Ths. BÙI ĐỨC PHƯƠNG

BÀI TẬP
CƠ BẢN VÀ NÂNG CAO
HÌNH HỌC 7

DÀNH CHO GIÁO VIÊN, PHỤ HUYNH

TÀI LIỆU TRUNG HỌC CƠ SỞ

****

Ths. BÙI ĐỨC PHƯƠNG

BÀI TẬP CƠ BẢN VÀ NÂNG CAO HÌNH HỌC 7

LƯU HÀNH NỘI BỘ

Huế, năm 2020

LỜI NÓI ĐẦU

Đầu tiên, xin lưu ý tài liệu này không được xuất bản mà chỉ là tài liệu để lưu hành nội bộ.

Các thầy cô giáo và các em học sinh, phụ huynh thân mến!

Đây là một bộ tài liệu ôn tập các chủ đề của toán học lớp 7 được chia thành hai quyển số học và hình học. Đối với các em học sinh thì đây là một tài liệu rất hữu ích để ôn tập và nâng cao kiến thức toán học lớp 7. Tài liệu tập trung vào những trọng tâm cơ bản, các dạng bài tập thường gặp. Tác giả biên soạn tài liệu này với mong muốn cung cấp một hệ thống kiến thức phù hợp, không chỉ tập trung vào nội dung các chủ đề mà còn hướng đến việc hướng dẫn một cách cụ thể, dễ hiểu các em học sinh trong việc tự học, tự ôn tập và rèn luyện các kỹ năng làm bài để có thể tự tin chinh phục các bài kiểm tra trong chương trình toán học lớp 7.

Tài liệu này bao gồm 2 quyển và 3 phần trong mỗi quyển:

Quyển 1 – Bài tập cơ bản và nâng cao số học 7.

Quyển 2 – Bài tập cơ bản và nâng cao hình học 7.

Phần 1 – Các chủ đề: Nội dung lý thuyết.

Phần 2 – Các chủ đề: Các dạng bài tập quan trọng.

Phần 3 – Bài kiểm tra kết thúc chương.

Quá trình biên soạn đã qua nhiều lần phản biện nhưng sẽ không tránh khỏi những sai sót, xin các thầy cô giáo và các em học sinh, phụ huynh rộng lượng bỏ qua.

Mọi góp ý xin gửi về địa chỉ: buiducphuongmath@gmail.com.

Xin trân trọng cảm ơn!

Tác giả

Ths. Bùi Đức Phương

MỤC LỤC

CHƯƠNG I – ĐƯỜNG THẲNG SONG SONG. ĐƯỜNG THẲNG VUÔNG GÓC

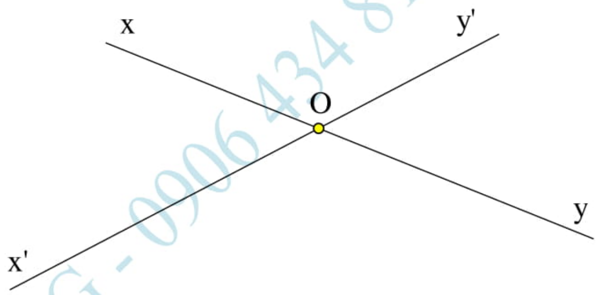
CHỦ ĐỀ 1

HAI GÓC ĐỐI ĐỈNH. ĐƯỜNG TRUNG TRỰC CỦA ĐOẠN THẲNG

A. NỘI DUNG KIẾN THỨC

1. Định nghĩa và tính chất của hai góc đối đỉnh:

+ Hai góc đối đỉnh là hai góc mà mỗi cạnh của góc này là tia đối của một cạnh góc kia.

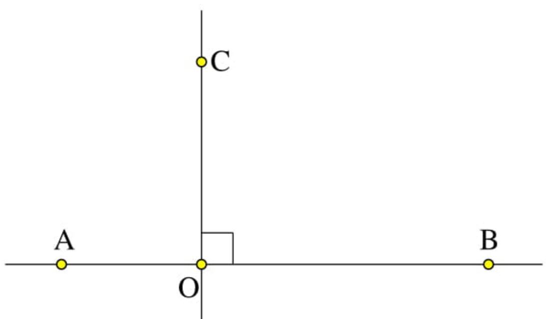


+ Hai góc đối đỉnh thì bằng nhau.

+ Nếu xOx' và yOy' là hai góc đối đỉnh, xOy' và $x'Oy$ là hai góc đối đỉnh thì: $xOx' = yOy'$ và $xOy' = x'Oy$.

+ **<u>Chú ý:</u>** Hai góc đối đỉnh thì bằng nhau nhưng điều ngược lại thì không đúng.

2. Hai đường thẳng vuông góc



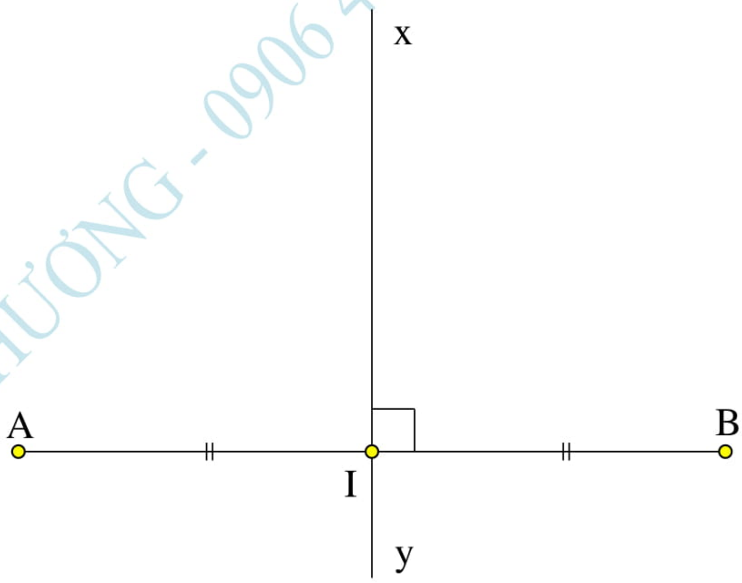
+ Hai đường thẳng vuông góc là hai đường thẳng cắt nhau và một trong các góc tạo thành có một góc vuông.

+ Kí hiệu $AB \perp CD$.

+ Tính duy nhất của hai đường thẳng vuông góc: *Qua một điểm cho trước có một và chỉ một đường thẳng vuông góc với đường thẳng cho trước*

3. Đường thẳng trung trực của một đoạn thẳng.

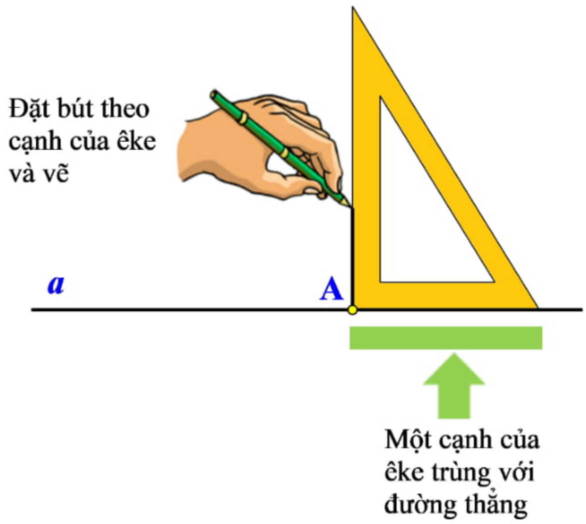
+ Đường thẳng *xy* là đường trung trực của đoạn thẳng AB khi và chỉ khi *xy* vuông góc với AB tại trung điểm của đoạn thẳng AB.



+ Hay *xy* là đường trung trực của đoạn thẳng AB khi và chỉ khi $\begin{cases} I \in AB \\ IA = IB \\ xy \perp CD \\ xIA = xIB = 90^{o} \end{cases}$

+ Khi *xy* là đường trung trực của đoạn thẳng AB ta còn nói A, B đối xứng nhau qua *xy*.

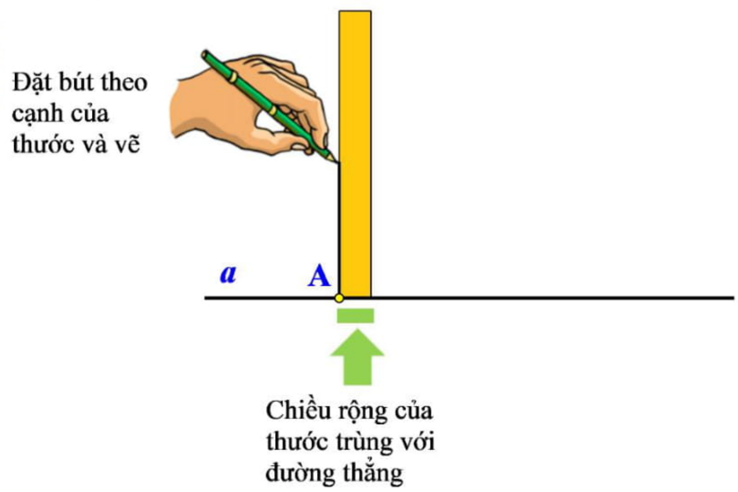
4. Cách vẽ đường thẳng vuông góc.



Cách vẽ đường thẳng vuông góc bằng thước êke

+ Đặt thước êke sao cho một cạnh của thước trùng với đường thẳng.

+ Đặt bút theo cạnh của êke và vẽ đường vuông góc cần vẽ.

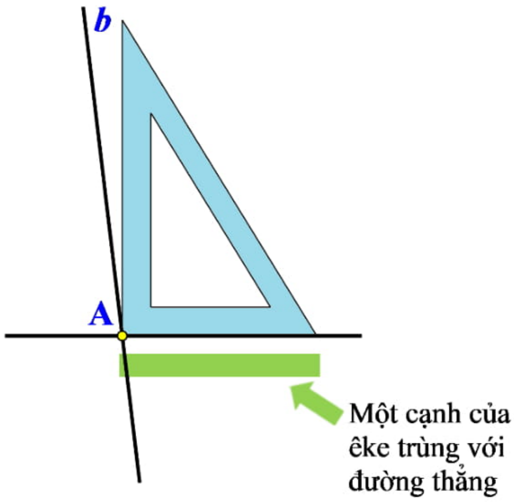


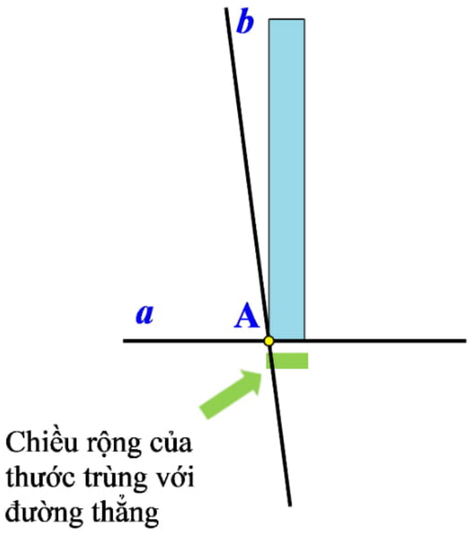
Cách vẽ đường thẳng vuông góc bằng thước thẳng

+ Đặt thước thẳng sao cho một cạnh của thước trùng với đường thẳng.

+ Đặt bút theo cạnh của thước và vẽ đường vuông góc cần vẽ.

5. Cách kiểm tra hai đường thẳng có vuông góc không.





Cách kiểm tra xem đường thẳng *a* có vuông góc với đường thẳng *b* hay không bằng thước êke

+ Đặt thước êke sao cho một cạnh của thước trùng với đường thẳng.

+ Nếu đường thẳng *a* trùng với một cạnh của thước thì đường thẳng *a* có vuông góc với đường thẳng *b*.

+ Nếu đường thẳng *a* không trùng với một cạnh của thước thì đường thẳng *a* không vuông góc với đường thẳng *b*.

Cách kiểm tra xem đường thẳng *a* có vuông góc với đường thẳng *b* hay không bằng thước thẳng

+ Đặt thước thẳng sao cho cạnh (chiều rộng) của thước trùng với đường thẳng.

+ Nếu đường thẳng *a* trùng với một cạnh của thước thì đường thẳng *a* có vuông góc với đường thẳng *b*.

+ Nếu đường thẳng *a* không trùng với một cạnh của thước thì đường thẳng *a* không vuông góc với đường thẳng *b*.

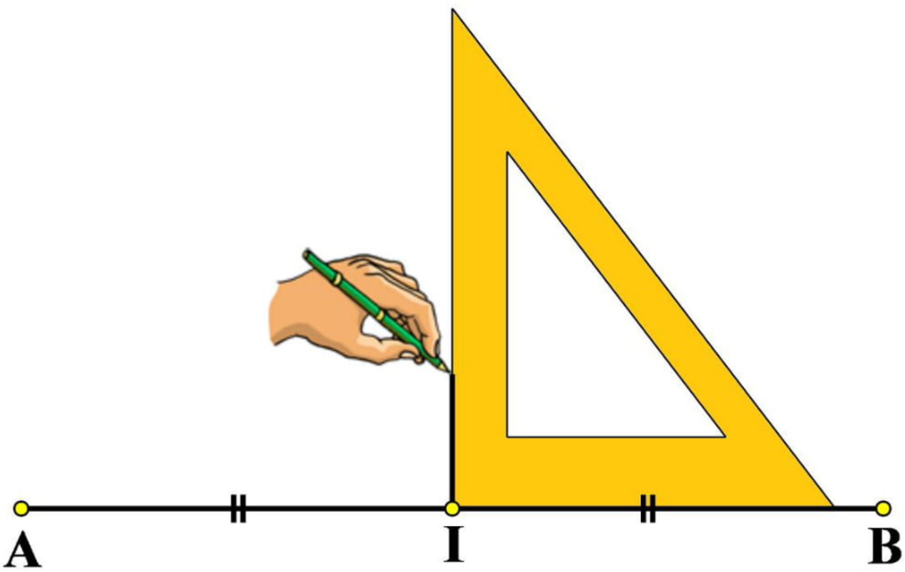
5. Cách vẽ đường trung trực của đoạn thẳng AB cho trước.

5.1 Cách dùng êke.

+ **Bước 1:** Xác định trung điểm (giả sử đặt tên I) của đoạn thẳng AB.

+ **Bước 2:** Đặt êke sao cho một cạnh góc vuông trùng với đoạn thẳng AB. Đỉnh góc vuông của êke trùng với điểm I.

+ **Bước 3:** Kẻ đường thẳng theo cạnh góc vuông thứ hai của êke.

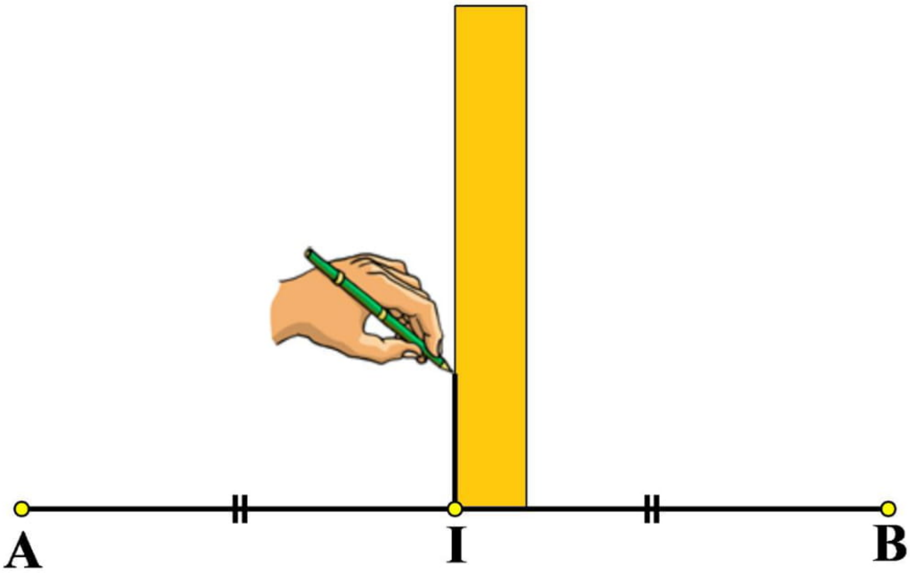


5.2 Cách dùng thước thẳng.

+ **Bước 1:** Xác định trung điểm (giả sử đặt tên I) của đoạn thẳng AB.

+ **Bước 2:** Đặt thước đo thẳng sao cho cạnh của thước (chiều rộng thước) trùng với đoạn thẳng AB. Đỉnh góc vuông của thước trùng với điểm I.

+ **Bước 3:** Kẻ đường thẳng theo cạnh của thước.

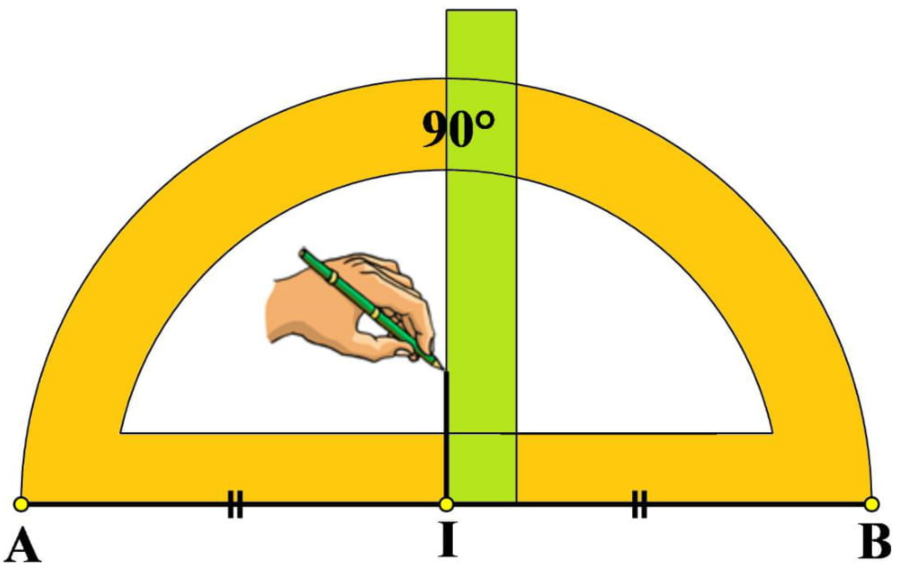


5.3 Cách dùng thước đo góc.

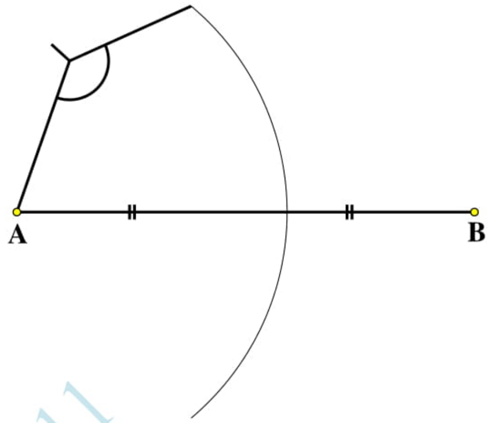
+ **Bước 1:** Xác định trung điểm (giả sử đặt tên I) của đoạn thẳng AB.

+ **Bước 2:** Đặt thước đo góc sao cho cạnh của thước trùng với đoạn thẳng AB. Tâm của thước trùng với điểm I.

+ **Bước 3:** Đánh dấu vạch 90° và nối điểm đó với I.

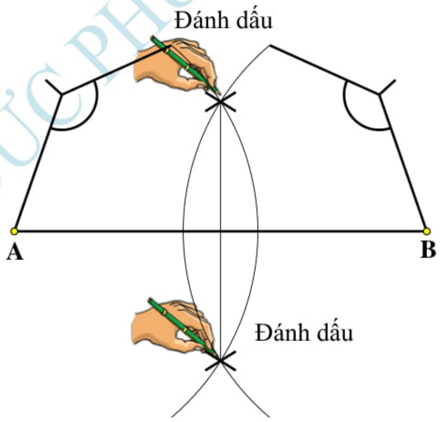


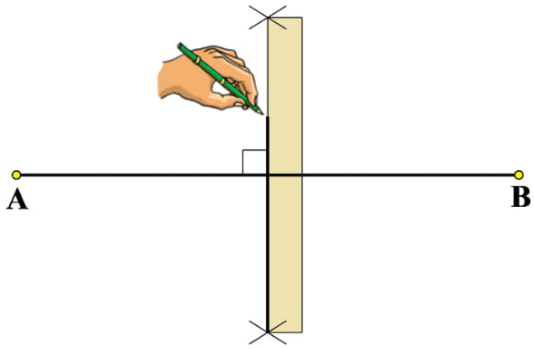
5.4 Cách dùng compa



Bước 1 – Mở khẩu độ compa lấy độ dài nhỏ hơn độ dài đoạn thẳng AB.

Bước 2 – Giữ nguyên khẩu độ compa đã lấy, lấy A làm tâm và quay 1 đường tròn. Giữ nguyên khẩu độ compa, lấy B làm tâm và quay 1 đường tròn





Bước 3 – Đánh dấu vị trí hai đường tròn vừa vẽ cắt nhau.

Bước 4 – Nối hai vị trí vừa đánh dấu ta được đường trung trực của AB.

B. CÁC DẠNG BÀI TẬP CƠ BẢN

DẠNG 1. HAI ĐƯỜNG THẲNG CẮT NHAU THEO MỘT GÓC BẤT KÌ

PHƯƠNG PHÁP GIẢI

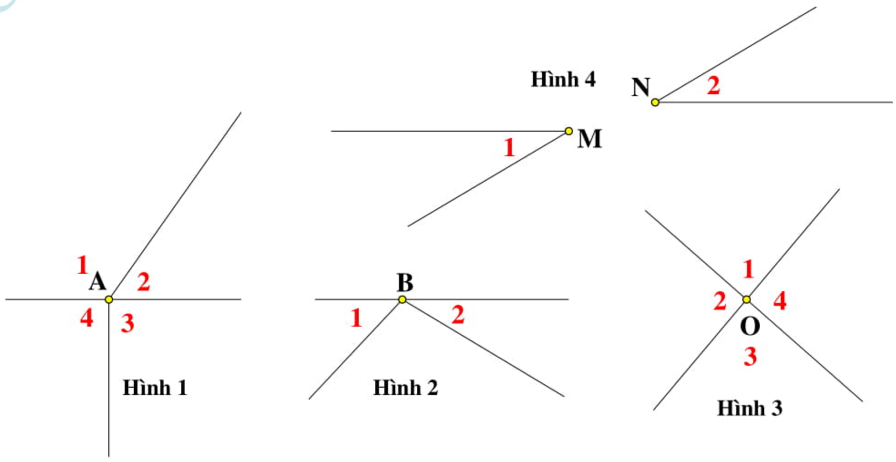
+ Nhận biết hai góc đối đỉnh một cách trực quan.

+ Hai đường thẳng cắt nhau tại một điểm tạo thành bốn góc (không tính các góc bẹt) có chung đỉnh tại điểm cắt.

+ Nếu biết số đo của một góc thì dựa vào tính chất của hai góc kề bù và tính chất của hai góc đối đỉnh, ta tính được số đo của ba góc còn lại.

+ Ngược lại nếu cho hai góc bằng nhau và có một cặp cạnh là hai tia đối của nhau, bằng cách tính toán ta có thể chứng tỏ được cặp cạnh thứ hai cũng là hai tia đối nhau để suy ra hai góc đó là hai góc đối đỉnh.

Câu 1. Hình nào dưới đây có cặp góc đối đỉnh. Gọi tên các cặp góc ấy.



Câu 2. Cho hai đường thẳng *xx'* và *yy'* cắt nhau.

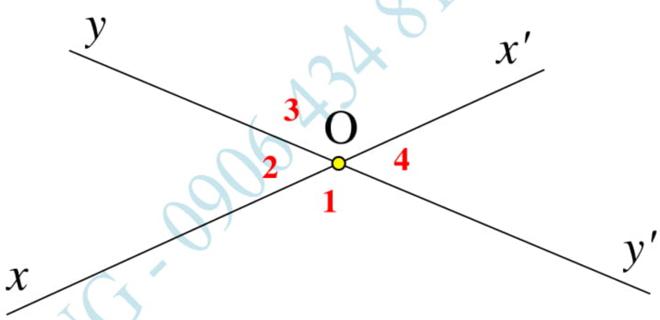
1) Vẽ hình và đặt tên cho các góc tạo thành.

2) Viết tên hai cặp góc đối đỉnh.

3) Viết tên các góc bằng nhau.

<u>Hướng dẫn giải:</u>

1) Vẽ hình và đặt tên cho các góc tạo thành.



2) Viết tên hai cặp góc đối đỉnh.

Hai cặp góc đối đỉnh là $\widehat{O_1}$ và $\widehat{O_3}$; $\widehat{O_2}$ và $\widehat{O_4}$.

3) Viết tên các góc bằng nhau.

Các góc bằng nhau là $\widehat{O_1} = \widehat{O_3}$; $\widehat{O_2} = \widehat{O_4}$

Câu 3.

1) Vẽ góc *x*O*y* có số đo bằng 60^0.

2) Vẽ góc *x'*O*y'* đối đỉnh với góc *x*O*y*.

3) Vẽ tia phân giác O*t* của góc *x*O*y*.

4) Vẽ tia đối O*t'* của tia O*t*. Vì sao tia O*t'* là tia phân giác của góc *x'*O*y'* ?

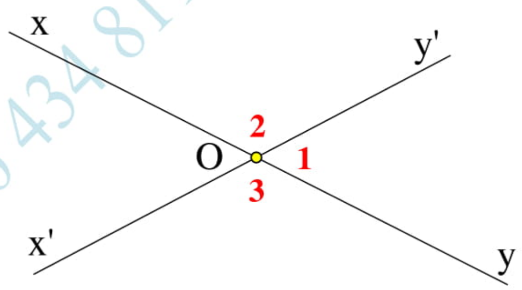
Câu 4. Vẽ hai đường thẳng *xx'* và *yy'* cắt nhau tại A. Cho biết $\widehat{xAy} = 50^0$. Tính số đo các góc còn lại.

Câu 5. Hai đường thẳng AB và CD cắt nhau tại E tạo thành góc AEC có số đo bằng 40^0. Tính số đo các góc còn lại.

Câu 6. Chứng minh: Hai góc đối đỉnh thì bằng nhau.

__**Hướng dẫn giải:**__

Giả thiết	$\widehat{O_2};\widehat{O_3}$ đối đỉnh.
Kết luận	$\widehat{O_2} = \widehat{O_3}$



Chứng minh:

Ta có $\widehat{O_2};\widehat{O_1}$ là hai góc kề bù nên $\widehat{O_1} + \widehat{O_2} = 180°$. (1)

$\widehat{O_3};\widehat{O_1}$ là hai góc kề bù nên $\widehat{O_1} + \widehat{O_3} = 180°$. (2)

Từ (1)(2) ta có $\widehat{O_2} = \widehat{O_3}$

Câu 7.

1) Vẽ góc *x*O*y* có số đo bằng 50^0. Vẽ góc *x'*O*y'* đối đỉnh góc *x*O*y*. Tính số đo góc *x'*O*y'* và *x*O*y'*.

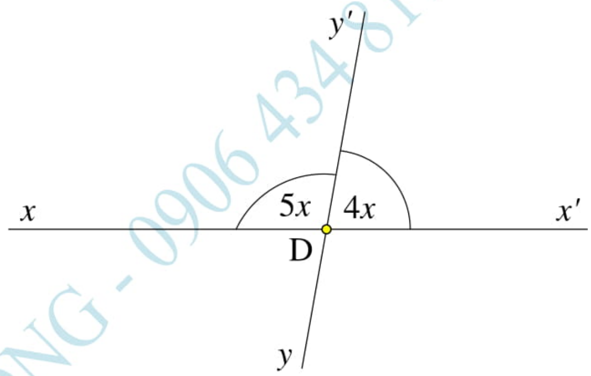
2) Vẽ góc zAt có số đo bằng 120^0. Vẽ góc z'At' đối đỉnh góc zAt. Tính số đo góc z'At' và zAt'.

Câu 8. Cho hai góc kề bù *x*O*y* và *y*Ot. Gọi Om, On lần lượt là hai tia phân giác của góc *x*O*y* và *y*Ot.

1) Tính mOn

2) Vẽ góc tOz là góc đối đỉnh của góc *x*O*y*. Vẽ tia Op là tia đối của tia Om. Chứng minh Op, On lần lượt là tia phân giác của góc tOz và mOp

Câu 9. Hai đường thẳng *xx'* và *yy'* cắt nhau ở D như hình vẽ. Tính góc *x*D*y* và góc *y*D*x'*.



Hướng dẫn giải:

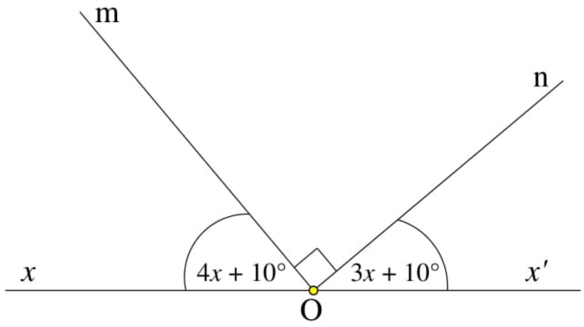
Ta có $x\mathrm{D}y' + x'\mathrm{D}y' = 180^o$ hay $5x + 4x = 180^o$ hay $9x = 180^o$

Suy ra $x = 180^o : 9 = 20^o$

Do đó số đo góc $x\mathrm{D}y'$ là $5.20^o = 100^o$

số đo góc $x'\mathrm{D}y'$ là $4.20^o = 80^o$

Câu 10. Trong hình vẽ sau biết $O \in xx'$



1) Tính $x\text{Om};\ x'\text{On}$

2) Vẽ tia Ot sao cho $x\text{Ot};\ x'\text{On}$ là hai góc đối đỉnh. Trên nửa mặt phẳng bờ *xx'* chứa tia O*t*, vẽ tia Oy sao cho $y\text{Ot} = 90^o$. Hai góc mOn và *t*O*y* có phải là hai góc đối đỉnh không ? Vì sao ?

<u>Hướng dẫn giải:</u>

1) Tính $x\text{Om};\ x'\text{On}$

Ta có $x\text{Om} + \text{mOn} + x'\text{On} = 180^o$ hay $\left(4x + 10^o\right) + 90^o + \left(3x + 10^o\right) = 180^o$

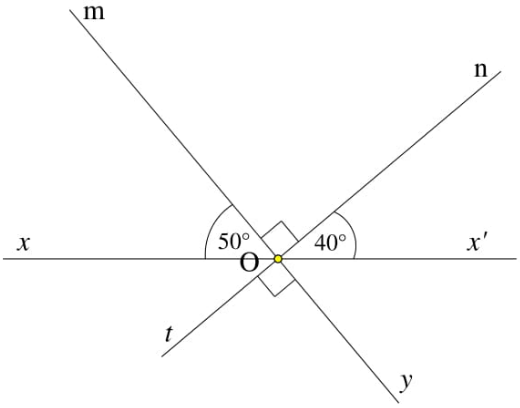
Hay $7x = 70^o$

Suy ra $x = 70^o : 7 = 10^o$

Do đó số đo góc $x\text{Om}$ là $4.10^o + 10^o = 50^o$

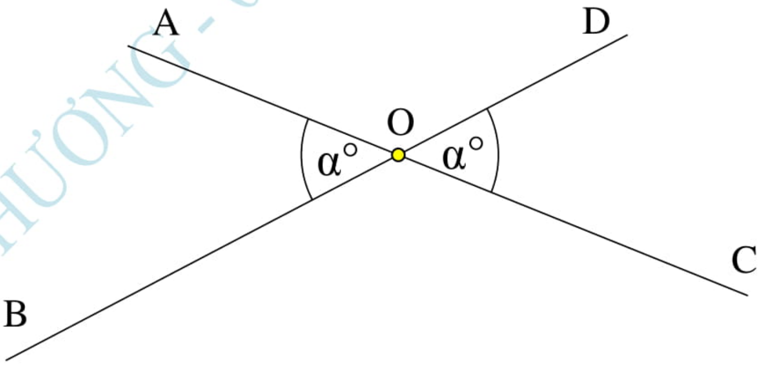
số đo góc $x'\text{On}$ là $3.10^o + 10^o = 40^o$

2) Vẽ tia Ot sao cho $x\text{Ot};\ x'\text{On}$ là hai góc đối đỉnh. Trên nửa mặt phẳng bờ *xx'* chứa tia O*t*, vẽ tia Oy sao cho $y\text{Ot} = 90^o$. Hai góc mOn và *t*O*y* có phải là hai góc đối đỉnh không ? Vì sao ?



Câu 11. Cho hình vẽ sau, biết $AOB = COD = \alpha^\circ$ $\left(0^\circ < \alpha^\circ < 180^\circ\right)$ và OA và OC là hai tia đối nhau. Chứng minh $AOB;\ COD$ là hai góc đối đỉnh.

<u>Hướng dẫn giải:</u>



Ta có hai tia OA và OC đối nhau (theo giả thiết) suy ra A, O, C nằm trên một đường thẳng.

Xét nửa mặt phẳng bờ là đường thẳng AC chứa tia OD ta có:

$AOD = 180^\circ - \alpha^\circ$ (hai góc kề bù)

Do đó $AOB + AOD = \alpha^\circ + 180^\circ - \alpha^\circ = 180^\circ$

Suy ra $BOD = 180^\circ$ hay hai tia OB và OD thuộc một đường thẳng.

Suy ra OB và OD là hai tia đối nhau.

Vì $\widehat{AOB}$ và $\widehat{COD}$ có chung đỉnh O có hai cặp cạnh là hai tia đối nhau nên $\widehat{AOB}; \widehat{COD}$ là hai góc đối đỉnh.

Vậy $\widehat{AOB}; \widehat{COD}$ là hai góc đối đỉnh.

Câu 12. Cho hai đường thẳng AB và CD cắt nhau tại O.

1) Kể tên các cặp góc đối đỉnh (không kể góc bẹt)

2) Tính các góc còn lại biết số đo của góc $\widehat{AOC} = 40^\circ$.

3) Kẻ OE là tia phân giác của góc $\widehat{AOC}$ và OF là tia đối của tia OE. Hãy Chứng minh OF là tia phân giác của góc $\widehat{BOD}$.

4) Trong hình vẽ đó (sau câu 3) có mấy cặp góc đối đỉnh, là những góc nào ? (không kể góc bẹt). Tính số đo của chúng.

<u>**Hướng dẫn giải:**</u>

1) Kể tên các cặp góc đối đỉnh (không kể góc bẹt)

Các cặp góc đối đỉnh là $\widehat{AOC}$ và $\widehat{BOD}$; $\widehat{COB}$ và $\widehat{AOD}$.

2) Tính các góc còn lại biết số đo của góc $\widehat{AOC} = 40^\circ$.

Do $\widehat{AOC}$ và $\widehat{COB}$ là hai góc kề bù, nên: $\widehat{AOC} + \widehat{COB} = 180^\circ$ (1)

Theo giả thiết: $\widehat{AOC} = 40^\circ$ (2)

Từ (1) và (2), ta có: $\widehat{COB} + 40^\circ = 180^\circ$ suy ra $\widehat{COB} = 140^\circ$

$\widehat{BOD} = \widehat{AOC}$ (hai góc đối đỉnh) suy ra $\widehat{BOD} = 40^\circ$

$\widehat{COB} = \widehat{AOD}$ (hai góc đối đỉnh) suy ra $\widehat{AOD} = 140^\circ$

Vậy $\widehat{BOD} = 40^\circ$; $\widehat{AOD} = 140^\circ$; $\widehat{COB} = 140^\circ$

3) Kẻ OE là tia phân giác của góc AOC và OF là tia đối của tia OE. Hãy Chứng minh OF là tia phân giác của góc BOD.

<u>Cách 1:</u>

Vì OE là phân giác của AOC nên $AOE = EOC = \frac{40^\circ}{2} = 20^\circ$ (3)

Mà ta có: OE và OF là hai tia đối nhau (theo giả thiết)

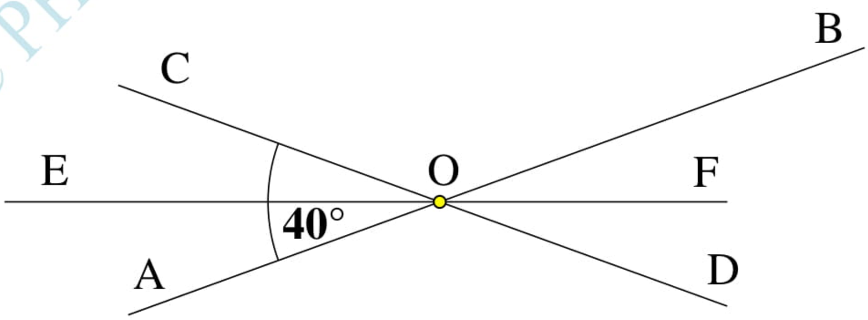
OA và OB là hai tia đối nhau (vì AB là đường thẳng).

Nên AOE và BOF đối đỉnh suy ra $AOE = BOF$ (theo định nghĩa)

Từ (3) và (4) ta có: $AOE = BOF = 20^\circ$

Mà $BOD = 40^\circ$ nên $BOF = \frac{BOD}{2}$ nên OF là tia phân giác của góc BOD.

Vậy OF là tia phân giác của góc BOD.



<u>Cách 2:</u>

Vì OE là phân giác của AOC nên ta có $AOE = EOC$.

Ta có OE và OF là hai tia đối nhau (theo giả thiết).

OC và OD là hai tia đối nhau (vì CD là đường thẳng).

OA và OB là hai tia đối nhau (vì AB là đường thẳng).

Vậy ta có các cặp góc đối đỉnh:

COE và FOD suy ra $EOC = FOD$ (tính chất) (6)

AOE và BOF suy ra $AOE = BOF$ (tính chất) (7)

Từ (5), (6), (7) ta có: $BOF = FOD$, hay OF là tia phân giác của góc BOD.

Vậy OF là tia phân giác của góc BOD.

4) Trong hình vẽ đó (sau câu 3) có mấy cặp góc đối đỉnh, là những góc nào ? (không kể góc bẹt). Tính số đo của chúng.

Theo câu 2 ta có:

+ AOC và BOD là hai góc đối đỉnh, bằng 40°

+ COB và AOD là hai góc đối đỉnh, bằng 140°

Theo câu 3 ta có:

+ COE và FOD là hai góc đối đỉnh, bằng 20°

+ AOE và BOF là hai góc đối đỉnh, bằng 20°

Mặt khác EOB và AOF là hai góc đối đỉnh bằng $20^\circ + 140^\circ = 160^\circ$ và EOD và COF là hai góc đối đỉnh bằng $20^\circ + 140^\circ = 160^\circ$.

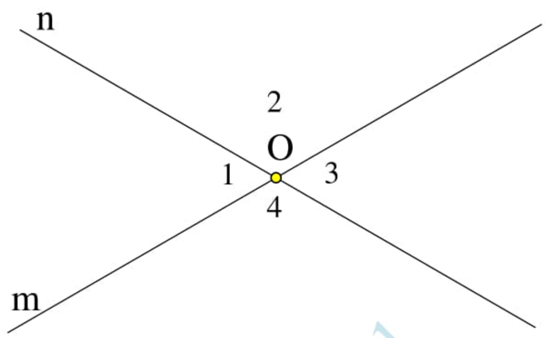
Vậy có tất cả sáu cặp góc đối đỉnh.

Câu 13. Tính số đo các góc O_1; O_2; O_3; O_4 ở hình sau biết:

1) $O_1 = \frac{1}{2} O_2$ 2) $O2 - O_1 = 40^\circ$ 3) $O_1 + O_3 = \frac{1}{2}\left(O_2 + O_4\right)$

<u>Hướng dẫn giải:</u>

1) $O_1 = \frac{1}{2}O_2$



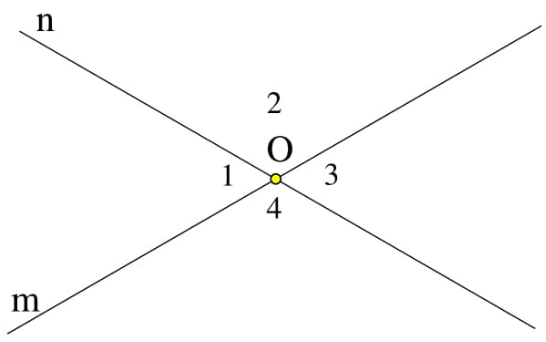
$O_1 + O_2 = 180^\circ$ (vì hai góc kề bù), mà $O_1 = \frac{1}{2}O_2$ (theo giả thiết), nên:

$\frac{1}{2}O_2 + O_2 = 180^\circ$ hay $\frac{3}{2}O_2 = 180^\circ$ suy ra $O_2 = \frac{180^\circ.2}{3} = 120^\circ$

Và $O_1 = \frac{1}{2}O_2$ hay $O_1 = \frac{1}{2}.120^\circ$ suy ra $O_1 = 60^\circ$

Vậy số đo các góc $O_1; O_2; O_3; O_4$ là $O_1 = O_3 = 60^\circ; O_2 = O_4 = 120^\circ$

2) $O2 - O_1 = 40^\circ$



$O_1 + O_2 = 180^\circ$ (vì hai góc kề bù)

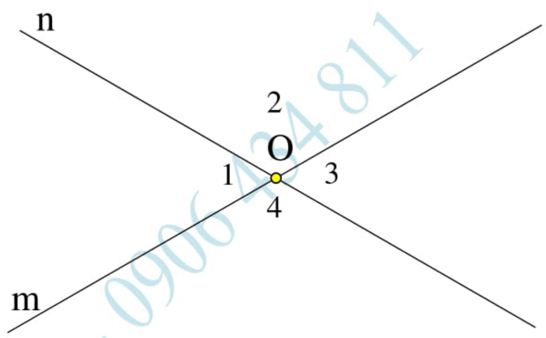
Mặt khác $O_2 - O_1 = 40^\circ$ (theo giả thiết)

Suy ra $2O_2 = 220^\circ$ hay $O_2 = 110^\circ$

Vì $O_2 - O_1 = 40^\circ$ hay $110^\circ - O_1 = 40^\circ$ suy ra $O_1 = 70^\circ$

Vậy số đo các góc $O_1;\, O_2;\, O_3;\, O_4$ là $O_1 = O_3 = 70^\circ$; $O_2 = O_4 = 110^\circ$

3) $O_1 + O_3 = \frac{1}{2}\left(O_2 + O_4\right)$



Ta có $O_1 + O_3 = \frac{1}{2}\left(O_2 + O_4\right)$ (theo giả thiết) (1)

Do O_1 và O_3 đối đỉnh nên: $O_1 = O_3$. (2)

Do O_2 và O_4 đối đỉnh nên: $O_2 = O_4$. (3)

Thay (2) và (3) vào (1), ta có: $2O_1 = \frac{1}{2}2O_2$ hay $2O_1 = O_2$ (4)

Mà $O_1 + O_2 = 180^\circ$ (hai góc kề bù) (5)

Thay (4) vào (5), ta được: $O_1 + 2O_1 = 180^\circ$ hay $3O_1 = 180^\circ$ suy ra $O_1 = 60^\circ$

Ta có $2O_1 = O_2$ và $O_1 = 60^\circ$ nên suy ra $O_2 = O_4 = 120^\circ$

Vậy số đo các góc $O_1;\, O_2;\, O_3;\, O_4$ là $O_1 = O_3 = 60^\circ$; $O_2 = O_4 = 120^\circ$

Câu 14. Cho góc tù AOB. Vẽ BOC và AOD là hai góc kề bù với góc AOB. Hãy Chứng minh hai góc BOC và AOD là hai góc đối đỉnh.

Câu 15. Cho hai đường thẳng AB và CD cắt nhau tại M. Biết rằng $BMC = 3CMA$. Tính số đo của bốn góc $AMC;\ BMC;\ BMD$ và DMA bằng hai cách.

Câu 16. 1) Vẽ góc $AOB = 40^\circ$.

2) Vẽ góc $A'OB'$ là góc đối đỉnh với góc AOB

3) Ta có thêm cặp góc nào là hai góc đối đỉnh ? Tại sao ?

4) Vẽ tia OI là tia phân giác của góc AOB và vẽ tia OI' là tia đối của tia OI. Chứng minh tia OI' là tia phân giác của góc $A'OB'$.

Câu 17. Hai đường thẳng EF và MN cắt nhau tại O tạo thành bốn góc (không kể góc bẹt). Biết tổng của ba góc (trong số bốn góc đó) bằng $250^\circ 46'$. Tính số đo của bốn góc đó bằng hai cách.

Câu 18. Cho điểm O trên đường thẳng AB. Trên cùng nửa mặt phẳng bờ là AB. Kẻ hai tia OC và OD sao cho $AOC = BOD = COD$. Trên nửa mặt phẳng đối của nửa mặt phẳng có chứa tia OC bờ là AB kẻ tia OE sao cho $BOE = 60^\circ$.

1) Tia OC là tia phân giác của góc nào ? Tại sao ?

2) Tia OD là tia phân giác của góc nào ? Tại sao ?

3) Chứng minh AOC và BOE là hai góc đối đỉnh.

4) Tia OB là tia phân giác của góc nào ? Tại sao ?

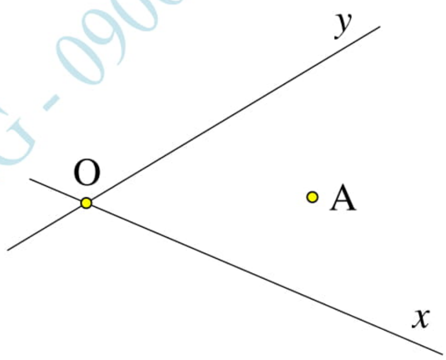
DẠNG 2. HAI ĐƯỜNG THẲNG CẮT NHAU TẠO THÀNH GÓC VUÔNG

PHƯƠNG PHÁP GIẢI

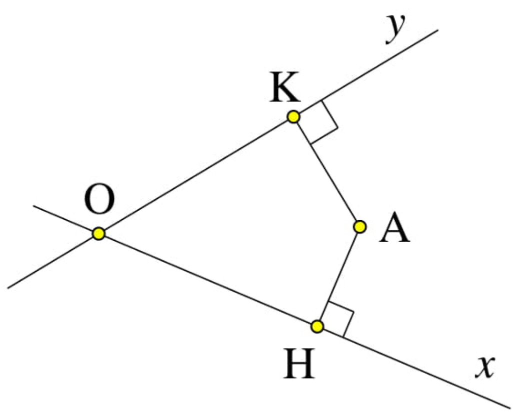
+ Chú ý cách vẽ đường trung trực của một đoạn thẳng ở phần nội dung kiến thức.

+ Đường thẳng *xy* là đường trung trực của AB khi và chỉ khi $\begin{cases} I \in AB \\ IA = IB \\ xy \perp CD \\ xIA = xIB = 90^o \end{cases}$

Câu 19. Cho hình vẽ. Vẽ AH $\perp$ Ox tại H. Vẽ AK $\perp$ Oy tại K.



<u>Hướng dẫn giải:</u>



Câu 20. Cho đường thẳng *d* và điểm A thuộc *d.* Vẽ đường thẳng *d'* qua A và vuông góc với *d.*

Câu 21. Cho đường thẳng *d* và điểm B nằm ngoài đường thẳng *d.* Chỉ sử dụng êke, hãy vẽ đường thẳng *d'* qua B và vuông góc với *d.*

Câu 22. Vẽ hình theo cách diễn đạt sau: Vẽ góc xOy có số đo bằng 60^0. Lấy điểm A bất kì nằm trong góc xOy. Vẽ qua A đường thẳng *d* vuông góc với tia Ox tại B. Vẽ qua A đường thẳng *d'* vuông góc với tia Oy tại C.

Câu 23. Đường thẳng AB và đường thẳng MN cắt nhau tại O sao cho góc AOM là góc tù. Tại O kẻ đường thẳng $CD \perp AB$ và đường thẳng $EF \perp MN$.

1) Hãy chứng minh $AOE = MOC$

2) Trong hình vừa vẽ hãy ta có thấy tám góc nhọn. Hãy Chứng minh tám góc nhọn đó có thể được chia thành hai nhóm, mỗi nhóm có bốn góc nhọn bằng nhau.

3) Tìm điều kiện của AOM để tám góc nhọn đó đều bằng nhau.

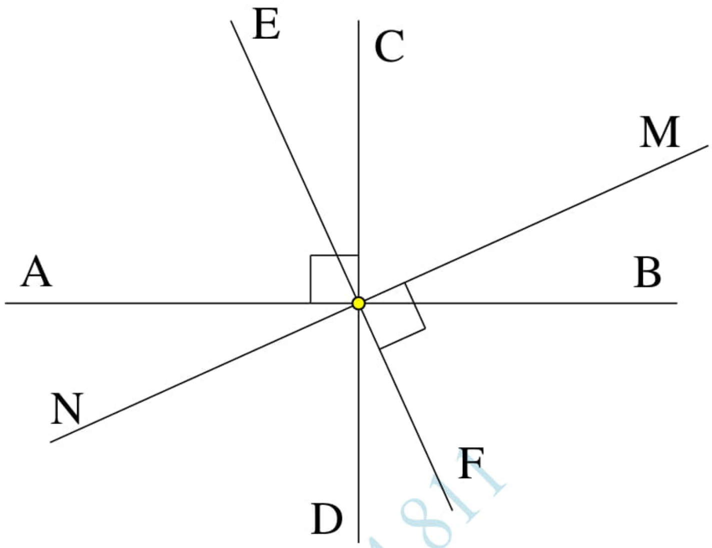
<u>**Hướng dẫn giải:**</u>

1) Hãy chứng minh $AOE = MOC$

$AOE = AOM - 90^\circ$ (1)

$MOC = AOM - 90^\circ$ (2)

Từ (1) và (2), ta có: $AOE = MOC$ (3)



2) Trong hình vừa vẽ hãy ta có thấy tám góc nhọn. Hãy Chứng minh tám góc nhọn đó có thể được chia thành hai nhóm, mỗi nhóm có bốn góc nhọn bằng nhau.

$AOE = BOF$ (hai góc đối đỉnh) (4)

$MOC = DON$ (hai góc đối đỉnh) (5)

Từ (3), (4), (5) suy ra: $AOE = MOC = BOF = DON$

Ta có: $AOE + COE = 90^\circ$ (theo giả thiết) (6)

$AOE + AON = 90^\circ$ (theo giả thiết) (7)

Từ (6) và (7) suy ra $COE = AON$ (8)

Mà $COE = DOF$ (hai góc đối đỉnh) (9)

$AON = MOB$ (hai góc đối đỉnh) (10)

Từ (8), (9), (10) suy ra: $COE = AON = DOF = MOB$

Vậy trong tám góc nhọn đó được chia thành hai nhóm, mỗi nhóm có bốn góc nhọn bằng nhau.

3) Tìm điều kiện của $\widehat{AOM}$ để tám góc nhọn đó đều bằng nhau.

Giả sử tám góc nhọn đó bằng nhau, mà tổng tám góc nhọn đó là 360°. Vậy mỗi góc có số đo là: $\dfrac{360^\circ}{8} = 45^\circ$.

Suy ra $\widehat{AOM} = \widehat{AOE} + \widehat{EOC} + \widehat{COM} = 135^\circ$

Vậy ban đầu vẽ đường thẳng AB và MN cắt nhau tại O tạo góc $\widehat{AOM} = 135^\circ$. Tiếp tục vẽ theo đầu bài sẽ được tám góc bằng nhau.

Câu 24. Cho đường thẳng *d* và điểm O ở ngoài đường thẳng *d* trên trang giấy trắng. Hãy gấp trang giấy sao cho nếp gấp qua điểm O và vuông góc với đường thẳng *d*.

Câu 25. Hãy vẽ đường thẳng *a* và *b* sao cho:

1) Hai đường thẳng *a* và *b* cắt nhau tại O theo một góc tùy ý.

2) Hai đường thẳng *a* và *b* cắt nhau tại O và vuông góc với nhau.

3) Hai đường thẳng *a* và *b* không cắt nhau.

Câu 26. Cho hai góc $\widehat{MON}$ và $\widehat{NOP}$ là hai góc kề bù nhau. OE là tia phân giác của góc $\widehat{MON}$. Kẻ tia $OF \perp OE$ (OF nằm trong góc $\widehat{NOP}$). Chứng minh tia OF là tia phân giác của góc $\widehat{NOP}$.

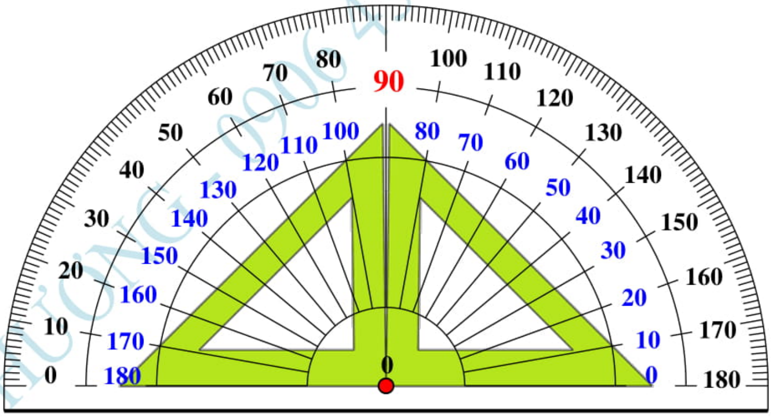
Câu 27. Cho góc $\widehat{AOB}$ là góc tù. Về phía ngoài AOB kẻ các tia OC và OD theo thứ tự vuông góc với các tia OA và OB. Kẻ tia O*x* là tia phân giác của góc $\widehat{COD}$ và tia O*x'* là tia đối của tia O*x*. Hãy Chứng minh O*x'* cũng là tia phân giác của góc $\widehat{AOB}$.

Câu 28. Qua điểm O cho trước, kẻ 4 đường thẳng phân biệt $a_{1;}$; a_2; a_3; a_4 sao cho $a_{1;} \perp a_2$; $a_3 \perp a_4$.

1) Trong hình vẽ có bao nhiêu góc được tạo thành ?

2) Trong các góc đó có bao nhiêu góc vuông ? Bao nhiêu góc nhọn ? Bao nhiêu góc tù ? Bao nhiêu góc bẹt ?

Câu 29. Để kiểm tra êke có sản xuất chính xác hay không, người ta làm như sau: Đặt một cạch của êke lên một cạnh của thước sao cho đỉnh của êke trùng với điểm O cho trước trên thước (vị trí êke là AOB). Dùng thước vạch theo tia OA rồi đặt êke theo vị trí 2 *(hình 8),* vị trí ê ke là A'OB'. Kẻ tia OA'. Dùng thước đo góc đo khe hở giữa hai êke ta thấy $AOA' = 1^\circ$. Hỏi êke được sản xuất có chính xác không ? Độ sai lệch là bao nhiêu ?



<u>**Hướng dẫn giải:**</u>

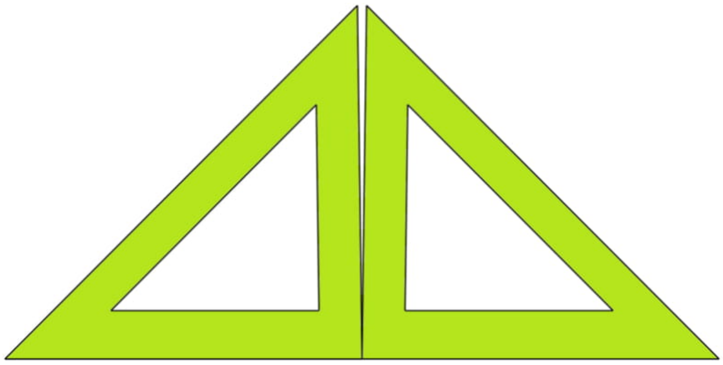
Ta thấy B, O, B' nằm trên cạnh của thước thẳng. Vậy 3 điểm B, O, B' thẳng hang và $BOB' = 180^\circ$.

Xét nửa mặt phẳng bờ B'B có 3 góc kề nhau:

$B'OA' + A'OA + AOB = B'OB$ (1)

Thay $A'OA = 1^\circ$ vào (1), ta có:

$B'OA' + 1^\circ + AOB = 180^\circ \Rightarrow B'OA' + AOB = 179^\circ$



Mà $B'OA' = BOA$ (vì cùng là góc của êke), vậy:

$2AOB = 179^\circ \Rightarrow AOB = 89^\circ 30'$

Kết luận: êke sản xuất chưa chính xác. Góc vuông của êke sai lệch là 30’.

Nếu hai tia OA và OA’ trùng nhau thì êke được sản xuất chính xác.

DẠNG 3. ĐƯỜNG TRUNG TRỰC CỦA MỘT ĐOẠN THẲNG

PHƯƠNG PHÁP GIẢI

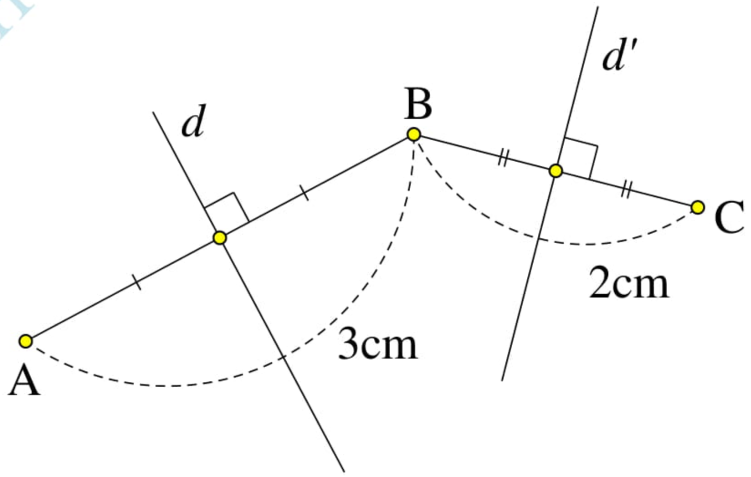
Muốn chứng minh đường thẳng *xy* là đường thẳng trung trực của đoạn thẳng MN

+ Ta chứng minh đường thẳng *xy* vuông góc với MN tại trung điểm I của đoạn thẳng MN.

+ Hay chứng minh $\begin{cases} I \in AB \\ IA = IB \\ xy \perp CD \\ xIA = xIB = 90^{o} \end{cases}$

Câu 30. Vẽ đoạn thẳng AB dài 3cm và đoạn thẳng BC dài 2cm rồi vẽ đường trung trực của mỗi đoạn thẳng ấy.

<u>Hướng dẫn giải:</u>



Câu 31. Vẽ tam giác ABC, từ B và C lần lượt kẻ BD và CE vuông góc với AM tại E và D, với M là trung điểm của BC.

Câu 32. Vẽ đoạn thẳng AB = 6cm có trung điểm I. Vẽ trung trực của AB rồi vẽ trung trực của BI.

Câu 33. Vẽ tam giác MNP rồi vẽ các đường trung trực của các ạnh tam giác đó

Câu 34. Vẽ hình theo cách diễn đạt bằng lời sau:

+ Vẽ góc xOy có số đo bằng 60^0. Lấy điểm A trên tia Ox rồi vẽ đường thẳng a vuông góc với tia Ox tại A.

+ Lấy điểm B trên tia Oy rồi vẽ đường thẳng b vuông góc với tia Oy tại B. Gọi giao điểm của a và b là C. Vẽ đường trung trực của đoạn thẳng OC

Câu 35. Cho góc tù xOy. Trong góc xOy, vẽ $Ot \perp Ox$ và $Ov \perp Oy$

1) Chứng minh $xOv = tOy$
2) Chứng minh hai góc xOy và tOv bù nhau
3) Gọi Om là tia phân giác của xOy. Chứng minh Om là tia phân giác của góc tOv

Câu 36. Vẽ đoạn thẳng AB = 4cm, đoạn thẳng BC = 6cm. Vẽ đường trung trực của các đoạn thẳng AB, BC, CA trong các trường hợp:

1) A, B, C là 3 đỉnh của một tam giác

2) Điểm B nằm giữa A, C.

Câu 37. Cho $xOy = 90^\circ$ và tia Oz nằm trong góc xOy. Trong nửa mặt phẳng bờ có chưa Ox, không chứa tia Oz vẽ góc $mOx = zOy$ và trong nửa mặt phẳng bờ có chứa tia Oy, không chứa tia Oz vẽ góc $yOn = xOz$. Trên tia Om đặt điểm M, trên tia On đặt điểm N sao cho $OM = ON$

1) Chứng minh rằng hai tia Om và On là hai tia đối nhau.

2) Chứng minh Oz là đường trung trực của đoạn MN.

Câu 38. Cho ΔABC có ba góc trong tam giác là ba góc nhọn. Sử dụng thước và êke vẽ chính xác ba đường trung trực của ba cạnh AB, BC, AC và cho nhận xét.

Câu 39. Coi kim phút và kim giờ của đồng hồ là hai cạnh của góc. Hỏi số đo của góc lúc đồng hồ chỉ: 1h; 3h; 4h; 6h; 9h và 10h ?

Câu 40. Cho góc $AOB = \alpha^\circ \left(90^\circ < \alpha^\circ < 180^\circ\right)$, vẽ các tia $OM \perp BC$ và $ON \perp OA$.

1) Chứng minh: $AOM = BON$

2) Vẽ tia Ox và Oy theo thứ tự là tia phân giác của các góc AOM và BON; Chứng minh $Ox \perp Oy$.

3) Trong hình vẽ, những cặp góc nhọn nào có cạnh tương ứng vuông góc ?

Câu 41. Cho góc $xOy = \alpha^\circ \left(90^\circ < \alpha^\circ < 180^\circ\right)$ trong nửa mặt phẳng bờ chứa tia Ox, kẻ $Oz \perp Ox$. Gọi OE là tia phân giác của góc xOy, biết $zOE = 20^\circ$. Tính xOy?

Câu 42. Trên tia Ox ta đặt các điểm M, N, I và P sao cho $OP = 2OM,\ ON = \frac{1}{4}OP,\ OI = 3ON$. Biết $OP = 10cm$.

1) Tìm độ dài các đoạn OI, OM, ON.

2) Xác định vị trí các điểm M, N, I, P trên tia Ox (theo thứ tự nào)

3) Từ điểm Q thuộc nửa mặt phẳng bờ là Ox, biết $QM \perp Ox$. Nối các điểm QO, QP, QI, QN. Vậy tia QM nằm giữa hai tia nào ? Tại sao ?

4) QM là đường trung trực của đoạn thẳng nào ? Tại sao ?

<u>Hướng dẫn giải:</u>

1) Tìm độ dài các đoạn OI, OM, ON.

Ta có $OP = 10cm$ và $OP = 2OM$ (theo giả thiết).

Do đó $2OM = 10$ hay $OM = 5(cm)$.

Tương tự $ON = \frac{1}{4}OP$ suy ra $ON = \frac{1}{4}.10 = 2,5(cm)$

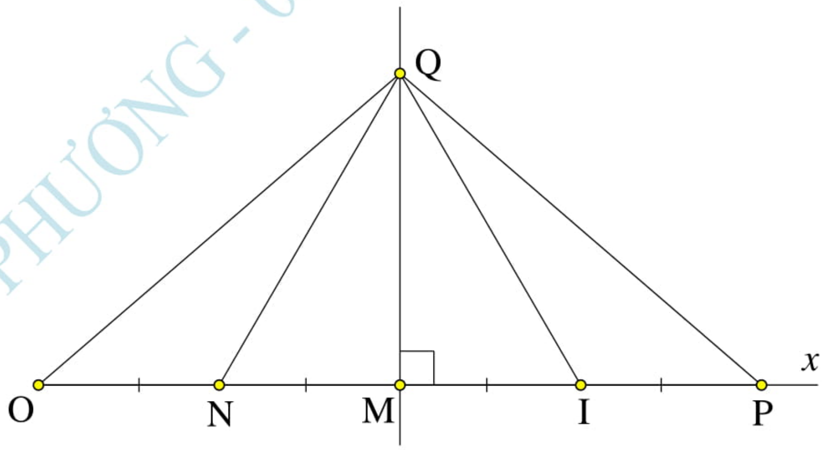
$OI = 3ON$ suy ra $OI = 3.2,5 = 7,5(cm)$

2) Xác định vị trí các điểm M, N, I, P trên tia Ox (theo thứ tự nào?)

Các tia OP, OM, ON, OI có chung gốc O như hình vẽ, có độ dài theo thứ tự:

$2,5 < 5 < 7,5 < 10$ suy ra $ON < OM < OI < OP$

Vậy 4 điểm nằm trên Ox theo thứ tự: N, M, I, P.



3) Từ điểm Q thuộc nửa mặt phẳng bờ là Ox, biết $QM \perp Ox$. Nối các điểm QO, QP, QI, QN. Vậy tia QM nằm giữa hai tia nào ? Tại sao ?

Theo thứ tự trên, tức là:

ON < OM, suy ra N nằm giữa M và O.

ON < OM < OI suy ra M nằm giữa hai điểm N và I suy ra tia QM nằm giữa hai tia QN và QI.

ON < OM < OP, suy ra M nằm giữa hai điểm N và P suy ra tia QM nằm giữa hai tia QN và QP.

OM < OI suy ra M nằm giữa hai điểm O và I suy ra tia QM nằm giữa hai tia QO và QI.

OM < OP suy ra M nằm giữa hai điểm O và P suy ra tia QM nằm giữa hai tia QO và QP.

4) QM là đường trung trực của đoạn thẳng nào ? Tại sao ?

Theo câu (2) ta có thứ tự các điểm nằm trên tia Ox là O, N, M, I, P.

Suy ra M nằm giữa O và P hay $\mathrm{OM}+\mathrm{MP}=\mathrm{OP}$ hay $5+\mathrm{MP}=10$ suy ra $\mathrm{MP}=5(\mathrm{cm})$

Do đó $\mathrm{OM}=\mathrm{MP}$

Mà $\mathrm{QM}\perp\mathrm{OP}$ (giả thiết) suy ra QM là đường trung trực của đoạn thẳng OP.

Vì N nằm giữa O và M nên $\mathrm{ON}+\mathrm{NM}=\mathrm{OM}$ hay $2,5+\mathrm{NM}=5$ suy ra $\mathrm{NM}=2,5(\mathrm{cm})$

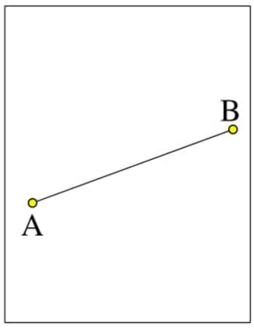
Vì M nằm giữa O và I nên $\mathrm{OM}+\mathrm{MI}=\mathrm{OI}$ hay $5+\mathrm{MI}=7,5$ suy ra $\mathrm{MI}=2,5(\mathrm{cm})$

Do đó $\mathrm{NM}=\mathrm{MI}$ (1)

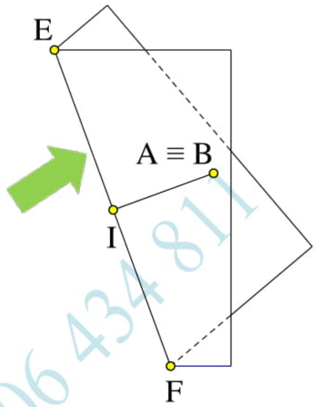
Mà $\mathrm{QM}\perp\mathrm{O}x$ (đề bài) suy ra $\mathrm{QM}\perp\mathrm{NI}$ (N, I cùng nằm trên tia Ox) (2)

Từ (1) và (2ta có QM là đường trung trực của NI.

