = 2a - 12$. (1). Khi đó:

$$\frac{5}{2} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{3x^2 - ax + b}{x^2 - 4} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{3x^2 - ax + 2a - 12}{x^2 - 4} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{3(x^2 - 4) - a(x - 2)}{x^2 - 4}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x-2)(3x+6-a)}{(x-2)(x+2)} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{3x+6-a}{x+2} = \frac{12-a}{4}$$

$$\Leftrightarrow \frac{5}{2} = \frac{12-a}{4} \Leftrightarrow 12-a = 10 \Leftrightarrow a = 2.$$

Thay $a = 2$ vào (1) ta được $-2 \cdot 2 + b + 12 = 0 \Leftrightarrow b = -8$.

Vậy $a - b = 2 - (-8) = 10$.

Câu 11. Hàm số nào dưới đây liên tục trên khoảng $(-\infty; +\infty)$?

A. $y = \frac{1}{x+1}$.

B. $y = \frac{1}{x^2+1}$.

C. $y = \sqrt{x+1}$.

D. $y = \frac{1}{x} + x^2$.

Lời giải**Chọn B**

Câu 12. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m thỏa mãn hàm số $y = \sqrt{x^2 - 2mx + 9}$ liên tục trên khoảng $(-\infty; +\infty)$.

A. 6.

B. 7.

C. 5.

D. Vô số.

Lời giải**Chọn B**

Hàm số đã cho liên tục trên khoảng $(-\infty; +\infty)$ khi và chỉ khi

$$x^2 - 2mx + 9 \geq 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow m^2 - 9 \leq 0 \Leftrightarrow -3 \leq m \leq 3.$$

Vậy có 7 giá trị nguyên m thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 13. Tìm tham số thực m để hàm số $y = f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 + x - 2}{x - 1} & \text{khi } x \neq 1 \\ mx + 4 & \text{khi } x = 1 \end{cases}$ liên tục tại điểm $x_0 = 1$.

A. $m = 4$.B. $m = -3$.C. $m = 5$.**D.** $m = -1$.**Lời giải****Chọn D**

Hàm số đã cho xác định trên tập hợp \mathbb{R} .

Ta có: $f(1) = m + 4$.

$$\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 + x - 2}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1} (x + 2) = 3.$$

Hàm số đã cho liên tục tại điểm $x_0 = 1$ khi và chỉ khi $f(1) = \lim_{x \rightarrow 1} f(x) \Leftrightarrow m + 4 = 3 \Leftrightarrow m = -1$.

Câu 14. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm tại điểm x_0 . Tìm mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau?

A. $f'(x_0) = \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0}$.

B. $f'(x_0) = \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x) + f(x_0)}{x - x_0}$.

C. $f'(x_0) = \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x) - f(x_0)}{x + x_0}$.

D. $f'(x_0) = \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x) + f(x_0)}{x + x_0}$.

Lời giải

Chọn A

Theo định nghĩa đạo hàm.

Câu 15. Cho hàm số $y = f(x) = x^3 - 3x^2 + 1$. Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số đã cho tại điểm có hoành độ x_0 thỏa mãn $f''(x_0) = 0$

A. $3x + y + 2 = 0$.

B. $3x + y - 2 = 0$.

C. $x + 3y - 2 = 0$.

D. $-3x + y + 2 = 0$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $f'(x) = 3x^2 - 6x$ và $f''(x) = 6x - 6$ suy ra $f''(x) = 0 \Leftrightarrow x = 1$.

Khi đó $f'(1) = -3$ và điểm $M(1; -1)$.

Phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số tại điểm M là: $y = f'(1)(x - 1) + f(1)$

$$\Leftrightarrow y = -3(x - 1) - 1 \Leftrightarrow 3x + y - 2 = 0$$

Câu 16. Cho hàm số $y = \frac{-x + 1}{2x - 1}$ có đồ thị là (C) , đường thẳng $d: y = x + m$. Với mọi m ta luôn có d cắt (C) tại 2 điểm phân biệt A, B . Gọi k_1, k_2 lần lượt là hệ số góc của các tiếp tuyến với (C) tại A, B . Tìm m để tổng $k_1 + k_2$ đạt giá trị lớn nhất.

A. $m = -1$.

B. $m = -2$.

C. $m = 3$.

D. $m = -5$.

Lời giải

Chọn A

Phương trình hoành độ giao điểm của d và (C) là

$$\frac{-x + 1}{2x - 1} = x + m \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq \frac{1}{2} \\ g(x) = 2x^2 + 2mx - m - 1 = 0 \quad (*) \end{cases}$$

Theo định lí Viet ta có $x_1 + x_2 = -m$; $x_1 x_2 = \frac{-m - 1}{2}$. Giả sử $A(x_1; y_1), B(x_2; y_2)$.

Ta có $y' = \frac{-1}{(2x - 1)^2}$, nên tiếp tuyến của (C) tại A và B có hệ số góc lần lượt là $k_1 = -\frac{1}{(2x_1 - 1)^2}$

$$\text{và } k_2 = -\frac{1}{(2x_2 - 1)^2}.$$

$$\begin{aligned} \text{Vậy } k_1 + k_2 &= -\frac{1}{(2x_1 - 1)^2} - \frac{1}{(2x_2 - 1)^2} = -\frac{4(x_1^2 + x_2^2) - 4(x_1 + x_2) + 2}{[4x_1 x_2 - 2(x_1 + x_2) + 1]^2} \\ &= -(4m^2 + 8m + 6) = -4(m + 1)^2 - 2 \leq -2 \end{aligned}$$

Dấu "=" xảy ra $\Leftrightarrow m = -1$.

Vậy $k_1 + k_2$ đạt giá trị lớn nhất bằng -2 khi $m = -1$.

Câu 17. Tính đạo hàm của hàm số $y = \frac{x^2 + 2x + 1}{x - 2}$

A. $y' = \frac{x^2 + 4x + 5}{x - 2}$. **B.** $y' = \frac{x^2 - 4x - 5}{(x - 2)^2}$. **C.** $y' = \frac{x^2 - 4x - 5}{x - 2}$. **D.** $y' = \frac{x^2 + 4x - 5}{(x - 2)^2}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $y' = \frac{(2x + 2)(x - 2) - x^2 - 2x - 1}{(x - 2)^2} = \frac{x^2 - 4x - 5}{(x - 2)^2}$.

Câu 18. Đạo hàm của hàm số $y = x^5 + 3\sqrt{x}$ tại $x = 1$ có giá trị bằng

A. $\frac{13}{2}$. **B.** 4. **C.** 6. **D.** $\frac{15}{2}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $y' = 5x^4 + \frac{3}{2\sqrt{x}} \Rightarrow y'(1) = 5 + \frac{3}{2} = \frac{13}{2}$.

Câu 19. Đạo hàm của hàm số $f(x) = \sin(x^2 - 3x + 2)$ là

A. $(x^2 - 3x + 2)\cos(x^2 - 3x + 2)$. **B.** $(3 - 2x)\cos(x^2 - 3x + 2)$.
C. $(2x - 3)\cos(x^2 - 3x + 2)$. **D.** $\cos(x^2 - 3x + 2)$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $f'(x) = (x^2 - 3x + 2)' \cdot \cos(x^2 - 3x + 2) = (2x - 3)\cos(x^2 - 3x + 2)$.

Câu 20. Hàm số $y = \sin x$ có đạo hàm là:

A. $y' = \cos x$. **B.** $y' = -\cos x$. **C.** $y' = -\sin x$. **D.** $y' = \frac{1}{\cos x}$.

Lời giải

Chọn A

Theo công thức đạo hàm lượng giác sgk Đại số 11: $(\sin x)' = \cos x$.

Câu 21. Cho hàm số $y = f(x) = \sin^3 5x \cdot \cos^2 \frac{x}{3}$. Giá trị đúng của $f'\left(\frac{\pi}{2}\right)$ bằng

A. $-\frac{\sqrt{3}}{6}$. **B.** $-\frac{\sqrt{3}}{4}$. **C.** $-\frac{\sqrt{3}}{3}$. **D.** $-\frac{\sqrt{3}}{2}$.

Lời giải

Chọn A

$$f'(x) = 3 \cdot 5 \cdot \cos 5x \cdot \sin^2 5x \cdot \cos^2 \frac{x}{3} - \sin^3 5x \cdot \frac{2}{3} \cdot \sin \frac{x}{3} \cdot \cos \frac{x}{3}$$

$$f'\left(\frac{\pi}{2}\right) = 0 - 1 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2 \cdot 3} = -\frac{\sqrt{3}}{6}$$

Câu 22. Tính đạo hàm cấp hai của hàm số $f(x) = \frac{1}{3}x^3 + 3x^2 - 2020$.

A. $f''(x) = 2x + 6$. **B.** $f''(x) = x^2 + 6x$.

C. $f''(x) = x^2 - 3x - 5$.

D. $f''(x) = 2x + 3$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $f'(x) = \left(\frac{1}{3}x^3 + 3x^2 - 2020\right)' = x^2 + 6x$. Vậy $f''(x) = 2x + 6$.

Câu 23. Biết $\left(\frac{x^4}{4} + x^3 - \frac{x^2}{2} + x - 2019\right)'' = ax^2 + bx + c$. Tính $S = a + b + 5c$.

A. 30.

B. 4.

C. 40.

D. -4.

Lời giải

Chọn B

Ta có $\left(\frac{x^4}{4} + x^3 - \frac{x^2}{2} + x - 2019\right)' = x^3 + 3x^2 - x + 1$.

