

TRƯỜNG THPT LƯƠNG THẾ VINH - QUẢNG BÌNH
GV: NGUYỄN HOÀNG VIỆT

CÁC CHUYÊN ĐỀ NÂNG CAO VÀ PHÁT TRIỂN



- ★ Tóm tắt lí thuyết
- ★ Phân Dạng Bài Tập
- ★ Bài Tập Minh Họa
- ★ Bài Tập Tự Luyện (Giải chi tiết)

ĐẠI SỐ 9

ĐỀ 20 a

LƯU HÀNH NỘI BỘ

Luyện mãi thành tài, miệt mài tất giỏi.

MỤC LỤC



Chương 1.	CĂN BẬC HAI, CĂN BẬC BA	1
Bài 1.	CĂN BẬC HAI	1
(A)	Kiến thức cần nhớ	1
(B)	Các dạng toán	1
Dạng 1.	Tìm căn bậc hai hoặc căn bậc hai số học của một số	1
Dạng 2.	So sánh các căn bậc hai	2
Dạng 3.	Tìm x	3
(C)	Luyện tập	4
Bài 2.	CĂN THỨC BẬC HAI VÀ HẰNG ĐẲNG THỨC $\sqrt{A^2} = A$	6
(A)	Kiến thức cần nhớ	7
(B)	Các dạng toán	7
Dạng 1.	Tìm điều kiện để $\sqrt{A}$ xác định	7
Dạng 2.	Rút gọn biểu thức dạng $\sqrt{A^2}$	8
(C)	Luyện tập	9
Bài 3.	LIÊN HỆ GIỮA PHÉP NHÂN VÀ PHÉP KHAI PHƯƠNG	12
(A)	Kiến thức cần nhớ	13
(B)	Các dạng toán	13
Dạng 1.	Khai phương một tích	13
Dạng 2.	Nhân các căn bậc hai	14
Dạng 3.	Rút gọn, tính giá trị biểu thức	14
Dạng 4.	Phân tích biểu thức chứa căn thành nhân tử	15
Dạng 5.	Giải phương trình	16
(C)	Luyện tập	17
Bài 4.	LIÊN HỆ GIỮA PHÉP CHIA VÀ PHÉP KHAI PHƯƠNG	19
(A)	Kiến thức cần nhớ	19
(B)	Các dạng toán	19



Dạng 1. Khai phương một thương.....	19
Dạng 2. Chia các căn bậc hai.....	20
Dạng 3. Rút gọn, tính giá trị biểu thức.....	20
Dạng 4. Giải phương trình.....	22
C Luyện tập.....	23
Bài 5. BIẾN ĐỔI ĐƠN GIẢN BIỂU THỨC CHỨA CĂN THỨC BẬC HAI	27
A Kiến thức cần nhớ.....	27
B Các dạng toán	28
Dạng 1. Đưa thừa số ra ngoài dấu căn.....	28
Dạng 2. Đưa thừa số vào trong dấu căn.....	29
Dạng 3. Khử mẫu.....	29
Dạng 4. Trục căn thức ở mẫu.....	31
C Luyện tập.....	32
Bài 6. RÚT GỌN BIỂU THỨC CHỨA CĂN BẬC HAI	37
A Kiến thức cần nhớ.....	37
B Các dạng toán	38
Dạng 1. Rút gọn biểu thức không chứa biến.....	38
Dạng 2. Chứng minh đẳng thức.....	40
Dạng 3. Rút gọn biểu thức chứa biến và các câu hỏi phụ liên quan.....	42
C Luyện tập.....	45
Bài 7. CĂN BẬC BA	51
A Kiến thức cần nhớ.....	51
B Các dạng toán	52
Dạng 1. Tìm căn bậc ba của một số.....	52
Dạng 2. So sánh các căn bậc ba.....	52
Dạng 3. Rút gọn biểu thức chứa căn bậc ba.....	53
Dạng 4. Giải phương trình chứa căn bậc ba.....	54
C Luyện tập.....	55
Bài 8. ÔN TẬP CHƯƠNG I	58
A Rút gọn biểu thức không chứa căn.....	58
Dạng 1. Rút gọn biểu thức không chứa căn.....	58
Dạng 2. Bài toán phụ sau khi rút gọn biểu thức.....	60
B Luyện tập.....	62

Ⓒ	Rút gọn biểu thức chứa căn.....	64
📁	Dạng 3. Tính giá trị của biểu thức khi biết x	65
📁	Dạng 4. Tìm x để biểu thức thỏa mãn phương trình.....	66
📁	Dạng 5. Tìm x để biểu thức thỏa mãn bất phương trình.....	68
📁	Dạng 6. Tìm x để biểu thức nhận giá trị nguyên.....	70
Ⓓ	Giải phương trình chứa căn.....	71
📁	Dạng 7. Giải phương trình chứa căn.....	71
Ⓔ	Luyện tập.....	73
Ⓕ	Các bài toán nâng cao.....	75
Ⓖ	Bài tập trắc nghiệm.....	87
Bài 9.	ĐỀ KIỂM TRA 1 TIẾT CHƯƠNG I	92
Ⓐ	Đề số 1- Tự Luận cho HS đại trà.....	92
Ⓑ	Đề số 2: Trắc nghiệm kết hợp tự luận dành cho học sinh đại trà.....	94
Ⓒ	Đề số 3 - Dành cho HS Khá, Giỏi.....	97

Chương 2. HÀM SỐ BẬC NHẤT 100

Bài 1.	KHÁI NIỆM HÀM SỐ. HÀM SỐ BẬC NHẤT	100
Ⓐ	Kiến thức nền tảng.....	100
Ⓑ	Hàm số bậc nhất.....	101
Ⓒ	Áp dụng giải toán.....	102
📁	Dạng 1. Biểu diễn điểm $A(x_0; y_0)$ trên hệ trục tọa độ.....	102
📁	Dạng 2. Nhận dạng hàm số bậc nhất.....	103
📁	Dạng 3. Vẽ đồ thị hàm số bậc nhất.....	103
📁	Dạng 4. Tìm giá trị của x hoặc y khi biết giá trị còn lại.....	104
📁	Dạng 5. Hàm số đồng biến và nghịch biến.....	106
Ⓓ	LUYỆN TẬP.....	106
Ⓔ	THỬ THÁCH.....	109
Bài 2.	ĐỒ THỊ CỦA HÀM SỐ BẬC NHẤT	111
Ⓐ	Nền tảng kiến thức.....	111
Ⓑ	Áp dụng giải toán.....	111
📁	Dạng 1. Điểm thuộc đường thẳng, điểm không thuộc đường thẳng.....	111
📁	Dạng 2. Xác định đường thẳng thỏa mãn tính chất nào đó.....	113
📁	Dạng 3. Vẽ đồ thị hàm số bậc nhất, đồ thị hàm trị tuyệt đối.....	114

(C)	Luyện tập.....	116
(D)	Thử thách.....	120
Bài 3.	ĐƯỜNG THẲNG SONG SONG VÀ ĐƯỜNG THẲNG CẮT NHAU	122
(A)	Nền tảng kiến thức.....	122
(B)	Áp dụng giải toán.....	122
☞	Dạng 1. Xét vị trí tương đối của hai đường thẳng.....	122
☞	Dạng 2. Xác định giao điểm của hai đường thẳng.....	123
☞	Dạng 3. Xác định hàm số thỏa mãn điều kiện cho trước.....	124
☞	Dạng 4. Xác định giá trị của tham số m để đường thẳng $y = ax + b$ thỏa mãn điều kiện cho trước.....	125
(C)	Luyện tập.....	127
(D)	Thử thách.....	129
Bài 4.	HỆ SỐ GÓC CỦA ĐƯỜNG THẲNG $Y = AX + B$ ($A \neq 0$)	130
(A)	Nền tảng kiến thức.....	130
(B)	Các dạng toán.....	130
☞	Dạng 1. XÁC ĐỊNH HỆ SỐ GÓC CỦA ĐƯỜNG THẲNG.....	130
☞	Dạng 2. XÁC ĐỊNH GÓC.....	131
☞	Dạng 3. XÁC ĐỊNH ĐƯỜNG THẲNG DỰA VÀO HỆ SỐ GÓC.....	132
(C)	Luyện tập.....	132
(D)	Thử Thách.....	133
Bài 5.	ÔN TẬP CHƯƠNG II	133
(A)	Trắc nghiệm.....	134
(B)	Tự luận.....	144
Bài 6.	ĐỀ KIỂM TRA CHƯƠNG II	165
(A)	Đề số 1 (Dành cho học sinh đại trà).....	165
(B)	Đề số 2 (Dành cho học sinh khá, giỏi).....	166
Chương 3.	HỆ HAI PHƯƠNG TRÌNH BẬC NHẤT HAI ẨN	168
Bài 1.	PHƯƠNG TRÌNH BẬC NHẤT HAI ẨN. HỆ HAI PHƯƠNG TRÌNH BẬC NHẤT HAI ẨN	168
(A)	Nền tảng kiến thức.....	168
(B)	Áp dụng giải toán.....	169
☞	Dạng 1. Xét xem cặp số có phải là nghiệm của phương trình không....	169

Dạng 2. Tìm nghiệm tổng quát và biểu diễn tập nghiệm của phương trình	169
Dạng 3. Xác định tham số khi biết nghiệm của phương trình	170
Dạng 4. Đoán nhận số nghiệm của hệ phương trình bậc nhất	170
Dạng 5. Hai hệ phương trình tương đương	171
C Luyện tập	171
D Thử thách	173
Bài 2. PHƯƠNG PHÁP GIẢI HỆ PHƯƠNG TRÌNH	173
A Nền tảng kiến thức	173
B Áp dụng giải toán	176
Dạng 1. Giải và biện luận hệ phương trình	176
Dạng 2. Các bài toán về đường thẳng trong hệ trục tọa độ	177
Dạng 3. Xác định tham số để hệ có nghiệm duy nhất	178
Dạng 4. Xác định tham số để hệ vô nghiệm	179
Dạng 5. Xác định tham số để hệ có vô số nghiệm	180
Dạng 6. Xác định tham số để hệ có nghiệm thỏa điều kiện khác	180
C Luyện tập	182
D Thử thách	185
Bài 3. GIẢI BÀI TOÁN BẰNG CÁCH LẬP HỆ PHƯƠNG TRÌNH	187
A Nền tảng kiến thức	188
B Áp dụng giải toán	188
Dạng 1. Toán số học, phần trăm	188
Dạng 2. Toán năng suất công việc	189
Dạng 3. Toán chuyển động	190
Dạng 4. Toán có các yếu tố hình học	191
Dạng 5. Toán việc làm chung làm riêng	192
Dạng 6. Dạng toán khác	193
C Luyện tập	194
D Thử thách	200
Bài 4. ÔN TẬP CHƯƠNG III	202
A Toán trắc nghiệm	202
B Toán tự luận	215
Dạng 1. Giải hệ phương trình	215
Dạng 2. Giải và biện luận hệ phương trình	218

✎ Dạng 3. Xác định tham số để hệ có nghiệm thỏa mãn điều kiện đề bài	219
✎ Dạng 4. Toán số học, phần trăm	221
✎ Dạng 5. Toán năng suất công việc	222
✎ Dạng 6. Toán chuyển động	223
✎ Dạng 7. Toán có các yếu tố hình học	224
✎ Dạng 8. Toán làm chung làm riêng	224
✎ Dạng 9. Các dạng khác	225
✎ Dạng 10. Giải hệ n phương trình bậc nhất n ẩn với $n = 3, n = 4$	226
✎ Dạng 11. Giải toán bằng cách lập hệ phương trình	227
Bài 5. ĐỀ KIỂM TRA 1 TIẾT	227
(A) Đề số 1 (Dành cho học sinh đại trà)	228
(B) Đề số 2 (Dành cho học sinh giỏi)	229
Chương 4. HÀM SỐ $Y = AX^2$ ($A \neq 0$) - PHƯƠNG TRÌNH BẬC HAI MỘT ẨN	232
Bài 1. HÀM SỐ VÀ ĐỒ THỊ HÀM SỐ $Y = AX^2$ ($A \neq 0$)	232
(A) Nền tảng kiến thức	232
(B) Áp dụng giải toán	232
✎ Dạng 1. Vẽ đồ thị hàm số $y = ax^2$	232
✎ Dạng 2. Tính giá trị của hàm số	233
✎ Dạng 3. Xác định hàm số bậc hai thỏa mãn tính chất cho trước	234
✎ Dạng 4. Tính biến thiên của hàm số $y = ax^2$	234
✎ Dạng 5. Tương giao giữa parabol và đường thẳng	235
(C) Luyện tập	236
(D) Thử thách	239
Bài 2. PHƯƠNG TRÌNH BẬC HAI MỘT ẨN VÀ CÔNG THỨC NGHIỆM	240
(A) Tóm tắt lý thuyết	240
(B) Áp dụng giải toán	241
✎ Dạng 1. Giải phương trình bậc hai	241
✎ Dạng 2. Giải và biện luận phương trình dạng $ax^2 + bx + c = 0$	243
(C) Luyện tập	246
(D) Thử thách	249
Bài 3. HỆ THỨC VI-ÉT VÀ ỨNG DỤNG	253
(A) Tóm tắt lý thuyết	253

ⓑ	Áp dụng giải toán.....	253
📁	Dạng 1. Tính giá trị biểu thức đối xứng giữa các nghiệm.....	253
📁	Dạng 2. Tìm giá trị của tham số khi biết hệ đối xứng giữa các nghiệm.....	255
📁	Dạng 3. Tìm hai số khi biết tổng và tích của chúng.....	256
📁	Dạng 4. Tìm hệ thức độc lập giữa các nghiệm không phụ thuộc vào tham số.....	256
📁	Dạng 5. Xét dấu hai nghiệm của phương trình bậc hai.....	257
ⓒ	Luyện tập.....	259
ⓓ	Thử thách.....	262
Bài 4.	PHƯƠNG TRÌNH QUY VỀ PHƯƠNG TRÌNH BẬC HAI	265
Ⓐ	Nền tảng kiến thức.....	265
Ⓑ	Áp dụng giải toán.....	266
📁	Dạng 1. Giải và biện luận phương trình trùng phương.....	266
📁	Dạng 2. Phương trình chứa ẩn ở mẫu.....	267
📁	Dạng 3. Phương trình đưa về phương trình tích.....	268
📁	Dạng 4. Phương pháp đặt ẩn phụ.....	269
📁	Dạng 5. Phương trình bậc bốn $(x + a)(x + b)(x + c)(x + d) = m$ với $a + b = c + d$	270
📁	Dạng 6. Phương trình đối xứng bậc bốn, phương trình hồi quy.....	271
📁	Dạng 7. Phương trình dạng $(x + a)^4 + (x + b)^4 = c$	272
📁	Dạng 8. Phương trình dạng phân thức hữu tỉ.....	273
📁	Dạng 9. Nâng lũy thừa hai vế của phương trình.....	276
📁	Dạng 10. Biến đổi đẳng thức, dùng hằng đẳng thức.....	277
📁	Dạng 11. Biến đổi thành tổng các số hạng không âm.....	279
📁	Dạng 12. Đặt ẩn phụ hoàn toàn.....	280
📁	Dạng 13. Đặt ẩn phụ không hoàn toàn.....	282
📁	Dạng 14. Dùng lượng liên hợp.....	283
ⓒ	Thử thách.....	296
Bài 5.	GIẢI TOÁN BẰNG CÁCH LẬP PHƯƠNG TRÌNH	300
Ⓐ	Nền tảng kiến thức.....	300
Ⓑ	Các dạng bài tập và phương pháp giải.....	300
📁	Dạng 1. Toán số học, phần trăm.....	300
📁	Dạng 2. Năng suất công việc.....	301
📁	Dạng 3. Toán chuyển động.....	302

📁	Dạng 4. Dạng toán có nội dung hình học.....	303
📁	Dạng 5. Toán làm chung làm riêng.....	304
📁	Dạng 6. Các dạng khác.....	305
Ⓢ	Luyện tập.....	307
Ⓢ	Thử thách.....	312
Bài 6.	ÔN TẬP CHƯƠNG IV	315
Ⓢ	Toán trắc nghiệm.....	315
Ⓢ	Toán tự luận.....	326
Bài 7.	ĐỀ KIỂM TRA 45 PHÚT	333
Ⓢ	ĐỀ KIỂM TRA 45 PHÚT CHƯƠNG IV - CƠ BẢN.....	333
Ⓢ	ĐỀ KIỂM TRA 45 PHÚT CHƯƠNG IV - NÂNG CAO.....	335

Chương 1

CĂN BẬC HAI, CĂN BẬC BA

Bài 1

CĂN BẬC HAI

A Kiến thức cần nhớ

○ Định nghĩa 1.1.

- a) Căn bậc hai của số thực a là số x sao cho $x^2 = a$.
- ☑ Mỗi số dương a đều có đúng hai căn bậc hai là hai số đối nhau, số dương kí hiệu là $\sqrt{a}$ còn số âm kí hiệu là $-\sqrt{a}$.
 - ☑ Số 0 có đúng một căn bậc hai chính là số 0, ta viết $\sqrt{0} = 0$.
 - ☑ Số âm không có căn bậc hai.
- b) Với mỗi số dương a , số $\sqrt{a}$ được gọi là **căn bậc hai số học** của a .

⚠ Lưu ý: Chú ý

- ☑ Số 0 cũng được gọi là căn bậc hai số học của 0.
- ☑ $\sqrt{a}$ xác định khi và chỉ khi $a \geq 0$.

○ Định lý 1.1. Với hai số a, b không âm ta có $a < b \Leftrightarrow \sqrt{a} < \sqrt{b}$.

B Các dạng toán

📁 Dạng 1. Tìm căn bậc hai hoặc căn bậc hai số học của một số

Phương pháp giải: Sử dụng định nghĩa hoặc máy tính cầm tay.

💡 Ví dụ 1. Tính căn bậc hai của các số sau

- | | |
|------|-------------------|
| a) 1 | c) $\frac{16}{9}$ |
| b) 9 | d) 0,36 |

💬 Lời giải.

.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	

❖ **Ví dụ 2.** Tính căn bậc hai số học của các số sau

a) 0,01

c) 0,25

b) 0,04

d) $\frac{4}{9}$

💬 **Lời giải.**

.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	

❖ **Ví dụ 3.** Tính tổng $S = \sqrt{0,49} + \sqrt{\frac{1}{9}} - \sqrt{\frac{25}{4}}$.

💬 **Lời giải.**

.....	
-------	-------

⚠ **Lưu ý:** Học sinh có thể sử dụng máy tính cầm tay để kiểm tra kết quả.

📁 Dạng 2. So sánh các căn bậc hai

Ta thường sử dụng tính chất cơ bản của bất đẳng thức, cụ thể:

☑ Nếu $\begin{cases} a > b \\ c > d \end{cases}$ thì $a + c > b + d$.

☑ Nếu $\begin{cases} a > b \\ c > 0 \end{cases}$ thì $ac > bc$.

☑ Nếu $\begin{cases} a > b \\ c < 0 \end{cases}$ thì $ac < bc$.

☑ Nếu $\begin{cases} a > b > 0 \\ c > d > 0 \end{cases}$ thì $ac > bd$.

☑ Với hai số a, b không âm ta có $\sqrt{a} < \sqrt{b} \Leftrightarrow a < b \Leftrightarrow a^2 < b^2$.

🔗 **Ví dụ 1.** So sánh các số sau:

a) $\sqrt{26}$ và 5.

c) $\sqrt{2} + \sqrt{11}$ và $\sqrt{3} + 5$.

b) $\sqrt{7} + \sqrt{15}$ và 7.

d) $-5\sqrt{35}$ và -30 .