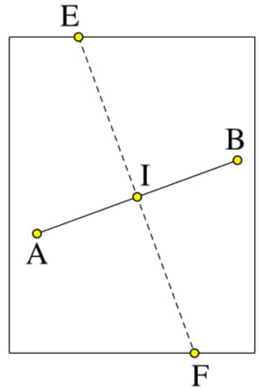
Câu 43. BÀI TOÁN GẤP GIẤY: Đoạn thẳng AB cho trước trên tờ giấy trắng như hình vẽ. Bạn Vũ xác định đường trung trực của đoạn thẳng AB bằng cách làm như sau: gấp tờ giấy trắng sao cho điểm A trùng với điểm B. Được nếp gấp trên trang giấy, Vũ cho rằng nếp gấp đó là đường trung trực của đoạn thẳng AB. Theo em bạn Vũ làm như vậy có đúng không ? Tại sao ?



Hình 1



Hình 2



Hình 3

__**Hướng dẫn giải:**__

Nếu ta gấp sao cho điểm A trùng với điểm B và điểm I cố định, say ra $IA \equiv IB$ hay $IA = IB$ (hình 2) và được nếp gấp là EF.

Giở trang giấy trở lại ban đầu (hình 3) nếp gấp là EF ta có $AIE = EIB$.

Mà $AIE + EIB = 180^{\circ}$ (hai góc kề bù) suy ra $AIE = EIB = \dfrac{180^{\circ}}{2} = 90^{\circ}$

Khi đó, nếp gấp EF thỏa mãn hai điều kiện: + Qua I và $AI = IB$

+ $AIE = 90^{\circ}$

Vậy EF là đường trung trực của AB.

Các em hãy thực hành gấp giấy ở nhà theo cách làm của bạn Vũ nhé !

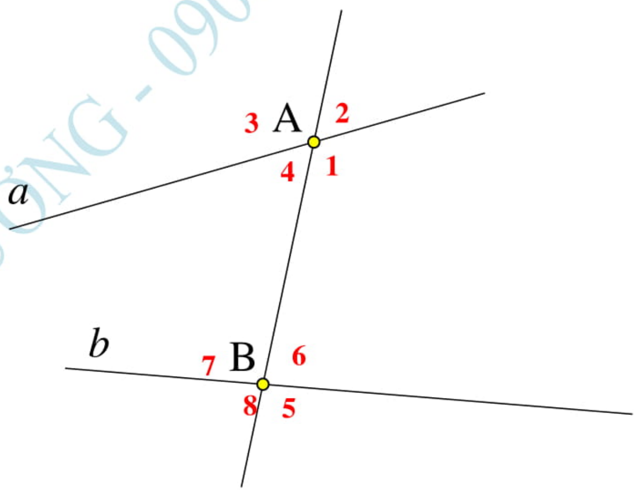
CHỦ ĐỀ 2

CÁC GÓC TẠO THÀNH BỞI MỘT ĐƯỜNG THẲNG CẮT HAI ĐƯỜNG THẲNG. HAI ĐƯỜNG THẲNG SONG SONG. TỪ VUÔNG GÓC ĐẾN SONG SONG.

A. NỘI DUNG KIẾN THỨC

1. Các góc tạo thành từ một đường thẳng cắt hai đường thẳng

+ Cho trước hai đường thẳng *a* và *b* tùy ý và đường thẳng *c* thứ ba cắt đường thẳng *a* tại điểm A, tại A có bốn góc nhọn được tạo thành. Bốn góc này có mối quan hệ là đôi một đối đỉnh. Tương tự đường thẳng *c* cắt đường thẳng *b* tại điểm B và tại B cũng có bốn góc nhọn được tạo thành. Bốn góc này đôi một đối đỉnh.



+ Ta có:

+ A_1 và B_7 ; A_4 và B_6 gọi là hai góc so le trong.

+ Các cặp A_1 và B_5 ; A_2 và B_6 ; A_3 và B_7 ; A_4 và B_8 là các cặp góc đồng vị.

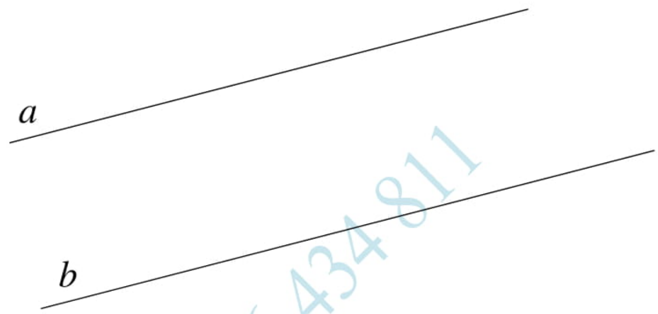
+ Cho đường thẳng *c* cắt hai đường thẳng *a* và *b*. Nếu trong các cặp góc tạo thành có một cặp góc so le trong bằng nhau thì:

+ Cặp góc so le trong còn lại đồng vị.

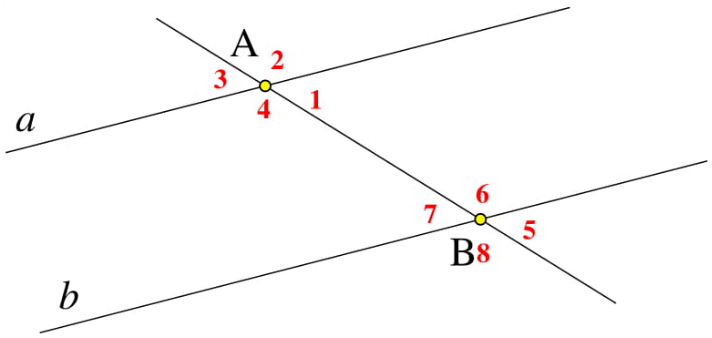
+ Hai cặp góc đồng vị bằng nhau.

2. Tính chất của góc tạo thành từ một đường thẳng cắt hai đường thẳng song song.

+ Hai đường thẳng song song là hai đường thẳng không có điểm chung.



+ Cho đường thẳng *c* cắt hai đường thẳng *a* và *b*. Nếu trong các cặp góc tạo thành có một cặp góc so le trong bằng nhau (hoặc một cặp góc đồng vị bằng nhau) thì *a* và *b* song song với nhau. Kí hiệu *a // b*. Đây là dấu hiệu nhận ra hai đường thẳng song song (được thừa nhận không chứng minh).



+ Ngược lại: Nếu đường thẳng c cắt hai đường thẳng *a // b* thì:

+ Hai góc so le trong bằng nhau

+ Hai góc đồng vị bằng nhau

+ Hai góc trong cùng phía bù nhau (tính chất hai đường thẳng song song).

3. Tiên đề Ơclít (Euclid):

Qua một điểm cho trước ở ngoài đường thẳng có một và chỉ một đường thẳng song son với đường thẳng đó.

4. Từ vuông góc đến song song:

+ Hai đường thẳng phân biệt cùng vuông góc với đường thẳng thứ ba thì chúng song song với nhau.

+ Nếu một đường thẳng vuông góc với một trong hai đường thẳng song song thì nó cũng vuông góc với đường thẳng kia.

+ Hai đường thẳng phân biệt cùng song song với một đường thẳng thứ ba thì chúng song song với nhau.

5. Cách chứng minh hai đường thẳng song song và ý nghĩa của tiên đề Ơclít (Euclid).

a. Cách chứng minh hai đường thẳng song song

Để chứng minh hai đường thẳng *a // b* ta có các cách sau:

+ **Cách 1:** Nếu đường thẳng *c* cắt hai đường thẳng *a, b*. Chứng minh trong các góc tạo thành có hai góc so le trong bằng nhau.

+ **Cách 2:** Nếu đường thẳng *c* cắt hai đường thẳng *a, b*. Chứng minh trong các góc tạo thành có hai góc đồng vị bằng nhau.

+ **Cách 3:** Nếu đường thẳng *c* cắt hai đường thẳng *a, b*. Chứng minh trong các góc tạo thành có hai góc so le ngoài bằng nhau.

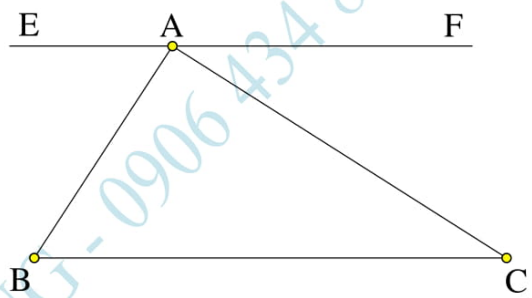
+ **Cách 4:** Nếu đường thẳng *c* cắt hai đường thẳng *a, b*. Chứng minh trong các góc tạo thành có hai góc trong cùng phía bù nhau.

+ **Cách 5:** Nếu đường thẳng *c* cắt hai đường thẳng *a, b*. Chứng minh trong các góc tạo thành có hai góc ngoài cùng phía bù nhau.

6. Ý nghĩa của tiên đề Ơclít:

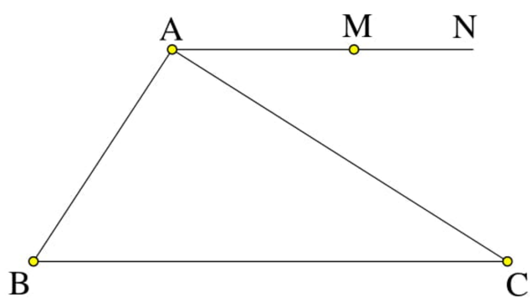
a) Chứng minh ba điểm thẳng hàng.

+ Quan sát hình vẽ bên dưới, nếu ta có thể chứng minh được AE // BC, AF // BC thì kết luận E, A, F thẳng hang hay cùng nằm trên một đường thẳng vì theo tiên đề Ơclít qua điểm A chỉ có duy nhất một đường thẳng song song với BC.



b) Chứng minh hai tia trùng nhau.

+ Quan sát hình vẽ bên dưới, nếu ta chứng minh được AM // BC và AN // BC thì kết luận hai tia AM và AN trùng nhau vì theo tiên đề qua A chỉ kẻ được một tia song song với BC.



B. CÁC DẠNG BÀI TẬP CƠ BẢN

DẠNG 1. GÓC TẠO BỞI ĐƯỜNG THẲNG THỨ BA CẮT HAI ĐƯỜNG THẲNG.

PHƯƠNG PHÁP GIẢI

Chú ý nhận diện các góc tạo thành khi một đường thẳng cắt hai đường thẳng và một đường thẳng cắt hai đường thẳng song song.

Sử dụng cách chứng minh đường thẳng song song.

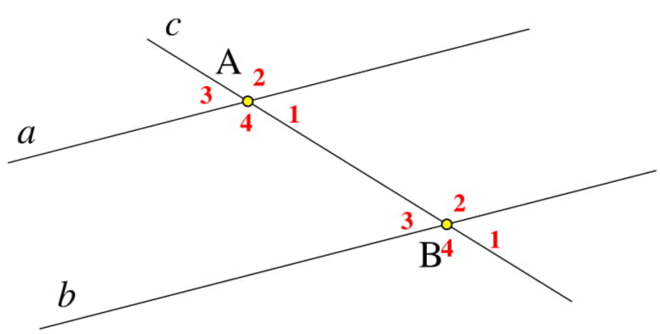
Câu 1. Chứng minh phát biểu sau: Cho đường thẳng *c* cắt hai đường thẳng *a* và *b*. Nếu trong các cặp góc tạo thành có một cặp góc so le trong bằng nhau thì:

+ Cặp góc so le trong còn lại đồng vị.

+ Hai cặp góc đồng vị bằng nhau.

<u>Phân tích:</u> Vấn đề bài toán trở thành:

Cho hình vẽ sau, biết $A_4 = B_2$.



1) Hãy chứng minh: $A_1 = B_3$.

2) Hãy chứng minh: $A_2 = B_2$; $A_3 = B_3$; $A_4 = B_4$; $A_1 = B_1$.

3) Nhận xét về mối quan hệ giữa hai góc của các cặp góc đó.

Hướng dẫn giải:

1) Hãy chứng minh: $A_1 = B_3$.

Tại A, ta có A_1 ; A_4 và B_2 ; B_3 là hai cặp góc kề bù nhau, nên:

$A_4 + A_1 = 180^\circ$; $B_2 + B_3 = 180^\circ$.

Mà theo giả thiết $A_4 = B_2$, suy ra: $A_1 = B_3$.

2) Hãy chứng minh: $A_2 = B_2$; $A_3 = B_3$; $A_4 = B_4$; $A_1 = B_1$.

Tại A có: $A_2 = A_4$ (góc đối đỉnh) và $B_2 = A_4$ (giả thiết).

Suy ra $A_2 = B_2$.

Tại A có $A_1 = B_3$ (theo câu 1) và $A_1 = A_3$ (hai góc đối đỉnh).

Suy ra $A_3 = B_3$.

Tại B có $B_4 = B_2$ (góc đối đỉnh) và $A_4 = B_2$ (giả thiết).

Suy ra $A_4 = B_4$.

Tại B có $B_1 = B_3$ (đối đỉnh) và tại A có $A_1 = A_3$ (đối đỉnh), mà $A_3 = B_3$ (theo (*)).

Suy ra $A_1 = B_1$.

3) Nhận xét về mối quan hệ giữa hai góc của các cặp góc đó.

Trong 6 cặp góc bằng nhau trên có:

+ Hai cặp góc là so le: A_4 và B_2 ; A_1 và B_3.

+ Bốn cặp góc đồng vị: A_2 và B_2 ; A_3 và B_3 ; A_4 và B_4 ; A_1 và B_1.

Vậy nếu có một cặp góc so le trong bằng nhau, thì cặp góc so le còn lại cũng bằng nhau và các cặp góc đồng vị bằng nhau.

Câu 2. Chứng minh**:** Hai đường thẳng *a, b* song song với nhau nếu đường thẳng *c* cắt hai đường thẳng *a, b* và trong các góc tạo thành có:

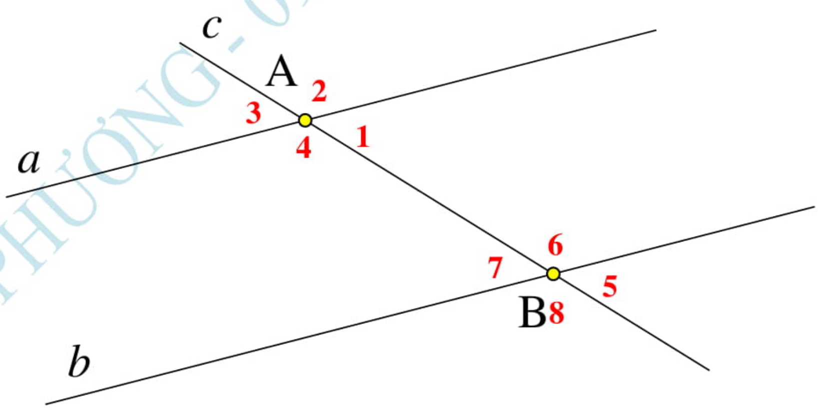
1) hai góc so le ngoài bằng nhau.

2) hai góc trong cùng phía bù nhau.

3) hai góc ngoài cùng phía bù nhau.

Phân tích: Vấn đề bài toán trở thành:

Cho hình vẽ sau



1) Cho $A_3 = B_5$ chứng tỏ *a // b*

2) Cho $A_1 + B_6 = 180^\circ$ chứng tỏ *a // b*

3) $A_2 + B_5 = 180^\circ$, chứng tỏ *a // b*

Hướng dẫn giải:

1) hai góc so le ngoài bằng nhau hay cho $A_3 = B_5$ chứng tỏ *a // b*

Tại A có $A_1 = A_3$ (đối đỉnh) (1)

Tại B có: $B_7 = B_5$ (đối đỉnh) (2).

Từ (1)(2) suy ra $A_1 = B_7$ và hai góc này ở vị trí so le trong nên suy ra *a // b*.

3) hai góc trong cùng phía bù nhau hay $A_1 + B_6 = 180^\circ$, chứng tỏ *a // b*

Tại A có: $A_1 + A_2 = 180^\circ$ (hai góc kề bù nhau).

Mà giả thiết ta có $A_1 + B_6 = 180^\circ$ nên suy ra $A_4 = A_6$ và hai góc này ở vị trí so le trong nên suy ra *a // b*.

3) hai góc ngoài cùng phía bù nhau hay $A_2 + B_5 = 180^\circ$, chứng tỏ *a // b*

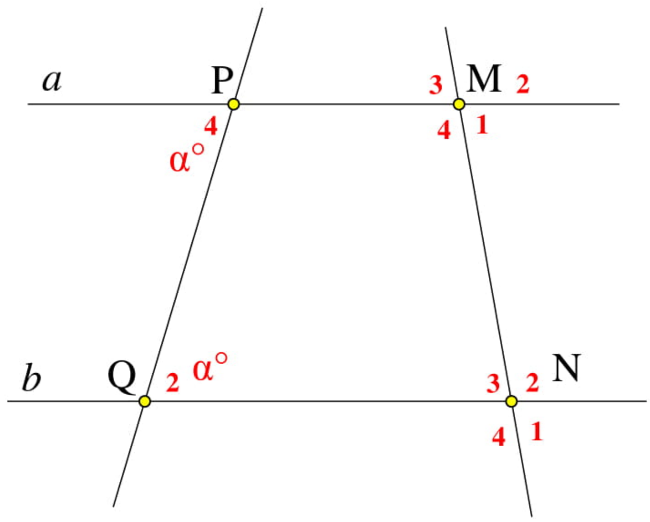
Tại A có: $A_1 + A_2 = 180^\circ$ (hai góc kề bù nhau). (1)

Tại B có: $B_5 + B_5 = 180^\circ$ (hai góc kề bù nhau). (2)

Mà giả thiết ta có $A_2 + B_5 = 180^\circ$ (3)

Từ (1)(2) suy ra $A_1 + B_6 = 180^\circ$ và hai góc này ở vị trí trong cùng phía (chứng minh ở trên) nên suy ra *a // b*.

Câu 3. Trong hình vẽ sau. Tìm các góc còn lại tại đỉnh M và đỉnh N.



<u>Hướng dẫn giải:</u>

Giả thiết ta có $P_4 = \alpha^\circ$; $Q_2 = \alpha^\circ$.

Suy ra $P_4 = Q_2$ mà hai góc này ở vị trí so le trong nên *a* // *b*.

Do *a* // *b* nên $M_2 = N_2 = 100^\circ$ (đồng vị).

Tại M ta có $M_2 = M_4 = 100^\circ$ (góc đối đỉnh).

Mà $M_2 + M_3 = 180^\circ$ (hai góc kề bù nhau), nên ta có $100^\circ + M_3 = 180^\circ$ suy ra $M_3 = 80^\circ$

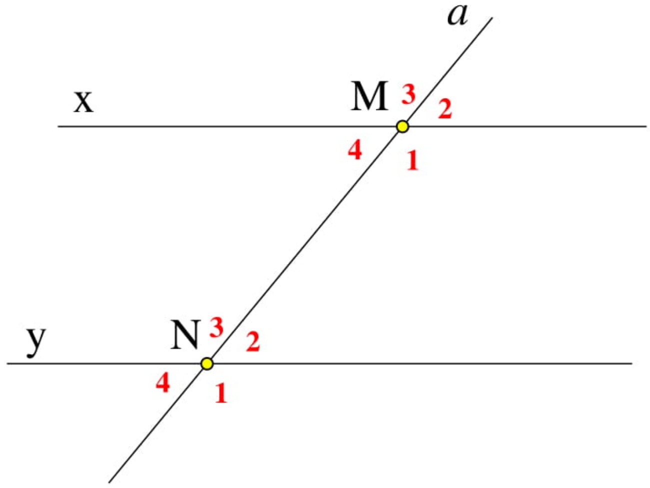
Suy ra $M_1 = M_3 = 80^\circ$ (góc đối đỉnh).

Tại N ta có $N_2 = N_4 = 100^\circ$ (góc đối đỉnh).

Mà $N_2 + N_3 = 180^\circ$ (hai góc kề bù nhau), nên ta có $100^\circ + N_3 = 180^\circ$ suy ra $N_3 = 80^\circ$

Suy ra $N_3 = N_1 = 80^\circ$ (2 góc đối đỉnh).

Câu 4. Đường thẳng *a* cắt hai đường thẳng *x* // *y* lần lượt tại M và N. Trong các câu sau, câu nào đúng *?*

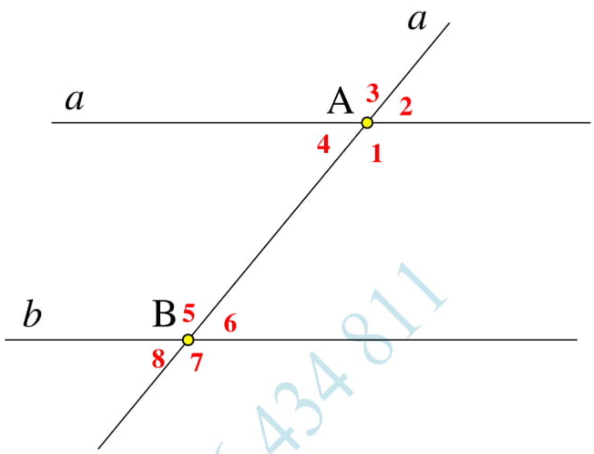


A. Hai góc M_4 và N_1 bằng nhau.

C. Hai góc M_2 và N_2 bằng nhau.

B. Hai góc M_3 và N_2 bằng nhau. **D.** Hai góc M_1 và N_3 bằng nhau.

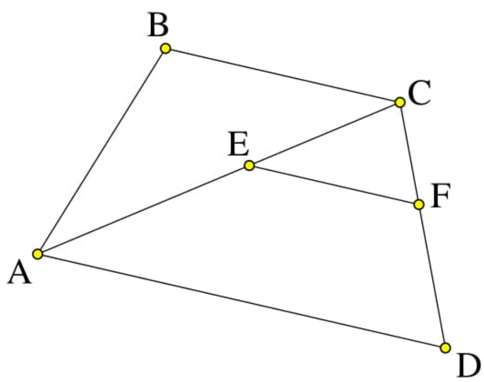
Câu 5. Cho hình vẽ sau:



Hai đường thẳng *a* và *b* có song song với nhau không, nếu có một trong các điều kiện sau được thỏa mãn ?

A. $A_2 = B_6$ **B.** $A_4 = B_6$ **C.** $A_3 = B_7$ **D.** $A_4 + B_5 = 180^\circ$

Câu 6. Quan sát hình sau:



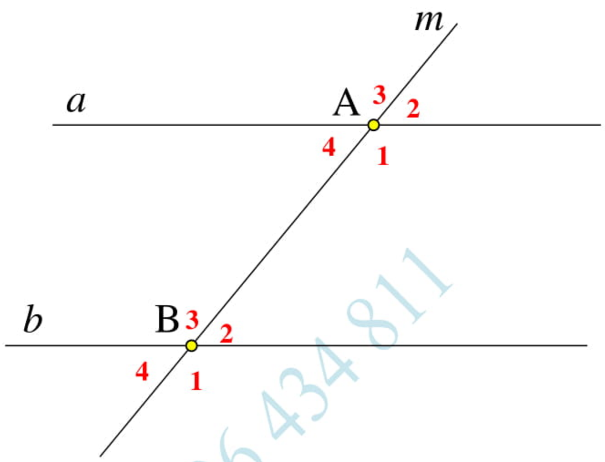
Hãy cho biết:

1) CAD đồng vị với góc nào và so le trong với góc nào ?

2) ADC đồng vị với góc nào ?

3) $\widehat{ABC}$ và $\widehat{DAB}$ là 2 góc thế nào với nhau ? và $\widehat{EFD}$ là hai góc thế nào với nhau ?

Câu 7. Cho hình sau, biết $\widehat{A_1} = \widehat{B_3} = 120^\circ$.



Tính các góc nhọn có đỉnh là A và B còn lại trong hình vẽ. $\widehat{BCD}$

Câu 8. Cho ΔABC có tia phân giác AM của $\widehat{BAC}$ (M thuộc BC). Từ M kẻ MP // AB và kẻ MQ // AC (P Cho ΔABC và Q thuộc AC và AB). Chứng minh rằng MA cũng là tia phân giác của góc $\widehat{QMP}$.

Câu 9. Cho ΔABC có tia AM là tia đối của tia AB. Từ A kẻ AN là tia phân giác của góc MAC. Trên cạnh AC lấy điểm F tùy ý. Từ F kẻ FP // AB (P thuộc BC) và FE // AN (E thuộc cạch AB). Hãy chứng minh EF cũng là tia phân giác của góc $\widehat{AFP}$.

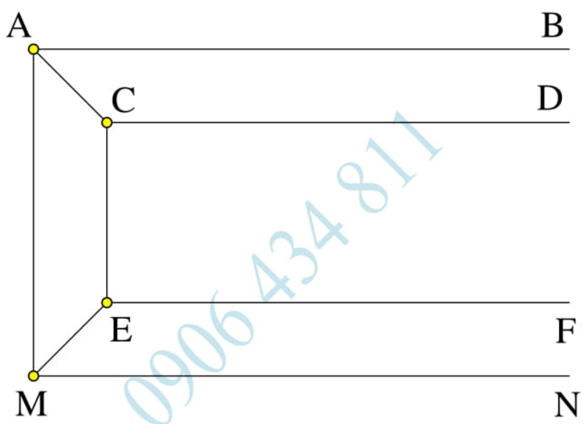
Câu 10. Cho hai đường thẳng *xy // x'y'* , đường thẳng *d* cắt *xy* và *x'y'* tại A và B. Kẻ tia phân giác AA' của cắt *x'y'* tại A' và tia phân giác BB' của $\widehat{ABy'}$ cắt *xy* tại B'. Hãy chứng minh rằng:

1) AA' // BB'

2) $\widehat{AA'B} = \widehat{AB'B}$

Câu 11. Cho ΔABC có góc $ABC = m^\circ, ACB = n^\circ \left(0^\circ < n^\circ, m^\circ < 90^\circ\right)$. Tại A kề phía ngoài góc BAC dựng các góc $BAx = m^\circ$ và góc $CAy = n^\circ$. Hãy chứng minh hai tia Ax và Ay nằm trên một đường thẳng.

Câu 12. Hình sau là khung cửa của người thợ mộc đã đóng



Người thợ mộc kiểm tra thấy các góc:

$MAB = AMN = DEC = CEF = 90^\circ$ và cắt các góc $BAC = CAM, AME = EMN$, $ACD = ACE, FEM = MEC$.

Hãy chứng minh các cạnh AB // CD; CE // AM và EF // MN.

Câu 13. Đường thẳng d_1 cắt 2 đường thẳng AB // CD tại E và F. Lấy điểm M trên đường thẳng AB. Tại M trên nửa mặt phẳng bờ có chứa các đường thẳng AB, CD vẽ góc $AMN = EFD = \alpha^\circ \left(0^\circ < \alpha^\circ < 90^\circ\right)$ (điểm N thuộc CD). Hãy chứng minh: MN // EF.

DẠNG 2. QUAN HỆ GIỮA TÍNH VUÔNG GÓC VÀ TÍNH SONG SONG.

PHƯƠNG PHÁP GIẢI

Chú ý quan hệ giữa tính vuông góc và tính song song.

+ Hai đường thẳng phân biệt cùng vuông góc với đường thẳng thứ ba thì chúng song song với nhau.
+ Nếu một đường thẳng vuông góc với một trong hai đường thẳng song song thì nó cũng vuông góc với đường thẳng kia.
+ Hai đường thẳng phân biệt cùng song song với một đường thẳng thứ ba thì chúng song song với nhau.

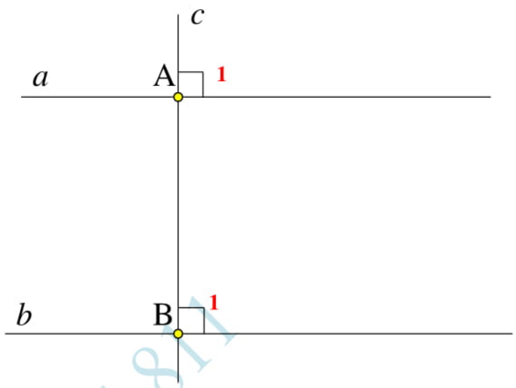
Câu 14. Viết giả thiết – kết luận, vẽ hình và chứng minh:

1) Hai đường thẳng phân biệt cùng vuông góc với đường thẳng thứ ba thì chúng song song với nhau.
2) Nếu một đường thẳng vuông góc với một trong hai đường thẳng song song thì nó cũng vuông góc với đường thẳng kia.
3) Hai đường thẳng phân biệt cùng song song với một đường thẳng thứ ba thì chúng song song với nhau.

<u>Hướng dẫn giải:</u>

1) Hai đường thẳng phân biệt cùng vuông góc với đường thẳng thứ ba thì chúng song song với nhau.

Giả thiết	$a \perp c, b \perp c$
Kết luận	*a // b*



Gọi A, B lần lượt là giao điểm của đường thẳng c với các đường thẳng a, b.

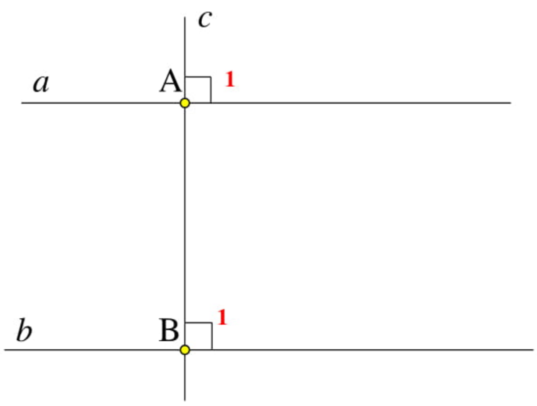
Ta có $a \perp c$ nên $\widehat{A_1} = 90°$; $b \perp c$ nên $\widehat{B_1} = 90°$.

Suy ra $\widehat{A_1} = \widehat{B_1} = 90°$ và cùng nằm ở vị trí đồng vị nên *a // b.*

Vậy *a // b*

2) Nếu một đường thẳng vuông góc với một trong hai đường thẳng song song thì nó cũng vuông góc với đường thẳng kia.

Giả thiết	*a // b,* $c \perp a$
Kết luận	$c \perp b$



Gọi A, B lần lượt là giao điểm của đường thẳng c với các đường thẳng a, b.

Ta có $c \perp a$ nên $\widehat{A_1} = 90°$.

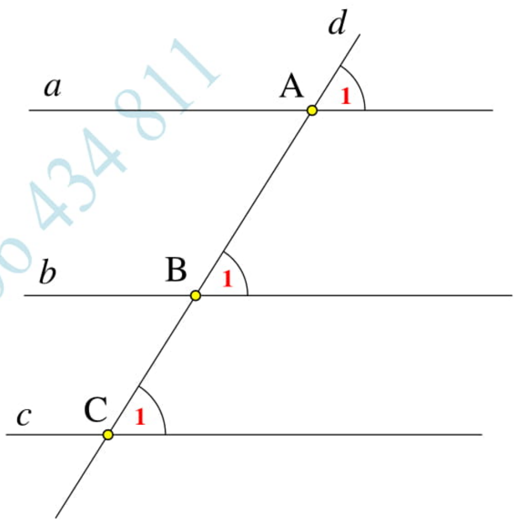
Ta có $a \,//\, b$ và $\widehat{A_1}; \widehat{B_1}$ cùng nằm ở vị trí đồng vị nên $\widehat{A_1} = \widehat{B_1} = 90°$

Vì $\widehat{B_1} = 90°$ nên $c \perp b$.

Vậy $c \perp b$.

3) Hai đường thẳng phân biệt cùng song song với một đường thẳng thứ ba thì chúng song song với nhau.

Giả thiết	$a \,//\, c$; $b \,//\, c$
Kết luận	$a \,//\, b$



Gọi A, B, C lần lượt là giao điểm của đường thẳng d với các đường thẳng a, b, c.

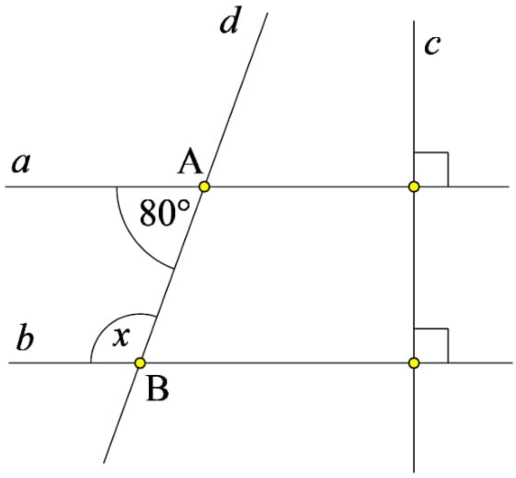
Ta có $a \,//\, c$ nên suy ra $\widehat{A_1} = \widehat{C_1}$ (đồng vị). (1)

Ta có $b \,//\, c$ nên suy ra $\widehat{B_1} = \widehat{C_1}$ (đồng vị). (2)

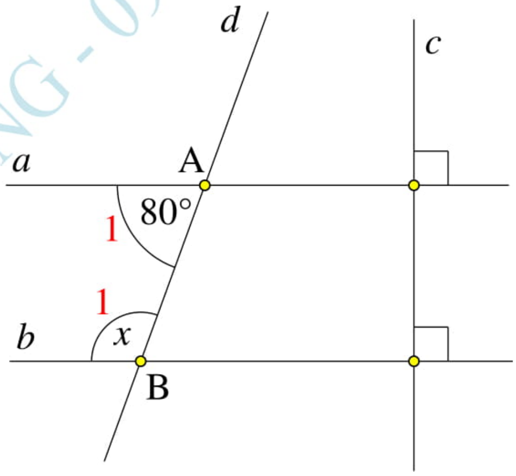
Từ (1)(2) suy ra $\widehat{A_1} = \widehat{B_1}$ và cùng nằm ở vị trí đồng vị nên $a \,//\, b$

Vậy $a \,//\, b$

Câu 15. Cho hình vẽ bên dưới. Hãy tính góc B.



<u>**Hướng dẫn giải:**</u>



Ta có $\begin{cases} a \perp c \\ b \perp c \end{cases}$ suy ra *a // b*.

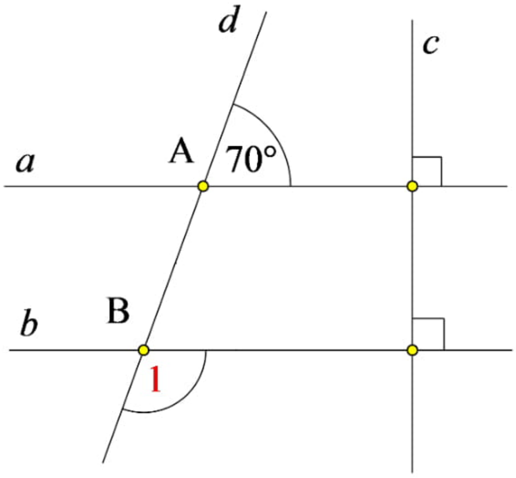
Ta có *a // b* và $\widehat{A_1}; \widehat{B_1}$ cùng nằm ở vị trí trong cùng phía

Nên $\widehat{A_1} + \widehat{B_1} = 180°$ hay $80° + \widehat{B_1} = 180°$

Suy ra $\widehat{B_1} = 180° - 80° = 100° = x$

Vậy $\widehat{B_1} = x = 110°$.

Câu 16. Cho hình vẽ bên dưới. Hãy tính góc B_1 .

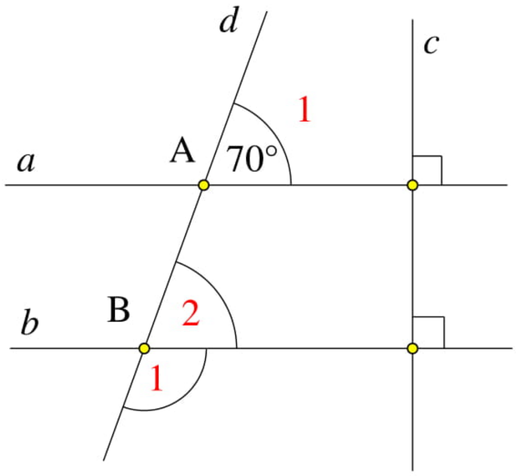


Hướng dẫn giải:

Ta có $\begin{cases} a \perp c \\ b \perp c \end{cases}$ suy ra *a* // *b*.

Ta có *a* // *b* và $\widehat{A_1}; \widehat{B_2}$ cùng nằm ở vị trí đồng vị nên $\widehat{A_1} = \widehat{B_2} = 70°$.

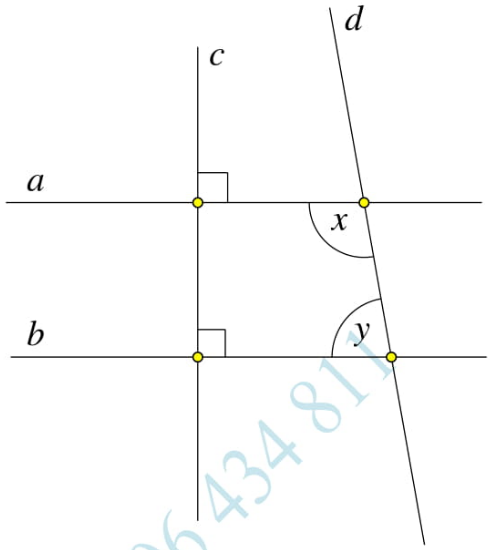
Mặt khác, $\widehat{B_1}; \widehat{B_2}$ là hai góc kề bù nên: $\widehat{B_1} + \widehat{B_2} = 180°$ hay $\widehat{B_1} + 70° = 180°$



Suy ra $\widehat{B_1} = 180° - 70° = 110°$

Vậy $\widehat{B_1} = 110°$.

Câu 17. Cho hình vẽ bên dưới, biết và $\frac{x}{5}=\frac{y}{4}$. Tính các góc *x, y.*



<u>Hướng dẫn giải:</u>

Ta có $\begin{cases} a \perp c \\ b \perp c \end{cases}$ suy ra $a \,//\, b$.

Ta có $a \,//\, b$ và x, y cùng nằm ở vị trí trong cùng phía nên $x + y = 180°$.

Mặt khác, theo đề ra ta có: $\frac{x}{5}=\frac{y}{4}$

Áp dụng tính chất của dãy tỉ số bằng nhau ta có:

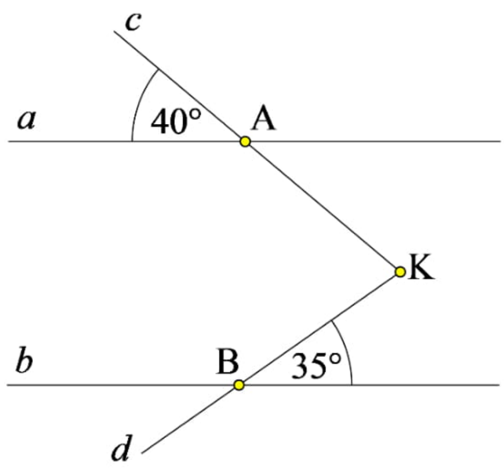
$\frac{x}{5}=\frac{y}{4}=\frac{x+y}{5+4}=\frac{180°}{9}=20°$

Ta có $\frac{x}{5}=20°$ nên $x = 5 * 20° = 100°$

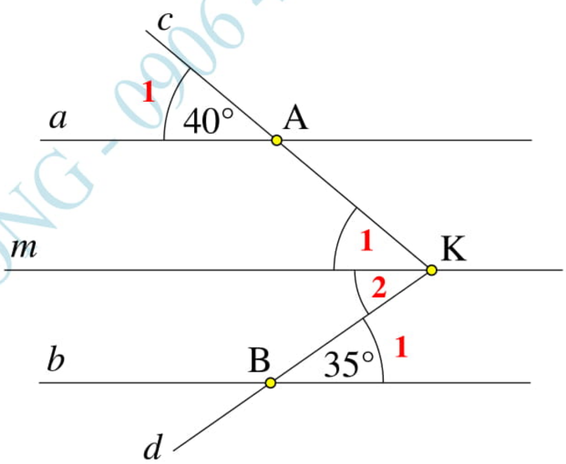
Ta có $\frac{y}{4}=20°$ nên $y = 4 * 20° = 80°$

Vậy $x = 100°; y = 80°$.

Câu 18. Cho hình vẽ bên dưới, biết $a // b$. Tính số đo góc cKd



Hướng dẫn giải:



Qua điểm K vẽ đường thẳng *m // a*, vì *a // b* nên ta có *a // b // m*.

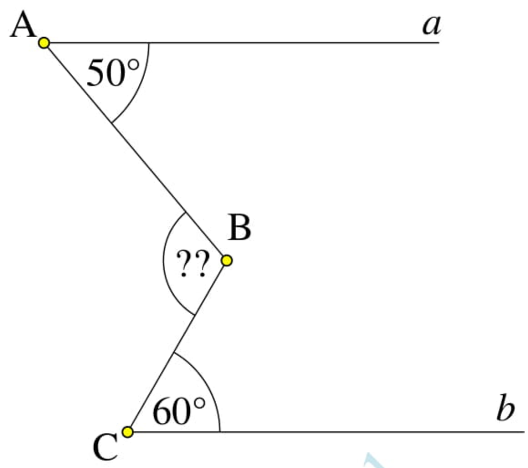
Ta có *a // m* và $\widehat{A_1}; \widehat{K_1}$ cùng nằm ở vị trí đồng vị nên $\widehat{A_1} = \widehat{K_1} = 40°$.

Ta có *b // m* và $\widehat{B_1}; \widehat{K_2}$ cùng nằm ở vị trí so le trong nên $\widehat{B_1} = \widehat{K_2} = 35°$.

Mà $\widehat{K_{12}} = \widehat{K_1} + \widehat{K_2} = 40° + 35° = 75°$.

Vậy $cKd = 75°$

Câu 19. Cho hình vẽ bên dưới, biết $a // b$. Tính góc B.



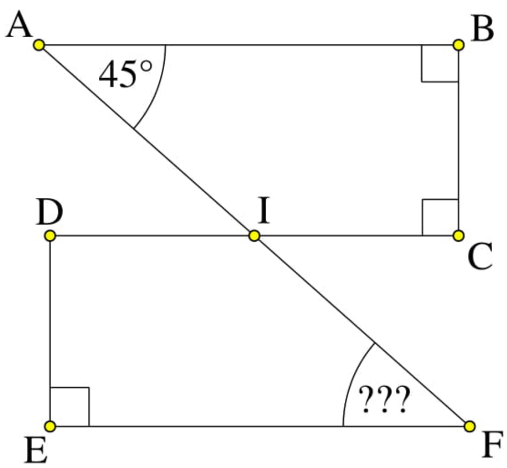
Câu 20. Cho hình vẽ bên dưới.

1) Hãy vẽ lại hình đó vào bài kiểm tra.

2) Tính số đo góc AIC.

3) Chứng minh AB // EF.

4) Tính số đo góc IFE.



Câu 21. Cho $xOy = 70^\circ$. Trên tia Ox lấy A. Vẽ tia At sao cho $xAt = 70^\circ$ (tia At nằm trong xOy)

a) Tia At có song song với Oy không? Vì sao?

b) Vẽ AH vuông Ay $(H \in Oy)$. Chứng tỏ AH vuông góc với At.

c) Tính số đo góc OAH .

Câu 22. Cho xOy và yOz là hai góc kề bù nhau OE và OF là hai tia phân giác của hai góc xOy và yOz. Trên OF lấy điểm H. Tại H kẻ đường thẳng vuông góc với OF cắt Oy tại M và Oz tại N. Chứng minh rằng ΔMON có $OMN = ONM$.

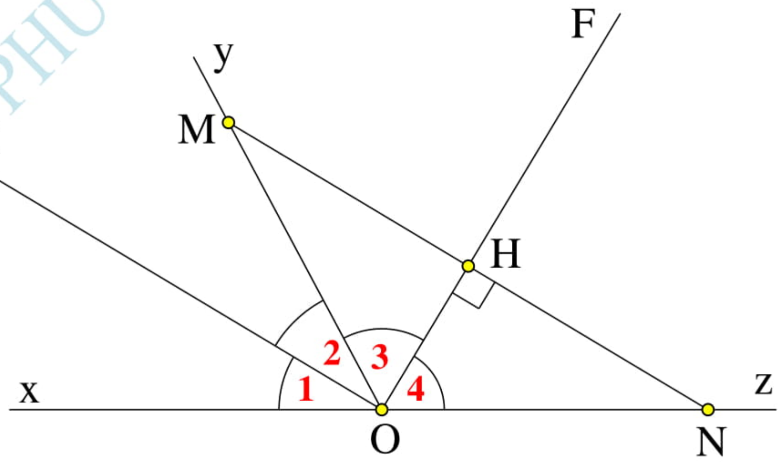
<u>**Hướng dẫn giải:**</u>

OE là tia phân giác xOy nên $O_1 = O_2$. (1)

OF là tia phân giác yOz nên $O_4 = O_3$. (2)

Cộng vế với với của (1) và (2), ta có $O_1 + O_4 = O_2 + O_3$.

Mà $O_1 + O_4 + O_2 + O_3 = 180^\circ$ Suy ra $O_2 + O_3 = 90^\circ$.



Do đó $OF \perp OE$

Ta có $OF \perp MN$ (theo giả thiết) suy ra OE // MN (do OE và MN cùng vuông góc với OF)

Suy ra $O_2 = OMN$ (so le trong), $O_1 = ONM$ (đồng vị).

Mà $O_1 = O_2$ (theo giả thiết)

Suy ra $OMN = ONM$.

Vậy $OMN = ONM$.

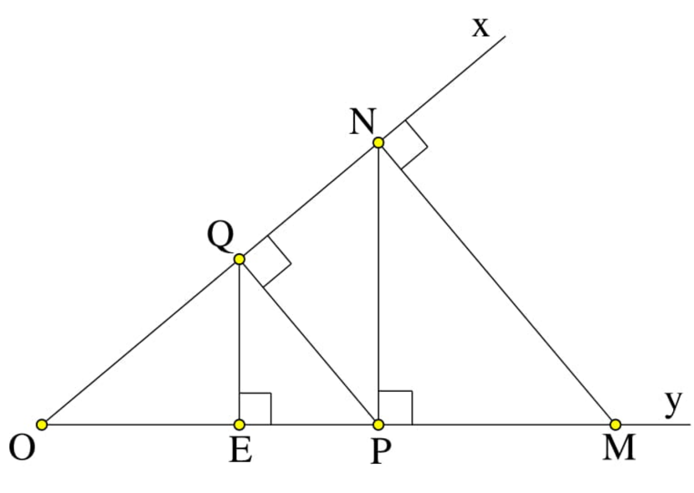
Câu 23. Cho góc nhọn xOy như hình vẽ. Trên O*y* lấy điểm M. Từ M kẻ $MN \perp Ox$ (N thuộc O*x*); Từ N kẻ $NP \perp Oy$ (P thuộc O*y*). Tại P kẻ $PQ \perp Ox$ (P thuộc O*x*); Tại Q kẻ $QE \perp Oy$ (E thuộc O*y*).

1) Những cặp đường thẳng nào song song ? Tại sao ?

2) Biết số đo của góc $OQE = 40^{\circ}$. Tính số đo của các góc nhọn trong hình vẽ (trừ xOy).

<u>Hướng dẫn giải:</u>

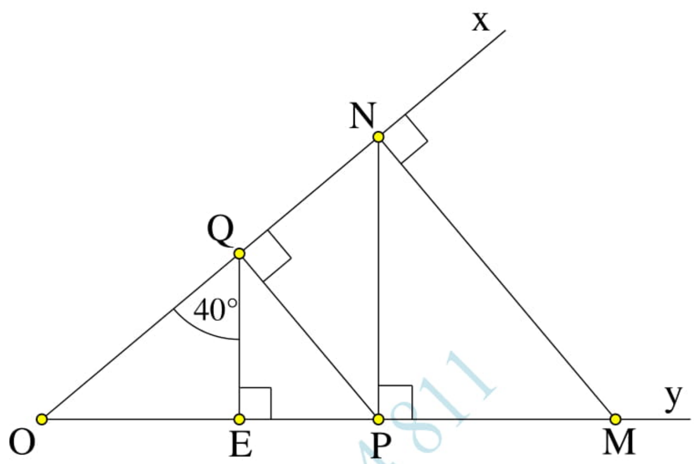
1) Những cặp đường thẳng nào song song ? Tại sao ?



Theo giả thiết: $MN \perp Ox$ và $PQ \perp Ox$ vậy MN // PQ (vì cùng vuông góc với O*x*).

Cũng theo giả thiết: $NP \perp Oy$, $QE \perp Oy$ vậy NP // QE (vì cùng vuông góc với O*y*).

2) Biết số đo của góc $OQE = 40^\circ$. Tính số đo của các góc nhọn trong hình vẽ (trừ xOy).



Vì $PQ \perp Ox$ nên: $OQE + EQP = 90^\circ$.

Mà $OQE = 40^\circ$ suy ra $40^\circ + EQP = 90^\circ$ hay $EQP = 50^\circ$

$EQP = QPN = 50^\circ$ (2 góc so le trong).

$QPN = PNM = 50^\circ$ (2 góc so le trong).

$NP \perp Oy$ nên: $NPQ + QPE = 90^\circ$.

Mà $QPN = 50^\circ$ (theo kết quả câu 1) suy ra $EQP + 50^\circ = 90^\circ$ hay $EQP = 40^\circ$

$OQE = ONP = 40^\circ$ (2 góc đồng vị).

$EPQ = OMN = 40^\circ$ (2 góc đồng vị).

Câu 24. Hãy nói cách vẽ 3 đường thẳng *a, b, c* sao cho: Đường thẳng *c* qua điểm M cho trước còn đường thẳng *a* và *b* không qua điểm M nhưng *a // b*. Có mấy trường hợp xảy ra ? Vẽ từng trường hợp ?

Câu 25. Trên cạnh AB của ΔABC, lấy điểm E và điểm M. Từ E kẻ EF // BC (F thuộc AC) từ điểm M kẻ MN // BC (N thuộc AC).

1) Hãy chứng minh EF // MN.

2) Trên nửa mặt phẳng bờ có chứa cạnh AC không chứa điểm B dựng góc $CAx = ACB$. Hãy chứng minh Ax // MN.

Câu 26. Cho góc nhọn xOy. Từ điểm I trong góc đó, kẻ In // Ox và Im // Oy

1) Hãy chứng minh $xOy = nIm$.

2) Có nhận xét gì về mối quan hệ giữa các cạnh của hai góc đó ?

3) Nếu thay góc xOy là góc tù thì những kết luận trên còn có đúng không ? Tại sao ?

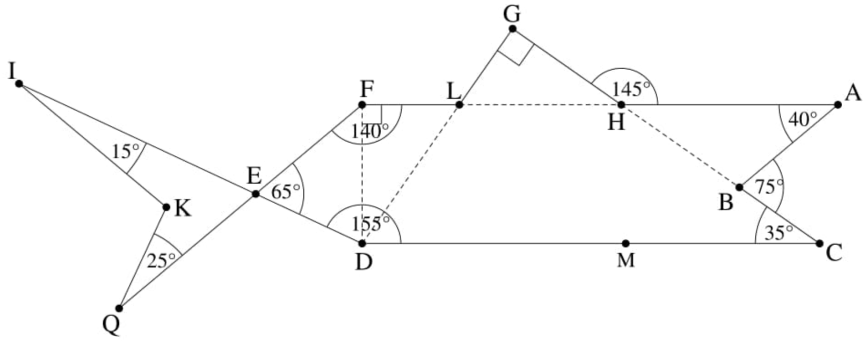
Câu 27. Có hai đường thẳng a và b cắt nhau tại một điểm ở ngoài trang giấy. Làm thế nào để đo góc hợp bởi hai đường thẳng đó ?

Câu 28. Cho ΔABC có ba góc trong tam giác đều là góc nhọn. Từ A kẻ $AH \perp BC$ (H thuộc BC). Từ C kẻ $CK \perp AB$ (K thuộc AB). Tại ba điểm A, B, C kẻ ba đường thẳng B’C // BC ; $A'C$ // AC; $A'B'$ // AB . Chúng cắt tại A’; B’; C’.

1) Có nhận xét gì về 3 góc của ΔABC tương ứng với 3 góc của $\Delta A'B'C'$? Hãy chứng minh nhận xét đó là đúng ?

2) Tìm trong hình vẽ những góc có cạnh tương ứng vuông góc. Chứng minh các góc đó bằng nhau.

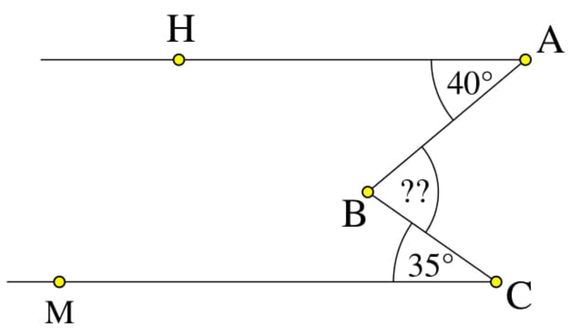
Câu 29. Bài toán con cá :



1) Bài toán đầu cá – thuận:

+ Cho biết AH // CM và $\widehat{A} = 40°; \widehat{C} = 35°$ như hình vẽ.

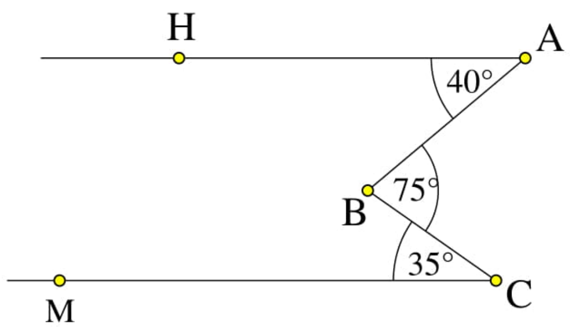
+ Tính số đo góc B.



2) Bài toán đầu cá – đảo:

+ Cho biết $\widehat{A} = 40°; \widehat{B} = 75°; \widehat{C} = 35°$ như hình vẽ.

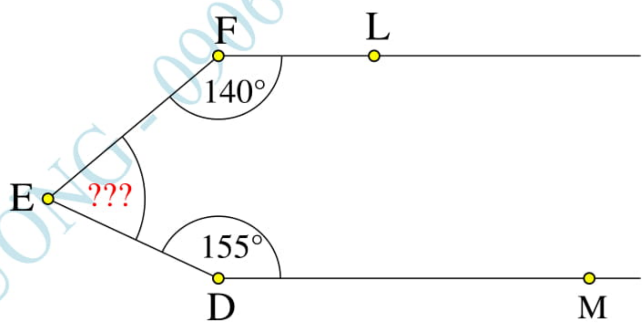
+ Chứng minh AH // CM.



3) Bài toán thân cá – thuận:

+ Cho biết FL // MD và $\hat{F} = 140°; \hat{D} = 155°$ như hình vẽ.

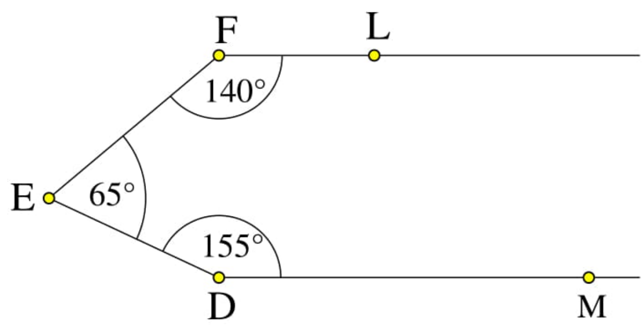
+ Tính số đo góc E.



4) Bài toán thân cá – đảo:

+ Cho biết $\hat{F} = 140°; \hat{D} = 155°$ như hình vẽ.

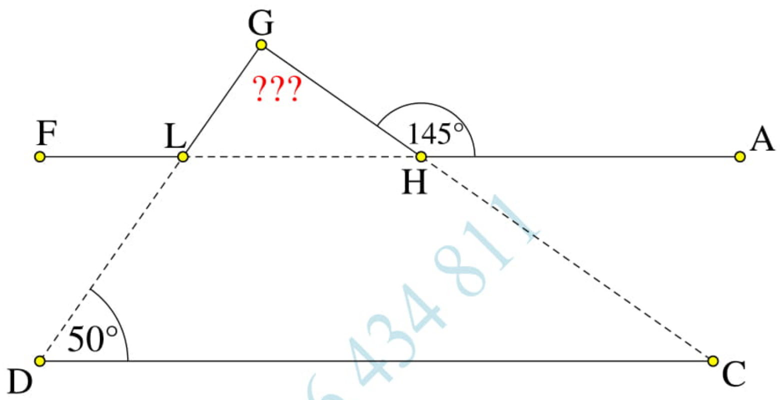
+ Chứng minh FL // MD.



5) Bài toán vây cá – thuận:

+ Cho biết AF // CD và $\widehat{GHA} = 145°$; $\widehat{D} = 50°$ như hình vẽ.

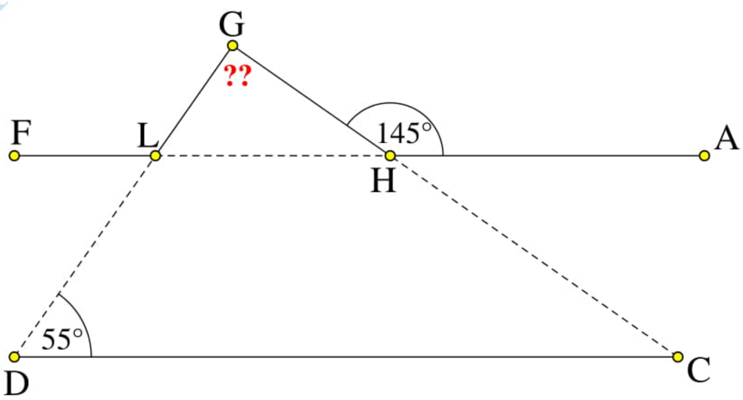
+ Tính số đo góc G biết $\widehat{G} + \widehat{GLH} + \widehat{GHF} = 180°$.



6) Bài toán vây cá – đảo:

+ Cho biết $\widehat{GHA} = 145°$; $\widehat{D} = 50°$; $\widehat{G} = 90°$ như hình vẽ.

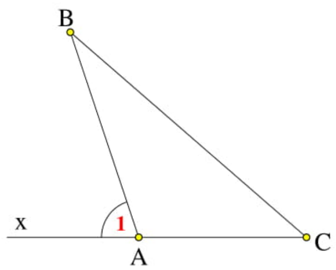
+ Chứng minh AF // CD biết $\widehat{G} + \widehat{GLH} + \widehat{GHF} = 180°$.

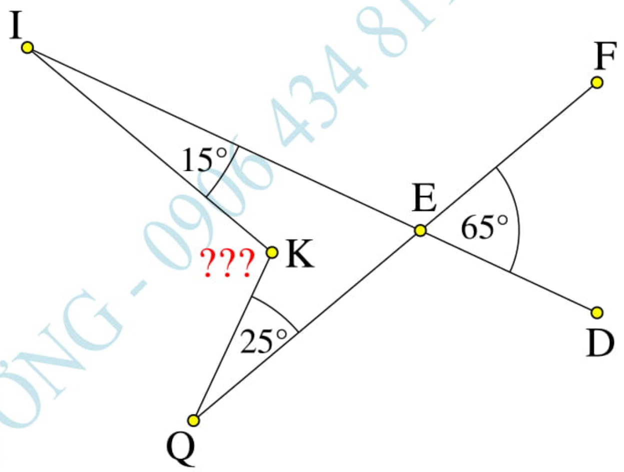


7) Bài toán đuôi cá.

+ Cho biết AF // CD và $\widehat{I} = 15°$; $\widehat{Q} = 25°$; $\widehat{FED} = 65°$ như hình vẽ.

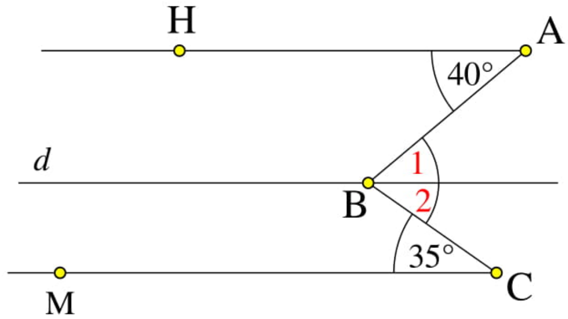
+ Tính số đo góc IKQ biết nếu một góc $\widehat{A_1}$ có quan hệ với góc B, góc C như hình vẽ bên phải thì $\widehat{A_1} = \widehat{B} + \widehat{C}$.





Hướng dẫn giải:

1) Bài toán đầu cá – thuận:



Qua điểm B dựng đường thẳng *d* song song với AH. Khi đó ta có AH // *d* // CM.

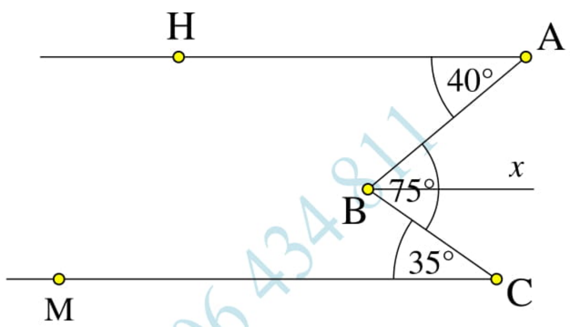
Ta có AH // *d* và $\widehat{A}$; $\widehat{B_1}$ là hai góc nằm ở vị trí so le trong nên $\widehat{A} = \widehat{B_1} = 40°$.

Tương tự d // CM và $\hat{C}$; $\widehat{B_2}$ là hai góc nằm ở vị trí so le trong nên $\hat{C} = \widehat{B_2} = 35°$.

Ta có $\hat{B} = \widehat{B_1} + \widehat{B_2} = 40° + 35° = 75°$.

Vậy $\hat{B} = 75°$.

2) Bài toán đầu cá – đảo:



Dựng tia Bx nằm giữa hai tia BA và BC sao cho $\widehat{ABx} = 40°$.

Khi đó ta có $\widehat{ABx} = \widehat{ABC} - \widehat{CBx} = 75° - 40° = 35°$.

Ta có $\hat{A}$; $\widehat{ABx}$ là hai góc nằm ở vị trí so le trong và $\hat{A} = \widehat{ABx} = 40°$ nên AH // d (1).

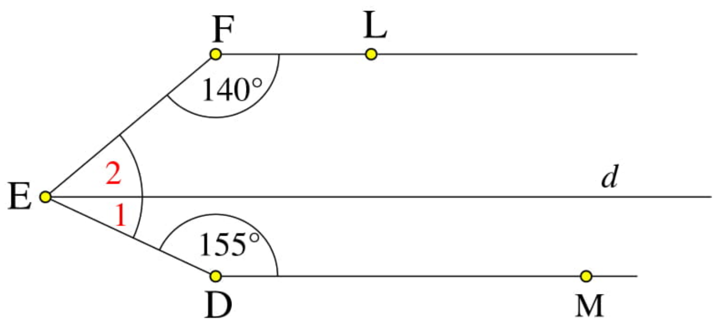
Ta có AH // d và $\hat{A}$; $\widehat{B_1}$ là hai góc nằm ở vị trí so le trong nên $\hat{A} = \widehat{B_1} = 40°$.

Tương tự $\hat{C}$; $\widehat{CBx}$ là 2 góc ở vị trí so le trong và $\hat{C} = \widehat{CBx} = 35°$ nên CM // d (2).

Từ (1)(2) ta có AH // CM.

Vậy AH // CM.

3) Bài toán thân cá – thuận:



Qua điểm E dựng đường thẳng *d* song song với AH.

Khi đó ta có FL // *d* // MD.

Ta có FL // *d* và $\hat{F}$; $\widehat{E_2}$ là hai góc nằm ở vị trí trong cùng phía

nên ta có $\hat{F} + \widehat{E_2} = 180°$ hay $140° + \widehat{E_2} = 180°$ suy ra $\widehat{E_2} = 180° - 140° = 40°$.

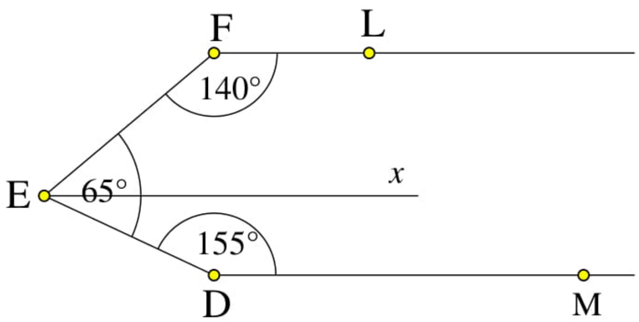
Tương tự *d* // MD và $\hat{D}$; $\widehat{E_1}$ là hai góc nằm ở vị trí trong cùng phía

nên ta có $\hat{D} + \widehat{E_1} = 180°$ hay $155° + \widehat{E_2} = 180°$ suy ra $\widehat{E_2} = 180° - 155° = 25°$.

Ta có $\hat{E} = \widehat{E_1} + \widehat{E_2} = 25° + 40° = 65°$.

Vậy $\hat{E} = 65°$.

4) Bài toán thân cá – đảo:



Dựng tia Ex nằm giữa hai tia EF và ED sao cho $\widehat{FEx} = 40°$.

Khi đó ta có $\widehat{DEx} = \widehat{FED} - \widehat{FEx} = 65° - 40° = 25°$.

Ta có $\widehat{F}$; $\widehat{FEx}$ là hai góc nằm ở vị trí trong cùng phía và $\widehat{F} + \widehat{FEx} = 140° + 40° = 180°$

nên suy ra FL // E*x* (1).

Tương tự $\widehat{F}$; $\widehat{FEx}$ là hai góc nằm ở vị trí trong cùng phía

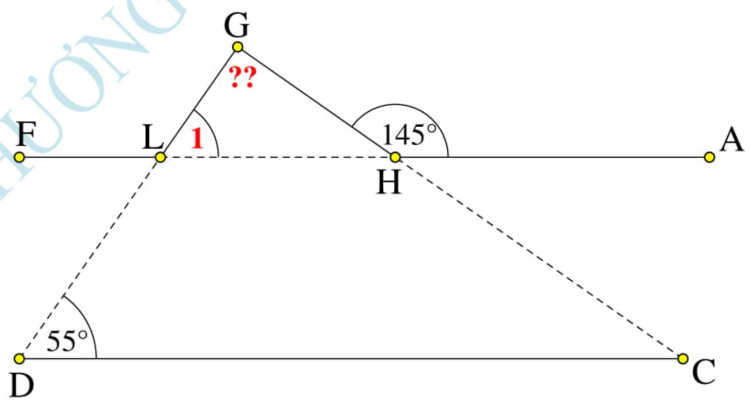
Và $\widehat{D} + \widehat{DEx} = 155° + 25° = 180°$

nên suy ra FL // E*x* (2).

Từ (1)(2) ta có FL // MD.

Vậy FL // MD.

5) Bài toán vây cá – thuận:



Ta có hai góc $\widehat{GHA}$ và $\widehat{GHF}$ la hai góc kề bù nên $\widehat{GHA} + \widehat{GHF} = 180°$

Hay $145° + \widehat{GHF} = 180°$

Suy ra $\widehat{GHF} = 180° - 145° = 35°$

Khi đó ta có $\widehat{DEx} = \widehat{FED} - \widehat{FEx} = 65° - 40° = 25°$.

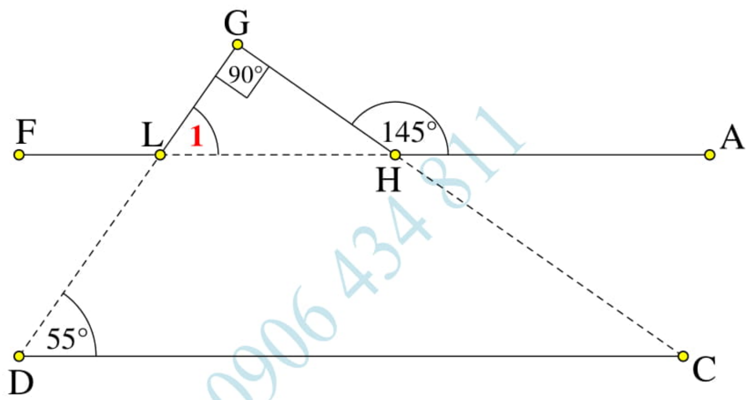
Mặt khác AF // CD và $\widehat{D}$; $\widehat{L_1}$ nằm ở vị trí đồng vị nên $\widehat{D} = \widehat{L_1} = 50°$.