Suy ra $\left(\frac{x^4}{4} + x^3 - \frac{x^2}{2} + x - 2019\right)'' = 3x^2 + 6x - 1$.

Nên $a = 3; b = 6; c = -1 \Rightarrow S = 3 + 6 + 5(-1) = 4$.

Câu 24. Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số $f(x) = \frac{x+1}{x-1}$ tại điểm $M(2;3)$.

A. $x - 2y + 4 = 0$.

B. $2x - y - 1 = 0$.

C. $2x + y - 7 = 0$.

D. $x + 2y - 8 = 0$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $f'(x) = \frac{-2}{(x-1)^2}$ suy ra $f'(2) = -2$.

Phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số $f(x) = \frac{x+1}{x-1}$ tại điểm $M(2;3)$ là:

$$y = -2(x-2) + 3 \Leftrightarrow 2x + y - 7 = 0.$$

Câu 25. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định, có đạo hàm và liên tục trên \mathbb{R} thỏa mãn

$$f(1-x) + f^2(1+2x) = 4f^2(1+3x) - 7x - 2 \text{ và } f(x) > 0 \forall x \in \mathbb{R}. \text{ Tiếp tuyến của đồ thị hàm số tại điểm có hoành độ } x=1 \text{ song song với đường thẳng nào sau đây}$$

A. $y = \frac{1}{3}x + \frac{2}{3}$.

B. $y = -\frac{1}{3}x + \frac{2}{3}$.

C. $y = -\frac{1}{3}x - \frac{2}{3}$.

D. $y = \frac{1}{3}x - \frac{2}{3}$.

Lời giải

Chọn D

Theo đề bài ta có $f(1-x) + f^2(1+2x) = 4f^2(1+3x) - 7x - 2$ (*)

Thay $x = 0$ vào biểu thức (*) ta có $f(1) + f^2(1) = 4f^2(1) - 2 \Leftrightarrow \begin{cases} f(1) = 1 \\ f(1) = -\frac{2}{3} \end{cases}$

Vì $f(x) > 0 \forall x \in \mathbb{R}$ nên $f(1) = 1$.

Lấy đạo hàm 2 vế theo biến x của biểu thức (*) ta được:

$$-f'(1-x) + 4f(1+2x)f'(1+2x) = 24f(1+3x)f'(1+3x) - 7(**).$$

Thay $x = 0$ và $f(1) = 1$ vào biểu thức (***) ta được $-f'(1) + 4f'(1) = 24f'(1) - 7 \Leftrightarrow f'(1) = \frac{1}{3}$.

Vậy phương trình tiếp tuyến là $y = \frac{1}{3}x + \frac{2}{3}$.

Câu 26. Tìm điều kiện của số thực a biết $\lim_{x \rightarrow a} \frac{2x^2 + (1-2a)x - a}{x-a} = 2$.

A. $a \in (0; 2)$.

B. $a \in (2; 4)$.

C. $a \in (4; 6)$.

D. $a \in (6; 8)$.

Lời giải

Chọn A

Ta có:

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow a} \frac{2x^2 + (1-2a)x - a}{x-a} = 2 &\Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow a} \frac{(x-a)(2x+1)}{x-a} = 2 \\ &\Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow a} (2x+1) = 2 \\ &\Leftrightarrow 2a+1 = 2 \Leftrightarrow a = \frac{1}{2}. \end{aligned}$$

Câu 27. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên đoạn $[-2; 3]$ sao cho $f(-2) = -5$; $f(3) = -1$. Hỏi phương trình $f(x) = -3$ có bao nhiêu nghiệm trên đoạn $[-2; 3]$?

A. Vô nghiệm.

B. Có ít nhất một nghiệm.

C. Có ít nhất hai nghiệm.

D. Có ít nhất ba nghiệm.

Lời giải

Chọn B

Ta có $f(x) = -3 \Leftrightarrow f(x) + 3 = 0$. Đặt $g(x) = f(x) + 3$.

$$\text{Khi đó } \begin{cases} g(-2) = f(-2) + 3 = -2 \\ g(3) = f(3) + 3 = 2 \end{cases} \Rightarrow g(-2) \cdot g(3) = (-2) \cdot 2 = -4 < 0$$

Vì $f(x)$ liên tục trên đoạn $[-2; 3]$ nên $g(x)$ liên tục trên $[-2; 3]$.

Do đó phương trình $g(x) = 0$ có ít nhất một nghiệm thuộc khoảng $(-2; 3)$.

Vậy phương trình $f(x) = -3$ có ít nhất một nghiệm thuộc khoảng $(-2; 3)$.

Câu 28. Một chất điểm chuyển động trong 20 giây đầu tiên có phương trình $s(t) = \frac{1}{12}t^4 - t^3 + 6t^2 + 10t$,

trong đó $t > 0$ với t tính bằng giây (s) và $s(t)$ tính bằng mét (m). Hỏi tại thời điểm gia tốc của vật đạt giá trị nhỏ nhất thì vận tốc của vật bằng bao nhiêu?

A. 17(m/s).

B. 18(m/s).

C. 28(m/s).

D. 13(m/s).

Lời giải

Chọn C

Vận tốc của chuyển động là $v(t) = s'(t) = \frac{1}{3}t^3 - 3t^2 + 12t + 10$.

Gia tốc của chuyển động là $a(t) = v'(t) = t^2 - 6t + 12 = (t-3)^2 + 3$.

Vậy gia tốc đạt giá trị nhỏ nhất khi $t = 3$. Khi đó vận tốc của vật bằng $v(3) = 28$ (m/s).

Câu 29. Đạo hàm của hàm số $y = \cos(3x+2)$ là

A. $y' = \sin(3x+2)$.

B. $y' = -3\sin(3x+2)$.

C. $y' = 3\sin(3x+2)$.

D. $y' = -\sin(3x+2)$.

Lời giải

Chọn BTa có $y = \cos(3x+2) \Rightarrow y' = -3\sin(3x+2)$.**Câu 30.** Cho hàm số $f(x) = \sqrt{2x+1}$. Giá trị $f'(4)$ là

A. $\frac{1}{6}$.

B. $\frac{2}{3}$.

C. 3.

D. $\frac{1}{3}$.

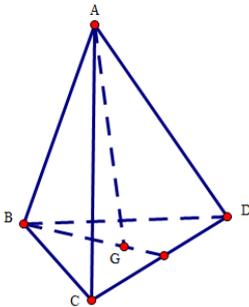
Lời giải**Chọn D**Ta có $f'(x) = \frac{1}{\sqrt{2x+1}} \Rightarrow f'(4) = \frac{1}{3}$.**Câu 31.** Cho tứ diện $ABCD$, gọi G là trọng tâm của tam giác BCD . Biết luôn tồn tại số thực k thỏa mãn đẳng thức vectơ $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD} = k \cdot \overrightarrow{AG}$. Hỏi số thực đó bằng bao nhiêu?

A. 1.

B. 3.

C. 2.

D. 4.

Lời giải**Chọn B**Vì G là trọng tâm $\triangle BCD$ nên $\overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD} = \vec{0}$.Ta có $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD} = 3\overrightarrow{AG} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD} = 3\overrightarrow{AG}$.Vậy $k = 3$.**Câu 32.** Cho \vec{a} và \vec{b} tạo với nhau một góc $\frac{2\pi}{3}$. Biết $|\vec{a}| = 3$, $|\vec{b}| = 5$ thì $|\vec{a} - \vec{b}|$ bằng:

A. 4.

B. 5.

C. 6.

D. 7.

Lời giải**Chọn D**Vì: $(\vec{a} - \vec{b})^2 = \vec{a}^2 + \vec{b}^2 - 2\vec{a}\vec{b} = |\vec{a}|^2 + |\vec{b}|^2 - 2|\vec{a}||\vec{b}|\cos(\vec{a}, \vec{b}) = 9 + 25 - 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot \cos \frac{2\pi}{3}$ $= 34 - 30 \cdot (-\frac{1}{2}) = 34 + 15 = 49 \Rightarrow |\vec{a} - \vec{b}| = 7$.**Câu 33.** Trong các mệnh đề dưới đây, mệnh đề đúng là**A.** Trong không gian, cho hai đường thẳng song song. Đường thẳng nào vuông góc với đường thẳng thứ nhất thì cũng vuông góc với đường thẳng thứ hai.**B.** Trong không gian, hai đường thẳng phân biệt cùng vuông góc với đường thẳng thứ ba thì song song với nhau.**C.** Trong không gian, hai đường thẳng phân biệt vuông góc với nhau thì chúng cắt nhau.**D.** Trong không gian, hai đường thẳng phân biệt cùng vuông góc với đường thẳng thứ ba thì vuông góc với nhau.**Lời giải****Chọn A**

Câu 34. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh $2a$, $SA = a$. SA vuông góc với mặt đáy. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của các cạnh AB, BC . Tính cosin của góc giữa hai đường thẳng SM, DN .

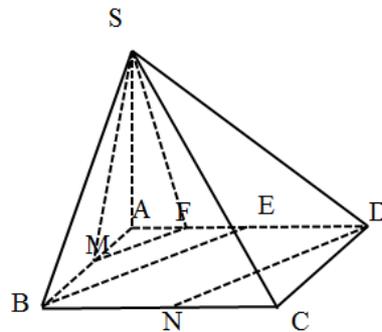
A. $\frac{\sqrt{10}}{8}$.