💬 **Lời giải.**

.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	

🔗 **Ví dụ 2.** Cho $a > 0$. Chứng minh rằng

a) Nếu $a > 1$ thì $a > \sqrt{a}$.

b) Nếu $a < 1$ thì $a < \sqrt{a}$.

💬 **Lời giải.**

.....	
.....	
.....	
.....	

Dạng 3. Tìm x

Phương pháp giải: Thường biến đổi biểu thức về dạng $\sqrt{f(x)} = a$. (*)

☑ Nếu $a < 0$ thì (*) vô nghiệm.

☑ Nếu $a = 0$ thì (*) $\Leftrightarrow f(x) = 0$.

☑ Nếu $a > 0$ thì (*) $\Leftrightarrow f(x) = a^2$.

⚠ Lưu ý: Nếu không biến đổi tương đương được các phương trình thì có thể dùng phép biến đổi suy ra sau đó phải thử lại.

🔗 Ví dụ 1. Tìm x thỏa mãn:

a) $\sqrt{x} = -2018$.

b) $\sqrt{x+1} - 1 = 2.$

 **Lời giải.**

⇒ Ví dụ 2. Tìm x thỏa mãn

a) $\sqrt{x^2 + 5x + 20} = 4$.

b) $3 - \sqrt{x^2 + 5} = 4$.

 **Lời giải.**

Luyện mãi thành tài, miệt mài tất giỏi.

C Luyện tập

🔗 **Bài 1.** Tìm căn bậc hai số học và căn bậc hai của các số sau:

a) 0,25.

c) 169.

b) 81.

d) 2,25.

 **Lời giải.**

🔗 **Bài 2.** Rút gọn biểu thức:

a) $A = 2\sqrt{27} + 5\sqrt{12} - 3\sqrt{48}$.

c) $C = 3\sqrt{2}(4 - \sqrt{2}) + 3(1 - 2\sqrt{2})^2$.

b) $B = \sqrt{147} + \sqrt{54} - 4\sqrt{27}$.

d) $D = 2\sqrt{5} - \sqrt{125} - \sqrt{80} + \sqrt{605}$.

💬 **Lời giải.**

🔗 **Bài 3.** So sánh các số sau:

a) 6 và $\sqrt{41}$.

c) $-3\sqrt{5}$ và $-5\sqrt{3}$.

b) $2\sqrt{27}$ và $\sqrt{147}$.

d) $2\sqrt{2} - 1$ và 2.

💬 **Lời giải.**

🔗 **Bài 4.** Tìm số thực x thỏa mãn:

a) $\sqrt{-2x^2 - 9} = 2$.

d) $\sqrt{-3x + 4} = 12$.

b) $\sqrt{x^2 + 1} + 2 = 0$.

e) $\sqrt{(\sqrt{x} - 7)(\sqrt{x} + 7)} = 2$.

c) $\sqrt{3x - 1} = 4$.

f) $\sqrt{9(x - 1)} - 19 = 2$.

💬 **Lời giải.**

🔗 **Bài 5.** (*) Chứng minh rằng $\sqrt{2}$ là một số vô tỉ.

 **Lời giải.**

🔗 **Bài 6.** (*) Chứng minh rằng $\sqrt{5}$ là một số vô tỉ.

 **Lời giải.**

Bài 2

CĂN THỨC BẬC HAI VÀ HẰNG ĐẲNG THỨC

$$\sqrt{A^2} = |A|$$

A Kiến thức cần nhớ

a) Ta có $\sqrt{A^2} = |A| = \begin{cases} A & \text{nếu } A \geq 0 \\ -A & \text{nếu } A < 0. \end{cases}$

⚠ Lưu ý: Cần phân biệt $\sqrt{A^2}$ với $(\sqrt{A})^2$. Khi viết $\sqrt{A^2}$ thì A có thể là số âm. Khi viết $(\sqrt{A})^2$ thì A phải là số không âm.

b) Điều kiện xác định (hay có nghĩa) của $\sqrt{A}$ là $A \geq 0$.

c) Cách giải các bất phương trình dạng $|x| \leq a$ và $|x| \geq a$ với $a > 0$ như sau

$$|x| \leq a \Leftrightarrow -a \leq x \leq a.$$

$$|x| \geq a \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq a \\ x \leq -a. \end{cases}$$

B Các dạng toán

Dạng 1. Tìm điều kiện để $\sqrt{A}$ xác định

Phương pháp giải

☑ $\sqrt{A}$ có nghĩa khi $A \geq 0$.

☑ $\frac{1}{\sqrt{A}}$ có nghĩa khi $A > 0$.

Kiến thức bổ sung: Chú ý rằng với a là số dương ta luôn có:

$$x^2 \leq a^2 \Leftrightarrow -a \leq x \leq a.$$

$$x^2 \geq a^2 \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq a \\ x \leq -a. \end{cases}$$

🔗 Ví dụ 1. Tìm x để căn thức $\sqrt{5-2x}$ có nghĩa.

💬 Lời giải.

🔗 Ví dụ 2. Tìm x để căn thức $\sqrt{\frac{1}{x^2-4x+4}}$ có nghĩa.

💬 Lời giải.

🔗 Ví dụ 3. Với giá trị nào của x thì biểu thức $\sqrt{25-x^2}$ có nghĩa?

💬 Lời giải.

❖ **Ví dụ 4.** Tìm các giá trị của x để biểu thức $\sqrt{\frac{1}{x^2 - 100}}$ có nghĩa.

💬 **Lời giải.**

❖ **Ví dụ 5.** Có bao nhiêu giá trị nguyên của x để biểu thức $M = \sqrt{x+4} + \sqrt{2-x}$ có nghĩa?

💬 **Lời giải.**

Dạng 2. Rút gọn biểu thức dạng $\sqrt{A^2}$

Đưa biểu thức dưới căn về dạng bình phương.

$$\sqrt{A^2} = |A|.$$

 **Lưu ý:** Điều kiện xác định của $\sqrt{A}$ là $A \geq 0$.

❖ **Ví dụ 1.** Rút gọn các biểu thức sau

a) $\sqrt{13 + 4\sqrt{3}} + 2\sqrt{7 - 4\sqrt{3}}.$

b) $(\sqrt{10} - \sqrt{2}) \cdot \sqrt{3 + \sqrt{5}}.$

💬 **Lời giải.**

❖ **Ví dụ 2.** Rút gọn các biểu thức sau

a) $\frac{a+b-2\sqrt{ab}}{a-b}$ với $a > b > 0$.

b) $\frac{2}{x-1} \cdot \sqrt{\frac{x^2-2x+1}{4x^2}}$ với $0 < x < 1$.

💬 **Lời giải.**

⇒ **Ví dụ 3.** Rút gọn các biểu thức sau:

a) $\sqrt{x^4 - 4x^2 + 4} - x^2$.

b) $\frac{\sqrt{x^4 - 2x^2 + 1}}{x + 1}$, với $x > 1$.

💬 **Lời giải.**

C Luyện tập

⇒ **Bài 1.** Với giá trị nào của x thì các căn thức sau có nghĩa

a) $\sqrt{-3x}$.

b) $\sqrt{2x - 4}$.

c) $\sqrt{7 - 6x}$.

d) $\sqrt{-3x + 2}$.

💬 **Lời giải.**

⇒ **Bài 2.** Với giá trị nào của x thì các căn thức sau có nghĩa

a) $\frac{x}{x-2} + \sqrt{x-2}$.

b) $\frac{x}{x+2} + \sqrt{x-2}$.

c) $\sqrt{\frac{1}{3-2x}}$.

d) $\sqrt{\frac{-2}{x+1}}$.

💬 **Lời giải.**

✧ **Bài 3.** (*) Với giá trị nào của x thì các căn thức sau có nghĩa

a) $\sqrt{\frac{4x^2}{3x-1}}$.

b) $\sqrt{\frac{2-3x}{4x^2}}$.

💬 **Lời giải.**

✧ **Bài 4.** Rút gọn các biểu thức sau

a) $\sqrt{11-6\sqrt{2}} - \sqrt{11+6\sqrt{2}}$.

b) $\sqrt{(2-\sqrt{5})^2} + \sqrt{14-6\sqrt{5}}$.

c) $(2+\sqrt{7})\sqrt{11-4\sqrt{7}}$.

d) $\sqrt{(3+\sqrt{2})^2} + \sqrt{6-4\sqrt{2}}$.

e) $\sqrt{9-3\sqrt{8}} - \frac{\sqrt{3}-1}{\sqrt{2}} + \sqrt{5-2\sqrt{6}} - \sqrt{2-\sqrt{3}}$.

f) $\frac{2-\sqrt{3}}{\sqrt{2}+\sqrt{2+\sqrt{3}}} + \frac{2+\sqrt{3}}{\sqrt{2}-\sqrt{2-\sqrt{3}}}$.

💬 **Lời giải.**

🔗 Bài 5. Cho các biểu thức

$$\begin{aligned} A &= \sqrt{20a + 92} + \sqrt{a^4 + 16a^2 + 64} \\ B &= a^4 + 20a^3 + 100a^2 \end{aligned}$$

- a) Rút gọn A .
- b) Tìm a để $A + B = 0$.

 **Lời giải.**

🔗 Bài 6. Rút gọn các biểu thức sau

a) $\sqrt{19 - 8\sqrt{3}} + \sqrt{4 - 2\sqrt{3}}$.

b) $\sqrt{12 + 3\sqrt{3}} + \sqrt{4 + 2\sqrt{3}} - 2\sqrt{3}$.

 **Lời giải.**

🔗 Bài 7. Rút gọn các biểu thức sau

a) $\frac{1}{2}\sqrt{12-8\sqrt{2}} + \sqrt{17-12\sqrt{2}} - 4\sqrt{2}.$

b) $\sqrt{10 + 4\sqrt{6}}$.

 **Lời giải.**

✧ Bài 8. Rút gọn các biểu thức sau

a) $\frac{\sqrt{4x^2 + 4x + 1}}{4x^2 - 1}$ với $x > -\frac{1}{2}$.

b) $9 + x + \sqrt{4 - 4x + x^2}$ với $x < 2$.

💬 Lời giải.

✧ Bài 9. Tính

a) $\sqrt{(1 - \sqrt{2})^2} + \sqrt{11 - 6\sqrt{2}}$.

b) $\frac{2}{\sqrt{5} + \sqrt{3}} - \sqrt{\frac{2}{4 - \sqrt{15}}} + 6\sqrt{\frac{1}{3}}$.

💬 Lời giải.

✧ Bài 10. Giải phương trình

a) $\sqrt{x^2} = 1$.

b) $\sqrt{4x^2 - 4x + 1} = 3$.

💬 Lời giải.



Kiến thức cần nhớ

- Định lí 3.1. Với hai số a và b không âm, ta có $\sqrt{ab} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b}$.
- Hệ quả 3.1 (Quy tắc khai phương một tích). Muốn khai phương một tích của các số không âm, ta có thể khai phương từng thừa số rồi nhân các kết quả với nhau.
- Hệ quả 3.2 (Quy tắc nhân các căn bậc hai). Muốn nhân các căn bậc hai của các số không âm, ta có thể nhân các số dưới dấu căn với nhau rồi khai phương kết quả đó.
- Hệ quả 3.3. Với hai biểu thức A và B không âm, ta có $\sqrt{AB} = \sqrt{A} \cdot \sqrt{B}$. Đặc biệt, với biểu thức A không âm, ta có $(\sqrt{A})^2 = \sqrt{A^2} = A$.



Các dạng toán

Dạng 1. Khai phương một tích

Phương pháp giải

Áp dụng định lý: Với hai số a và b không âm, ta có $\sqrt{ab} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b}$.

Lưu ý: Định lý trên có thể mở rộng cho tích của nhiều số không âm như sau:
Với $n \geq 2$ và các số $a_1, a_2, \dots, a_n$ không âm, ta có $\sqrt{a_1 a_2 \dots a_n} = \sqrt{a_1} \cdot \sqrt{a_2} \dots \sqrt{a_n}$.

Ví dụ 1. Tính

- a) $\sqrt{27 \cdot 75}$; c) $\sqrt{160 \cdot 12,1}$;
- b) $\sqrt{200 \cdot 18}$; d) $\sqrt{3,6 \cdot 25,6}$.

Lời giải.

- Ví dụ 2.** a) Cho a và b là các số âm. Chứng minh rằng $\sqrt{ab} = \sqrt{-a} \cdot \sqrt{-b}$.
- b) Áp dụng tính $\sqrt{(-81) \cdot (-36) \cdot 0,25}$.

Lời giải.

Nơi Đầu Có Ý Chỉ Ở Đó Có Con Đường

Dạng 2. Nhân các căn bậc hai

Phương pháp giải

Áp dụng quy tắc: Muốn nhân các căn bậc hai của các số không âm, ta có thể nhân các số dưới dấu căn với nhau rồi khai phương kết quả đó.

⇒ Ví dụ 1. Tính

a) $\sqrt{45} \cdot \sqrt{180}$;

c) $\sqrt{250} \cdot \sqrt{0,9}$;

b) $\sqrt{7} \cdot \sqrt{105}$;

d) $\sqrt{8} \cdot \sqrt{162}$.

💬 Lời giải.

Dạng 3. Rút gọn, tính giá trị biểu thức

Phương pháp giải

Kết hợp các hằng đẳng thức đáng nhớ và các quy tắc khai phương và nhân các căn bậc hai.

⇒ Ví dụ 1. Tính

a) $\sqrt{10,6^2 - 5,6^2}$;

d) $(1 + \sqrt{2} - \sqrt{3})(1 - \sqrt{2} + \sqrt{3})$;

b) $\sqrt{29 + 12\sqrt{5}} + \sqrt{29 - 12\sqrt{5}}$;

e) $(\sqrt{5 + \sqrt{21}} + \sqrt{5 - \sqrt{21}})^2$;

c) $\frac{\sqrt{10} + \sqrt{26}}{2\sqrt{5} + \sqrt{52}}$;

f) $\frac{3\sqrt{2} - \sqrt{3} - \sqrt{6} + \sqrt{16}}{\sqrt{2} - \sqrt{3} + \sqrt{4}}$.

💬 Lời giải.

❖ **Ví dụ 2.** Rút gọn các biểu thức

- a) $A = \sqrt{(a-1)^2(2a+1)^2}$ với $a > 1$;
 b) $B = \sqrt{(b-1)(b+7) + 16}$ với $b < -3$;
 c) $C = \sqrt{c^2 + 10c + 25} - \sqrt{c^2 - 10c + 5}$ với $-5 \leq c \leq 5$;
 d) $D = \frac{1-d}{\sqrt{d^2-2d+1}} + \frac{\sqrt{d^2-4d+4}}{d-2}$ với $d > 2$.

💬 **Lời giải.**

Dạng 4. Phân tích biểu thức chứa căn thành nhân tử

Phương pháp giải

Kết hợp các hằng đẳng thức đáng nhớ và các quy tắc khai phương và nhân các căn bậc hai.

❖ **Ví dụ 1.** Phân tích các biểu thức sau thành nhân tử

- a) $A = \sqrt{x^2 - 16} + \sqrt{x^2 - 4x}$ với $x > 4$;
 b) $B = \sqrt{x^3 - 8} + \sqrt{x(x+2) + 4}$ với $x > 2$;
 c) $C = \sqrt{4x^2 + 4x + 1} - \sqrt{4x^2 + 4x}$ với $x > 0$.

💬 **Lời giải.**

Dạng 5. Giải phương trình

Phương pháp giải

- ✔ Xác định điều kiện phương trình.
- ✔ Dùng các hằng đẳng thức và tính chất của dấu giá trị tuyệt đối.
- ✔ Phân tích đa thức thành nhân tử.

Một số công thức cần lưu ý.

- | | |
|---|--|
| ✔ $\sqrt{A^2} = A .$ | ✔ $ A = B \Leftrightarrow \begin{cases} A \geq 0 \\ A = B \end{cases} \text{ hoặc } \begin{cases} A < 0 \\ A = -B. \end{cases}$ |
| ✔ $A^2 = B^2 \Leftrightarrow A = \pm B.$ | ✔ $ A = B \Leftrightarrow \begin{cases} B \geq 0 \\ A = B \text{ hoặc } A = -B. \end{cases}$ |
| ✔ $\sqrt{A} = \sqrt{B} \Leftrightarrow \begin{cases} A \geq 0 \text{ (hoặc } B \geq 0) \\ A = B. \end{cases}$ | ✔ $ A = B \Leftrightarrow A = B \text{ hoặc } A = -B.$ |
| ✔ $\sqrt{A} = B \Leftrightarrow \begin{cases} B \geq 0 \\ A = B^2. \end{cases}$ | ✔ $ A + B = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} A = 0 \\ B = 0. \end{cases}$ |
| ✔ $\sqrt{A} + \sqrt{B} = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} A = 0 \\ B = 0. \end{cases}$ | |

❖ Ví dụ 1. Giải các phương trình sau

a) $\sqrt{(x-1)^2} = 3-x;$

c) $\sqrt{x^2-4x+3} = x-3;$

b) $\sqrt{2x+5} = \sqrt{1-x};$

d) $\sqrt{x^2-4} + \sqrt{x^2+4x+4} = 0.$

💬 Lời giải.

C

Luyện tập

🔗 **Bài 1.** Rút gọn các biểu thức sau

a) $\sqrt{48} - 2\sqrt{75} + \sqrt{108} - \frac{1}{7}\sqrt{147}$;

d) $\sqrt{11 - 6\sqrt{2}} - \sqrt{11 + 6\sqrt{2}}$;

b) $(\sqrt{44} + \sqrt{11})\sqrt{11}$;

e) $\sqrt{(2 - \sqrt{5})^2} + \sqrt{14 - 6\sqrt{5}}$;

c) $\sqrt{24} - 6\sqrt{\frac{1}{6}} - \frac{3\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$;

f) $(2 + \sqrt{7})\sqrt{11 - 4\sqrt{7}}$;

g) $\sqrt{(3 + \sqrt{2})^2} + \sqrt{6 - 4\sqrt{2}}$;

h) $\sqrt{9 - 3\sqrt{8}} - \frac{\sqrt{3} - 1}{\sqrt{2}} + \sqrt{5 - 2\sqrt{6}} - \sqrt{2 - \sqrt{3}}$.

💬 **Lời giải.**

Nơi Đầu Có Ý Chỉ Ở Đó Có Con Đường

✧ **Bài 2.** Rút gọn các biểu thức sau

a) $A = x + 3 + \sqrt{x^2 - 6x + 9}, \quad (x \leq 3).$

c) $C = \sqrt{x^2 + 4x + 4} - \sqrt{x^2}, \quad (-2 \leq x \leq 0).$

b) $B = |x - 2| + \frac{\sqrt{x^2 - 4x + 4}}{x - 2}, \quad (x < 2).$

d) $D = 2x - 1 - \frac{\sqrt{x^2 - 10x + 25}}{x - 5}.$

💬 **Lời giải.**

✧ **Bài 3.** Giải các phương trình sau

a) $\sqrt{1 - 12x + 36x^2} = 5.$

c) $|3x + 1| = |x + 1|.$

b) $\sqrt{x^2 - x - 6} = \sqrt{x - 3}.$

d) $|x^2 - 1| + |x + 1| = 0.$

💬 **Lời giải.**

Bài 4

LIÊN HỆ GIỮA PHÉP CHIA VÀ PHÉP KHAI PHƯƠNG

A Kiến thức cần nhớ

🔴 **Định lí 4.1.** Với $A \geq 0, B > 0$ thì $\sqrt{\frac{A}{B}} = \frac{\sqrt{A}}{\sqrt{B}}$.