Theo giả thiết ta có $\widehat{G}+\widehat{L_1}+\widehat{GHF}=180°$ hay $\widehat{G}+55°+35°=180°$

Suy ra $\widehat{G}=180°-(55°+35°)=90°$

Vậy $\widehat{G}=90°$

6) Bài toán vây cá – đảo:



Ta có hai góc $\widehat{GHA}$ và $\widehat{GHF}$ la hai góc kề bù nên $\widehat{GHA}+\widehat{GHF}=180°$

Hay $145°+\widehat{GHF}=180°$

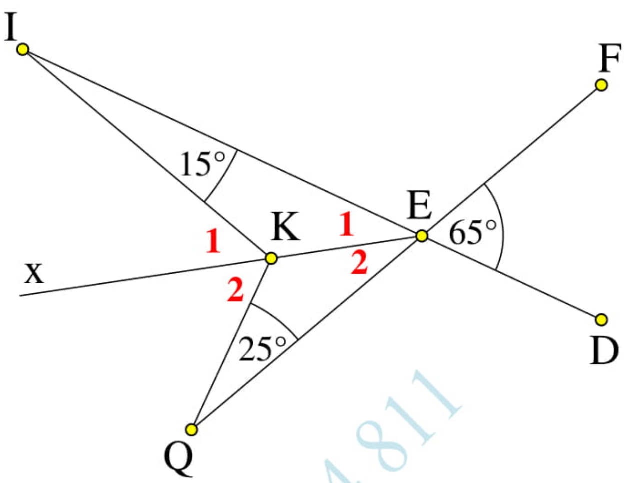
Suy ra $\widehat{GHF}=180°-145°=35°$

Theo giả thiết ta có $\widehat{G}+\widehat{L_1}+\widehat{GHF}=180°$ hay $90°+\widehat{L_1}+35°=180°$

Suy ra $\widehat{L_1}=180°-(90°+35°)=55°$

Ta có $\widehat{L_1}$; $\widehat{D}$ là hai góc nằm ở vị trí trong cùng phía và $\widehat{L_1}=\widehat{D}=55°°$ nên AF // CD.

7) Bài toán đuôi cá.



Dựng tia KE.

Ta có $\widehat{GHA} = \widehat{IEQ} = 65°$ (đối đỉnh).

Theo giả thiết của bài toán ta có $\widehat{K_1} = \hat{I} + \widehat{E_1} = 15° + \widehat{E_1}$. (1)

Tương tự ta cũng có $\widehat{K_2} = \hat{Q} + \widehat{E_2} = 25° + \widehat{E_2}$. (2)

Cộng (1)(2) vế theo vế ta có $\widehat{K_1} + \widehat{K_2} = 15° + \widehat{E_1} + 25° + \widehat{E_2}$

Hay $\widehat{IKQ} = 40° + \left(\widehat{E_1} + \widehat{E_2}\right)$

Hay $\widehat{IKQ} = 40° + \widehat{IEQ} = 40° + 65° = 105°$.

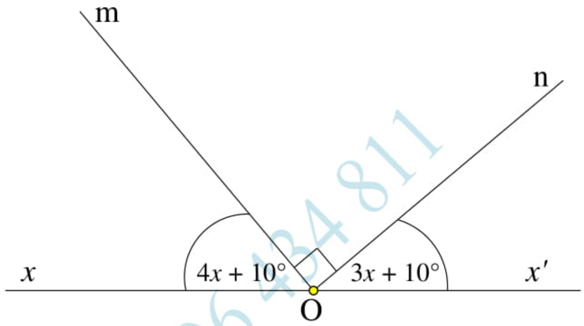
Vậy $\widehat{IKQ} = 105°$.

BÀI KIỂM TRA KẾT THÚC CHƯƠNG I

ĐƯỜNG THẲNG SONG SONG. ĐƯỜNG THẲNG VUÔNG GÓC

BÀI SỐ 1

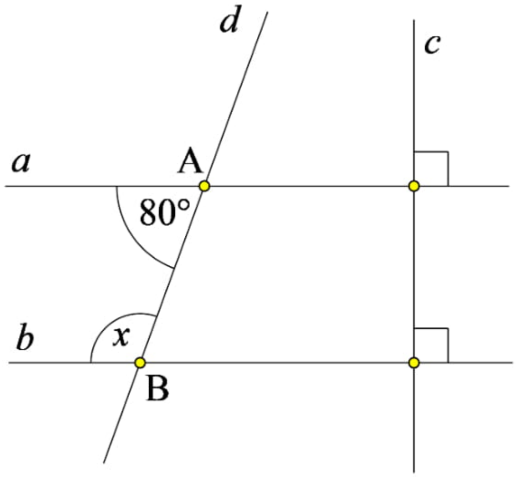
Câu 1. (3.0 điểm) Trong hình vẽ sau biết $O \in xx'$



1) Tính $\widehat{xOm}$; $\widehat{x'On}$

2) Vẽ tia Ot sao cho $\widehat{xOt}$; $\widehat{x'On}$ là hai góc đối đỉnh. Trên nửa mặt phẳng bờ xx' chứa tia Ot, vẽ tia Oy sao cho $\widehat{yOt} = 90^o$. Hai góc mOn và tOy có phải là hai góc đối đỉnh không ? Vì sao ?

Câu 2. (2.0 điểm) Cho hình vẽ bên dưới. Hãy tính góc $\widehat{B}$.



Câu 3. (2.0 điểm) Viết giả thiết – kết luận, vẽ hình và chứng minh phát biểu sau:

Hai đường thẳng phân biệt cùng vuông góc với đường thẳng thứ ba thì chúng song song với nhau.

Câu 4. (3.0 điểm) Cho xOy và yOz là hai góc kề bù nhau OE và OF là hai tia phân giác của hai góc xOy và yOz. Trên OF lấy điểm H. Tại H kẻ đường thẳng vuông góc với OF cắt Oy tại M và Oz tại N. Chứng minh rằng ΔMON có $OMN = ONM$.

-------- Hết --------

BÀI KIỂM TRA KẾT THÚC CHƯƠNG I

ĐƯỜNG THẲNG SONG SONG. ĐƯỜNG THẲNG VUÔNG GÓC

BÀI SỐ 2

Câu 1. Đường thẳng AB và đường thẳng MN cắt nhau tại O sao cho góc AOM là góc tù. Tại O kẻ đường thẳng $CD \perp AB$ và đường thẳng $EF \perp MN$.

1) Hãy chứng minh $AOE = MOC$

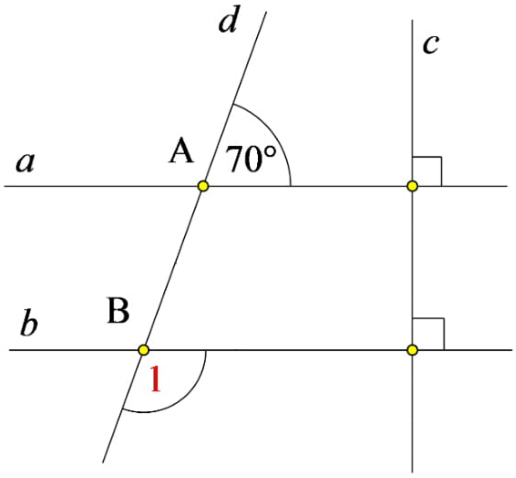
2) Trong hình vừa vẽ hãy ta có thấy tám góc nhọn. Hãy Chứng minh tám góc nhọn đó có thể được chia thành hai nhóm, mỗi nhóm có bốn góc nhọn bằng nhau.

3) Tìm điều kiện của AOM để tám góc nhọn đó đều bằng nhau.

Câu 2. Viết giả thiết – kết luận, vẽ hình và chứng minh phát biểu sau:

Nếu một đường thẳng vuông góc với một trong hai đường thẳng song song thì nó cũng vuông góc với đường thẳng kia.

Câu 3. Cho hình vẽ bên dưới. Hãy tính góc B_1.



Câu 4. Cho góc nhọn xOy như hình vẽ. Trên Oy lấy điểm M. Từ M kẻ $MN \perp Ox$ (N thuộc Ox); Từ N kẻ $NP \perp Oy$ (P thuộc Oy). Tại P kẻ $PQ \perp Ox$ (P thuộc Ox); Tại Q kẻ $QE \perp Oy$ (E thuộc Oy).

1) Những cặp đường thẳng nào song song ? Tại sao ?

2) Biết số đo của $OQE = 40^\circ$ Tính số đo của các góc nhọn trong hình vẽ (trừ xOy).

-------- Hết --------

BÀI KIỂM TRA KẾT THÚC CHƯƠNG I

ĐƯỜNG THẲNG SONG SONG. ĐƯỜNG THẲNG VUÔNG GÓC

BÀI SỐ 3

Câu 1. Cho hai đường thẳng AB và CD cắt nhau tại O.

1) Kể tên các cặp góc đối đỉnh (không kể góc bẹt)

2) Tính các góc còn lại biết số đo của góc $AOC = 40^\circ$.

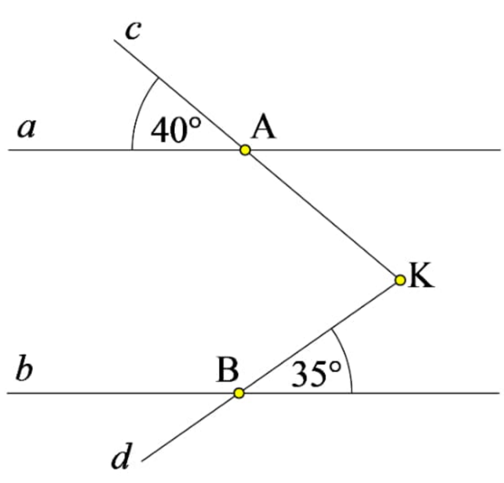
3) Kẻ OE là tia phân giác của góc AOC và OF là tia đối của tia OE. Hãy Chứng minh OF là tia phân giác của góc BOD.

4) Trong hình vẽ đó (sau câu 3) có mấy cặp góc đối đỉnh, là những góc nào ? (không kể góc bẹt). Tính số đo của chúng.

Câu 2. Viết giả thiết – kết luận, vẽ hình và chứng minh phát biểu sau:

Hai đường thẳng phân biệt cùng song song với một đường thẳng thứ ba thì chúng song song với nhau.

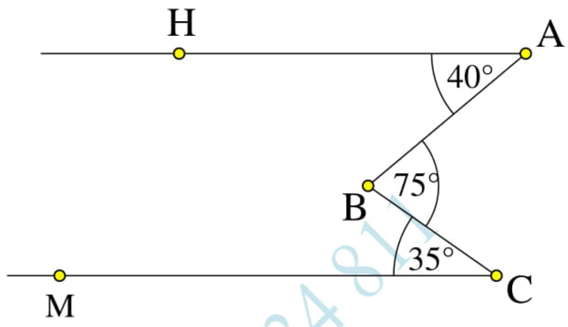
Câu 3. Cho hình vẽ bên dưới, biết $a // b$. Tính số đo góc cKd



Câu 4.

+ Cho biết $\widehat{A} = 40°; \widehat{B} = 75°; \widehat{C} = 35°$ như hình vẽ.

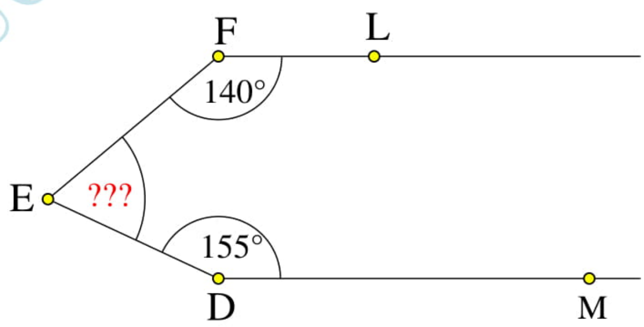
+ Chứng minh AH // CM.



Câu 5.

+ Cho biết FL // MD và $\widehat{F} = 140°; \widehat{D} = 155°$ như hình vẽ.

+ Tính số đo góc E.



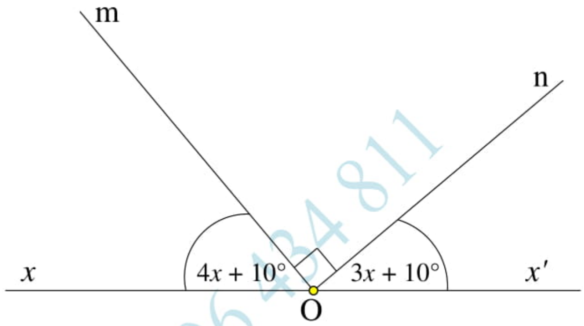
-------- Hết --------

ĐÁP ÁN BÀI KIỂM TRA KẾT THÚC CHƯƠNG I

ĐƯỜNG THẲNG SONG SONG. ĐƯỜNG THẲNG VUÔNG GÓC

BÀI SỐ 1

Câu 1. (3.0 điểm) Trong hình vẽ sau biết $\mathrm{O} \in xx'$



1) Tính $x\mathrm{Om};\ x'\mathrm{On}$

2) Vẽ tia Ot sao cho $x\mathrm{Ot};\ x'\mathrm{On}$ là hai góc đối đỉnh. Trên nửa mặt phẳng bờ *xx'* chứa tia O*t*, vẽ tia Oy sao cho $y\mathrm{Ot} = 90^o$. Hai góc mOn và *t*O*y* có phải là hai góc đối đỉnh không ? Vì sao ?

<u>Lời giải:</u>

1) Tính $x\mathrm{Om};\ x'\mathrm{On}$

Ta có $x\mathrm{Om} + \mathrm{mOn} + x'\mathrm{On} = 180^o$ hay $\left(4x + 10^o\right) + 90^o + \left(3x + 10^o\right) = 180^o$

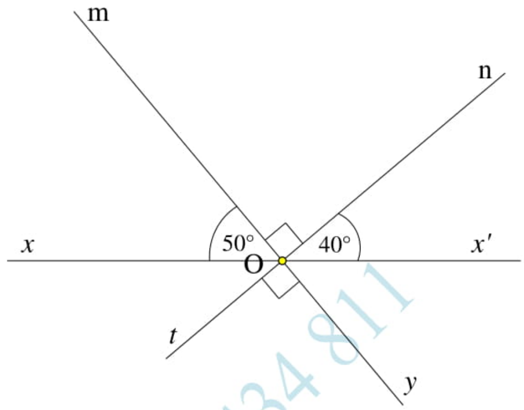
Hay $7x = 70^o$

Suy ra $x = 70^o : 7 = 10^o$

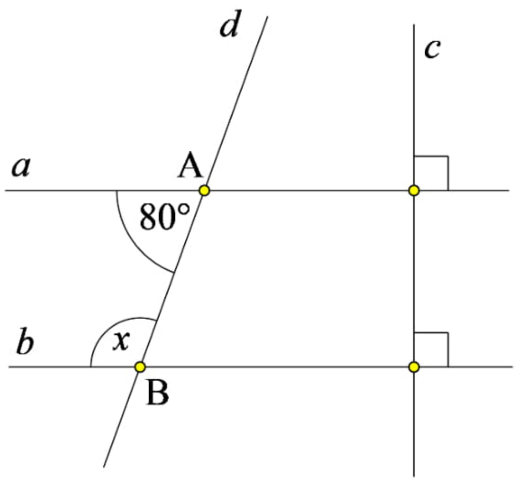
Do đó số đo góc $x\mathrm{Om}$ là $4.10^o + 10^o = 50^o$

số đo góc $x'\mathrm{On}$ là $3.10^o + 10^o = 40^o$

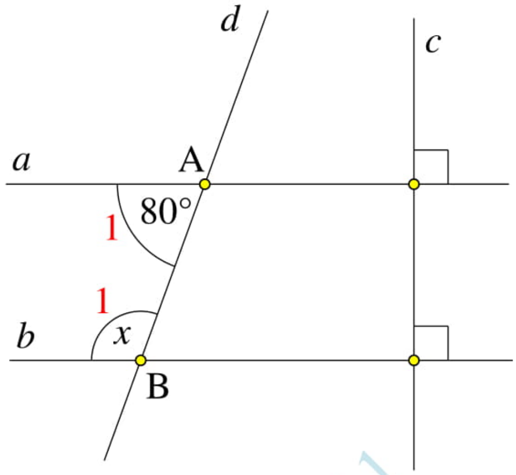
2) Vẽ tia Ot sao cho xOt; $x'On$ là hai góc đối đỉnh. Trên nửa mặt phẳng bờ *xx'* chứa tia O*t*, vẽ tia Oy sao cho $yOt = 90^o$. Hai góc mOn và *t*O*y* có phải là hai góc đối đỉnh không ? Vì sao ?



Câu 2. (2.0 điểm) Cho hình vẽ bên dưới. Hãy tính góc B.



Lời giải:



Ta có $\begin{cases} a \perp c \\ b \perp c \end{cases}$ suy ra *a // b*.

Ta có *a // b* và $\widehat{A_1}; \widehat{B_1}$ cùng nằm ở vị trí trong cùng phía

Nên $\widehat{A_1} + \widehat{B_1} = 180°$ hay $80° + \widehat{B_1} = 180°$

Suy ra $\widehat{B_1} = 180° - 80° = 100° = x$

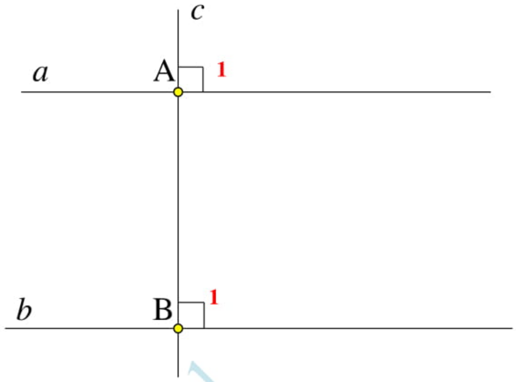
Vậy $\widehat{B_1} = x = 110°$.

Câu 3. (2.0 điểm) Viết giả thiết – kết luận, vẽ hình và chứng minh phát biểu sau:

Hai đường thẳng phân biệt cùng vuông góc với đường thẳng thứ ba thì chúng song song với nhau.

Lời giải:

Giả thiết	$a \perp c, b \perp c$
Kết luận	$a \,//\, b$



Chứng minh:

Gọi A, B lần lượt là giao điểm của đường thẳng c với các đường thẳng a, b.

Ta có $a \perp c$ nên $\widehat{A_1} = 90°$; $b \perp c$ nên $\widehat{B_1} = 90°$.

Suy ra $\widehat{A_1} = \widehat{B_1} = 90°$ và cùng nằm ở vị trí đồng vị nên $a \,//\, b$.

Vậy $a \,//\, b$

Câu 4. (3.0 điểm) Cho xOy và yOz là hai góc kề bù nhau OE và OF là hai tia phân giác của hai góc xOy và yOz. Trên OF lấy điểm H. Tại H kẻ đường thẳng vuông góc với OF cắt Oy tại M và Oz tại N. Chứng minh rằng ΔMON có $OMN = ONM$.

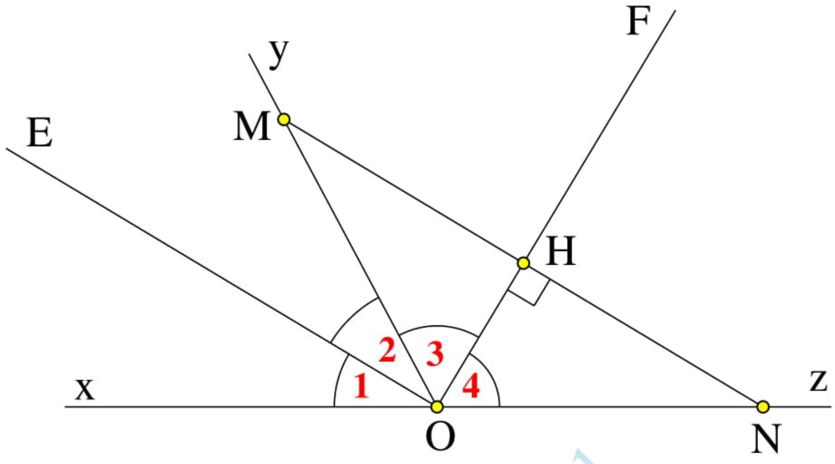
Lời giải:

OE là tia phân giác xOy nên $O_1 = O_2$. (1)

OF là tia phân giác yOz nên $O_4 = O_3$. (2)

Cộng vế với với của (1) và (2), ta có $O_1 + O_4 = O_2 + O_3$.

Mà $O_1 + O_4 + O_2 + O_3 = 180^\circ$ Suy ra $O_2 + O_3 = 90^\circ$.



Do đó $OF \perp OE$

Ta có $OF \perp MN$ (theo giả thiết) suy ra OE // MN (do OE và MN cùng vuông góc với OF)

Suy ra $O_2 = OMN$ (so le trong), $O_1 = ONM$ (đồng vị).

Mà $O_1 = O_2$ (theo giả thiết)

Suy ra $OMN = ONM$.

Vậy $OMN = ONM$.

ĐÁP ÁN BÀI KIỂM TRA KẾT THÚC CHƯƠNG I

ĐƯỜNG THẲNG SONG SONG. ĐƯỜNG THẲNG VUÔNG GÓC

BÀI SỐ 2

Câu 1. Đường thẳng AB và đường thẳng MN cắt nhau tại O sao cho góc AOM là góc tù. Tại O kẻ đường thẳng $CD \perp AB$ và đường thẳng $EF \perp MN$.

1) Hãy chứng minh $AOE = MOC$

2) Trong hình vừa vẽ hãy ta có thấy tám góc nhọn. Hãy Chứng minh tám góc nhọn đó có thể được chia thành hai nhóm, mỗi nhóm có bốn góc nhọn bằng nhau.

3) Tìm điều kiện của AOM để tám góc nhọn đó đều bằng nhau.

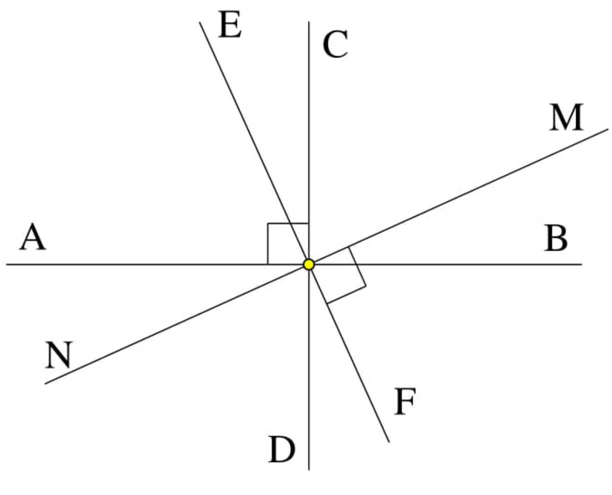
<u>**Hướng dẫn giải:**</u>

1) Hãy chứng minh $AOE = MOC$

$AOE = AOM - 90^\circ$ (1)

$MOC = AOM - 90^\circ$ (2)

Từ (1) và (2), ta có: $AOE = MOC$ (3)



2) Trong hình vừa vẽ hãy ta có thấy tám góc nhọn. Hãy Chứng minh tám góc nhọn đó có thể được chia thành hai nhóm, mỗi nhóm có bốn góc nhọn bằng nhau.

$AOE = BOF$ (hai góc đối đỉnh) (4)

$MOC = DON$ (hai góc đối đỉnh) (5)

Từ (3), (4), (5) suy ra: $AOE = MOC = BOF = DON$

Ta có: $AOE + COE = 90^{\circ}$ (theo giả thiết) (6)

$AOE + AON = 90^{\circ}$ (theo giả thiết) (7)

Từ (6) và (7) suy ra $COE = AON$ (8)

Mà $COE = DOF$ (hai góc đối đỉnh) (9)

$AON = MOB$ (hai góc đối đỉnh) (10)

Từ (8), (9), (10) suy ra: $COE = AON = DOF = MOB$

Vậy trong tám góc nhọn đó được chia thành hai nhóm, mỗi nhóm có bốn góc nhọn bằng nhau.

3) Tìm điều kiện của AOM để tám góc nhọn đó đều bằng nhau.

Giả sử tám góc nhọn đó bằng nhau, mà tổng tám góc nhọn đó là 360°. Vậy mỗi góc có số đo là: $\frac{360^{\circ}}{8} = 45^{\circ}$.

Suy ra $AOM = AOE + EOC + COM = 135^{\circ}$

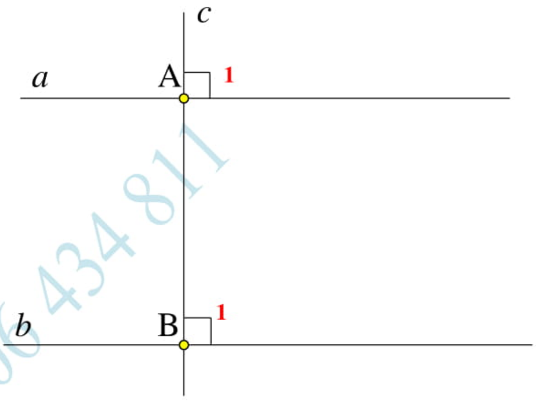
Vậy ban đầu vẽ đường thẳng AB và MN cắt nhau tại O tạo góc $AOM = 135^{\circ}$. Tiếp tục vẽ theo đầu bài sẽ được tám góc bằng nhau.

Câu 2. Viết giả thiết – kết luận, vẽ hình và chứng minh phát biểu sau:

Nếu một đường thẳng vuông góc với một trong hai đường thẳng song song thì nó cũng vuông góc với đường thẳng kia.

<u>Lời giải:</u>

Giả thiết	$a \parallel b$, $c \perp a$
Kết luận	$c \perp b$



<u>Chứng minh:</u>

Gọi A, B lần lượt là giao điểm của đường thẳng c với các đường thẳng a, b.

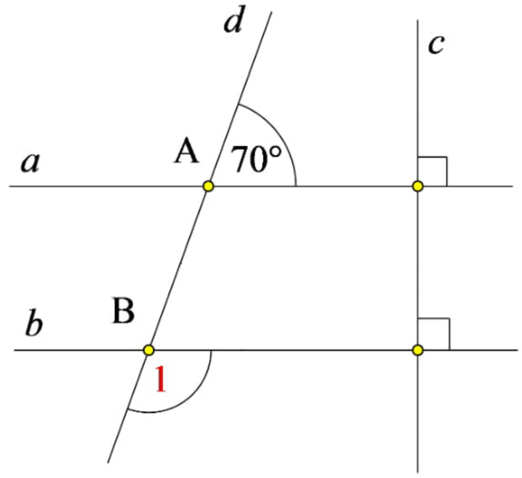
Ta có $c \perp a$ nên $\widehat{A_1} = 90°$.

Ta có $a \parallel b$ và $\widehat{A_1}; \widehat{B_1}$ cùng nằm ở vị trí đồng vị nên $\widehat{A_1} = \widehat{B_1} = 90°$

Vì $\widehat{B_1} = 90°$ nên $c \perp b$.

Vậy $c \perp b$.

Câu 3. Cho hình vẽ bên dưới. Hãy tính góc B_1.

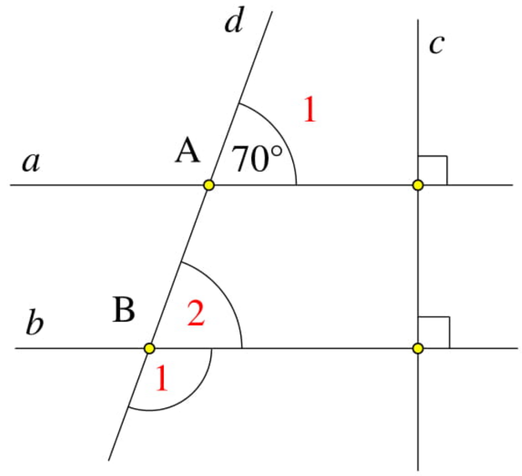


Lời giải:

Ta có $\begin{cases} a \perp c \\ b \perp c \end{cases}$ suy ra *a* // *b*.

Ta có *a* // *b* và $\widehat{A_1}; \widehat{B_2}$ cùng nằm ở vị trí đồng vị nên $\widehat{A_1} = \widehat{B_2} = 70°$.

Mặt khác, $\widehat{B_1}; \widehat{B_2}$ là hai góc kề bù nên: $\widehat{B_1} + \widehat{B_2} = 180°$ hay $\widehat{B_1} + 70° = 180°$



Suy ra $\widehat{B_1} = 180° - 70° = 110°$

Vậy $\widehat{B_1} = 110°$.

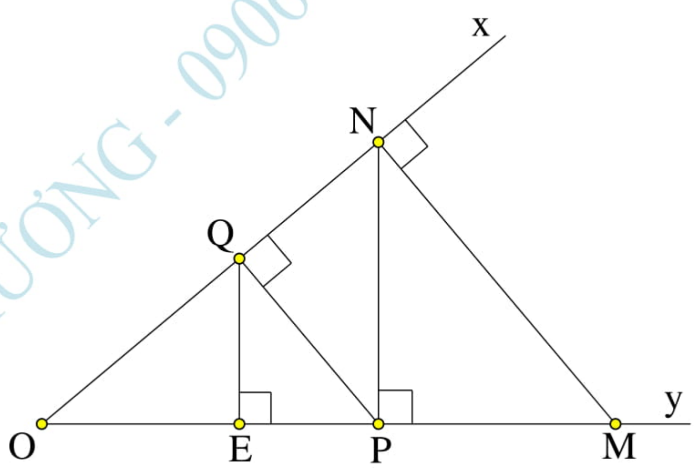
Câu 4. Cho góc nhọn xOy như hình vẽ. Trên Oy lấy điểm M. Từ M kẻ $MN \perp Ox$ (N thuộc Ox); Từ N kẻ $NP \perp Oy$ (P thuộc Oy). Tại P kẻ $PQ \perp Ox$ (P thuộc Ox); Tại Q kẻ $QE \perp Oy$ (E thuộc Oy).

1) Những cặp đường thẳng nào song song ? Tại sao ?

2) Biết số đo của góc $OQE = 40^\circ$. Tính số đo của các góc nhọn trong hình vẽ (trừ xOy).

<u>Lời giải:</u>

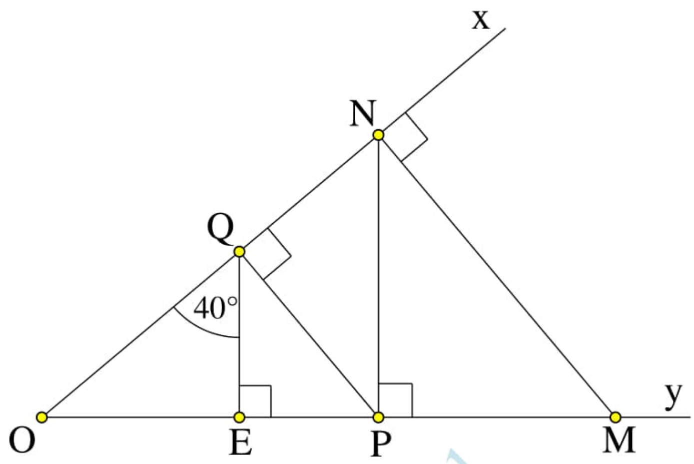
1) Những cặp đường thẳng nào song song ? Tại sao ?



Theo giả thiết: $MN \perp Ox$ và $PQ \perp Ox$ vậy MN // PQ (vì cùng vuông góc với Ox).

Cũng theo giả thiết: $NP \perp Oy$, $QE \perp Oy$ vậy NP // QE (vì cùng vuông góc với Oy).

2) Biết số đo của góc $OQE = 40^\circ$. Tính số đo của các góc nhọn trong hình vẽ (trừ xOy).



Vì $PQ \perp Ox$ nên: $OQE + EQP = 90^\circ$.

Mà $OQE = 40^\circ$ suy ra $40^\circ + EQP = 90^\circ$ hay $EQP = 50^\circ$

$EQP = QPN = 50^\circ$ (2 góc so le trong).

$QPN = PNM = 50^\circ$ (2 góc so le trong).

$NP \perp Oy$ nên: $NPQ + QPE = 90^\circ$.

Mà $QPN = 50^\circ$ (theo kết quả câu 1) suy ra $EQP + 50^\circ = 90^\circ$ hay $EQP = 40^\circ$

$OQE = ONP = 40^\circ$ (2 góc đồng vị).

$EPQ = OMN = 40^\circ$ (2 góc đồng vị).

ĐÁP ÁN BÀI KIỂM TRA KẾT THÚC CHƯƠNG I

ĐƯỜNG THẲNG SONG SONG. ĐƯỜNG THẲNG VUÔNG GÓC

BÀI SỐ 3

Câu 1. Cho hai đường thẳng AB và CD cắt nhau tại O.

1) Kể tên các cặp góc đối đỉnh (không kể góc bẹt)

2) Tính các góc còn lại biết số đo của góc $AOC = 40^\circ$.

3) Kẻ OE là tia phân giác của góc AOC và OF là tia đối của tia OE. Hãy Chứng minh OF là tia phân giác của góc BOD.

4) Trong hình vẽ đó (sau câu 3) có mấy cặp góc đối đỉnh, là những góc nào ? (không kể góc bẹt). Tính số đo của chúng.

__Hướng dẫn giải:__

1) Kể tên các cặp góc đối đỉnh (không kể góc bẹt)

Các cặp góc đối đỉnh là AOC và BOD ; COB và AOD .

2) Tính các góc còn lại biết số đo của góc $AOC = 40^\circ$.

Do AOC và COB là hai góc kề bù, nên: $AOC + COB = 180^\circ$ (1)

Theo giả thiết: $AOC = 40^\circ$ (2)

Từ (1) và (2), ta có: $COB + 40^\circ = 180^\circ$ suy ra $COB = 140^\circ$

$BOD = AOC$ (hai góc đối đỉnh) suy ra $BOD = 40^\circ$

$COB = AOD$ (hai góc đối đỉnh) suy ra $AOD = 140^\circ$

Vậy $BOD = 40^\circ$; $AOD = 140^\circ$; $COB = 140^\circ$

3) Kẻ OE là tia phân giác của góc AOC và OF là tia đối của tia OE. Hãy Chứng minh OF là tia phân giác của góc BOD.

<u>Cách 1:</u>

Vì OE là phân giác của AOC nên $AOE = EOC = \frac{40^\circ}{2} = 20^\circ$ (3)

Mà ta có: OE và OF là hai tia đối nhau (theo giả thiết)

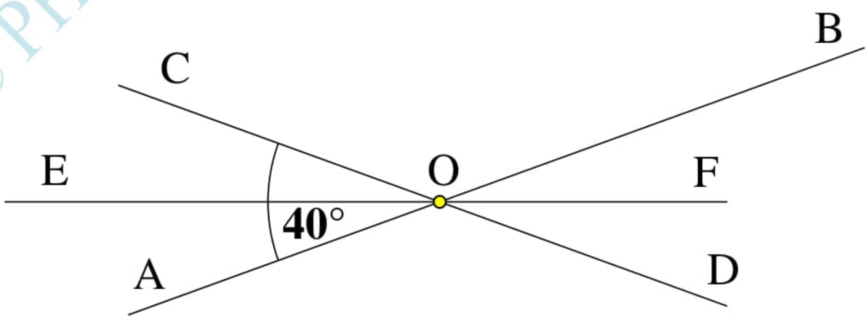
OA và OB là hai tia đối nhau (vì AB là đường thẳng).

Nên AOE và BOF đối đỉnh suy ra $AOE = BOF$ (theo định nghĩa)

Từ (3) và (4) ta có: $AOE = BOF = 20^\circ$

Mà $BOD = 40^\circ$ nên $BOF = \frac{BOD}{2}$ nên OF là tia phân giác của góc BOD.

Vậy OF là tia phân giác của góc BOD.



<u>Cách 2:</u>

Vì OE là phân giác của AOC nên ta có $AOE = EOC$.

Ta có OE và OF là hai tia đối nhau (theo giả thiết).

OC và OD là hai tia đối nhau (vì CD là đường thẳng).

OA và OB là hai tia đối nhau (vì AB là đường thẳng).

Vậy ta có các cặp góc đối đỉnh:

COE và FOD suy ra $EOC = FOD$ (tính chất) (6)

AOE và BOF suy ra $AOE = BOF$ (tính chất) (7)

Từ (5), (6), (7) ta có: $BOF = FOD$, hay OF là tia phân giác của góc BOD.

Vậy OF là tia phân giác của góc BOD.

4) Trong hình vẽ đó (sau câu 3) có mấy cặp góc đối đỉnh, là những góc nào ? (không kể góc bẹt). Tính số đo của chúng.

Theo câu 2 ta có:

+ AOC và BOD là hai góc đối đỉnh, bằng 40°

+ COB và AOD là hai góc đối đỉnh, bằng 140°

Theo câu 3 ta có:

+ COE và FOD là hai góc đối đỉnh, bằng 20°

+ AOE và BOF là hai góc đối đỉnh, bằng 20°

Mặt khác EOB và AOF là hai góc đối đỉnh bằng $20^\circ + 140^\circ = 160^\circ$ và EOD và COF là hai góc đối đỉnh bằng $20^\circ + 140^\circ = 160^\circ$.

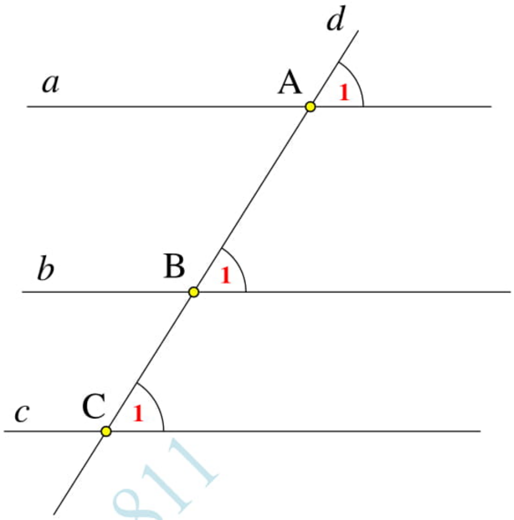
Vậy có tất cả sáu cặp góc đối đỉnh.

Câu 2. Viết giả thiết – kết luận, vẽ hình và chứng minh phát biểu sau:

Hai đường thẳng phân biệt cùng song song với một đường thẳng thứ ba thì chúng song song với nhau.

Lời giải:

Giả thiết	*a // c; b // c*
Kết luận	*a // b*



<u>Chứng minh:</u>

Gọi A, B, C lần lượt là giao điểm của đường thẳng d với các đường thẳng a, b, c.

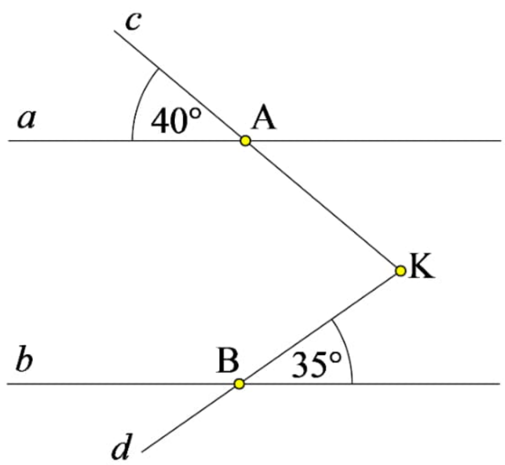
Ta có *a // c* nên suy ra $\widehat{A_1} = \widehat{C_1}$ (đồng vị). (1)

Ta có *b // c* nên suy ra $\widehat{B_1} = \widehat{C_1}$ (đồng vị). (2)

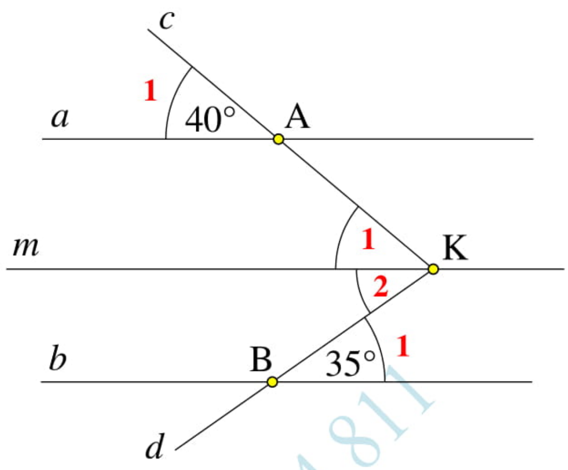
Từ (1)(2) suy ra $\widehat{A_1} = \widehat{B_1}$ và cùng nằm ở vị trí đồng vị nên *a // b*

Vậy *a // b*

Câu 3. Cho hình vẽ bên dưới, biết $a\,/\,/\,b$. Tính số đo góc $c\mathrm{K}d$



Lời giải:



Qua điểm K vẽ đường thẳng *m* // *a*, vì *a* // *b* nên ta có *a* // *b* // *m*.

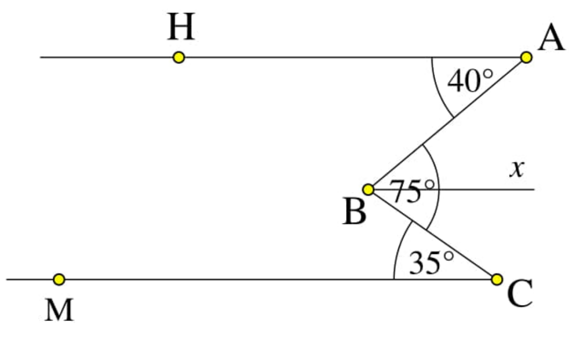
Ta có *a* // *m* và $\widehat{A_1}; \widehat{K_1}$ cùng nằm ở vị trí đồng vị nên $\widehat{A_1} = \widehat{K_1} = 40^\circ$.

Ta có *b* // *m* và $\widehat{B_1}; \widehat{K_2}$ cùng nằm ở vị trí so le trong nên $\widehat{B_1} = \widehat{K_2} = 35^\circ$.

Mà $\widehat{K_{12}} = \widehat{K_1} + \widehat{K_2} = 40^\circ + 35^\circ = 75^\circ$.

Vậy $cKd = 75^\circ$

Câu 4.



Dựng tia Bx nằm giữa hai tia BA và BC sao cho $\widehat{ABx} = 40^\circ$.

Khi đó ta có $\widehat{ABx} = \widehat{ABC} - \widehat{CBx} = 75^\circ - 40^\circ = 35^\circ$.

Ta có $\widehat{A}$; $\widehat{ABx}$ là hai góc nằm ở vị trí so le trong và $\widehat{A} = \widehat{ABx} = 40°$ nên AH // *d* (1).

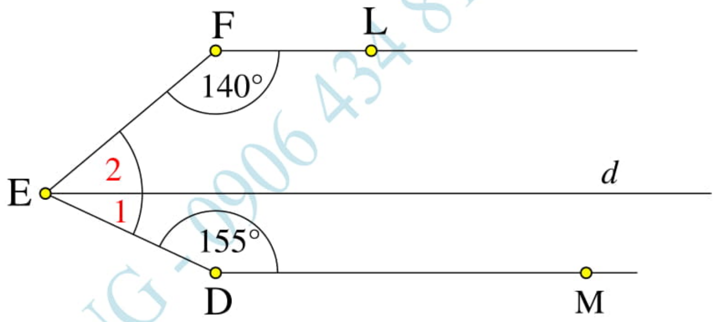
Ta có AH // *d* và $\widehat{A}$; $\widehat{B_1}$ là hai góc nằm ở vị trí so le trong nên $\widehat{A} = \widehat{B_1} = 40°$.

Tương tự $\widehat{C}$; $\widehat{CBx}$ là 2 góc ở vị trí so le trong và $\widehat{C} = \widehat{CBx} = 35°$ nên CM // *d* (2).

Từ (1)(2) ta có AH // CM.

Vậy AH // CM.

Câu 5.



Qua điểm E dựng đường thẳng *d* song song với AH.

Khi đó ta có FL // *d* // MD.

Ta có FL // *d* và $\widehat{F}$; $\widehat{E_2}$ là hai góc nằm ở vị trí trong cùng phía

nên ta có $\widehat{F} + \widehat{E_2} = 180°$ hay $140° + \widehat{E_2} = 180°$ suy ra $\widehat{E_2} = 180° - 140° = 40°$.

Tương tự *d* // MD và $\widehat{D}$; $\widehat{E_1}$ là hai góc nằm ở vị trí trong cùng phía

nên ta có $\widehat{D} + \widehat{E_1} = 180°$ hay $155° + \widehat{E_2} = 180°$ suy ra $\widehat{E_2} = 180° - 155° = 25°$.

Ta có $\widehat{E} = \widehat{E_1} + \widehat{E_2} = 25° + 40° = 65°$.

Vậy $\widehat{E} = 65°$.

CHƯƠNG II – TAM GIÁC

CHỦ ĐỀ 1

TAM GIÁC - GÓC CỦA TAM GIÁC.

A. NỘI DUNG KIẾN THỨC

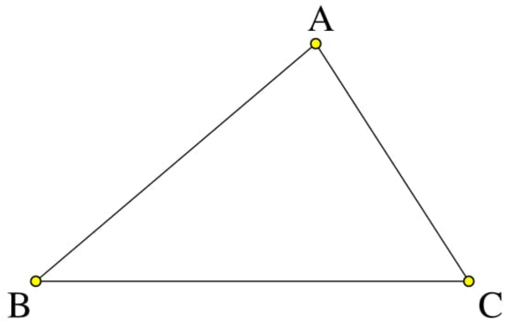
1. Định nghĩa:

+ **Tam giác (hay hình tam giác) là hình có ba đỉnh là ba điểm không thẳng hàng và ba cạnh là ba đoạn thẳng nối các đỉnh với nhau.**

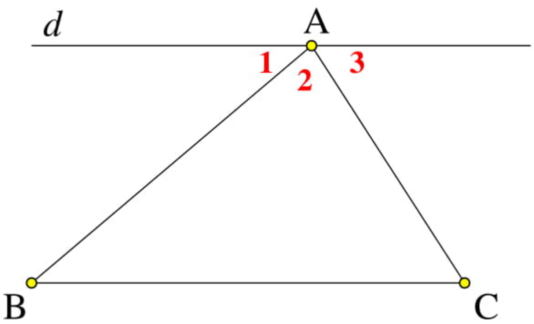
2. Định lí tổng ba góc của một tam giác.

+ **Tổng ba góc của một tam giác bằng 180º.**

Giả thiết	ΔABC
Kết luận	$\widehat{A}+\widehat{B}+\widehat{C}=180^\circ$



<u>Chứng minh:</u> Tổng ba góc của một tam giác bằng 180º.



Qua điểm A kẻ đường thẳng d song song với BC.

Ta có d // BC và $\widehat{B}; \widehat{A_1}$ là hai góc nằm ở vị trí so le trong nên $\widehat{B} = \widehat{A_1}$. (1)

Tương tự d // BC và $\widehat{C}; \widehat{A_3}$ là hai góc nằm ở vị trí so le trong nên $\widehat{C} = \widehat{A_3}$. (2)

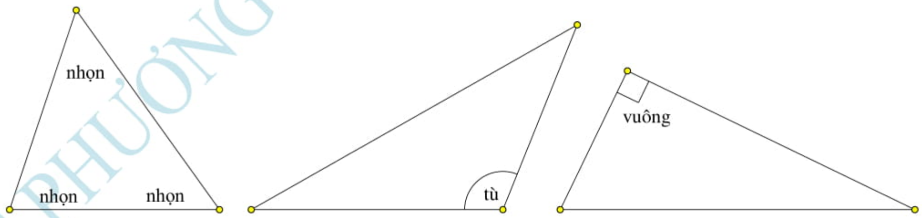
Mà $\widehat{A_1} + \widehat{A_2} + \widehat{A_3} = 180°$ (3)

Từ (1)(2)(3) suy ra $\widehat{A_2} + \widehat{B} + \widehat{C} = 180°$ hay $\widehat{A} + \widehat{B} + \widehat{C} = 180°$.

Vậy tổng ba góc của một tam giác bằng 180^o.

3. Một số loại tam giác:

+ **Trong một tam giác có thể có cả ba góc đều nhọn được gọi là tam giác nhọn.**
+ **Trong một tam giác không thể có quá một góc vuông, tam giác có một góc vuông gọi là tam giác vuông.**
+ **Trong một tam giác không thể có quá một góc tù, tam giác có một góc tù gọi là tam giác tù.**

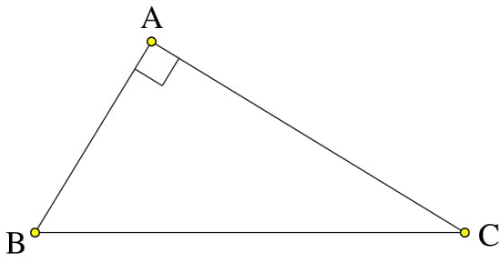


Tam giác nhọn Tam giác tù Tam giác vuông

4. Tam giác vuông.

+ **Tam giác vuông là tam giác có một góc vuông.**

Giả thiết	$\Delta ABC; \widehat{A} = 90°$
Kết luận	$\widehat{B} + \widehat{C} = 90°$



+ **Trong một tam giác vuông thì hai góc nhọn phụ nhau.**

<u>**Chứng minh:**</u> **Trong một tam giác vuông thì hai góc nhọn phụ nhau.**

Giả sử tam giác ABC vuông tại A. Khi đó, $\widehat{A} = 90°$.

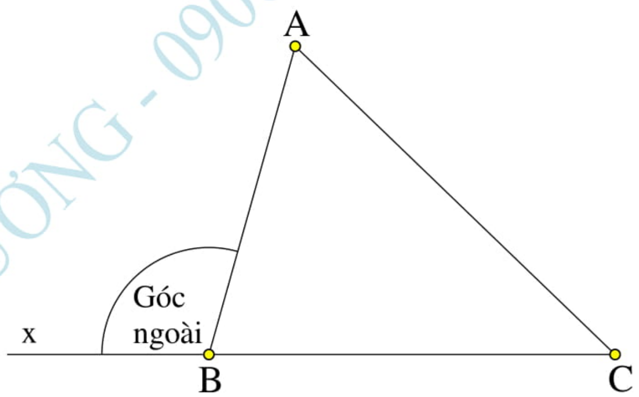
Trong tam giác ABC ta có $\widehat{A} + \widehat{B} + \widehat{C} = 180°$.

Mà $\widehat{A} = 90°$ nên ta có $90° + \widehat{B} + \widehat{C} = 180°$ suy ra $\widehat{B} + \widehat{C} = 180° - 90° = 90°$.

Vậy trong một tam giác vuông thì hai góc nhọn phụ nhau.

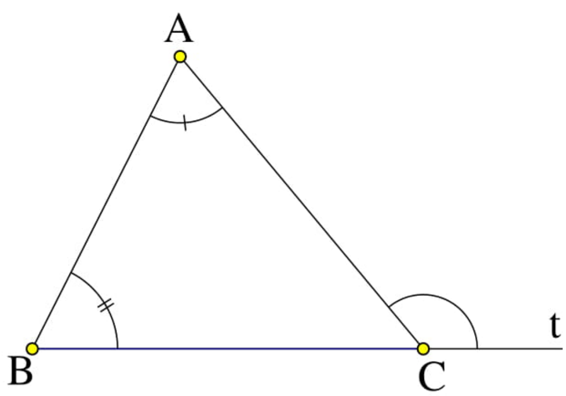
5. Góc ngoài của tam giác.

+ **Góc ngoài của một tam giác là góc kề bù với một góc trong của tam giác ấy.**

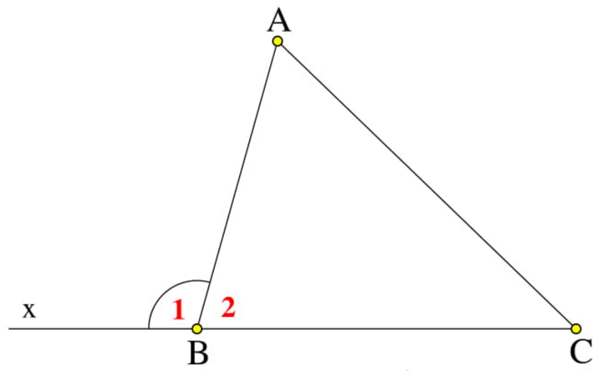


+ **Góc ngoài của một tam giác bằng tổng hai góc trong không kề với nó.**

Giả thiết	ΔABC
Kết luận	$\widehat{ACt} = \widehat{A} + \widehat{B}$



<u>Chứng minh:</u> Góc ngoài của một tam giác bằng tổng hai góc trong không kề với nó.



Trong tam giác ABC ta có $\widehat{A} + \widehat{B_2} + \widehat{C} = 180°$. (1)

Mà $\widehat{ABx}$ và $\widehat{B_2}$ là hai góc kề bù nên $\widehat{ABx} + \widehat{B_2} = 180°$. (2)

Từ (1)(2) suy ra $\widehat{ABx} = \widehat{A} + \widehat{C}$.

Vậy góc ngoài của một tam giác bằng tổng hai góc trong không kề với nó.

+ **Góc ngoài của một tam giác bằng lớn hơn mỗi góc trong không kề với nó.**

<u>Chứng minh:</u> Góc ngoài của một tam giác bằng lớn hơn mỗi góc trong không kề với nó.

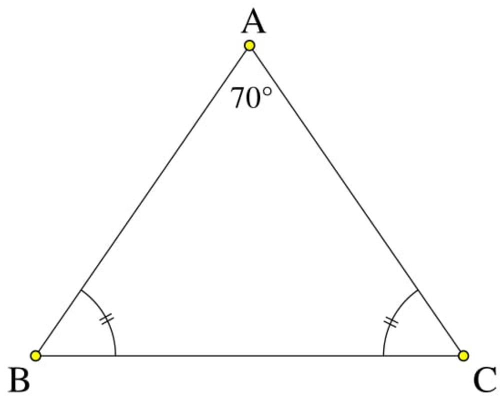
Chứng minh đơn giản như chứng minh góc ngoài của một tam giác bằng tổng hai góc trong không kề với nó.

Ta có được $\widehat{ABx} = \widehat{A} + \widehat{C}$ nên $\widehat{ABx} > \widehat{A}$ và $\widehat{ABx} > \widehat{C}$.

B. CÁC DẠNG BÀI TẬP CƠ BẢN

Câu 1. Cho ΔABC có $A = 70^{o}$ và $B = C$. Tính góc B và góc C.

<u>Hướng dẫn giải:</u>



Trong ΔABC ta có $\widehat{A} + \widehat{B} + \widehat{C} = 180°$.

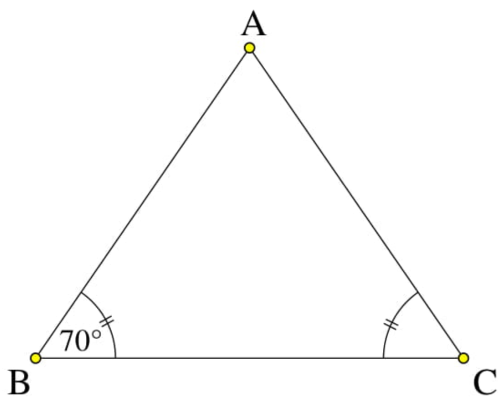
Hay $70° + 2\widehat{B} = 180°$. (Vì theo giả thiết ta có $B = C$)

Suy ra $\widehat{B} = 55°$

Vậy $\widehat{B} = \widehat{C} = 55°$

Câu 2. Cho ΔABC có $B = 70^o$ và $B = C$. Tính góc A.

<u>Hướng dẫn giải:</u>



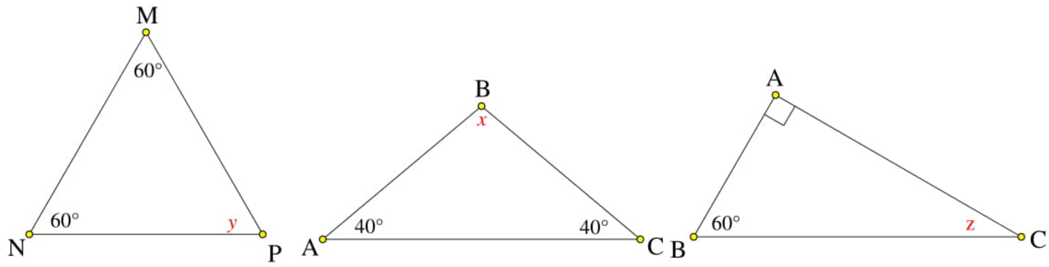
Trong ΔABC ta có $\widehat{A} + \widehat{B} + \widehat{C} = 180°$.

Hay $\widehat{A} + 70° + 70° = 180°$. (Vì theo giả thiết ta có $B = C$)

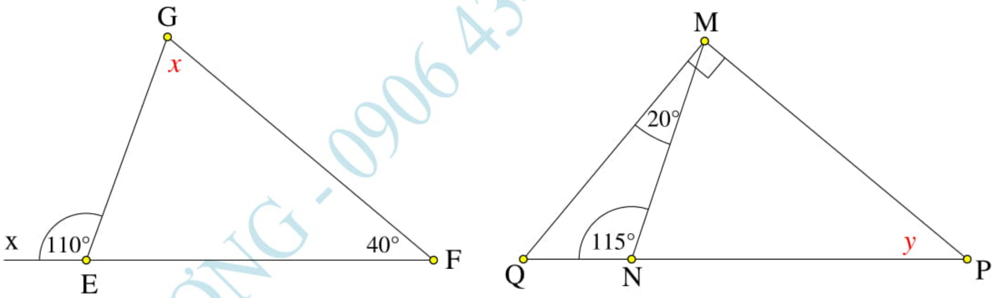
Suy ra $\widehat{A} = 40°$

Vậy $\widehat{A} = 40°$

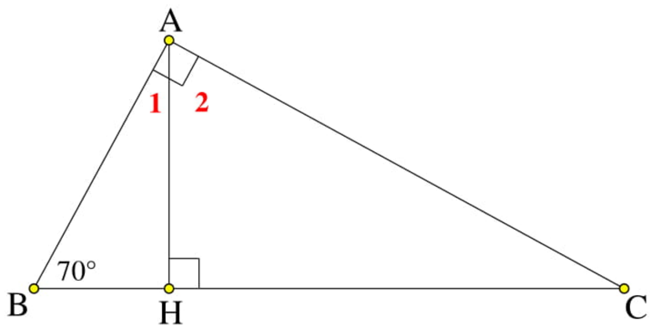
Câu 3. Tính *x*, *y*, *z* trong các hình vẽ sau.



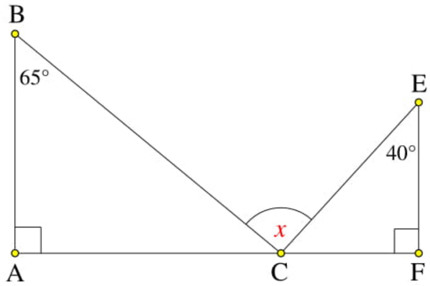
Câu 4. Tính *x*, *y* trong các hình vẽ sau.

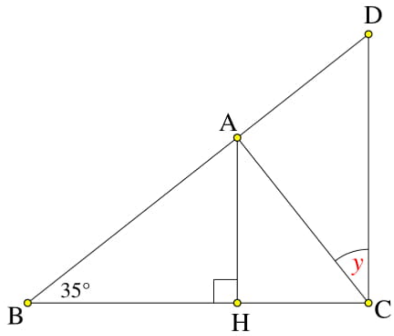


Câu 5. Tính $\widehat{A_1}; \widehat{A_2}$ trong hình vẽ sau.



Câu 6. Tính *x*, *y* trong các hình vẽ sau.





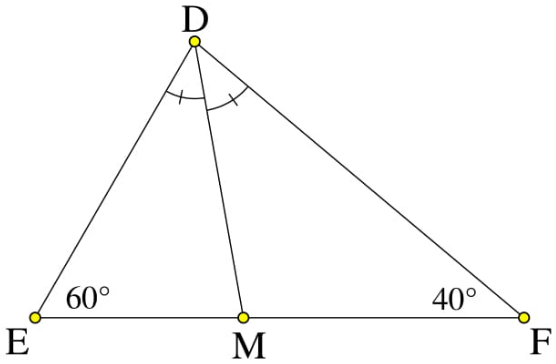
Câu 7. Cho ΔABC có $ABC = 70^o, BAC = 80^o$.

1) Tính ACB.

2) Vẽ tia phân giác của góc BAC cắt BC tại D. Tính BAD, DAC.

3) Tính ADC, ADB

Câu 8. Cho ΔDEF như hình vẽ, biết $DEF = 60^o, EFD = 40^o, EDM = MDF$



1) Tính EDF.

2) Tính EDM, MDF.

3) Tính DME.

Câu 9. Cho ΔABC vuông tại A, biết $ACB = 35^o$. Vẽ Bx là tia đối của tia BC. Tính xBA.

Câu 10. Cho ΔAHC vuông tại H, biết $CAH = 40^o$.

1) Tính HCA.

2) Vẽ Cy là tia đối của tia CA, tia Cz là tia đối của tia CH. Trên tia Cz, lấy điểm B; kẻ BK ⊥ Cy tại K. Chứng minh $HAC = KBC$ rồi suy ra số đo góc KBC.

Câu 11. Cho ΔMNP vuông tại M, vẽ MH ⊥ NP tại H.

1) Chứng minh: $NMH = MPH$.

2) Chứng minh: $MNH = HMP$.

Câu 12. Cho ΔDEF vuông tại D, vẽ DK ⊥ EF tại K, biết $DEK = 60^o$. Tính KDF.

Câu 13. Cho ΔAHE vuông tại H, biết $HAE = 55^o$.

1) Tính HEA.

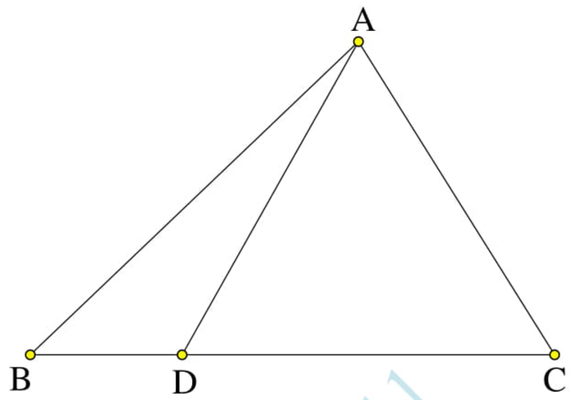
2) Trên cạnh HE lấy điểm B bất kì, kẻ BK ⊥ AE tại K. Tính HBK

Câu 14. Cho tam giác DEF có $D = 80^0, E = 30^0$. Tia phân giác của góc D cắt EF ở M. Tính DMF, DME.

Câu 15. Cho tam giác ABC, phân giác góc B và C cắt nhau tại I. Tính góc BIC nếu $A = 60^0$.

Câu 16. Cho tam giác ABC vuông tại A, phân giác BD. Tính số đo góc B và góc C biết $BDC = 105^0$.

Câu 17. Cho hình vẽ .



Hãy so sánh:

1) BED và BAD

2) BEC và BAC

Câu 18. Cho tam giác ABC có $B = C = 50^0$. Gọi A*x* là tia phân giác của góc ngoài ở đỉnh A. Chứng tỏ rằng A*x* // BC.

Câu 19. Cho tam giác ABC có $A = 70^0,\ C = 50^0$. Tia phân giác của góc B cắt AC ở E. Tia phân giác của góc BEC cắt BC ở F. Tính góc AEB và CEF.

Câu 20. Cho tam giác nhọn ABC. Kẻ BH vuông góc với AC ($H \in AC$), kẻ CK vuông góc với AB ($H \in AB$). Hãy so sánh $ABH;\ ACK$.

Câu 21. Cho tam giác ABC có $B = 70^0,\ C = 30^0$. Tia phân giác của góc A cắt BC tại D. Kẻ AH vuông góc với BC (H thuộc BC). Tính các góc BAC, ADH, HAD.

Câu 22. Cho tam giác ABC. Các tia phân giác của các góc B và C cắt nhau ở I. Tính góc BIC biết:

1) $B = 80^0,\ C = 40^0$ 2) $A = 80^0$ 3) $A = m^0$

Câu 23. Cho tam giác MNP, phân giác của góc M và góc N cắt nhau tại I. Chứng minh : $\mathrm{MIN} = \dfrac{\mathrm{MPN}}{2} + 90^0$

Câu 24. Cho tam giác ABC có $\mathrm{A} = 90^0$, kẻ AH vuông góc với BC tại H. Các tia phân giác của các góc C và góc BAH cắt nhau tại I. Chứng minh rằng $\mathrm{AIC} = 90^0$.

Câu 25. Cho tam giác ABC có $\mathrm{B} - \mathrm{C} = 20^0$. Tia phân giác của góc A cắt BC ở D. Tính số đo các góc ADC, ADB.

Câu 26. Cho tam giác ABC có $\mathrm{A} = 90^0$ và $\mathrm{B} > \mathrm{C}$, vẽ AH vuông góc với BC tại H. Tia phân giác của góc HAC cắt BC tại D.

1) Chứng minh $\mathrm{BDA} = \mathrm{BAD}$

2) Tia phân giác của góc BAC cắt BC ở E, cho biết $\mathrm{AEC} - \mathrm{AEB} = 30^0$. Tính ABC và CAD.

Câu 27. Cho $\Delta\mathrm{ABC}$ có góc $\mathrm{A} = \alpha^\circ \left(0^\circ < \alpha^\circ < 90^\circ\right)$, các đường phân giác BD và CN cắt nhau tại O. Tia phân giác góc ngoài tại đỉnh B cắt tia CN tại E. Tia phân giác góc ngoài tại đỉnh C cắt tia BD tại F.