B. $\frac{\sqrt{10}}{4}$.

C. $\frac{\sqrt{5}}{5}$.

D. $\frac{a\sqrt{5}}{4}$.

Lời giải



Chọn A

Gọi E là trung điểm AD , F là trung điểm AE .

Ta có $MF \parallel BE \parallel ND \Rightarrow$ góc giữa SM và ND bằng góc giữa SM và MF .

Ta có $SM^2 = SA^2 + AM^2 = a^2 + a^2 = 2a^2 \Rightarrow SM = a\sqrt{2}$.

$SF = SM = a\sqrt{2}$.

$$BE = \sqrt{AB^2 + AE^2} = a\sqrt{5} \Rightarrow MF = \frac{BE}{2} = \frac{a\sqrt{5}}{2}.$$

Áp dụng định lí cosin trong $\triangle SMF$:

$$SF^2 = SM^2 + MF^2 - 2SM \cdot MF \cos \widehat{SMF}$$

$$\Leftrightarrow \cos \widehat{SMF} = \frac{SM^2 + MF^2 - SF^2}{2 \cdot SM \cdot MF} = \frac{2a^2 + \frac{5a^2}{4} - 2a^2}{2 \cdot a\sqrt{2} \cdot \frac{a\sqrt{5}}{2}} = \frac{\sqrt{10}}{8}.$$

Vậy cosin của góc giữa SM và ND bằng $\frac{\sqrt{10}}{8}$.

Câu 35. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B , $SA \perp (ABC)$, $BC = 2SA = 2a$,

$AB = 2\sqrt{2}a$. Gọi E là trung điểm AC . Khi đó, góc giữa hai đường thẳng SE và BC là:

A. 30° .

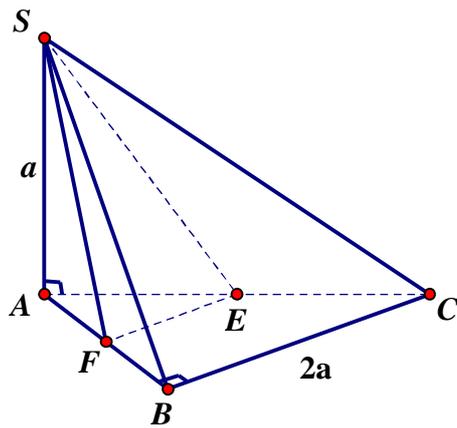
B. 60° .

C. 90° .

D. Kết quả khác.

Lời giải

Chọn B



Gọi F là trung điểm AB . Vậy EF là đường trung bình trong ΔABC nên $EF \parallel BC$ và $EF = \frac{1}{2}BC = a$.

Khi đó: $(SE, BC) = (SE, EF) = \widehat{SEF}$

Ta có $SA \perp (ABC)$, $EF \subset (SAB)$ nên $SA \perp EF$ (1).

Mà $EF \parallel BC$, $BC \perp AB$ nên $AB \perp EF$ hay có nghĩa là $AF \perp EF$ (2).

(1), (2) $\Rightarrow SF \perp EF$.

Trong ΔSAF vuông tại A (do $SA \perp (ABC)$, $AB \subset (ABC) \Rightarrow SA \perp AB$), ta có:

$$SF = \sqrt{SA^2 + AF^2} = \sqrt{SA^2 + \left(\frac{AB}{2}\right)^2} = \sqrt{a^2 + \left(\frac{2\sqrt{2}a}{2}\right)^2} = \sqrt{3}a.$$

Trong ΔSFE vuông tại F : $\tan \widehat{SEF} = \frac{SF}{EF} = \frac{\sqrt{3}a}{a} = \sqrt{3}$.

Vậy $\widehat{SEF} = 60^\circ \Rightarrow (SE, BC) = 60^\circ$.

Câu 36. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, $SA \perp (ABCD)$, $AH \perp SB$ tại H .

Khi đó AH vuông góc được với đường thẳng nào sau đây?

A. BD .

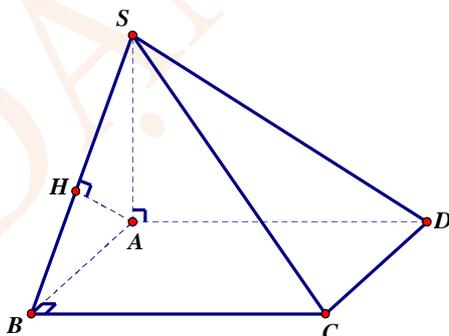
B. CD .

C. SD .

D. SC .

Lời giải

Chọn D



Ta có: $\left. \begin{array}{l} SA \perp (ABCD) \\ BC \subset (ABCD) \end{array} \right\} \Rightarrow SA \perp BC$.

$$\left. \begin{array}{l} SA \perp BC \\ \text{Vậy } AB \perp BC \\ \text{Trong } (SAB): SA \cap AB = \{A\} \end{array} \right\} \Rightarrow BC \perp (SAB), \text{ mà } AH \subset (SAB) \text{ nên } BC \perp AH.$$

Ta cũng có $SB \perp AH$.

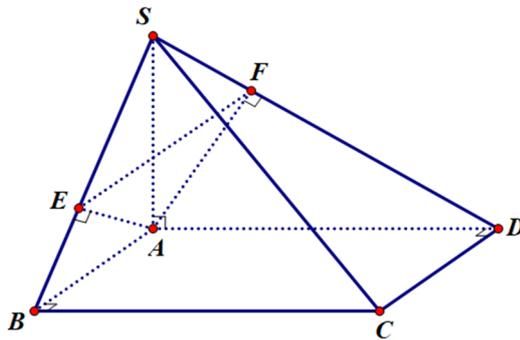
Do đó: $SC \perp AH$.

Câu 37. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy. Gọi AE, AF lần lượt là đường cao của tam giác SAB và tam giác SAD . Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A. $SC \perp (AFB)$. **B.** $SC \perp (AEF)$. C. $SC \perp (AED)$. D. $SC \perp (AEC)$.

Lời giải

Chọn B



Vì SA vuông góc với mặt phẳng $(ABCD) \Rightarrow SA \perp BC$.

Mà $AB \perp BC$ nên suy ra $BC \perp (SAB) \Rightarrow BC \perp AE \subset (SAB)$.

Tam giác SAB có đường cao $AE \Rightarrow AE \perp SB$ mà $AE \perp BC \Rightarrow AE \perp (SBC) \Rightarrow AE \perp SC$.

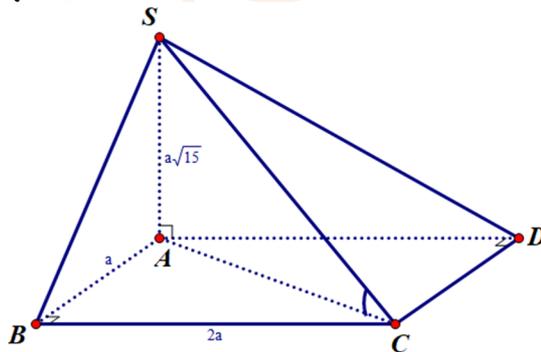
Tương tự, ta chứng minh được $AF \perp SC$. Do đó $SC \perp (AEF)$.

Câu 38. Cho hình chóp $S.ABCD$, đáy $ABCD$ là hình chữ nhật có cạnh $AB = a, BC = 2a$. Cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy $(ABCD)$ và $SA = a\sqrt{15}$. Tính góc tạo bởi đường thẳng SC và mặt phẳng $(ABCD)$.

- A. 30° . **B.** 60° . C. 45° . D. 90° .

Lời giải

Chọn B

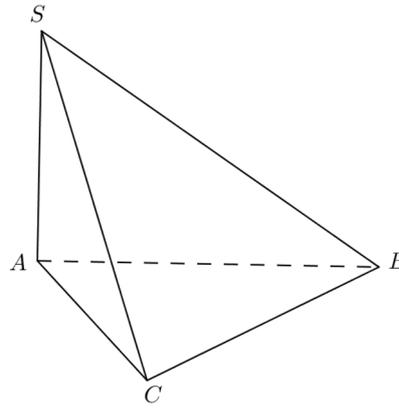


Do $SA \perp (ABCD)$ nên $(\widehat{SC, (ABCD)}) = (\widehat{SC, AC}) = \widehat{SCA}$.

Xét tam giác vuông SAC , ta có $\tan \widehat{SCA} = \frac{SA}{AC} = \frac{SA}{\sqrt{AB^2 + BC^2}} = \sqrt{3}$.

Suy ra $\widehat{SCA} = 60^\circ$.

Câu 39. Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA \perp (ABC)$, góc giữa SB và mặt phẳng (ABC) là.



A. \widehat{SBA} .

B. \widehat{SAB} .

C. \widehat{SBC} .

D. \widehat{SCB} .

Lời giải

Chọn A

Vì $SA \perp (ABC)$ nên hình chiếu của SB lên (ABC) là $AB \Rightarrow (SB; (ABC)) = \widehat{SBA}$.

Câu 40. Cho lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh a . Hình chiếu vuông góc của B' lên mặt phẳng (ABC) trùng với trọng tâm G của tam giác ABC . Cạnh bên hợp với mặt đáy một góc 60° . Gọi φ là góc giữa đường thẳng AB và mặt phẳng $(BCC'B')$. Tính $\sin \varphi$.