B Các dạng toán

Dạng 1. Khai phương một thương

Quy tắc. Muốn khai phương một thương $\frac{A}{B}$ của hai biểu thức $A \geq 0, B > 0$, ta có thể khai phương lần lượt biểu thức bị chia A và biểu thức chia B . Sau đó lấy kết quả thứ nhất chia cho kết quả thứ hai.

🔗 Ví dụ 1. Tính:

a) $A = \sqrt{\frac{49}{81}}$;

$$\text{b) } B = \frac{\sqrt{3 + \sqrt{5}}}{\sqrt{2}}.$$

 **Lời giải.**

🔗 **Ví dụ 2.** Rút gọn các biểu thức:

4. LIÊN HỆ GIỮA PHÉP CHIA VÀ PHÉP KHAI PHƯƠNG

a) $A = \sqrt{\frac{a^2}{b}} \cdot \sqrt{\frac{a^6}{b^3}}$, với $b > 0$;

$$\text{b) } B = b^5 \sqrt{\frac{a^2 + 6a + 9}{b^8}}.$$

 Lời giải.

Luyện mãi thành tài, miệt mài tất giỏi.

📁 Dạng 2. Chia các căn bậc hai

Phương pháp giải:

Quy tắc chia hai căn thức bậc hai: Muốn chia căn bậc hai của biểu thức không âm A cho căn bậc hai của số dương B , ta có thể chia biểu thức A cho biểu thức B rồi lấy căn bậc hai của thương đó.

🔗 Ví dụ 1. Thực hiện phép tính:

a) $A = \sqrt{98} : \sqrt{2};$

c) $C = (5\sqrt{3} + 3\sqrt{5}) : \sqrt{15}$.

b) $B = (\sqrt{48} - \sqrt{27} + \sqrt{3}) : \sqrt{3};$

 **Lời giải.**

Dạng 3. Rút gọn, tính giá trị biểu thức

Ta sử dụng tính chất

Với $a \geq 0$ và $b > 0$ thì ta có $\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$.

⚠ Lưu ý: Chú ý khi giải bài dạng này phải xét trong điều kiện có nghĩa của biểu thức chứa căn.

🔗 Ví dụ 1. Rút gọn các biểu thức sau:

a) $\sqrt{\frac{(x-1)^2}{16}}$ với $x \geq 1$;

b) $\sqrt{\frac{x^4}{(a-1)^2}}$ với $a < 1$.

 **Lời giải.**

 **Ví dụ 2.** Rút gọn các biểu thức sau:

a) $\frac{\sqrt{27(x-5)^2}}{\sqrt{3}}$ với $x \geq 5$;

b) $\frac{\sqrt{(x-4)^4}}{\sqrt{9(x-4)^2}}$ với $x < 4$.

 **Lời giải.**

 **Ví dụ 3.** Rút gọn biểu thức với điều kiện đã cho và tính giá trị của nó:

a) $\sqrt{\frac{x-2\sqrt{x}+1}{x+2\sqrt{x}+1}}$ với $x \geq 0$; tính giá trị tại $x = 4$.

b) $\sqrt{\frac{(x-2)^4}{(3-x)^2}} + \frac{x^2-1}{x-3}$ với $x < 3$; tính giá trị tại $x = 0,5$.

 **Lời giải.**

Nơi Đầu Có Ý Chí Ở Đó Có Con Đường

Dạng 4. Giải phương trình

Tìm điều kiện của biểu thức có mặt trong phương trình.
Thu gọn trong điều kiện của biến sau đó giải phương trình.

Lưu ý: Chú ý khi giải bài dạng này phải xét điều kiện có nghĩa của biểu thức chứa căn và cuối cùng phải đối chiếu nghiệm tìm được với điều kiện.

🔗 Ví dụ 1. Tìm x thỏa mãn điều kiện:

$$\text{a) } \sqrt{\frac{(x-1)^4}{x^2-2x+1}} = 2;$$

$$\text{b) } \frac{\sqrt{x-1}}{\sqrt{x^2-x}} = 3.$$

 **Lời giải.**

🔗 Ví dụ 2. Tìm x thỏa mãn điều kiện:

a) $\sqrt{\frac{2x-3}{x-1}} = 2;$

b) $\frac{\sqrt{x-2}}{\sqrt{3x-4}} = 1.$

 **Lời giải.**

C **Luyện tập**

🔗 Bài 1. Áp dụng quy tắc khai phương một thương, hãy tính

a) $\sqrt{\frac{121}{9}}$;

b) $\sqrt{\frac{144}{169}}$;

c) $\sqrt{3\frac{6}{25}}$

d) $\sqrt{4\frac{21}{25}}$.

 **Lời giải.**

✧ **Bài 2.** Áp dụng quy tắc chia hai căn bậc hai, hãy tính

a) $\frac{\sqrt{999}}{\sqrt{444}};$

b) $\frac{\sqrt{160}}{\sqrt{0,4}};$

c) $\frac{\sqrt{9+6\sqrt{2}}}{\sqrt{3}};$

d) $\sqrt{2+\sqrt{3}} : \sqrt{\frac{1}{2}}.$

💬 **Lời giải.**

✧ **Bài 3.** Rút gọn các biểu thức sau

a) $\sqrt{1\frac{9}{16} \cdot 5\frac{4}{9} \cdot 0,01};$

b) $\sqrt{\frac{165^2 - 124^2}{164}};$

c) $\sqrt{\frac{149^2 - 76^2}{457^2 - 384^2}}.$

💬 **Lời giải.**

✧ **Bài 4.** Rút gọn các biểu thức sau

a) $\frac{\sqrt{96x^5}}{\sqrt{24x}} \ (x > 0);$

b) $\frac{\sqrt{18(x+1)^3}}{\sqrt{2x} + \sqrt{2}} \ (x > -1);$

c) $\frac{\sqrt{3x^4y^4}}{\sqrt{27x^2y^4}} \ (x < 0, y > 0).$

💬 **Lời giải.**

🔗 Bài 5. Rút gọn các biểu thức sau

$$\text{a) } (2x - 2) \sqrt{\frac{(x - 2)^4}{(x - 1)^2}} \quad (x < 1);$$

b) $\sqrt{\frac{4 + 12a + 9a^2}{b^2}}$ ($a \leq -\frac{2}{3}$).

 **Lời giải.**

🔗 Bài 6. Giải các phương trình sau

a) $\sqrt{\frac{(x+1)^4}{x}} = 4\sqrt{x};$

$$\text{b) } (x-1)\sqrt{\frac{2x-x^2-1}{x}} - 2x = -2.$$

 **Lời giải.**

✧ **Bài 7.** Chứng minh các bất đẳng thức sau

a) $\sqrt{\frac{a+b}{2}} \geq \frac{\sqrt{a} + \sqrt{b}}{2}$, với $a, b \geq 0$;

b) $\sqrt{a} + \sqrt{\frac{1}{a}} \geq 2$, với $a > 0$.

💬 **Lời giải.**

BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

✧ **Bài 8.** Cho $x = \sqrt{\frac{a}{b}}$, với $a, b < 0$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A $x = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$.

B $x = -\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$.

C $x = \frac{\sqrt{-a}}{\sqrt{-b}}$.

D $x = -\frac{\sqrt{-a}}{\sqrt{-b}}$.

💬 **Lời giải.**

✧ **Bài 9.** Điều kiện để $\sqrt{\frac{x}{x+1}} = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x+1}}$ là

A $x \in \mathbb{R}$.

B $x \geq 0$.

C $x \geq -1$.

D $x > -1$.

💬 **Lời giải.**

❖ **Bài 10.** Cho $\frac{\sqrt{10-4\sqrt{6}}}{\sqrt{2}} = \sqrt{a} - \sqrt{b}$ với a, b là các số nguyên dương. Khi đó $a - b$ bằng?

(A) 1.

(B) -1.

(C) 2.

(D) -2.

🗨️ **Lời giải.**

Bài 5

BIẾN ĐỔI ĐƠN GIẢN BIỂU THỨC CHỨA CĂN THỨC BẬC HAI

A Kiến thức cần nhớ

a) Đưa thừa số ra ngoài dấu căn

$$\text{Với } B \geq 0, \text{ ta có } \sqrt{A^2 B} = |A|\sqrt{B} = \begin{cases} A\sqrt{B} & \text{nếu } A \geq 0 \\ -A\sqrt{B} & \text{nếu } A < 0. \end{cases}$$

b) Đưa thừa số vào trong dấu căn

$$\text{Với } B \geq 0, \text{ ta có } A\sqrt{B} = \begin{cases} \sqrt{A^2 B} & \text{nếu } A \geq 0 \\ -\sqrt{A^2 B} & \text{nếu } A < 0. \end{cases}$$

c) Khử mẫu của biểu thức lấy căn

$$\text{Với } A, B \text{ mà } AB \geq 0, B \neq 0 \text{ ta có } \sqrt{\frac{A}{B}} = \sqrt{\frac{AB}{B^2}} = \frac{\sqrt{AB}}{|B|}.$$

d) Trục căn thức ở mẫu

☑️ Với $B > 0$ ta có $\frac{A}{\sqrt{B}} = \frac{A\sqrt{B}}{B}.$

☑️ Với $A \geq 0, A \neq B^2$ ta có

$$\frac{C}{\sqrt{A} + B} = \frac{C(\sqrt{A} - B)}{A - B^2}; \quad \frac{C}{\sqrt{A} - B} = \frac{C(\sqrt{A} + B)}{A - B^2}.$$

☑️ Với $A \geq 0, B \geq 0, A \neq B$ ta có

$$\frac{C}{\sqrt{A} + \sqrt{B}} = \frac{C(\sqrt{A} - \sqrt{B})}{A - B}; \quad \frac{C}{\sqrt{A} - \sqrt{B}} = \frac{C(\sqrt{A} + \sqrt{B})}{A - B}.$$

B

Các dạng toán

Dạng 1. Đưa thừa số ra ngoài dấu căn

Phương pháp giải: Cách đưa thừa số A^2 ra ngoài dấu căn:

$$\sqrt{A^2B} = |A|\sqrt{B} = \begin{cases} A\sqrt{B} & \text{nếu } A \geq 0 \\ -A\sqrt{B} & \text{nếu } A < 0. \end{cases} \text{ với } B \geq 0.$$

❖ **Ví dụ 1.** Đưa thừa số ra ngoài dấu căn:

a) $\sqrt{8x^2}$ với $x \geq 0$;

b) $\sqrt{27xy^2}$ với $x \geq 0$; $y \leq 0$.

💬 **Lời giải.**

❖ **Ví dụ 2.** Đưa thừa số ra ngoài dấu căn:

a) $\sqrt{25x^3}$ với $x > 0$;

b) $\sqrt{48(x-1)^2y^4}$ với $x < 1$; $y \in \mathbb{R}$.

💬 **Lời giải.**

❖ **Ví dụ 3.** Rút gọn các biểu thức sau:

a) $A = 5\sqrt{4x} - 3\sqrt{\frac{100x}{9}} - \frac{4}{x}\sqrt{\frac{x^3}{4}}$ với $x > 0$;

b) $B = \frac{1}{3}\sqrt{9+6y+y^2} + \frac{4y}{3} + 5$ với $y \leq -3$.

💬 **Lời giải.**

Dạng 2. Đưa thừa số vào trong dấu căn

Phương pháp giải: Cách đưa thừa số vào trong dấu căn:

$$A\sqrt{B} = \begin{cases} \sqrt{A^2B} & \text{nếu } A \geq 0 \\ -\sqrt{A^2B} & \text{nếu } A < 0. \end{cases}$$

🔗 **Ví dụ 1.** Đưa thừa số vào trong dấu căn:

a) $a\sqrt{11}$ với $a \geq 0$; b) $a\sqrt{\frac{-23}{a}}$ với $a < 0$.

💬 **Lời giải.**

🔗 **Ví dụ 2.** Đưa thừa số vào trong dấu căn:

a) $\frac{a}{2}\sqrt{\frac{12}{a}}$ với $a > 0$; b) $(a-2)\sqrt{3}$ với $a < 2$.

💬 **Lời giải.**

Dạng 3. Khử mẫu

Phương pháp giải:

Vận dụng công thức $\sqrt{\frac{A}{B}} = \frac{\sqrt{AB}}{|B|}$ ($A \cdot B \geq 0; B \neq 0$). Cụ thể gồm các bước sau:

- 🕒 Biến đổi mẫu thành bình phương của một số hoặc một biểu thức (nếu cần);
- 🕒 Khai phương mẫu và đưa ra ngoài dấu căn.

🔗 **Ví dụ 1.** Khử mẫu của biểu thức lấy căn

a) $\sqrt{\frac{5}{2}}$; c) $\sqrt{\frac{5}{14}}$;
 b) $\sqrt{\frac{3m}{5n}}$ với $m \cdot n > 0$; d) $\sqrt{\frac{7x}{18y}}$ với $x \cdot y > 0$.

💬 **Lời giải.**

❖ Ví dụ 2. Khử mẫu của biểu thức lấy căn

a) $\sqrt{\frac{1}{x^3 + 3x^2 + 3x + 1}}$, với $x > -1$;

b) $\sqrt{\frac{1}{a^2} - \frac{1}{a^3}}$, với $a < 0$ hoặc $a \geq 1$.

💬 Lời giải.

❖ Ví dụ 3. Khử mẫu của các biểu thức dưới dấu căn

a) $-x^2y\sqrt{\frac{y}{x}}$ với $x > 0; y \geq 0$;

c) $\sqrt{\frac{5x}{13y}}$ với $x \geq 0; y > 0$;

b) $\sqrt{\frac{-2x}{15}}$ với $x < 0$;

d) $\sqrt{\frac{2x-1}{2x+1}}$ với $x \geq \frac{1}{2}$.

💬 Lời giải.

Dạng 4. Trục căn thức ở mẫu

Phương pháp giải:

Để trục căn thức ở mẫu, ta lựa chọn một trong hai cách sau:

Cách 1: Phân tích tử và mẫu ra thừa số chung chứa căn rồi rút gọn thừa số đó.

Cách 2: Nhân tử và mẫu với thừa số thích hợp để làm mất căn thức ở mẫu. Có các dạng cơ bản sau:

$$1. \frac{A}{\sqrt{B}} = \frac{A\sqrt{B}}{B} \quad (B > 0).$$

$$2. \frac{1}{\sqrt{A} \pm \sqrt{B}} = \frac{\sqrt{A} \mp \sqrt{B}}{A - B} \quad \text{với } A > 0; B > 0; A \neq B.$$

Ví dụ 1. Trục căn thức ở mẫu của các phân thức sau

a) $\frac{3 + \sqrt{3}}{3\sqrt{3}};$

c) $\frac{3\sqrt{5} + \sqrt{15}}{\sqrt{5}}$

b) $\frac{5 + \sqrt{5}}{\sqrt{5} + 1};$

d) $\frac{1}{2 - 3\sqrt{3}}.$

Lời giải.

.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	

Ví dụ 2. Trục căn thức ở mẫu của các phân thức sau, với các biểu thức đều có nghĩa.

a) $\frac{1}{\sqrt{m} + n};$

c) $\frac{3}{2\sqrt{m} + 1};$

b) $\frac{2}{\sqrt{m} - \sqrt{n}};$

d) $\frac{2ab}{2\sqrt{a} + 3\sqrt{b}}.$

Lời giải.

.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	

Nơi Đầu Có Ý Chỉ Ở Đó Có Con Đường

Luyện mãi thành tài, miệt mài tất giỏi.

🔗 **Ví dụ 3.** Trục căn thức ở mẫu của các phân thức sau

$$\text{a) } \frac{1}{\sqrt{3} + \sqrt{2} - 1};$$

$$\text{b) } \frac{1}{\sqrt{14} - \sqrt{6 + \sqrt{35}}}.$$

 **Lời giải.**

🔗 Bài 1. Rút gọn các biểu thức

a) $A = \sqrt{12} + 3\sqrt{27} - 5\sqrt{48};$

$$\text{b) } B = 3\sqrt{a^2 + 3} - 3\sqrt{16a^2 + 48} + 4\sqrt{25a^2 + 75}.$$

 **Lời giải.**

🔗 **Bài 2.** So sánh các cặp số dưới đây:

a) $2\sqrt{29}$ và $3\sqrt{13}$; b) $\frac{5}{4}\sqrt{2}$ và $\frac{3}{2}\sqrt{\frac{3}{2}}$.

💬 **Lời giải.**

.....	
.....	
.....	
.....	
.....	

🔗 **Bài 3.** Tìm số bé hơn trong các cặp số sau:

a) $5\sqrt{2}$ và $4\sqrt{3}$; b) $\frac{5}{2}\sqrt{\frac{1}{6}}$ và $6\sqrt{\frac{1}{37}}$.

💬 **Lời giải.**

.....	
.....	
.....	
.....	
.....	

🔗 **Bài 4.** Sắp xếp các cặp số sau theo thứ tự tăng dần:

a) $3\sqrt{5}$; $2\sqrt{6}$; $\sqrt{29}$ và $4\sqrt{2}$.
b) $5\sqrt{2}$; $\sqrt{39}$; $3\sqrt{8}$ và $2\sqrt{15}$.

💬 **Lời giải.**

.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	

🔗 **Bài 5.** Sắp xếp các cặp số sau theo thứ tự giảm dần:

a) $7\sqrt{2}$; $2\sqrt{8}$; $\sqrt{28}$ và $5\sqrt{2}$.
b) $3\sqrt{10}$; $5\sqrt{3}$; $\frac{20}{\sqrt{5}}$ và $12\sqrt{\frac{2}{3}}$.

💬 **Lời giải.**

Nơi Đầu Có Ý Chí Ở Đó Có Con Đường

✧ **Bài 6.** Giải phương trình

$$\sqrt{18x+9} - \sqrt{8x+4} + \frac{1}{3}\sqrt{2x+1} = 4. \quad (1)$$

💬 **Lời giải.**

✧ **Bài 7.** Giải phương trình

$$25\sqrt{\frac{x-3}{25}} - 7\sqrt{\frac{4x-12}{9}} - 7\sqrt{x^2-9} + 18\sqrt{\frac{9x^2-81}{81}} = 0. \quad (2)$$

💬 **Lời giải.**

✧ Bài 8. Cho biểu thức

$$M = (4x^5 + 4x^4 - 5x^3 + 2x - 2)^{2018} + 2019$$

Tính giá trị của M tại $x = \frac{-1 - \sqrt{5}}{2}$.

💬 Lời giải.

✧ Bài 9. Khử mẫu của các biểu thức sau

a) $\sqrt{\frac{7}{27}}$;

b) $\sqrt{\frac{5}{11}}$;

💬 Lời giải.

✧ Bài 10. Trục căn thức các biểu thức sau

a) $\frac{\sqrt{3} - 2}{\sqrt{3} + 2}$;

b) $\frac{2}{1 - 2\sqrt{5}}$.

💬 Lời giải.

Nơi Đầu Có Ý Chí Ở Đó Có Con Đường

✧ Bài 11. Trục căn thức biểu thức $\frac{\sqrt{5}-1}{2\sqrt{2}+\sqrt{7-2\sqrt{10}}}$.

💬 Lời giải.

.....	
.....	
.....	
.....	

✧ Bài 12. Cho $x = \frac{\sqrt{3}-2}{2+\sqrt{3}}$. Tính $x + \frac{2}{x}$.

💬 Lời giải.

.....	
.....	
.....	
.....	