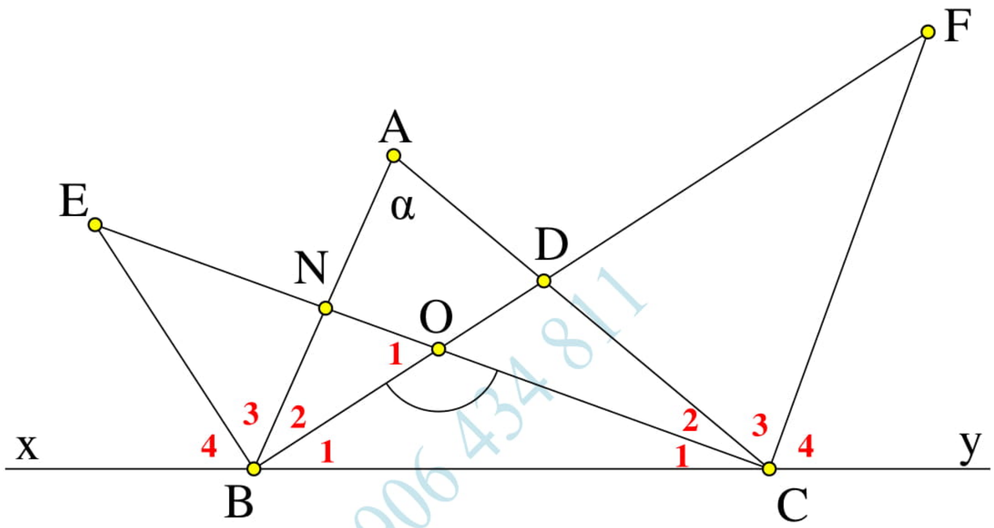
1) Tính số đo của góc BOC theo α°

2) Chứng minh $\mathrm{BEC} = \mathrm{BFC} = \dfrac{\alpha^\circ}{2}$

3) Tia EB và tia FC cắt nhau tại K. Chứng minh rằng $\mathrm{BOC} + \mathrm{K} = 180^o$

<u>Hướng dẫn giải:</u>

1) Tính số đo của góc BOC theo α°



Trong ΔABC có $A + B_{12} + C_{12} = 180^\circ$

Suy ra $B_{12} + C_{12} = 180^\circ - A = 180^\circ - \alpha^\circ$

Tam giác ABC có BD và CN là hai tia phân giác nên $B_1 = \frac{1}{2}B;\ C_1 = \frac{1}{2}C$

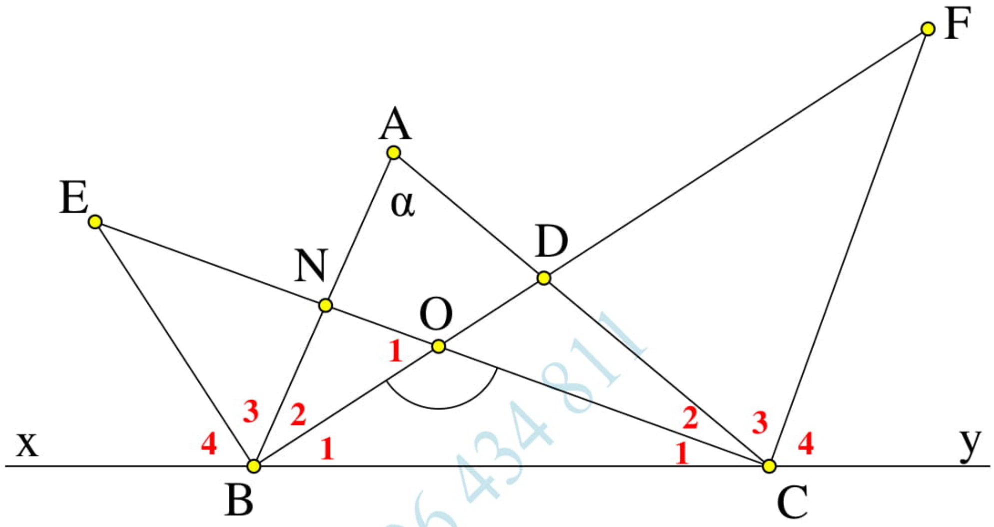
Suy ra $B_1 + C_1 = \frac{1}{2}B_{12} + \frac{1}{2}C_{12} = \frac{1}{2}\left(B_{12} + C_{12}\right) = \frac{1}{2}\left(180^\circ - \alpha^\circ\right)$

Trong ΔBOC có $BOC + B_1 + C = 180^\circ$

hay $BOC = 180^\circ - \left(B_1 + C_1\right) = 180^\circ - \frac{1}{2}\left(180^\circ - \alpha^\circ\right) = 90^\circ + \frac{\alpha^\circ}{2}$

Vậy $BOC = 90^\circ + \frac{\alpha^\circ}{2}$

2) Chứng minh $BEC = BFC = \frac{\alpha^\circ}{2}$



Ta có $B_1 + B_2 + B_3 + B_4 = 180^\circ$ hay $2B_2 + 2B_3 = 180^\circ$ hay $2\left(B_2 + B_3\right) = 180^\circ$

Hay $2B_{23} = 180^\circ$ suy ra $B_{23} = 180^\circ : 2 = 90^\circ$ hay ΔOBE vuông tại B.

Tương tự ta cũng có $C_{23} = 90^\circ$ hay ΔOCF vuông tại C.

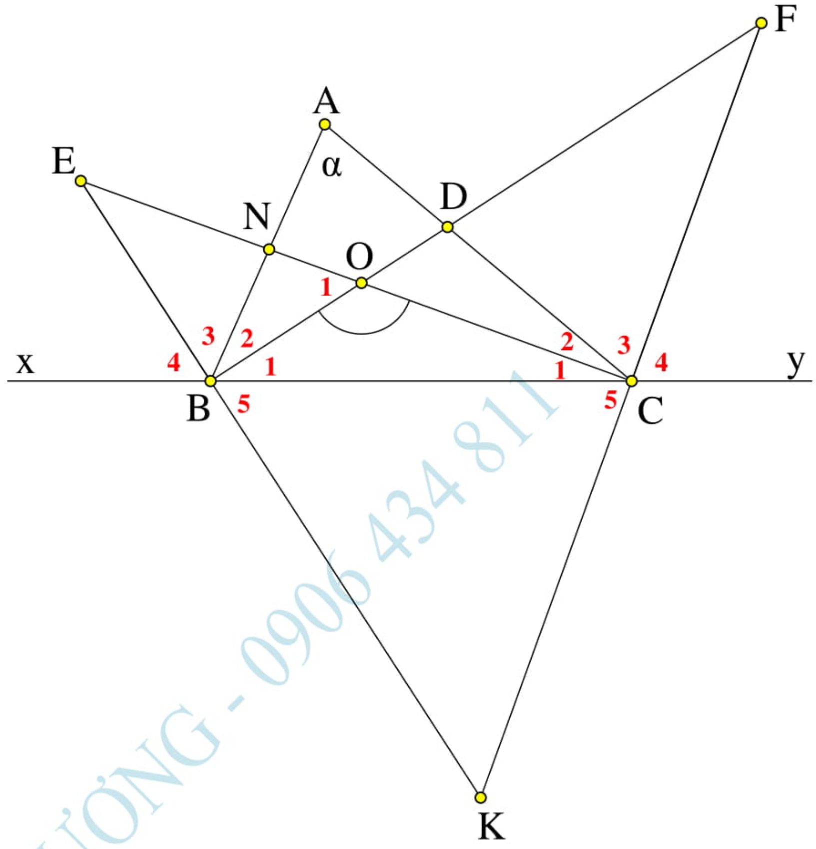
Ta có BOC là góc ngoài của ΔOBE nên $BOC = BEC + B_{23}$

Hay $BEC = BOC - B_{23} = 90^\circ + \frac{\alpha^\circ}{2} - 90^\circ = \frac{\alpha^\circ}{2}$ (1)

Tương tự ta cũng có $BFC = \frac{\alpha^\circ}{2}$ (2)

Từ (1)(2) ta có $BEC = BFC = \frac{\alpha^\circ}{2}$

3) Tia EB và tia FC cắt nhau tại K. Chứng minh rằng $BOC + K = 180^o$



Ta có B_{15} và B_{23} là hai góc kề bù $B_{15} + B_{23} = 180^o$ (3)

Mà $B_{23} = 90^\circ$ (Chứng minh ở câu 2) nên ta có $B_{15} = 90^o$.

Tương tự ta cũng có $C_{15} = 90^o$

Trong tam giác BOC ta có $BOC + B_1 + C_1 = 180^\circ$. (4)

Trong tam giác BKC ta có $K + B_5 + C_5 = 180^\circ$. (5)

Từ (4)(5) ta có $BOC + B_1 + C_1 + K + B_5 + C_5 = 180^\circ + 180^\circ = 360^\circ$

Hay $BOC + \left(B_1 + B_5\right) + \left(C_1 + C_5\right) + K = 360^\circ$

Hay $BOC+\left(B_{15}+C_{15}\right)+K=360^{\circ}$

Kết hợp với (3) ta có $BOC+180^{o}+K=360^{\circ}$

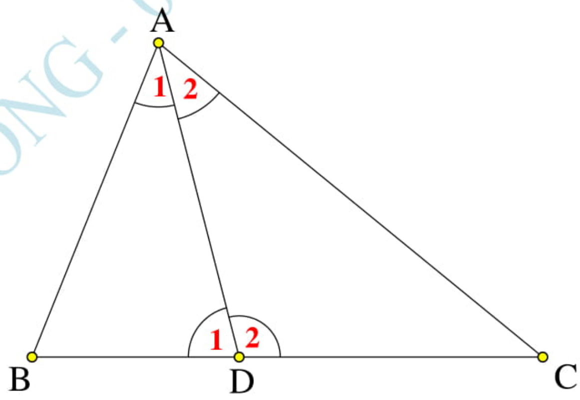
Suy ra $BOC+K=360^{\circ}-180^{o}=180^{o}$

Vậy $BOC+K=180^{o}$

Câu 28. Cho ΔABC có $B-C=20^{\circ}$. Đường phân giác AD của góc A cắt BC tại D. Tính số đo của các góc ADB và ADC.

<u>Hướng dẫn giải:</u>

<u>Cách 1:</u>



ΔABD và ΔADC có tổng các góc trong bằng nhau.

Mà có $A_1=A_2$, góc B lớn hơn C là 20°.

Suy ra D_1 phải nhỏ hơn D_2 là 20°.

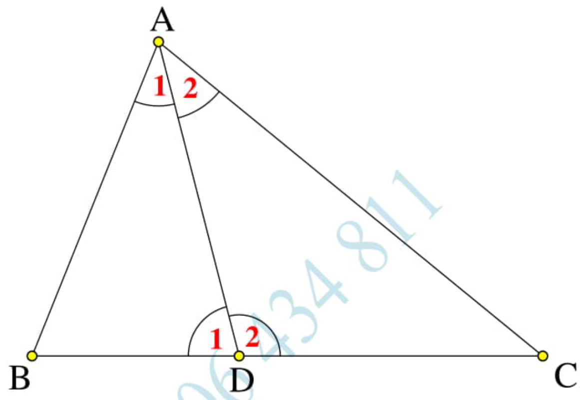
Tức là: $D_2-D_1=20^{\circ}$.

Mà $D_2+D_1=180^{\circ}$ (B, C, D thẳng hàng).

Do đó $2D_2 = 200^\circ$ hay $ADC = 100^\circ$

Suy ra $BDA = 80^\circ$

<u>Cách 2:</u>



$D_2 = B + A_1$ (góc ngoài của ΔABD) (1)

$D_1 = C + A_2$ (góc ngoài của ΔADC) (2)

Từ (1) và (2), ta có $D_2 - D_1 = \left(B - C\right) + \left(A_1 - A_2\right)$.

Mà $A_1 = A_2$ (giả thiết) Suy ra $A_1 - A_2 = 0^\circ$; $D_2 - D_1 = 20^\circ + 0^\circ$.

Mặt khác: $D_2 + D_1 = 180^\circ$ (B, C, D thẳng hàng) (4)

Từ (3) và (4), ta có: $2D_2 = 200^\circ$ hay $D_2 = 100^\circ$ suy ra $D_1 = 80^\circ$.

CHỦ ĐỀ 2

TAM GIÁC BẰNG NHAU. CÁC TRƯỜNG HỢP BẰNG NHAU CỦA TAM GIÁC.

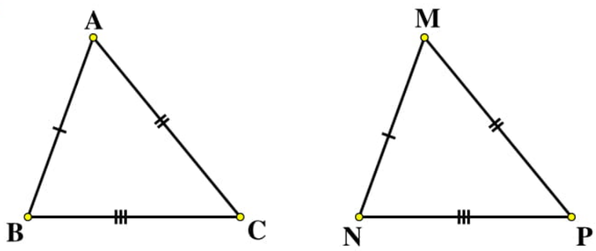
A. NỘI DUNG KIẾN THỨC

1. Định nghĩa:

+ Hai tam giác bằng nhau là hai tam giác có các cạnh tương ứng bằng nhau, các góc tương ứng bằng nhau. Kí hiệu: $\Delta ABC = \Delta MPQ$.

+ Ví dụ: Tam giác ABC bằng tam giác MNP. Ta có $\begin{cases} AB = MN; BC = NP; AC = MP \\ \widehat{A} = \widehat{M}; \widehat{B} = \widehat{N}; \widehat{C} = \widehat{P} \end{cases}$.

Giả thiết	$\Delta ABC; \Delta MNP$ $AB = MN$ $BC = NP$ $AC = MP$ $\widehat{A} = \widehat{M}; \widehat{B} = \widehat{N}; \widehat{C} = \widehat{P}$
Kết luận	$\Delta ABC = \Delta MNP$



+ Để dễ suy luận người ta thường viết các chữ cái chỉ tên các đỉnh tương ứng được viết theo thứ tự tương ứng. Chẳng hạn: viết $\Delta ABC = \Delta MPQ$ nếu AB = MP; AC = MQ; BC = PQ; $A = M;\ B = P;\ C = Q$

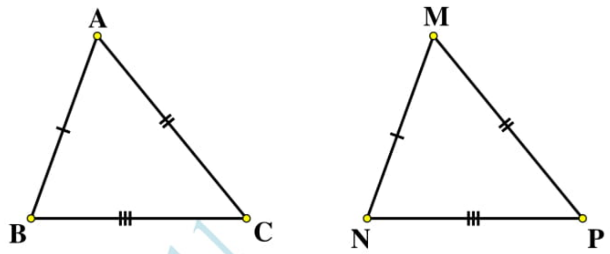
+ Hai tam giác bằng nhau thì có chu vi và diện tích bằng nhau.

+ Với tam giác: Nếu hai tam giác cùng bằng tam giác thứ ba thì hai tam giác đó bằng nhau.

2. Ba trường hợp bằng nhau của tam giác (thừa nhận không chứng minh)

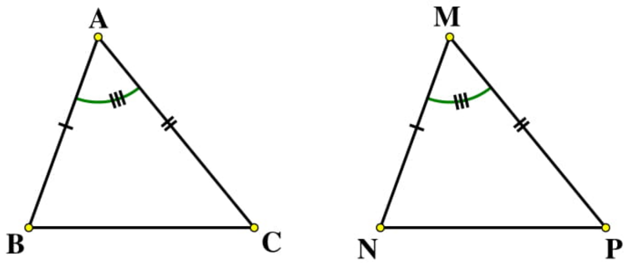
+ Trường hợp thứ nhất: Nếu ba cạnh của tam giác này bằng ba cạnh của tam giác kia thì hai tam giác đó bằng nhau (viết tắt c.c.c).

Giả thiết	$\Delta ABC; \Delta MNP$ $AB = MN; BC = NP$ $AC = MP$
Kết luận	$\Delta ABC = \Delta MNP$



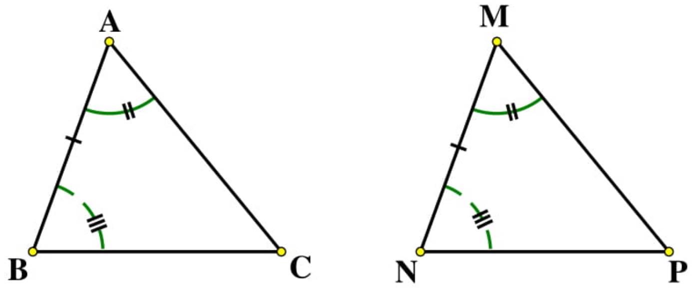
+ Trường hợp thứ hai: Nếu hai cạnh và góc xen giữa của tam giác này bằng hai cạnh và góc xen giữa của tam giác kia thì hai tam giác đó bằng nhau (viết tắt c.g.c).

Giả thiết	$\Delta ABC; \Delta MNP$ $AB = MN; \widehat{A} = \widehat{M}$ $AC = MP$
Kết luận	$\Delta ABC = \Delta MNP$



+ Trường hợp thứ ba: Nếu một cạnh và hai góc kề của tam giác này bằng một cạnh và hai góc kề của tam giác kia thì hai tam giác đó bằng nhau (viết tắt g.c.g).

Giả thiết	$\Delta ABC; \Delta MNP$ $\widehat{A} = \widehat{M}$ $AB = MN$ $\widehat{B} = \widehat{N}$
Kết luận	$\Delta ABC = \Delta MNP$



B. CÁC DẠNG BÀI TẬP CƠ BẢN

DẠNG 1. TAM GIÁC BẰNG NHAU.

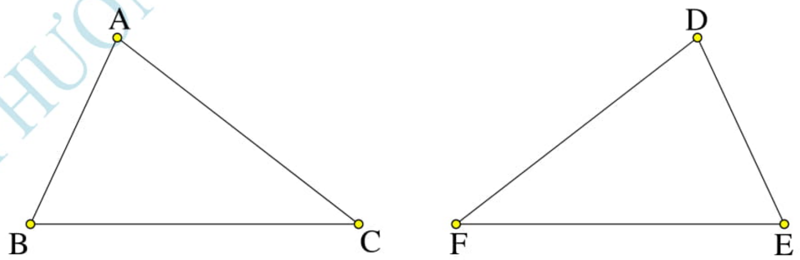
PHƯƠNG PHÁP GIẢI

+ Hai tam giác bằng nhau là hai tam giác có các cạnh tương ứng bằng nhau, các góc tương ứng bằng nhau. Kí hiệu: $\Delta ABC = \Delta MPQ$.

+ Tam giác ABC bằng tam giác MNP. Ta có $\begin{cases} AB = MN; BC = NP; AC = MP \\ \widehat{A} = \widehat{M}; \widehat{B} = \widehat{N}; \widehat{C} = \widehat{P} \end{cases}$.

Câu 1. Cho $\Delta ABC = \Delta DEF$ tương ứng các cạnh, các góc. Viết các cặp cạnh bằng nhau, các cặp góc bằng nhau.

Hướng dẫn giải:



Các cạnh bằng nhau:

+ $AB = DE$.

+ $AC = DF$.

+ $BC = FE$.

Các góc bằng nhau:

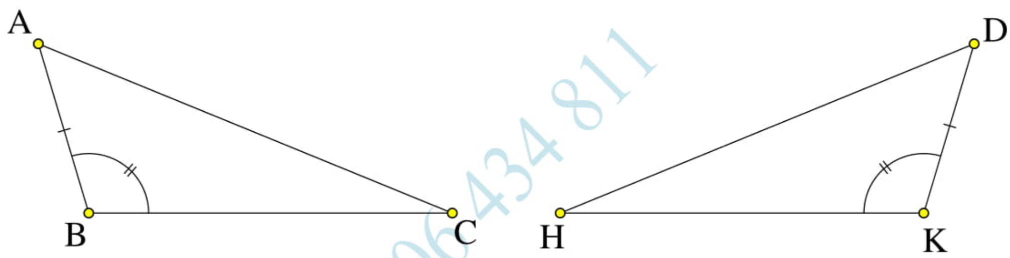
+ $\widehat{A} = \widehat{D}$.

+ $\widehat{B} = \widehat{E}$.

+ $\widehat{C} = \widehat{F}$.

Câu 2. Cho hai tam giác bằng nhau: tam giác ABC và một tam giác có ba đỉnh là H, K, D. Hãy vẽ hình và viết kí hiệu sự bằng nhau của hai tam giác đó, biết rằng AB = KD, $B = K$.

Hướng dẫn giải:



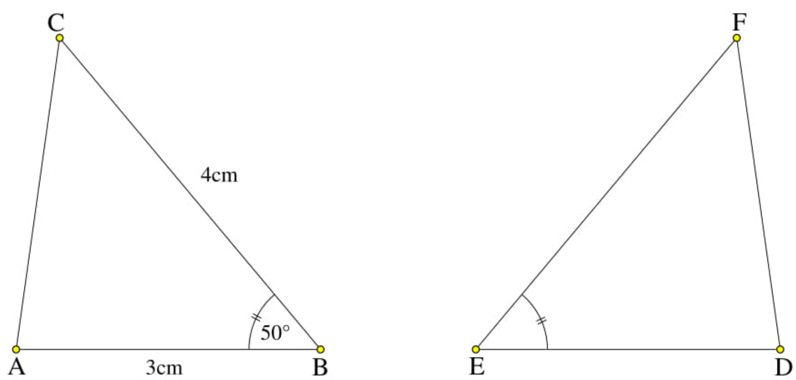
Ta có ΔABC = ΔDKH.

Câu 3. Cho hai tam giác bằng nhau: tam giác ABC và một tam giác có ba đỉnh là D, E, F. Hãy viết kí hiệu sự bằng nhau của hai tam giác đó biết:

1) $A = F, B = E$ 2) $AB = ED, AC = FD$

Câu 4. Cho ΔABC = ΔDEF, trong đó AB = 3cm, BC = 4cm, $B = 50^0$. Hãy vẽ hình và suy ra số đo của các cạnh, các góc có thể tính được của ΔDEF.

Hướng dẫn giải:



Ta có ΔABC = ΔDEF nên suy ra:

+ AB = ED = 3cm.

+ BC = EF = 4cm.

+ $B = E = 50^0$

Câu 5. Cho ΔABC = ΔDMN với AB = 3cm, AC = 4cm, MN = 6cm. Tính chu vi mỗi tam giác nói trên.

Câu 6. Cho ΔABC = ΔDEF. Biết $A = 55^0, E = 75^0$. Tính các góc còn lại của mỗi tam giác.

Câu 7. Cho ΔABC = ΔDEF và $\hat{D} = 30^0, \hat{F} = 80^0$. Tính số đo góc B.

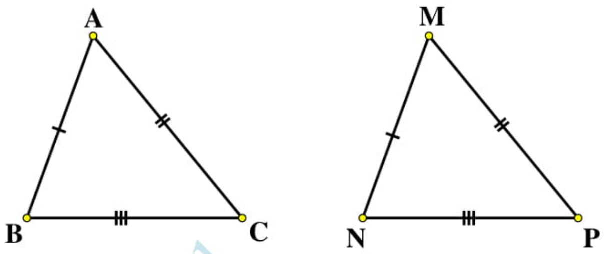
Câu 8. Cho ΔABC = ΔDEF. Tính chu vi mỗi tam giác nói trên biết AB = 4cm, BC = 6cm, DF = 5cm (chu vi của một tam giác là tổng độ dài 3 cạnh của tam giác đó).

Câu 9. Chu vi của một tam giác bằng 44m. Các cạnh của tam giác tỉ lệ với 2; 4; 5. Em hãy tính độ dài các cạnh của tam giác.

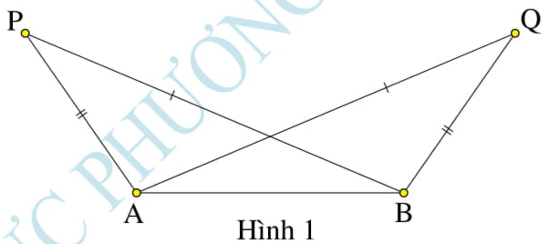
DẠNG 2. TRƯỜNG HỢP BẰNG NHAU THỨ NHẤT CỦA TAM GIÁC.

PHƯƠNG PHÁP GIẢI

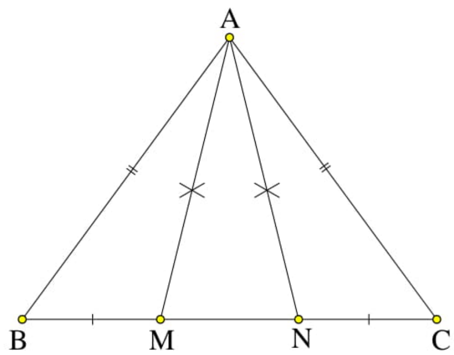
Giả thiết	$\Delta ABC;\ \Delta MNP$ $AB = MN;\ BC = NP$ $AC = MP$
Kết luận	$\Delta ABC = \Delta MNP$



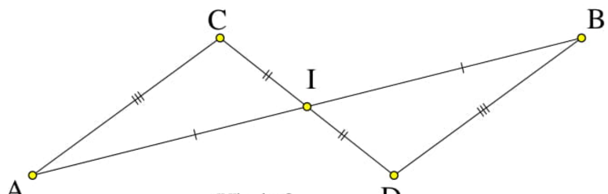
Câu 10. Quan sát hình vẽ sau. Những tam giác nào bằng nhau trong hình vẽ đó ? Tại sao ?



Hình 1



Hình 2



Hình 3

<u>Hướng dẫn giải:</u>

1) Xét ΔABN và ΔACM ta có:

+ $AP = PQ$

+ $PB = QA$

+ AB chung.

Suy ra $\Delta APB = \Delta BQA$ (c.c.c).

b) Ta có $\begin{cases} AN = AM \\ AB = AC \end{cases}$ suy ra $BM + MN = NC + MN$ hay $BN = CM$

Xét ΔABN và ΔACM ta có:

+ $AN = AM$

+ $AB = AC$

+ $BN = CM$.

Suy ra $\Delta ABN = \Delta ACM$ (c.c.c).

3) Xét ΔABN và ΔACM ta có:

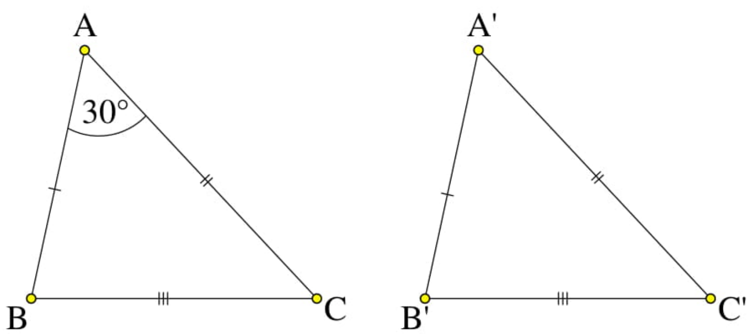
+ $IC = ID$

+ $IA = IB$

+ $AC = DB$.

Suy ra $\Delta IAC = \Delta IBD$ (c.c.c).

Câu 11. Cho hình vẽ. Chứng minh $\Delta ABC = \Delta A'B'C'$ rồi suy ra $\widehat{A} = \widehat{A'} = 30°$.



<u>Hướng dẫn giải:</u>

Xét ΔABC và $\Delta A'B'C'$ ta có:

$AB = A'B'$.

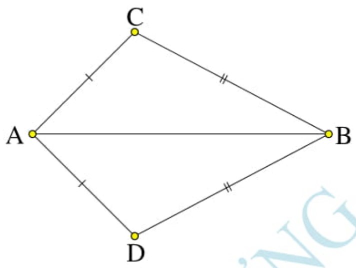
$AC = A'C'$.

$BC = B'C'$.

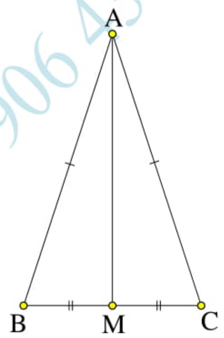
Suy ra $\Delta ABC = \Delta A'B'C'$ (Trường hợp c.c.c).

Suy ra $\widehat{A} = \widehat{A'} = 30°$ (Hai góc tương ứng).

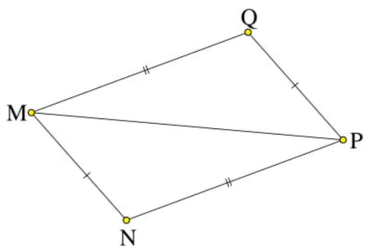
Câu 12. Trên mỗi hình vẽ sau, có những tam giác nào bằng nhau? Giải thích và viết kí hiệu.



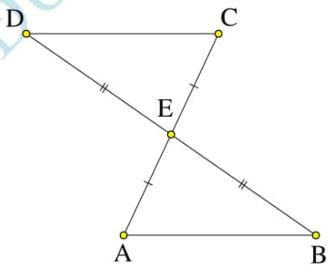
Hình 1



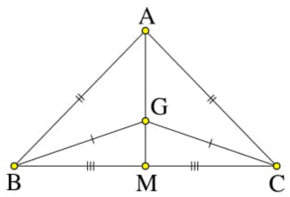
Hình 2



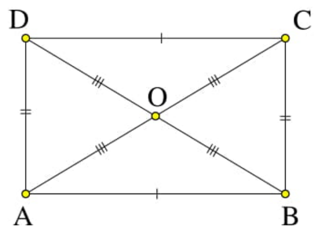
Hình 3



Hình 4

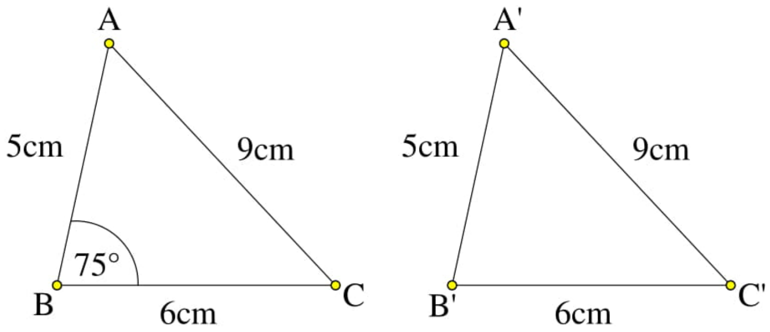


Hình 5



Hình 6

Câu 13. Cho hình vẽ. Chứng minh $\Delta ABC = \Delta A'B'C'$ rồi tính giá trị góc B'.



<u>Hướng dẫn giải:</u>

Xét ΔABC và $\Delta A'B'C'$ ta có:

$AB = A'B' = 5\text{cm}.$

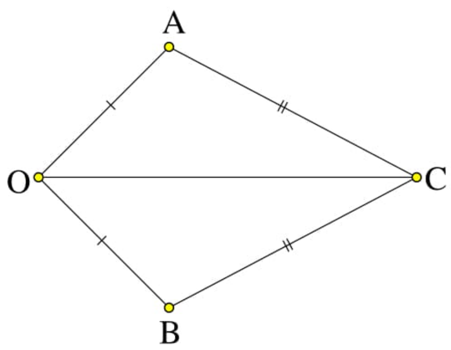
$AC = A'C' = 9\text{cm}.$

$BC = B'C' = 6\text{cm}.$

Suy ra $\Delta ABC = \Delta A'B'C'$ (Trường hợp c.c.c).

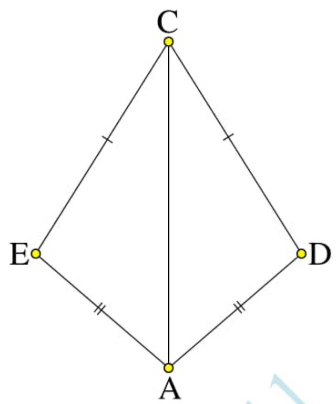
Suy ra $\widehat{B} = \widehat{B'} = 75°$ (Hai góc tương ứng).

Câu 14. Cho hình vẽ sau.



Biết OA = OB, BC = AC. Chứng minh: $BOC = AOC$

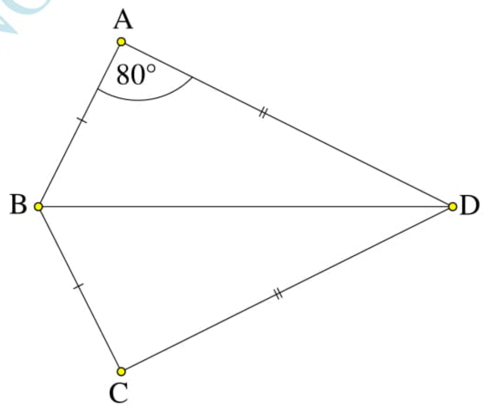
Câu 15. Cho hình vẽ sau, biết AE = AD, CE = CD.



1) Chứng minh ΔACE = ΔACD.

2) Chứng minh: AC là tia phân giác của EAD.

Câu 16. Cho hình vẽ. Chứng minh $\Delta \mathrm{ABD} = \Delta \mathrm{CBD}$ rồi suy ra $\widehat{\mathrm{A}} = \widehat{\mathrm{C}} = 80°$.



<u>**Hướng dẫn giải:**</u>

Xét $\Delta \mathrm{ABD}$ và $\Delta \mathrm{CBD}$ ta có:

$\mathrm{AB} = \mathrm{CB}$.

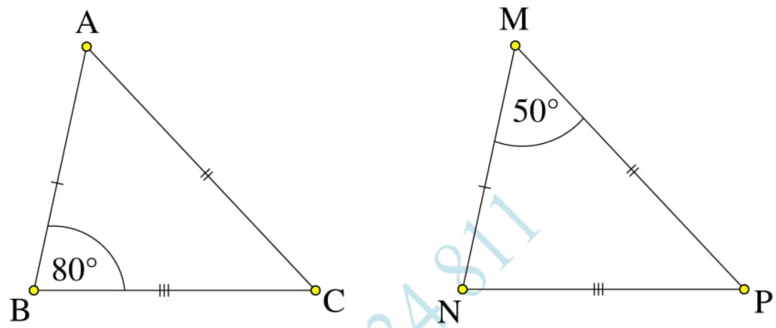
$\mathrm{CD} = \mathrm{AD}$.

BD cạnh chung.

Suy ra $\Delta ABD = \Delta CBD$ (Trường hợp c.c.c).

Suy ra $\widehat{A} = \widehat{C} = 80°$ (Hai góc tương ứng).

Câu 17. Cho hình vẽ. Tính góc P.



<u>Hướng dẫn giải:</u>

Xét ΔABC và ΔMNP ta có:

$AB = MN$.

$BC = NP$.

$AC = MP$.

Suy ra $\Delta ABC = \Delta MNP$ (Trường hợp c.c.c) Suy ra $\widehat{B} = \widehat{N} = 80°$ (Hai góc tương ứng).

Xét tam giác MNP ta có $\widehat{M} + \widehat{N} + \widehat{P} = 180°$ Hay $50° + 80° + \widehat{P} = 180°$.

Suy ra $\widehat{P} = 180° - 50° - 80° = 50°$.

Câu 18. Cho tam giác ABC có AB = AC, M là trung điểm của BC. Chứng minh rằng AM vuông góc với BC.

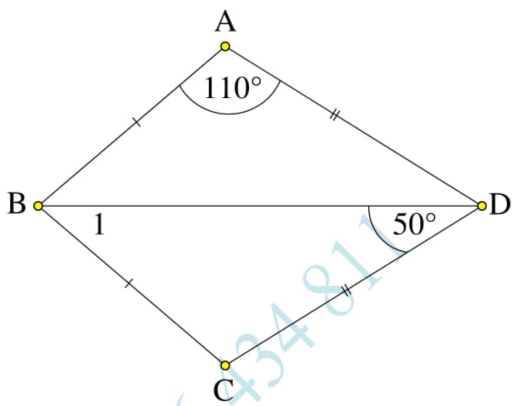
Câu 19. Cho tam giác ABC có AB = AC, M là trung điểm của BC.

1) Chứng minh $\Delta ABC = \Delta AMC$.

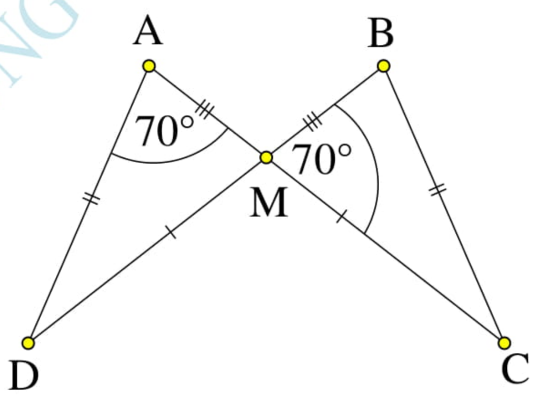
2) Chứng minh AM là phân giác của góc BAC và AM là đường trung trực của BC.

Câu 20. Cho tam giác ABC, đường cao AH. Trên nửa mặt phẳng bờ AC không chứa B, vẽ ΔACD sao cho AD = BC, CD = AB. Chứng minh AB//CD và $AH \perp AD$.

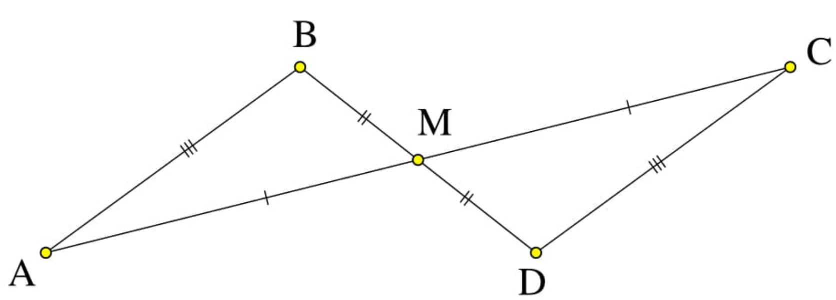
Câu 21. Cho hình vẽ. Tính góc B_1.



Câu 22. Cho hình vẽ. Tính góc D.



Câu 23. Cho hình vẽ. Chứng minh AB // CD.



Hướng dẫn giải:

Xét ΔABM và ΔCDM ta có:

$AB = CD$.

$BM = MD$.

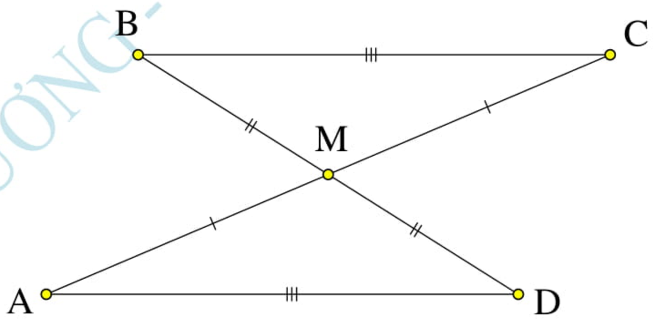
$AM = CM$.

Suy ra $\Delta ABM = \Delta CDM$ (Trường hợp c.c.c).

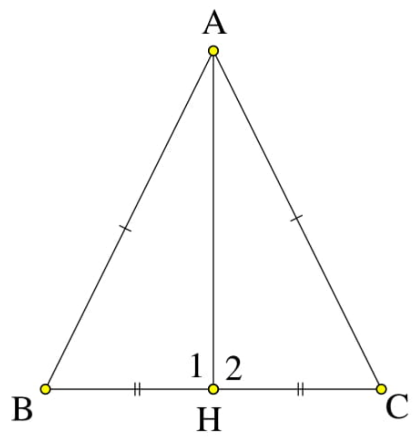
Suy ra $\widehat{A} = \widehat{C}$ (Hai góc tương ứng).

Ta có $\widehat{A} = \widehat{C}$ và nằm ở vị trí so le trong nên AB // CD.

Câu 24. Cho hình vẽ. Chứng minh AB // CD.



Câu 25. Cho hình vẽ. Chứng minh AH ⊥ AC.



Hướng dẫn giải:

Xét ΔABH và ΔACH ta có:

$AB = AC$.

$BH = CH$.

AH cạnh chung.

Suy ra $\Delta ABH = \Delta ACH$ (Trường hợp c.c.c).

Suy ra $\widehat{H_1} = \widehat{H_2}$ (Hai góc tương ứng).

Ta có $\widehat{H_1} + \widehat{H_2} = 180°$ vì $\widehat{H_1}$ & $\widehat{H_2}$ là hai góc kề bù.

Mà $\widehat{H_1} = \widehat{H_2}$ nên $2\widehat{H_1} = 2\widehat{H_2} = 180°$.

Suy ra $\widehat{H_1} = \widehat{H_2} = 90°$.

Vậy $AH \perp AC$.

Câu 26. Cho tam giác ABC có AB = AC. Gọi M là một điểm nằm trong tam giác sao cho MB = MC, N là trung điểm của BC. Chứng minh:

1) AM là tia phân giác của góc BAC.

2) Ba điểm A; M; N thẳng hàng.

3) MN là đường trung trực của đoạn thẳng BC.

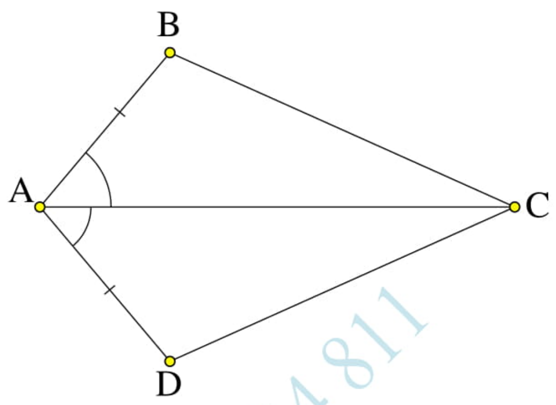
Câu 27. Cho tam giác ABC. Vẽ đoạn thẳng $AD \perp AB$ (D, C nằm khác phía với đường thẳng A2) và AD = AB. Vẽ đoạn thẳng $AE \perp AC$ (E, B nằm khác phía với đường thẳng AB) và AE = AC. Thừa nhận DE = BC.

1) Tính góc BAC và chứng minh A nằm giữa C và D

2) Chứng minh BD // CE.

DẠNG 3. TRƯỜNG HỢP BẰNG NHAU THỨ HAI CỦA TAM GIÁC.

Câu 28. Cho hình vẽ. Chứng minh $\Delta ABC = \Delta ADC$.



Hướng dẫn giải:

Xét ΔABC và ΔADC ta có:

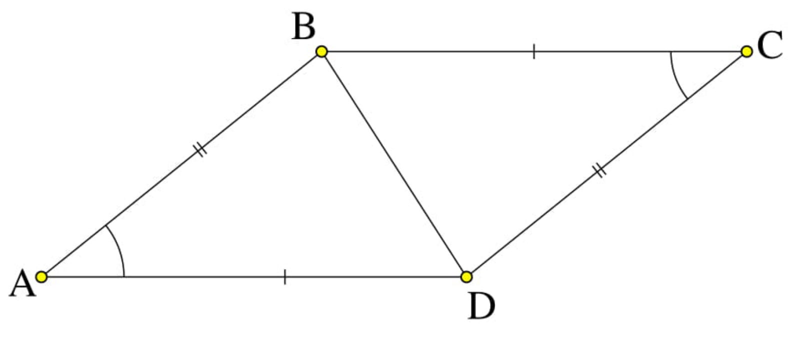
$AB = AD$

AC cạnh chung

$\widehat{BAC} = \widehat{DAC}$

Suy ra $\Delta ABC = \Delta ADC$ (Trường hợp c.g.c).

Câu 29. Cho hình vẽ. Chứng minh $\Delta ABC = \Delta CDB$ (bằng hai cách).



Hướng dẫn giải:

Cách 1:

Xét ΔABC và ΔCDB ta có:

$AB = CD$

$AD = BC$

$\widehat{BAD} = \widehat{BCD}$

Suy ra $\Delta ABC = \Delta CDB$ (Trường hợp c.g.c).

Cách 2:

Xét ΔABC và ΔCDB ta có:

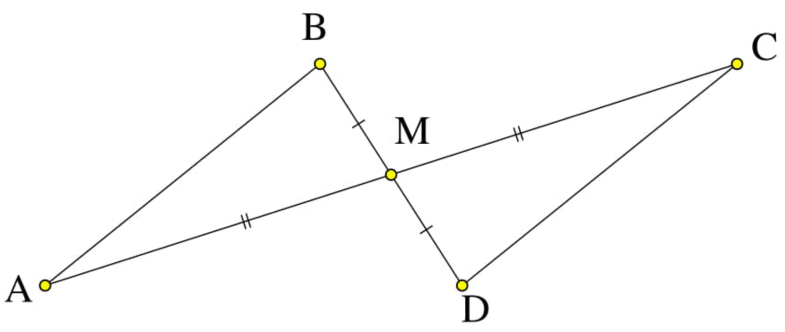
$AB = CD$

$AD = BC$

BD cạnh chung

Suy ra $\Delta ABC = \Delta CDB$ (Trường hợp c.c.c).

Câu 30. Cho hình vẽ. Chứng minh $\Delta ABM = \Delta CDM$.



Hướng dẫn giải:

Xét ΔABM và ΔCDM ta có:

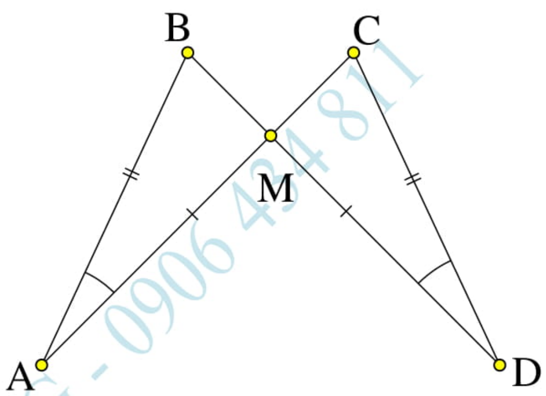
$MB = MD$

$MA = MC$

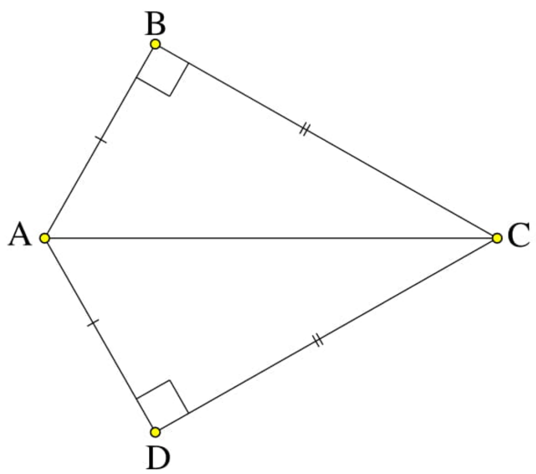
$\widehat{AMB} = \widehat{CMD}$

Suy ra $\Delta ABM = \Delta CDM$ (Trường hợp c.g.c).

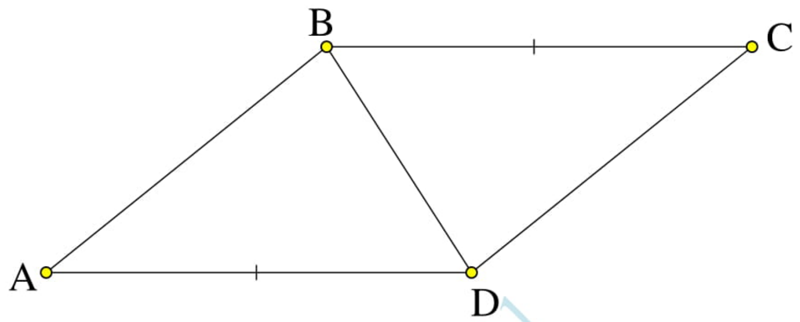
Câu 31. Cho hình vẽ. Chứng minh $\Delta ABC = \Delta DCB$ (bằng hai cách) rồi suy ra các góc bằng nhau các cạnh bằng nhau.



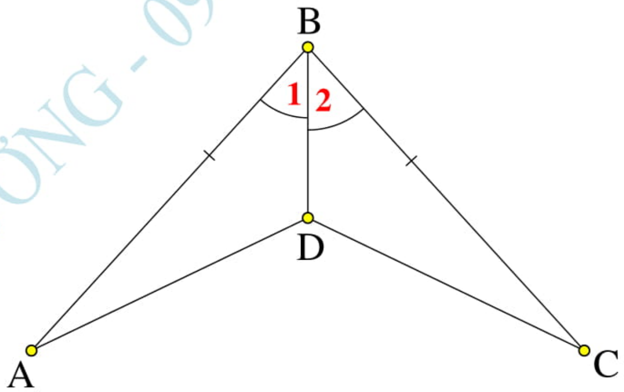
Câu 32. Cho hình vẽ. Chứng minh $\Delta ABC = \Delta ADC$ (bằng hai cách) rồi suy ra các góc bằng nhau các cạnh bằng nhau.



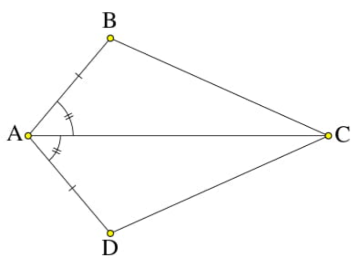
Câu 33. Cho hình vẽ. Cho hình vẽ biết BC = AD và BC // AD. Chứng minh $\Delta ABD = \Delta CDB$ (bằng hai cách) rồi suy ra các góc bằng nhau các cạnh bằng nhau.



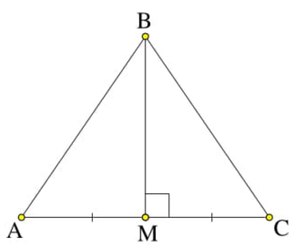
Câu 34. Cho hình vẽ. Chứng minh $\Delta ABD = \Delta CBD$ (bằng hai cách) rồi suy ra các góc bằng nhau các cạnh bằng nhau.



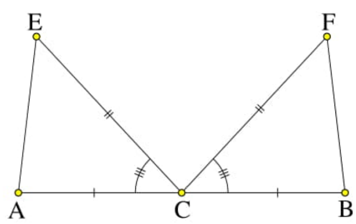
Câu 35. Trên mỗi hình vẽ sau, có những tam giác nào bằng nhau ? Giải thích và viết kí hiệu.



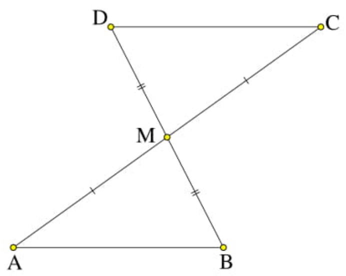
Hình 1



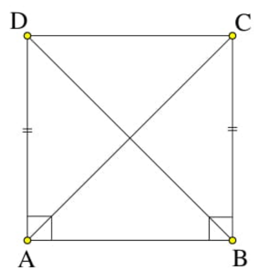
Hình 2



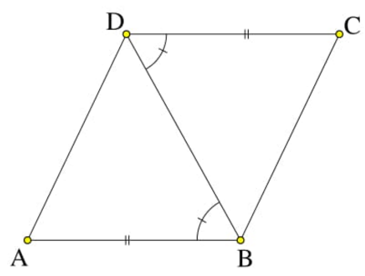
Hình 3



Hình 4

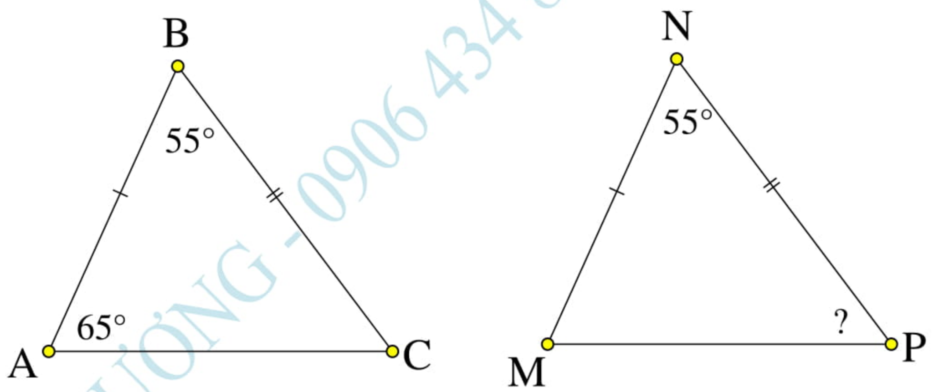


Hình 5

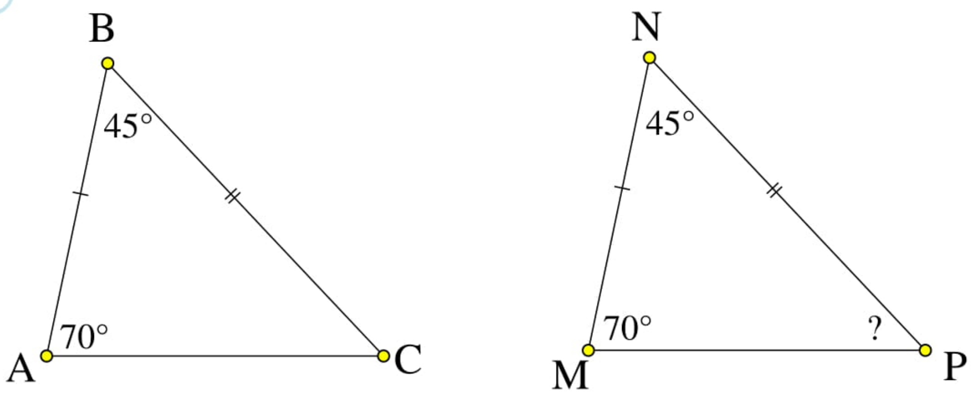


Hình 6

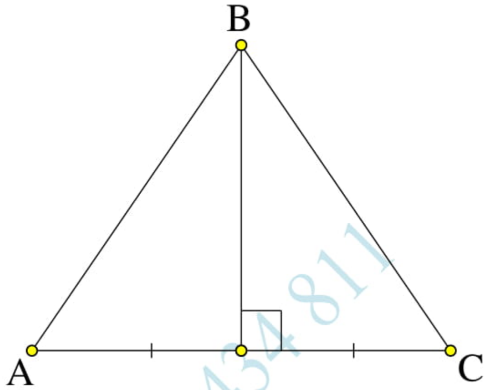
Câu 36. Cho hình vẽ. Chứng minh ΔABC = ΔMNP rồi tính góc P.



Câu 37. Cho hình vẽ. Chứng minh ΔABC = ΔMNP rồi tính góc P.



Câu 38. Cho đoạn thẳng AC có trung điểm M. Vẽ đường thẳng trung trực d của đoạn thẳng AC. Trên đường thẳng d lấy điểm B. Chứng minh ΔABM = ΔCBM rồi suy ra các góc bằng nhau các cạnh bằng nhau.



Câu 39. Cho ΔABC và ΔDEF biết $A = E$ và AC = EF.

1) Với điều kiện nào thì ΔABC và ΔDEF bằng nhau trong trường hợp cạnh – góc – cạnh, viết kí hiệu về sự bằng nhau của hai tam giác đó.

2) Cho hai tam giác ABC và DEF bằng nhau như câu a, biết $A = 48^0;\ B = 65^0$. Tính số đo góc F.

Câu 40. Cho ΔABC, trên tia đối của AB lấy điểm M sao cho AM = AB, trên tia đối của AC lấy điểm N sao cho AN = AC. Chứng minh:

1) ΔABC = ΔAMN

2) BC = MN

3) MN // BC

Câu 41. Cho ΔDEF, lấy M là trung điểm EF. Trên tia DM, lấy điểm N sao cho MD = MN. Chứng minh DE // NF.

Câu 42. Cho tam giác ABC có $A = 90^0$. Trên tia đối của tia CA lấy điểm D sao cho CD = CA. Trên tia đối của tia CB lấy điểm E sao cho CE = CB. Tính số đo góc CDE.

Câu 43. Cho ΔAOB có OA = OB. Tia phân giác của góc O cắt AB ở D. Chứng minh:

1) DA = DB.

2) OD ⊥ AB.

Câu 44. Cho ΔABC (AB < AC). Trên cạnh AC lấy điểm D sao cho AD = AB. Tia AE là tia phân giác của góc BAC (E ∈ BC). BD cắt AE tại I. Chứng minh

1) ΔABE = ΔADE.

2) IB = ID.

3) AE là đường trung trực của BD.

Câu 45. Cho tam giác ABC có AB = AC > BC. Gọi M là trung điểm của BC.

1) Chứng minh AM là phân giác góc BAC.

2) Chứng minh AM là đường trung trực của BC.

3) Từ B vẽ đường thẳng vuông góc AB cắt đường thẳng AM tại D. Trên AM lấy điểm E sao cho ME = MD. Chứng minh CE ⊥ AB.

Câu 46. Cho Δ ABC có AB < AC, AE là tia phân giác của góc A (E ∈ B3). Trên cạnh AC lấy điểm D sao cho AD = AB. Chứng minh:

1) BE = ED

2) AE ⊥ BD

Câu 47. Cho ΔABC nhọn (AB < AC). AD là tia phân giác của góc A (D ∈ BC). Lấy điểm M thuộc cạnh AC sao cho AM = AB.

1) Chứng minh ΔADB = ΔADM.

2) Trên tia AB lấy điểm N sao cho AN = AC. So sánh DBN; DMC.

3) Chứng minh $\Delta DBN = \Delta DMC$

4) Chứng minh ba điểm N, D, M thẳng hàng.

Câu 48. Cho tam giác ABC gọi D là trung điểm của AB. Vẽ DE//BC ($E \in AC$), lấy $F \in BC$ sao cho BF = DE. Chứng minh:

1) $\widehat{ADE} = \widehat{DBF}$. 2) $\triangle ADE = \triangle DBF$. 3) DF // AC.

Câu 49. Cho góc xOy với điểm I trên tia phân giác Oz, lấy $A \in Ox, B \in Oy$, sao cho OA = OB. Đoạn thẳng AB cắt Oz tại H. Chứng minh

1) $\Delta AOI = \Delta BOI$. 2) $\Delta AIH = \Delta BIH$. 3) $Oz \perp AB$.

Câu 50. Cho ΔABC có AB = AC. Lấy điểm E trên cạnh AB, F trên cạnh AC sao cho AE =AF.

1) Chứng minh BF = CE và $\Delta BEC = \Delta CFB$.

2) BF cắt CE tại I, cho biết IE = IF. Chứng minh $\Delta IBE = \Delta ICF$.

Câu 51. Cho tam giác ABC có ba góc nhọn. Vẽ $BD \perp AC$ tại D, vẽ $CE \perp AB$ tại E. Trên tia đối của tia BD lấy điểm F sao cho BF = AC, trên tia đối của tia CE lấy điểm G sao cho CG = AB. Chứng minh AF = AG và $AF \perp AG$.

Câu 52. Cho tam giác ABC có A nhọn và AB = AC. Tia phân giác của góc A cắt BC ở D.

1) Chứng minh AD là trung trực của BC.

2) Vẽ $BE \perp AC$ tại E, BE cắt AD tại I. Trên tia AB lấy điểm F sao cho AF = AE. Chứng minh $IF \perp AB$.

3) Chứng minh C, I, F thẳng hàng.

Câu 53. Cho tam giác ABC, K là trung điểm của AB, E là trung điểm của AC. Trên tia đối của tia KC lấy điểm M sao cho KM = KC. Trên tia đối của tia EB lấy điểm N sao cho EN = EB. Chứng minh rằng A là trung điểm của MN.

Câu 54. Cho tam giác ABC có ba góc nhọn. Vẽ AH ⊥ BC (H ∈ BC) HI ⊥ AB tại I, HK ⊥ AC tại K. Lấy điểm E, F sao cho I là trung điểm của HE, K là trung điểm của HF. EF cắt AB, AC lần lượt tại M, N. Chứng minh:

1) MH = ME.

2) Chu vi tam giác MHN bằng độ dài EF.

3) AE = AF.

Câu 55. Cho ΔABC có $A < 90^0$. Trên cùng nửa mặt phẳng bờ AB không chứa điểm C, vẽ tia Ax ⊥ AB và tia Ay ⊥ AC. Trên tia Ax lấy điểm D sao cho AD = AB và trên tia Ay lấy điểm E sao cho AE = AC.

1) Chứng minh BC = DE.

2) Gọi M và N lần lượt là trung điểm của cạnh BC và DE. Tính các góc của ΔMAN.

Câu 56. Cho tam giác ABC. Trên tia đối của tia AB lấy điểm D sao cho AB = AD. Lấy điểm E sao cho A là trung điểm của CE. Gọi M và N lần lượt là trung điểm của BC và DE.

1) Chứng minh DE // BC.

2) Chứng minh A là trung điểm của MN.

Câu 57. Cho tam giác ABC có AB = AC. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AC và AB.

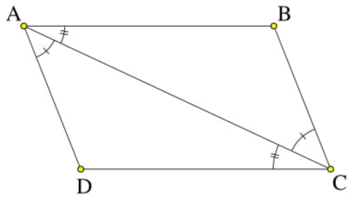
1) Chứng minh ΔABM = ΔCAN và ΔBMC = ΔCNB.

2) Lấy điểm E và F sao cho M là trung điểm của BE, N là trung điểm của CF. Chứng minh A là trung điểm của EF.

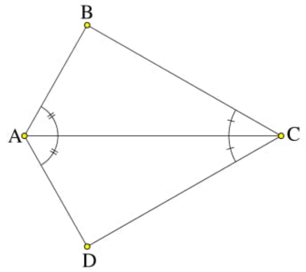
3) Chứng minh MN song song với BC và EF.

DẠNG 4. TRƯỜNG HỢP BẰNG NHAU THỨ BA CỦA TAM GIÁC.

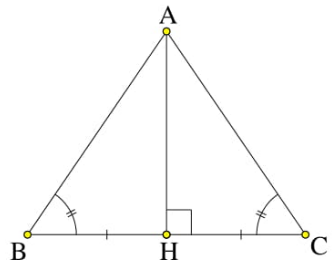
Câu 58. Trên mỗi hình vẽ sau, có những tam giác nào bằng nhau? Giải thích và viết kí hiệu.



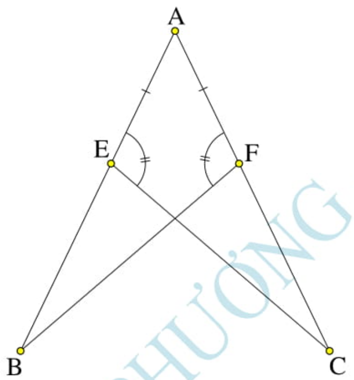
Hình 1



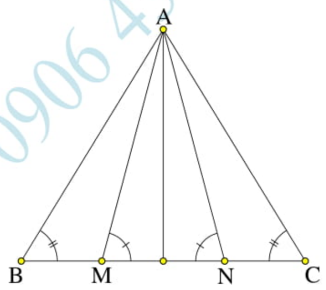
Hình 2



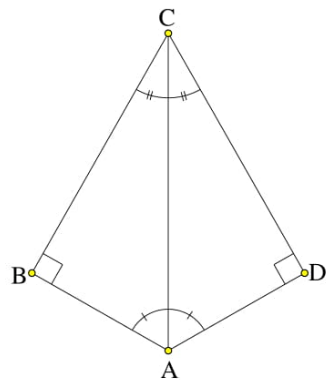
Hình 3



Hình 4

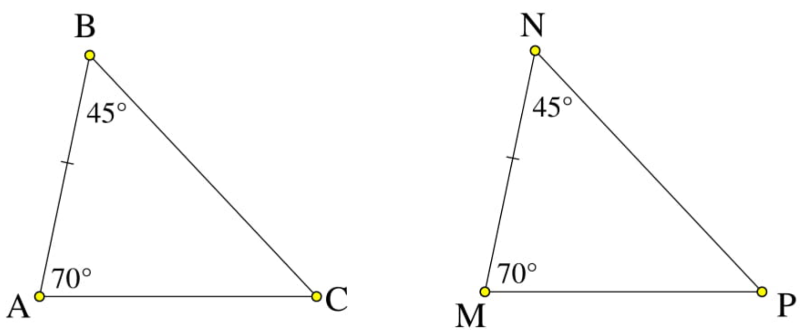


Hình 5



Hình 6

Câu 59. Cho hình vẽ. Chứng minh $\Delta ABC = \Delta MNP$.



<u>Hướng dẫn giải:</u>

Xét ΔABC và ΔMNP ta có:

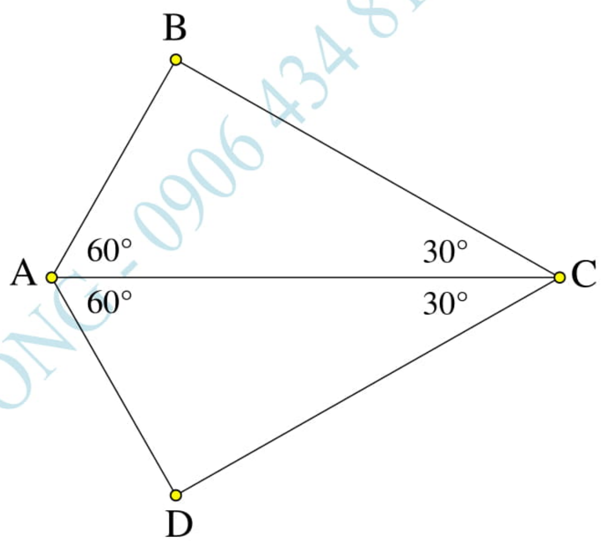
$AB = MN$

$\widehat{ABC} = \widehat{MNP} = 45°$

$\widehat{BAC} = \widehat{NMP} = 70°$

Suy ra $\Delta ABC = \Delta MNP$ (Trường hợp g.c.g).

Câu 60. Cho hình vẽ. Chứng minh $\Delta ABC = \Delta ADC$. Nhận xét gì về hai tam giác đã cho.



<u>Hướng dẫn giải:</u>

Xét ΔABC và ΔADC ta có:

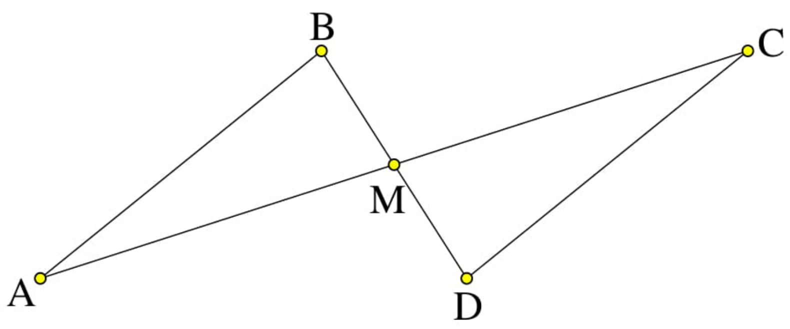
AC cạnh chung

$\widehat{BAC} = \widehat{DAC} = 60°$

$\widehat{BCA} = \widehat{DCA} = 30°$

Suy ra $\Delta ABC = \Delta ADC$ (Trường hợp g.c.g).

Câu 61. Cho hình vẽ biết AB // CD và AB = CD. Chứng minh $\Delta ABM = \Delta CDM$.



<u>Hướng dẫn giải:</u>

Ta có AB // CD nên suy ra $\widehat{A} = \widehat{C}$ (Nằm ở vị trí so le trong

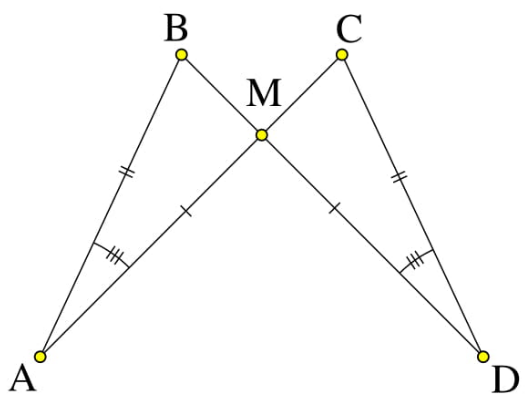
$\widehat{B} = \widehat{D}$ (Nằm ở vị trí so le trong

Xét ΔABM và ΔCDM ta có:

AB = CD (Giả thiết); $\widehat{A} = \widehat{C}$; $\widehat{B} = \widehat{D}$

Suy ra $\Delta ABM = \Delta CDM$ (Trường hợp g.c.g).

Câu 62. Cho hình vẽ biết AB = CD, AM = DM, $\widehat{BAM} = \widehat{CDM}$. Chứng minh $\Delta ABM = \Delta DCM$.



Câu 63. Cho tam giác ABC và tam giác MNP biết AB = NP, $A = N$. Để ΔABC và ΔMNP bằng nhau theo trường hợp góc cạnh góc thì cần thêm điều kiện gì?

Câu 64. Cho ΔABC có AB = AC, lấy M là trung điểm của BC.

1) Chứng minh $ABM = ACM$ và AM ⊥ BC.

2) Từ M kẻ MH ⊥ AB tại H, MK ⊥ AC tại K. Chứng minh ΔMHB = ΔMKC.

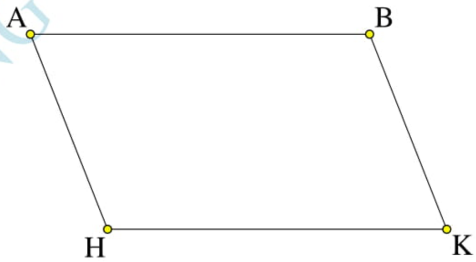
Câu 65. Cho ΔABC vuông tại A, tia phân giác của góc B cắt AC tại D. Kẻ DE ⊥ BC tại E.

1) Chứng minh ΔBAD = ΔBED.

2) Gọi H là giao điểm của BD và AE. Chứng minh ΔABH = ΔEBH. Tính H.

Câu 66. Cho tam giác ADE có $D = E$. Tia phân giác của góc D cắt AE ở M. Tia phân giác của góc E cắt AD ở N. So sánh DN và EM.