A. $\sin \varphi = \frac{3}{\sqrt{13}}$.

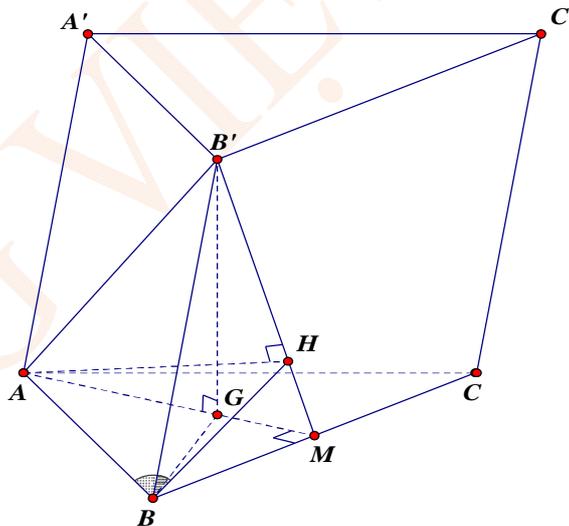
B. $\sin \varphi = \frac{3}{2\sqrt{13}}$.

C. $\sin \varphi = \frac{1}{\sqrt{13}}$.

D. $\sin \varphi = \frac{2}{\sqrt{13}}$.

Lời giải

Chọn A



Ta có $B'G \perp (ABC)$ nên BG là hình chiếu vuông góc của BB' lên mặt phẳng (ABC) .

$$\Rightarrow \widehat{(BB', (ABC))} = \widehat{(BB', BG)} = \widehat{B'BG} = 60^\circ.$$

Gọi M là trung điểm BC và H là hình chiếu của A lên $B'M$, ta có

$$\begin{cases} BC \perp AM \\ BC \perp B'G \end{cases} \Rightarrow BC \perp (AB'M) \Rightarrow BC \perp AH.$$

Mà $AH \perp B'M$ nên $AH \perp (BCC'B')$.

Do đó HB là hình chiếu của AB lên mặt phẳng $(BCC'B')$, nên

$$\widehat{(AB, (BCC'B'))} = \widehat{(AB, HB)} = \widehat{ABH}.$$

Xét tam giác ABH vuông tại H có $\sin \widehat{ABH} = \frac{AH}{AB}$.

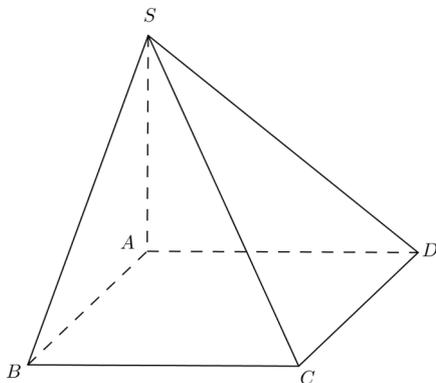
$$B'G = BG \cdot \tan 60^\circ = a \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{2}{3} \cdot \sqrt{3} = a.$$

$$B'M = \sqrt{B'G^2 + GM^2} = \sqrt{a^2 + \left(\frac{a\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{1}{3}\right)^2} = \frac{a\sqrt{39}}{6}.$$

$$\text{Ta có } \triangle AHM \sim \triangle B'GM \Rightarrow AH = \frac{AM \cdot B'G}{B'M} = \frac{a \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2}}{\frac{a\sqrt{39}}{6}} = \frac{3a}{\sqrt{13}}.$$

$$\text{Vậy } \sin \widehat{ABH} = \frac{\frac{3a}{\sqrt{13}}}{a} = \frac{3}{\sqrt{13}}.$$

Câu 41. Cho hình chóp $S.ABCD$ có $SA \perp (ABCD)$. Khẳng định nào sau đây sai.



A. $(SBC) \perp (ABCD)$.

B. $(SAB) \perp (ABCD)$.

C. $(SAD) \perp (ABCD)$.

D. $(SAC) \perp (ABCD)$.

Lời giải

Chọn A

Vì $SA \perp (ABCD)$ nên $(SAB) \perp (ABCD); (SAD) \perp (ABCD); (SAC) \perp (ABCD)$.

Câu 42. Cho hình chóp $S.ABCD$ có $SA \perp (ABCD)$. Xét hai mệnh đề sau:

(1) Nếu $ABCD$ là hình thoi thì $(SAC) \perp (SBD)$.

(2) Nếu $ABCD$ là hình chữ nhật thì $(SAB) \perp (SBC)$.

Khẳng định nào sau đây đúng?

A. Mệnh đề (1) đúng, mệnh đề (2) sai.

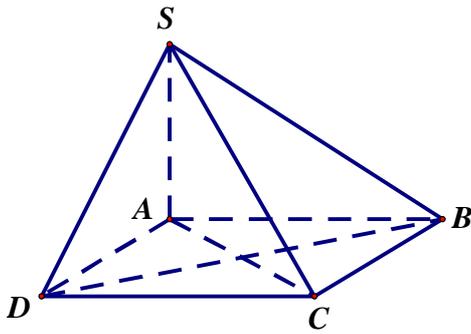
B. Cả hai mệnh đề (1), (2) đều đúng.

C. Mệnh đề (1) sai, mệnh đề (2) đúng.

D. Cả hai mệnh đề (1), (2) đều sai.

Lời giải

Chọn B



* Nếu $ABCD$ là hình thoi thì $SA \perp BD$ và $AC \perp BD$. Do đó $BD \perp (SAC)$ hay $(SAC) \perp (SBD)$.

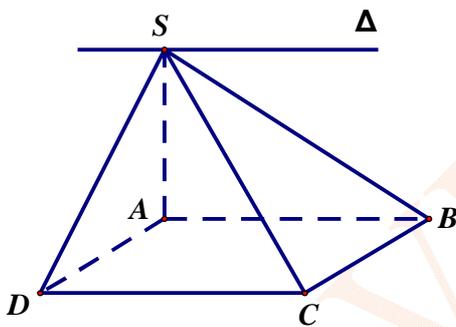
* Nếu $ABCD$ là hình chữ nhật thì $SA \perp BC$ và $AB \perp BC$. Do đó $BC \perp (SAB)$ hay $(SAB) \perp (SBC)$.

Câu 43. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, $SA \perp (ABCD)$. Góc giữa hai mặt phẳng (SAB) và (SCD) bằng góc nào sau đây ?

- A.** \widehat{ASD} . **B.** \widehat{BSC} . **C.** \widehat{ASC} . **D.** \widehat{BSD} .

Lời giải

Chọn A



Gọi $\Delta = (SAB) \cap (SCD)$. Vì $AB \parallel CD$ nên $AB \parallel \Delta \parallel CD$.

Vì $SA \perp AB$ nên $SA \perp \Delta$.

Vì $CD \perp (SAD)$ nên $CD \perp SD$ hay $SD \perp \Delta$.

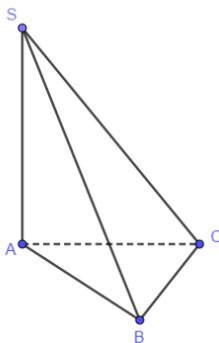
Do đó, góc giữa hai mặt phẳng (SAB) và (SCD) bằng \widehat{ASD} .

Câu 44. Cho hình chóp $SABC$ có đáy là tam giác đều cạnh a . Biết SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SB = a\sqrt{3}$. Khoảng cách từ điểm S tới mặt phẳng (ABC) là

- A.** $a\sqrt{3}$. **B.** $a\sqrt{2}$. **C.** a . **D.** $2a$.

Lời giải

Chọn B



Ta có: $SA \perp (ABC)$, suy ra khoảng cách từ S tới (ABC) là $d(S, (ABC)) = SA$.

$SA \perp (ABC) \Rightarrow SA \perp AB \Rightarrow \Delta SAB$ vuông tại A .

$\Rightarrow SA = \sqrt{SB^2 - AB^2} = \sqrt{3a^2 - a^2} = a\sqrt{2}$ (Áp dụng định lí Pytago).

Câu 45. Cho hình chóp $SABC$ có đáy là tam giác vuông tại B . Biết SA vuông góc với mặt phẳng đáy, $SA = AB = a\sqrt{3}$. Khoảng cách từ điểm A tới mặt phẳng (SBC) là

A. $\frac{a\sqrt{6}}{3}$.

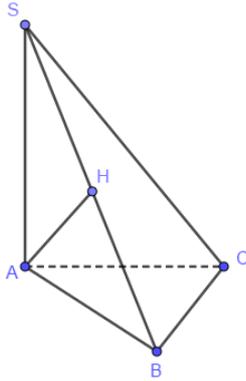
B. $a\sqrt{3}$.

C. $\frac{a\sqrt{6}}{2}$.

D. $a\sqrt{6}$.

Lời giải

Chọn C



Ta có: $SA \perp (ABC) \Rightarrow SA \perp BC$. Mà ΔABC vuông tại $B \Rightarrow BC \perp AB$. Do đó: $BC \perp (SAB)$.

Trong (SAB) , kẻ $AH \perp SB$. Mặt khác, $BC \perp (SAB) \Rightarrow BC \perp AH$.

Như vậy: $\begin{cases} AH \perp SB \\ AH \perp BC \end{cases} \Rightarrow AH \perp (SBC) \Rightarrow d(A, (SBC)) = AH$.