✧ Bài 13. Tính

$$A = \frac{1}{\sqrt{3}-\sqrt{2}+\sqrt{10+2\sqrt{6}+2\sqrt{10}+2\sqrt{15}}} + \frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{2}-\sqrt{10-2\sqrt{6}+2\sqrt{10}-2\sqrt{15}}}.$$

💬 Lời giải.

.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	

BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

✧ Bài 14. Đưa thừa số ra ngoài dấu căn của biểu thức $\sqrt{25 \cdot (-a)^2 b^3}$ với $b \geq 0$, ta được

☐ A $-5ab\sqrt{b}$.

☐ B $5ab\sqrt{b}$.

☐ C $5|a|b\sqrt{b}$.

☐ D $-5|a|b\sqrt{b}$.

💬 Lời giải.

.....	
-------	-------

⇒ **Bài 15.** Đưa thừa số vào trong dấu căn của biểu thức $(1-x)\sqrt{\frac{x}{x-1}}$ với $x > 1$, ta được

- (A) $\sqrt{x(x-1)}$. (B) $\sqrt{x(1-x)}$. (C) $-\sqrt{x(x-1)}$. (D) $-\sqrt{x(1-x)}$.

🗨️ **Lời giải.**

⇒ **Bài 16.** Khử mẫu của biểu thức $\sqrt{\frac{3}{5\sqrt{5}}}$ ta được:

- (A) $\frac{\sqrt{3\sqrt{5}}}{3}$. (B) $\frac{\sqrt{3\sqrt{5}}}{5}$. (C) $\frac{\sqrt{3}}{5}$. (D) $\frac{\sqrt{15}}{5}$.

🗨️ **Lời giải.**

⇒ **Bài 17.** Trục căn thức của biểu thức $\frac{m}{\sqrt{5m^3}}$, $m > 0$ ta được

- (A) $\frac{\sqrt{5m}}{5|m|}$. (B) $\frac{\sqrt{5m}}{-5m}$. (C) $\frac{\sqrt{5m}}{5m}$. (D) $\frac{\sqrt{5m}}{5m^2}$.

🗨️ **Lời giải.**

⇒ **Bài 18.** Trục căn thức ở mẫu của biểu thức $\frac{1-\sqrt{2}}{1+\sqrt{2}}$ ta được

- (A) $-3+2\sqrt{2}$. (B) $3+2\sqrt{2}$. (C) $-3-2\sqrt{2}$. (D) $3-2\sqrt{2}$.

🗨️ **Lời giải.**

Bài 6

RÚT GỌN BIỂU THỨC CHỨA CĂN BẬC HAI



A Kiến thức cần nhớ

1) Tính chất về phân số (Phân thức)

$$\frac{A \cdot M}{B \cdot M} = \frac{A}{B} \quad (M \neq 0, B \neq 0)$$

2) Các hằng đẳng thức đáng nhớ cơ bản thường được sử dụng

- ☑ $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$.
- ☑ $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$.
- ☑ $(a - b)(a + b) = a^2 - b^2$.
- ☑ $(a + b)^3 = a^3 + 3ab(a + b) + b^3$.
- ☑ $(a - b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$.
- ☑ $a^3 + b^3 = (a + b)(a^2 - ab + b^2)$.
- ☑ $a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 + ab + b^2)$.

3) Các phép biến đổi căn thức cơ bản

- ☑ Nếu $a \geq 0$, $x \geq 0$, $\sqrt{a} = x \Leftrightarrow x^2 = a$.
- ☑ Để $\sqrt{A}$ có nghĩa thì $A \geq 0$.
- ☑ $\sqrt{A^2} = |A| = \begin{cases} A & \text{nếu } A \geq 0 \\ -A & \text{nếu } A < 0 \end{cases}$.
- ☑ $\sqrt{A^2 \cdot B} = |A| \cdot \sqrt{B}$ ($B \geq 0$).
- ☑ $\sqrt{AB} = \sqrt{A} \cdot \sqrt{B}$. ($A, B \geq 0$).
- ☑ $\sqrt{\frac{A}{B}} = \frac{\sqrt{A}}{\sqrt{B}}$ ($A \geq 0, B > 0$).
- ☑ $A\sqrt{B} = \sqrt{A^2B}$ (với $A \geq 0$ và $B \geq 0$).
- ☑ $A\sqrt{B} = -\sqrt{A^2B}$ (với $A < 0$ và $B \geq 0$).
- ☑ $\sqrt{\frac{A}{B}} = \frac{AB}{|B|}$ (với $AB \geq 0$ và $B \neq 0$).
- ☑ $\frac{A}{\sqrt{B}} = \frac{A\sqrt{B}}{B}$ (với $B > 0$).
- ☑ $\frac{C}{\sqrt{A} \pm B} = \frac{C(\sqrt{A} \pm B)}{A - B^2}$ (Với $A \geq 0$ và $A \neq B^2$).
- ☑ $\frac{C}{\sqrt{A} \pm \sqrt{B}} = \frac{C(\sqrt{A} \mp \sqrt{B})}{A - B}$ (với $A \geq 0, B \geq 0$ và $A \neq B$).
- ☑ Các phương pháp phân tích đa thức thành nhân tử: Bằng cách phân tích thành nhân tử ta có thể rút gọn nhân tử chung ở cả tử và mẫu của một phân thức.
- ☑ Các tính chất cơ bản của một phân thức. Sử dụng các tính chất này ta có thể nhân với biểu thức liên hợp của tử (hoặc mẫu) của một phân thức, giản ước cho một số hạng khác 0, đổi dấu phân thức, ... đưa phân thức về dạng rút gọn.

B Các dạng toán

Dạng 1. Rút gọn biểu thức không chứa biến

Phương pháp giải

- ☑ Để rút gọn biểu thức có chứa căn thức bậc hai, ta cần biết vận dụng thích hợp các phép tính và các phép biến đổi đã biết.

- ☑ Rút gọn biểu thức được áp dụng trong nhiều bài toán về biểu thức có chứa các căn thức bậc hai.

💡 **Ví dụ 1.** Rút gọn các biểu thức sau.

- a) $5\sqrt{\frac{1}{5}} + \frac{1}{2}\sqrt{20} + \sqrt{5}$.
 b) $\sqrt{\frac{1}{2}} + \sqrt{4,5} + \sqrt{12,5}$.
 c) $\sqrt{20} - \sqrt{45} + 3\sqrt{18} + \sqrt{72}$.
 d) $0,1 \cdot \sqrt{200} + 2 \cdot \sqrt{0,08} + 0,4 \cdot \sqrt{50}$.

Lời giải.

- a) $5\sqrt{\frac{1}{5}} + \frac{1}{2}\sqrt{20} + \sqrt{5} = 5 \cdot \frac{\sqrt{5}}{5} + \frac{1}{2} \cdot 2\sqrt{5} + \sqrt{5} = \sqrt{5} + \sqrt{5} + \sqrt{5} = 3\sqrt{5}$.
 b) $\sqrt{\frac{1}{2}} + \sqrt{4,5} + \sqrt{12,5} = \frac{\sqrt{2}}{2} + \sqrt{\frac{9}{2}} + \sqrt{\frac{25}{2}} = \frac{1}{2} \cdot \sqrt{2} + \frac{3}{2} \cdot \sqrt{2} + \frac{5}{2} \sqrt{2} = \left(\frac{1}{2} + \frac{3}{2} + \frac{5}{2}\right) \cdot \sqrt{2} = \frac{9\sqrt{2}}{2}$.
 c) $\sqrt{20} - \sqrt{45} + 3\sqrt{18} + \sqrt{72} = 2\sqrt{5} - 3\sqrt{5} + 9\sqrt{2} + 6\sqrt{2} = (2-3)\sqrt{5} + (9+6)\sqrt{2} = -\sqrt{5} + 15\sqrt{2}$.
 d) $0,1 \cdot \sqrt{200} + 2 \cdot \sqrt{0,08} + 0,4 \cdot \sqrt{50} = 0,1 \cdot 10\sqrt{2} + 2 \cdot 0,2\sqrt{2} + 0,4 \cdot 5\sqrt{2} = \sqrt{2} + 0,4\sqrt{2} + 2\sqrt{2} = (1 + 0,4 + 2)\sqrt{2} = 3,4 \cdot \sqrt{2}$.

Chọn đáp án **(A)**

💡 **Ví dụ 2.** Rút gọn các biểu thức sau.

- a) $\sqrt{20} - \sqrt{45} + 3\sqrt{18} + \sqrt{72}$.
 b) $(\sqrt{28} - 2\sqrt{3} + \sqrt{7})\sqrt{7} + \sqrt{84}$.
 c) $(\sqrt{6} + \sqrt{5})^2 - \sqrt{120}$.
 d) $\left(\frac{1}{2}\sqrt{\frac{1}{2}} - \frac{3}{2}\sqrt{2} + \frac{4}{5}\sqrt{200}\right) : \frac{1}{8}$

Lời giải.

- a) $\sqrt{20} - \sqrt{45} + 3\sqrt{18} + \sqrt{72} = \sqrt{2^2 \cdot 5} - \sqrt{3^2 \cdot 5} + 3\sqrt{3^2 \cdot 2} + \sqrt{6^2 \cdot 2} = 2\sqrt{5} - 3\sqrt{5} + 9\sqrt{2} + 6\sqrt{2} = (2-3)\sqrt{5} + (9+6)\sqrt{2} = 15\sqrt{2} - \sqrt{5}$.
 b) $(\sqrt{28} - 2\sqrt{3} + \sqrt{7})\sqrt{7} + \sqrt{84} = \sqrt{2^2 \cdot 7} \cdot \sqrt{7} - 2\sqrt{3} \cdot \sqrt{7} + \sqrt{7} \cdot \sqrt{7} + \sqrt{2^2 \cdot 21} = 2 \cdot 7 - 2\sqrt{21} + 7 + 2\sqrt{21} = 14 + 7 + (2-2)\sqrt{21} = 21$.
 c) $(\sqrt{6} + \sqrt{5})^2 - \sqrt{120} = 6 + 2\sqrt{30} + 5 - \sqrt{2^2 \cdot 30} = 6 + 5 + 2\sqrt{30} - 2\sqrt{30} = 11$.
 d) $\left(\frac{1}{2}\sqrt{\frac{1}{2}} - \frac{3}{2}\sqrt{2} + \frac{4}{5}\sqrt{200}\right) : \frac{1}{8} = \left(\frac{1}{2}\sqrt{\frac{2}{2^2}} - \frac{3}{2}\sqrt{2} + \frac{4}{5}\sqrt{10^2 \cdot 2}\right) : \frac{1}{8} = \left(\frac{1}{4}\sqrt{2} - \frac{3}{2}\sqrt{2} + 8\sqrt{2}\right) \cdot 8 = 2\sqrt{2} - 12\sqrt{2} + 64\sqrt{2} = 54\sqrt{2}$.



❖ Ví dụ 3. Rút gọn các biểu thức sau.

$$\text{a) } A = \frac{1}{\sqrt{5} + \sqrt{3}} - \frac{1}{\sqrt{5} - \sqrt{3}}.$$

$$\text{b) } B = \frac{\sqrt{4 - 2\sqrt{3}}}{\sqrt{6} - \sqrt{2}}.$$

Lời giải.

$$\text{a) } A = \frac{1}{\sqrt{5} + \sqrt{3}} - \frac{1}{\sqrt{5} - \sqrt{3}} = \frac{(\sqrt{5} - \sqrt{3}) - (\sqrt{5} + \sqrt{3})}{(\sqrt{5} + \sqrt{3})(\sqrt{5} - \sqrt{3})} = \frac{\sqrt{5} - \sqrt{3} - \sqrt{5} - \sqrt{3}}{5 - 3} = -\sqrt{3}.$$

$$\text{b) } B = \frac{\sqrt{4 - 2\sqrt{3}}}{\sqrt{6} - \sqrt{2}} = \frac{\sqrt{(\sqrt{3} - 1)^2}}{\sqrt{2}(\sqrt{3} - 1)} = \frac{|\sqrt{3} - 1|}{\sqrt{2}(\sqrt{3} - 1)} = \frac{\sqrt{3} - 1}{\sqrt{2}(\sqrt{3} - 1)} = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}.$$



❖ Ví dụ 4. Rút gọn các biểu thức sau.

$$\text{a) } A = \sqrt{127 - 48\sqrt{7}} - \sqrt{127 + 48\sqrt{7}}.$$

$$\text{b) } B = \sqrt{\frac{2\sqrt{10} + \sqrt{30} - 2\sqrt{2} - \sqrt{6}}{2\sqrt{10} - 2\sqrt{2}}} : \frac{2}{\sqrt{3} - 1}$$

💬 Lời giải.

.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	

Dạng 2. Chứng minh đẳng thức

Phương pháp giải

Biến đổi vế trái bằng vế phải bằng cách sử dụng các phép biến đổi căn thức và vận dụng thích hợp các phép tính và các phép biến đổi đã biết.

❖ Ví dụ 1. Chứng minh đẳng thức $(1 + \sqrt{2} + \sqrt{3})(1 + \sqrt{2} - \sqrt{3}) = 2\sqrt{2}$.

Lời giải.

Biến đổi vế trái ta có

$$VT = (1 + \sqrt{2} + \sqrt{3})(1 + \sqrt{2} - \sqrt{3}) = (1 + \sqrt{2})^2 - (\sqrt{3})^2 = 1 + 2\sqrt{2} + 2 - 3 = 2\sqrt{2} = VP.$$

Vậy đẳng thức được chứng minh.



🔗 Ví dụ 2. Chứng minh đẳng thức

$$\frac{a\sqrt{a} + b\sqrt{b}}{\sqrt{a} + \sqrt{b}} - \sqrt{ab} = (\sqrt{a} - \sqrt{b})^2 \text{ với } a > 0, b > 0.$$

Lời giải.

$$\begin{aligned} \text{Ta có } VT &= \frac{a\sqrt{a} + b\sqrt{b} - a\sqrt{b} - b\sqrt{a}}{\sqrt{a} + \sqrt{b}} = \frac{a(\sqrt{a} - \sqrt{b}) - b(\sqrt{a} - \sqrt{b})}{\sqrt{a} + \sqrt{b}} \\ &= \frac{(\sqrt{a} - \sqrt{b})(a - b)}{\sqrt{a} + \sqrt{b}} = VP. \end{aligned}$$

Vậy ta có điều phải chứng minh.

⇒ **Ví dụ 3.** Chứng minh các đẳng thức (với a, b không âm và $a \neq b$)

$$\text{a) } \frac{\sqrt{a} + \sqrt{b}}{2\sqrt{a} - 2\sqrt{b}} - \frac{\sqrt{a} - \sqrt{b}}{2\sqrt{a} + 2\sqrt{b}} - \frac{2b}{b-a} = \frac{2\sqrt{b}}{\sqrt{a} - \sqrt{b}}.$$

$$\text{b) } \left(\frac{a\sqrt{a} + b\sqrt{b}}{\sqrt{a} + \sqrt{b}} - \sqrt{ab} \right) \cdot \left(\frac{\sqrt{a} + \sqrt{b}}{a - b} \right)^2 = 1.$$

 **Lời giải.**

🔗 **Ví dụ 4.** Chứng minh các đẳng thức sau.

a) $\left(\frac{1-a\sqrt{a}}{1-\sqrt{a}} + \sqrt{a}\right) \cdot \left(\frac{1-\sqrt{a}}{1-a}\right)^2 = 1$ với $a \geq 0$ và $a \neq 1$.

b) $\frac{a+b}{b^2} \sqrt{\frac{a^2 b^4}{a^2 + 2ab + b^2}} = |a|$ với $a+b > 0$ và $b \neq 0$.

Lời giải.

Dạng 3. Rút gọn biểu thức chứa biến và các câu hỏi phụ liên quan

Rút gọn biểu thức chứa biến. Sử dụng kết quả rút gọn để:

- ✔ Tính giá trị của biểu thức khi biết giá trị của biến.
- ✔ Giải phương trình, bất phương trình (so sánh biểu thức với một số).
- ✔ Tìm giá trị nhỏ nhất, lớn nhất của một biểu thức.
- ✔ Tìm giá trị nguyên của biểu thức ứng với các giá trị nguyên của biến.

❖ **Ví dụ 1.** Cho biểu thức $P = \left(\frac{x-2}{x+2\sqrt{x}} + \frac{1}{\sqrt{x}+2} \right) \cdot \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-1}$ với $x > 0$ và $x \neq 1$.

- a) Rút gọn P .
- b) Tìm các giá trị x để $2P = 2\sqrt{x} + 5$.

Lời giải.

$$\text{a) Ta có } P = \left(\frac{x-2+\sqrt{x}}{\sqrt{x}(\sqrt{x}+2)} \right) \cdot \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-1} = \left[\frac{(\sqrt{x}-1) \cdot (\sqrt{x}+2)}{\sqrt{x}(\sqrt{x}+2)} \right] \cdot \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-1} = \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}}.$$

$$\text{b) Theo câu a) ta có } P = \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}}.$$

$$\Rightarrow 2P = 2\sqrt{x} + 5 \Leftrightarrow \frac{2\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}} = 2\sqrt{x} + 5 \Leftrightarrow 2\sqrt{x} + 2 = 2x + 5\sqrt{x}$$

$$\Leftrightarrow 2x + 3\sqrt{x} - 2 = 0 \Leftrightarrow (\sqrt{x}+2) \left(\sqrt{x} - \frac{1}{2} \right) = 0 \Leftrightarrow \sqrt{x} = \frac{1}{2} \Leftrightarrow x = \frac{1}{4}.$$

Vậy với $x = \frac{1}{4}$ thỏa yêu cầu bài toán.



⇒ **Ví dụ 2.** Cho biểu thức

$$A = \left(\frac{2}{\sqrt{x}-2} + \frac{3}{2\sqrt{x}+1} - \frac{5\sqrt{x}-7}{2x-3\sqrt{x}-2} \right) : \frac{2\sqrt{x}+3}{5x-10\sqrt{x}} \text{ với } (x > 0, x \neq 4)$$

- a) Rút gọn biểu thức A .
b) Tìm x sao cho A nhận giá trị là một số nguyên.

Lời giải.

- a) Với $x > 0, x \neq 4$ biểu thức có nghĩa ta có

$$\begin{aligned} A &= \left(\frac{2}{\sqrt{x}-2} + \frac{3}{2\sqrt{x}+1} - \frac{5\sqrt{x}-7}{2x-3\sqrt{x}-2} \right) : \frac{2\sqrt{x}+3}{5x-10\sqrt{x}} \\ &= \frac{2(2\sqrt{x}+1) + 3(\sqrt{x}-2) - (5\sqrt{x}-7)}{(\sqrt{x}-2)(2\sqrt{x}+1)} : \frac{2\sqrt{x}+3}{5\sqrt{x}(\sqrt{x}-2)} \\ &= \frac{2\sqrt{x}+3}{(\sqrt{x}-2)(2\sqrt{x}+1)} \cdot \frac{5\sqrt{x}(\sqrt{x}-2)}{2\sqrt{x}+3} = \frac{5\sqrt{x}}{2\sqrt{x}+1}. \end{aligned}$$

Vậy với $x > 0, x \neq 4$ thì $A = \frac{5\sqrt{x}}{2\sqrt{x}+1}$.

- b) Ta có $\forall x > 0, x \neq 4$ nên $A = \frac{5\sqrt{x}}{2\sqrt{x}+1} > 0$.

$$A = \frac{5\sqrt{x}}{2\sqrt{x}+1} = \frac{5}{2} - \frac{5}{2(2\sqrt{x}+1)} < \frac{5}{2}, x > 0, x \neq 4 \Rightarrow 0 < A < \frac{5}{2}.$$

Kết hợp với A nhận giá trị là một số nguyên thì $A \in \{1, 2\}$.