Câu 67. Cho hình vẽ sau.



Trong đó AB // HK, AH // BK. Chứng minh rằng AB = HK, AH = BK.

Câu 68. Cho tam giác ABC. Các tia phân giác của các góc B và C cắt nhau ở O. Kẻ OD ⊥ AC, OE ⊥ AB. Chứng minh OD = OE.

Câu 69. Cho tam giác ABC (AB =A3). Lấy điểm D trên cạnh AB, điểm E trên cạnh AC sao cho AD = AE.

1) Chứng minh rằng BE = CD.

2) Gọi O là giao điểm của BE và CD. Chứng minh ΔBOD = ΔCOE

Câu 70. Cho tam giác ABC có AB > AC. Phân giác của góc BAC cắt BC ở D. Đường thẳng vuông góc với AD tại D cắt các đường thẳng AB, AC tại E, F. Chứng minh AE = AF.

Câu 71. Cho tam giác ABC có AB < AC. M là trung điểm của BC. Vẽ BE vuông góc với AM tại E, CF vuông góc với đường thẳng AM tại F. Chứng minh BE = CF.

Câu 72. Cho tam giác ABC vuông tại A có AB =AC. Qua A kẻ đường thẳng xy (B,C nằm cùng phía đối với xy). Vẽ BD $\perp$ xy tại D, CE $\perp$ xy tại E. Chứng minh:

1) $\Delta ADB = \Delta CEA$. 2) DE = DB + EC.

Câu 73. Cho ΔABC (AB < BC), trên cạnh BC lấy điểm D sao cho BD = AB. Kẻ đường phân giác BE của góc B (E thuộc AC).

1) Cho góc A bằng 80^0, góc C bằng 40^0, tính số đo góc ABC, góc ABE.

2) Chứng minh $\Delta ABE = \Delta DBE$.

3) Hai đường thẳng DE và AB cắt nhau tại M. Chứng minh ME = CE.

Câu 74. Cho tam giác ABC có $B = C$. Tia phân giác của góc A cắt BC tại D. Chứng minh DB = DC, AB = AC

Câu 75. Cho tam giác ABC có D là trung điểm của AB. Đường thẳng qua D và song song với BC cắt AC ở E, đường thẳng qua E và song song với AB cắt BC ở F. Chứng minh:

1) AD = EF. 2) $\Delta ADE = \Delta EFC$. 3) AE = EC.

Câu 76. Cho góc nhọn xOy. Trên tia Ox lấy điểm A, trên tia Oy lấy điểm B sao cho OA = OB. Trên tia Ax lấy điểm C, trên tia By lấy điểm D sao cho AC = BD.

1) Chứng minh AD = BC.

2) Gọi E là giao điểm AD và BC. Chứng minh $\Delta EAC = \Delta EBD$.

3) Chứng minh OE là phân giác của góc xOy.

Câu 77. Cho tam giác ABC có D là trung điểm của BC. Trên nửa mặt phẳng có bờ BC không chứa điểm A, vẽ tia Bx//AC, Bx cắt tia AD ở E.

1) Chứng minh $\Delta ADC = \Delta EDB$.

2) Trên tia đối của tia AC, lấy điểm F sao cho AF = AC. Gọi I là giao điểm của AB và EF. Chứng minh $\Delta AIF = \Delta BIE$.

Câu 78. Cho tam giác ABC có AB =AC. Lấy điểm D trên cạnh AB, điểm E trên cạnh AC sao cho AD = AE.

1) Chứng minh BE = CD

2) Gọi O là giao điểm của BE và CD. Chứng minh $\Delta BOD = \Delta COE$.

3) Gọi H là trung điểm của BC. Chứng minh A, O, H thẳng hàng.

Câu 79. Cho góc xOy khác góc bẹt có Ot là tia phân giác. Qua điểm H thuộc tia Ot kẻ đường vuông góc với Ot, nó cắt Ox và Oy theo thứ tự ở A và B

1) Chứng minh OA = OB

2) Lấy điểm C nằm giữa O và H. Chứng minh CA = CB

3) AC cắt Oy ở D. Trên tia Ox lấy E sao cho OE = OD. Chứng minh B, C, E thẳng hàng.

Câu 80. Cho tam giác ABC có $B = C$.

1) Chứng minh AB = AC.

2) Tia phân giác của góc B cắt AC ở D, trên tia BA lấy điểm E sao cho BE = CD. Chứng minh CE là phân giác của góc C.

Câu 81. Cho tam giác ABC. Trên nửa mặt phẳng bờ BC không chứa điểm A, vẽ tia $Cx \perp AC$. Lấy điểm D thuộc Cx sao cho CD = CA. Đường thẳng qua A vuông góc với BC và đường thẳng qua C vuông góc với BD cắt nhau tại P. Chứng minh AE = BC.

CHỦ ĐỀ 3

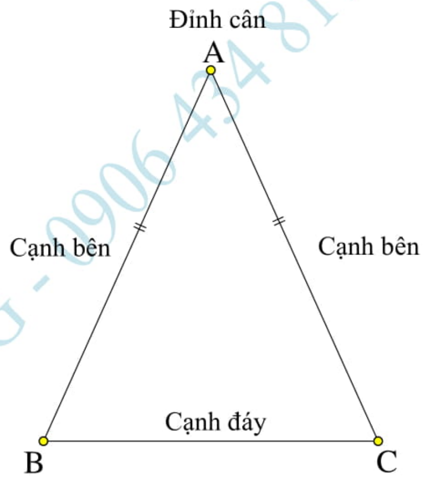
CÁC TAM GIÁC ĐẶC BIỆT – ĐỊNH LÝ PYTHAGORE.

A. NỘI DUNG KIẾN THỨC

1. Tam giác cân.

1.1 Định nghĩa.

+ Tam giác cân là tam giác có hai cạnh bằng nhau.



+ Hai cạnh bằng nhau đó được gọi là hai cạnh bên

1.2. Tính chất của tam giác cân.

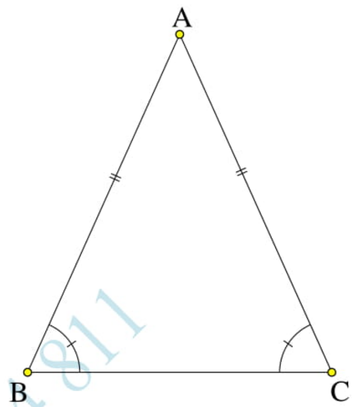
+ Trong một tam giác cân, hai góc ở đáy bằng nhau.

+ Nếu một tam giác có hai góc bằng nhau thì tam giác đó là tam giác cân.

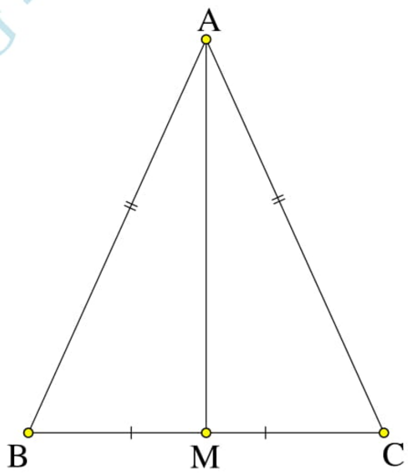
1.3 Chứng minh các tính chất.

Tính chất 1. Trong một tam giác cân, hai góc ở đáy bằng nhau.

Giả thiết	ΔABC $AB = AC$
Kết luận	$\widehat{B} = \widehat{C}$



Chứng minh:



Lấy điểm M là trung điểm của đoạn thẳng BC. Nên BM = MC.

Ta chứng minh $\Delta ABM = \Delta ACM$.

Xét ΔABM và ΔACM có:

+ BM = MC

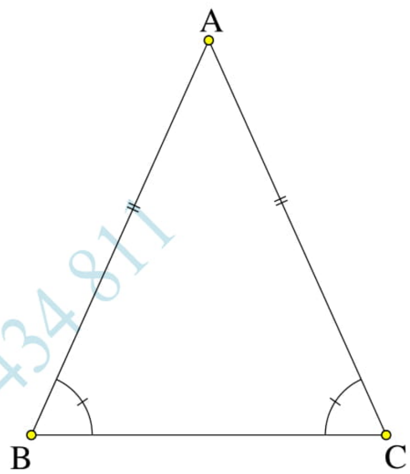
+ AB = AC.

+ AM: cạnh chung.

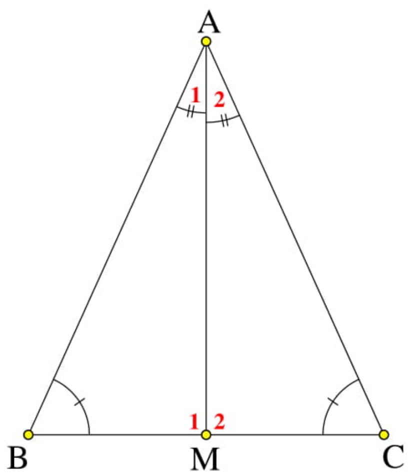
Suy ra $\Delta ABM = \Delta ACM$ (c.c.c) suy ra $\widehat{B} = \widehat{C}$.

Tính chất 2. Nếu một tam giác có hai góc bằng nhau thì tam giác đó là tam giác cân.

Giả thiết	ΔABC $\widehat{B} = \widehat{C}$
Kết luận	$AB = AC$



Chứng minh:



Vẽ tia phân giác của góc A, cắt cạnh BC tại M. Ta có $\widehat{A_1} = \widehat{A_2}$.

Ta có $\widehat{B} = \widehat{C}$ nên suy ra $\widehat{M_1} = \widehat{M_2}$.

Mặt khác ta có: $\widehat{M_1}$ và $\widehat{M_2}$ là hai góc kề bù nên $\widehat{M_1} + \widehat{M_2} = 180°$

Hay $2\widehat{M_1} = 2\widehat{M_2} = 180°$

Hay $\widehat{M_1} = \widehat{M_2} = 180°:2 = 90°$

Xét ΔABM và ΔACM có:

+ BM = MC

+ $\widehat{A_1} = \widehat{A_2}$.

+ $\widehat{M_1} = \widehat{M_2} = 90°$

Suy ra $\Delta ABM = \Delta ACM$ (g.c.g) suy ra $AB = AC$

Vậy ΔABC cân tại A.

2. Tam giác vuông cân.

2.1 Định nghĩa.

+ Tam giác vuông cân là tam giác vuông có hai cạnh góc vuông bằng nhau.

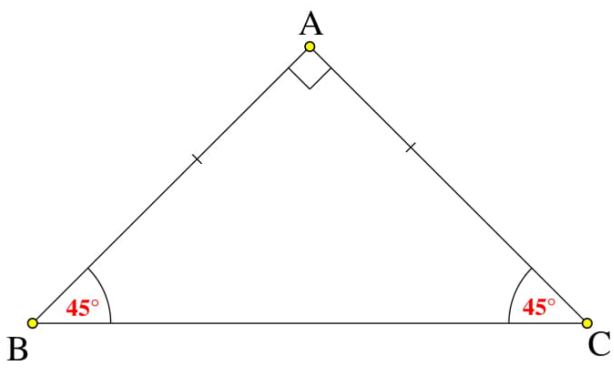
2.2. Tính chất của tam giác vuông cân.

+ Trong một tam giác vuông cân, hai góc nhọn bằng nhau và có số đo là 45^o.

2.3 Chứng minh tính chất.

Tính chất: Trong một tam giác vuông cân, hai góc nhọn bằng nhau và có số đo là 45^o.

Giả thiết	ΔABC $AB = AC; \widehat{A} = 90°$
Kết luận	$\widehat{B} = \widehat{C} = 45°$



Chứng minh:

Trong tam giác ABC vuông tại A có:

$\widehat{A}+\widehat{B}+\widehat{C}=180°$ hay $90°+\widehat{B}+\widehat{C}=180°$

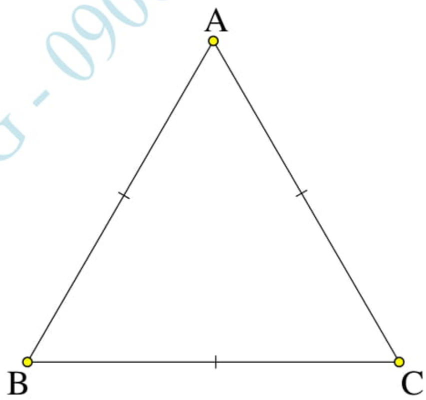
Mà $\widehat{B}=\widehat{C}$ nên ta có $90°+2\widehat{B}=180°$ hay $\widehat{B}=45°$

Vậy $\widehat{B}=\widehat{C}=45°$

3. Tam giác đều.

3.1 Định nghĩa.

+ Tam giác đều là tam giác có ba cạnh bằng nhau.



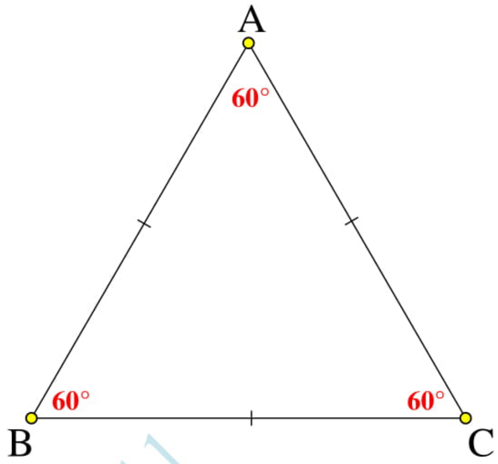
3.2. Tính chất của tam giác đều.

+ Trong một tam giác đều, mỗi góc bằng 60^o.
+ Nếu một tam giác có ba góc bằng nhau thì tam giác đó là tam giác đều.
+ Nếu một tam giác cân có một góc bằng 60^o thì tam giác đó là tam giác đều.

3.3 Chứng minh các tính chất.

Tính chất 1. Trong một tam giác đều, mỗi góc bằng 60^o.

Giả thiết	ΔABC $AB = BC = AC$
Kết luận	$\widehat{A} = \widehat{B} = \widehat{C} = 60^\circ$



<Được thừa nhận. Ngoài ra, một định nghĩa khác định nghĩa tam giác đều là tam giác có ba góc bằng nhau, ba cạnh bằng nhau>

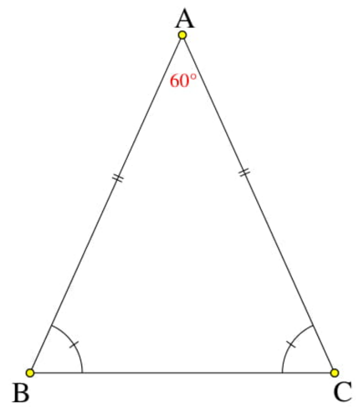
Tính chất 2. Nếu một tam giác có ba góc bằng nhau thì tam giác đó là tam giác đều.

<Được thừa nhận. Ngoài ra, một định nghĩa khác định nghĩa tam giác đều là tam giác có ba góc bằng nhau, ba cạnh bằng nhau>

Tính chất 3. Nếu một tam giác cân có một góc bằng 60^o thì tam giác đó là tam giác đều.

Trường hợp 1: Góc ở đỉnh cân bằng 60^o.

Giả thiết	ΔABC $AB = AC, \widehat{A} = 60^\circ$
Kết luận	$\widehat{A} = \widehat{B} = \widehat{C} = 60^\circ$



Chứng minh:

Ta có ΔABC cân ở A nên suy ra $\widehat{B} = \widehat{C}$.

Trong tam giác ABC có: $\widehat{A} + \widehat{B} + \widehat{C} = 180°$ hay $60° + \widehat{B} + \widehat{C} = 180°$.

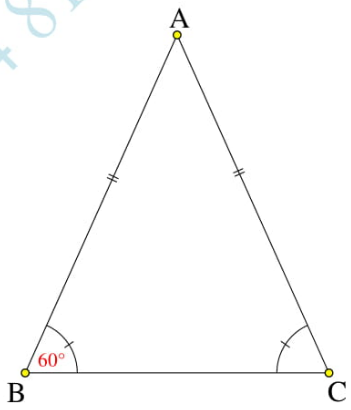
Mà $\widehat{B} = \widehat{C}$ nên ta có $60° + 2\widehat{B} = 180°$ hay $\widehat{B} = 60°$ suy ra $\widehat{B} = \widehat{C} = 60°$.

Do đó $\widehat{A} = \widehat{B} = \widehat{C} = 60°$.

Vậy ΔABC đều.

Trường hợp 2: Góc ở đáy bằng 60°.

Giả thiết	ΔABC $AB = AC, \widehat{A} = 60°$
Kết luận	$\widehat{A} = \widehat{B} = \widehat{C} = 60°$



Chứng minh:

Ta có ΔABC cân ở A nên suy ra $\widehat{B} = \widehat{C} = 60°$.

Trong tam giác ABC có: $\widehat{A} + \widehat{B} + \widehat{C} = 180°$ hay $\widehat{A} + \widehat{B} + \widehat{C} = 180°$

Hay $\widehat{A} + 60° + 60° = 180°$ suy ra $\widehat{A} = 60°$.

Do đó $\widehat{A} = \widehat{B} = \widehat{C} = 60°$.

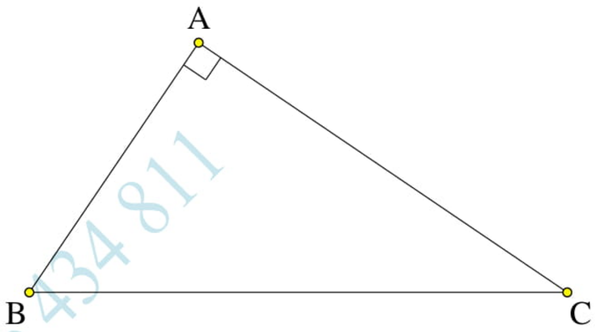
Vậy ΔABC đều.

4. Định lý Pythagore

4.1 Định lý thuận.

+ Trong một tam giác vuông, bình phương của cạnh huyền bằng tổng các bình phương của hai cạnh góc vuông.

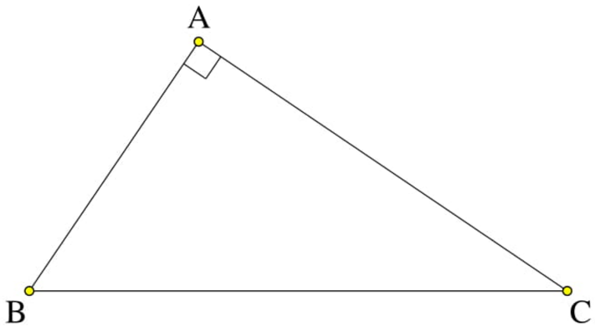
Giả thiết	ΔABC $\widehat{A} = 90^\circ$
Kết luận	$BC^2 = AB^2 + AC^2$



4.2 Định lý đảo.

+ Nếu một tam giác có bình phương của một cạnh bằng tổng các bình phương của hai cạnh kia thì tam giác đó là tam giác vuông.

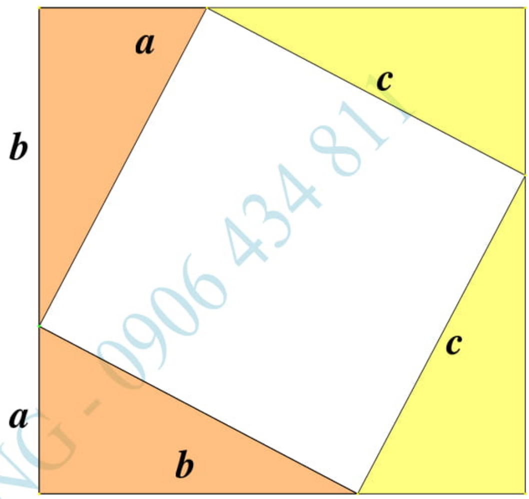
Giả thiết	ΔABC $BC^2 = AB^2 + AC^2$
Kết luận	$\widehat{A} = 90^\circ$

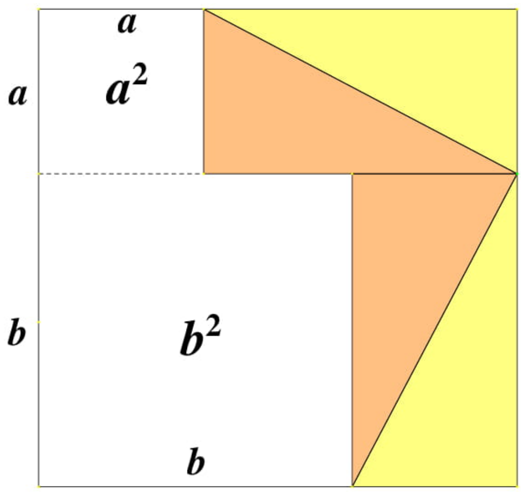


4.3 Giới thiệu một số cách chứng minh định lý

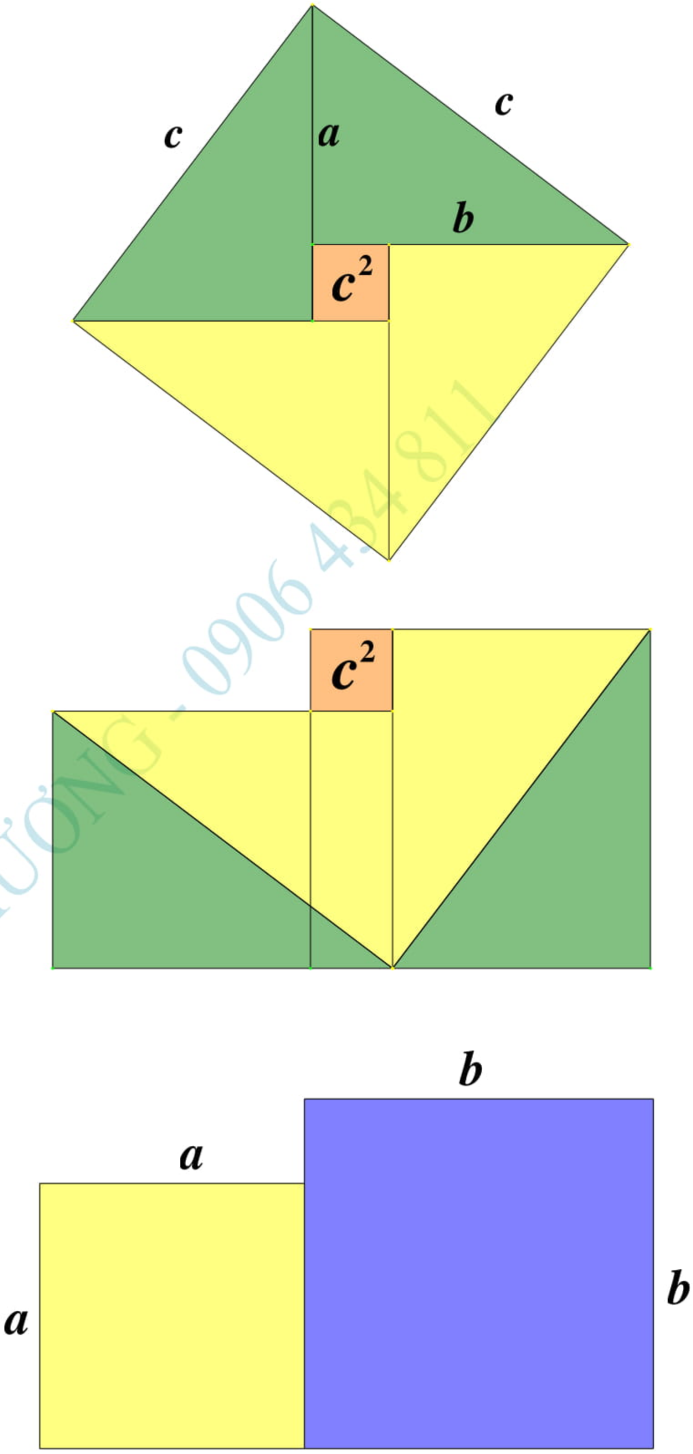
Có rất nhiều cách để chứng minh định lý Pythagore có thể kể đến như sử dụng các phương pháp đại số, hình học, giải tích … . Trong giới hạn chương trình lớp 7, xin được trình bày một số cách phổ biến nhất là cách chứng minh bằng chia hình và sắp xếp hình.

Cách A

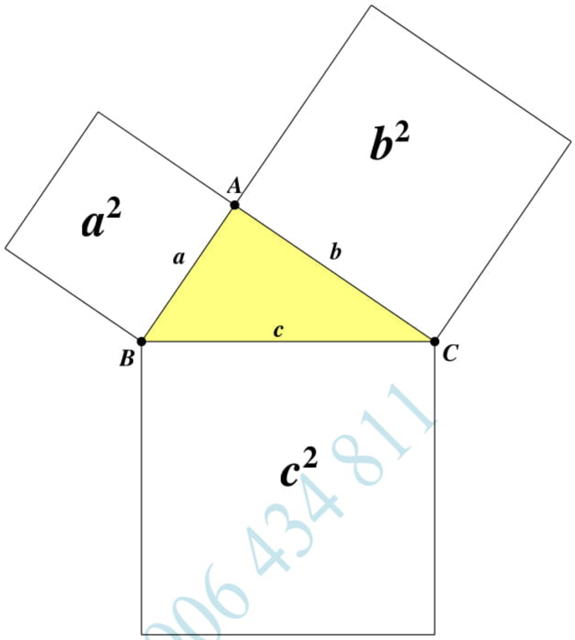


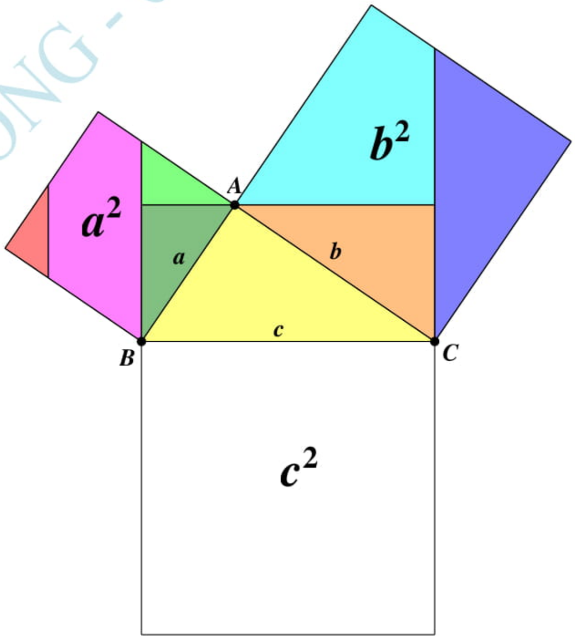


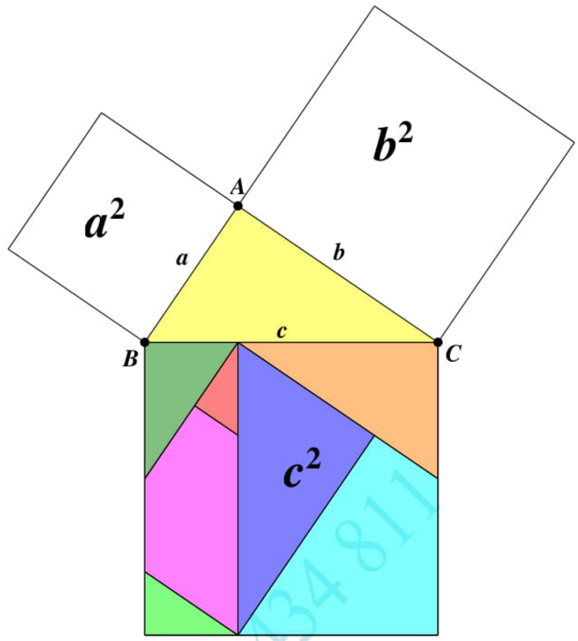
Cách B



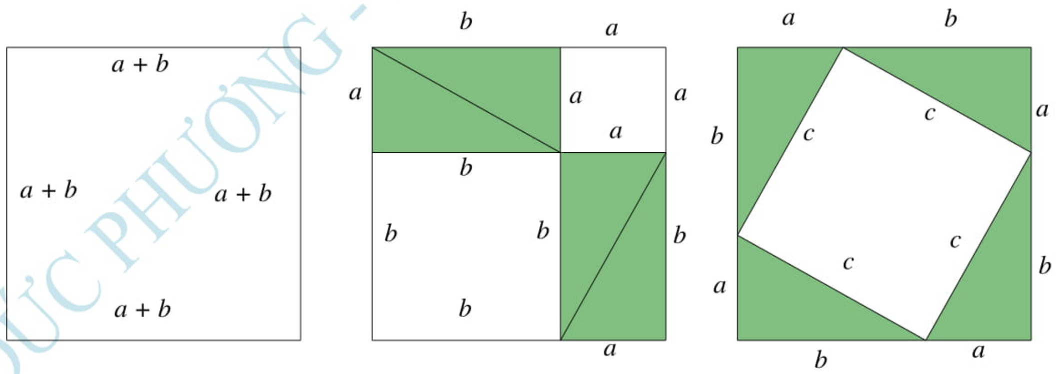
Cách C







Cách D



B. CÁC DẠNG BÀI TẬP CƠ BẢN

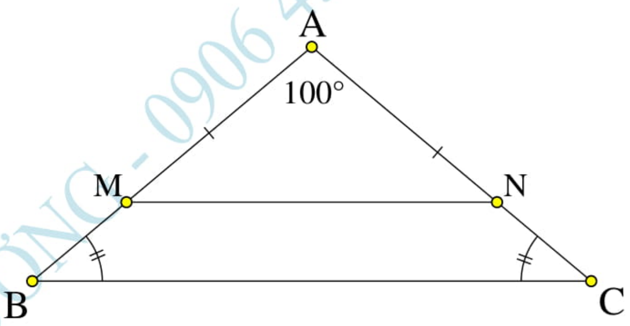
DẠNG 1. CÁC TAM GIÁC ĐẶC BIỆT.

PHƯƠNG PHÁP GIẢI

+ Lưu ý định nghĩa và các tính chất đặc biệt của các tam giác

Câu 1. Cho tam giác ABC có $A = 100^0$ và $B = C$. Lấy điểm M thuộc cạnh AB, điểm N thuộc cạnh AC sao cho AM = AN. Chứng minh rằng MN // BC.

<u>Hướng dẫn giải:</u>



Ta có AM = AN nên suy ra tam giác AMN cân tại A.

Suy ra $\widehat{M} = \widehat{N}$.

Trong ΔAMN ta có $\widehat{A} + \widehat{M} + \widehat{N} = 180°$.

Hay $100° + 2\widehat{M} = 180°$.

Suy ra $\widehat{M} = \widehat{N} = 40°$

Tương tự ta cũng tính được $\widehat{B} = \widehat{C} = 40°$

Suy ra $\widehat{M} = \widehat{B} = 40°$

Ta có $\widehat{M} = \widehat{B}$ và $\widehat{M}; \widehat{B}$ nằm ở vị trí đồng vị nên suy ra MN // BC.

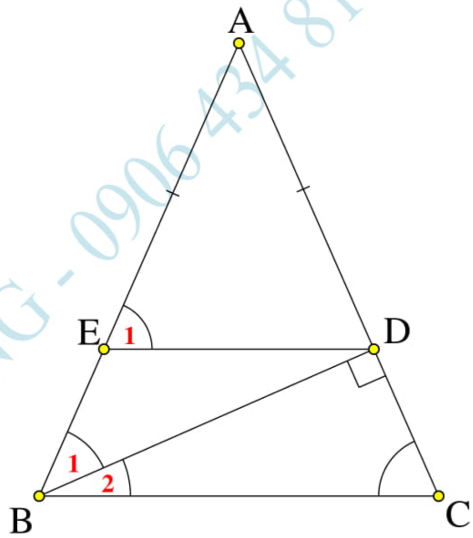
Vậy MN // BC.

Câu 2. Cho tam giác ABC cân tại A có $A < 90^0$, kẻ BD ⊥ AC. Trên cạnh AB lấy điểm E sao cho AE = AD. Gọi M là trung điểm của BC. Gọi N là giao điểm của BD và CE. Chứng minh:

1) DE // BC 2) CE ⊥ AB. 3) A, M, N thẳng hàng.

<u>Hướng dẫn giải:</u>

1) Chứng minh DE // BC



Ta có AE = AD nên suy ra tam giác AED cân tại A.

Suy ra $\widehat{E_1} = \widehat{D_1}$.

Trong ΔAED ta có $\widehat{A} + \widehat{E_1} + \widehat{D_1} = 180°$.

Hay $\widehat{A} + 2\widehat{E_1} = 180°$.

Suy ra $E_1 = \dfrac{180^o - A}{2}$ (1)

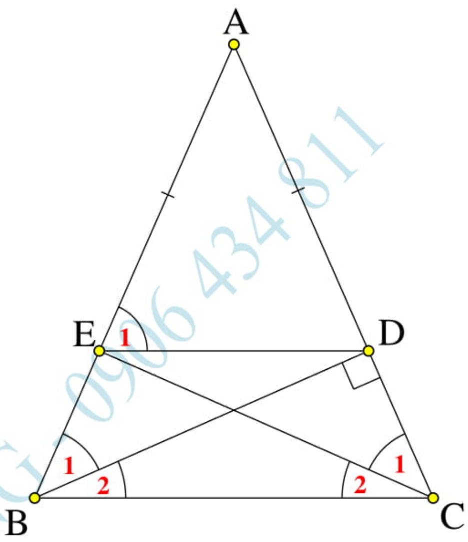
Tương tự ta cũng tính được $B_{12} = \dfrac{180^o - A}{2}$ (2)

Từ (1)(2) suy ra $\widehat{E_1} = \widehat{B_{12}}$

Ta có $\widehat{E_1} = \widehat{B_{12}}$ và $\widehat{E_1}; \widehat{B_{12}}$ nằm ở vị trí đồng vị nên suy ra DE // BC.

Vậy DE // BC.

2) Chứng minh CE ⊥ AB.



Tam giác ABC cân tại A nên suy ra AB = AC và $\widehat{B_{12}} = \widehat{C_{12}}$.

Mà AE = AD (giả thiết) nên ta có EB = CD.

Xét ΔBCE và ΔCBD có:

+ EB = CD.

+ $\widehat{B_{12}} = \widehat{C_{12}}$.

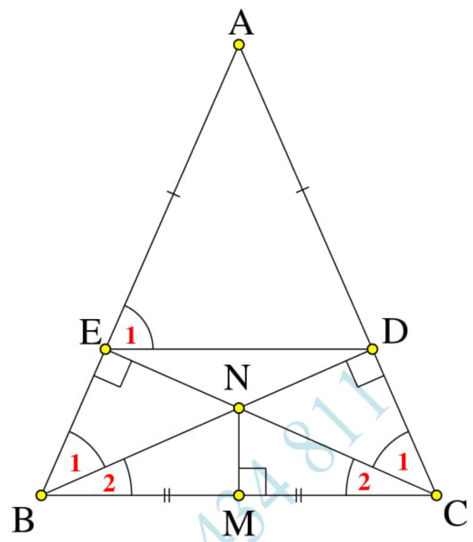
+ BC cạnh chung

Suy ra ΔBCE = ΔCBD (c.g.c)

Suy ra $\widehat{BEC} = \widehat{CDB} = 90°$.

Vậy CE ⊥ AB.

3) Chứng minh A, M, N thẳng hàng.



Suy ra $\Delta BCE = \Delta CBD$ (c.g.c)

Suy ra $\widehat{B_2} = \widehat{C_2}$.

Do đó ΔBNC cân tại N.

Mà NM là trung tuyến kẻ từ N của ΔBNC (Vì M là trung điểm của BC).

Nên $NM \perp BC$ theo tính chất của tam giác cân. (1)

Tương tự ΔABC cân tại A và có AM là trung tuyến kẻ từ A nên $AM \perp BC$ (2)

Từ (1)(2) suy ra $NM \perp BC$; $AM \perp BC$.

Do đó A, N, M thẳng hàng (Qua một điểm bên ngoài một đường thẳng cho trước chỉ vẽ được duy nhất một đường thẳng vuông góc với đường thẳng đó)

Câu 3. Cho tam giác ABC cân tại A. Trên tia đối của tia BC lấy điểm D, trên tia đối của tia CB lấy điểm E sao cho BD = CE. Chứng minh rằng ΔADE là tam giác cân.

Câu 4. Cho ΔABC vuông tại A. Gọi N là trung điểm của AC. Đường trung trực của AC cắt cạnh BC tại M.

1) Chứng minh ΔAMC cân tại M.

2) Chứng minh ΔMAB cân tại M.

2) Xác định số đo góc AMC để ΔMAB là tam giác đều.

Câu 5. Cho ΔABC cân tại A. Tia phân giác BAC cắt cạnh BC ở D. Chứng minh:

1) D là trung điểm của BC.

2) AD là đường trung trực của đoạn thẳng BC.

Câu 6. Cho ΔABC có hai tia phân giác của hai góc $ABC; ACB$ cắt nhau tại I. Từ I vẽ đường thẳng song song với BC cắt AB tại D và cắt AC tại E. Chứng minh:

1) ΔBDI cân

2) $BD + CE = DE$

Câu 7. Cho ΔABC có tia phân giác của BAC cắt cạnh BC tại D. Từ D kẻ đường thẳng song song với AB cắt AC tại E. Đường thẳng song song với BC kẻ từ E cắt cạnh AB tại F

1) Chứng minh ΔAED cân.

2). Chứng minh $BF = AE$.

Câu 8. Cho ΔABC cân tại A có M và N lần lượt là trung điểm của AC và AB. Từ M và N kẻ đường thẳng vuông góc với AC và AB, hai đường thẳng này cắt BC tại D và E. Chứng minh:

1) ΔNAM cân.

2) $\Delta BNE = \Delta CMD$.

3) $BD = CE$.

Câu 9. Cho ΔABC cân tại A. Trên tia đối của tia AB và AC lấy D và E sao cho $AD = AE$. Vẽ trung tuyến AM của ΔABC . Tia đối của tia AM cắt DE tại H. Chứng minh

1) $EB = DC$.

2) $AHD = 90^0$

Câu 10. Cho ΔABC cân tại A. Trên tia đối của tia AC lấy điểm D sao cho $AD = AC$.

1) Chứng minh ΔABD cân

2) Tính số đo góc DBC

3) Xác định số đo của góc ACB để ΔABD đều

Câu 11. Cho ΔABC có ba góc nhọn ($AB < AC$). Kẻ tia Cx vuông góc với tia phân giác của BAC tại M. Tia Cx cắt tia AB tại K. Tia AM cắt BC tại N. Chứng minh

1) ΔAKC cân 2) ΔKNC cân

Câu 12. Cho ΔABC có tia phân giác của BAC cắt cạnh BC tại D. M là điểm tùy ý trên cạnh AB. Từ M kẻ tia Mx song song với AD cắt tia CA tại N.

1) Chứng minh ΔAMN cân

2) Xác định số đo góc BAC để ΔAMN là tam giác đều

Câu 13. Cho ΔOMN cân tại O. Trên tia đối của tia MN lấy điểm K và trên tia đối của tia NM lấy điểm H sao cho MK = NH. Chứng minh:

1) $\Delta OMK = \Delta ONH$. 2) ΔKOH cân.

Câu 14. Cho ΔABC cân tại B. Gọi D là trung điểm AC. Vẽ DM vuông góc với AB tại M. Trên tia DM lấy điểm N sao cho M là trung điểm của DN. Vẽ DK vuông góc với BC tại K. Trên tia DK lấy điểm Q sao cho K là trung điểm DQ. Chứng minh

1) ΔMDK cân 2) ΔNQB cân

Câu 15. Cho ΔABC có $AB < AC$. Lấy E thuộc AC sao cho AE = AB. Trên tia đối của tia BA lấy điểm D sao cho BD = EC.

1) Chứng minh ΔADC cân

2) Kẻ $AH \perp BE$ tại H, AH cắt DC tại K. Chứng minh AK là trung trực của DC

Câu 16. Cho ΔAOB cân tại O. Lấy $C \in OA$ và D thuộc tia đối của tia BO sao cho BD = AC. M là giao điểm của CD và AB. Trên tia đối của tia AB lấy K sao cho AK = MB. Chứng minh

1) $\Delta AKC = \Delta BMD$ 2) ΔCMK cân 3) M là trung điểm của CD

Câu 17. Cho tam giác ABC cân tại A. Lấy điểm H thuộc cạnh AC, điểm K thuộc cạnh AB sao cho AH = AK. Gọi O là giao điểm của BH và CK. Chứng minh rằng ΔOBC là tam giác cân.

Câu 18. Cho tam giác ABC. Tia phân giác của góc B cắt AC ở D. Trên tia đối của tia BA lấy điểm E sao cho BE = BC. Chứng minh rằng BD // EC.

Câu 19. Cho tam giác ABC cân tại A. Vẽ điểm D sao cho A là trung điểm của BD. Tính số đo góc BCD.

Câu 20. Cho tam giác ABC cân tại A có cạnh bên bằng 3cm. Gọi D là một điểm thuộc đáy BC. Qua D, kẻ các đường thẳng song song với các cạnh bên, chúng cắt AB và AC theo thứ tự tại F và E. Tính tổng DE + DF.

Câu 21. Cho tam giác đều ABC. Lấy các điểm D, E, F theo thứ tự thuộc các cạnh AB, BC, CA sao cho AD = BE = CF.

1) Chứng minh rằng ΔDEF đều.

2) Gọi M, N, K là 3 điểm lần lượt nằm trên các tia đối của các tia AB, BC, CA sao cho AM = BN = CK. Chứng minh tam giác MNK đều

3) Trên tia đối của tia NK lấy điểm I, trên tia đối của tia KN lấy điểm H sao cho NI = KH = NK. Chứng minh MI = MH và tính các góc của tam giác MIH.

Câu 22. Cho tam giác ABC cân tại A. Lấy điểm D thuộc cạnh AC, lấy điểm E thuộc cạnh AB sao cho AD = AE.

1) Chứng minh DB = EC

2) Gọi O là giao điểm của DB và EC. Chứng minh ΔOBC, ΔODE là các tam giác cân.

3) Chứng minh DE//BC.

Câu 23. Cho tam giác ABC. Tia phân giác của góc C cắt AB ở D. Trên tia đối của tia CA lấy điểm E sao cho CE = CB.

1) Chứng minh CD // EB.

2)Tia phân giác của góc E cắt đường thẳng CD tại F. Vẽ CK ⊥ EF tại K. Chứng minh CK là phân giác của góc ECF.

Câu 24. Cho tam giác ABC, phân giác AD. Qua D kẻ đường thẳng song song với AB, cắt AC ở E, qua E kẻ đường thẳng song song với BC cắt AB ở K. Chứng minh:

1) Tam giác AED cân

2) AE = BK

Câu 25. Cho ΔABC vuông cân ở A. Trên tia đối của tia BA lấy điểm E sao cho BE = BC.

1) Tính số đo các góc của ΔAEC

2) Trên tia đối của tia BC lấy điểm F sao cho BF = BC. Tính số đo các góc của ΔCEF

Câu 26. Cho tam giác ABC cân tại A, $A = 20^0$, trên cạnh AC lấy điểm D sao cho AD = BC. Trong tam giác ABC lấy điểm E sao cho tam giác BEC đều.

1) Chứng minh $\Delta ABE = \Delta ACE$.

2) Tính số đo các góc tam giác ABE.

3) Tính số đo góc BDC.

Câu 27. Cho tam giác ABC cân tại A. Tia phân giác của góc B và góc C cắt cạnh AC và AB lần lượt ở D và E. Chứng minh:

1) Tam giác AED cân tại A

2) DE//BC

3) BE = ED = DC

Câu 28. Cho ΔABC có $A = 60^0$. Tia phân giác trong của góc B và góc C cắt các cạnh đối diện tại D và E, BD và CE cắt nhau tại O. Tia phân giác của góc BOC cắt BC tại F. Chứng minh:

1) OD = OE = OF

2) Tam giác DEF đều.

Câu 29. Cho tam giác ABC có $A = 90^0$, M là trung điểm của BC. Chứng minh rằng: $AM = \dfrac{BC}{2}$

Câu 30. Cho tam giác ABC có $B = 45^0, A = 15^0$. Trên tia đối của tia CB lấy điểm D sao cho CD = 2BC. Kẻ DE vuông góc với AC.

1) Chứng minh EB = ED

2) Tính góc ADB

Câu 31. Cho tam giác ABC, AB < AC. Qua trung điểm D của cạnh BC kẻ đường vuông góc với tia phân giác của góc A cắt AB và AC lần lượt ở M và N.

1) Chứng minh BM = CN

2)Tính AM, BM theo AC = b, AB = c.

Câu 32. Cho tam giác ABC cân tại A. Trên cạnh AB lấy điểm M, trên tia đối của tia CA lấy điểm N sao cho AM + AN = 2AB. Chứng minh:

1) BM = CN

2) BC cắt MN tại trung điểm I của MN.

Câu 33. Cho tam giác ABC, $B = 2C$, đường cao AH. Trên tia đối của tia BA lấy điểm E sao cho BE = BH. Chứng minh rằng đường thẳng EH đi qua trung điểm của cạnh AC.

Câu 34. Cho tam giác ABC có $A = 120^0$. Trên tia phân giác của góc A lấy điểm E sao cho AE = AB + AC. Chứng minh tam giác BCE đều.

Câu 35. Cho tam giác ABC có các góc nhỏ hơn 120^0. Vẽ ở phía ngoài tam giác ABC các tam giác đều ABD, ACE. Gọi M là giao điểm của DC và BE. Chứng minh rằng:

1) $BMC = 120^0$

2) Trên tia MD lấy MF = MB. Chứng minh ΔMBA = ΔFBD.

3) Chứng minh $AMB = 120^0$

Câu 36. Cho tam giác ABC cân tại A, $A = 100^0$, tia phân giác của góc B cắt AC ở D. Chứng minh BC = BD + AD

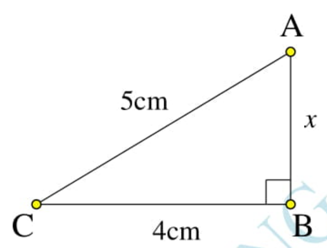
DẠNG 2. ĐỊNH LÝ PYTHAGORE.

PHƯƠNG PHÁP GIẢI

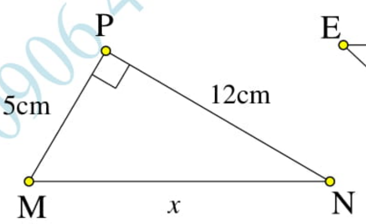
+ Trong một tam giác vuông, bình phương của cạnh huyền bằng tổng các bình phương của hai cạnh góc vuông.

+ Nếu một tam giác có bình phương của một cạnh bằng tổng các bình phương của hai cạnh kia thì tam giác đó là tam giác vuông.

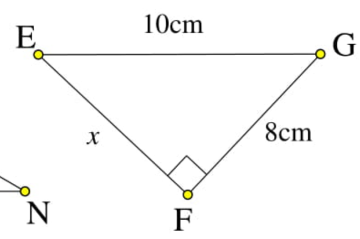
Câu 37. Tìm x trong các hình sau:



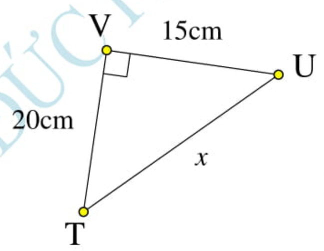
Hình 1



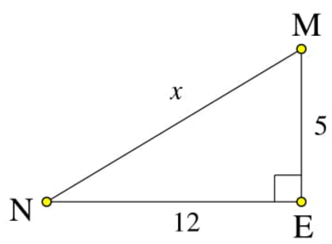
Hình 2



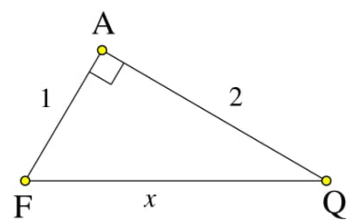
Hình 3



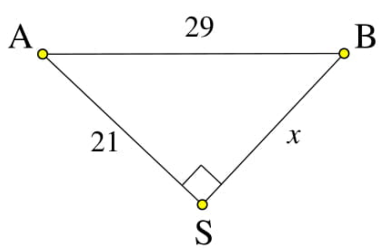
Hình 4



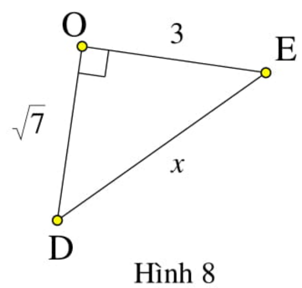
Hình 5



Hình 6

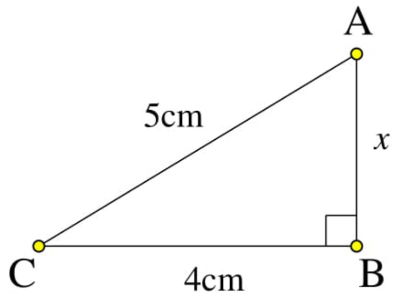


Hình 7



Hình 8

Hướng dẫn giải:

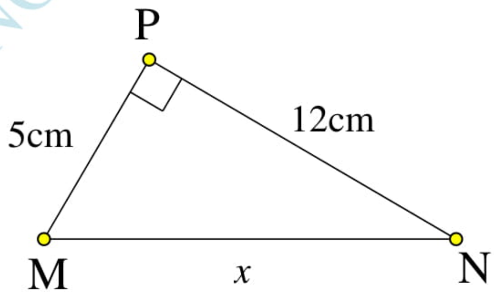


Hình 1

Tam giác ABC vuông tại B có: $AC^2 = BC^2 + AB^2$ hay $5^2 = 4^2 + x^2$.

Suy ra $x^2 = 5^2 - 4^2 = 9 = 3^2$

Suy ra $x = 3$

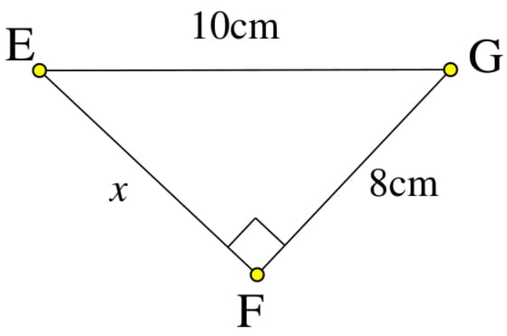


Hình 2

Tam giác MNP vuông tại P có: $MN^2 = MP^2 + NP^2$ hay $x^2 = 5^2 + 12^2$.

Suy ra $x^2 = 5^2 + 12^2 = 169 = 13^2$

Suy ra $x = 13$

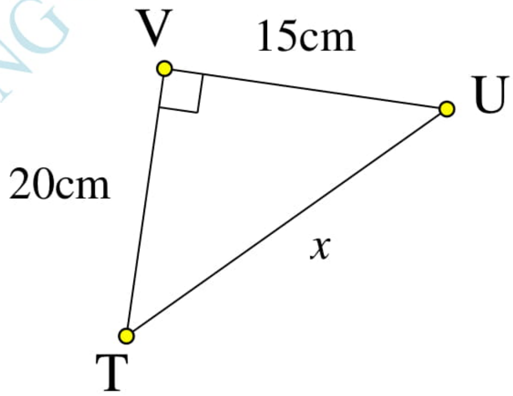


Hình 3

Tam giác EFG vuông tại F có: $EG^2 = EF^2 + FG^2$ hay $10^2 = x^2 + 8^2$.

Suy ra $x^2 = 10^2 - 8^2 = 36 = 6^2$

Suy ra $x = 6$

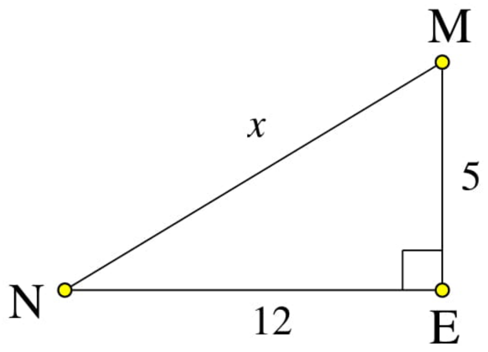


Hình 4

Tam giác TUV vuông tại V có: $TU^2 = UV^2 + VT^2$ hay $x^2 = 20^2 + 15^2$.

Suy ra $x^2 = 20^2 + 15^2 = 625 = 25^2$

Suy ra $x = 25$

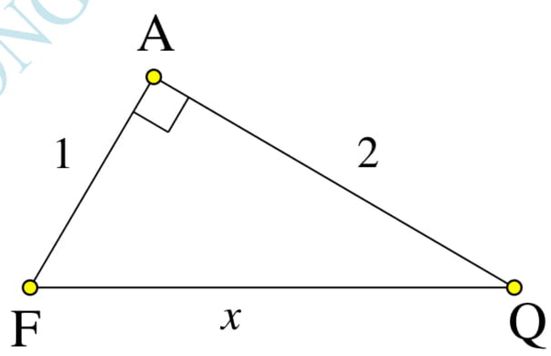


Hình 5

Tam giác MNE vuông tại E có: $MN^2 = NE^2 + ME^2$ hay $x^2 = 12^2 + 5^2$.

Suy ra $x^2 = 12^2 + 5^2 = 169 = 13^2$

Suy ra $x = 13$



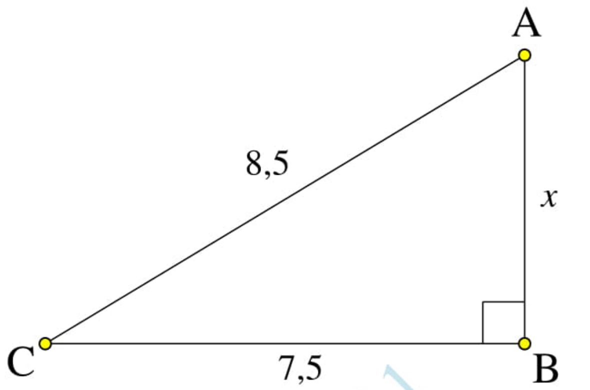
Hình 6

Tam giác FAQ vuông tại A có: $FQ^2 = AF^2 + AQ^2$ hay $x^2 = 1^2 + 2^2$.

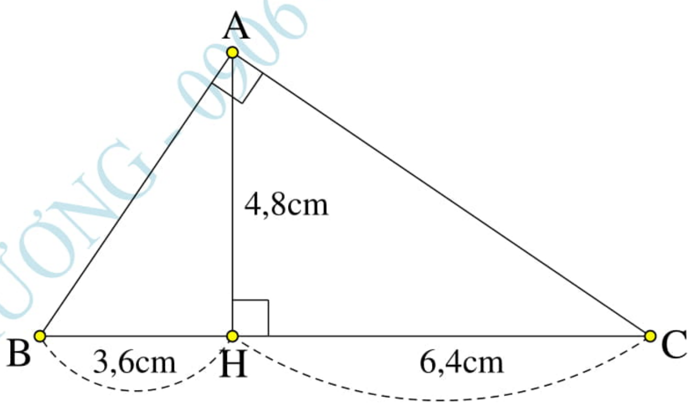
Suy ra $x^2 = 1^2 + 2^2 = 3 = \left(\sqrt{3}\right)^2$

Suy ra $x = \sqrt{3}$

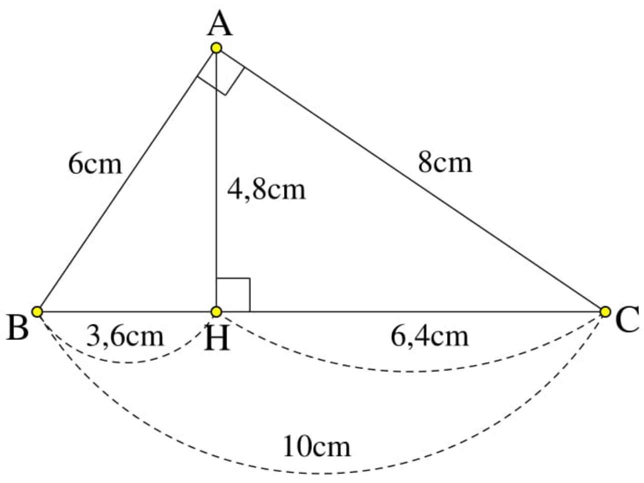
Câu 38. Đoạn lên dốc từ C đến A dài 8,5m, độ dài CB bằng 7,5m. Tính chiều cao AB.



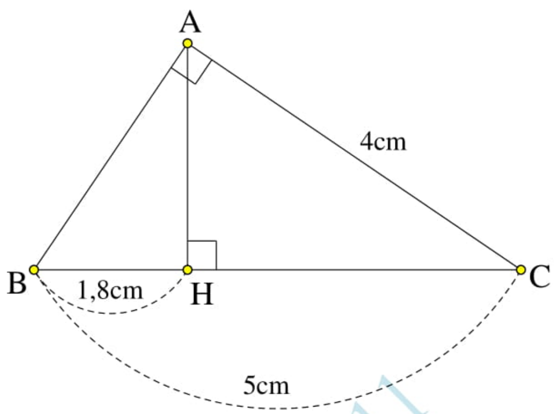
Câu 39. Cho hình vẽ sau. Tính độ dài AB, AC.



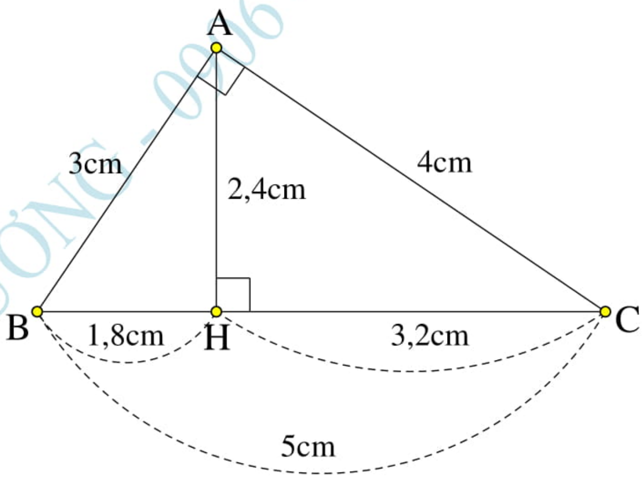
Hướng dẫn giải:



Câu 40. Cho hình vẽ sau. Tính độ dài CH, AB, AH.



<u>**Hướng dẫn giải:**</u>



Câu 41. Trong các tam giác với độ dài các cạnh như sau, tam giác nào là tam giác vuông ? Tại sao. (Chỉ rõ tam giác vuông tại đỉnh nào).

1) $AB = 25,\ BC = 7,\ CA = 24$

2) $GH = 5,\ HI = 6,\ IG = 7$

3) $DE = 2,\ EF = \sqrt{11},\ FD = \sqrt{15}$

4) $AB = 4,\ AC = 3,\ BC = 1$

<u>**Hướng dẫn giải:**</u>

1) $AB = 25,\ BC = 7,\ CA = 24$

Ta có $25^2 = 625 = 7^2 + 24^2$ hay $AB^2 = BC^2 + CA^2$.

ΔABC có $AB^2 = BC^2 + CA^2$ và BC < CA < AB (7 < 24 < 25) nên ΔABC vuông ở C.

Vậy ΔABC vuông ở C.

2) $GH = 5,\ HI = 6,\ IG = 7$

Ta có GH < HI < IG (5 < 6 < 7) và $7^2 = 49 \neq 61 = 5^2 + 6^2$ hay $IG^2 \neq GH^2 + HI^2$.

Vậy ΔGHI không phải là tam giác vuông.

3) $DE = 2,\ EF = \sqrt{11},\ FD = \sqrt{15}$

Ta có $\sqrt{15}^2 = 15 = 2^2 + \sqrt{11}^2$ hay $FD^2 = DE^2 + EF^2$.

ΔDEF có $FD^2 = DE^2 + EF^2$ và $DE < EF < FD$ $\left(2 < \sqrt{11} < \sqrt{15}\right)$ nên ΔDEF vuông ở E.

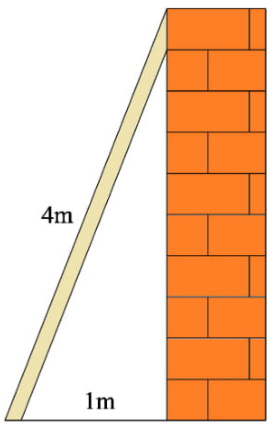
Vậy ΔDEF vuông ở E.

4) $AB = 4,\ AC = 3,\ BC = 1$

Ta có BC < AC < AB (1 < 3 < 4) và $4^2 = 16 \neq 25 = 3^2 + 4^2$ hay $AB^2 \neq AC^2 + BC^2$.

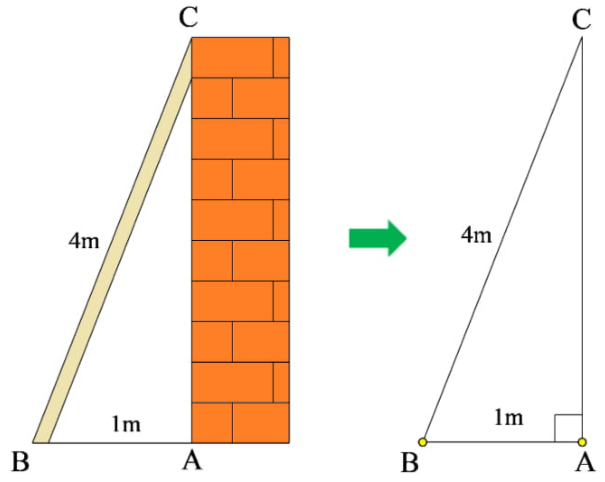
Vậy ΔABC không phải là tam giác vuông.

Câu 42. Một cái thang thẳng đặt dựa vào tường, biết rằng chiều dài của thang là 4m và chân thang cách tường là 1m. Tính chiều cao của bức tường (Làm tròn đến hai chữ số thập phân).



Hướng dẫn giải:

Hình ảnh cái thang thẳng đặt dựa vào tường cho ta hình ảnh về một tam giác vuông như sau.



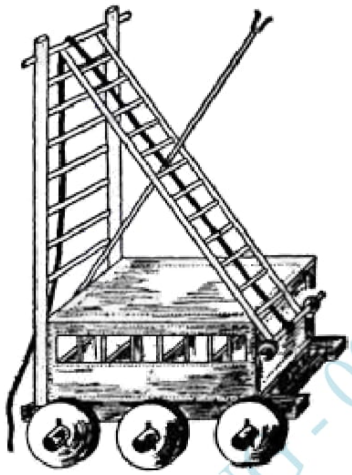
Tam giác ABC vuông tại A có: $BC^2 = AB^2 + AC^2$ hay $4^2 = 1^2 + AC^2$.

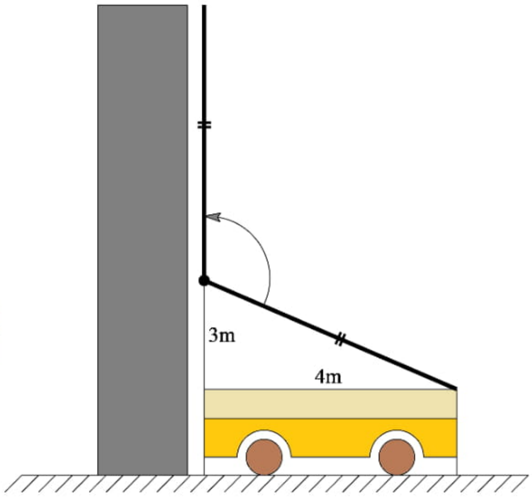
Suy ra $AC^2 = 4^2 - 1^2 = 15$

Suy ra $AC = \sqrt{15} \approx 3,87\left(m\right)$

Vậy chiều cao của bức tường là 3,87m.

Câu 43. Thang vân thê là một vũ khí công thành thời trung cổ, đã được sử dụng nhiều lần trong kháng chiến chống ngoại xâm của dân tộc Việt Nam. Thang vân thê gồm một thang gấp khúc đặt trên một xe đẩy có bánh. Khi đến gần thành của đối thủ, thang được mở ra và trở thành một thang thẳng đặt sát vào thành để quân lính leo lên thành. Thang vân thế thường có kích thước ghi trong hình vẽ sau.

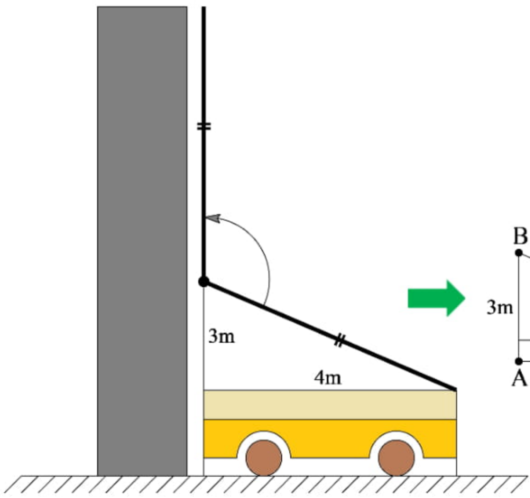


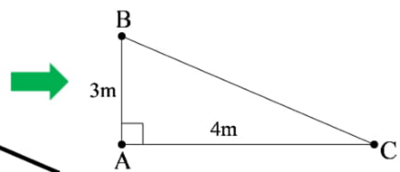


Hỏi, nếu một thành cao 9m thì có nên sử dụng thang vân thê hay không ? Vì sao ?

<u>Hướng dẫn giải:</u>

Hình ảnh thang vân thê đặt dựa vào tường thành cho ta hình ảnh về một tam giác vuông như sau.





Tam giác ABC vuông tại A có: $BC^2 = AB^2 + AC^2 = 3^2 + 4^2 = 25$

Suy ra BC = 5(m) hay độ dài của đoạn thang chưa mở ra là 5m.

Suy ra tổng độ dài của thang sau khi được mở ra là 3 + 5 = 8(m).

Vì tổng chiều dài của thang khi mở ra nhỏ hơn chiều cao của tường thành (8m < 9m)

Nên nếu một thành cao 9m thì không thể sử dụng được thang vân thê.

Câu 44. Cho tam giác ABC, kẻ AH ⊥ BC tại H (H nằm giữa B và C). Hãy tính AB, AC và chứng minh tam giác ABC vuông tại A, nếu biết:

1) $AH = 12cm, BH = 9cm, CH = 16cm$

2) $AH = 2cm, BH = 1cm, CH = 4cm$

3) $AH = \sqrt{3}cm, BH = 1cm, CH = 3cm$

Câu 45. Cho tam giác nhọn ABC. Kẻ AH vuông góc với BC (H thuộc BC). Tính độ dài AC, BC. Cho biết:

1) AB = 13cm, AH = 12cm, HC = 16cm.

2) AB = 8cm, AH = $\sqrt{48}$ cm, HC = 12cm.

3) AB = 12cm, AH = $\sqrt{108}$ cm, HC = 6cm.

Câu 46. Cho tam giác nhọn ABC. Kẻ AH vuông góc với BC. Tính chu vi tam giác ABC biết:

1) AC = 20cm, AH = 12cm, BH = 5cm.

2) AC = $\sqrt{288}$ cm, AH = $\sqrt{32}$ cm, BH = 2cm.

Câu 47. Cho tam giác ABC có AB = 40cm, AC = 30cm, BC = 50cm. Kẻ AH ⊥ BC tại H.

1) Chứng minh tam giác ABC vuông

2) Tính diện tích tam giác ABC

3) Tính AH

Câu 48. Cho tam giác ABC có AB = 60cm, AC = 80cm, BC = 100cm. Kẻ AH ⊥ BC tại H.

1) Chứng minh tam giác ABC vuông

2) Tính diện tích tam giác ABC

3) Tính AH, BH, CH

Câu 49. Cho tam giác ABC vuông tại A có AB = 16cm, AC = 12cm. Kẻ AH ⊥ BC tại H.