Xét ΔSAB vuông tại A , có đường cao AH . Ta có: $\frac{1}{AH^2} = \frac{1}{SA^2} + \frac{1}{AB^2} = \frac{1}{3a^2} + \frac{1}{3a^2} = \frac{2}{3a^2}$.

$\Rightarrow AH = \frac{a\sqrt{6}}{2}$.

Câu 46. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có tất cả các cạnh đều bằng a . Góc tạo bởi cạnh bên và mặt phẳng đáy bằng 30° . Hình chiếu H của A trên mặt phẳng $(A'B'C')$ thuộc đường thẳng $B'C'$.

Khoảng cách giữa hai mặt phẳng đáy là:

A. $\frac{a}{3}$.

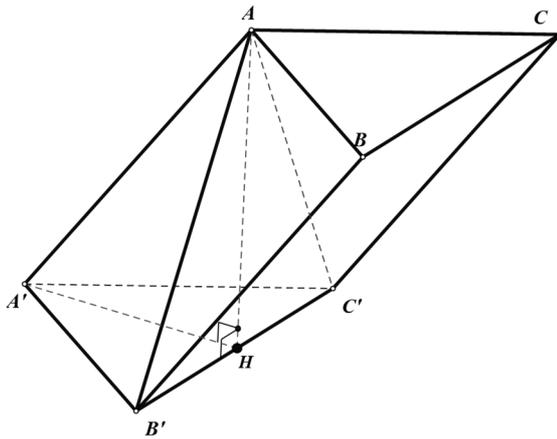
B. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$.

C. $\frac{a}{2}$.

D. $\frac{a\sqrt{2}}{2}$.

Lời giải

Chọn C



Do hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có tất cả các cạnh đều bằng a suy ra $AB' = AC'$. Do đó H là trung điểm của $B'C'$.

$$\text{Ta có } A'H = \frac{a\sqrt{3}}{2}, \widehat{AA'H} = 30^\circ.$$

$$\text{Do đó } AH = A'H \cdot \tan \widehat{AA'H} = \frac{a\sqrt{3}}{2} \cdot \tan 30^\circ = \frac{a}{2}.$$

Câu 47. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có $AC = \sqrt{5}, AB = \sqrt{6}, AA' = 2$ và $\widehat{BAC} = 90^\circ$. Hãy xác định khoảng cách giữa 2 đường thẳng chéo nhau $A'B$ và AC' .

A. $\sqrt{\frac{60}{37}}$

B. $\frac{60}{37}$

C. $\sqrt{\frac{37}{60}}$

D. $\frac{4}{3}$

Lời giải

Chọn A

Trên các đường thẳng $A'B$ và AC' lấy các điểm M, Q . Khi đó, có các số $m, q \in \mathbb{R}$ sao cho

$$\overrightarrow{AM} = m\overrightarrow{AA'} + (1-m)\overrightarrow{AB}$$

$$AQ = q\overrightarrow{AA'} + q\overrightarrow{AC}$$

Suy ra

$$\overrightarrow{QM} = (m-q)\overrightarrow{AA'} + (1-m)\overrightarrow{AB} - q\overrightarrow{AC}.$$

Ta có

$$QM = \sqrt{QM^2} = \sqrt{(m-q)^2 AA'^2 + (1-m)^2 AB^2 + q^2 AC^2}$$

$$= \sqrt{4(m-q)^2 + 6(1-m)^2 + 5q^2}$$

$$= \sqrt{10m^2 + 9q^2 - 12m - 8mq + 6}$$

Gọi d là khoảng cách giữa 2 đường thẳng chéo nhau $A'B$ và AC' . Ta luôn khẳng định được

$$d = \min_{M \in A'B, Q \in AC'} QM$$

$$\text{Do } 10m^2 + 9q^2 - 12m - 8mq + 6 = \frac{2}{5}(5m - 2q - 3)^2 + \frac{37}{5}\left(q - \frac{12}{37}\right)^2 + \frac{60}{37} \geq \frac{60}{37}$$

$$\text{Suy ra } MQ^2 \geq \frac{60}{37}$$

$$\text{Dấu “=” của BĐT xảy ra khi } 5m - 2q - 3 = 0 \text{ và } q = \frac{12}{37} \text{ hay } m = \frac{27}{37}, q = \frac{12}{37}$$

$$\text{Vậy } d = \min_{M \in A'B, Q \in AC'} QM = \sqrt{\frac{60}{37}}$$

Câu 48. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B , $AB = a\sqrt{3}$, $AA' = a$. Tính khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng $(A'BC)$.

A. $\frac{\sqrt{3}a}{2}$.

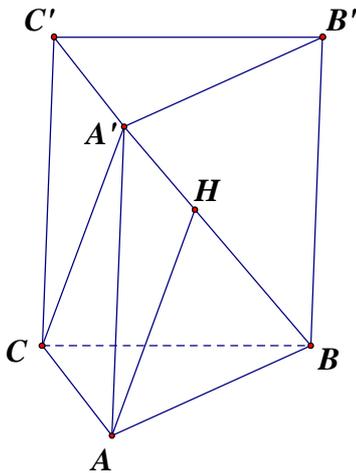
B. $\frac{2a}{3}$.

C. $\frac{2\sqrt{3}a}{3}$.

D. $2a$.

Lời giải

Chọn A



Trong mặt phẳng (ABA') dựng $AH \perp A'B$.

Theo giả thiết ta có $BC \perp AA'$ và $BC \perp AB$ suy ra $BC \perp AH$

Khi đó: $AH \perp (A'BC)$ hay $AH = d(A, (A'BC))$.

Xét tam giác ABA' vuông tại A ta có: $\frac{1}{AH^2} = \frac{1}{AB^2} + \frac{1}{AA'^2} = \frac{1}{3a^2} + \frac{1}{a^2} = \frac{4}{3a^2}$.

Suy ra $AH^2 = \frac{3a^2}{4} \Rightarrow AH = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Câu 49. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng $2a$ và chiều cao bằng $a\sqrt{3}$, số đo góc giữa mặt bên và mặt đáy bằng

A. 45° .

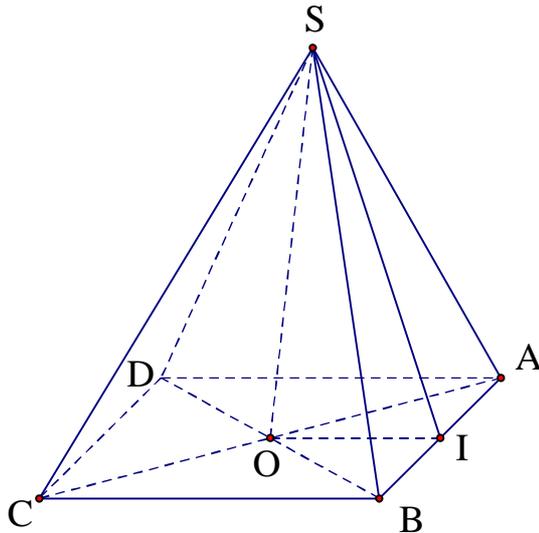
B. 60° .

C. 30° .

D. 75° .

Lời giải

Chọn B



Hình chóp tứ giác đều có các mặt bên hợp với đáy các góc bằng nhau, do đó ta tính góc tạo bởi mặt bên (SAB) và mặt đáy.

Gọi O là tâm của đáy, suy ra $SO \perp (ABCD)$ và $SO = a\sqrt{3}$.

Gọi I là trung điểm của AB , ta có $SI \perp AB$ và $OI \perp AB$, do đó góc giữa mặt bên (SAB) và mặt đáy bằng góc giữa hai đường thẳng SI và OI .

Xét tam giác SOI vuông tại O có $SO = a\sqrt{3}$ và $OI = a$ khi đó:

$$\tan \widehat{SIO} = \frac{SO}{OI} = \frac{a\sqrt{3}}{a} = \sqrt{3} \Rightarrow \widehat{SIO} = 60^\circ$$

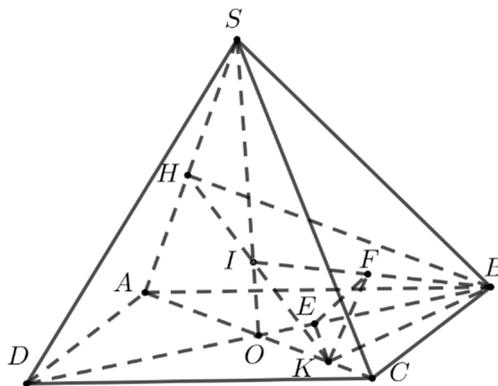
Vậy góc giữa mặt bên và mặt đáy bằng 60° .

Câu 50. Cho hình chóp $S.ABCD$, có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật với $AB = a\sqrt{3}$, $BC = a$ và $SA = SB = SC = SD = 2a$. Gọi K là hình chiếu vuông góc của B trên AC và H là hình chiếu vuông góc của K trên SA . Tính \cos của góc giữa hai mặt phẳng (BHK) và (SBD) .

- A. $\frac{1}{4}$. B. $\frac{\sqrt{2}}{4}$. C. $\frac{\sqrt{3}}{4}$. D. $\frac{\sqrt{2}}{3}$.

Lời giải

Chọn C



+ Gọi $O = AC \cap BD$, ta có $\widehat{CAB} = 30^\circ, \widehat{ACB} = 60^\circ$
 $\Rightarrow AK = AB \cdot \cos 30^\circ = \frac{3a}{2}, BK = BC \cdot \cos 60^\circ = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.