☑ $A = 1 \Leftrightarrow 5\sqrt{x} = 2\sqrt{x} + 1 \Rightarrow \sqrt{x} = \frac{1}{3} \Leftrightarrow x = \frac{1}{9}$ (thỏa mãn điều kiện).

☑ $A = 2 \Leftrightarrow 5\sqrt{x} = 4\sqrt{x} + 2 \Leftrightarrow \sqrt{x} = 2 \Leftrightarrow x = 4$ (không thỏa mãn điều kiện).

Vậy với $x = \frac{1}{9}$ thì A nhận giá trị là nguyên.

□

⇒ **Ví dụ 3.** Cho biểu thức $A = \frac{(\sqrt{a} + \sqrt{b})^2 - 4\sqrt{ab}}{\sqrt{a} - \sqrt{b}} - \frac{a\sqrt{b} + b\sqrt{a}}{\sqrt{ab}}$.

- a) Tìm điều kiện để A có nghĩa.
b) Khi A có nghĩa, chứng tỏ giá trị của A không phụ thuộc vào a .

Lời giải.

a) Biểu thức A có nghĩa $\Leftrightarrow \begin{cases} a > 0 \\ b > 0 \\ \sqrt{a} - \sqrt{b} \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a > 0 \\ b > 0 \\ a \neq b. \end{cases}$

b) Ta có

$$\begin{aligned} A &= \frac{a + 2\sqrt{ab} + b - 4\sqrt{ab}}{\sqrt{a} - \sqrt{b}} - \frac{\sqrt{ab}(\sqrt{a} + \sqrt{b})}{\sqrt{ab}} \\ &= \frac{(\sqrt{a} - \sqrt{b})^2}{\sqrt{a} - \sqrt{b}} - \frac{\sqrt{a} + \sqrt{b}}{1} = \sqrt{a} - \sqrt{b} - \sqrt{a} - \sqrt{b} = -2\sqrt{b}. \end{aligned}$$

Vậy giá trị của A không phụ thuộc vào a mà chỉ phụ thuộc vào b .

□

❖ Ví dụ 4. Cho biểu thức: $A = \frac{x+1-2\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1} + \frac{x+\sqrt{x}}{\sqrt{x}+1}$, với $x \geq 0$.

- Tìm x để A có nghĩa.
- Rút gọn biểu thức A .
- Với giá trị nào của x thì $A < 1$?

Lời giải.

- A có nghĩa $\Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 0 \\ \sqrt{x}-1 \neq 0 \\ \sqrt{x}+1 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 0 \\ x \neq 1. \end{cases}$
- Ta có $A = \frac{x+1-2\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1} + \frac{x+\sqrt{x}}{\sqrt{x}+1} = \frac{(\sqrt{x}-1)^2}{\sqrt{x}-1} + \frac{\sqrt{x}(\sqrt{x}+1)}{\sqrt{x}+1}$
 $= \sqrt{x}-1 + \sqrt{x} = 2\sqrt{x}-1.$
- Ta có $A < 1 \Leftrightarrow 2\sqrt{x}-1 < 1 \Leftrightarrow 2\sqrt{x} < 2 \Leftrightarrow \sqrt{x} < 1 \Leftrightarrow 0 \leq x < 1.$
 Vậy với $0 \leq x < 1$ thì $A < 1$.

□

❖ Ví dụ 5. a) Cho biểu thức $A = \frac{\sqrt{x}+4}{\sqrt{x}+2}$. Tính giá trị của biểu thức A với $x = 36$.

b) Rút gọn biểu thức $B = \left(\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+4} + \frac{4}{\sqrt{x}-4} \right) : \frac{x+16}{\sqrt{x}+2}$ (với $x \geq 0, x \neq 16$).

c) Với các biểu thức A và B nói trên, hãy tìm các giá trị nguyên của x để giá trị của biểu thức $B(A-1)$ là số nguyên.

💬 Lời giải.

.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	

🔗 **Ví dụ 6.** Cho biểu thức

$$P = \left(\frac{3\sqrt{a}}{a + \sqrt{ab} + b} - \frac{3a}{a\sqrt{a} - b\sqrt{b}} + \frac{1}{\sqrt{a} - \sqrt{b}} \right) : \frac{(a-1)(\sqrt{a} - \sqrt{b})}{2a + 2\sqrt{ab} + 2b}$$

- Rút gọn P .
- Tìm những giá trị nguyên của a để P có giá trị nguyên.

 **Lời giải.**

Nơi Đầu Có Ý Chỉ Ở Đó Có Con Đường



Luyện tập



✧ Bài 1. Rút gọn biểu thức

a) $\frac{15}{3\sqrt{20}}$.

b) $\frac{3 + \sqrt{3}}{\sqrt{3}}$.

c) $\frac{1}{\sqrt{2} - 1}$.

d) $\frac{\sqrt{15} - \sqrt{6}}{\sqrt{2} - \sqrt{5}}$.

e) $\frac{3\sqrt{2} - 2\sqrt{3}}{\sqrt{2} - \sqrt{3}}$.

f) $\frac{1}{2 - \sqrt{3}} + \frac{1}{2 + \sqrt{3}}$.

g) $\sqrt{2 + \sqrt{3}}\sqrt{2 - \sqrt{3}}$.

h) $\sqrt{4 + 2\sqrt{3}}$.

i) $\sqrt{5 - 2\sqrt{6}}$.

j) $\sqrt{6 - 2\sqrt{5}} + \sqrt{6 + 2\sqrt{5}}$.

💬 Lời giải.

Luyện mãi thành tài, miệt mài tất giỏi.

✧ Bài 2. Chứng minh các đẳng thức sau

a) $\sqrt{2006 - 2\sqrt{2005}} + \sqrt{2006 + 2\sqrt{2005}} = 2\sqrt{2005}$.

$$b) \sqrt{8 + 2\sqrt{15}} - \sqrt{8 - 2\sqrt{15}} = 2\sqrt{3}.$$

$$c) \sqrt{2 + \sqrt{3}} + \sqrt{2 - \sqrt{3}} = \sqrt{6}.$$

$$d) \sqrt{8 + \sqrt{63}} - \sqrt{8 - 3\sqrt{7}} = \sqrt{14}.$$

$$e) \sqrt{6 - 2\sqrt{\sqrt{2} + \sqrt{12} + \sqrt{18 - \sqrt{128}}}} = \sqrt{3} - 1.$$

$$f) \sqrt{\sqrt{5} - \sqrt{3 - \sqrt{29 - 12\sqrt{5}}}} = 1.$$

$$g) \sqrt{13 + 30\sqrt{2 + \sqrt{9 + 4\sqrt{2}}}} = 5 + 3\sqrt{2}.$$

 **Lời giải.**

Nơi Đầu Có Ý Chí Ở Đó Có Con Đường

✧ **Bài 3.** Cho biểu thức

$$V = \left(\frac{1}{\sqrt{x} + 2} + \frac{1}{\sqrt{x} - 2} \right) \frac{\sqrt{x} + 2}{\sqrt{x}} \quad \text{với } x > 0; x \neq 4.$$

a) Rút gọn biểu thức V .

b) Tìm giá trị của x để $V = \frac{1}{3}$.

💬 **Lời giải.**

🔗 Bài 4. Cho

$$A = \left(\frac{1}{x-1} + \frac{3\sqrt{x}+5}{x\sqrt{x}-x-\sqrt{x}+1} \right) \left(\frac{(\sqrt{x}+1)^2}{4\sqrt{x}} - 1 \right)$$

- a) Rút gọn biểu thức A .
- b) Đặt $B = (x - \sqrt{x} + 1)A$. Chứng minh $B > 1$ với $x > 0, x \neq 1$.

 **Lời giải.**

✧ Bài 5. Cho biểu thức

$$P = \frac{15\sqrt{x} - 11}{x + 2\sqrt{x} - 3} + \frac{3\sqrt{x} - 2}{1 - \sqrt{x}} + \frac{2\sqrt{x} + 3}{3 + \sqrt{x}}$$

- a) Rút gọn biểu thức P .
b) Tìm tất cả các giá trị nguyên của x để P là một số nguyên.

💬 Lời giải.

Luyện mãi thành tài, miệt mài tất giỏi.

✧ Bài 6. Cho biểu thức

$$P = \left(\frac{1}{\sqrt{x+2} - \sqrt{x+1}} + \frac{2-x}{\sqrt{x+1} - \sqrt{3}} \right) \left(\frac{2}{\sqrt{3} - \sqrt{x+2}} + \frac{\sqrt{x+2} + \sqrt{3}}{x+2 - \sqrt{3x+6}} \right)$$

- a) Tìm điều kiện của x để biểu thức P xác định.
b) Rút gọn và tìm giá trị lớn nhất của biểu thức P .

💬 Lời giải.

Bài 7

CĂN BẬC BA



Kiến thức cần nhớ

Định nghĩa 7.1. Cho $a, b \in \mathbb{R}$, $\sqrt[3]{a} = b \Leftrightarrow a = b^3$.

Tính chất 7.1. Cho $a, b \in \mathbb{R}, b \neq 0$. Khi đó ta có

$$a) \sqrt[3]{ab} = \sqrt[3]{a} \cdot \sqrt[3]{b}.$$

$$b) \sqrt[3]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[3]{a}}{\sqrt[3]{b}}.$$

$$c) a \leq b \Leftrightarrow \sqrt[3]{a} \leq \sqrt[3]{b}.$$

B Các dạng toán

Dạng 1. Tìm căn bậc ba của một số

Phương pháp giải

Dùng các phép biến đổi đưa biểu thức dưới dấu căn về dạng a^3 rồi tính.

❖ Ví dụ 1. Tính $\sqrt[3]{8}$; $\sqrt[3]{-64}$.

 Lời giải.

.....	
.....	
.....	

❖ Ví dụ 2. Tính $\sqrt[3]{\frac{1}{0,008}}$; $\sqrt[3]{(-27) \cdot 8}$.

 Lời giải.

.....	
.....	
.....	

❖ Ví dụ 3. Tính $\frac{\sqrt[3]{36} \cdot \sqrt[3]{12}}{\sqrt[3]{16}}$.

 Lời giải.

.....	
.....	
.....	

Dạng 2. So sánh các căn bậc ba

Phương pháp giải

- ✔ Đưa hai biểu thức cần so sánh về dạng cơ bản $\sqrt[3]{a} \leq \sqrt[3]{b}$.
- ✔ Áp dụng tính chất cơ bản suy ra kết quả.

 **Lưu ý:** Những bài không thể đưa ngay về dạng cơ bản thì có thể lập phương hai biểu thức đã cho rồi so sánh: Nếu $a^3 \geq b^3 \Leftrightarrow a \geq b$.

❖ Ví dụ 1. So sánh $\sqrt[3]{5}$ và $\sqrt[3]{4}$.

 Lời giải.

❖ Ví dụ 2. So sánh $\sqrt[3]{5}$ và 2.

💬 Lời giải.

❖ Ví dụ 3. So sánh $4\sqrt[3]{5}$ và $5\sqrt[3]{4}$.

💬 Lời giải.

❖ Ví dụ 4. So sánh $\sqrt[3]{5} + \sqrt[3]{7}$ và $\sqrt[3]{12}$.

💬 Lời giải.

📁 Dạng 3. Rút gọn biểu thức chứa căn bậc ba

Phương pháp giải
Dùng các phép biến đổi đưa biểu thức dưới dấu căn về dạng a^3 hoặc mũ 3 cả hai vế của biểu thức đưa về giải phương trình bậc ba.

❖ Ví dụ 1. Rút gọn biểu thức sau

a) $A = \sqrt[3]{7 + 5\sqrt{2}} + \sqrt[3]{7 - 5\sqrt{2}}.$

b) $B = \sqrt[3]{72 - 32\sqrt{5}} \cdot \sqrt{7 + 3\sqrt{5}}.$

💬 Lời giải.

Luyện mãi thành tài, miệt mài tất giỏi.

⇨ **Ví dụ 2.** Rút gọn biểu thức sau $A = \sqrt[3]{2 + \sqrt{5}} + \sqrt[3]{2 - \sqrt{5}}$.

💬 **Lời giải.**

Dạng 4. Giải phương trình chứa căn bậc ba

Phương pháp giải

Lũy thừa bậc ba hai vế của phương trình rồi đưa về dạng phương trình tích hoặc ta có thể đặt ẩn phụ.

⇨ **Ví dụ 1.** Giải phương trình $\sqrt[3]{x+7} - 3 = 1$

💬 **Lời giải.**

⇨ **Ví dụ 2.** Giải phương trình $\sqrt[3]{x} + \sqrt[3]{x+1} + \sqrt[3]{x+2} = 0$.

💬 **Lời giải.**

⇨ **Ví dụ 3.** Giải phương trình $\sqrt[3]{2+x} + \sqrt[3]{5-x} = 1$.

💬 **Lời giải.**

C **Luyện tập**

🔗 Bài 1. Tính các căn bậc ba sau

a) $\sqrt[3]{64}$.

b) $\sqrt[3]{-512}$.

c) $\sqrt[3]{0,064}$.

d) $\sqrt[3]{-0,216}$.

e) $\frac{\sqrt[3]{500}}{\sqrt[3]{4}} + \sqrt[3]{12} \cdot \sqrt[3]{18}.$

f) $\frac{\sqrt[3]{12} \cdot \sqrt[3]{6}}{\sqrt[3]{576}} - \frac{\sqrt[3]{32}}{\sqrt[3]{4}}$.

 Lời giải.

❖ **Bài 2.** So sánh các biểu thức sau

a) $\sqrt[3]{9}$ và 2.

e) $\sqrt[3]{4} + \sqrt[3]{7}$ và $\sqrt[3]{11}$.

b) $\sqrt[3]{\frac{1}{8}}$ và $\frac{3}{4}$.

f) $\sqrt[3]{10} - 2$ và $\sqrt[3]{2}$.

c) $2\sqrt[3]{3}$ và $3\sqrt[3]{2}$.

g) $\sqrt{2} + 1$ và $\sqrt[3]{7 + 5\sqrt{2}}$.

d) $-6\sqrt[3]{7}$ và $7\sqrt[3]{(-6)}$.

h) $\sqrt{3} - 2$ và $\sqrt[3]{15\sqrt{3} - 25}$.

💬 **Lời giải.**

Luyện mãi thành tài, miệt mài tất giỏi.

❖ **Bài 3.** Rút gọn các biểu thức sau:

a) $A = \sqrt[3]{20 + 14\sqrt{2}} + \sqrt[3]{20 - 14\sqrt{2}}$.

b) $B = \sqrt[3]{182 + \sqrt{33125}} + \sqrt[3]{182 - \sqrt{33125}}$.

💬 **Lời giải.**

🔗 Bài 4. Rút gọn các biểu thức sau:

$$\text{a) } A = \left[\left(\frac{1}{a} - \sqrt[6]{\frac{1}{a}} + \sqrt[3]{a^2} \right) + \left(\frac{a}{a^2} \sqrt[6]{a^5} - \frac{3}{a} \sqrt[3]{a^2} \right) \right] \cdot a \sqrt[3]{a}.$$

b) $B = \sqrt{a^2 + \sqrt[3]{a^4 b^2}} + \sqrt{b^2 + \sqrt[3]{a^2 b^4}}.$

 **Lời giải.**

🔗 Bài 5. Giải các phương trình sau

a) $\sqrt[3]{1000x} - \sqrt[3]{64x} - \sqrt[3]{27x} = 15$

b) $\sqrt[3]{x-3}+3=x$

 **Lời giải.**

🔗 Bài 6. Giải các phương trình sau

a) $\sqrt[3]{2x-1} + \sqrt[3]{x-1} = \sqrt[3]{3x-2}.$

b) $\sqrt[3]{x+5} + \sqrt[3]{x+6} = \sqrt[3]{2x+11}$.

 **Lời giải.**

Luyện mãi thành tài, miệt mài tất giỏi.

Bài 8

ÔN TẬP CHƯƠNG I

A Rút gọn biểu thức không chứa căn.

 Dạng 1. Rút gọn biểu thức không chứa căn.

Chúng ta thực hiện bài toán rút gọn biểu thức không chứa căn thông qua những bước như sau:

B1: Tìm điều kiện xác định.

B2: Đưa các mẫu về dạng tích.

B3: Quy đồng mẫu.

B4: Rút gọn biểu thức.

Lưu ý: Nếu trong biểu thức tồn tại dạng $A : B$ thì chú ý điều kiện $B \neq 0$.

❖ **Ví dụ 1.** Cho biểu thức $P = \frac{1}{x+5} + \frac{2}{x-5} - \frac{2x+10}{(x+5)(x-5)}$.

- Tìm điều kiện xác định của P .
- Rút gọn biểu thức P .

 **Lời giải.**

❖ Ví dụ 2. Cho biểu thức $P = \frac{3}{x+3} + \frac{1}{x-3} - \frac{18}{9-x^2}$.

- Tìm điều kiện xác định của P .
- Rút gọn biểu thức P .

 **Lời giải.**

🔗 **Ví dụ 3.** Cho các biểu thức $P = \frac{x}{x-3} - \frac{x+1}{x+3} + \frac{3x+2}{9-x^2}$ và $Q = 2 + \frac{(7-2x)x}{x^2-3x}$. Rút gọn biểu thức P và Q .

 **Lời giải.**

Dạng 2. Bài toán phụ sau khi rút gọn biểu thức.

Sau khi thực hiện bài toán rút gọn, ta thực hiện thêm một số yêu cầu với biểu thức sau rút gọn, các yêu cầu đó có thể thuộc một trong các dạng sau:

Dạng 1: Tính giá trị biểu thức.

Dạng 2: Giải phương trình.

Dạng 3: Giải bất phương trình.

Dạng 4: Tìm giá trị lớn nhất, nhỏ nhất.

Dạng 5: Bài toán số nguyên.

• • • • •

❖ **Ví dụ 1.** Cho biểu thức $P = \frac{1}{x+5} + \frac{2}{x-5} - \frac{2x+10}{(x+5)(x-5)}$.

- Tìm điều kiện xác định của P .
- Rút gọn biểu thức P .
- Tìm giá trị của P tại $x = 1$.
- Tìm giá trị của x để $P = 2$.
- Cho $P = -3$. Tính giá trị của biểu thức $Q = 9x^2 - 42x + 49$

 **Lời giải.**

❖ **Ví dụ 2.** Cho biểu thức $P = \frac{3}{x+3} + \frac{1}{x-3} - \frac{18}{9-x^2}$.

- Tìm điều kiện xác định của P .
- Rút gọn biểu thức P .
- Tìm giá trị x để $P > 0$.
- Tìm giá trị nguyên của x để P là số nguyên.

 **Lời giải.**

❖ Ví dụ 3. Cho các biểu thức $P = \frac{x}{x-3} - \frac{x+1}{x+3} + \frac{3x+2}{9-x^2}$ và $Q = 2 + \frac{(7-2x)x}{x^2-3x}$.

- a) Rút gọn biểu thức P và Q .

b) Tìm x để $\frac{P}{Q} < 2$.

 **Lời giải.**

Luyện tập

❖ **Bài 1.** Cho biểu thức $P = \left(\frac{x+3}{x+2} - \frac{2-x}{3-x} - \frac{x-8}{x^2-x-6} \right) : \left(1 - \frac{x+6}{2x+4} \right)$.

- Rút gọn P và tìm điều kiện xác định của P .
- Tính giá trị của P biết $|2x - 3| + 1 = x$.
- Tìm x nguyên để $P \cdot (x - 1)$ có giá trị là số tự nhiên.