1) Tính diện tích tam giác ABC

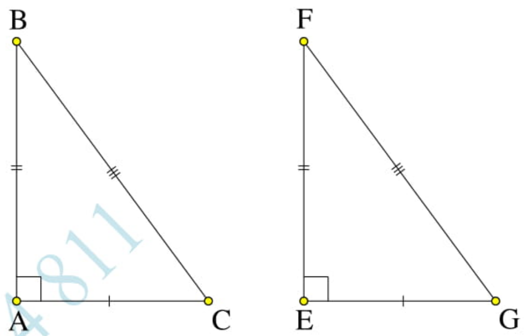
2) Tính BC, AH, BH, CH

CHỦ ĐỀ 4

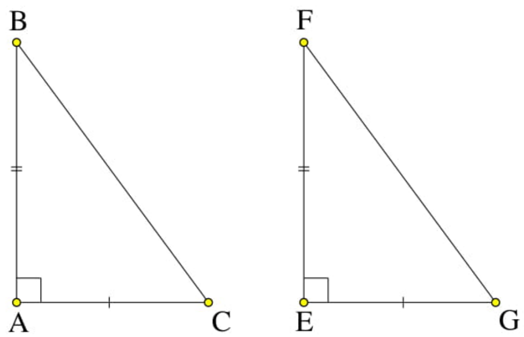
CÁC TRƯỜNG HỢP BẰNG NHAU CỦA TAM GIÁC VUÔNG

1. Các trường hợp bằng nhau đã biết của hai tam giác vuông

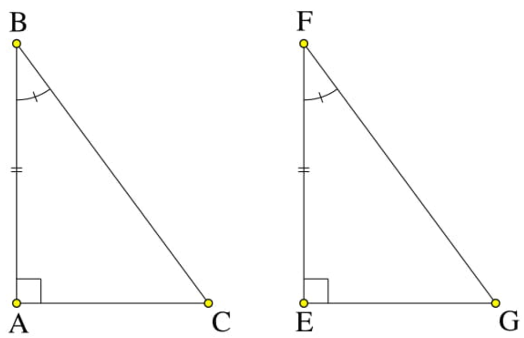
CẠNH CẠNH CẠNH	
Giả thiết	ΔABC; ΔEFG $AB = EF$; $AC = EG$ $BC = FG$
Kết luận	$\Delta ABC = \Delta EFG$



CẠNH GÓC CẠNH	
Giả thiết	ΔABC; ΔEFG $\widehat{A} = \widehat{E} = 90^\circ$ $AB = EF$; $AC = EG$
Kết luận	$\Delta ABC = \Delta EFG$



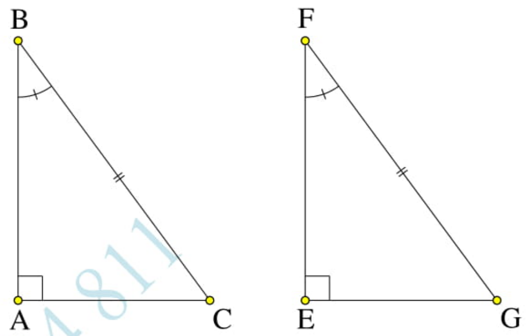
GÓC CẠNH GÓC	
Giả thiết	ΔABC; ΔEFG $\widehat{A} = \widehat{E} = 90^\circ$; $\widehat{B} = \widehat{F}$ $AB = EF$
Kết luận	$\Delta ABC = \Delta EFG$



2. Trường hợp bằng nhau về cạnh huyền – cạnh góc vuông

\+ *Nếu cạnh huyền và một góc nhọn của tam giác này bằng cạnh huyền và một góc nhọn của tam giác vuông kia thì hai tam giác vuông đó bằng nhau.*

CẠNH HUYỀN GÓC NHỌN	
Giả thiết	ΔABC; ΔEFG $\widehat{A} = \widehat{E} = 90^\circ$ $\widehat{B} = \widehat{F}$; $BC = FG$
Kết luận	$\Delta ABC = \Delta EFG$



Chứng minh:

Trong ΔABC ta có $\widehat{A} + \widehat{B} + \widehat{C} = 180^\circ$ hay $90^\circ + \widehat{B} + \widehat{C} = 180^\circ$.

Suy ra $\widehat{C} = 180^\circ - \left(90^\circ + \widehat{B}\right) = 90^\circ - \widehat{B}$.

Tương tự $\widehat{G} = 90^\circ - \widehat{F}$.

Do đó $\widehat{C} = \widehat{G}$.

Xét ΔABC và ΔEFG ta có:

+ $\widehat{B} = \widehat{F}$.

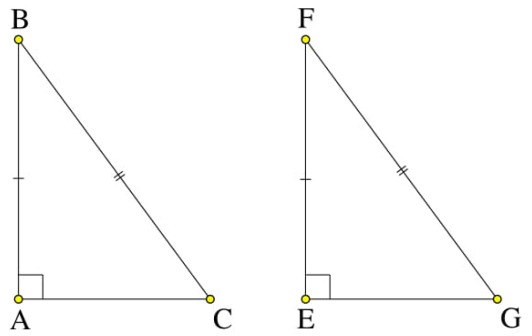
+ $BC = FG$.

+ $\widehat{C} = \widehat{G}$.

Suy ra $\Delta ABC = \Delta EFG$.

\+ *Nếu cạnh huyền và một cạnh góc vuông của tam giác này bằng cạnh huyền và một cạnh góc vuông của tam giác vuông kia thì hai tam giác vuông đó bằng nhau.*

CẠNH HUYỀN CẠNH GÓC VUÔNG	
Giả thiết	ΔABC; ΔEFG $\widehat{A} = \widehat{E} = 90°$ BC = FG; AB = EF
Kết luận	$\Delta ABC = \Delta EFG$



Chứng minh:

Trong ΔABC vuông ở A ta có $BC^2 = AB^2 + AC^2$ hay $AC^2 = BC^2 - AB^2$ (1)

Trong ΔEFG vuông ở A ta có $FG^2 = EF^2 + EG^2$ hay $EG^2 = FG^2 - EF^2$ (2)

Mà BC = FG; AB = EF (3)

Từ (1)(2)(3) ta có AC = EG.

Xét ΔABC và ΔEFG ta có:

+ AB = EF.

+ $\widehat{A} = \widehat{E} = 90°$.

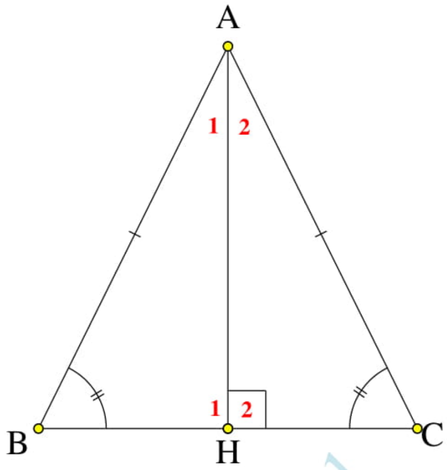
+ AC = EG.

Suy ra $\Delta ABC = \Delta EFG$.

B. CÁC DẠNG BÀI TẬP CƠ BẢN

Câu 1. Cho ΔABC cân tại A. Kẻ AH vuông góc với BC. Chứng minh AH là tia phân giác của góc A.

Hướng dẫn giải:



Ta có ΔABC cân tại A suy ra $AB = AC$; $\widehat{B} = \widehat{C}$.

Xét ΔABH và ΔACH ta có:

+ $AB = AC$.

+ $\widehat{B} = \widehat{C}$.

+ $\widehat{H_1} = \widehat{H_2} = 90°$.

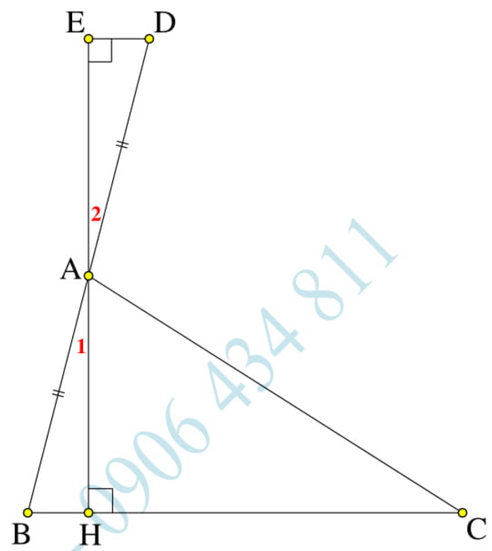
Suy ra $\Delta ABH = \Delta ACH$.

Suy ra $\widehat{A_1} = \widehat{A_2}$.

Vậy AH là tia phân giác của góc A.

Câu 2. Cho ΔABC nhọn có $AH \perp BC$ tại H. Trên tia đối tia AB lấy điểm D sao cho AD = AB. Kẻ $DE \perp AH$ ở E. Chứng minh BH = ED.

Hướng dẫn giải:



Xét ΔAHB và ΔAED ta có:

+ AB = AD.

+ $\widehat{A_1} = \widehat{A_2}$ (Đối đỉnh).

+ $\widehat{H} = \widehat{E} = 90°$.

Suy ra $\Delta AHB = \Delta AED$.

Suy ra BH = ED.

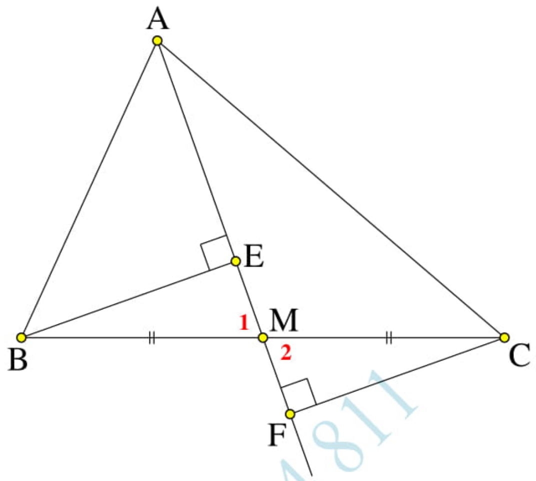
Vậy BH = ED.

Câu 3. Cho ΔABC có AM là đường trung tuyến. Kẻ BE và CF lần lượt cùng vuông góc với đường thẳng AM ở E và F. Chứng minh:

1)BE = CF 2)BF // CE 3)AE + AF = 2AM.

Hướng dẫn giải:

1) BE = CF



Xét ΔAEM và ΔCFM ta có:

+ MB = MC.

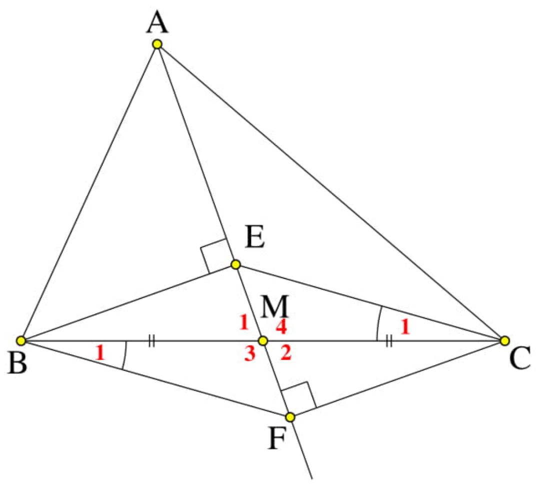
+ $\widehat{M_1} = \widehat{M_2}$ (Đối đỉnh).

+ $\hat{E} = \hat{F} = 90°$.

Suy ra ΔAHB = ΔAED suy ra BE = CF.

Vậy BE = CF.

2) BF // CE



Ta có ΔAHB = ΔAED nên suy ra ME = MF.

Xét ΔCME và ΔBMF ta có:

+ MB = MC.

+ $\widehat{M_3} = \widehat{M_4}$ (Đối đỉnh).

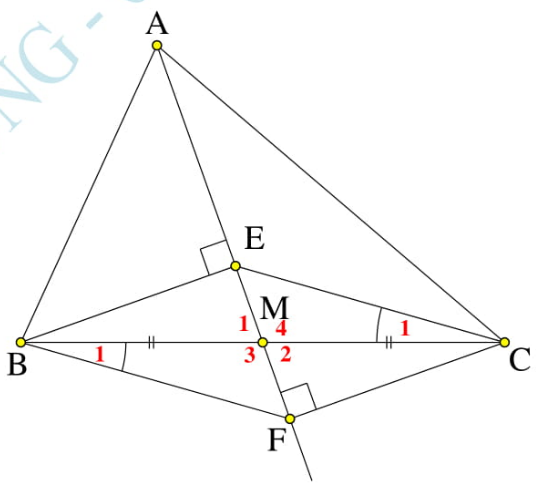
+ ME = MF.

Suy ra ΔCME = ΔBMF.

Suy ra $\widehat{C_1} = \widehat{B_1}$ và nằm ở vị trí so le trong nên BF // CE.

Vậy BF // CE.

3) AE + AF = 2AM.



Ta có $AE + AF = AE + (AE + ME + MF) = 2AE + 2ME = 2(AE + ME) = 2AM$

Vậy AE + AF = 2AM.

Câu 4. Cho ΔABC, điểm D thuộc tia đối tia AB và E thuộc tia đối tia AC sao cho AD = AC và AE = AB. AH và AK lần lượt là đường cao của ΔABC và ΔDAE. Chứng minh:

1) BC = DE

2)BH = EK

3) $\widehat{HAC} = \widehat{DAK}$

Câu 5. Cho ΔABC cân tại A. Kẻ BD vuông góc với AC, Kẻ CE vuông góc với AB. Gọi K là giao điểm của BD và CE. Chứng minh rằng

1) AK là tia phân giác của góc A.

2) ΔKBC cân

Câu 6. Cho $\widehat{xOy}$. Lấy A ∈ Ox, B ∈ Oy sao cho OA = OB. Kẻ AE ⊥ Oy tại E, BF ⊥ Ox tại F. Chứng minh:

1) AE = BF

2) BAE = ABF

Câu 7. Cho ΔABC có M là trung điểm của BC, AM là tia phân giác của góc A. Kẻ MH vuông góc với AB, MK vuông góc với AC. Chứng minh rằng:

1) MH = MK.

2) B = C

Câu 8. Cho ΔABC cân tại A. Các đường trung trực của AB, AC cắt nhau ở I. Chứng minh rằng AI là tia phân giác của góc A.

Câu 9. Cho ΔABC cân tại A. Trên tia đối của tia BC lấy điểm D, trên tia đối của tia CB lấy điểm E sao cho BD = CE. Kẻ BH ⊥ AD, kẻ CK ⊥ AE. Chứng minh rằng:

1) BH = CK.

2) ΔABH = ΔACK

Câu 10. Cho ΔABC có AB < AC. Tia phân giác của góc A cắt đường trung trực của BC tại I. Kẻ IH ⊥AB, kẻ IK ⊥ AC. Chứng minh rằng BH = CK.

Câu 11. Cho ΔABC có $A = 105^0, B = 60^0$. Tia phân giác của góc B cắt AC tại D. Qua điểm A vẽ đường thẳng d vuông góc với BD ở O, đường thẳng này cắt BC ở E. Chứng minh

1) ΔABE đều.

2) ΔADE vuông cân.

Câu 12. Cho ΔABC có M là trung điểm của BC, AM là tia phân giác của góc A. Kẻ MI vuông góc với AB, MK vuông góc với AC.

1) Chứng minh MI = MK.

2) Chứng minh ΔABC cân.

3) Cho AB = 37, AM = 35. Tính BC.

4) Trên tia đối của tia BC lấy điểm D, trên tia đối của tia CB lấy điểm E sao cho BD = CE. Chứng minh ΔADE cân.

5) Vẽ BQ ⊥ AD, CR ⊥ AE. Chứng minh ΔABQ = ΔACR.

Câu 13. Cho ΔABC có AB < AC. Vẽ tia phân giác Ax. Đường thẳng đi qua B vuông góc với Ax cắt AC ở D.

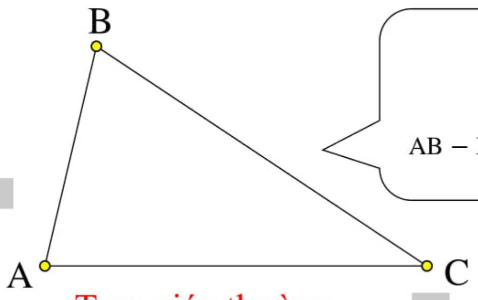
1) Chứng minh ΔADB cân.

2) Đường trung trực của BC cắt Ax ở E. Vẽ EF ⊥ AB tại F, vẽ EG ⊥ AC tại G. Chứng minh BF = CG.

Câu 14. Cho ΔABC cân tại A ($\hat{A} < 90^0$). Các đường trung trực của AB, AC cắt nhau tại O.

1) Chứng minh rằng AO là tia phân giác góc A.

2) Qua B kẻ đường thẳng vuông góc với AB, qua C kẻ đường thẳng vuông góc với AC, chúng cắt nhau tại K. Chứng minh AK là tia phân giác của góc A.

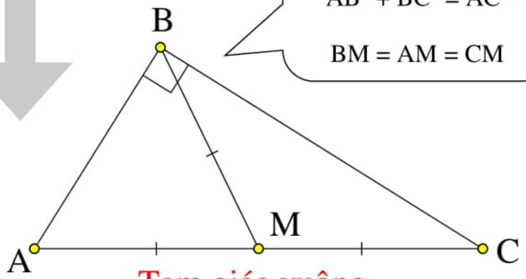


Tam giác thường

$\widehat{A} + \widehat{B} + \widehat{C} = 180°$; $AB - AC < BC$; $AC - AB < BC$

$AB - BC < AC$; $BC - AB < AC$; $AC - BC < AB$; $BC - AC < AB$

+ Có 1 góc vuông.
+ Có 3 cạnh thỏa mãn ĐL Pythagore.
+ Có trung tuyến ứng với 1 cạnh bằng nửa cạnh đó.



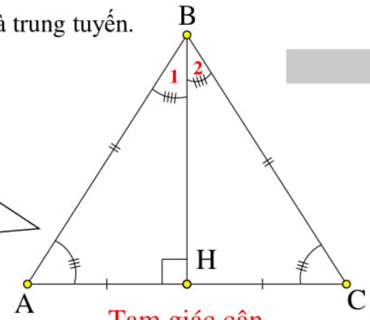
Tam giác vuông

$\widehat{A} + \widehat{C} = \widehat{B} = 90°$

$AB^2 + BC^2 = AC^2$

$BM = AM = CM$

+ Có 2 cạnh bằng nhau.
+ Có 2 góc bằng nhau.
+ Có 1 phân giác vừa là trung tuyến.
+ Có 1 phân giác vừa là đường cao.
+ Có 1 đường cao vừa là trung tuyến.



Tam giác cân

$\widehat{A} = \widehat{C}$; $AB = AC$

$BH \perp AC$; $\widehat{B_1} = \widehat{B_2}$;

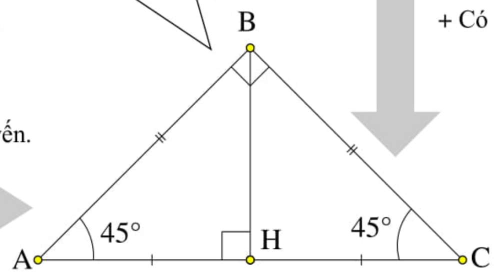
$AH = CH$

+ Có 3 góc bằng 60°.
+ Có 3 cạnh bằng nhau.
+ Có 2 đỉnh cân.

+ Có 1 góc 60°.
+ Có thêm 1 đỉnh cân.
+ Có góc ở đỉnh bằng 2 góc bên.
+ Có cạnh đáy bằng 2 cạnh bên.

+ Có 2 cạnh bằng nhau.
+ Có 1 góc nhọn bằng 45°.
+ Có 2 góc bằng nhau.
+ Có phân giác của góc vuông vừa là trung tuyến.
+ Có phân giác của góc vuông vừa là đường cao.
+ Có đường cao kẻ từ đỉnh vuông vừa là trung tuyến.

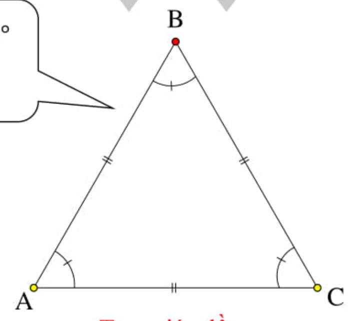
+ Có 1 góc ở đáy bằng 45°.
+ Có 1 góc vuông.



Tam giác vuông cân

$\widehat{A} + \widehat{C} = \widehat{B} = 90°$

$\widehat{A} = \widehat{C} = 45°$



Tam giác đều

$\widehat{A} = \widehat{B} = \widehat{C} = 60°$

$AB = AC = BC$

BÀI KIỂM TRA KẾT THÚC CHƯƠNG II

KIỂM TRA CHƯƠNG II – TAM GIÁC

BÀI SỐ 1

A. Phần trắc nghiệm – 4 câu hỏi – 4 điểm.

Câu 1. Tổng ba góc của một tam giác bằng

A. 180^o **B.** 90^o **C.** 360^o **D.** 100^o

Câu 2. Một tam giác cân có thêm điều kiện nào để trở thành một tam giác đều ?

A. có một góc 60^o. **B.** có một góc 100^o.

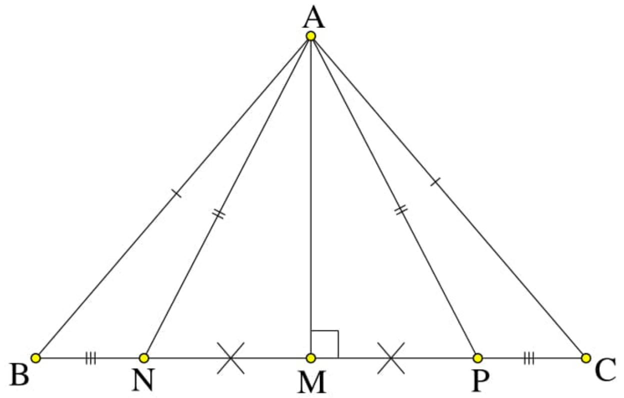
C. có một góc vuông. **D.** có một góc 45^o.

Câu 3. Trong các tam giác có các kích thước sau đây, tam giác nào là tam giác vuông ?

A. 11cm; 12cm; 13cm **B.** 5cm; 7cm; 9cm

C. 12cm; 9cm; 15cm **D.** 7cm; 7cm; 5cm

Câu 4. Có tất cả bao nhiêu cặp tam giác bằng nhau trong hình sau ?



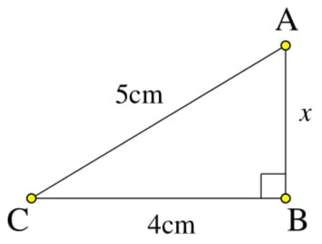
A. 4. **B.** 8 **C.** 3 **D.** 6

B. Phần tự luận – 3 câu hỏi – 6 điểm.

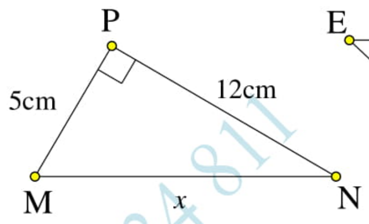
Câu 5. (1.5 điểm) Viết giả thiết – kết luận, vẽ hình và chứng minh cho phát biểu sau:

Trong một tam giác vuông cân, hai góc nhọn bằng nhau và có số đo là 45^o.

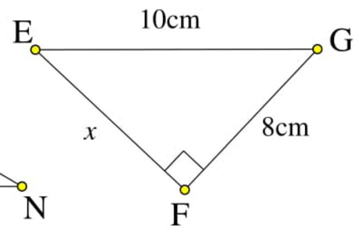
Câu 6. (1.5 điểm) Hãy tính độ dài x trong các hình vẽ sau.



Hình 1



Hình 2



Hình 3

Câu 7. (3.0 điểm) Cho ΔABC có M là trung điểm BC. Kẻ BE và CF lần lượt cùng vuông góc với đường thẳng AM ở E và F. Chứng minh:

1) BE = CF

2)BF // CE

3) Cho AM = 5cm. Hãy tính tổng độ dài AE + AF.

-------- Hết --------

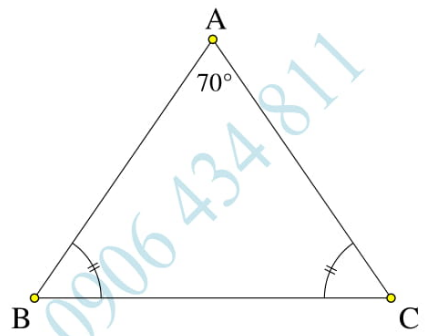
BÀI KIỂM TRA KẾT THÚC CHƯƠNG II

KIỂM TRA CHƯƠNG II – TAM GIÁC

BÀI SỐ 2

A. Phần trắc nghiệm – 4 câu hỏi – 4 điểm.

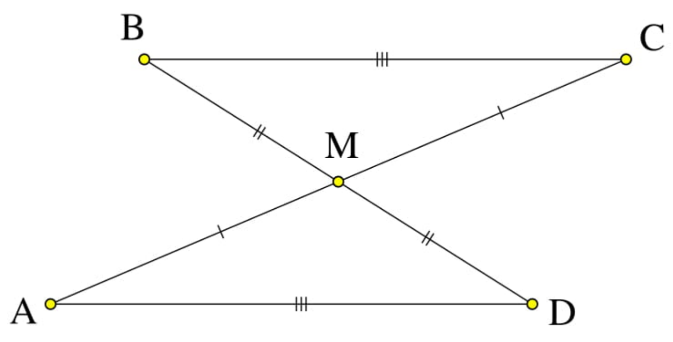
Câu 1. Cho hình vẽ sau.



Hãy tính số đo góc B.

A. 45^o **B.** 55^o **C.** 65^o **D.** 70^o

Câu 2. Cho hình vẽ sau biết BC // AD.

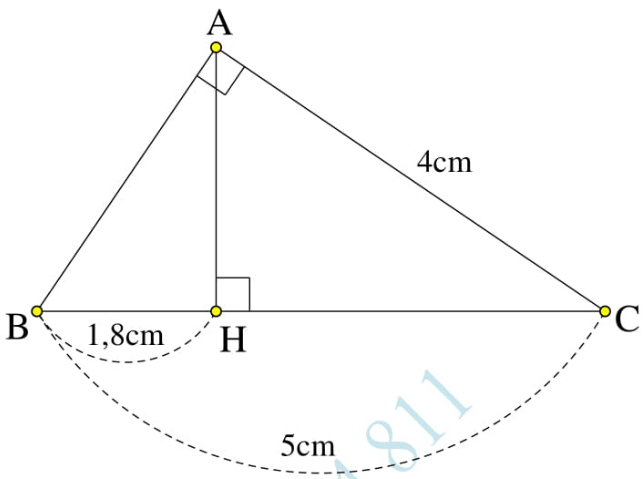


Tam giác BCM và ΔDAM có thể bằng nhau theo những trường hợp nào (kể tất cả)?

A. cạnh - cạnh - cạnh. **B.** cạnh - góc - cạnh.

C. góc - cạnh - góc. **D.** Đáp án khác.

Câu 3. Cho hình vẽ sau.



Hãy tính độ dài đoạn thẳng AH.

A. 4,8cm. **B.** 4cm. **C.** 2,4cm. **D.** 3,6cm.

Câu 4. Chọn nhận định đúng: Góc ngoài của tam giác thì:

A. Phụ với hai góc trong không kề nó.

B. Lớn hơn mỗi góc trong không kề nó.

C. Nhỏ hơn mỗi góc trong không kề nó.

D. Cả ba nhận định trên đều sai.

B. Phần tự luận – 3 câu hỏi – 6 điểm.

Câu 5. (1.5 điểm) Viết giả thiết – kết luận, vẽ hình và chứng minh cho phát biểu sau:

Trong một tam giác vuông thì hai góc nhọn phụ nhau.

Câu 6. (1.5 điểm) Trong các tam giác với độ dài các cạnh như sau, tam giác nào là tam giác vuông ? Tại sao. (Chỉ rõ tam giác vuông tại đỉnh nào).

1) $AB = 25,\ BC = 7,\ CA = 24$ 2) $GH = 5,\ HI = 6,\ IG = 7$

Câu 7. (3.0 điểm) Cho tam giác ABC cân tại A có $\hat{A} < 90^0$, kẻ BD ⊥ AC. Trên cạnh AB lấy điểm E sao cho AE = AD. Gọi M là trung điểm của BC. Gọi N là giao điểm của BD và CE. Chứng minh:

1) DE // BC   2) CE ⊥ AB.   3) A, M, N thẳng hàng.

-------- Hết --------

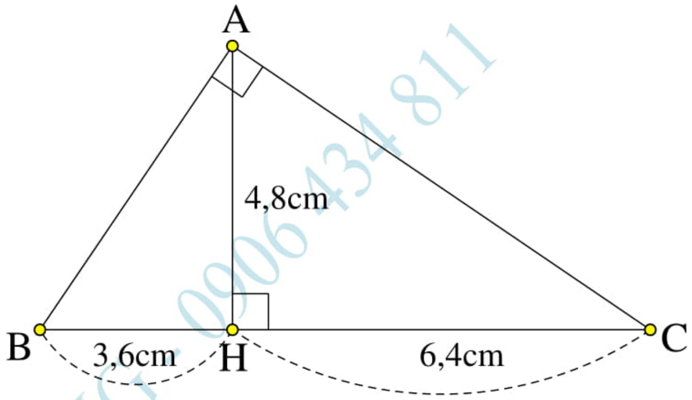
BÀI KIỂM TRA KẾT THÚC CHƯƠNG II

KIỂM TRA CHƯƠNG II – TAM GIÁC

BÀI SỐ 3

A. Phần trắc nghiệm – 4 câu hỏi – 4 điểm.

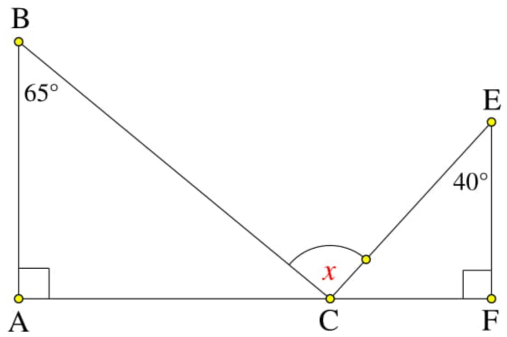
Câu 1. Cho hình vẽ sau.



Hãy tính độ dài đoạn thẳng AB.

A. 6cm. **B.** 7cm. **C.** 8cm. **D.** 9cm.

Câu 2. Tìm giá trị của x trong hình vẽ sau.



A. 55^o. **B.** 65^o. **C.** 75^o. **D.** 85^o.

Câu 3. Một tam giác có các kích thước lần lượt là 4cm; 4cm; 5cm. Đó là tam giác gì ?

A. Tam giác vuông. **B.** Tam giác đều.

C. Tam giác vuông cân. **D.** Tam giác cân.

Câu 4. Tìm câu **<u>đúng</u>**

A. Trong một tam giác cân, hai góc bất kỳ đều bằng nhau.

B. Nếu một tam giác có hai góc bằng nhau thì tam giác đó là tam giác cân.

C. Trong một tam giác vuông cân, hai góc nhọn bằng nhau và có số đo là 60^o.

D. Tất cả đều đúng

B. Phần tự luận – 2 câu hỏi – 6 điểm.

Câu 5. (2.0 điểm) Phát biểu bằng lời, viết giả thiết – kết luận, vẽ hình và chứng minh cho trường hợp bằng nhau cạnh huyền cạnh góc vuông của hai tam giác vuông.

Câu 6. (4.0 điểm) Cho ΔABC có góc $A = \alpha^\circ \left(0^\circ < \alpha^\circ < 90^\circ\right)$, các đường phân giác BD và CN cắt nhau tại O. Tia phân giác góc ngoài tại đỉnh B cắt tia CN tại E. Tia phân giác góc ngoài tại đỉnh C cắt tia BD tại F.

1) Tính số đo của góc BOC theo α°

2) Chứng minh $BEC = BFC = \dfrac{\alpha^\circ}{2}$

3) Tia EB và tia FC cắt nhau tại K. Chứng minh rằng $BOC + K = 180^o$

-------- Hết --------

ĐÁP ÁN BÀI KIỂM TRA KẾT THÚC CHƯƠNG II

KIỂM TRA CHƯƠNG II – TAM GIÁC

BÀI SỐ 1

A. Phần trắc nghiệm – 4 câu hỏi – 4 điểm.

Câu 1. Tổng ba góc của một tam giác bằng

A. 180^o **B.** 90^o **C.** 360^o **D.** 100^o

Câu 2. Một tam giác cân có thêm điều kiện nào để trở thành một tam giác đều ?

A. có một góc 60^o. **B.** có một góc 100^o.

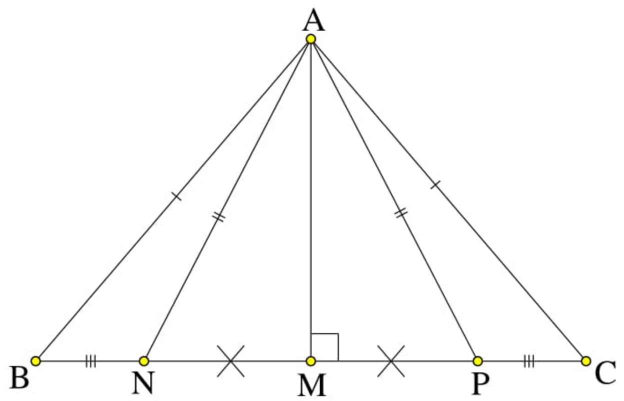
C. có một góc vuông. **D.** có một góc 45^o.

Câu 3. Trong các tam giác có các kích thước sau đây, tam giác nào là tam giác vuông ?

A. 11cm; 12cm; 13cm **B.** 5cm; 7cm; 9cm

C. 12cm; 9cm; 15cm **D.** 7cm; 7cm; 5cm

Câu 4. Có tất cả bao nhiêu cặp tam giác bằng nhau trong hình sau ?



A. 4. **B.** 8 **C.** 3 **D.** 6

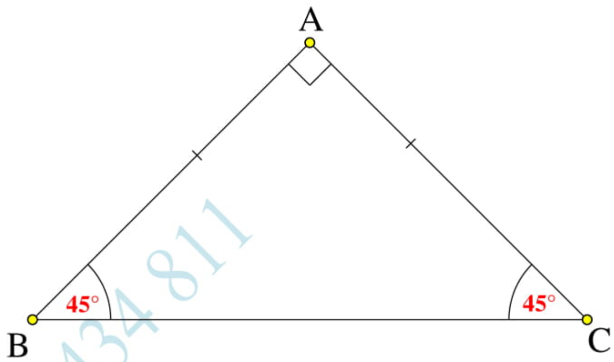
B. Phần tự luận – 3 câu hỏi – 6 điểm.

Câu 5. (1.5 điểm) Viết giả thiết – kết luận, vẽ hình và chứng minh cho phát biểu sau:

Trong một tam giác vuông cân, hai góc nhọn bằng nhau và có số đo là 45^o.

<u>Lời giải:</u>

Giả thiết	ΔABC $AB = AC; \widehat{A} = 90°$
Kết luận	$\widehat{B} = \widehat{C} = 45°$



Chứng minh:

Trong tam giác ABC vuông tại A có:

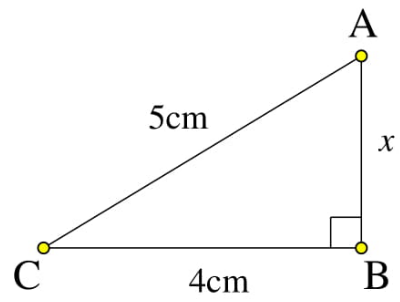
$\widehat{A} + \widehat{B} + \widehat{C} = 180°$ hay $90° + \widehat{B} + \widehat{C} = 180°$

Mà $\widehat{B} = \widehat{C}$ nên ta có $90° + 2\widehat{B} = 180°$ hay $\widehat{B} = 45°$

Vậy $\widehat{B} = \widehat{C} = 45°$

Câu 6. (1.5 điểm) Hãy tính độ dài *x* trong các hình vẽ sau.

<u>Lời giải:</u>

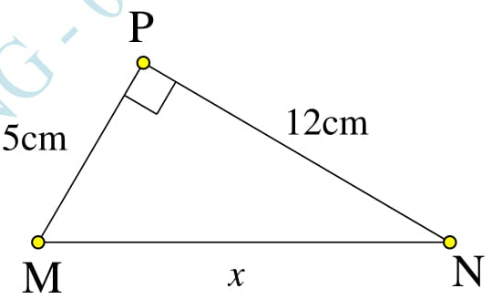


Hình 1

Tam giác ABC vuông tại B có: $AC^2 = BC^2 + AB^2$ hay $5^2 = 4^2 + x^2$.

Suy ra $x^2 = 5^2 - 4^2 = 9 = 3^2$

Suy ra $x = 3$

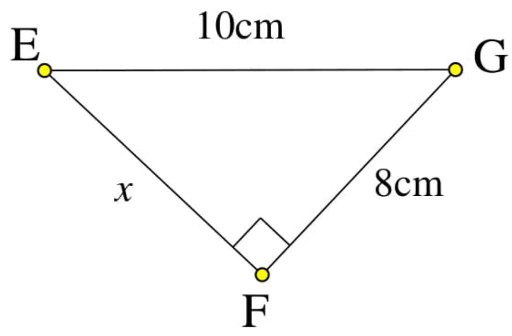


Hình 2

Tam giác MNP vuông tại P có: $MN^2 = MP^2 + NP^2$ hay $x^2 = 5^2 + 12^2$.

Suy ra $x^2 = 5^2 + 12^2 = 169 = 13^2$

Suy ra $x = 13$



Hình 3

Tam giác EFG vuông tại F có: $EG^2 = EF^2 + FG^2$ hay $10^2 = x^2 + 8^2$.

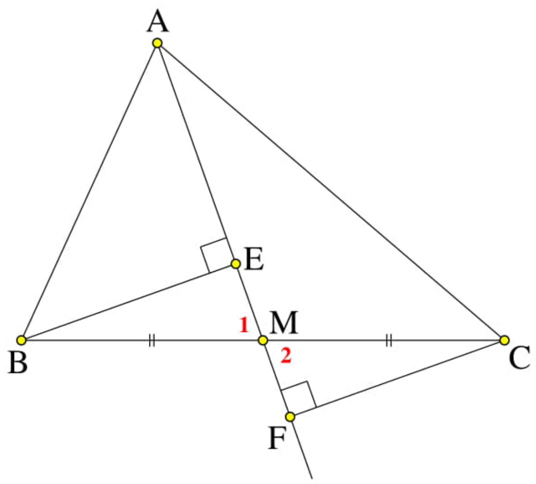
Suy ra $x^2 = 10^2 - 8^2 = 36 = 6^2$

Suy ra $x = 6$

Câu 7. (3.0 điểm) Cho ΔABC có M là trung điểm BC. Kẻ BE và CF lần lượt cùng vuông góc với đường thẳng AM ở E và F. Chứng minh:

Lời giải:

1) BE = CF



Xét ΔAEM và ΔCFM ta có:

+ MB = MC.

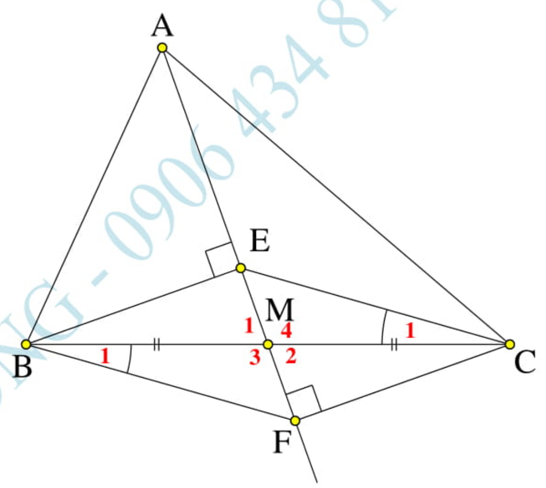
+ $\widehat{M_1} = \widehat{M_2}$ (Đối đỉnh).

+ $\hat{E} = \hat{F} = 90°$.

Suy ra ΔAHB = ΔAED suy ra BE = CF.

Vậy BE = CF.

2) BF // CE



Ta có ΔAHB = ΔAED nên suy ra ME = MF.

Xét ΔCME và ΔBMF ta có:

+ MB = MC.

+ $\widehat{M_3} = \widehat{M_4}$ (Đối đỉnh).

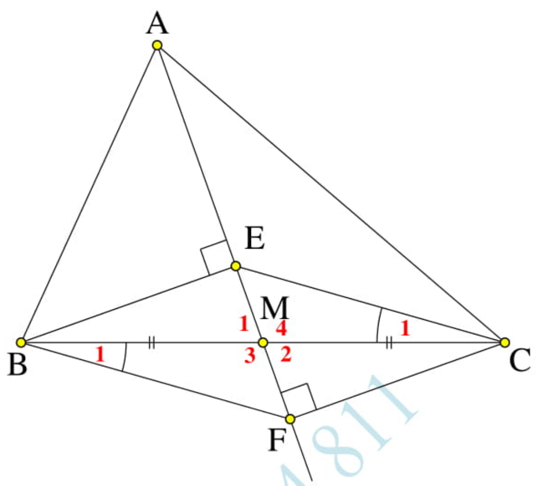
+ ME = MF.

Suy ra ΔCME = ΔBMF.

Suy ra $\widehat{C_1} = \widehat{B_1}$ và nằm ở vị trí so le trong nên BF // CE.

Vậy BF // CE.

3) Cho AM = 5cm. Hãy tính tổng độ dài AE + AF.



Ta có $AE + AF = AE + (AE + ME + MF) = 2AE + 2ME = 2(AE + ME) = 2AM$

Suy ra AE + AF = 2AM.

Do đó: AE + AF = 2AM = 2.5 = 10cm.

Vậy AE + AF = 10cm.

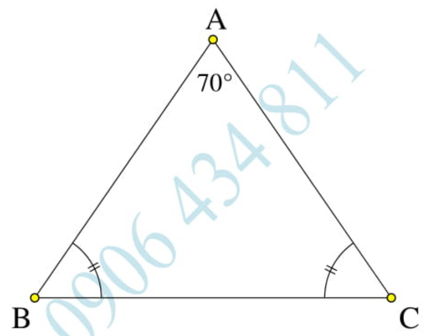
ĐÁP ÁN BÀI KIỂM TRA KẾT THÚC CHƯƠNG II

KIỂM TRA CHƯƠNG II – TAM GIÁC

BÀI SỐ 2

A. Phần trắc nghiệm – 4 câu hỏi – 4 điểm.

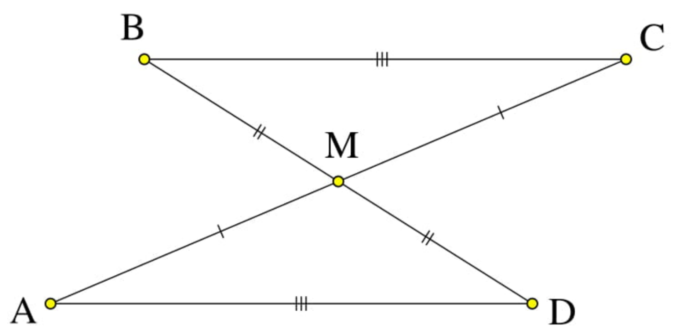
Câu 1. Cho hình vẽ sau.



Hãy tính số đo góc B.

A. 45^o **B.** 55^o **C.** 65^o **D.** 70^o

Câu 2. Cho hình vẽ sau biết BC // AD.

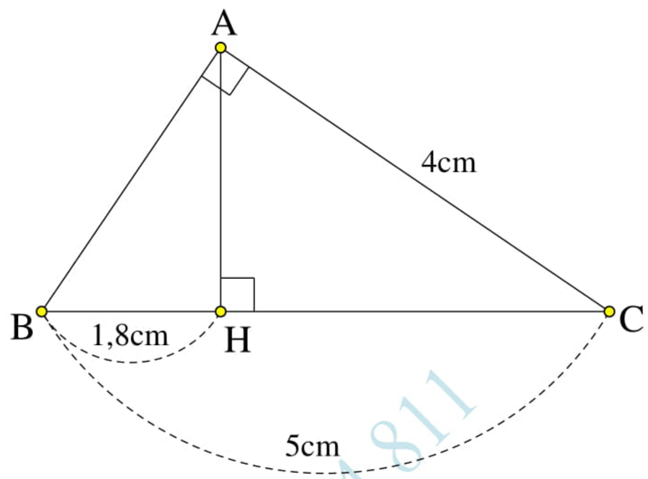


Tam giác BCM và ΔDAM có thể bằng nhau theo những trường hợp nào (kể tất cả)?

A. cạnh - cạnh - cạnh. **B.** cạnh - góc - cạnh.

C. góc - cạnh - góc. **D.** Đáp án khác.

Câu 3. Cho hình vẽ sau.



Hãy tính độ dài đoạn thẳng AH.

A. 4,8cm. **B.** 4cm. **C.** 2,4cm. **D.** 3,6cm.

Câu 4. Chọn nhận định đúng: Góc ngoài của tam giác thì:

A. Phụ với hai góc trong không kề nó.

B. Lớn hơn mỗi góc trong không kề nó.

C. Nhỏ hơn mỗi góc trong không kề nó.

D. Cả ba nhận định trên đều sai.

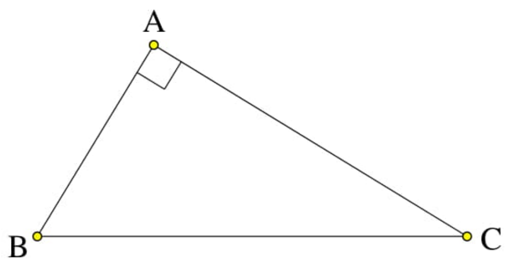
B. Phần tự luận – 3 câu hỏi – 6 điểm.

Câu 5. (1.5 điểm) Viết giả thiết – kết luận, vẽ hình và chứng minh cho phát biểu sau:

Trong một tam giác vuông thì hai góc nhọn phụ nhau.

Lời giải:

Giả thiết	ΔABC; $\widehat{A} = 90^\circ$
Kết luận	$\widehat{B} + \widehat{C} = 90^\circ$



Chứng minh:

Giả sử tam giác ABC vuông tại A. Khi đó, $\widehat{A} = 90^\circ$.

Trong tam giác ABC ta có $\widehat{A} + \widehat{B} + \widehat{C} = 180^\circ$.

Mà $\widehat{A} = 90^\circ$ nên ta có $90^\circ + \widehat{B} + \widehat{C} = 180^\circ$ suy ra $\widehat{B} + \widehat{C} = 180^\circ - 90^\circ = 90^\circ$.

Vậy trong một tam giác vuông thì hai góc nhọn phụ nhau.

Câu 6. (1.5 điểm) Trong các tam giác với độ dài các cạnh như sau, tam giác nào là tam giác vuông ? Tại sao. (Chỉ rõ tam giác vuông tại đỉnh nào).

1) $AB = 25,\ BC = 7,\ CA = 24$

2) $GH = 5,\ HI = 6,\ IG = 7$

Lời giải:

1) $AB = 25,\ BC = 7,\ CA = 24$

Ta có $25^2 = 625 = 7^2 + 24^2$ hay $AB^2 = BC^2 + CA^2$.

ΔABC có $AB^2 = BC^2 + CA^2$ và $BC < CA < AB$ $(7 < 24 < 25)$ nên ΔABC vuông ở C.

Vậy ΔABC vuông ở C.

2) $GH = 5,\ HI = 6,\ IG = 7$

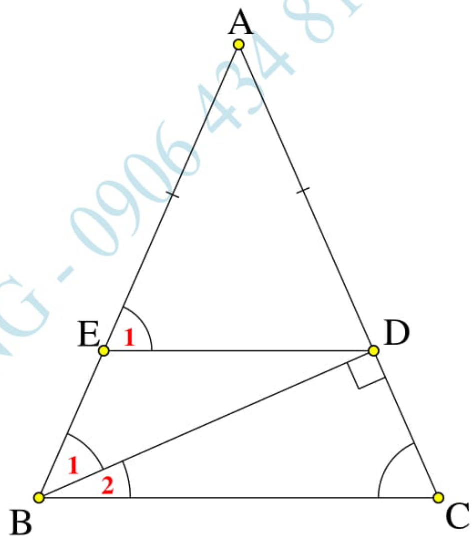
Ta có GH < HI < IG (5 < 6 < 7) và $7^2 = 49 \neq 61 = 5^2 + 6^2$ hay $IG^2 \neq GH^2 + HI^2$.

Vậy ΔGHI không phải là tam giác vuông.

Câu 7. (3.0 điểm) Cho tam giác ABC cân tại A có $A < 90^0$, kẻ BD ⊥ AC. Trên cạnh AB lấy điểm E sao cho AE = AD. Gọi M là trung điểm của BC. Gọi N là giao điểm của BD và CE.

__**Lời giải:**__

1) Chứng minh DE // BC



Ta có AE = AD nên suy ra tam giác AED cân tại A.

Suy ra $\widehat{E_1} = \widehat{D_1}$.

Trong ΔAED ta có $\widehat{A} + \widehat{E_1} + \widehat{D_1} = 180°$.

Hay $\widehat{A} + 2\widehat{E_1} = 180°$.

Suy ra $E_1 = \dfrac{180^o - A}{2}$ (1)

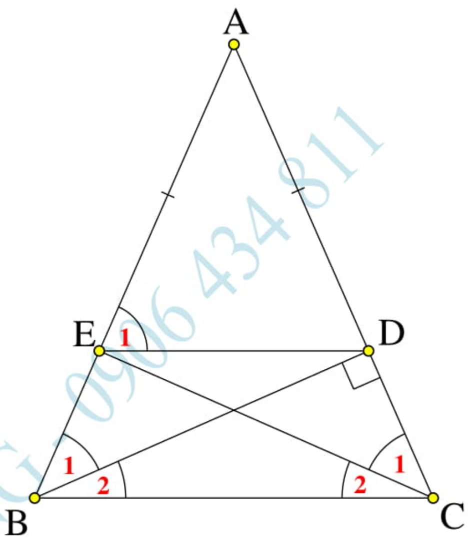
Tương tự ta cũng tính được $B_{12} = \dfrac{180^o - A}{2}$ (2)

Từ (1)(2) suy ra $\widehat{E_1} = \widehat{B_{12}}$

Ta có $\widehat{E_1} = \widehat{B_{12}}$ và $\widehat{E_1}; \widehat{B_{12}}$ nằm ở vị trí đồng vị nên suy ra DE // BC.

Vậy DE // BC.

2) Chứng minh CE ⊥ AB.



Tam giác ABC cân tại A nên suy ra AB = AC và $\widehat{B_{12}} = \widehat{C_{12}}$.

Mà AE = AD (giả thiết) nên ta có EB = CD.

Xét ΔBCE và ΔCBD có:

+ EB = CD.

+ $\widehat{B_{12}} = \widehat{C_{12}}$.

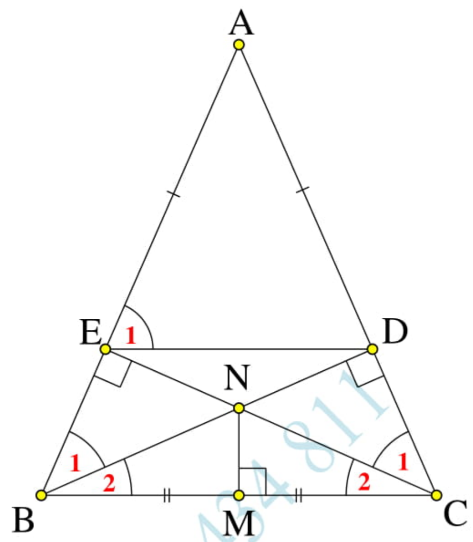
+ BC cạnh chung

Suy ra ΔBCE = ΔCBD (c.g.c)

Suy ra $\widehat{BEC} = \widehat{CDB} = 90°$.

Vậy CE ⊥ AB.

3) Chứng minh A, M, N thẳng hàng.



Suy ra $\Delta BCE = \Delta CBD$ (c.g.c)

Suy ra $\widehat{B_2} = \widehat{C_2}$.

Do đó ΔBNC cân tại N.

Mà NM là trung tuyến kẻ từ N của ΔBNC (Vì M là trung điểm của BC).

Nên $NM \perp BC$ theo tính chất của tam giác cân. (1)

Tương tự ΔABC cân tại A và có AM là trung tuyến kẻ từ A nên $AM \perp BC$ (2)

Từ (1)(2) suy ra $NM \perp BC$; $AM \perp BC$.

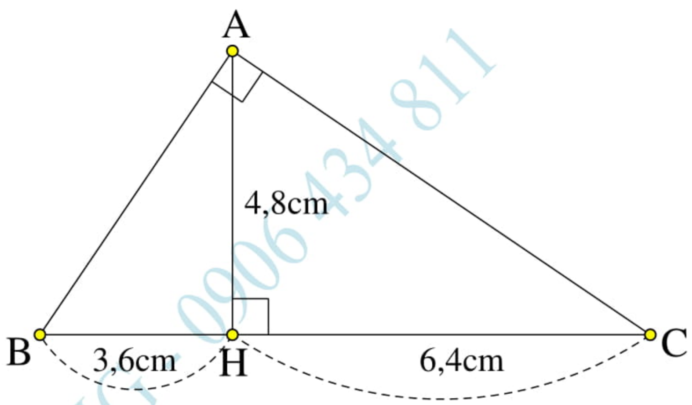
Do đó A, N, M thẳng hàng (Qua một điểm bên ngoài một đường thẳng cho trước chỉ vẽ được duy nhất một đường thẳng vuông góc với đường thẳng đó)

KIỂM TRA CHƯƠNG II – TAM GIÁC

BÀI SỐ 3

A. Phần trắc nghiệm – 4 câu hỏi – 4 điểm.

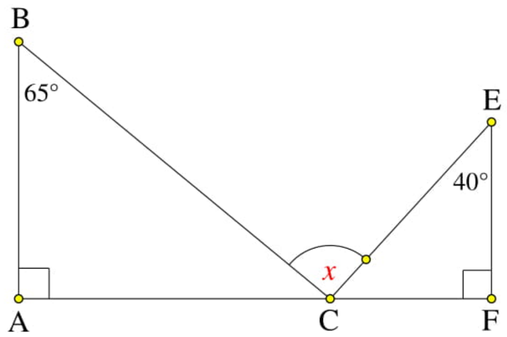
Câu 1. Cho hình vẽ sau.



Hãy tính độ dài đoạn thẳng AB.

A. 6cm. **B.** 7cm. **C.** 8cm. **D.** 9cm.

Câu 2. Tìm giá trị của x trong hình vẽ sau.



A. 55°. **B.** 65°. **C.** 75°. **D.** 85°.

Câu 3. Một tam giác có các kích thước lần lượt là 4cm; 4cm; 5cm. Đó là tam giác gì ?

A. Tam giác vuông. **B.** Tam giác đều.

C. Tam giác vuông cân. **D.** Tam giác cân.

Câu 4. Tìm câu **đúng**

A. Trong một tam giác cân, hai góc bất kỳ đều bằng nhau.

B. Nếu một tam giác có hai góc bằng nhau thì tam giác đó là tam giác cân.

C. Trong một tam giác vuông cân, hai góc nhọn bằng nhau và có số đo là 60^o.

D. Tất cả đều đúng

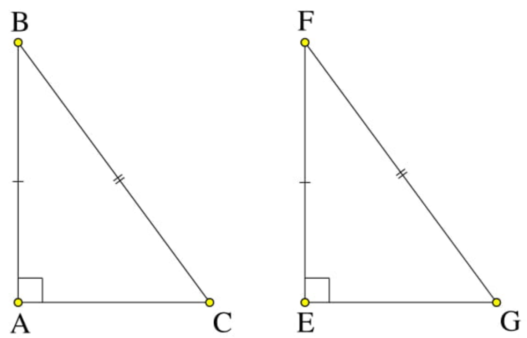
B. Phần tự luận – 2 câu hỏi – 6 điểm.

Câu 5. (2.0 điểm) Phát biểu bằng lời, viết giả thiết – kết luận, vẽ hình và chứng minh cho trường hợp bằng nhau cạnh huyền cạnh góc vuông của hai tam giác vuông.

Lời giải:

Phát biểu: Nếu cạnh huyền và một cạnh góc vuông của tam giác này bằng cạnh huyền và một cạnh góc vuông của tam giác vuông kia thì hai tam giác vuông đó bằng nhau.

Giả thiết	ΔABC; ΔEFG $\widehat{A} = \widehat{E} = 90°$ $BC = FG$; $AB = EF$
Kết luận	$\Delta ABC = \Delta EFG$



Chứng minh:

Trong ΔABC vuông ở A ta có $BC^2 = AB^2 + AC^2$ hay $AC^2 = BC^2 - AB^2$ (1)

Trong ΔEFG vuông ở A ta có $FG^2 = EF^2 + EG^2$ hay $EG^2 = FG^2 - EF^2$ (2)

Mà BC = FG; AB = EF (3)

Từ (1)(2)(3) ta có AC = EG.

Xét ΔABC và ΔEFG ta có:

+ AB = EF.

+ $\widehat{A} = \widehat{E} = 90°$.

+ AC = EG.

Suy ra $\Delta ABC = \Delta EFG$.

Câu 6. (4.0 điểm) Cho ΔABC có góc $A = \alpha^\circ \left(0^\circ < \alpha^\circ < 90^\circ\right)$, các đường phân giác BD và CN cắt nhau tại O. Tia phân giác góc ngoài tại đỉnh B cắt tia CN tại E. Tia phân giác góc ngoài tại đỉnh C cắt tia BD tại F.

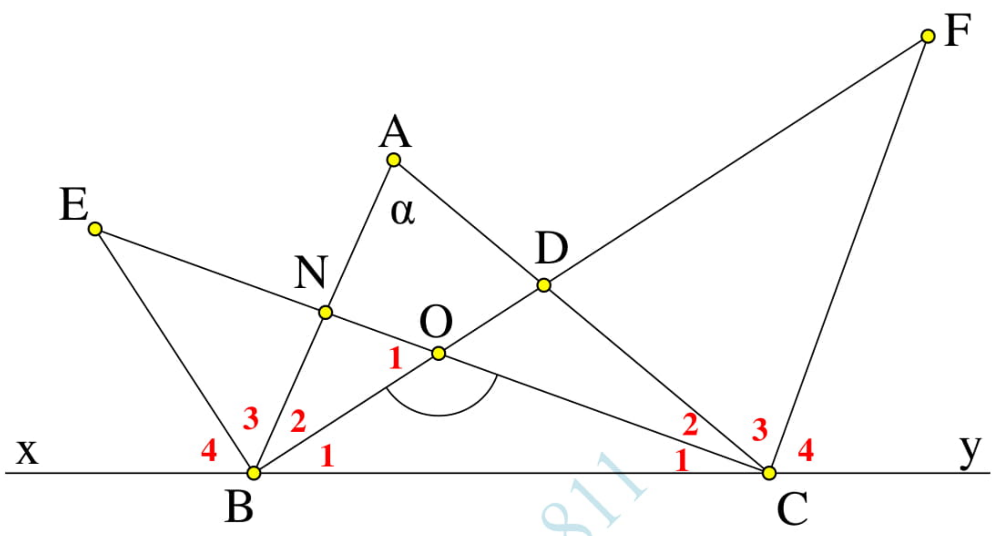
1) Tính số đo của góc BOC theo α°

2) Chứng minh $BEC = BFC = \dfrac{\alpha^\circ}{2}$

3) Tia EB và tia FC cắt nhau tại K. Chứng minh rằng $BOC + K = 180^o$

Lời giải:

1) Tính số đo của góc BOC theo α°



Trong ΔABC có $\widehat{A} + \widehat{B_{12}} + \widehat{C_{12}} = 180^\circ$

Suy ra $\widehat{B_{12}} + \widehat{C_{12}} = 180^\circ - \widehat{A} = 180^\circ - \alpha^\circ$

Tam giác ABC có BD và CN là hai tia phân giác nên $\widehat{B_1} = \frac{1}{2}\widehat{B};\ \widehat{C_1} = \frac{1}{2}\widehat{C}$

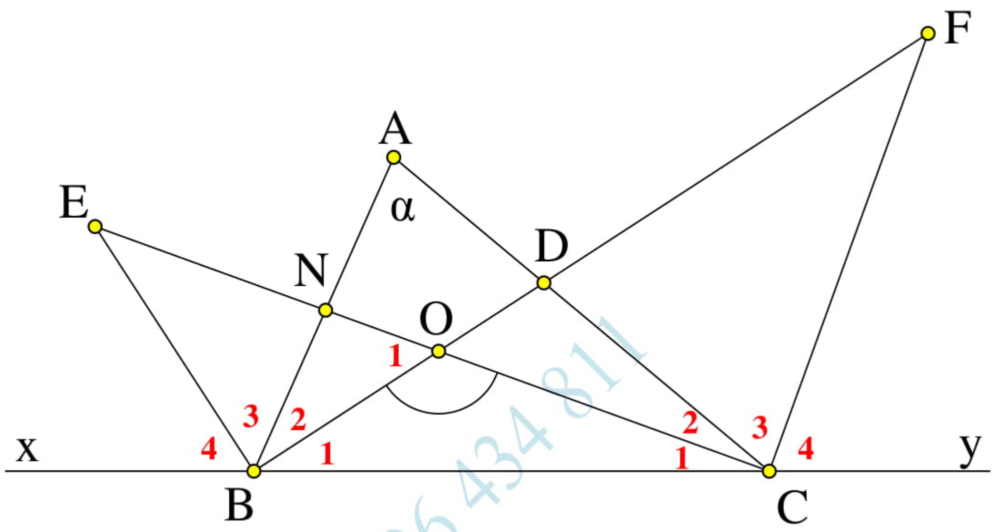
Suy ra $\widehat{B_1} + \widehat{C_1} = \frac{1}{2}\widehat{B_{12}} + \frac{1}{2}\widehat{C_{12}} = \frac{1}{2}\left(\widehat{B_{12}} + \widehat{C_{12}}\right) = \frac{1}{2}\left(180^\circ - \alpha^\circ\right)$

Trong ΔBOC có $\widehat{BOC} + \widehat{B_1} + \widehat{C} = 180^\circ$

hay $\widehat{BOC} = 180^\circ - \left(\widehat{B_1} + \widehat{C_1}\right) = 180^\circ - \frac{1}{2}\left(180^\circ - \alpha^\circ\right) = 90^\circ + \frac{\alpha^\circ}{2}$

Vậy $\widehat{BOC} = 90^\circ + \frac{\alpha^\circ}{2}$

2) Chứng minh $BEC = BFC = \frac{\alpha^\circ}{2}$



Ta có $B_1 + B_2 + B_3 + B_4 = 180^\circ$ hay $2B_2 + 2B_3 = 180^\circ$ hay $2\left(B_2 + B_3\right) = 180^\circ$

Hay $2B_{23} = 180^\circ$ suy ra $B_{23} = 180^\circ : 2 = 90^\circ$ hay ΔOBE vuông tại B.

Tương tự ta cũng có $C_{23} = 90^\circ$ hay ΔOCF vuông tại C.

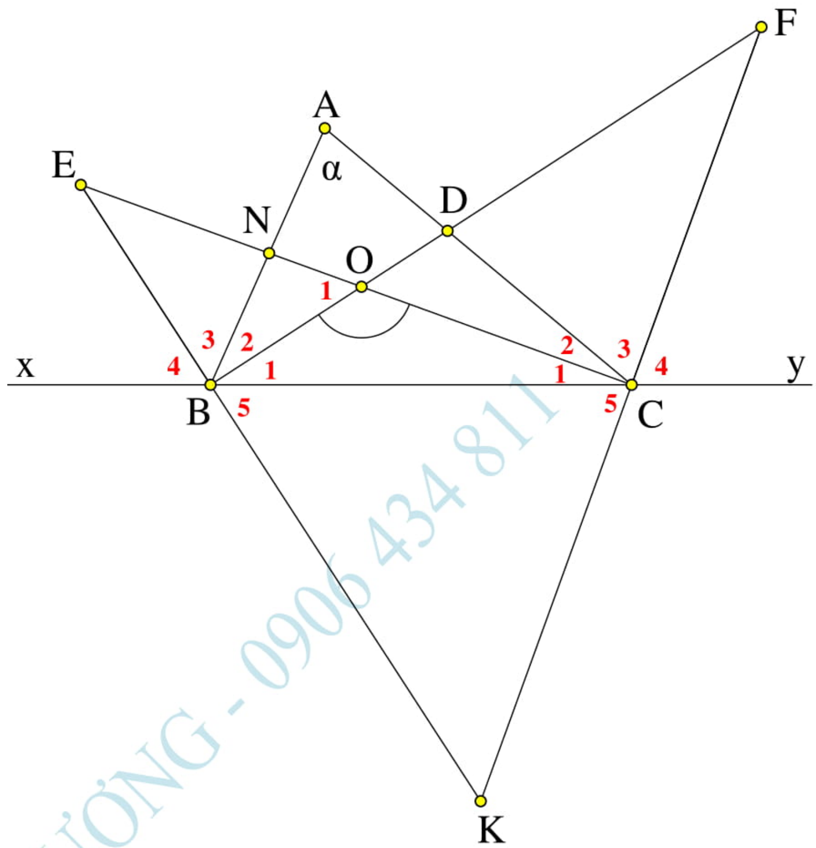
Ta có BOC là góc ngoài của ΔOBE nên $BOC = BEC + B_{23}$

Hay $BEC = BOC - B_{23} = 90^\circ + \frac{\alpha^\circ}{2} - 90^\circ = \frac{\alpha^\circ}{2}$ (1)

Tương tự ta cũng có $BFC = \frac{\alpha^\circ}{2}$ (2)

Từ (1)(2) ta có $BEC = BFC = \frac{\alpha^\circ}{2}$

3) Tia EB và tia FC cắt nhau tại K. Chứng minh rằng $BOC + K = 180^o$



Ta có B_{15} và B_{23} là hai góc kề bù $B_{15} + B_{23} = 180^o$ (3)

Mà $B_{23} = 90^\circ$ (Chứng minh ở câu 2) nên ta có $B_{15} = 90^o$.

Tương tự ta cũng có $C_{15} = 90^o$

Trong tam giác BOC ta có $BOC + B_1 + C_1 = 180^\circ$. (4)

Trong tam giác BKC ta có $K + B_5 + C_5 = 180^\circ$. (5)

Từ (4)(5) ta có $BOC + B_1 + C_1 + K + B_5 + C_5 = 180^\circ + 180^\circ = 360^\circ$

Hay $BOC + \left(B_1 + B_5\right) + \left(C_1 + C_5\right) + K = 360^\circ$

Hay $BOC + \left(B_{15} + C_{15}\right) + K = 360^{\circ}$

Kết hợp với (3) ta có $BOC + 180^{o} + K = 360^{\circ}$

Suy ra $BOC + K = 360^{\circ} - 180^{o} = 180^{o}$

Vậy $BOC + K = 180^{o}$

-------- Hết --------

CHƯƠNG III - QUAN HỆ GIỮA CÁC YẾU TỐ TRONG TAM GIÁC. CÁC ĐƯỜNG ĐỒNG QUY CỦA TAM GIÁC

CHỦ ĐỀ 1

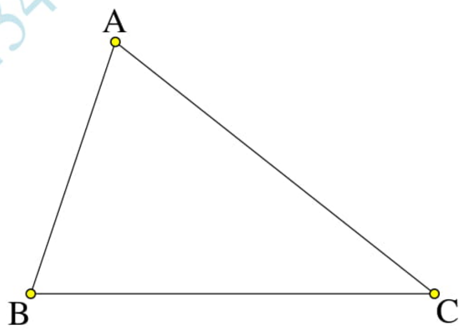
QUAN HỆ GIỮA CÁC YẾU TỐ TRONG TAM GIÁC.