+ Gọi $I = SO \cap HK$, kẻ $KE \perp OB, KF \perp BI$ thì $\varphi = \left(\widehat{BHK}; \widehat{SBD} \right) = \widehat{KFE}$.

+ ΔSAC đều $\Rightarrow \widehat{OKI} = 30^\circ$, $KO = \frac{a}{2}$ nên $KI = \frac{KO}{\cos 30^\circ} = \frac{a\sqrt{3}}{3}$.

+ ΔBKI vuông nên $KF = \frac{KB \cdot KI}{\sqrt{KB^2 + KI^2}} = \frac{a\sqrt{39}}{13}$; $KE = KB \cdot \sin 30^\circ = \frac{a\sqrt{3}}{4}$.

+ Trong ΔKFE vuông có $\sin \varphi = \frac{KE}{KF} = \frac{\sqrt{13}}{4} \Rightarrow \cos \varphi = \frac{\sqrt{3}}{4}$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

KIỂM TRA HỌC KỲ II NĂM HỌC 2020 - 2021

Môn: TOÁN - Lớp 11 - Chương trình chuẩn

Thời gian: 90 phút (Không kể thời gian phát đề)

Mã đề thi

Họ và tên thí sinh:..... SBD:.....

PHẦN I: TRẮC NGHIỆM

- Câu 1:** [NB] Cho hàm số $f(x) = \sqrt{x+1}$. Hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x)$ bằng
- A. $f'(x) = 2\sqrt{x+1}$. B. $f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x+1}}$. C. $f'(x) = \frac{1}{\sqrt{x+1}}$. D. $f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}}$.
- Câu 2:** [TH] Cho hàm số $f(x) = x^4$. Nghiệm của phương trình $f'(x) = 4$ là
- A. $x = 0$. B. $x = 1$. C. $x = 4$. D. $x = 2$.
- Câu 3:** [NB] Giá trị $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 1}{x - 1}$ bằng
- A. 1. B. 2. C. 3. D. 0.
- Câu 4:** [NB] Cho hình chóp $S.ABCD$. Khi đó vectơ $\overline{SB} - \overline{SD}$ bằng
- A. \overline{DB} . B. $2\overline{DB}$. C. $\frac{1}{2}\overline{BD}$. D. \overline{BD} .
- Câu 5:** [NB] Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$. Góc giữa đường thẳng AB và đường thẳng $A'D'$ bằng
- A. 45° . B. 30° . C. 90° . D. 60° .
- Câu 6:** [TH] Giá trị $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{3^n + 1}{3^n + 2^n}$ bằng
- A. 3. B. 0. C. $+\infty$. D. 1.
- Câu 7:** [NB] Giá trị $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{1}{2020}\right)^x$ bằng
- A. 0. B. $+\infty$. C. 1. D. 2020.
- Câu 8:** [NB] Biết $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = 1$ và $\lim_{x \rightarrow x_0} g(x) = 2$. Giá trị của $\lim_{x \rightarrow x_0} [f(x) + g(x)]$ bằng
- A. 2. B. 3. C. 4. D. 1.
- Câu 9:** [NB] Cho hình chóp $S.ABC$ có SA vuông góc với mặt phẳng (ABC) . Khẳng định nào sai trong các khẳng định sau?
- A. $SA \perp BC$. B. $SA \perp AC$. C. $SA \perp AB$. D. $SA \perp SB$.
- Câu 10:** [TH] Cho hàm số $f(x) = x^3$. Hệ số góc của tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = f(x)$ tại điểm có hoành độ $x_0 = 1$ bằng
- A. 1. B. 3. C. 2. D. 4.
- Câu 11:** [NB] Giá trị $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{n+2019}{n+2020}$ bằng
- A. $+\infty$. B. 0. C. 2. D. 1.
- Câu 12:** [TH] Tìm tất cả các giá trị của a để hàm số $f(x) = \begin{cases} x^2 - 4x + 3 & \text{khi } x \neq 3 \\ a & \text{khi } x = 3 \end{cases}$ liên tục tại điểm $x = 3$.
- A. $a = 1$. B. $a = 4$. C. $a = -2$. D. $a = 2$.

- Câu 13:** [NB] Giá trị $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{2020}{n}$ bằng
 A. $+\infty$. B. 2020. C. 0. D. 1.
- Câu 14:** [NB] Cho hàm số $f(x) = x^2 + x + 1$. Hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x)$ bằng
 A. $f'(x) = 2x - 1$. B. $f'(x) = 2x + 1$. C. $f'(x) = x + 1$. D. $f'(x) = 2x$.
- Câu 15:** [NB] Cho hình chóp $S.ABCD$ có SA vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$. Đường thẳng SA vuông góc với đường thẳng nào trong các đường thẳng sau?
 A. CD . B. SC . C. SD . D. SB .
- Câu 16:** [TH] Giá trị $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x^2 + 1} + x)$ bằng
 A. 0. B. $-\infty$. C. $+\infty$. D. 2.
- Câu 17:** [TH] Tìm m để $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - m}{x - 2} = 4$
 A. $m = 3$. B. $m = 4$. C. $m = 2$. D. $m = 5$.
- Câu 18:** [NB] Cho hình chóp $S.ABCD$ có SA vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$. Góc giữa đường thẳng SB và mặt phẳng $(ABCD)$ là góc nào trong các góc sau?
 A. \widehat{SDA} . B. \widehat{SCA} . C. \widehat{SBA} . D. \widehat{SCD} .
- Câu 19:** [TH] Giá trị $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x+1} - 1}{x}$ bằng
 A. $\frac{1}{2}$. B. 0. C. 2. D. $+\infty$.
- Câu 20:** [NB] Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Vectơ nào sau đây là vectơ chỉ phương của đường thẳng BC ?
 A. \overrightarrow{AC} . B. $\overrightarrow{C'D'}$. C. \overrightarrow{BD} . D. $\overrightarrow{B'C'}$.
- Câu 21:** [VD] Người đi xe máy và người đi bộ xuất phát cùng một thời điểm và chuyển động về cùng một hướng (tham khảo hình vẽ bên dưới).
 Người đi xe máy Người đi bộ Điểm gặp nhau
- 
- Biết rằng khoảng cách giữa người đi xe máy và người đi bộ là 1km, và vận tốc của xe máy gấp 10 lần vận tốc người đi bộ. Hỏi người đi xe máy cần vượt quãng đường dài bao nhiêu km để đuổi kịp người đi bộ.
 A. $\frac{12}{11}$ km. B. $\frac{11}{9}$ km. C. $\frac{11}{10}$ km. D. $\frac{10}{9}$ km.
- Câu 22:** [VDC] Cho hàm số $f(x) = mx^4 + nx^3 + px^2 + qx + r (m \neq 0)$. Biết rằng khi chia $f(x)$ cho $x - 2$ ta được phần dư bằng 2019, khi chia $f'(x)$ cho $x - 2$ ta được phần dư bằng 2018. Gọi $g(x)$ là phần dư khi chia $f(x)$ cho $(x - 2)^2$. Giá trị của $g(-1)$ bằng
 A. -4035. B. -4033. C. -4037. D. -4039.
- Câu 23:** [VD] Cho $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{x^2 + 2} - x\sqrt{2}}{\sqrt{x^2 + 3} - x\sqrt{3}} = a\sqrt{2} + b\sqrt{3} + c\sqrt{6} + d$, với $a, b, c, d \in \mathbb{Q}$ và a, b, c, d được biểu diễn dưới dạng phân số tối giản. Giá trị $ab - cd$ bằng:
 A. 3. B. 2. C. 0. D. 1.
- Câu 24:** [VD] Cho tứ diện $ABCD$ có $AB = CD = a$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của BC và AD . Biết $MN = \frac{a\sqrt{3}}{2}$, số đo góc giữa hai đường thẳng AB và CD bằng

A. 60° . B. 45° . C. 30° . D. 90° .

Câu 25. [NB] Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a và SA vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$, $SA = a$. Giá trị $\overline{SA} \cdot \overline{BC}$ bằng

A. $\frac{1}{2}a^2$. B. $-a^2$. C. 0 . D. a^2 .

PHẦN II: TỰ LUẬN

Câu 1: [NB] Tính các giới hạn sau:

- a) $\lim_{x \rightarrow 3} (x+2)$;
b) $\lim_{x \rightarrow +\infty} (x^2 - x + 1)$.

Câu 2: [NB] Tìm đạo hàm của hàm số $y = \frac{2x-1}{x+1}$.

Câu 3: [TH] Cho hàm số $f(x) = x^3 + 3$ có đồ thị (C) . Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị (C) tại điểm có hoành độ $x_0 = 1$

Câu 4: [TH] Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật $ABCD$ và có cạnh SA vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$. Chứng minh rằng:

- a) Tam giác SAB vuông tại A .
b) Đường thẳng AD vuông góc với mặt phẳng (SAB) .

Câu 5: [VDC] Tìm $L = \lim \left(\frac{1}{1} + \frac{1}{1+2} + \dots + \frac{1}{1+2+\dots+n} \right)$.

BẢNG ĐÁP ÁN

1.B	2.B	3.B	4.A	5.C	6.B.	7.A	8.B	9.D	10.B
11.D	12.D	13.C	14.B	15.A.	16.C	17.C	18.C	19.A	20.D
21.D	22.A	23.C	24.A	25.C					

ĐÁP ÁN CHI TIẾT

PHẦN I: TRẮC NGHIỆM

Câu 1: [NB] Cho hàm số $f(x) = \sqrt{x+1}$. Hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x)$ bằng

A. $f'(x) = 2\sqrt{x+1}$. B. $f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x+1}}$. C. $f'(x) = \frac{1}{\sqrt{x+1}}$. D. $f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}}$.