 **Lời giải.**

❖ **Bài 2.** Cho biểu thức $A = \frac{x^2}{x^2 - 4} - \frac{x}{x - 2} + \frac{2}{x + 2}$.

- Với điều kiện nào của x thì giá trị của biểu thức A được xác định?
- Rút gọn biểu thức A .
- Tìm giá trị biểu thức A tại $x = 1$.

 Lời giải.

❖ **Bài 3.** Cho biểu thức $P = \frac{x+2}{x+3} - \frac{5}{x^2+x-6} + \frac{1}{2-x}$.

- Tìm điều kiện xác định của P .
- Rút gọn biểu thức P .
- Tìm x để $P = \frac{-3}{4}$.
- Tìm các giá trị nguyên của x để P cũng có giá trị nguyên.
- Tính giá trị của biểu thức P khi $x^2 - 9 = 0$.

Luyện mãi thành tài, miệt mài tất giỏi.

Rút gọn biểu thức chứa căn

Trả lời và ghi nhớ các câu hỏi sau:

- i) Khi nào $\sqrt{A}$ có nghĩa (xác định)?
- ii) $\sqrt{A^2} = ?$
- iii) Khi nào $\sqrt{A^2} = A$?
- iv) Khi nào $\sqrt{A^2} = -A$?
- v) $(\sqrt{X} + \sqrt{Y})(\sqrt{X} - \sqrt{Y}) =$
- vi) $(\sqrt{X} + 1)(\sqrt{X} - 1) =$
- vii) $(\sqrt{X} - \sqrt{Y})^2 =$
- viii) $(\sqrt{X} + \sqrt{Y})^2 =$
- ix) $X\sqrt{X} - 1 =$
- x) $X\sqrt{X} + 1 =$

1. Rút gọn biểu thức chứa căn và các câu hỏi phụ

Dạng 3. Tính giá trị của biểu thức khi biết x

Đối với dạng toán này sau khi rút gọn biểu thức ta mới thay giá trị cụ thể của x vào. Trong nhiều bài tập x được cho dưới dạng $x = a^2 \pm 2a\sqrt{b} + b$ ta cần biến đổi $x = (a \pm \sqrt{b})^2$. Chú ý thêm một số công thức:

i) $x\sqrt{x} = (\sqrt{x})^3$

ii) $a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 + ab + b^2)$

⚠ Lưu ý: Giá trị cụ thể của x phải thỏa mãn điều kiện xác định của biểu thức ban đầu (chứ không phải biểu thức đã rút gọn) thì ta mới thực hiện tính.

 **Ví dụ 1.** Cho biểu thức

$$B = \left(\frac{x}{\sqrt{x} + 3} - \frac{x + 1}{\sqrt{x} - 3} + \frac{6x + \sqrt{x}}{x - 9} \right) : \left(\frac{\sqrt{x} - 3}{\sqrt{x} + 3} - 1 \right), \text{ với } x \geq 0, x \neq 9.$$

Hãy rút gọn biểu thức B và tính giá trị của B khi $x = 12 + 6\sqrt{3}$.

 **Lời giải.**

.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	

 **Ví dụ 2.** Cho biểu thức $B = \left(\frac{\sqrt{x} - 4}{x - 2\sqrt{x}} + \frac{3}{\sqrt{x} - 2} \right) : \left(\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x} - 2} - \frac{\sqrt{x} + 2}{\sqrt{x}} \right)$ với $x > 0, x \neq 4$.
Hãy rút gọn B và tính giá trị của B khi $x = 3 + \sqrt{8}$.

 **Lời giải.**

.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	

🔗 **Ví dụ 3.** Cho biểu thức

$$A = \left(5 - \frac{x\sqrt{y} - y\sqrt{x}}{\sqrt{x} - \sqrt{y}} \right) \cdot \left(5 + \frac{x\sqrt{y} + y\sqrt{x}}{\sqrt{x} + \sqrt{y}} \right) \text{ với } x \geq 0, y \geq 0 \text{ và } x \neq y.$$

- a) Rút gọn biểu thức A .
b) Tính giá trị của biểu thức A khi $x = 1 - \sqrt{3}$, $y = 1 + \sqrt{3}$.

💬 **Lời giải.**

🔗 **Ví dụ 4.** Cho biểu thức $P = \frac{2x - 11\sqrt{x} + 15}{(x - 4\sqrt{x} + 3)} + \frac{3\sqrt{x}}{\sqrt{x} - 1} - \frac{\sqrt{x} - 1}{\sqrt{x} - 3}$.

- a) Rút gọn biểu thức P .
b) Tính giá trị của biểu thức P khi $x = 11 + 6\sqrt{2}$.

💬 **Lời giải.**

Dạng 4. Tìm x để biểu thức thỏa mãn phương trình

Đối với dạng toán này ta sử dụng biểu thức đã rút gọn để thay vào phương trình của đề bài, từ đó thực hiện giải phương trình bậc nhất hoặc bậc hai để tìm x .

Lưu ý: Giá trị của x tìm được phải thỏa mãn điều kiện xác định của biểu thức ban đầu (chứ không phải biểu thức đã rút gọn).

❖ **Ví dụ 1.** Cho biểu thức: $P = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x} + 3} + \frac{3\sqrt{x}}{x - 9}$, với $x \geq 0$; $x \neq 9$.

- Rút gọn biểu thức P .
- Tìm giá trị của x để $P = 2$.

 **Lời giải.**

❖ **Ví dụ 2.** Cho biểu thức $P = \frac{(x+1)(x+\sqrt{x})}{\sqrt{x}} - x - \sqrt{x}$, với $x > 0$.

- Rút gọn biểu thức P .
- Tìm giá trị của x để giá trị của biểu thức P bằng 2.

 **Lời giải.**

🔗 **Ví dụ 3.** Cho biểu thức

$$A = \left(\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1} - \frac{2}{x-\sqrt{x}} \right) : \left(\frac{1}{\sqrt{x}+1} + \frac{2}{x-1} \right) \text{ với } x > 0; x \neq 1.$$

- Rút gọn biểu thức A .
- Tìm giá trị của x để $A = 1$.

Lời giải.

.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	

❖ Ví dụ 4. Cho biểu thức $P = \frac{1}{x^2 - \sqrt{x}} : \frac{\sqrt{x} + 1}{x\sqrt{x} + x + \sqrt{x}}$ với $x > 0$ và $x \neq 1$.

- a) Rút gọn biểu thức P .
- b) Tìm các giá trị x sao cho $3P = 1 + x$.

Lời giải.

.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	

Dạng 5. Tìm x để biểu thức thỏa mãn bất phương trình

Đối với dạng toán này, ta thay biểu thức sau khi rút gọn vào phương trình. Cần chú ý các công thức

- i) Nếu $ab \geq 0$ và $b > 0$ thì $a \geq 0$.
- ii) Nếu $\frac{a}{b} \geq 0$ và $a > 0$ thì $b > 0$.
- iii) Khi nhân hai vế với số âm thì phải đổi chiều của bất phương trình.
- iv) $0 \leq a < b \Leftrightarrow a^2 < b^2$.

Lưu ý: Sau khi giải bất phương trình phải kết hợp với điều kiện xác định ban đầu để đưa ra tập nghiệm đúng.

❖ **Ví dụ 1.** Cho biểu thức $P = \left(\frac{x}{x - 2\sqrt{x}} + \frac{x}{\sqrt{x} - 2} \right) : \frac{\sqrt{x} + 1}{x - 4\sqrt{x} + 4}$ với $x > 0, x \neq 4$.

- Rút gọn biểu thức P .
- Tìm tất cả các giá trị của x để $P > 0$.

 **Lời giải.**

🔗 Ví dụ 2. Cho biểu thức

$$P = \left(1 + \frac{1}{\sqrt{x}}\right) \left(\frac{1}{\sqrt{x} + 1} + \frac{1}{\sqrt{x} - 1} - \frac{2}{x - 1}\right) \text{ (với } x > 0, x \neq 1)$$

. Rút gọn biểu thức P và tìm các giá trị của x để $P > 1$.

 **Lời giải.**

⇒ Ví dụ 3. Cho biểu thức

$$A = \left(\frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}+1} - \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-1} \right) \cdot \left(\frac{1}{2\sqrt{x}} - \frac{\sqrt{x}}{2} \right)^2 \quad (x > 0; x \neq 1).$$

- a) Rút gọn A .
- b) Tìm tất cả các giá trị của x để $\frac{A}{\sqrt{x}} > 3$.

 **Lời giải.**

Luyện mãi thành tài, miệt mài tất giỏi.

Dạng 6. Tìm x để biểu thức nhận giá trị nguyên

❖ **Ví dụ 1.** Cho hai biểu thức $A = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-2}$; $B = \frac{2}{\sqrt{x}+2} + \frac{4\sqrt{x}}{x-4}$ với $x \geq 0, x \neq 4$.

- Tính giá trị biểu thức A khi $x = 9$.
- Rút gọn biểu thức $T = A - B$.
- Tìm x để T là số nguyên.

🔗 Ví dụ 2. Cho biểu thức

$$A = \left(1 - \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x} + 1}\right) : \left(\frac{\sqrt{x} + 3}{\sqrt{x} - 2} - \frac{\sqrt{x} + 3}{\sqrt{x} - 2} + \frac{\sqrt{x} + 2}{x - 5\sqrt{x} + 6}\right)$$

- Rút gọn biểu thức A .
- Tìm tất cả các giá trị nguyên của x để biểu thức A nhận giá trị nguyên.

⇒ Ví dụ 3.

Cho biểu thức $P = \frac{x^2 - \sqrt{x}}{x + \sqrt{x} + 1} - \frac{2x + \sqrt{x}}{\sqrt{x}} + \frac{2(x - 1)}{\sqrt{x} - 1}$.

- a) Tìm x để $P(x)$ xác định và rút gọn $P(x)$.
- b) Tìm các giá trị của x để biểu thức $Q(x) = \frac{2\sqrt{x}}{P(x)}$ nhận giá trị nguyên.

D Giải phương trình chứa căn

 Dạng 7. Giải phương trình chứa căn

Để giải phương trình có căn bậc hai, căn bậc ba, ta thực hiện theo các bước:

- ✔ Đặt điều kiện phương trình có nghĩa ($\sqrt{A}$ có nghĩa $\Leftrightarrow A \geq 0$).
- ✔ Đưa thừa số ra ngoài dấu căn: $\sqrt{A^2B} = |A|\sqrt{B}$; $\sqrt[3]{A^3B} = A\sqrt[3]{B}$.
- ✔ Rút gọn các căn thức đồng dạng.
- ✔ Biến đổi phương trình về dạng: $\sqrt{A} = B \Leftrightarrow A = B^2$ (với $B \geq 0$) hoặc $\sqrt[3]{A} = B \Leftrightarrow A = B^3$.

⇒ Ví dụ 1. Giải các phương trình sau:

- | | |
|--|-------------------------------|
| a) $\sqrt{x^2 + x} = x - 1$; | d) $\sqrt{x^2 - 3} = 0$; |
| b) $\sqrt{x^2 + 3} = \sqrt{4x}$; | e) $2 - \sqrt{x^2 - 2} = 0$; |
| c) $2\sqrt{3x} - 4\sqrt{3x} = 27 - 3\sqrt{3x}$; | f) $x + \sqrt{3x + 10} = 0$. |

 Lời giải.

..... 	
--	--

Nơi Đầu Có Ý Chỉ Ở Đó Có Con Đường

✧ Ví dụ 2. Giải phương trình

a) $\sqrt[3]{2x+1} = 3;$

b) $\sqrt[3]{x+1} = \sqrt[3]{x^2-1}.$

💬 Lời giải.

✧ Ví dụ 3. Giải các phương trình sau:

a) $x^6 - 5x^3 - 24 = 0;$

b) $\sqrt[3]{2x+1} - 1 = 2x$

💬 Lời giải.

E Luyện tập

🔗 **Bài 4.** Giải các phương trình sau:

a) $\sqrt{2x-3} - \sqrt{3} = 0;$

d) $\sqrt{2x^2 - 2x\sqrt{6} + 3} - \sqrt{5 - \sqrt{24}} = 0;$

b) $\sqrt{3-x} - \sqrt{x-5} = 0$;

e) $\sqrt{25x+25} - \sqrt{16x+16} = 12 - \sqrt{4(x+1)}.$

c) $\sqrt{x^2 + 4x} - \sqrt{\frac{x^2}{2} - 8} = 0;$

 **Lời giải.**

✧ **Bài 5.** Giải các phương trình sau:

a) $\sqrt{x^2 - 9} - \sqrt{x - 3} = 0;$

b) $\sqrt{x + 4} - \sqrt{1 - x} = \sqrt{1 - 2x};$

c) $\frac{3}{2}\sqrt{4x - 8} - 9\sqrt{\frac{x - 2}{81}} = 6.$

💬 **Lời giải.**

🔗 **Bài 6.** Giải các phương trình sau:

a) $\sqrt{x^4 - 8x^2 + 16} + \sqrt{x^2 - 4x + 4} = 0;$

b) $\sqrt[3]{x+3} = \sqrt[3]{x^2-9}$;

c) $\sqrt[3]{x+2} - \sqrt{x+1} = 1.$

 Lời giải.

Nơi Đâu Có Ý Chí Ở Đó Có Con Đường

F

Các bài toán nâng cao

🔗 **Bài 7.** Tính giá trị biểu thức $A = \sqrt{6 - 2\sqrt{5}} + \sqrt{14 - 6\sqrt{5}}$.

 **Lời giải.**

✧ **Bài 8.** Rút gọn $A = \sqrt{127 - 48\sqrt{7}} - \sqrt{127 + 48\sqrt{7}}$

💬 **Lời giải.**

.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	

✧ **Bài 9.** Tính $A = \frac{1 + \sqrt{11}}{2 + \sqrt{11}} + \sqrt{\frac{2}{18 - 5\sqrt{11}}}$.

💬 **Lời giải.**

.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	

✧ **Bài 10.** Rút gọn biểu thức $P = \frac{4 + \sqrt{5}}{\sqrt{2} + \sqrt{3 + \sqrt{5}}} + \frac{4 - \sqrt{5}}{\sqrt{2} - \sqrt{3 - \sqrt{5}}}$.

💬 **Lời giải.**

.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	

✧ **Bài 11.** Rút gọn biểu thức $A = \frac{\sqrt{2}(3 + \sqrt{5})}{2\sqrt{2} + \sqrt{3 + \sqrt{5}}} + \frac{\sqrt{2}(3 - \sqrt{5})}{2\sqrt{2} - \sqrt{3 - \sqrt{5}}}$.

💬 **Lời giải.**

.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	

.....	
.....	
.....	

⇨ **Bài 12.** Khử căn ở mẫu số biểu thức $A = \frac{59}{\sqrt{3} + \sqrt{5} + \sqrt{7}}$.

💬 **Lời giải.**

.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	

⇨ **Bài 13.** Tính giá trị biểu thức $P = \frac{\frac{2 + \sqrt{3}}{2}}{1 + \frac{\sqrt{4 + 2\sqrt{3}}}{2}} + \frac{\frac{2 - \sqrt{3}}{2}}{1 - \frac{\sqrt{4 - 2\sqrt{3}}}{2}}$.

💬 **Lời giải.**

.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	

⇨ **Bài 14.** Tính tổng $S = \frac{1}{\sqrt{3} + \sqrt{5}} + \frac{1}{\sqrt{5} + \sqrt{7}} + \cdots + \frac{1}{\sqrt{2011} + \sqrt{2013}}$.

💬 **Lời giải.**

.....	
.....	
.....	
.....	



✧ Bài 15. Rút gọn biểu thức sau

$$X = \sqrt{1 + \frac{1}{1^2} + \frac{1}{2^2}} + \sqrt{1 + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2}} + \sqrt{1 + \frac{1}{3^2} + \frac{1}{4^2}} + \cdots + \sqrt{1 + \frac{1}{2017^2} + \frac{1}{2018^2}}.$$

💬 Lời giải.

✧ Bài 16. Rút gọn biểu thức $\frac{\sqrt[3]{2} + \sqrt{7 + 2\sqrt{10}} + \sqrt[3]{3\sqrt[3]{4} - 3\sqrt[3]{2} - 1}}{\sqrt{5} + \sqrt{2} + 1}.$

💬 Lời giải.

✧ Bài 17. Đặt $m = \sqrt[3]{1 + \sqrt{2}} + \sqrt[3]{1 - \sqrt{2}}$. Tính giá trị của biểu thức $(m^3 + 3m - 1)^{100}$.

💬 Lời giải.

🔹 **Bài 18.** Cho $x = \sqrt{4 + \sqrt{7}} - \sqrt{4 - \sqrt{7}}$. Tính $A = (x^4 - x^3 - x^2 + 2x - 1)^{2017}$.

 **Lời giải.**

❖ **Bài 19.** Cho $x = \frac{\sqrt{3+\sqrt{5}} + \sqrt{3-\sqrt{5}}}{\sqrt{2}}$. Tính $P = (1 + 5x^{2015} - x^{2017})^{2018}$.

 Lời giải.

🔹 **Bài 20.** Cho $x = \frac{(\sqrt{5}-1)\sqrt[3]{16+8\sqrt{5}}}{\sqrt[3]{10+6\sqrt{3}}-\sqrt{3}}$. Tính giá trị biểu thức $A = (77x^2 + 35x + 646)^{2017}$.

 **Lời giải.**

✧ Bài 21. Cho $x = \frac{\sqrt[3]{10 + 6\sqrt{3}}(\sqrt{3} - 1)}{\sqrt{6 + 2\sqrt{5}} - \sqrt{5}}$. Tính giá trị của biểu thức: $P = (12x^2 + 4x - 55)^{2017}$.

💬 Lời giải.

✧ Bài 22. Tính giá trị của biểu thức $M = (x - y)^3 + 3(x - y)(xy + 1)$ biết

$$x = \sqrt[3]{3 + 2\sqrt{2}} - \sqrt[3]{3 - 2\sqrt{2}}; y = \sqrt[3]{17 + 12\sqrt{2}} - \sqrt[3]{17 - 12\sqrt{2}}.$$

💬 Lời giải.

✧ Bài 23. Rút gọn biểu thức $A = \sqrt{a^2 + 1} + \sqrt{2(\sqrt{a^2 + 1} - a)(\sqrt{a^2 + 1} - 1)}$, với $a > 0$.

💬 Lời giải.

✧ Bài 24. Cho biểu thức

$$P = \left(\frac{\sqrt{a-b}}{\sqrt{a+b} + \sqrt{a-b}} + \frac{a-b}{\sqrt{a^2-b^2} - a+b} \right) \cdot \frac{a^2+b^2}{\sqrt{a^2-b^2}} \text{ với } a > b > 0.$$

Rút gọn biểu thức P .

 **Lời giải.**

🔗 Bài 25. Cho biểu thức

$$Q = \frac{\left(\frac{a-b}{\sqrt{a}+\sqrt{b}}\right)^3 + 2a\sqrt{a} + b\sqrt{b}}{3a^2 + 3b\sqrt{ab}} + \frac{\sqrt{ab} - a}{a\sqrt{a} - b\sqrt{a}} \text{ với } a > 0; b > 0; a \neq b.$$

Chứng minh rằng giá trị biểu thức Q không phụ thuộc vào a, b .

 **Lời giải.**

✧ **Bài 26.** Rút gọn biểu thức $P = \frac{\sqrt{x+2\sqrt{x-1}} + \sqrt{x-2\sqrt{x-1}}}{\sqrt{x+\sqrt{2x-1}} - \sqrt{x-\sqrt{2x-1}}}$ với điều kiện $x \geq 2$.