A. NỘI DUNG KIẾN THỨC

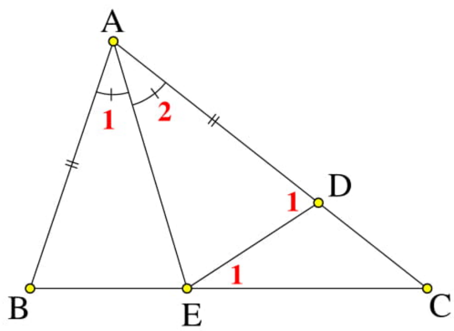
1. Quan hệ giữa góc và cạnh đối diện trong một tam giác

+ **Trong một tam giác, góc đối diện với cạnh lớn hơn là góc lớn hơn.**

Giả thiết	ΔABC, $AC > AB$
Kết luận	$B > C$



<u>Chứng minh:</u>



Trên cạnh AC lấy điểm D sao cho AB = AD.

Vì AC > AB nên điểm D nằm giữa A, C (Điểm D nằm trên cạnh AC).

Vẽ tia phân giác AE của góc BAC ($E \in BC$).

Xét ΔABE và ΔADE ta có:

+ $\widehat{A_1} = \widehat{A_2}$.

+ AB = AD.

+ AE cạnh chung

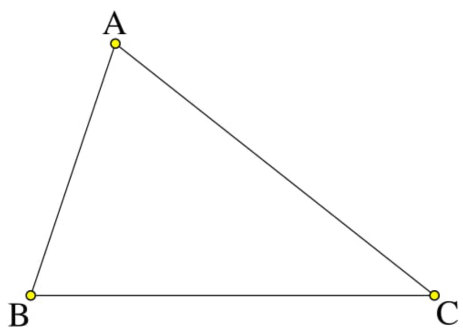
Suy raΔABE = ΔADE (c-g-c) suy ra $\widehat{B} = \widehat{D_1}$.

Mà $\widehat{D_1}$ là góc ngoài của ΔDCE nên $\widehat{D_1} > \widehat{C}$.

Vậy $\widehat{B} > \widehat{C}$.

+ **Trong một tam giác, cạnh đối diện với góc lớn hơn là cạnh lớn hơn.**

Giả thiết	ΔABC, B > C
Kết luận	AC > AB



Chứng minh:

Giả sử AB > AC. Khi đó, ta cũng lấy được trên cạnh AB một điểm D sao cho AD = AC.

Vì AB > AC nên điểm D nằm giữa A, B (Điểm D nằm trên cạnh AB).

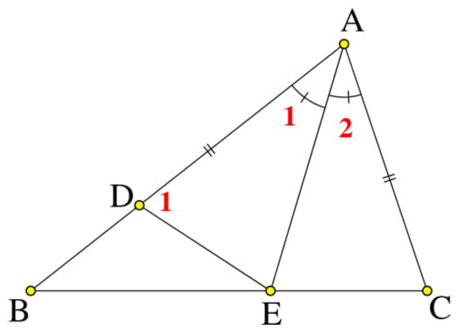
Vẽ tia phân giác AE của góc BAC (E ∈ BC).

Xét ΔADE và ΔACE ta có:

+ $\widehat{A_1} = \widehat{A_2}$.

+ AD = AC.

+ AE cạnh chung

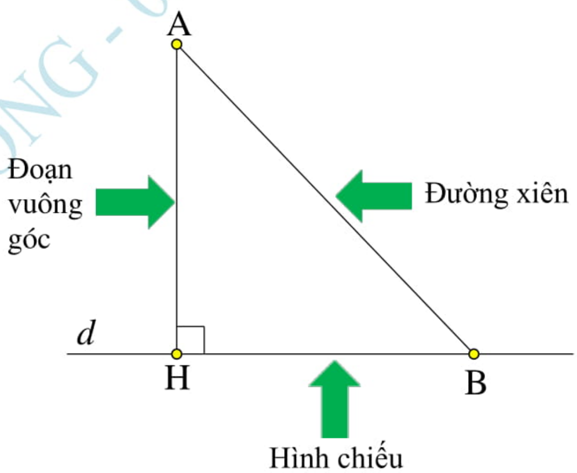


Suy ra $\Delta ADE = \Delta ACE$ (c-g-c) suy ra $\widehat{D_1} = \hat{C}$.

Mà $\widehat{D_1}$ là góc ngoài của ΔDBE nên $\widehat{D_1} > \hat{B}$. suy ra $\hat{C} > \hat{B}$ (Mâu thuẫn giả thiết $\hat{B} > \hat{C}$)

Vậy AC > AB.

2. Quan hệ giữa đường vuông và đường xiên.



+ AH: đường vuông góc

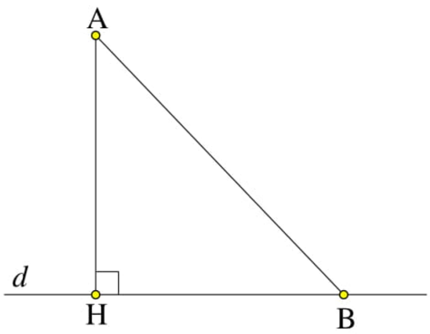
+ AB: đường xiên

+ HB: hình chiếu của AB

+ **Độ dài đoạn thẳng AH được gọi là khoảng cách từ điểm A đến đường thẳng *d*.**

+ **Trong các đường xiên và đường vuông góc kẻ từ một điểm nằm ngoài một đường thẳng đến đường thẳng đó, đường vuông góc là đường ngắn nhất.**

Giả thiết	ΔABC, A $\notin d$ AH: đường vuông góc AB: đường xiên
Kết luận	AH < AB



Chứng minh:

Tam giác ABC vuông tại H có AB là cạnh huyền, do đó AB là cạnh lớn nhất.

Hay AH < AB.

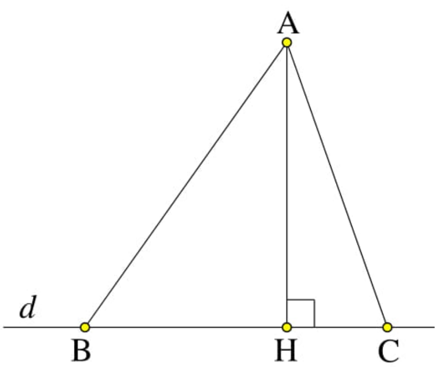
3. Quan hệ giữa các đường xiên và hình chiếu của chúng.

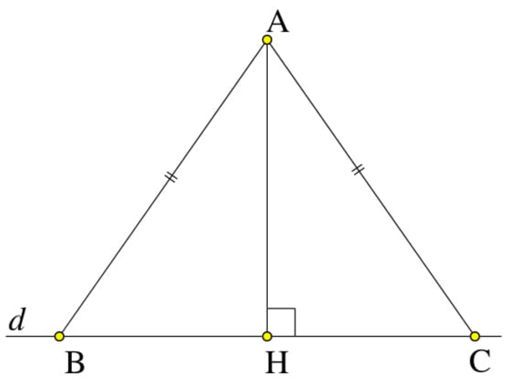
+ **Trong hai đường xiên kẻ từ một điểm nằm ngoài một đường thẳng đến đường thẳng đó:**

    + **Đường xiên nào có hình chiếu lớn hơn thì lớn hơn.**

    + **Đường xiên nào lớn hơn thì có hình chiếu lớn hơn.**

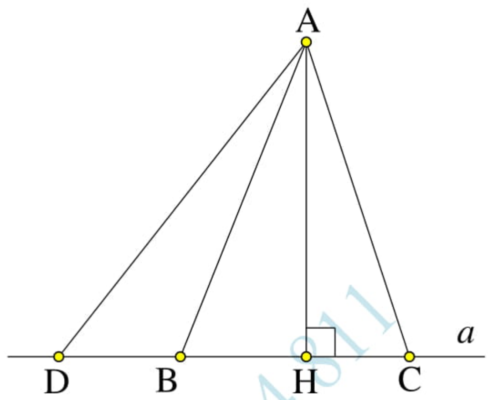
    + **Nếu hai đường xiên bằng nhau thì hai hình chiếu bằng nhau; nếu hai hình chiếu bằng nhau thì hai đường xiên bằng nhau.**





B. CÁC DẠNG BÀI TẬP CƠ BẢN

Câu 1. Cho hình vẽ bên dưới.

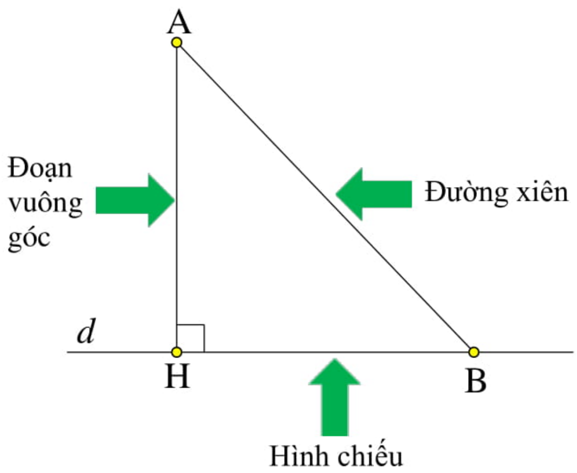


1) Hãy xếp các đoạn thẳng AH, AB, AC, AD, HC, HB, HD vào bảng sau.

Hình chiếu	Đường xiên	Đoạn vuông góc

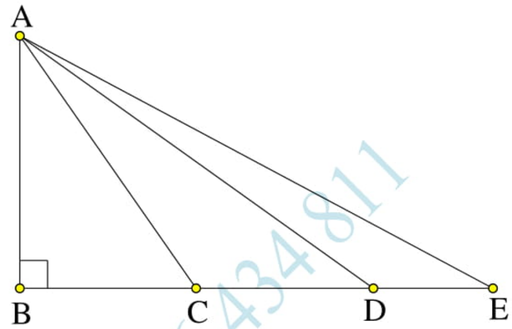
Hướng dẫn giải:

Xem lại khái niệm về hình chiếu, đường xiên, đoạn vuông góc.



Hình chiếu	Đường xiên	Đoạn vuông góc
DH; BH; CH	AD; AB; AC	AH

Câu 2. Cho hình vẽ bên dưới.



Hãy so sánh các độ dài AB, AC, AD, AE.

Hướng dẫn giải:

Ta có AB là đường vuông góc và AC, AD, AE là các đường xiên kẻ từ điểm A đến đường thẳng BE nên AB < AC, AD, AE (1)

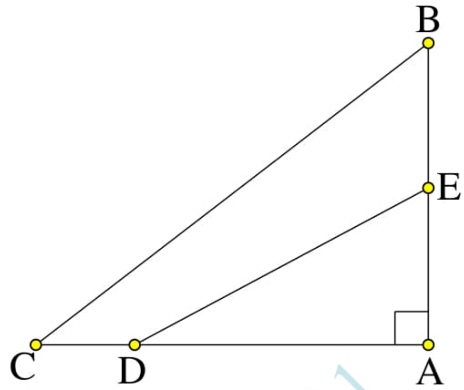
Trên đường thẳng BE ta có các đoạn thẳng BC, BD, BE.

Ta có BC, BD, BE lần lượt là các hình chiếu vuông góc của AC, AD, AE lên đường thẳng BE.

Vì BC < BD < BE nên ta có AC < AD < AE. (2)

Từ (1)(2) suy ra AB < AC < AD < AE.

Câu 3. Cho hình vẽ bên dưới.



Chứng minh rằng DE < BC.

<u>Hướng dẫn giải:</u>

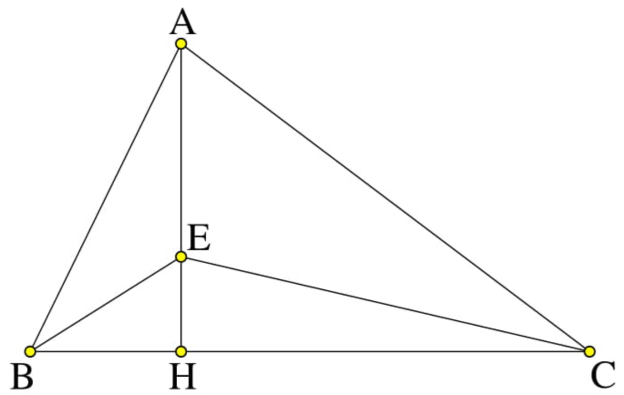
Trên đường thẳng AC ta có các đoạn thẳng AD, AC.

Ta có AD, AC lần lượt là các hình chiếu vuông góc của DE, BC lên đường thẳng AC.

Vì AD < AC nên ta có DE < BC.

Vậy DE < BC.

Câu 4. Cho hình vẽ sau, biết AB < AC.



Chứng minh rằng EB < EC.

Hướng dẫn giải:

Ta có BH, CH lần lượt là các hình chiếu vuông góc của AB, AC lên đường thẳng BC.

Vì AB < AC (giả thiết) nên ta có BH < CH.

Mặt khác ta cũng có BH, CH lần lượt là các hình chiếu vuông góc của BE, CE lên đường thẳng BC.

Vì BH < CH (giả thiết) nên ta có EB < EC.

Câu 5. Cho tam giác ABC cân tại A, kẻ $AH \perp BC$ tại H. Lấy điểm M nằm trên cạnh AH. Chứng minh MB = MC và MC < AC.

Câu 6. Cho tam giác ABC nhọn. Kẻ $BD \perp AC$ tại D và $CE \perp AB$ tại E. Chứng min:

1) AB > BD

2) AC > CE

3) AB + AC > BD + CE

Câu 7. Cho tam giác ABC nhọn. Kẻ $BD \perp AC$ tại D và $CE \perp AB$ tại E. Chứng minh rằng:

1) AB + AC > BD + CE

2) $BC > \dfrac{BD + CE}{2}$

Câu 8. Cho tam giác ABC, điểm D nằm giữa A và C (BD không vuông góc với AC). Gọi E và F là chân các đường vuông góc kẻ từ A và C đến đường thẳng BD. Chứng minh:

1) AE < AD

2) AE + CF < AC

Câu 9. Cho ΔABC vuông ở A có đường phân giác BD. Kẻ $DH \perp BC$ ở H. Chứng minh:

1) $\Delta ABD = \Delta HBD$

2) DA < DC.

Câu 10. Tam giác ABC vuông ở A có phân giác BD. Kẻ DH $\perp$ BC ở H.

1) So sánh DA và DH.

2) Chứng minh DA < DC.

3) Lấy điểm E thuộc tia đối tia AC sao cho AE < AD. So sánh BE và BC.

Câu 11. Tam giác ABC cân ở A có H là trung điểm BC. Lấy D trên đoạn HB và E trên đoạn HC sao cho BD < CE.

1) Chứng minh HD > HE

2) So sánh ADE và AED.

Câu 12. Tam giác ABC vuông ở A. Lấy điểm D bất kì trên đoạn AC và điểm E trên tia đối tia tia AC sao cho AE = AC.

1) So sánh AE và AD

2) So sánh BDE và BED

Câu 13. Cho tam giác ABC vuông tại A, M là trung điểm của AC. Gọi E và F là chân các đường vuông góc kẻ từ A và C đến đường thẳng BM. Chứng minh:

1) ME = MF

2) BE + BF = 2MB

3) AB < BM

4) $AB < \dfrac{BE + BF}{2}$

Câu 14. Cho tam giác DEF, I là trung điểm của EF. Gọi H và K là chân các đường vuông góc kẻ từ E và F đến đường thẳng DI. Chứng minh:

1) DE + DF > DH + DK   2) DE + DF > 2DI

Câu 15. Cho tam giác ABC cân ở A. Lấy D $\in$ AB và E thuộc tia đối tia CA sao cho CE = BD. Kẻ DH và EK cùng vuông góc đường thẳng BC ở H và K. Chứng minh:

1) DH = EK   2) BC = HK   3) BC < DE

Câu 16. Cho tam giác ABC có AB < AC và đường cao AH. Tia phân giác góc B cắt AH ở D. Kẻ DE $\perp$ AB tại E. Chứng minh:

1) DE = DH   2) DC > DE

Câu 17. Cho ΔABC có AB > AC. Kẻ đường cao BD và CE. Lấy F thuộc AB với AF = AC. Kẻ FI $\perp$ AC ở I.

1) Chứng minh FI = CE

2) Kẻ FH $\perp$ BD ở H. Chứng minh FI = HD

3) Chứng minh AB – AC > BD – CE.

Câu 18. Cho ΔABC vuông tại A. Vẽ AH $\perp$ BC tại H. Trên BC lấy K sao cho BK = BA, trên AC lấy I sao cho AH = AI. Chứng minh:

1) ΔABK cân   2) $BAH = ACB$ và $HAK = KAI$

3) AC $\perp$ IK   4) BC – AB > AC – AH

5) AH + BC > AB + AC

Câu 19. Cho tam giác ABC vuông tại A, M là trung điểm của BA. Vẽ $AI \perp MC$ tại I, $BK \perp MC$ tại K. Chứng minh:

1) AB + AC > 3BK

2) $AC < \dfrac{CI + CK}{2} < BC$

CHƯƠNG III - QUAN HỆ GIỮA CÁC YẾU TỐ TRONG TAM GIÁC. CÁC ĐƯỜNG ĐỒNG QUY CỦA TAM GIÁC

CHỦ ĐỀ 2

QUAN HỆ GIỮA BA CẠNH CỦA MỘT TAM GIÁC.

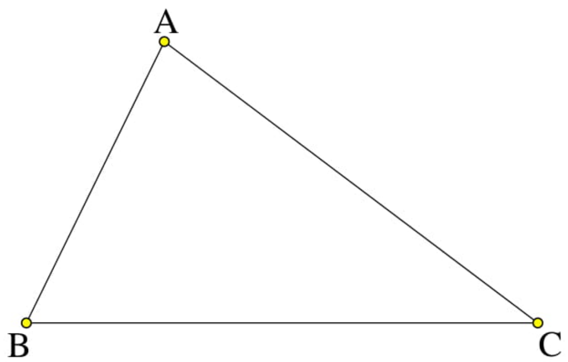
BẤT ĐẲNG THỨC TAM GIÁC.

A. NỘI DUNG KIẾN THỨC

1. Bất đẳng thức tam giác

+ ***Trong một tam giác, tổng độ dài hai cạnh bất kì bao giờ cũng lớn hơn độ dài cạnh còn lại.***

Giả thiết	ΔABC
Kết luận	$AB + AC > BC$ $AB + BC > AC$ $AC + BC > AB$

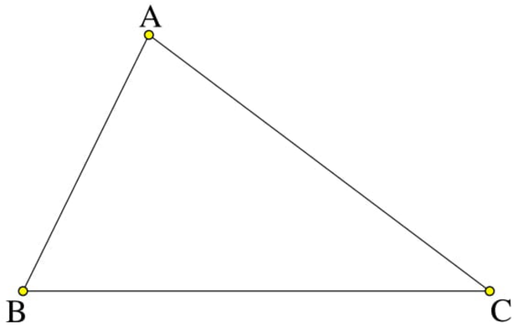


+ Để kiểm tra 3 cạnh có tạo thành tam giác hay không, ta so sánh cạnh dài nhất với tổng của 2 cạnh còn lại.

2. Hệ quả của bất đẳng thức tam giác.

+ ***Trong một tam giác, hiệu độ dài hai cạnh bất kì luôn cũng nhỏ độ dài cạnh còn lại.***

Giả thiết	ΔABC
Kết luận	$AB - AC < BC$; $AC - AB < BC$ $AB - BC < AC$; $BC - AB < AC$ $AC - BC < AB$; $BC - AC < AB$



3. Tổng quát

+ Trong một tam giác, độ dài của một cạnh bao giờ cũng lớn hơn hiệu và nhỏ hơn tổng các độ dài của hai cạnh kia.

B. CÁC DẠNG BÀI TẬP CƠ BẢN

Câu 1. Cho tam giác ABC có AB = 4cm, AC = 1cm. Hãy tìm độ dài cạnh BC biết rằng độ dài này là một số nguyên (cm).

Hướng dẫn giải:

Áp dụng bất đẳng thức trong tam giác ABC ta có:

$BC < AB + AC$ hay $BC < 4 + 1 = 5$ cm.

$BC > AB - AC$ hay $BC > 4 - 1 = 3$ cm.

Vì $BC < 5$ cm; $BC > 3$ cm và độ dài cạnh BC là một số nguyên (cm).

Nên $BC = 4$ cm.

Vậy $BC = 4$ cm.

Câu 2. Cho tam giác ABC có BC = 1cm, AC = 7cm.

1) Hãy tìm độ dài cạnh AB biết rằng độ dài này là một số nguyên

2) Tam giác ABC là tam giác gì ?

Hướng dẫn giải:

1) Hãy tìm độ dài cạnh AB biết rằng độ dài này là một số nguyên

Áp dụng bất đẳng thức trong tam giác ABC ta có:

$AB < BC + AC$ hay $AB < 1 + 7 = 8$ cm.

$AB > AC - BC$ hay $AB > 7 - 1 = 6$ cm.

Vì AB < 8 cm; AB > 6 cm và độ dài cạnh AB là một số nguyên (cm).

Nên AB = 7 cm.

Vậy AB = 7 cm.

2) Tam giác ABC là tam giác gì ?

Tam giác ABC có AB = AC = 7cm nên tam giác ABC cân tại A.

Câu 3. Cho ΔABC cân. Tính chu vi ΔABC trong các câu sau:

1) AB = 5cm, AC = 12cm.
2) AB = 7cm, AC = 13cm.
3) AB = 3,9cm, BC = 7,9cm.

Câu 4. Cho ΔABC. Gọi M là trung điểm của BC. Lấy điểm D thuộc tia Am sao cho AM = MD. Chứng minh rằng:

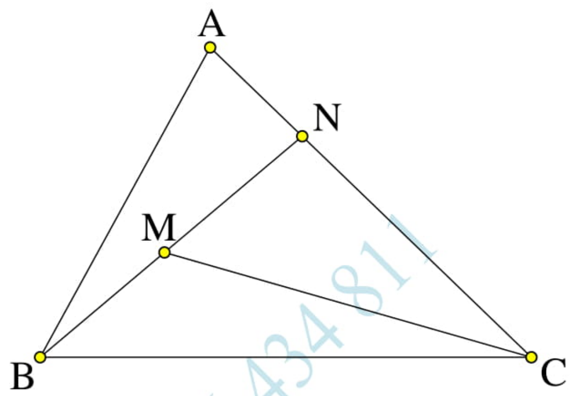
1) $\Delta AMB = \Delta DMC$ 2) $AM < \dfrac{AB + AC}{2}$

Câu 5. Cho tam giác ABC có Cx là tia đối tia CB. Gọi Cy là phân giác $\widehat{ACx}$. Lấy M thuộc tia Cy, trên tia Cx lấy N sao cho CN = CA. Chứng minh :

1) $\Delta ACM = \Delta NCM$ 2) $AC + BC < MA + MB$

Câu 6. Cho tam giác ABC, điểm D nằm giữa B và C. Chứng minh rằng AD nhỏ hơn nửa chu vi tam giác ABC.

Câu 7. Với hình bên dưới.



Chứng minh: 1) $MB + MC < BN + NC < AB + AC$

2) $\frac{1}{2}(AB + BC + CA) < MA + MB + MC$

Câu 8. Cho ΔABC vuông tại A. Cho AB = 6cm, BC = 10cm.

1) Tính AC.
2) Vẽ tia phân giác của góc B cắt AC tại M. Kẻ $MD \perp BC$. Chứng minh $\Delta ABM = \Delta DBM$.
3) Tia DM cắt AB tại E. Chứng minh ΔMEC cân.
4) So sánh MA + ME và AE. Chứng minh ED > AE và AC > DC.
5) So sánh AC và BC. Chứng minh AC < BE.

Câu 9. Cho tam giác ABC có BC là cạnh lớn nhất. Vẽ đường cao AH với H là chân đường vuông góc. Chứng minh BC > AB + AC > 2AH.

Câu 10. Cho ΔABC có AB < AC và AD là phân giác góc A (D thuộc BC). Gọi E là một điểm bất kì thuộc cạnh AD (E khác A). Chứng minh $AC - AB > EC - EB$.

CHƯƠNG III - QUAN HỆ GIỮA CÁC YẾU TỐ TRONG TAM GIÁC. CÁC ĐƯỜNG ĐỒNG QUY CỦA TAM GIÁC

CHỦ ĐỀ 3

TÍNH CHẤT ĐƯỜNG PHÂN GIÁC CỦA MỘT GÓC.

TÍNH CHẤT ĐƯỜNG TRUNG TRỰC CỦA MỘT ĐOẠN THẲNG.

A. NỘI DUNG KIẾN THỨC

1. Tính chất đường phân giác của một góc.

+ Điểm nằm trên tia phân giác của một góc thì cách đều hai cạnh của góc đó.
+ Nếu điểm M nằm bên trong một góc và cách đều hai cạnh của góc thì điểm M nằm trên tia phân giác của góc đó.

2. Tính chất đường trung trực của một đoạn thẳng.

+ Điểm nằm trên đường trung trực của một đoạn thẳng thì cách đều hai đầu mút của đoạn thẳng đó.
+ Nếu điểm M cách đều hai đầu mút của một đoạn thẳng thì điểm M nằm trên đường trung trực của đoạn thẳng đó.

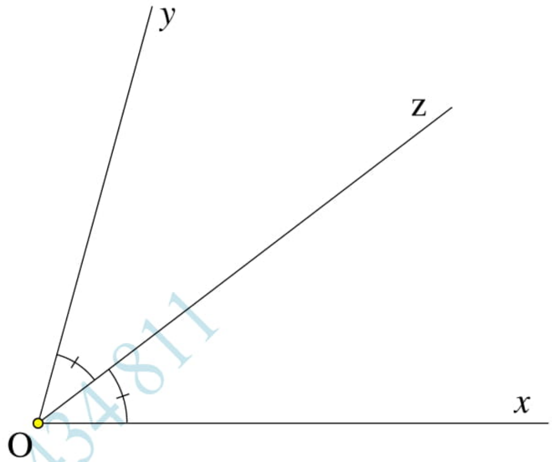
3. Áp dụng vào bài toán quỹ tích.

+ Tập hợp các điểm bên trong một góc và cách đều hai cạnh của góc là tia phân giác của góc đó.
+ Tập hợp các điểm cách đều hai đầu mút của một đoạn thẳng là đường trung trực của đoạn thẳng đó.

4. Chứng minh một đường thẳng là tia phân giác của một góc.

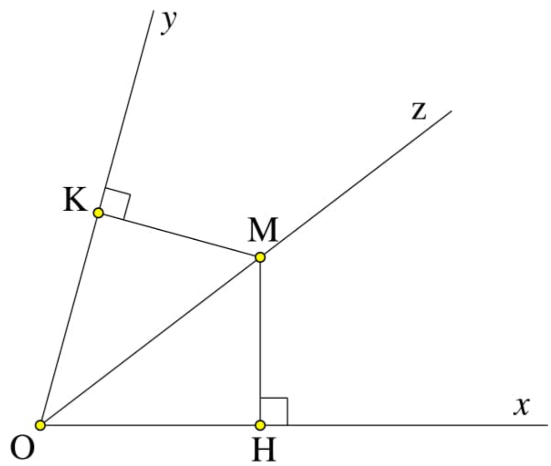
Cách 1: Theo định nghĩa: Chứng minh đường thẳng đó đi qua đỉnh và chia góc thành hai góc bằng nhau.

Giả thiết	Góc xOy; Tia Oz $\widehat{xOz} = \widehat{yOz}$
Kết luận	Oz là tia phân giác của góc xOy.



Cách 2: Theo tính chất: Chứng minh đường thẳng đó đi qua đỉnh của góc và có một điểm nằm trong góc đó cách đều hai cạnh của góc.

Giả thiết	Góc xOy; Tia Oz; M ∈ Oz MH ⊥ Ox (H ∈ Ox) MK ⊥ Oy (K ∈ Oy)
Kết luận	$\widehat{xOz} = \widehat{yOz}$



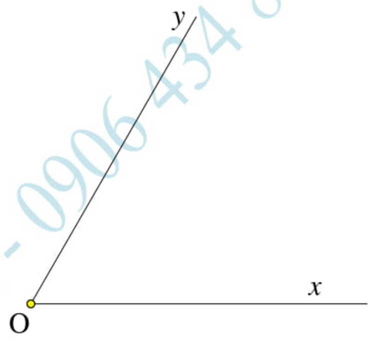
5. Cách vẽ đường phân giác của một góc.

Cách 1: Dùng thước đo góc

+ **Bước 1:** Đo để biết số đo của góc đã cho.

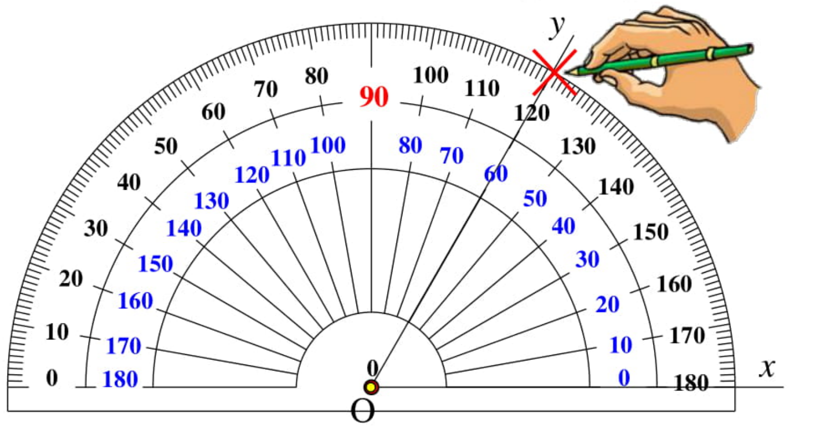
+ **Bước 2:** Từ đỉnh kẻ 1 tia hợp với cạnh của góc đó một góc có số đo bằng $\frac{1}{2}$ số đo góc đã cho.

<u>Ví dụ:</u> Dùng thước đo góc để vẽ tia phân giác Oz của góc xOy như hình vẽ.



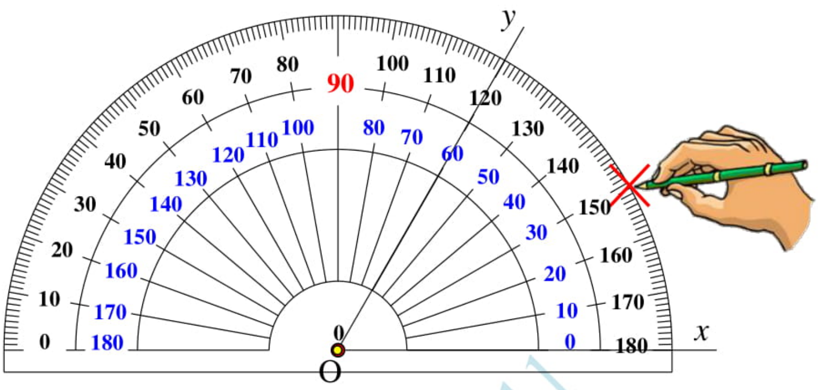
Cho góc xOy

Đo được góc xOy có số đo 60°

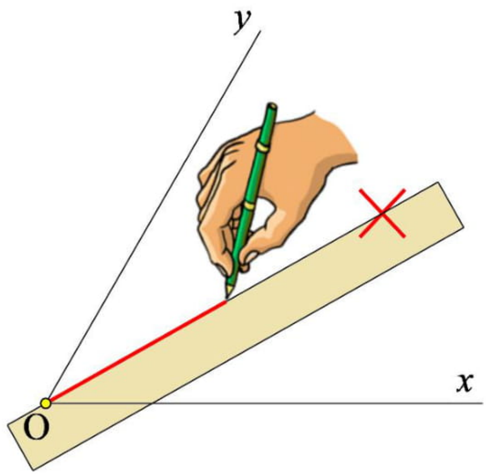


Đặt thước đo độ đúng cách và quan sát.

Đánh dấu góc có số đo $\frac{1}{2}$ góc xOy hay $\frac{1}{2}.60° = 30°$



Đánh dấu góc có số đo bằng $\frac{1}{2}$ số đo của góc đã cho

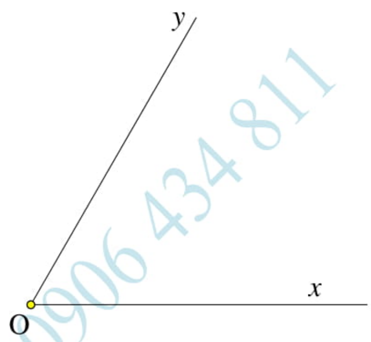


Đặt thước và kẻ tia phân giác

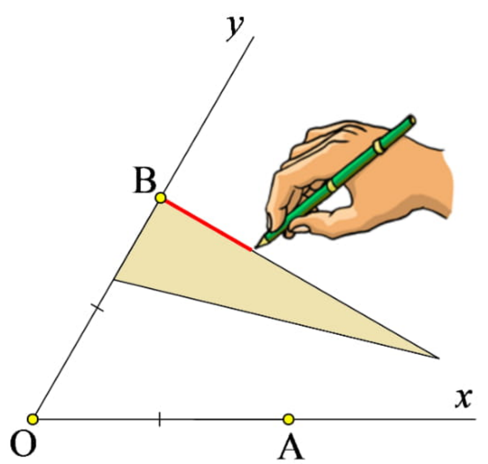
Cách 2: Dùng êke

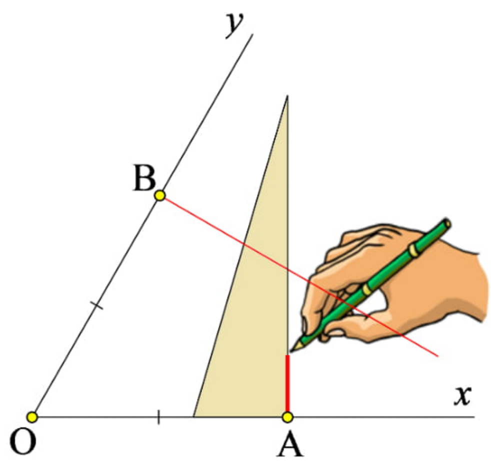
+ **Bước 1:** Trên hai cạnh của góc xOy lấy hai điểm A và B tùy ý sao cho $OA = OB$.

+ **Bước 2:** Dùng êke kẻ đường vuông góc với cạnh O*x* của góc tại A. Dùng êke kẻ đường vuông góc với cạnh Oy của góc tại B. Hai đường vuông góc này cắt nhau tại một điểm. Đặt thước và kẻ tia phân giác.



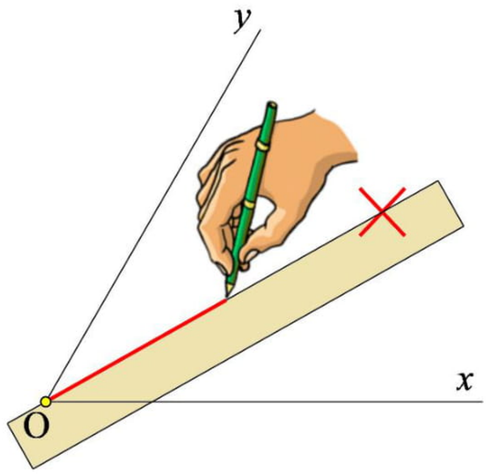
Cho góc xOy





Dùng êke kẻ đường vuông góc với cạnh O*x* của góc tại A.

Dùng êke kẻ đường vuông góc với cạnh Oy của góc tại B.

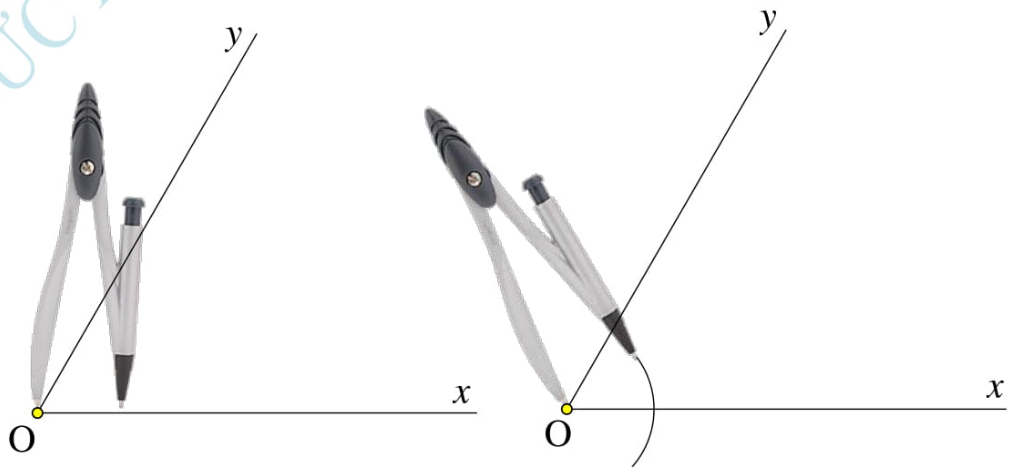


Đặt thước và kẻ tia phân giác

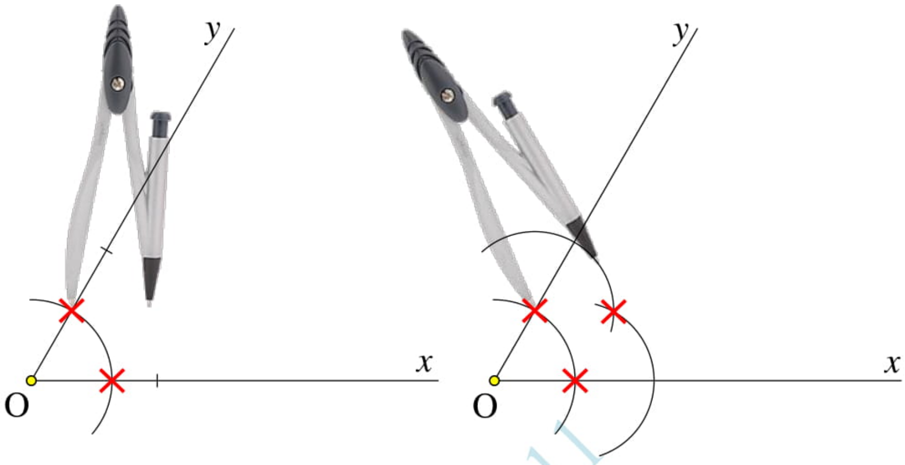
Cách 3: Dùng compa.

+ **Bước 1:** Lấy O làm tâm vẽ đường tròn (O; R) cắt Ox tại A và Oy tại B.

+ **Bước 2:** Vẽ đường tròn (A; R’), (B; R’) cắt nhau tại C. Ta có OC là tia phân giác của góc xOy.

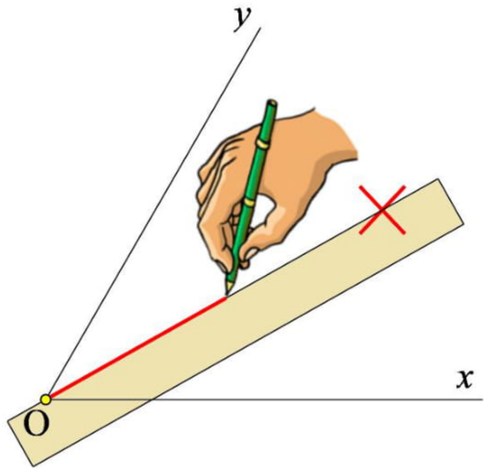


Đặt tâm compa tại điểm O và vẽ đường tròn (O; R). Đường tròn này cắt Ox, Oy tại hai điểm.



Tại hai giao điểm vừa có được, vẽ đường tròn (A; R’), đường tròn (B; R’).

Hai đường tròn (A; R’), đường tròn (B; R’) cắt nhau tại một điểm, đánh dấu điểm này.

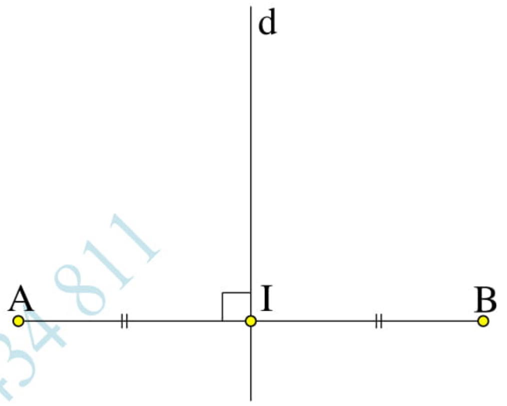


Đặt thước và kẻ tia phân giác

6. Chứng minh một đường thẳng là đường trung trực của một đoạn thẳng.

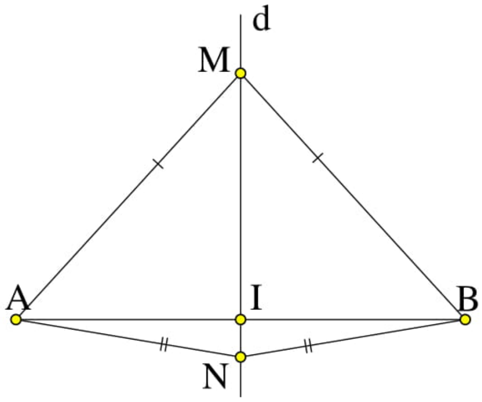
+ **Cách 1: (Theo định nghĩa) Chứng minh đường thẳng đó đi qua trung điểm của đoạn thẳng và vuông góc với đoạn thẳng đó.**

Giả thiết	$I \in AB$; $IA = IB$; $d \perp AB$
Kết luận	d là đường trung trực của đoạn thẳng AB.



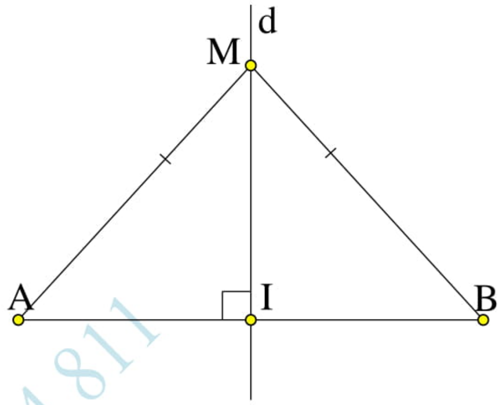
+ **Cách 2: Trên đường thẳng chỉ ra có hai điểm cách đều hai đầu mút của đoạn thẳng đó (có thể là hai điểm bất kì hoặc một điểm là bất kì còn một điểm là trung điểm của đoạn thẳng đó).**

Giả thiết	$M \in d$; $N \in d$ $MA = MB$; $NA = NB$.
Kết luận	d là đường trung trực của đoạn thẳng AB.



+ **Cách 3: Đường thẳng đó có một điểm cách đều hai đầu mút của đoạn thẳng và vuông góc với đoạn thẳng đó.**

Giả thiết	MA = MB; d ⊥ AB
Kết luận	d là đường trung trực của đoạn thẳng AB.

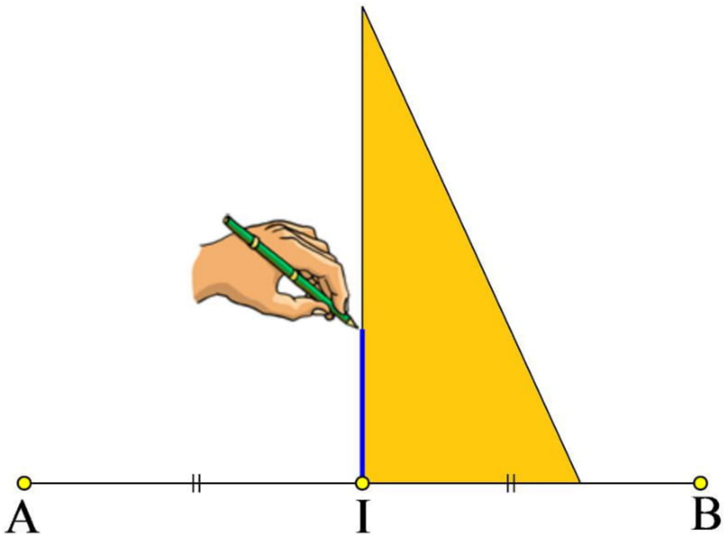


7. Cách vẽ đường trung trực của một đoạn thẳng cho trước.

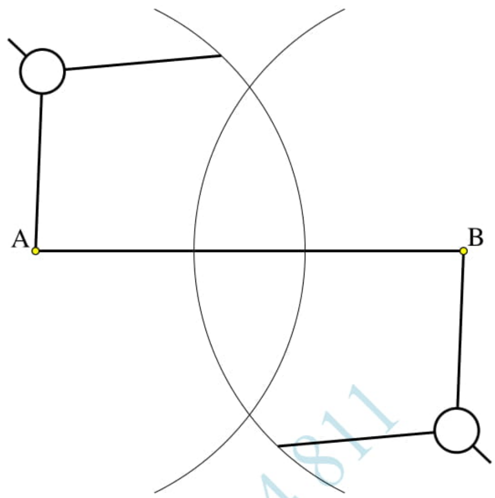
Cách 1: Dùng êke.

+ **Bước 1:** Tìm điểm M là trung điểm của đoạn thẳng.

+ **Bước 2:** Dùng êke từ B kẻ đường thẳng d vuông góc với đoạn thẳng đó. Đường thẳng d chính đường trung trực của đoạn thẳng (theo định nghĩa).



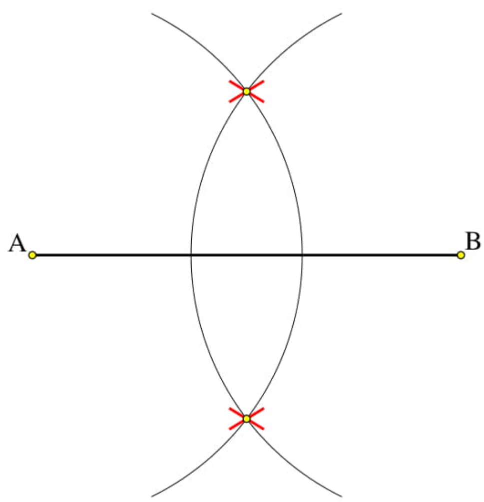
Cách 2: Dùng compa.



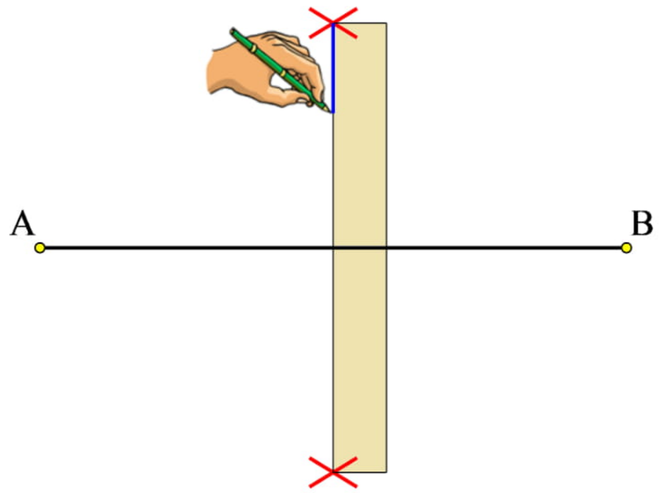
Tại A vẽ đường tròn (A; r) và tại B vẽ đường tròn (B; r)

(hai đường tròn có bán kính $r > \frac{AB}{2}$: điều này để đảm

bảo hai đường tròn (A; r) và (B; r) luôn cắt nhau).



Xác định giao điểm của 2 đường tròn vừa vẽ.



Đường thẳng đi qua hai giao điểm là đường trung trực
của đoạn thẳng AB

B. CÁC DẠNG BÀI TẬP CƠ BẢN

DẠNG 1. TÍNH CHẤT ĐƯỜNG PHÂN GIÁC CỦA MỘT GÓC.

PHƯƠNG PHÁP GIẢI

Lưu ý:

+ Điểm nằm trên tia phân giác của một góc thì cách đều hai cạnh của góc đó.
+ Nếu điểm M nằm bên trong một góc và cách đều hai cạnh của góc thì điểm M nằm trên tia phân giác của góc đó.
+ Tập hợp các điểm bên trong một góc và cách đều hai cạnh của góc là

Câu 1. Cho ΔMNP vuông tại P, kẻ tia phân giác MI của góc $\widehat{PMN}$ $(I \in PN)$. Từ I kẻ $IK \perp PN$ $(K \in MN)$, KH // MI $(H \in PN)$. Chứng minh rằng KH là tia phân giác của $\widehat{IKN}$.

Câu 2. Cho góc nhọn $\widehat{xOy}$, lấy $M \in Ox$, $N \in Oy$ sao cho OM = ON, từ M kẻ đường thẳng vuông góc với Ox và cắt Oy tại Q. Tại Q kẻ $Qn \perp Oy$. Từ N kẻ đường vuông góc với Oy và cắt

Ox tại P. Từ P kẻ $Pm \perp Ox$. Qn và Pm cắt nhau tại F; NP và MQ cắt nhau tại E. Chứng minh rằng ba điểm O, E, F thẳng hàng.

Câu 3. Cho xOy là góc tù. Từ O kẻ $Ox' \perp Ox$ sao cho tia Ox’ và tia Oy thuộc hai nửa mặt phẳng đối nhau bờ là tia Ox. Kẻ $Oy' \perp Oy$ sao cho tia Oy’ và tia Ox thuộc hai nửa mặt phẳng đối nhau bờ là tia Oy. Kẻ Oz là tia phân giác của xOy. Oz’ là tia đối của tia Oz. Chứng minh rằng Oz’ là tia phân giác của $x'Oy'$.

Câu 4. Cho ΔABC, tia phân giác của B và tia phân giác của C cắt nhau tại O.

1) Chứng minh OA là tia phân góc của A.

2) Tính góc BOC biết $A = 70^\circ$.

Câu 5. Cho hai đường thẳng AB và CD cắt nhau tại O. Tìm tập hợp các điểm cách đều hai đường thẳng AB và CD.

Câu 6. Cho ΔABC, trên tia đối của tia BC lấy điểm E sao cho $EB = BA$. Trên tia đối của tia CB lấy điểm F sao cho $FC = CA$. Qua E kẻ đường thẳng song song với AB. Qua F kẻ đường thẳng song song với AC, hai đường thẳng này cắt nhau tại P.

1) Chứng minh: EA là tia phân giác của góc PEB; FA là phân giác của PFC.

2) Chứng minh: PA là phân giác của góc EPF.

3) PA kéo dài cắt BC tại Q. Chứng minh AQ là tia phân giác của góc BAC.

Câu 7. Cho góc $xOy = 90^\circ$. Lấy điểm M trên Ox và điểm N trên Oy. Vẽ ΔMPN vuông cân tại P (sao cho đỉnh P của ΔMPN thuộc miền trong xOy).

1) Chứng minh rằng: OP là tia phân giác của xOy.

2) Khi M di động trên Ox, N di động trên đường thẳng cố định nào ?

DẠNG 2. TINH CHẤT DƯỜNG TRUNG TRỰC CỦA MỘT DOẠN THẲNG

PHƯƠNG PHÁP GIẢI

Lưu ý:

+ Điểm nằm trên đường trung trực của một đoạn thẳng thì cách đều hai đầu mút của đoạn thẳng đó.
+ Nếu điểm M cách đều hai đầu mút của một đoạn thẳng thì điểm M nằm trên đường trung trực của đoạn thẳng đó.
+ Tập hợp các điểm cách đều hai đầu mút của một đoạn thẳng là đường trung trực của đoạn thẳng đó.

Câu 8. Cho góc xOy nhọn, trên Ox lấy điểm A và trên Oy lấy điểm B sao cho $OA = OB$. Đường trung trực của OA và đường trung trực của OB cắt nhau tại I. Chứng minh:

1) OI là tia phân giác của góc xOy.

2) OI là đường trung trực của đoạn AB.

Hướng dẫn giải:

1) OI là tia phân giác của góc xOy.

Xét ΔAOI và ΔOIB, có:

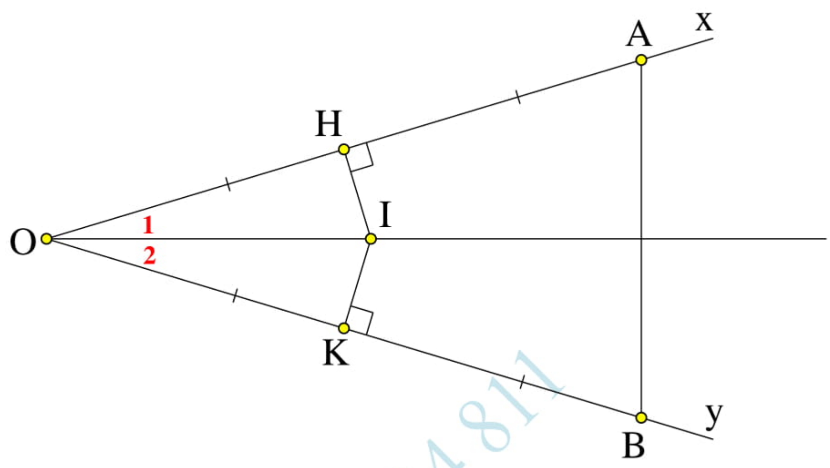
HI là trung trực của OA (theo giả thiết), nên $OI = IA$ (tính chất).

HI là trung trực của OB (theo giả thiết), nên $OI = IB$ (tính chất).

Do đó: $OI = IA = IB$. (1)

Vì $OA = OB$ (giả thiết), suy ra: $\Delta OIA = \Delta OIB$ (c.c.c), hay $O_1 = O_2$ (góc tương ứng).

Do đó, OI là tia phân giác của góc xOy.



2) OI là đường trung trực của đoạn AB.

Theo giả thiết: $OA = OB$ theo (1), ta có: $IA = IB$.

Vậy O và I là hai điểm cách đều hai đầu mút của đoạn thẳng AB. Suy ra OI là đường trung trực của đoạn thẳng AB.

Câu 9. Cho hai đoạn thẳng $AB \perp BC$ tại B gọi d_1 là đường trung trực của đoạn thẳng AB và d_2 là đường trung trực của đoạn thẳng BC. Hai đường thẳng d_1 và d_2 cắt nhau tại C. Chứng minh ba điểm A, O, C thẳng hàng.

<u>Hướng dẫn giải:</u>

Do $AB \perp BC$ tại B nên $B_1 + B_2 = 90^\circ$. (*)

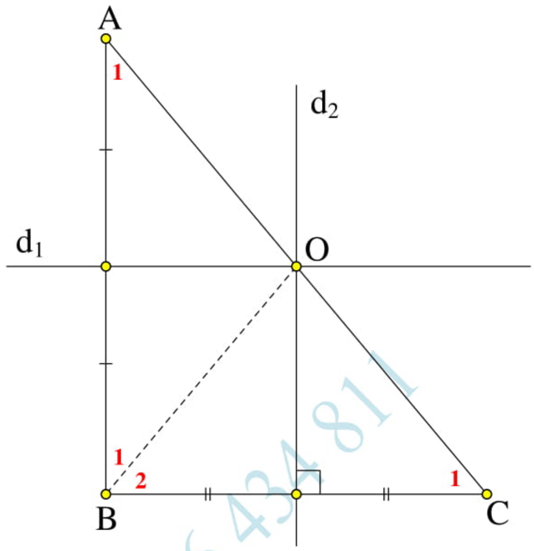
Xét ΔAOB, ta có:

$OA = OB$ (d_1 là đường trung trực của AB), suy ra:

ΔAOB cân tại O $\Rightarrow A_1 = B_1$. (1)

Xét ΔBOC, ta có: $OB = OC$ (d_2 là đường trung trực của BC) $\Rightarrow \Delta BOC$ cân tại O

$\Rightarrow C_1 = B_2$. (2)



Mà ta có tổng các góc trong hai tam giác ΔAOB và ΔBOC là 360°, tức là:

$$AOB + A_1 + B_1 + BOC + B_2 + C_1 = 360^\circ$$

$$\Leftrightarrow \left(AOB + BOC\right) + \left(A_1 + C_1\right) + \left(B_1 + B_2\right) = 360^\circ \qquad (3)$$

Từ (1) và (2), ta có: $A_1 + C_1 = B_1 + B_2 = 90^\circ$ (theo(*)). (4)

Thay (4) vào (3), ta có: $\left(AOB + BOC\right) + 90^\circ + 90^\circ = 360^\circ$.

Suy ra $AOB + BOC = 180^\circ$.

Vậy AOB và BOC là hai góc kề bù nhau nên OA và OC nằm trên một đường thẳng.

Vậy A, O, C thẳng hàng.

Câu 10. Cho điểm M nằm trong góc xOy. Từ M hạ $MH \perp Ox; MK \perp Oy$. Lấy I là trung điểm của đoạn thẳng OM. Vậy I nằm trên đường trung trực của những đoạn thẳng nào ? Chứng minh.

Câu 11. Cho đoạn thẳng AB và đường trung trực d của AB, d cắt AB tại H. Trên d lấy điểm M và N tùy ý. Chứng minh rằng:

1) $\Delta MNA = \Delta MNB$

2) NH là tia phân giác của ANB.

Câu 12. Đường thẳng a là trung trực của đoạn thẳng AB. Trên đường thẳng a lấy điểm M bất kì. Trên nữa mặt phẳng chứa điểm A bờ là đường thẳng a lấy điểm C bất kì $\left(C \notin A\right)$.

1) Hãy so sánh độ dài của $MA + MC$ với độ dài của đoạn CB.

2) Tìm vị trí của M trên đường thẳng a để $MA + MB$ là nhỏ nhất.

Câu 13. Cho ΔABC vuông tại A. Qua A kẻ đường thẳng *xy* sao cho *xy* hợp với AB một góc $BAx = 45^\circ$ (góc BAx nằm ngoài ΔABC) từ B và C hạ $BK \perp xy$ và $CI \perp xy$. M là trung điểm của cạnh huyền BC.

1) Chứng minh: MI và MK lần lượt là đường trung trực của đoạn thẳng AC và AB.

2) Góc $IMK = 90^\circ$.

Câu 14. Cho ΔABC có góc A tù, tia phân giác của góc B và C cắt nhau tại O. Lấy điểm E là điểm trên cạnh AB. Từ E hạ $EP \perp BO$ (P thuộc BC) từ P hạ $PF \perp OC$ (F thuộc AC). Chuwnsgh minh rằng:

1) OB và OC là đường trung trực của các đoạn thẳng EP và PF.

2) $BE + CF = BC$.

3) Khi E di chuyển trên cạnh AB thì đường trung trực của EF luôn luôn đi qua một điểm cố định.

CHƯƠNG III - QUAN HỆ GIỮA CÁC YẾU TỐ TRONG TAM GIÁC. CÁC ĐƯỜNG ĐỒNG QUY CỦA TAM GIÁC

CHỦ ĐỀ 4

CÁC ĐƯỜNG ĐỒNG QUY CỦA TAM GIÁC

A. NỘI DUNG KIẾN THỨC

1. Tính chất ba đường trung tuyến của tam giác.

+ Trong một tam giác có hai đường trung tuyến cắt nhau tại G thì đường thẳng thứ ba đi qua đỉnh thứ ba và qua G cũng là đường trung tuyến thuộc cạnh thứ ba của tam giác đó.
+ Từ tính chất đó áp dụng chứng minh hay dựng hình hai đoạn thẳng bằng nhau hoặc đoạn này gấp đôi, gấp ba đoạn thẳng kia.

2. Cách chứng minh một điểm là trọng tâm của một tam giác.

+ Cách 1: Chứng minh điểm đó là giao điểm của hai đường trung tuyến của một tam giác.
+ Cách 2: Điểm đó nằm trên một đường trung tuyến của tam giác và cách đỉnh một khoảng bằng $\frac{2}{3}$ độ dài của đường trung tuyến (hoặc cách trung điểm cạnh đối một khoảng bằng $\frac{1}{3}$ độ dài đường trung tuyến).
+ **Lưu ý:** Để tìm trọng tâm của một tam giác cho trước ta cũng sử dụng hai cách trên.

3. Tính chất ba đường phân giác của tam giác.

+ Muốn chứng minh một đường thẳng là tia phân giác của một góc có ba cách chứng minh (Xem chủ đề 2).
+ Muốn chứng minh một điểm là giao điểm của ba đường phân giác trong tam giác:

  + Cách 1: Chứng minh điểm đó cách đều ba cạnh.

+ Cách 2: Chứng minh điểm đó là giao điểm của hai đường phân giác của tam giác.

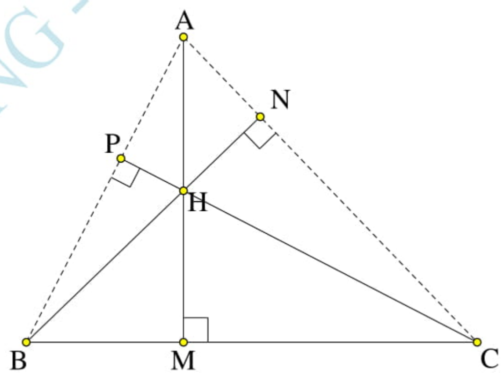
4. Tính chất ba đường trung trực của tam giác.

+ Giao điểm ba đường trung trực cách đều ba đỉnh. Vì vậy nếu O là giao điểm ba đường trung trực của ΔABC thì đường tròn (O; OA) sẽ đi qua B và C. Điểm O được gọi là tâm đường tròn ngoại tiếp ΔABC.

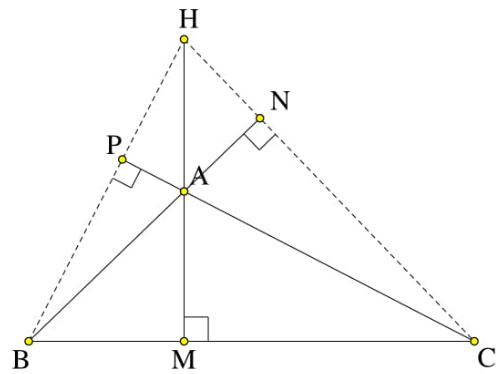
+ Trong tam giác cân thì đường phân giác của góc ở đỉnh vừa là trung tuyến, vừa là đường trung trực của cạnh đáy.

+ Cách tìm giao điểm ba đường trung trực của một tam giác: vẽ hai đường trung trực của hai cạnh (theo cách vẽ chủ đề 2).

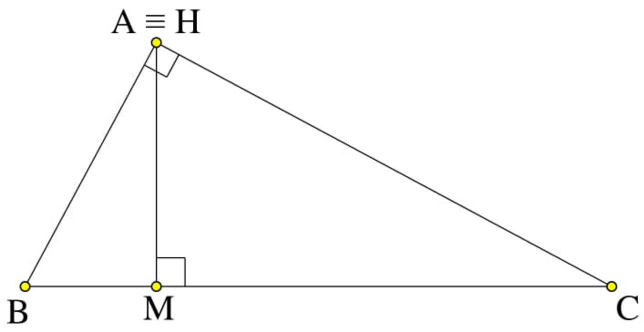
5. Vị trí của trực tâm trong tam giác.



+ Nếu ba góc đều nhọn thì trực tâm nằm trong tam giác.



+ Nếu góc ở đỉnh bằng 90° thì trực tâm nằm tại đỉnh góc 90°



+ Nếu góc ở đỉnh là góc tù thì trực tâm nằm ngoài tam giác.

6. Ứng dụng trực tâm của tam giác

+ Để chứng minh hai đường thẳng vuông góc.

+ Muốn tìm trực tâm của tam giác chỉ cần vẽ chính xác hai đường cao.

+ Muốn chứng minh một tam giác là tam giác cân ta chứng minh có một đường thẳng qua một đỉnh và hoặc là trung tuyến, phân giác, trung trực, đường cao.

+ Trong tam giác đều đường trung tuyến, đường cao, đường trung trực, đường phân giác xuất phát từ cùng một thì đỉnh trùng nhau.

B. CÁC DẠNG BÀI TẬP CƠ BẢN.

DẠNG 1 – TÍNH CHẤT BA ĐƯỜNG TRUNG TUYẾN TRONG TAM GIÁC.

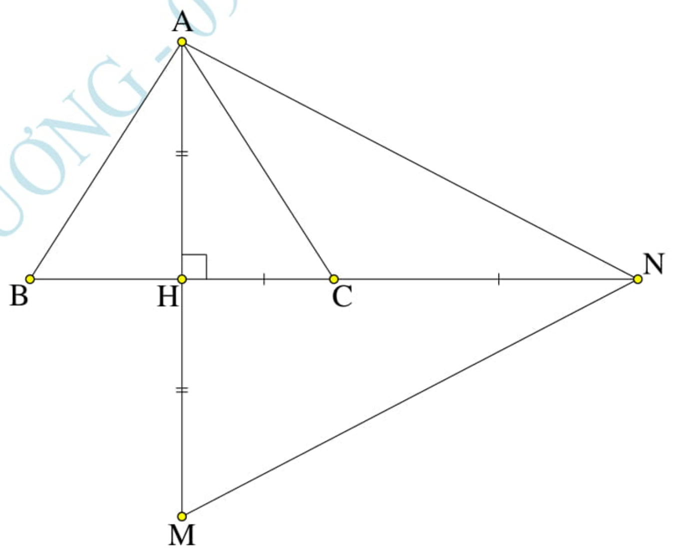
Câu 1. Cho tam giác ABC cân tại A. Từ đỉnh A vẽ $AH \perp BC$ với H là chân đường vuông góc. Trên tia đối của tia HA lấy điểm M sao cho $HM = HA$. Trên tia đối của tia CB lấy điểm N sao cho $CN = BC$.

1) Chứng minh C là trọng tâm của tam giác ΔAMN.

2) AC cắt MN tại I chứng minh $HI // AN$.

Hướng dẫn giải:

1) Chứng minh C là trọng tâm của tam giác ΔAMN.



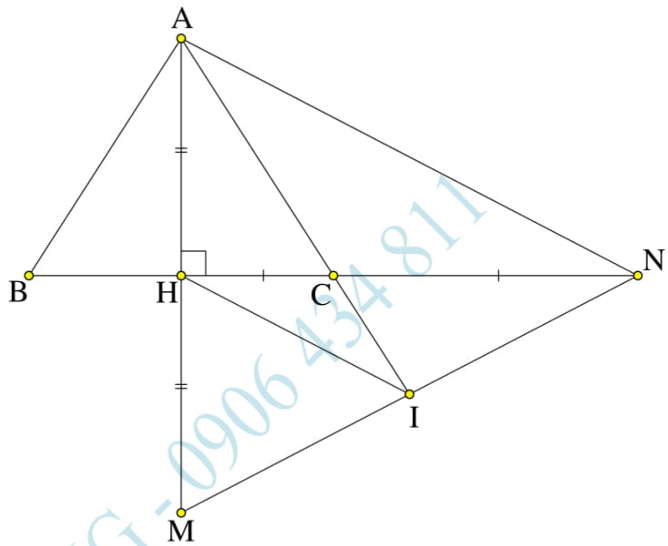
Tam giác ABC cân tại có $AH \perp BC$ với H là chân đường vuông góc nên AH cũng là đường trung tuyến.

Suy ra BH = HC.

Mà $CN = BC$ nên ta có $CH = \frac{2}{3}HN$.

Tam giác AMN có trung tuyến HN và $CH = \frac{2}{3}HN$ nên C là trọng tâm của tam giác ΔAMN.

2) AC cắt MN tại I chứng minh $HI // AN$.



Vì C là trọng tâm của tam giác ΔAMN nên AC cắt MN tại I thì I là trung điểm của MN.

Ta có I là trung điểm của MN, H là trung điểm của AM nên HI là đường trung bình của tam giác AMN.