Lời giải

$$\text{Ta có } f'(x) = (\sqrt{x+1})' = \frac{(x+1)'}{2\sqrt{x+1}} = \frac{1}{2\sqrt{x+1}}, \quad \forall x > -1.$$

Câu 2: [TH] Cho hàm số $f(x) = x^4$. Nghiệm của phương trình $f'(x) = 4$ là

A. $x = 0$. B. $x = 1$. C. $x = 4$. D. $x = 2$.

Lời giải

+) Tập xác định: $D = \mathbb{R}$.

+) $f'(x) = 4x^3$.

+) $f'(x) = 4 \Leftrightarrow 4x^3 = 4 \Leftrightarrow x = 1$ (nhận).

Vậy phương trình $f'(x) = 4$ có nghiệm $x = 1$.

Lời giải

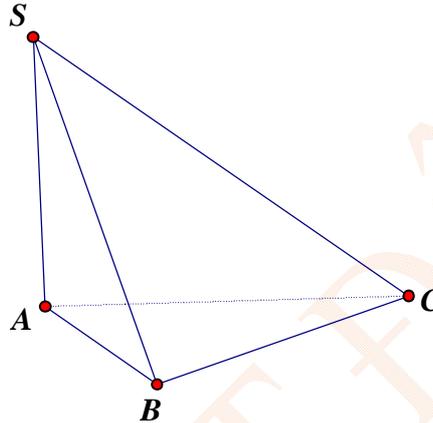
Ta có $\lim_{x \rightarrow x_0} [f(x) + g(x)] = \lim_{x \rightarrow x_0} f(x) + \lim_{x \rightarrow x_0} g(x) = 1 + 2 = 3$.

Câu 9: [NB] Cho hình chóp $S.ABC$ có SA vuông góc với mặt phẳng (ABC) . Khẳng định nào **sai** trong các khẳng định sau?

- A. $SA \perp BC$. B. $SA \perp AC$. C. $SA \perp AB$. **D. $SA \perp SB$.**

Lời giải

Vì $SA \perp (ABC)$ nên $SA \perp AB$, $SA \perp AC$, $SA \perp BC$. Vậy khẳng định $SA \perp SB$ là khẳng định sai.



Câu 10: [TH] Cho hàm số $f(x) = x^3$. Hệ số góc của tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = f(x)$ tại điểm có hoành độ $x_0 = 1$ bằng

- A. 1. **B. 3.** C. 2. D. 4.

Lời giải

Tập xác định: \mathbb{R}

Ta có: $f'(x) = 3x^2$

Hệ số góc của tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = f(x)$ tại điểm có hoành độ $x_0 = 1$ bằng:

$$f'(1) = 3.1^2 = 3.$$

Câu 11: [NB] Giá trị $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n+2019}{n+2020}$ bằng

- A. $+\infty$. B. 0. C. 2. **D. 1**

Lời giải

$$\text{Ta có: } \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n+2019}{n+2020} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1 + \frac{2019}{n}}{1 + \frac{2020}{n}} = \frac{1+0}{1+0} = 1.$$

Câu 12: [TH] Tìm tất cả các giá trị của a để hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - 4x + 3}{x - 3} & \text{khi } x \neq 3 \\ a & \text{khi } x = 3 \end{cases}$ liên tục tại

điểm $x = 3$.

- A. $a = 1$. B. $a = 4$. C. $a = -2$. **D. $a = 2$.**

Lời giải

TXĐ: $D = \mathbb{R}$.

$$f(3) = a.$$

$$\lim_{x \rightarrow 3} f(x) = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 4x + 3}{x - 3} = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{(x-1)(x-3)}{x-3} = \lim_{x \rightarrow 3} (x-1) = 3-1 = 2$$

Hàm số $f(x)$ liên tục tại điểm $x = 3 \Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow 3} f(x) = f(3) \Leftrightarrow a = 2$.

Vậy $a = 2$.

Câu 13: [NB] Giá trị $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{2020}{n}$ bằng

- A. $+\infty$. B. 2020. C. 0. D. 1.

Lời giải

$$\text{Ta có } \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{2020}{n} = \lim_{n \rightarrow +\infty} 2020 \cdot \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{1}{n} = 2020 \cdot 0 = 0$$

Câu 14: [NB] Cho hàm số $f(x) = x^2 + x + 1$. Hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x)$ bằng

- A. $f'(x) = 2x - 1$. B. $f'(x) = 2x + 1$. C. $f'(x) = x + 1$. D. $f'(x) = 2x$.

Lời giải

$$\text{Ta có } f'(x) = (x^2 + x + 1)' = 2x + 1.$$

Câu 15: [NB] Cho hình chóp $S.ABCD$ có SA vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$. Đường thẳng SA vuông góc với đường thẳng nào trong các đường thẳng sau?

- A. CD . B. SC . C. SD . D. SB .

Lời giải

$$\text{Ta có: } \begin{cases} SA \perp (ABCD) \\ CD \subset (ABCD) \end{cases} \Rightarrow SA \perp CD.$$

Câu 16: [TH] Giá trị $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x^2 + 1} + x)$ bằng

- A. 0. B. $-\infty$. C. $+\infty$. D. 2.

Lời giải

Ta có:

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x^2 + 1} + x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\sqrt{x^2 \left(1 + \frac{1}{x^2} \right)} + x \right) = \lim_{x \rightarrow +\infty} x \left(\sqrt{1 + \frac{1}{x^2}} + 1 \right).$$

$$\text{Vì } \begin{cases} \lim_{x \rightarrow +\infty} x = +\infty \\ \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\sqrt{1 + \frac{1}{x^2}} + 1 \right) = 2 > 0 \end{cases} \Rightarrow \lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x^2 + 1} + x) = +\infty.$$

Câu 17: [TH] Tìm m để $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - m}{x - 2} = 4$

- A. $m = 3$. B. $m = 4$. C. $m = 2$. D. $m = 5$.

Lời giải

Để $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - m}{x - 2} = 4$ thì phương trình $x^2 - m = 0$ phải có một nghiệm $x = 2$

$$\text{Suy ra: } 2^2 - m = 0 \Leftrightarrow m = 4$$

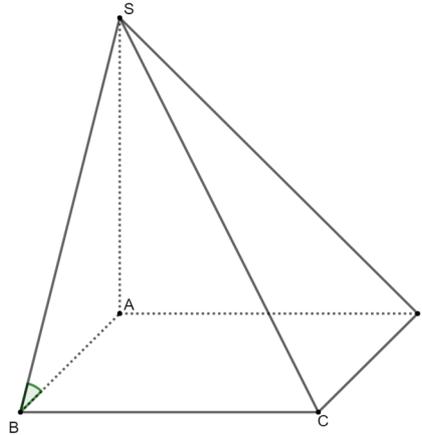
$$\text{Thử lại: } \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 4}{x - 2} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x-2)(x+2)}{x-2} = \lim_{x \rightarrow 2} (x+2) = 4 \text{ (thỏa mãn đề bài)}$$

Vậy $m = 4$.

Câu 18: [NB] Cho hình chóp $S.ABCD$ có SA vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$. Góc giữa đường thẳng SB và mặt phẳng $(ABCD)$ là góc nào trong các góc sau?

A. \widehat{SDA} .B. \widehat{SCA} .C. \widehat{SBA} .D. \widehat{SCD} .

Lời giải



Ta có: $\begin{cases} SB \cap (ABCD) = \{B\} \\ SA \perp (ABCD) \end{cases}$

Suy ra, AB là hình chiếu của SB lên $(ABCD)$

Vậy $(SB; (ABCD)) = (SB; AB) = \widehat{SBA}$

Câu 19: [TH] Giá trị $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x+1}-1}{x}$ bằng

A. $\frac{1}{2}$.

B. 0.

C. 2

D. $+\infty$.

Lời giải

Ta có

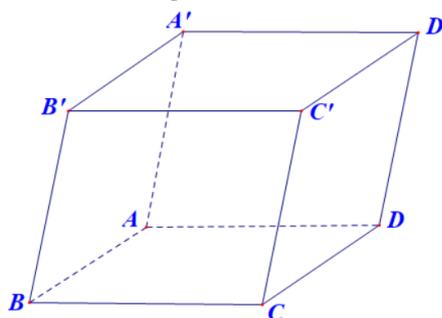
$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x+1}-1}{x} &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{(\sqrt{x+1}-1)(\sqrt{x+1}+1)}{x(\sqrt{x+1}+1)} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{x(\sqrt{x+1}+1)} \\ &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{\sqrt{x+1}+1} = \frac{1}{\sqrt{0+1}+1} = \frac{1}{2}. \end{aligned}$$

Vậy $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x+1}-1}{x} = \frac{1}{2}$.

Câu 20: [NB] Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Vector nào sau đây là vector chỉ phương của đường thẳng BC ?