💬 **Lời giải.**

.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	

✧ **Bài 27.** Cho a, b, c là ba số thực dương thỏa $ab + bc + ca = 1$. Tính giá trị biểu thức

$$P = a \cdot \sqrt{\frac{(1+b^2)(1+c^2)}{1+a^2}} + b \cdot \sqrt{\frac{(1+c^2)(1+a^2)}{1+b^2}} + c \cdot \sqrt{\frac{(1+a^2)(1+b^2)}{1+c^2}}.$$

💬 **Lời giải.**

.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	

✧ **Bài 28.** Rút gọn biểu thức $A = \frac{2\sqrt{x}-13}{x-5\sqrt{x}+6} - \frac{\sqrt{x}+3}{\sqrt{x}-2} - \frac{2\sqrt{x}+1}{3-\sqrt{x}}$ với $x \geq 0, x \neq 4, x \neq 9$.

💬 **Lời giải.**

.....	
.....	
.....	
.....	
.....	

✧ **Bài 29.** Cho biểu thức

$$P = \frac{x - 2\sqrt{x}}{x\sqrt{x} - 1} + \frac{\sqrt{x} + 1}{x\sqrt{x} + x + \sqrt{x}} + \frac{1 + 2x - 2\sqrt{x}}{x^2 - \sqrt{x}} \text{ với } x > 0, x \neq 1.$$

Rút gọn P .

💬 **Lời giải.**

✧ **Bài 30.** Cho biểu thức

$$P = \left(\frac{x + 2}{x\sqrt{x} - 1} + \frac{\sqrt{x}}{x + \sqrt{x} + 1} + \frac{1}{1 - \sqrt{x}} \right) : \frac{\sqrt{x} - 1}{2} \text{ với } 0 \leq x \neq 1.$$

Rút gọn biểu thức P .

💬 **Lời giải.**

✧ **Bài 31.** Cho biểu thức

$$A = \left(\frac{\sqrt{x} + 1}{\sqrt{x} - 1} + \frac{\sqrt{x} - 1}{\sqrt{x} + 1} + \frac{3\sqrt{x} + 1}{1 - x} \right) : \left(\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x} - 1} - \frac{2}{x - 1} \right) \text{ với } x \geq 0, x \neq 1$$

Rút gọn biểu thức A .

 **Lời giải.**

❖ **Bài 32.** Cho $A = \frac{x^2 - \sqrt{x}}{x + \sqrt{x} + 1} + \frac{x^2 + \sqrt{x}}{x - \sqrt{x} + 1}$.

Rút gọn biểu thức $B = 1 - \sqrt{2A - 4\sqrt{x+1}}$ với $0 \leq x \leq \frac{1}{4}$.

 **Lời giải.**

❖ Bài 33. Cho biểu thức

$$P = \frac{\sqrt{n+1}-1}{\sqrt{n+1}+1} + \frac{\sqrt{n+1}+3}{\sqrt{n+1}-3} - \frac{n-\sqrt{n+1}+7}{n-2\sqrt{n+1}-2} \text{ với } n \in \mathbb{N}, n \neq 8.$$

Rút gọn biểu thức $Q = \frac{P}{n + 3\sqrt{n+1} + 1}$ với $n \in \mathbb{N}, n \neq 8$.

 **Lời giải.**

🔗 **Bài 34.** Cho biểu thức $A = \frac{\sqrt{x+4\sqrt{x-4}} + \sqrt{x-4\sqrt{x-4}}}{\sqrt{1-\frac{8}{x}+\frac{16}{x^2}}}$. Rút gọn A . Tìm các giá trị nguyên của x để A có giá trị nguyên.

 **Lời giải.**

🔗 **Bài 35.** Cho $a \geq 0, a \neq 1$. Rút gọn biểu thức

$$S = \sqrt{6 - 4\sqrt{2}} \cdot \sqrt[3]{20 + 14\sqrt{2}} + \sqrt[3]{(a+3)\sqrt{a} - 3a - 1} : \left[\frac{a-1}{2(\sqrt{a}-1)} - 1 \right].$$

 **Lời giải.**

✧ **Bài 36.** Chứng minh rằng $\sqrt{2009^2 + 2009^2 \cdot 2010^2 + 2010^2}$ là một số nguyên dương.

💬 **Lời giải.**

.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	

✧ **Bài 37.** Chứng minh đẳng thức $\sqrt[3]{\sqrt[3]{2}-1} = \sqrt[3]{\frac{1}{9}} - \sqrt[3]{\frac{2}{9}} + \sqrt[3]{\frac{4}{9}}$.

💬 **Lời giải.**

.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	

✧ **Bài 38.** Giả sử a và b là hai số dương khác nhau và thỏa mãn

$$a - b = \sqrt{1 - b^2} - \sqrt{1 - a^2}.$$

Chứng minh rằng $a^2 + b^2 = 1$.

💬 **Lời giải.**

.....	
.....	
.....	

✧ **Bài 39.** Cho hai số thực dương a, b thỏa mãn $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{1}{2018}$. Chứng minh rằng

$$\sqrt{a+b} = \sqrt{a-2018} + \sqrt{b-2018}.$$

💬 **Lời giải.**

Bài tập trắc nghiệm

❖ **Bài 40.** Khi quy đồng mẫu thức các phân thức $\frac{xy}{x^2 - y^2}; \frac{y}{xy - x^2}; \frac{xy}{y^2 - xy}$ thì mẫu chung là

(A) $x^2 - y^2$. **(B)** $x(x^2 - y^2)$. **(C)** $xy(x^2 - y^2)$. **(D)** $xy(x^2 + y^2)$.

 **Lời giải.**

❖ **Bài 41.** Điều kiện xác định của biểu thức $P = \frac{x+1}{1-x} + \frac{x^2}{x^2-2x+1}$ là

A $x \neq 1$. **B** $x \neq \pm 1$. **C** $x < 1$. **D** $x > 1$.

 Lời giải.

❖ **Bài 42.** Kết quả rút gọn phân thức $\frac{x^2 - 4x + 4}{3x^2 - 12}$ là

A $\frac{2 - x}{3}$. **B** $\frac{x - 2}{3(x + 2)}$. **C** $-\frac{2 + x}{3}$. **D** $\frac{2 + x}{3}$.

 **Lời giải.**

❖ **Bài 43.** Điều kiện để biểu thức $\frac{2017}{\sqrt{x}-2}$ xác định là

- (A) $0 \leq x < 4$. (B) $x > 4$. (C) $0 \leq x \neq 4$. (D) $x \neq 4$.

❖ **Bài 44.** Giá trị của biểu thức $\sqrt{(3a-1)^2}$ là

- (A) $3a-1$. (B) $1-3a$. (C) $3a-1$ và $1-3a$. (D) $|3a-1|$.

❖ **Bài 45.** Biết rằng $\sqrt{x} > 1$, rút gọn $P = \sqrt{(1-\sqrt{x})^2}$

- (A) $\sqrt{x}-1$. (B) $1-\sqrt{x}$. (C) $(1-\sqrt{x})^2$. (D) $(\sqrt{x}-1)^2$.

❖ **Bài 46.** Biết rằng $1 \leq a < 2$, giá trị của biểu thức $\sqrt{a-2\sqrt{a-1}}$ là

- (A) $\sqrt{a-1}-1$. (B) $1-\sqrt{a-1}$. (C) $\sqrt{a-1}$. (D) $(\sqrt{a-1}-1)^2$.

❖ **Bài 47.** Phân tích $P = x\sqrt{x} - 8$ thành nhân tử

- (A) $(\sqrt{x}-2)(x+2\sqrt{x}+4)$. (B) $(\sqrt{x}+2)(x-2\sqrt{x}+4)$.
(C) $(\sqrt{x}-2)^3$. (D) $(\sqrt{x}+2)^3$.

❖ **Bài 48.** Tìm tất cả các nghiệm của phương trình $\sqrt{5x} - \sqrt{80} = 0$.

- (A) $x = 4$. (B) $x = 16$. (C) $x = -4$. (D) $x = -16$.

💬 **Lời giải.**

.....	
.....	

❖ **Bài 49.** Tìm tất cả các nghiệm của phương trình $\sqrt{11x^2} - \sqrt{44} = 0$.

- (A) $x = \pm 2$. (B) $x = 2$. (C) $x = -2$. (D) $x = \pm\sqrt{2}$.

💬 **Lời giải.**

.....	
.....	
.....	

❖ **Bài 50.** Tìm tất cả các nghiệm của phương trình $3x + 2\sqrt{32} - \sqrt{8} = 0$.

- (A) $x = 2\sqrt{2}$. (B) $x = 3\sqrt{2}$. (C) $x = -2\sqrt{2}$. (D) $x = -3\sqrt{2}$.

💬 **Lời giải.**

.....	
.....	

❖ **Bài 51.** Cho phương trình $\sqrt{2x^2+8} = 0$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

- (A) Phương trình có nghiệm $x = \pm 2$. (B) Phương trình có nghiệm $x = 0$.

C Phương trình vô nghiệm.

D Phương trình vô số nghiệm.

Lời giải.

⇒ **Bài 52.** Tìm tất cả các nghiệm của phương trình $\sqrt{4(2-x)^2} = 10$.

A $x = -3$.

B $x = 7$.

C $x = -3$ hoặc $x = 7$.

D $x = -7$.

Lời giải.

⇒ **Bài 53.** Tính giá trị của biểu thức $Q = \left(\frac{2\sqrt{32}}{\sqrt{3}} - 1 \right) : \left(7 + \frac{\sqrt{2} - \sqrt{3}}{\sqrt{2}} \right)$.

A $Q = \sqrt{3}$.

B $Q = \sqrt{2}$.

C $Q = \frac{\sqrt{6}}{3}$.

D $Q = \frac{\sqrt{6}}{2}$.

Lời giải.

⇒ **Bài 54.** Kết quả của phép tính $\frac{\sqrt{17-12\sqrt{2}}}{\sqrt{3-2\sqrt{2}}}$ bằng

A $3 + 2\sqrt{2}$.

B $1 + \sqrt{2}$.

C $\sqrt{2} - 1$.

D $2 - \sqrt{2}$.

Lời giải.

⇒ **Bài 55.** Rút gọn biểu thức $S = \sqrt{\frac{3+\sqrt{5}}{3-\sqrt{5}}} + \sqrt{\frac{3-\sqrt{5}}{3+\sqrt{5}}}$ ta được kết quả

A $A = 2\sqrt{5}$.

B $A = \sqrt{5}$.

C $A = 3$.

D $A = 6$.

Lời giải.

Luyện mãi thành tài, miệt mài tất giỏi.

.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	

⇨ **Bài 56.** Giá trị của biểu thức $(4 - \sqrt{15})(\sqrt{10} + \sqrt{6})\sqrt{4 + \sqrt{15}}$ bằng

A 2. **B** $\sqrt{10} + \sqrt{6}$. **C** $\sqrt{10} - \sqrt{6}$. **D** $\sqrt{5} - \sqrt{3}$.

💬 **Lời giải.**

.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	

⇨ **Bài 57.** Tính giá trị của $T = \sqrt{\sqrt{5} - \sqrt{3 - \sqrt{29 - 12\sqrt{5}}}}$.

A $T = 4$. **B** $T = 3$. **C** $T = 2$. **D** $T = 1$.

💬 **Lời giải.**

.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	

⇨ **Bài 58.** Với giá trị nào của x thì $\sqrt[3]{x} \geq 4$?

A $x \geq 64$. **B** $x < 64$. **C** $x \geq 16$. **D** $0 < x < 8$.

💬 **Lời giải.**

.....	
.....	

⇨ **Bài 59.** Khi $x = -\sqrt{2}$ thì giá trị của $4x - 2\sqrt{2} + \frac{\sqrt{x^3 + 2x^2}}{\sqrt{x + 2}}$ bằng

A $-6\sqrt{2}$. **B** $-5\sqrt{2}$. **C** $-7\sqrt{2}$. **D** $4\sqrt{2}$.

 **Lời giải.**

⇨ **Bài 60.** Với $a > 0$ biểu thức $P = \frac{\sqrt{a} - 1}{a\sqrt{a} + \sqrt{a} - a} : \frac{1}{a^2 + \sqrt{a}}$ có kết quả bằng

(A) $\sqrt{a} - 1$.

(B) -1 .

(C) 1 .

(D) $a - 1$.

 **Lời giải.**

⇨ **Bài 61.** Tìm x sao cho $\sqrt{4x - 20} + 3\sqrt{\frac{x - 5}{9}} - \frac{1}{3}\sqrt{9x - 45} = 4$.

(A) $x = 5$.

(B) $x = 6$.

(C) $x = 7$.

(D) $x = 9$.

 **Lời giải.**

⇨ **Bài 62.** Cho biểu thức $M = \left(1 - \frac{4}{\sqrt{x} + 1} + \frac{1}{x - 1}\right) : \frac{x - 2\sqrt{x}}{x - 1}$, với $x \geq 0$, $x \neq 1$, $x \neq 4$. Với giá trị nào của x thì $M = \frac{1}{2}$?

(A) $x = 8$.

(B) $x = 16$.

(C) $x = 32$.

(D) $x = 64$.

 **Lời giải.**



ĐỀ KIỂM TRA 1 TIẾT CHƯƠNG I

A Đề số 1- Tự Luận cho HS đại trà

✧ **Bài 1.** Tìm giá trị của x để các biểu thức sau xác định.

a) $\sqrt{2x} - 1$.

b) $\sqrt{3 - \frac{1}{2}x}$.

💬 **Lời giải.**

✧ **Bài 2.** Sắp xếp các số sau theo thứ tự tăng dần $7\sqrt{2}$; $4\sqrt{5}$; $6\sqrt{3}$; $\sqrt{97}$; $3\sqrt{11}$.

💬 **Lời giải.**

✧ **Bài 3.** Tính giá trị các biểu thức

a) $\sqrt{(3 - \sqrt{10})^2}$.

b) $\sqrt{(\sqrt{6} - \sqrt{7})^2}$.

c) $\sqrt{(4 - \sqrt{5})^2} + \sqrt{(4 + \sqrt{5})^2}$.

💬 **Lời giải.**

🔗 Bài 4. Rút gọn giá trị biểu thức

a) $A = (\sqrt{8} - 3\sqrt{2} + \sqrt{10}) \cdot \sqrt{2} - 2\sqrt{5}.$

b) $B = \frac{1}{\sqrt{5} + \sqrt{7}} - \frac{1}{\sqrt{5} - \sqrt{7}}.$

$$\text{c) } C = \sqrt{\frac{4 + \sqrt{7}}{4 - \sqrt{7}}} + \sqrt{\frac{4 - \sqrt{7}}{4 + \sqrt{7}}}$$

 Lời giải.

🔗 Bài 5. Giải phương trình

a) $4\sqrt{x} - 2\sqrt{9x} + \sqrt{16x} = 5.$

b) $\sqrt{4x+20} - 3\sqrt{5+x} + \frac{4}{3}\sqrt{9x+45} = 6.$

 **Lời giải.**

✧ **Bài 6.** Cho biểu thức $\left(\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-2} + \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+2}\right) \cdot \frac{x-4}{\sqrt{4x}}$.

a) Rút gọn biểu thức với $x > 0$ và $x \neq 4$.

b) Tính giá trị của P khi $x = 3 - 2\sqrt{2}$.

💬 **Lời giải.**

B Đề số 2: Trắc nghiệm kết hợp tự luận dành cho học sinh đại trà

I. PHẦN TRẮC NGHIỆM (4.0 điểm)

✧ **Bài 1.** Căn bậc hai số học của số a không âm là

(A) số có bình phương bằng a .

(B) $-\sqrt{a}$.

(C) $\sqrt{a}$.

(D) $\pm\sqrt{a}$.

💬 **Lời giải.**

✧ **Bài 2.** Căn bậc hai của 16 là

(A) 4.

(B) -4.

(C) 256.

(D) ± 4 .

💬 **Lời giải.**

⇒ **Bài 3.** Kết quả khai căn của biểu thức $\sqrt{(\sqrt{3}-1)^2}$ là

☐ A $1 - \sqrt{3}$.

☐ B $\sqrt{3} - 1$.

☐ C $-1 - \sqrt{3}$.

☐ D $1 + \sqrt{3}$.

💬 **Lời giải.**

⇒ **Bài 4.** Điều kiện xác định của căn thức $\sqrt{12-21x}$ là

☐ A $x \geq 12$.

☐ B $x \geq \frac{4}{7}$.

☐ C $x \leq \frac{4}{7}$.

☐ D $x \leq 21$.

💬 **Lời giải.**

⇒ **Bài 5.** So sánh 5 với $2\sqrt{6}$, kết luận nào sau đây là đúng?

☐ A $5 > 2\sqrt{6}$.

☐ B $5 < 2\sqrt{6}$.

☐ C $5 = 2\sqrt{6}$.

☐ D Không so sánh được.

💬 **Lời giải.**

⇒ **Bài 6.** Kết quả của phép tính $\sqrt[3]{27} - \sqrt[3]{125}$ là

☐ A 2.

☐ B -2.

☐ C $\sqrt{98}$.

☐ D $\sqrt{98}$.

💬 **Lời giải.**

⇒ **Bài 7.** Tất cả các giá trị của x để $\sqrt{x} \leq 4$ là

☐ A $x > 16$.

☐ B $0 \leq x \leq 16$.

☐ C $x < 16$.

☐ D $0 \leq x < 16$.

💬 **Lời giải.**

⇒ **Bài 8.** Cho $\frac{2}{\sqrt{3} + \sqrt{5}} = \sqrt{a} - \sqrt{b}$ với a, b là các số nguyên dương. Khi đó giá trị $a - b$ bằng

☐ A 2.

☐ B -2.

☐ C 3.

☐ D -3.

💬 **Lời giải.**

✧ **Bài 9.** Thu gọn biểu thức $A = |x|\sqrt{\frac{x+1}{x^2}}$ với $-1 \leq x < 0$ ta được

A $A = \sqrt{x+1}$.

B $A = -\sqrt{x+1}$.

C $A = x+1$.

D $A = |x+1|$.

💬 **Lời giải.**

.....	
.....	

✧ **Bài 10.** Nếu x thỏa mãn điều kiện $\sqrt{3+\sqrt{x}} = 3$ thì x nhận giá trị nào sau đây?

A 0.

B 6.

C 9.

D 36.

💬 **Lời giải.**

.....	
-------	-------

II. PHẦN TỰ LUẬN (6.0 điểm)

✧ **Bài 11.** Tìm x , biết $\sqrt{2x-5} - 2\sqrt{3} = 0$.

💬 **Lời giải.**

.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	

✧ **Bài 12.** Thực hiện các phép tính

a) $A = 3\sqrt{2} + 5\sqrt{8} - 2\sqrt{50}$;

b) $B = \frac{1}{3+\sqrt{5}} + \frac{1}{3-\sqrt{5}}$.

💬 **Lời giải.**

.....	
.....	
.....	
.....	

✧ **Bài 13.** Cho biểu thức: $P = \left(\frac{1}{1-\sqrt{a}} - \frac{1}{1+\sqrt{a}} \right) \left(\frac{1}{\sqrt{a}} + 1 \right)$ ($0 < a \neq 1$).

a) Rút gọn biểu thức P .

b) Tính giá trị của P khi $a = 9 + 4\sqrt{2}$.

c) Với những giá trị nào của a thì $P > \frac{1}{2}$.