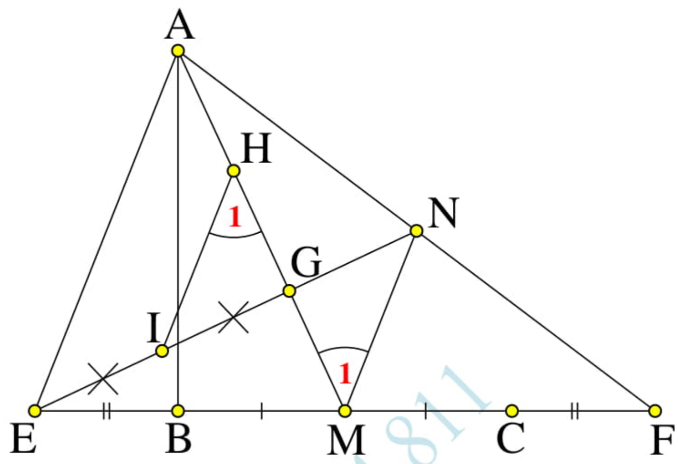
Khi đó $HI // AN$.

Câu 2. Cho ΔABC, trên tia đối của tia BC lấy điểm E và trên tia đối của tia CB lấy điểm F sao cho $BE = CF$.

1) Chứng minh ΔABC và ΔAEF có cùng trọng tâm G.

2) Nối AG cắt BC tại M. Lấy H là trung điểm của đoạn AG. Nối EG cắt AF tại N và lấy I là trung điểm của đoạn EG. Chứng minh $IH // MN$ và $IH = MN$.

Hướng dẫn giải:



1) Chứng minh ΔABC và ΔAEF có cùng trọng tâm G.

Kẻ trung tuyến AM và tren đoạn AM lấy $AG = \frac{2}{3}AM$, ta có G là trọng tâm của ΔABC.

Ta sẽ chứng minh G cũng là trọng tâm của ΔAEF.

Thật vậy:

AM là trung tuyến của ΔABC nên $BM = MC$ (1)

Theo giả thiết: $BE = CF$ (2)

Từ (1) và (2), ta có: $BM + BE = MC + CF$ hay $ME = MF$.

Suy ra AM cũng là trung tuyến thuộc cạnh EF của ΔAEF

Mà $AG = \frac{2}{3}AM$ do đó G cũng là trọng tâm của ΔAEF.

2) Nối AG cắt BC tại M. Lấy H là trung điểm của đoạn AG. Nối EG cắt AF tại N và lấy I là trung điểm của đoạn EG. Chứng minh $IH // MN$ và $IH = MN$.

Xét ΔGHI và ΔGMN có: $HG = \frac{1}{2}AG$ (giả thiết).

Mà $AG = \frac{2}{3}AM$ (tính chất) suy ra $HG = \frac{1}{2}.\frac{2}{3}AM = \frac{1}{3}AM$ (1)

$GM = \frac{1}{3}AM$ (tính chất) suy ra $GM = HG$ (cùng bằng $\frac{1}{3}AM$).

Ta có G là trọng tâm của ΔAEF nên EN là trung tuyến, vậy:

$GN = \frac{1}{3}EN$ (tính chất). (3)

$IG = \frac{1}{2}EG$ (I là trung điểm của EG), vậy:

$IG = \frac{1}{2}.\frac{2}{3}EN$ (với $EG = \frac{2}{3}EN$) $\Rightarrow IG = \frac{1}{3}EN$. (4)

Từ (3) và (4), suy ra: $GN = IG$.

Vì $HGI = MGN$ (đối đỉnh) vậy $GHI = GMN$ $(c.g.c)$ suy ra:

$HI = MN$ (cạnh tương ứng)

$H_1 = M_1$ (góc tương ứng)

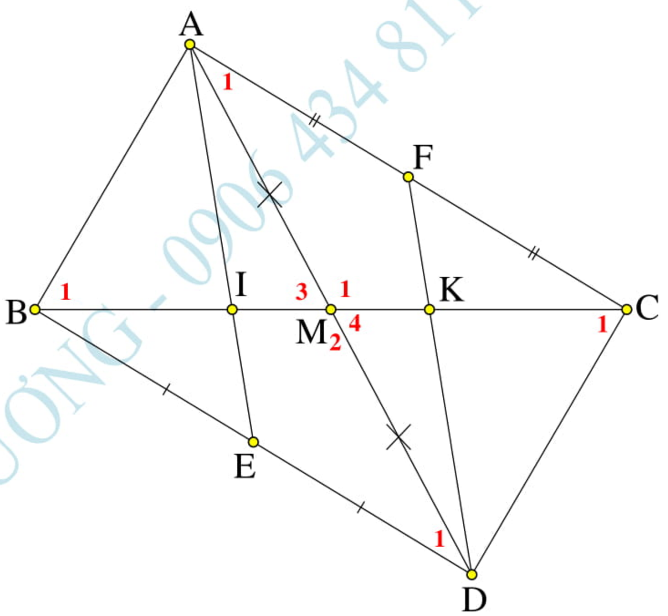
Mà H_1 và M_1 ở vị trí so le trong bằng nhau nên $HI // MN$.

Câu 3. Cho tam giác ABC, đường trung tuyến AM. Trên tia đối của tia MA lấy điểm D sao cho $MD = MA$.

1) Chứng minh $AB\,//\,CD$ và $AB = CD$; $AC\,//\,BD$ và $AC = BD$.

2) E và F là trung điểm của BD và AC, AE cắt BC tại I, DF cắt BC tại K. Khi đó I và K là trọng tâm của tam giác nào ? Chứng minh $IM = MK$.

Hướng dẫn giải:



1) Chứng minh $AB\,//\,CD$ và $AB = CD$; $AC\,//\,BD$ và $AC = BD$.

Xét ΔAMC và ΔDMB ta có:

$AM = DM$ (giả thiết)

$MC = MB$ (giả thiết)

$M_1 = M_2$ (đối đỉnh).

Suy ra $\Delta AMC = \Delta DMB$ (c.g.c), suy ra: $AC = BD$ và $A_1 = D_1$.

Mà A_1 và D_1 là hai góc ở vị trí so le trong, bằng nhau, do đó: $AC // BD$.

Tương tự, ta chứng minh được $\Delta AMB = \Delta DMC$ (c.g.c)

(vì $AM = MD; BM = MC$ và $M_3 = M_4$).

Vậy $AB = CD$ và $B_1 = C_1 \Rightarrow AB // CD$.

2) E và F là trung điểm của BD và AC, AE cắt BC tại I, DF cắt BC tại K. Khi đó I và K là trọng tâm của tam giác nào ? Chứng minh $IM = MK$.

Xét ΔADB ta có:

BM là đường trung tuyến ($AM = MD$, theo giả thiết)

AE là đường trung tuyến ($BE = ED$, theo giả thiết)

Suy ra I là trọng tâm của ΔADB, suy ra: $IM = \frac{1}{3}MB$ (tính chất). (1)

Xét ΔACD ta có:

CM là đường trung tuyến ($AM = MD$, theo giả thiết)

DF là đường trung tuyến ($AF = FC$, theo giả thiết)

Suy ra K là trọng tâm của ΔACD. Suy ra $IK = \frac{1}{3}MC$ (tính chất). (2)

Từ (1) và (2) và $MB = MC$ (theo giả thiết), ta có: $IM = MK$.

Câu 4. Cho ΔABC, kẻ ba đường trung tuyến AI, BE, CF cắt nhau tại G. Trên tia đối của tia IA lấy điểm M sao cho $IM = IG$. Trên tia đối của tia EB lấy điểm N, sao cho $EN = EG$. Trên tia đối của tia FC lấy điểm P, sao cho $PF = FG$. Chứng minh

1) $\Delta MNP = \Delta ABC$.

2) G cũng là trọng tâm của ΔMNP.

Câu 5. Cho ΔABC, trung tuyến BN và trung tuyến AI cắt nhau tại O. Trên tia đối của tia IA lấy điểm E sao cho IE = IO.

1) Chứng minh độ dài các cạnh của ΔBOE bằng $\frac{2}{3}$ độ dài các đường trung tuyến của ΔABC.

2) Chứng minh rằng ta có thể vẽ một tam giác có độ dài ba cạnh là độ dài của ba đường trung tuyến thuộc ΔABC.

Câu 6. Cho ΔABC cân tại A, BN là CM là hai đường trung tuyến thuộc hai cạnh bên. Chứng minh rằng $BN = CM$.

Đảo lại: Chứng minh rằng nếu một tam giác có hai đường trung tuyến bằng nhau thì tam giác đó cân.

Câu 7. Cho ΔABC có $AB > AC$ và ba đường trung tuyến AI, BE và CF. Chứng minh rằng:

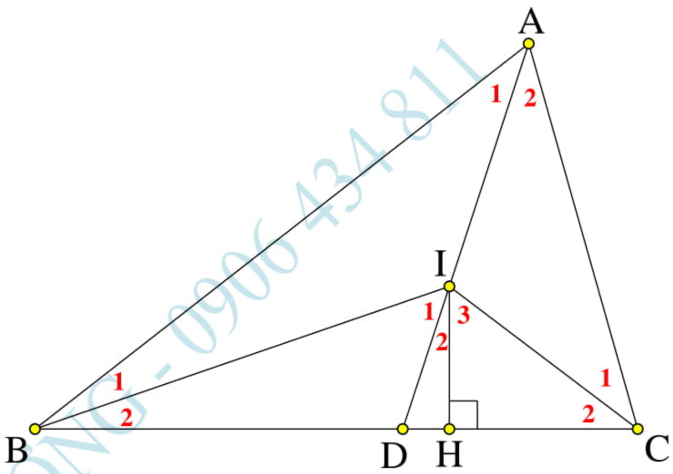
1) $\frac{AB - AC}{2} < AI < \frac{AB + AC}{2}$

2) Tổng độ dài ba đường trung tuyến nhỏ hơn chu vi ΔABC, nhưng lớn hơn $\frac{3}{4}$ chu vi của tam giác đó.

DẠNG 2 – TÍNH CHẤT BA ĐƯỜNG PHÂN GIÁC TRONG TAM GIÁC.

Câu 8. Cho tam giác ABC $(AB > AC)$, gọi AD $(D \in BC)$ là tia phân giác của góc A. Gọi I là giao điểm của ba đường phân giác trong tam giác ABC, từ I hạ $IH \perp BC$ $(H \in BC)$. Chứng minh $BIH = CID$.

Hướng dẫn giải:



Tam giác BIH vuông tại H có $BIH = 90^o - B_2 = 90^o - \dfrac{B}{2}$ (1)

Tam giác AIC có góc CID là góc ngoài nên

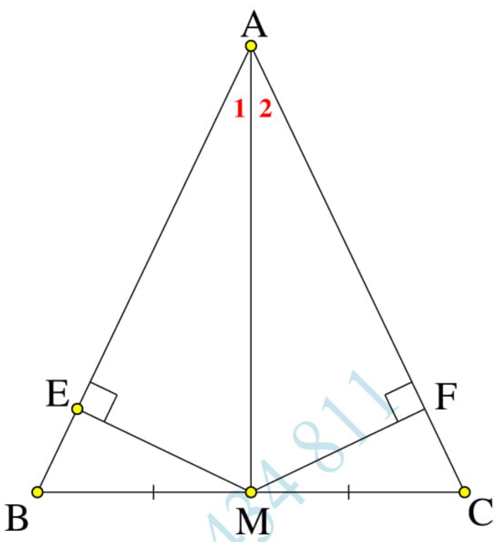
$$CID = A_2 + C_1 = \frac{A}{2} + \frac{C}{2} = \frac{A+C}{2} = \frac{180^o - B}{2} = 90^o - \frac{B}{2} \qquad (2)$$

Từ (1)(2) suy ra $BIH = CID$.

Câu 9. Cho tam giác ABC có đường trung tuyến AM đồng thời là đường phân giác của góc A. Chứng minh tam giác ABC cân tại A.

Hướng dẫn giải:

Cách 1:



Vẽ ME ⊥ AB, MF ⊥ AC (E ∈ AB, F ∈ AC).

Theo tính chất tia phân giác ta có ME = MF.

Xét ΔMEB và ΔMFC ta có:

ME = MF

MB = MC.

$E = F = 90^o$

Suy ra ΔMEB = ΔMFC (cạnh huyền – cạnh góc vuông)

Suy ra $B = C$ hay ΔABC cân tại A.

Cách 2:

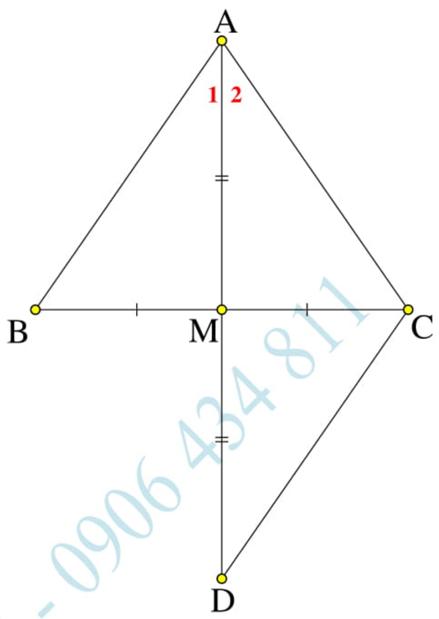
Lấy điểm D đối xứng với điểm A qua BC, khi đó MA = MD.

Xét ΔAMB và ΔDMC ta có:

MA = MD

$MB = MC$.

$\widehat{AMB} = \widehat{CMD}$ (đối đỉnh)



Suy ra $\Delta AMB = \Delta DMC$ (c.g.c) suy ra $\widehat{A_1} = \widehat{D}$ và $AB = CD$. (1)

Mà $\widehat{A_1} = \widehat{A_2}$ nên ta có $\widehat{A_2} = \widehat{D}$ suy ra ΔACD cân tại C suy ra $AC = CD$. (2)

Từ (1)(2) ta có $AB = AC$ hay ΔABC cân tại A.

Câu 10. Cho tam giác ABC, đường phân giác của góc A và đường phân giác của góc B cắt nhau tại O. Qua O kẻ $EF // BC$ (E thuộc AB, F thuộc AC). Chứng minh $EF = BE + CF$.

<u>**Hướng dẫn giải:**</u>

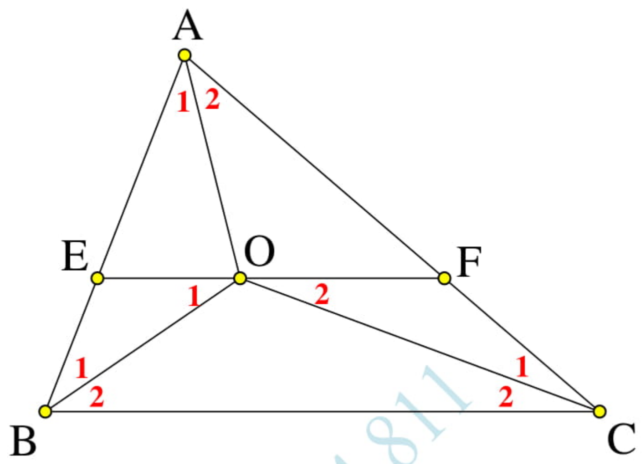
Xét ΔBOE có:

$\widehat{B_1} = \widehat{B_2}$ (giả thiết)

$\widehat{O_1} = \widehat{B_2}$ (so le trong tạo bởi $EF // BC$).

Suy ra $\widehat{B_1} = \widehat{O_1}$ suy ra ΔBOE cân tại E.

Do đó $BE = EO$ (hai cạnh bên). (1)



Xét ΔCFO có:

$C_1 = C_2$ (giả thiết)

$O_2 = C_2$ (so le trong tạo bởi $EF // BC$).

Suy ra $C_1 = O_2$ suy ra ΔCFO cân tại E.

Do đó $CF = FO$ (hai cạnh bên). (2)

Từ (1) và (2), ta có: $BE + FC = EO + FO$ hay: $EF = BE + CF$.

Câu 11. Cho tam giác ABC có góc $A = 120^\circ$. Đường phân giác của góc B và góc C là BD và CE cắt nhau tại I.

1) Tính số đo của góc BIC.

2) Nối AI kéo dài BC tại F. Chứng minh $DF \perp FE$.

<u>Hướng dẫn giải:</u>

1) Tính số đo của góc BIC.

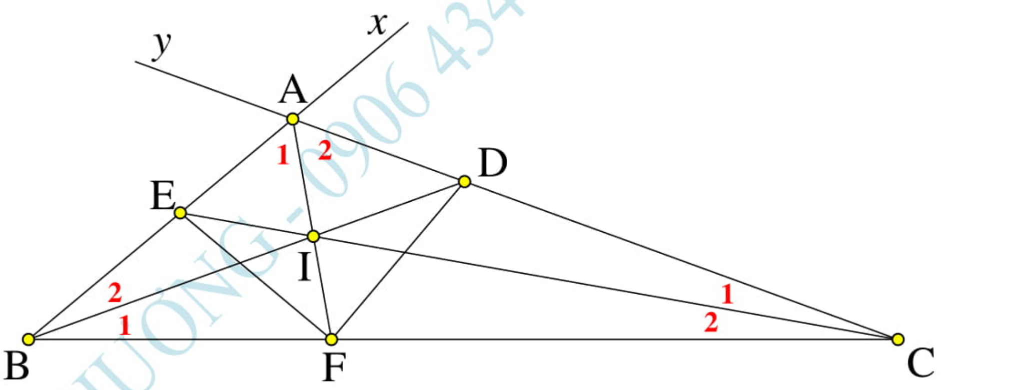
Xét ΔABC ta có: $A = 120^\circ$ (giả thiết).

Suy ra $B + C = 180^\circ - A = 180^\circ - 120^\circ = 60^\circ$. (1)

Mà $B_1 = \frac{1}{2}B$; $C_2 = \frac{1}{2}C$ (giả thiết) nên $B_1 + C_2 = \frac{1}{2}\left(B + C\right)$.

Trong đó: $B + C = 60^\circ$ (theo (1)) suy ra $B_1 + C_1 = \frac{1}{2}.60^\circ = 30^\circ$.

Xét ΔBIC ta có $BIC + B_1 + C_2 = 180^\circ$ suy ra $BIC = 180^\circ - \left(B_1 + C_2\right) = 180^\circ - 30^\circ = 150^\circ$



2) Nối AI kéo dài BC tại F. Chứng minh $DF \perp FE$.

Xét ΔABC có I là giao điểm của hai đường phân giác của góc B và C.

Vậy AI là tia phân giác của góc A (ba đường phân giác cắt nhau tại một điểm)

hay $A_1 = A_2 = \frac{1}{2}A = \frac{1}{2}.120^\circ = 60^\circ$ (1)

Mà $xAC = 180^\circ - 120^\circ = 60^\circ$ (hai góc kề bù nhau). (2)

Và $yAC = 180^\circ - 120^\circ = 60^\circ$ (hai góc kề bù nhau). (3)

So sánh (1) và (2), ta có AC là tia phân giác của góc FAx. (4)

So sánh (1) và (3), ta có AB là tia phân giác của góc FAy. (5)

Xét ΔABF có BD, AB lần lượt là tia phân giác của góc B và FAx nên D là giao của hia đường phân giác.

Suy ra FD cũng là đường phân giác của góc AFC

Tương tự xét ΔAFC có AB là tia phân giác của FAy (theo 5) và có AC là tia phân giác của C (giả thiết) nên E là giao điểm của hai đường phân giác.

Suy ra FE cũng là phân giác của góc AFB (7)

Mà AFB và AFC là hai góc kề bù nhau và có FE là tia phân giác của góc AFB (theo 7) và FD là tia phân giác của góc AFC (theo 6).

Vậy $FE \perp FD$ (tính chất tia phân giác của hai góc kề bù).

Câu 12. Cho ΔABC. Đường phân giác của góc A cắt BC tại E. Qua E kẻ đường thẳng song song với AB cắt AC tại F, qua F kẻ đường thẳng song song với BC cắt AB tại P. Chứng minh $AP = AF$

Câu 13. Cho ΔABC, trên tia đối của tia BC lấy M sao cho $MB = AB$. Trên tia đối của tia CB lấy N sao cho $NC = AC$. Qua M kẻ d sao cho d // AB. Qua N kẻ d' sao cho d' // AC, d và d' cắt nhau tại P. Chứng minh

1) MA là tia phân giác của PMB, NA là tia phân giác của PNC.

2) Đường thẳng PA là tia phân giác của MPN và BAC.

Câu 14. Cho ΔABC là tam giác đều. Qua B là kẻ đường thẳng xy // AC và hạ $BM \perp AC$ (M ∈ AC). Qua C kẻ $x'y'$ // AB và vẽ $CN \perp AB$ (N ∈ AB), xy và $x'y'$ cắt nhau tại P. Chứng minh

1) Đường phân giác của góc $\hat{A}$ và hai đường BF, CF đồng quy.

2) Đường phân giác của góc $\hat{A}$ và hai đường *xy* và *x'y'* đồng quy.

Câu 15. Cho tam giác ABC. Ba đường phân giác của góc trong cắt nhau tại I. Qua A kẻ đường thẳng $xy \perp \mathrm{IA}$. Đường thẳng xy cắt BI tại M và cắt CI tại N. Chứng minh

1) $\mathrm{NB} \perp \mathrm{BM}, \mathrm{NC} \perp \mathrm{CM}$.

2) Ba đường thẳng NB, MC và AI đồng quy.

Câu 16. Kẻ tia phân giác ở ngoài trang giấy: Cho góc $x\mathrm{O}y$ có đỉnh O ở ngoài trang giấy. Cách vẽ tia phân giác của góc $x\mathrm{O}y$ như sau: Trên tia O*x* lấy điểm M, trên tia O*y* lấy điểm N sao cho tia phân giác của góc MNO cắt nhau tại I nằm trong tờ giấy. Tại M, N lần lượt kẻ đường vuông góc với MI, NI cắt nhau tại K. Giải thích tại sao KI là tia phân giác của góc $x\mathrm{O}y$.

DẠNG 3 – TÍNH CHẤT BA ĐƯỜNG TRUNG TRỰC TRONG TAM GIÁC.

Câu 17. Cho ΔABC cân tại A, phân giác AH. Đường trung trực của cạnh AB cắt đường AH tại O. Trên các cạnh AB và AC của tam giác lấy các điểm E và F sao cho: $AE + AF = AB$.

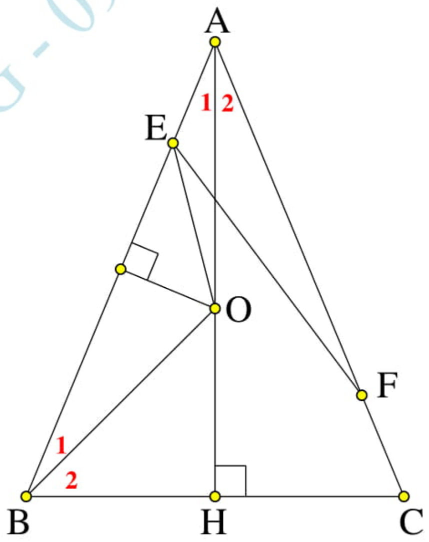
1) Chứng minh $OE = OF$.

2) Chứng minh khi E và F di động trên cạnh AB và AC của ΔABC nhưng luôn luôn có $AE + AF = AB$ thì hai đường trung trực của EF đi qua một điểm cố định.

3) Tìm vị trí của E và F để O là trung điểm của EF.

Hướng dẫn giải:

1) Chứng minh $OE = OF$.



$AE + AF = AB$ (giả thiết) (1)

$AE + EB = AB$ (giả thiết) (2)

Từ (1) và (2), suy ra: $AF = EB$ (3)

Có: $A_1 = A_2$ (giả thiết) (4)

Vì O nằm trên đường trung trực AB nên ΔAOB là tam giác cân, ta có:

$A_1 = B_1$ (5)

$OB = OA$ (6)

Từ (4) và (5), ta có: $A_2 = B_1$. (7)

Từ (3), (6) và (7), ta được: ΔBOE = ΔAOF (c.g.c), suy ra $OE = OF$.

2) Chứng minh khi E và F di động trên cạnh AB và AC của ΔABC nhưng luôn luôn có $AE + AF = AB$ thì hai đường trung trực của EF đi qua một điểm cố định.

Vì $OE = OF$, nên O nằm trên đường trung trực của OF.

Mặt khác, ta có AB và BC cố định, mà O cũng là giao điểm của hai đường trung trực cố định đó nên O là điểm cố định. Vậy E và F chuyển động nhưng trung trực của EF luôn đi qua điểm cố định O.

3) Tìm vị trí của E và F để O là trung điểm của EF.

Theo câu 1), ta luôn có $OE = OF$, vậy nên để O là trung điểm của EF thì điều kiện cần là ba điểm E, O, F thẳng hàng.

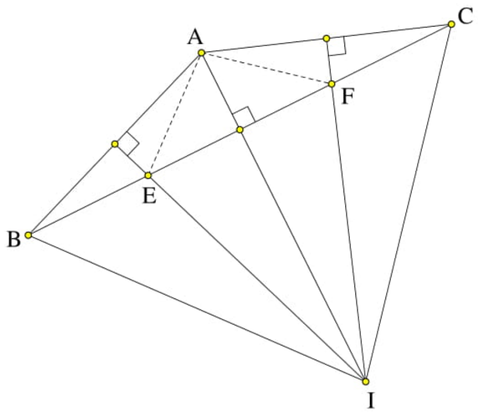
Khi E, O, F thẳng hàng, từ đẳng thức: $AE + AF = AB \Rightarrow AB = AF = \frac{1}{2}AB$.

Câu 18. Cho ΔABC có góc $A = 140^\circ$ các đường trung trực của các cạnh AB và AC cắt BC tại E và F và cắt nhau tại I.

1) Chứng minh các tam giác: ΔABE, ΔACF, ΔBIC cân.

2) Tính số đo của góc BIC.

Hướng dẫn giải:



1) Chứng minh các tam giác: ΔABE, ΔACF, ΔBIC cân.

E nằm trên đường trung trực của AB nên $EB = EA$, vậy ΔABE cân tại E.

F nằm trên đường trung trực AC nên $FA = FC$, vậy ΔACF cân tại F.

Ta có: I nằm trên trung trực AB nên $IA = IB$ (tính chất) (1)

I nằm trên trung trực AC nên $IA = IC$ (tính chất) (2)

Từ (1) và (2), ta có: $IB = IC$ vậy ΔBIC cân tại I.

2) Tính số đo của góc BIC.

Từ (1) suy ra ΔAIB cân và có: $IBA = BAI$ (hai góc ở đáy). (3)

Từ (2) suy ra ΔAIC cân và có: $ICA = CAI$ (hai góc ở đáy). (4)

Từ (3) và (4), ta có: $IBA + ICA = BAI + CAI = BAC = 140^\circ$.

Tổng các góc trong hai tam giác ΔAIB và ΔAIC là 360°, nên:

$$\left(IBA + ICA\right) + BAC + BIC = 360^\circ$$

Suy ra $140^\circ + 140^\circ + BIC = 360^\circ$ hay $BIC + 280^\circ = 360^\circ$

Vậy $BIC = 80^\circ$.

Câu 19. Chứng minh rằng trong một tam giác vuông giao điểm của ba đường trung trực của ba cạnh chính là trung điểm của cạnh huyền.

Câu 20. Cho $\widehat{xOy} = 90^\circ$ và điểm P nằm trong góc đó. Trên mặt phẳng đó lấy điểm A sao cho Ox là đường trung trực của đoạn thẳng PA và điểm B sao cho Oy là đường trung trực của đoạn thẳng PB. Chứng minh

1) Ba điểm A, O, B thẳng hàng.

2) O là giao điểm của ba đường trung trực của ΔABP.

Câu 21. Cho ΔABC, đường phân giác AI (I thuộc BC). Trên đoạn thẳng IC lấy điểm H. Từ H kẻ đường thẳng song song với AI cắt AB kéo dài tại E và cắt AC tại F. Chứng minh rằng:

1) Đường trung trực của đoạn thẳng EF đi qua đỉnh A của ΔABC.

2) Đường trung trực của đoạn thẳng EF vuông góc với AI.

3) Khi H di động trên tia IC thì đường trung trực của đoạn thẳng EF cố định.

Câu 22. Cho ΔABC cân $(AB = AC)$ các đường trung trực của các cạnh AB và AC cắt đường thẳng BC tại N và M (N và M nằm ngoài đoạn thẳng BC). Trên tia đối của tia AM lấy điểm P sao cho $AP = MB$. Chứng minh:

1) ΔAMC và ΔANB cân.

2) $AM = PC = AN$.

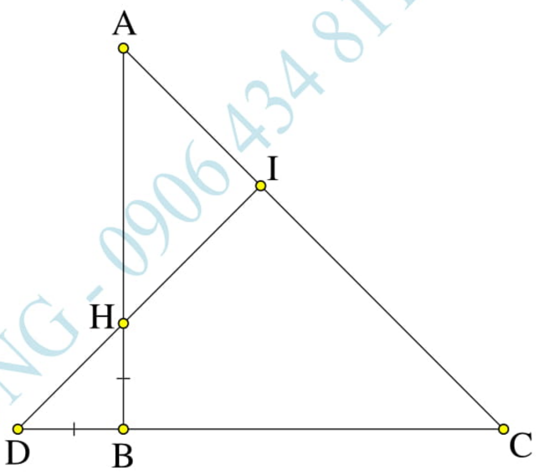
DẠNG 4. TÍNH CHẤT CỦA BA ĐƯỜNG CAO TRONG TAM GIÁC

Câu 23. Cho tam giác ABC vuông cân tại B. Trên cạnh AB lấy điểm H, trên tia đối của tia BC lấy điểm D sao cho $BD = BH$. Chứng minh rằng:

1) $DH \perp AC$

2) $CH \perp AD$

Hướng dẫn giải:



1) $DH \perp AC$

ΔABC vuông cân tại B vậy $C = 45^\circ$.

ΔDBH có: $B = 90^\circ$ (theo giả thiết)

$BH = BD$ (theo giả thiết)

Vậy ΔDBH vuông cân tại B, suy ra $D = 45^\circ$.

ΔDIC có: $D + C = 45^\circ + 45^\circ = 90^\circ$. Vậy $DIC = 90^\circ$.

Do đó $DH \perp AC$.

2) $CH \perp AD$

ΔADC có: $AB \perp BC$ (theo giả thiết)

$DH \perp AC$ (chứng minh câu 1).

Vậy H là trực tâm của ΔADC, suy ra CH cũng là đường cao thứ ba của tam giác. Vậy $CH \perp AD$.

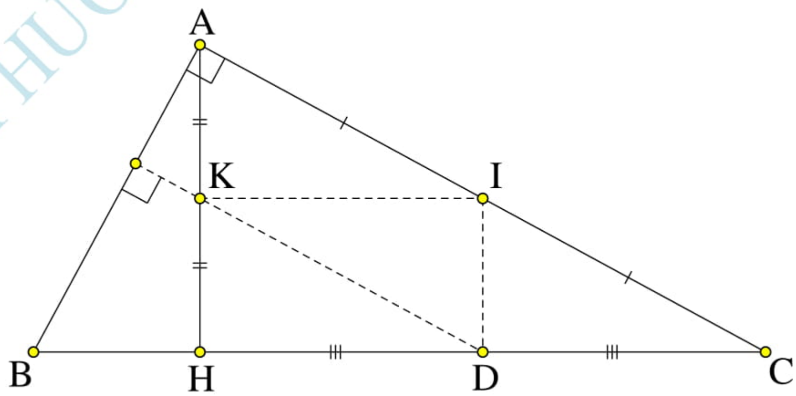
Câu 24. Cho tam giác ABC vuông tại A. Đường cao AH. Lấy điểm I là trung điểm của cạnh AC.

1) Chứng minh: I là giao điểm ba đường trung trực ΔAHC.

2) Gọi IK và ID là trung trực của AH và CH ($K \in AH$; $D \in HC$). Chứng minh: $KD \,//\, AC$

3) Chứng minh: $BK \perp AD$.

<u>Hướng dẫn giải:</u>



1) Chứng minh: I là giao điểm ba đường trung trực ΔAHC.

Theo bài ra, ta chứng minh được: $AI = HI = IC = \frac{1}{2}AC$.

$IA = IH$ suy ra I nằm trên đường trung trực của AH.

$IH = IC$ suy ra I nằm trên đường trung trực của HC.

$IC = IA$ suy ra I nằm trên đường trung trực của BC.

Vậy I là giao điểm của ba đường trung trực của ΔAHC.

2) Gọi IK và ID là trung trực của AH và CH (K thuộc AH; D thuộc HC). Chứng minh: $KD // AC$

Xét ΔKHD và ΔDIK, có:

KD chung.

Mà $AH \perp BC$; $DI \perp BC \Rightarrow AH // DI$, suy ra: $HKD = KDI$ (so le trong).

Lại có: $IA \perp AH; BC \perp AH \Rightarrow KI // BC$, suy ra: $HDK = IKD$ (so le trong).

Vậy $\Delta KHD = \Delta DIK$ (g.c.g), suy ra: $HK = ID; HD = KI$.

Xét ΔKHD và ΔDIC vuông tại H và D, có:

$HK = ID$ (theo chứng minh câu 1).

$HD = DC$ (ID là trung trực).

Vậy $\Delta KHD = \Delta DIC$ (c.g.c) $\Rightarrow D_1 = C$ (góc tương ứng).

Vậy $KD // AC$ (vì có hai góc đồng vị bằng nhau).

3) Chứng minh: $BK \perp AD$.

Ta có: $\left.\begin{matrix} KD // AC \\ AB \perp AC\ (gt) \end{matrix}\right\} \Rightarrow KD \perp AB$.

Xét ΔABD có: $AH \perp BD$ (giả thiết) và $KD \perp AB$, nên K là trực tâm của ΔABD. Vậy KD là đường cao thứ ba của ΔABD, suy ra: $KD \perp AB$.

Câu 25. Cho ΔABC có góc A tù. Lấy $M \in BC$ sao cho $CM = CA$ và $N \in BC$ sao cho $BN = BA$. Đường phân giác của B cắt AM tại E. Đường phân giác của C cắt AN tại F. Chứng minh rằng đường phân giác của A vuông góc với EF.

Câu 26. Cho ΔABC có góc A nhọn kẻ đường cao BK và CH. Trên tia đối của tia BK lấy điểm E sao cho $BE = AC$. Trên tia đối của tia CH lấy điểm F sao cho $CF = AB$. Chứng minh rằng:

1) $AE = AF$ 2) $AE \perp AF$

Câu 27. Cho ΔABC, đường cao AH. Trên tia đối của AH lấy điểm D sao cho $AD = BC$. Tại B kẻ đường thẳng $BE \perp AB$ và $BE = AB$ (E và C thuộc hai nửa mặt phẳng đối nhau từ bờ là AB). Tại C kẻ $CF \perp AC$ và $CF = AC$ (F và B thuộc hai nửa mặt phẳng đối nhau từ bờ là AC).

1) Chứng minh $DC = BF$ và $DC \perp BF$.

2) Chứng minh ba đường thẳng DH, BF và CE đồng quy.

Câu 28. Cho ΔABC. Gọi H là trực tâm của ΔABC. Biết $AH = BC$. Tính số đo của góc BAC

Câu 29. Cho ΔABC. Các đường thẳng chứa tia phân giác của ba góc ngoài của ΔABC cắt nhau tại E, F, P (E thuộc miền trong góc A, F thuộc miền trong góc B, P thuộc miền trong góc C).

1) Chứng minh ba đường thẳng AE, BF, CP đồng quy tại H.

2) Chứng minh bốn điểm E, F, P, H cách đều ba đường thẳng AB, AC và BC.

3) Chứng minh H là trực tâm của ΔEFP.

Câu 30. Cho ΔABC. Qua A kẻ đường thẳng $d_1 \,//\, BC$, qua B kẻ đường thẳng $d_2 \,//\, AC$, qua C kẻ đường thẳng $d_3 \,//\, AB$. Ba đường thẳng này cắt nhau tại ba điểm E, F, P. Chứng minh rằng:

1) Các cạnh AB, AC, BC chia ΔEFP thành bốn tam giác nhỏ bằng nhau.

2) Các đường cao của ΔABC là đường trung trực của ΔEFP.

BÀI KIỂM TRA KẾT THÚC CHƯƠNG III

CHƯƠNG III - QUAN HỆ GIỮA CÁC YẾU TỐ TRONG TAM GIÁC. CÁC ĐƯỜNG ĐỒNG QUY CỦA TAM GIÁC

BÀI SỐ 1

A. Phần trắc nghiệm – 6 câu hỏi – 3 điểm.

Câu 1. Bộ ba số nào sau đây **không thể** là độ dài ba cạnh của một tam giác?

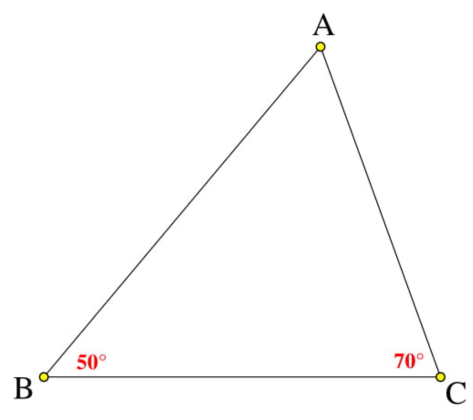
A. 1cm, 2cm, 2cm **B.** 6cm, 7cm, 13cm

C. 3cm, 4cm, 6cm **D.** 6cm, 7cm, 12cm

Câu 2. Tam giác ABC có độ dài hai cạnh là BC = 1cm, AC = 8cm. Tìm AB biết độ dài cạnh AB là một số nguyên.

A. 6cm **B.** 7cm **C.** 8cm **D.** 9cm

Câu 3. Cho hình sau.



Quan hệ nào sau đây là đúng?

A. AC > AB > BC **B.** AB > AC > BC

C. AC > BC > AB **D.** AB > BC > AC

Câu 4. Giao điểm của ba đường cao trong tam giác được gọi là:

A. Trọng tâm của tam giác

B. Trực tâm của tam giác

C. Tâm đường tròn ngoại tiếp

D. Tâm đường tròn nội tiếp

Câu 5. Nếu AM là đường trung tuyến và G là trọng tâm tam giác ABC thì:

A. $AM = \frac{1}{3}AG$

B. $AG = \frac{2}{3}AM$

C. $AG = \frac{1}{3}AM$

D. $AM = \frac{2}{3}AG$

Câu 6. Cho tam giác ABC có $\widehat{B} = 45°; \widehat{C} = 75°$. Tia AD là tia phân giác của góc BAC ($D \in BC$). Khi đó số đo của góc ADB là:

A. 105^o **B.** 100^o **C.** 115^o **D.** 120^o

B. Phần tự luận – 2 câu hỏi – 7 điểm.

Câu 7. (2.0 điểm) Cho tam giác ABC vuông tại A có AB = 6cm, AC = 8cm.

a) Vẽ hình và tính độ dài cạnh BC.

b) So sánh các góc của tam giác ABC.

Câu 8. (5.0 điểm) Cho tam giác ABC vuông tại A, tia phân giác của góc B cắt AC tại D. Kẻ $DE \perp BC$ ($E \in BC$). Gọi F là giao điểm của BA và ED. Chứng minh:

a) AD = ED.

b) BD là đường trung trực của AE.

c) DF = DC.

d) So sánh AD, DC.

----------- Hết -----------

BÀI KIỂM TRA KẾT THÚC CHƯƠNG III

CHƯƠNG III - QUAN HỆ GIỮA CÁC YẾU TỐ TRONG TAM GIÁC. CÁC ĐƯỜNG ĐỒNG QUY CỦA TAM GIÁC

BÀI SỐ 2

A. Phần trắc nghiệm – 6 câu hỏi – 3 điểm.

Câu 1. Cho tam giác ABC có AB = 4cm, AC = 1cm. Hãy tìm độ dài cạnh BC biết rằng độ dài này là một số nguyên (cm).

A. 4cm **B.** 5cm **C.** 6cm **D.** 7cm

Câu 2. Bộ ba số nào sau đây **không thể** là độ dài ba cạnh của một tam giác?

A. 1cm, 2cm, 2cm **B.** 6cm, 7cm, 13cm

C. 3cm, 4cm, 6cm **D.** 6cm, 7cm, 12cm

Câu 3. Cho tam giác ABC có BC = 1cm, AC = 7cm. Biết rằng độ dài cạnh AB là một số nguyên Tam giác ABC là tam giác gì ?

A. Tam giác ABC vuông cân tại A. **B.** Tam giác ABC cân tại A.

C. Tam giác ABC vuông tại A. **D.** Tam giác ABC đều.

Câu 4. Tâm đường tròn nội tiếp của tam giác thì

A. Cách đều 3 đỉnh của tam giác.

B. Cách đều 3 cạnh của tam giác.

C. Cách đều 3 đỉnh và 3 cạnh của tam giác.

D. Không có tính chất gì đặc biệt.

Câu 5. Nếu AM là đường trung tuyến và G là trọng tâm tam giác ABC thì:

A. MG = $\frac{1}{2}$ AM

B. MG = $\frac{2}{3}$ AM

C. MG = $\frac{2}{3}$ AG

D. MG = $\frac{1}{2}$ AG

Câu 6. Cho tam giác ABC. Tìm phát biểu **sai**.

A. AB – AC < BC

B. AC + BC < AB

C. BC – AC < AB

D. AB + AC > BC

B. Phần tự luận – 2 câu hỏi – 7 điểm.

Câu 7. (3.0 điểm) Cho tam giác ABC vuông tại A có $\widehat{B} = 50°$.

a) So sánh AB và AC.

b) Vẽ đường cao AH (H ∈ BC). So sánh BH, CH.

Câu 8. (4.0 điểm) Cho tam giác ABC vuông tại A, vẽ đường cao AH (H ∈ BC). Trên tia BC lấy điểm D sao cho BD = BA. Đường vuông góc với BC tại D lần lượt cắt AC tại E và cắt BA tại F. Chứng minh:

a) ΔABE = ΔBDE.

b) BE là đường trung trực của AD.

c) Tia BE là tia phân giác của góc ABC.

----------- Hết -----------

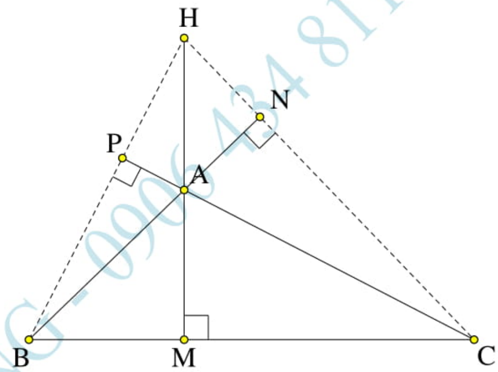
BÀI KIỂM TRA KẾT THÚC CHƯƠNG III

CHƯƠNG III - QUAN HỆ GIỮA CÁC YẾU TỐ TRONG TAM GIÁC. CÁC ĐƯỜNG ĐỒNG QUY CỦA TAM GIÁC

BÀI SỐ 3

A. Phần trắc nghiệm – 6 câu hỏi – 3 điểm.

Câu 1. Cho hình vẽ sau.



Cho biết điểm H trong hình vẽ là:

A. Tâm đường tròn ngoại tiếp của tam giác ABC.

B. Tâm đường tròn nội tiếp của tam giác ABC.

C. Trực tâm của tam giác ABC.

D. Trọng tâm của tam giác ABC.

Câu 2. Bộ ba số nào sau đây là độ dài ba cạnh của một tam giác vuông?

A. 3cm, 3cm, 3cm **B.** 6cm, 6cm, 10cm

C. 3cm, 4cm, 6cm **D.** 6cm, 8cm, 10cm

Câu 3. Chọn phát biểu **đúng.**

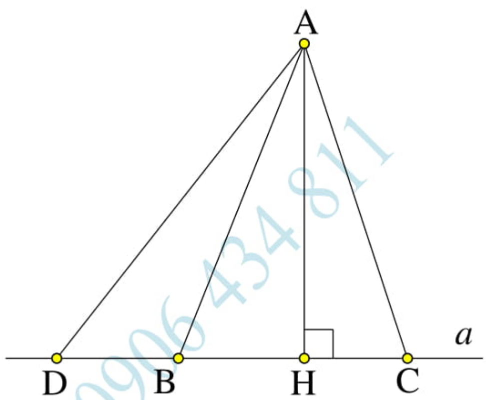
A. Giao điểm ba đường cao của một tam giác thì cách đều ba đỉnh.

B. Giao điểm ba đường phân giác của một tam giác thì cách đều ba đỉnh.

C. Giao điểm ba đường trung trực của một tam giác thì cách đều ba đỉnh.

D. Giao điểm ba đường trung tuyến của một tam giác thì cách đều ba đỉnh.

Câu 4. Cho hình vẽ sau.



Hoàn thành bảng sau:

Hình chiếu	Đường xiên	Đoạn vuông góc

A. BD; BC; CH - AD; AB; AC - AH

B. BD; BH; CH - AD; AB; AC - AH

C. DH; BH; CH - AD; AB; AC - AH

D. DH; BC; CH - AD; AB; AC - AH

Câu 5. Chọn phát biểu **sai.**

A. Điểm nằm trên đường trung trực của một đoạn thẳng thì cách đều hai đầu mút của đoạn thẳng đó.

B. Nếu điểm M cách đều hai đầu mút của một đoạn thẳng thì điểm M nằm trên đường trung truyến của đoạn thẳng đó.

C. Tập hợp các điểm bên trong một góc và cách đều hai cạnh của góc là tia phân giác của góc đó.

D. Tập hợp các điểm cách đều hai đầu mút của một đoạn thẳng là đường trung trực của đoạn thẳng đó.

Câu 6. Tam giác nào sau đây có đường trung tuyến và đường phân giác (xuất phát từ cùng một đỉnh bất kỳ) trùng nhau?

A. tam giác cân

B. tam giác vuông cân

C. tam giác đều

D. tam giác vuông

B. Phần tự luận – 2 câu hỏi – 7 điểm.

Câu 7. (2.0 điểm) Cho tam giác ABC vuông tại A có $\widehat{B} = 50°$.

a) So sánh HE và HF.

b) Lấy $M \in DH$. So sánh ME và MF.

Câu 8. (5.0 điểm) Cho tam giác ABC, đường trung tuyến AM. Trên tia đối của tia MA lấy điểm D sao cho $MD = MA$.

1) Chứng minh $AB // CD$ và $AB = CD$; $AC // BD$ và $AC = BD$.

2) E và F là trung điểm của BD và AC, AE cắt BC tại I, DF cắt BC tại K. Khi đó I và K là trọng tâm của tam giác nào ? Chứng minh $IM = MK$.

----------- Hết -----------

ĐÁP ÁN BÀI KIỂM TRA KẾT THÚC CHƯƠNG III

QUAN HỆ GIỮA CÁC YẾU TỐ TRONG TAM GIÁC. CÁC ĐƯỜNG ĐỒNG QUY CỦA TAM GIÁC

BÀI SỐ 1

A. Phần trắc nghiệm – 6 câu hỏi – 3 điểm.

Câu 1. Bộ ba số nào sau đây **không thể** là độ dài ba cạnh của một tam giác?

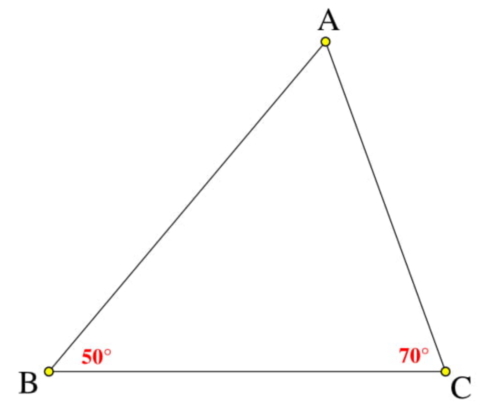
A. 1cm, 2cm, 2cm　　**B.** 6cm, 7cm, 13cm

C. 3cm, 4cm, 6cm　　**D.** 6cm, 7cm, 12cm

Câu 2. Tam giác ABC có độ dài hai cạnh là BC = 1cm, AC = 8cm. Tìm AB biết độ dài cạnh AB là một số nguyên.

A. 6cm　　**B.** 7cm　　**C.** 8cm　　**D.** 9cm

Câu 3. Cho hình sau.



Quan hệ nào sau đây là đúng?

A. AC > AB > BC　　**B.** AB > AC > BC

C. AC > BC > AB　　**D.** AB > BC > AC

Câu 4. Giao điểm của ba đường cao trong tam giác được gọi là:

A. Trọng tâm của tam giác

B. Trực tâm của tam giác

C. Tâm đường tròn ngoại tiếp

D. Tâm đường tròn nội tiếp

Câu 5. Nếu AM là đường trung tuyến và G là trọng tâm tam giác ABC thì:

A. $AM = \frac{1}{3}AG$

B. $AG = \frac{2}{3}AM$

C. $AG = \frac{1}{3}AM$

D. $AM = \frac{2}{3}AG$

Câu 6. Cho tam giác ABC có $\widehat{B} = 45°; \widehat{C} = 75°$. Tia AD là tia phân giác của góc BAC ($D \in BC$). Khi đó số đo của góc ADB là:

A. 105^o

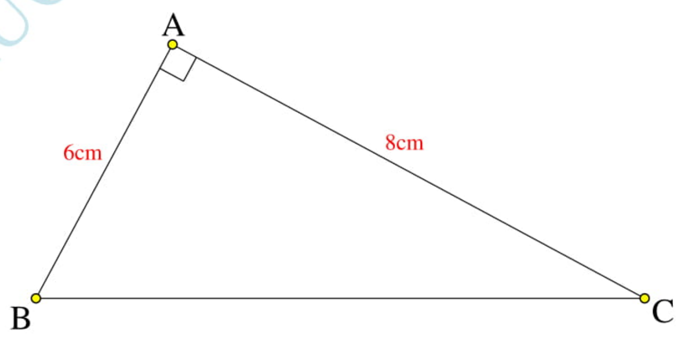
B. 100^o

C. 115^o

D. 120^o

B. Phần tự luận – 2 câu hỏi – 7 điểm.

Câu 7. (2.0 điểm) Cho tam giác ABC vuông tại A có AB = 6cm, AC = 8cm.



Lời giải:

a) Vẽ hình và tính độ dài cạnh BC.

Áp dụng định lý Pythagore trong tam giác ABC vuông tại A ta có:

$BC^2 = AB^2 + AC^2 = 6^2 + 8^2 = 100 = 10^2$

Suy ra BC = 10 cm.

Vậy BC = 10 cm.

b) So sánh các góc của tam giác ABC.

Tam giác ABC vuông tại A nên góc A là góc lớn nhất.

Góc B đối diện với cạnh AC = 8cm.

Góc C đối diện với cạnh AB = 6cm.

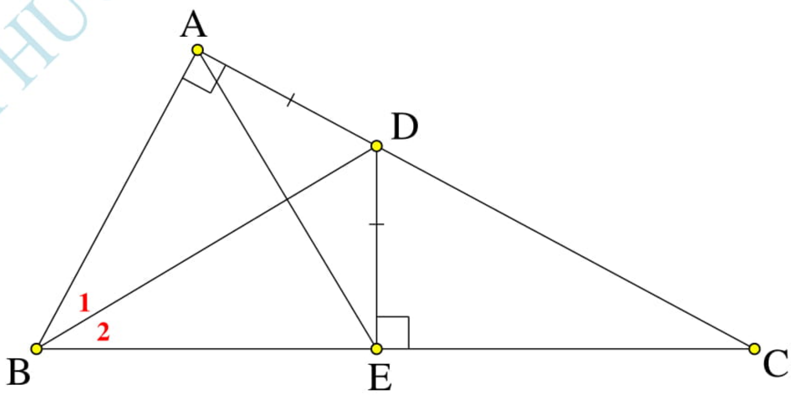
Vì AB < AC (6cm < 8cm) nên $\widehat{C} < \widehat{B}$.

Câu 8. (5.0 điểm) Cho tam giác ABC vuông tại A, tia phân giác của góc B cắt AC tại D. Kẻ DE ⊥ BC (E ∈ BC). Gọi F là giao điểm của BA và ED. Chứng minh:

Lời giải:

a) AD = ED.

Ta có BD là phân giác của góc B nên $\widehat{B_1} = \widehat{B_2}$.



Xét ΔABD và ΔEBD ta có:

+ $\widehat{B_1} = \widehat{B_2}$.

+ $\widehat{D} = \widehat{E} = 90°$.

+ BD cạnh chung

Suy ra ΔABD = ΔEBD (Cạnh huyền – góc nhọn)

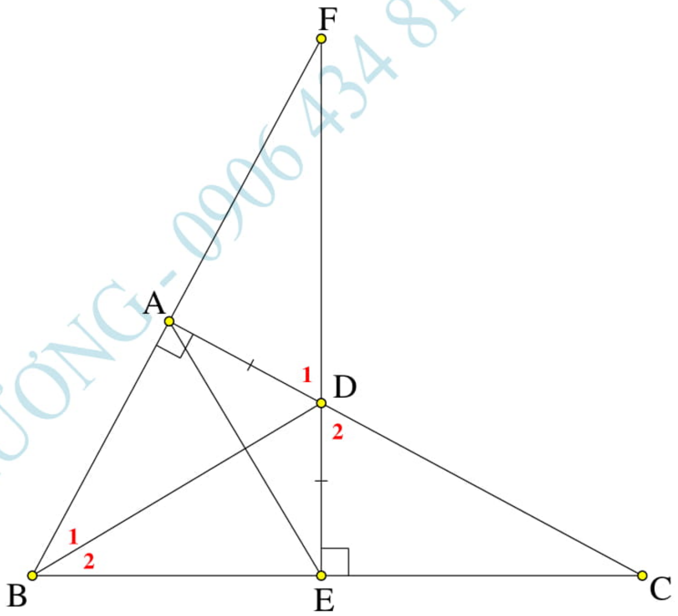
Suy ra AD = ED. (1)

b) BD là đường trung trực của AE.

Từ ΔABD = ΔEBD ta suy ra AB = BE (2)

Từ (1)(2) suy ra BD là đường trung trực của AE.

c) DF = DC.



Xét ΔAFD và ΔECD ta có:

+ $\widehat{D_1} = \widehat{D_2}$. (Đối đỉnh)

+ $\widehat{D} = \widehat{E} = 90°$.

+ AD = ED.

Suy ra ΔAFD = ΔECD (g.c.g)

Suy ra DF = DC.

d) So sánh AD, DC.

Ta có DF = DC nên để so sánh AD, DC ta đi so sánh AD, DF.

Trong tam giác ADF vuông tại A có AD là cạnh góc vuông, DF là cạnh huyền

Nên AD < DF

Mà DF = DC (Chứng minh ở câu c)

Do đó AD < DC.

Vậy AD < DC.

ĐÁP ÁN BÀI KIỂM TRA KẾT THÚC CHƯƠNG III

QUAN HỆ GIỮA CÁC YẾU TỐ TRONG TAM GIÁC. CÁC ĐƯỜNG ĐỒNG QUY CỦA TAM GIÁC

BÀI SỐ 2

A. Phần trắc nghiệm – 6 câu hỏi – 3 điểm.

Câu 1. Cho tam giác ABC có AB = 4cm, AC = 1cm. Hãy tìm độ dài cạnh BC biết rằng độ dài này là một số nguyên (cm).

A. 4cm **B.** 5cm **C.** 6cm **D.** 7cm

Câu 2. Bộ ba số nào sau đây **không thể** là độ dài ba cạnh của một tam giác?

A. 1cm, 2cm, 2cm **B.** 6cm, 7cm, 13cm

C. 3cm, 4cm, 6cm **D.** 6cm, 7cm, 12cm

Câu 3. Cho tam giác ABC có BC = 1cm, AC = 7cm. Biết rằng độ dài cạnh AB là một số nguyên Tam giác ABC là tam giác gì ?

A. Tam giác ABC vuông cân tại A. **B.** Tam giác ABC cân tại A.

C. Tam giác ABC vuông tại A. **D.** Tam giác ABC đều.

Câu 4. Tâm đường tròn nội tiếp của tam giác thì

A. Cách đều 3 đỉnh của tam giác.

B. Cách đều 3 cạnh của tam giác.

C. Cách đều 3 đỉnh và 3 cạnh của tam giác.

D. Không có tính chất gì đặc biệt.

Câu 5. Nếu AM là đường trung tuyến và G là trọng tâm tam giác ABC thì:

A. MG = $\frac{1}{2}$ AM

B. MG = $\frac{2}{3}$ AM

C. MG = $\frac{2}{3}$ AG

D. MG = $\frac{1}{2}$ AG

Câu 6. Cho tam giác ABC. Tìm phát biểu **sai**.

A. AB – AC < BC

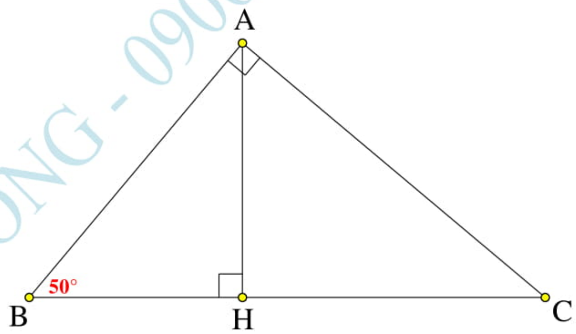
B. AC + BC < AB

C. BC – AC < AB

D. AB + AC > BC

B. Phần tự luận – 2 câu hỏi – 7 điểm.

Câu 7. (3.0 điểm) Cho tam giác ABC vuông tại A có $\widehat{B} = 50°$.



Lời giải:

a) So sánh AB và AC.

Tam giác ABC vuông tại A có $\widehat{B} + \widehat{C} = 90°$.

Hay $50° + \widehat{C} = 90°$.

Suy ra $\widehat{C} = 90° - 50° = 40°$.

Góc $\widehat{B} = 50°$ đối diện với cạnh AC.

Góc $\widehat{C} = 40°$ đối diện với cạnh AB.

Vì $\widehat{C} < \widehat{B}$ $(40° < 50°)$ nên AB < AC.

b) Vẽ đường cao AH (H ∈ BC). So sánh BH, CH.

Trong tam giác ABC ta có:

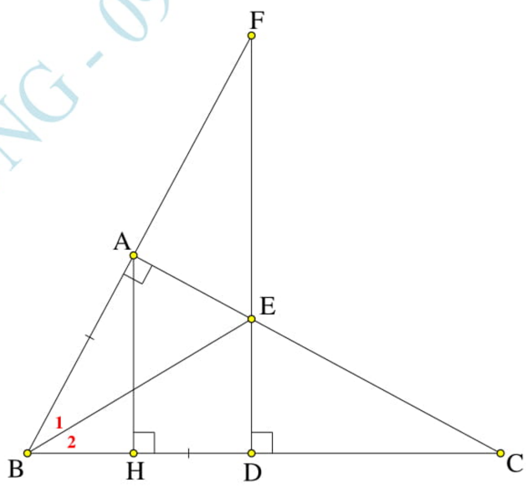
BH là hình chiếu vuông góc của AB lên BC.

CH là hình chiếu vuông góc của AC lên BC.

Vì AB < AC nên BH < CH.

Vậy BH < CH.

Câu 8. (4.0 điểm) Cho ΔABC vuông tại A, đường cao AH (H ∈ BC). Trên tia BC lấy điểm D sao cho BD = BA. Đường vuông góc với BC tại D lần lượt cắt AC tại E và cắt BA tại F. Chứng minh:



Lời giải:

a) ΔABE = ΔBDE.

Xét ΔABE và ΔBDE ta có:

+ AB = BD.

+ $\widehat{A} = \widehat{D} = 90°$.

+ BD cạnh chung

Suy ra ΔABE = ΔBDE (Cạnh huyền – cạnh góc vuông)

b) BE là đường trung trực của AD.

Từ ΔABE = ΔBDE suy ra AE = DE.

Ta có AB = BD và AE = DE nên BE là đường trung trực của AD.

c) Tia BE là tia phân giác của góc ABC.

Từ ΔABE = ΔBDE suy ra $\widehat{B_1} = \widehat{B_2}$.

Hay tia BE là tia phân giác của góc ABC.

----------- Hết -----------

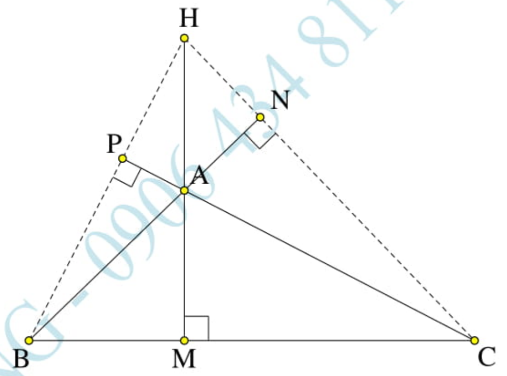
ĐÁP ÁN BÀI KIỂM TRA KẾT THÚC CHƯƠNG III

QUAN HỆ GIỮA CÁC YẾU TỐ TRONG TAM GIÁC. CÁC ĐƯỜNG ĐỒNG QUY CỦA TAM GIÁC

BÀI SỐ 3

A. Phần trắc nghiệm – 6 câu hỏi – 3 điểm.

Câu 1. Cho hình vẽ sau.



Cho biết điểm H trong hình vẽ là:

A. Tâm đường tròn ngoại tiếp của tam giác ABC.

B. Tâm đường tròn nội tiếp của tam giác ABC.

C. Trực tâm của tam giác ABC.

D. Trọng tâm của tam giác ABC.

Câu 2. Bộ ba số nào sau đây là độ dài ba cạnh của một tam giác vuông?

A. 3cm, 3cm, 3cm　　**B.** 6cm, 6cm, 10cm

C. 3cm, 4cm, 6cm　　**D.** 6cm, 8cm, 10cm

Câu 3. Chọn phát biểu **đúng.**

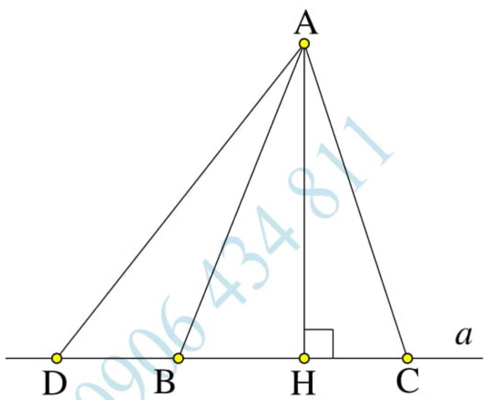
A. Giao điểm ba đường cao của một tam giác thì cách đều ba đỉnh.

B. Giao điểm ba đường phân giác của một tam giác thì cách đều ba đỉnh.

C. Giao điểm ba đường trung trực của một tam giác thì cách đều ba đỉnh.

D. Giao điểm ba đường trung tuyến của một tam giác thì cách đều ba đỉnh.

Câu 4. Cho hình vẽ sau.



Hoàn thành bảng sau:

Hình chiếu	Đường xiên	Đoạn vuông góc

A. BD; BC; CH - AD; AB; AC - AH

B. BD; BH; CH - AD; AB; AC - AH

C. DH; BH; CH - AD; AB; AC - AH

D. DH; BC; CH - AD; AB; AC - AH

Câu 5. Chọn phát biểu **sai.**

A. Điểm nằm trên đường trung trực của một đoạn thẳng thì cách đều hai đầu mút của đoạn thẳng đó.

B. Nếu điểm M cách đều hai đầu mút của một đoạn thẳng thì điểm M nằm trên đường trung truyến của đoạn thẳng đó.

C. Tập hợp các điểm bên trong một góc và cách đều hai cạnh của góc là tia phân giác của góc đó.

D. Tập hợp các điểm cách đều hai đầu mút của một đoạn thẳng là đường trung trực của đoạn thẳng đó.

Câu 6. Tam giác nào sau đây có đường trung tuyến và đường phân giác (xuất phát từ cùng một đỉnh bất kỳ) trùng nhau?

A. tam giác cân

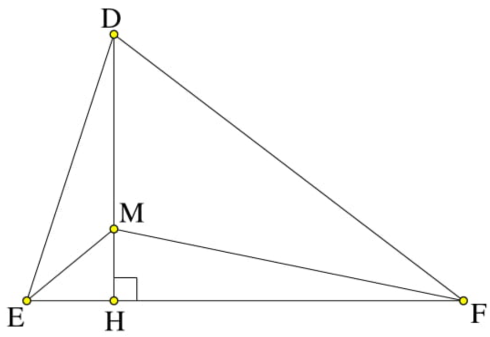
B. tam giác vuông cân

C. tam giác đều

D. tam giác vuông

B. Phần tự luận – 2 câu hỏi – 7 điểm.

Câu 7. (2.0 điểm) Cho tam giác ABC vuông tại A có $\widehat{B} = 50°$.



Lời giải:

a) So sánh HE và HF.

Trong tam giác EDF ta có:

HE là hình chiếu vuông góc của DE lên EF.

HF là hình chiếu vuông góc của DF lên EF.

Vì DE < DF nên HE < HF.

Vậy HE < HF.

b) Lấy $M \in DH$. So sánh ME và MF.

Trong tam giác EMF ta có: HE là hình chiếu vuông góc của ME lên EF.

HF là hình chiếu vuông góc của MF lên EF.

Vì HE < HF nên ME < MF.

Vậy ME < MF.

Câu 8. (5.0 điểm) Cho tam giác ABC, đường trung tuyến AM. Trên tia đối của tia MA lấy điểm D sao cho $MD = MA$.

1) Chứng minh $AB \,//\, CD$ và $AB = CD$; $AC \,//\, BD$ và $AC = BD$.

2) E và F là trung điểm của BD và AC, AE cắt BC tại I, DF cắt BC tại K. Khi đó I và K là trọng tâm của tam giác nào ? Chứng minh $IM = MK$.

<u>Lời giải:</u>

1) Chứng minh $AB \,//\, CD$ và $AB = CD$; $AC \,//\, BD$ và $AC = BD$.

Xét ΔAMC và ΔDMB ta có:

$AM = DM$ (giả thiết)

$MC = MB$ (giả thiết)

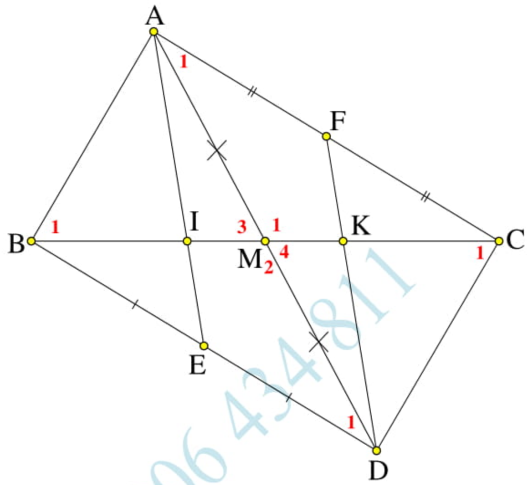
$M_1 = M_2$ (đối đỉnh).

Suy ra ΔAMC = ΔDMB (c.g.c), suy ra: $AC = BD$ và $A_1 = D_1$.

Mà A_1 và D_1 là hai góc ở vị trí so le trong, bằng nhau, do đó: $AC \,//\, BD$.

Tương tự, ta có $\Delta AMB = \Delta DMC$ (c.g.c) (vì $AM = MD$; $BM = MC$ và $M_3 = M_4$).

Vậy $AB = CD$ và $B_1 = C_1 \Rightarrow AB // CD$.



2) E và F là trung điểm của BD và AC, AE cắt BC tại I, DF cắt BC tại K. Khi đó I và K là trọng tâm của tam giác nào ? Chứng minh $IM = MK$.

Xét ΔADB ta có:

BM là đường trung tuyến ($AM = MD$, theo giả thiết)

AE là đường trung tuyến ($BE = ED$, theo giả thiết)

Suy ra I là trọng tâm của ΔADB, suy ra: $IM = \frac{1}{3}MB$ (tính chất). (1)

Xét ΔACD ta có:

CM là đường trung tuyến ($AM = MD$, theo giả thiết)

DF là đường trung tuyến ($AF = FC$, theo giả thiết)

Suy ra K là trọng tâm của ΔACD. Suy ra $IK = \frac{1}{3}MC$ (tính chất). (2)

Từ (1) và (2) và $MB = MC$ (theo giả thiết), ta có: $IM = MK$.