A. \overrightarrow{AC} .B. $\overrightarrow{C'D'}$.C. \overrightarrow{BD} .D. $\overrightarrow{B'C'}$.

Lời giải



A. 3.

B. 2.

C. 0.

D. 1.

Lời giải

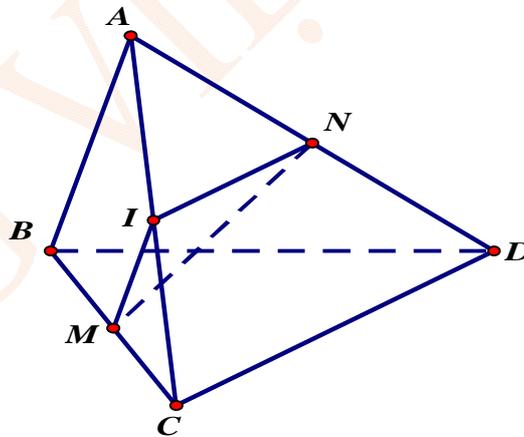
$$\begin{aligned} \text{Ta có: } \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{x^2+2} - x\sqrt{2}}{\sqrt{x^2+3} - x\sqrt{3}} &= \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{x^2\left(1+\frac{2}{x^2}\right)} - x\sqrt{2}}{\sqrt{x^2\left(1+\frac{3}{x^2}\right)} - x\sqrt{3}} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{|x|\sqrt{1+\frac{2}{x^2}} - x\sqrt{2}}{|x|\sqrt{1+\frac{3}{x^2}} - x\sqrt{3}} \\ &= \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-x\sqrt{1+\frac{2}{x^2}} - x\sqrt{2}}{-x\sqrt{1+\frac{3}{x^2}} - x\sqrt{3}} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-x\left(\sqrt{1+\frac{2}{x^2}} + \sqrt{2}\right)}{-x\left(\sqrt{1+\frac{3}{x^2}} + \sqrt{3}\right)} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{1+\frac{2}{x^2}} + \sqrt{2}}{\sqrt{1+\frac{3}{x^2}} + \sqrt{3}} \\ &= \frac{1+\sqrt{2}}{1+\sqrt{3}} = \frac{(1+\sqrt{2})(1-\sqrt{3})}{(1+\sqrt{3})(1-\sqrt{3})} = \frac{1+\sqrt{2}-\sqrt{3}-\sqrt{6}}{-2} = -\frac{1}{2}\sqrt{2} + \frac{1}{2}\sqrt{3} + \frac{1}{2}\sqrt{6} - \frac{1}{2} \end{aligned}$$

Theo bài ra ta có: $a = -\frac{1}{2}, b = \frac{1}{2}, c = \frac{1}{2}, d = -\frac{1}{2}, \Rightarrow ab - cd = 0$

Câu 24. [VD] Cho tứ diện $ABCD$ có $AB = CD = a$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của BC và AD . Biết $MN = \frac{a\sqrt{3}}{2}$, số đo góc giữa hai đường thẳng AB và CD bằng

A. 60° .B. 45° .C. 30° .D. 90° .

Lời giải



Gọi I là trung điểm của AC .

Suy ra IM là đường trung bình của tam giác $ABC \Rightarrow IM \parallel AB$.

Và IN là đường trung bình của tam giác $ACD \Rightarrow IN \parallel CD$.

$$\text{Khi đó } (\widehat{AB; CD}) = (\widehat{IM; IN}) = \begin{cases} \widehat{MIN} \\ 180^\circ - \widehat{MIN} \end{cases}$$

Áp dụng định lí Cosin cho tam giác MIN , ta có $\cos \widehat{MIN} = \frac{IM^2 + IN^2 - MN^2}{2IM \cdot IN} = -\frac{1}{2}$.

Suy ra $\widehat{MIN} = 120^\circ \Rightarrow (\widehat{AB; CD}) = 180^\circ - \widehat{MIN} = 60^\circ$.

Câu 25. [NB] Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a và SA vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$, $SA = a$. Giá trị $\overrightarrow{SA} \cdot \overrightarrow{BC}$ bằng

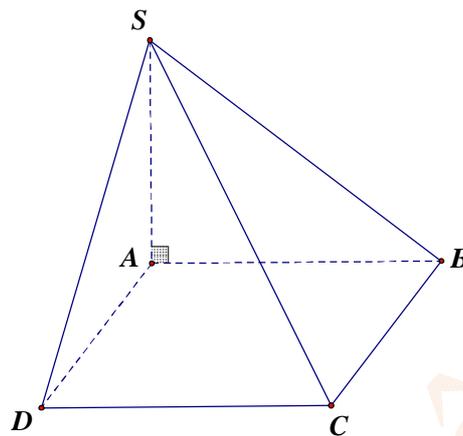
A. $\frac{1}{2}a^2$.

B. $-a^2$.

C. 0.

D. a^2 .

Lời giải



Ta có: $SA \perp (ABCD) \Rightarrow SA \perp \overline{BC} \Rightarrow \overline{SA} \cdot \overline{BC} = 0$.

PHẦN II: TỰ LUẬN

Câu 1: [NB] Tính các giới hạn sau:

a) $\lim_{x \rightarrow 3} (x+2)$;

b) $\lim_{x \rightarrow +\infty} (x^2 - x + 1)$.

Lời giải

a) Ta có $\lim_{x \rightarrow 3} (x+2) = 3+2 = 5$.

Vậy $\lim_{x \rightarrow 3} (x+2) = 5$.

b) Ta có $\lim_{x \rightarrow +\infty} (x^2 - x + 1) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left[x^2 \left(1 - \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2} \right) \right] = +\infty$

Vì $\lim_{x \rightarrow +\infty} x^2 = +\infty$; $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(1 - \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2} \right) = 1 > 0$. Vậy $\lim_{x \rightarrow +\infty} (x^2 - x + 1) = +\infty$.

Câu 2: [NB] Tìm đạo hàm của hàm số $y = \frac{2x-1}{x+1}$.

Lời giải

Ta có: $y = \frac{2x-1}{x+1} \Rightarrow y' = \frac{2 \cdot 1 - 1 \cdot (-1)}{(x+1)^2} = \frac{3}{(x+1)^2}$.

Câu 3: [TH] Cho hàm số $f(x) = x^3 + 3$ có đồ thị (C). Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị (C) tại điểm có hoành độ $x_0 = 1$

Lời giải

Ta có: $y' = 3x^2$. Hệ số góc của tiếp tuyến: $k = y'(1) = 3$

Với $x_0 = 1 \Rightarrow y_0 = 4$

Phương trình tiếp tuyến tại điểm (1;4) là: $y = 3 \cdot (x-1) + 4 \Leftrightarrow y = 3x + 1$.

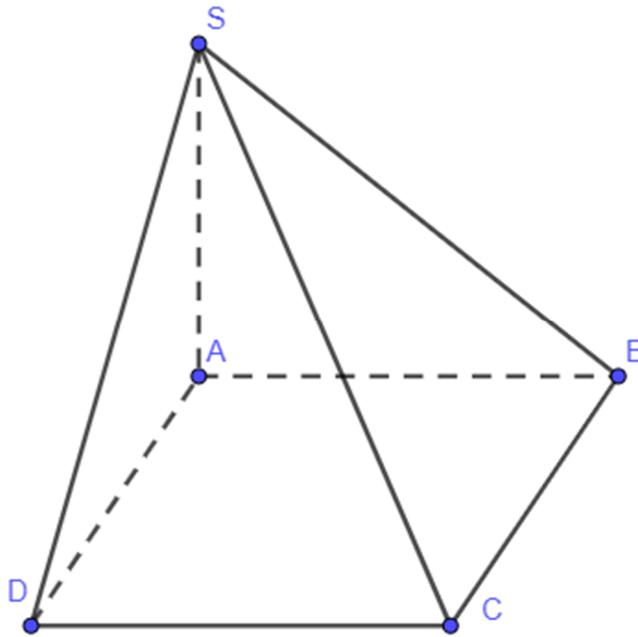
Vậy phương trình tiếp tuyến của đồ thị (C) tại điểm có hoành độ $x_0 = 1$ là: $y = 3x + 1$.

Câu 4: [TH] Cho hình chóp S.ABCD có đáy là hình chữ nhật ABCD và có cạnh SA vuông góc với mặt phẳng (ABCD). Chứng minh rằng:

a) Tam giác SAB vuông tại A.

b) Đường thẳng AD vuông góc với mặt phẳng (SAB).

Lời giải



a) Ta có $SA \perp (ABCD) \Rightarrow SA \perp AB \Rightarrow \Delta SAB$ vuông góc tại A .

b) Do $SA \perp (ABCD) \Rightarrow SA \perp AD$

Lại có $ABCD$ là hình chữ nhật nên $AD \perp AB$

Và $SA \cap AD = \{A\}$

Vậy nên có $AD \perp (SAB)$.

Câu 5: [VDC] Tìm $L = \lim \left(\frac{1}{1} + \frac{1}{1+2} + \dots + \frac{1}{1+2+\dots+n} \right)$

Lời giải

$$\forall k \in \mathbb{N}^*, \text{ ta có: } 1+2+\dots+k = \frac{k(k+1)}{2} \Rightarrow \frac{1}{1+2+\dots+k} = \frac{2}{k(k+1)} = \frac{2}{k} - \frac{2}{k+1}.$$

$$L = \lim \left(\frac{1}{1} + \frac{1}{1+2} + \dots + \frac{1}{1+2+\dots+n} \right) = \lim \left(\frac{2}{1} - \frac{2}{2} + \frac{2}{2} - \frac{2}{3} + \dots + \frac{2}{n} - \frac{2}{n+1} \right) = \lim \left(2 - \frac{2}{n+1} \right) = 2.$$

Vậy, $L = 2$.