 **Lời giải.**

C **Đề số 3 - Dành cho HS Khá, Giỏi**

❖ Bài 14. Tính giá trị của các biểu thức

a) $A = \sqrt{\frac{3 - \sqrt{5}}{3 + \sqrt{5}}} + \sqrt{\frac{3 + \sqrt{5}}{3 - \sqrt{5}}}.$

$$\text{b) } B = \frac{1}{\sqrt{2} + 1} + \frac{3}{3 - 2\sqrt{2}} - \frac{4}{3\sqrt{2} - 4}.$$

 **Lời giải.**

🔗 Bài 15. Cho biểu thức

$$Q = \left(\frac{3 + \sqrt{x}}{3 - \sqrt{x}} - \frac{3 - \sqrt{x}}{3 + \sqrt{x}} - \frac{36}{x - 9} \right) : \frac{\sqrt{x} - 5}{3\sqrt{x} - x} \quad (\text{với } x > 0, x \neq 9, x \neq 25)$$

a) Rút gọn Q .

b) Tìm x để $Q < 0$.

 **Lời giải.**

❖ **Bài 16.** Tính giá trị biểu thức: $B = 6x^3 + 3x^2 + 2014$ với $x = \frac{1}{\sqrt[3]{3+2\sqrt{2}} + \sqrt[3]{3-2\sqrt{2}}}$.

 **Lời giải.**

❖ **Bài 17.** Chứng minh rằng với mọi số nguyên dương n , ta luôn có bất đẳng thức

$$\frac{1}{\sqrt{1}} + \frac{1}{\sqrt{2}} + \cdots + \frac{1}{\sqrt{n}} > 2(\sqrt{n+1} - 1).$$

 **Lời giải.**

✎ **Bài 18.** Cho x, y thỏa mãn: $0 < x < 1, 0 < y < 1$ và $\frac{x}{1-x} + \frac{y}{1-y} = 1$. Tính giá trị biểu thức:

$$P = x + y + \sqrt{x^2 - xy + y^2}.$$

💬 **Lời giải.**

Chương 2

HÀM SỐ BẬC NHẤT

Bài 1

KHÁI NIỆM HÀM SỐ. HÀM SỐ BẬC NHẤT

A Kiến thức nền tảng

1. Nhắc lại khái niệm hàm số

- ☑ Nếu đại lượng y phụ thuộc vào đại lượng x , sao cho với mỗi giá trị của x ta luôn xác định được chỉ một giá trị tương ứng của y thì y được gọi là hàm số của biến x và x được gọi là biến số.

⇒ Ví dụ 1. y là hàm số của x được cho bởi bảng sau

x	-1	0	1	2	3
y	-1	0	1	2	3

- ☑ Hàm số có thể được cho bằng bảng hoặc bằng công thức, ...

⇒ Ví dụ 2. y là hàm số của x được cho bằng công thức

a) $y = 2x$.

b) $y = 2x + 3$.

c) $y = \frac{4}{x}$.

Với các hàm số $y = 2x$ và $y = 2x + 3$ biến số x có thể lấy những giá trị tùy ý; còn với hàm số $y = \frac{4}{x}$, biến số x chỉ lấy những giá trị khác 0.

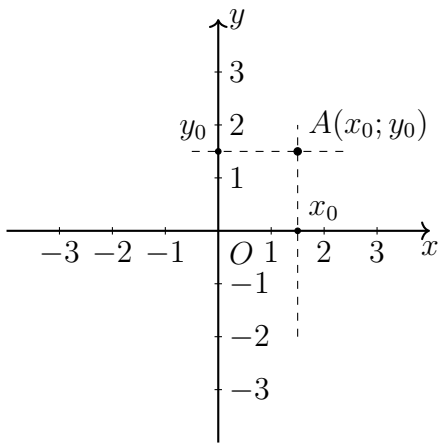
⚠ Lưu ý: Nhận xét

- ☑ Khi hàm số được cho bằng công thức $y = f(x)$, ta hiểu rằng biến số x chỉ lấy những giá trị mà tại đó $f(x)$ xác định.
- ☑ Khi y là hàm số của x , ta có thể viết $y = f(x)$, $y = g(x)$, ...
- ☑ Khi x thay đổi mà y luôn nhận một giá trị không đổi thì hàm số y được gọi là hàm hằng.

2. Đồ thị của hàm số

- ☑ Biểu diễn điểm $A(x_0; y_0)$ trong hệ trục tọa độ Oxy .

- 1) Đánh số trên các trục số.
- 2) Trên trục hoành chọn điểm có tọa độ x_0 , qua đó vẽ đường thẳng song song với trục Oy .
- 3) Trên trục tung chọn điểm có tọa độ y_0 , qua đó vẽ đường thẳng song song với trục Ox .
- 4) Giao điểm của hai đường thẳng trên chính là điểm $A(x_0; y_0)$.



☑ Đồ thị hàm số $y = f(x)$ là tập hợp tất cả các điểm biểu diễn các cặp giá trị tương ứng $(x; f(x))$ trên mặt phẳng tọa độ Oxy .

3. Hàm số đồng biến, nghịch biến

Cho hàm số $y = f(x)$ xác định với mọi giá trị của x thuộc $\mathbb{R}$. Với $x_1; x_2$ bất kì thuộc $\mathbb{R}$,

- ☑ Nếu $x_1 < x_2$ mà $f(x_1) < f(x_2)$ thì hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.
- ☑ Nếu $x_1 < x_2$ mà $f(x_1) > f(x_2)$ thì hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

B Hàm số bậc nhất

1. Định nghĩa hàm số bậc nhất

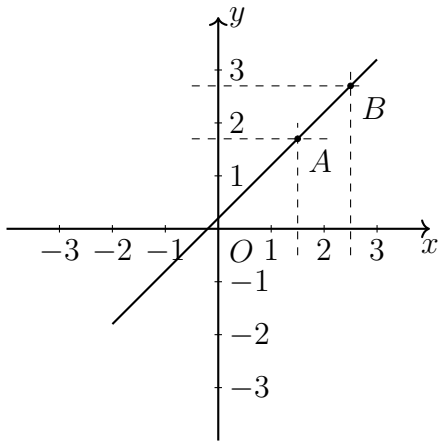
Hàm số bậc nhất là hàm số được cho bởi công thức $y = ax + b$, trong đó a, b là các số cho trước và a khác 0.

⚠ Lưu ý: *Chú ý* Khi $b = 0$, hàm số có dạng $y = ax$ (đã học ở lớp 7).

2. Vẽ đồ thị hàm số bậc nhất

Để vẽ hàm số bậc nhất $y = ax + b$ ta làm như sau

- 1) Chọn hai điểm A và B thỏa mãn phương trình hàm số bậc nhất.
- 2) Biểu diễn hai điểm A và B trên mặt phẳng tọa độ.
- 3) Nối hai điểm A và B , ta được đồ thị hàm số đã cho.



3. Giá trị của hàm số bậc nhất

- 1) Cho hàm số bậc nhất $y = ax + b$, tìm giá trị y_0 của hàm bậc nhất khi biết giá trị $x = x_0$. Có 2 phương pháp tính giá trị của hàm số bậc nhất

— Dựa vào đồ thị hàm số.

Cách giải Muốn tính giá trị của hàm số bậc nhất $y = ax + b$ tại điểm x_0 , ta làm như sau

Nơi Đầu Có Ý Chỉ Ở Đó Có Con Đường

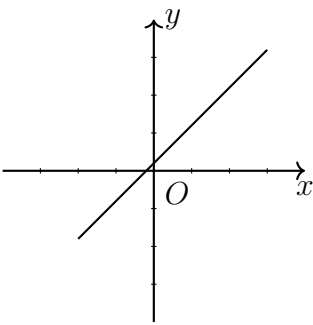
- + Qua điểm $x = x_0$ trên trục hoành ta vẽ đường song song với trục tung cắt đồ thị hàm số tại điểm A .
 - + Từ điểm A kẻ đường thẳng song song với trục hoành cắt trục tung tại điểm y_0 , vậy y_0 là điểm cần tìm.
 - Dựa vào phương trình hàm số. Thế giá trị $x = x_0$ vào phương trình hàm số bậc nhất, từ đó tính được giá trị y_0 .
- 2) Cho hàm số bậc nhất $y = ax + b$, tìm giá trị x_0 của hàm bậc nhất khi biết giá trị $y = y_0$.
Làm tương tự 1)

4. Tính chất

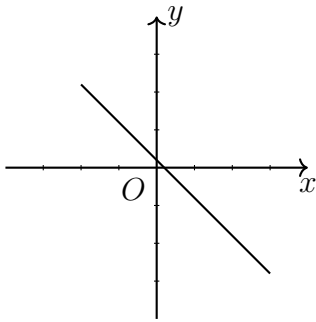
Hàm số bậc nhất $y = ax + b$ xác định với mọi giá trị của x thuộc $\mathbb{R}$ và có tính chất:

- ☑ Đồng biến trên $\mathbb{R}$, khi $a > 0$.
- ☑ Nghịch biến trên $\mathbb{R}$, khi $a < 0$.

Hàm số đồng biến



Hàm số nghịch biến



C Áp dụng giải toán

Dạng 1. Biểu diễn điểm $A(x_0; y_0)$ trên hệ trục tọa độ

1. Đánh số trên các trục số.
2. Trên trục hoành chọn điểm có tọa độ x_0 , qua đó vẽ đường thẳng song song với trục Oy .
3. Trên trục tung chọn điểm có tọa độ y_0 , qua đó vẽ đường thẳng song song với trục Ox .
4. Giao điểm của hai đường thẳng trên chính là điểm $A(x_0; y_0)$.

🔗 Ví dụ 1. Trên hệ trục tọa độ Oxy , hãy biểu diễn tọa độ các điểm sau

- a) $A(1, 2)$.

c) $C(-1, 0)$.
- b) $B(2, -1)$.

d) $D(0, -2)$.

💬 Lời giải.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Dạng 2. Nhận dạng hàm số bậc nhất

Hàm số bậc nhất là hàm số có dạng $y = ax + b$ với $a \neq 0$.

🔗 **Ví dụ 1.** Trong các hàm số sau hàm số nào là hàm số bậc nhất? Giải thích?

a) $y = 2x + 3$.

b) $y = 3 - 2x$.

c) $y = 3$.

d) $y = \frac{1}{2x} + 3$.

e) $y = 2x^2 + 3$.

 Lời giải.

Dạng 3. Vẽ đồ thị hàm số bậc nhất

1. Chọn hai điểm thuộc hàm số bậc nhất.
2. Nối hai điểm vừa tìm được.

❖ Ví dụ 1. Trên hệ trục tọa độ Oxy , vẽ đồ thị hàm số bậc nhất sau

a) $y = 3x - 3$.

b) $y = -x - 1$.

c) $y = 2x$.

 **Lời giải.**

2. Dựa vào biểu thức của hàm số bậc nhất.

❖ Ví dụ 1. Trên hệ trục tọa độ Oxy , cho hàm số bậc nhất $y = 2x + 1$.

- Vẽ đồ thị hàm số.
- Tính giá trị y của hàm số khi biết $x = 1$, bằng hai phương pháp?
- Tính giá trị x của hàm số khi biết $y = 2, 5$.

 **Lời giải.**

Nơi Đầu Có Ý Chí Ở Đó Có Con Đường

Dạng 5. Hàm số đồng biến và nghịch biến

Hàm số $y = ax + b$

1. Đồng biến khi và chỉ khi $a > 0$.
2. Đồng biến khi và chỉ khi $a > 0$.

❖ **Ví dụ 1.** Trong các hàm số bậc nhất sau, hàm số nào là đồng biến, hàm số nào là nghịch biến?

- a) $y = 2x + 3$. b) $y = 3 - 2x$.
- c) $y = -3x$. d) $y = 4x$.

 **Lời giải.**

D LUYỆN TẬP

❖ **Bài 1.** Trên hệ trục tọa độ Oxy , hãy biểu diễn các điểm sau $A(3, 2); B(1, -3)$.

 **Lời giải.**

.....	
.....	
.....	
.....	
.....	

↔ **Bài 2.** Trong các hàm số sau hàm số nào là hàm số bậc nhất? Giải thích?

- a) $y = \frac{1}{2}x + 3.$
- b) $y = -\frac{3}{5}x + 3.$
- c) $y = 6.$
- d) $y = \frac{1}{7x} + 3.$
- e) $y = 2x^3 + 3.$

💬 **Lời giải.**

.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	

↔ **Bài 3.** Trên cùng một hệ trục tọa độ Oxy , hãy vẽ hai hàm số bậc nhất $y = x + 1$ và $y = -x$.

💬 **Lời giải.**

.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	

Nơi Đầu Có Ý Chỉ Ở Đó Có Con Đường



✎ **Bài 4.** Cho hàm số bậc nhất $y = (1 - \sqrt{5})x - 1$.

- a) Hàm số trên là đồng biến hay nghịch biến trên $\mathbb{R}$? Vì sao?
- a) Tính giá trị của y khi $x = 1 + \sqrt{5}$.
- b) Tính giá trị của x khi $y = \sqrt{5}$.

💬 **Lời giải.**

.....	
.....	
.....	
.....	
.....	

✎ **Bài 5.** Tìm m để các hàm số sau là hàm số bậc nhất:

- a) $y = mx - x + 3$.
- b) $y = (m^2 - 1)x - 2014$.

💬 **Lời giải.**

.....	
.....	
.....	
.....	

✎ **Bài 6.** Cho hàm số bậc nhất $y = (m - 1)x + 3$. Tìm m để đồ thị hàm số đi qua điểm $A(1, 2)$.

💬 **Lời giải.**

.....	
.....	
.....	
.....	

✎ **Bài 7.** Cho đường thẳng $y = (m + 1)x - 2m$, ($m \neq 1$). Tìm m để đường thẳng (d) đi qua điểm $A(3; -1)$.

💬 **Lời giải.**

.....	
.....	

✎ **Bài 8.** Cho hàm số bậc nhất $y = mx + x + m$. Tìm giá trị của m để hàm số

- a) Đồng biến.

b) Nghịch biến.

 **Lời giải.**

.....	
.....	
.....	
.....	

E

THỬ THÁCH

⇨ **Bài 9.** Cho hàm số $y = (a - 1)x + a$.

a) Chứng minh rằng đồ thị hàm số luôn đi qua điểm $A(-1; 1)$ với mọi giá trị của a .

b) Xác định a để đường thẳng đi qua gốc toạ độ.

 **Lời giải.**

.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	

⇨ **Bài 10.** Cho hàm số $y = (2a - 1)x - a + 2$.

a) Xác định a để hàm số là hàm số bậc nhất.

b) Xác định a để đồ thị hàm số cắt trục hoành tại điểm có hoành độ bằng 1.

c) Vẽ đồ thị.

d) Tính khoảng cách từ gốc toạ độ O đến đường thẳng đó.

 **Lời giải.**

.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	

Nơi Đầu Có Ý Chỉ Ở Đó Có Con Đường



 **Lời giải.**

.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	

↔ **Bài 12.** Tìm m để hàm số là hàm số bậc nhất $y = (m^2 - 1)x^2 + (m + 1)x - 1$.

💬 **Lời giải.**

.....	
.....	
.....	

Bài 2

ĐỒ THỊ CỦA HÀM SỐ BẬC NHẤT



Nền tảng kiến thức

Đồ thị của hàm số bậc nhất $y = ax + b$ ($a \neq 0$) là một đường thẳng:

- ✔ Cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng b .
- ✔ Song song với đường thẳng $y = ax$ nếu $b \neq 0$; trùng với đường thẳng $y = ax$ nếu $b = 0$.

Hàm số $y = ax$ là trường hợp đặc biệt của đồ thị hàm số $y = ax + b$ khi $b = 0$.



Áp dụng giải toán

Dạng 1. Điểm thuộc đường thẳng, điểm không thuộc đường thẳng

Để biết điểm có thuộc đường thẳng hay không ta thay trực tiếp điểm vào phương trình đường thẳng.

↔ **Ví dụ 1.** Điểm nào sau đây thuộc đường thẳng $d: y = 2x + 3$.

- | | |
|----------------|---------------------------|
| a) $A(0; 3)$. | b) $B(-\frac{3}{2}; 0)$. |
| c) $C(1; 2)$. | d) $D(-1; 1)$. |

💬 **Lời giải.**

.....	
.....	
.....	

Nơi Đầu Có Ý Chỉ Ở Đó Có Con Đường

❖ **Ví dụ 2.** Cho các điểm $A(0; -5)$, $B(1; -2)$, $C(2; 1)$, $D(2,5; 2,5)$, $M(x; 14)$, $N(-5; 20)$, $P(7; -16)$.

- Chứng minh rằng bốn điểm A, B, C, D thẳng hàng.
- Tìm x để ba điểm M, N, P thẳng hàng.

 **Lời giải.**

🔗 **Ví dụ 3.** Tìm điểm cố định mà mỗi đường thẳng sau đây luôn đi qua với mọi giá trị của m .

- a) $y = (m - 2)x + 3$. b) $y = mx + (m + 2)$.

 **Lời giải.**

.....	
.....	
.....	
.....	
.....	

Dạng 2. Xác định đường thẳng thỏa mãn tính chất nào đó

- Để viết phương trình đường thẳng qua hai điểm ta gọi đường thẳng cần tìm là $y = ax + b$ rồi thay lần lượt các điểm vào đường thẳng để tìm a, b .
- Ta thay điểm vào đường thẳng để tìm giá trị của tham số.

Ví dụ 1. Cho hàm số $y = (m - 1)x + 2m$.

- a) Xác định giá trị của m để đồ thị của hàm số cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng 2.
- b) Xác định giá trị của m để đồ thị của hàm số cắt trục hoành tại điểm có hoành độ bằng -3 .

Lời giải.

.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	

Ví dụ 2. Xác định đường thẳng đi qua hai điểm A và B biết

- | | |
|--------------------------|-----------------------------|
| a) $A(-2; 0), B(0; 1)$. | b) $C(1; 4), D(3; 0)$. |
| c) $E(-2; 2), F(1; 5)$. | d) $G(2; -33), H(-1; 18)$. |

Lời giải.

.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	

Nơi Đầu Có Ý Chỉ Ở Đó Có Con Đường

Luyện mãi thành tài, miệt mài tất giỏi.

.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	

❖ **Ví dụ 3.** Cho ba đường thẳng $(d_1): y = x - 2$, $(d_2): y = 2x - 1$ và $(d_3): y = (m - 1)x + 2m$. Tìm m để ba đường thẳng đồng quy.

💬 **Lời giải.**

.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	

Dạng 3. Vẽ đồ thị hàm số bậc nhất, đồ thị hàm trị tuyệt đối

- Vẽ đồ thị hàm số $y = ax + b$.
 - ☑ Khi $b = 0$ thì $y = ax$. Đồ thị của hàm số $y = ax$ là đường thẳng đi qua gốc tọa độ $O(0;0)$ và điểm $A(1; a)$.
 - ☑ Xét trường hợp $y = ax + b$ với $a \neq 0$ và $b \neq 0$.
Ta đã biết đồ thị của hàm số $y = ax + b$ là một đường thẳng. Do đó, để vẽ đồ thị hàm số $y = ax + b$, ta chỉ cần xác định được hai điểm phân biệt nào đó thuộc đồ thị rồi vẽ đường thẳng đi qua hai điểm đó. Thường lấy hai điểm thuộc các trục tọa độ.
- Để vẽ đồ thị hàm trị tuyệt đối ta cần phá dấu trị tuyệt đối rồi vẽ từng đồ thị một.

❖ **Ví dụ 1.** Cho các đồ thị hàm số sau
 $(d_1): y = x$ $(d_2): y = 2x$, $(d_3): y = -x + 3$.

a) Vẽ trên cùng hệ trục tọa độ Oxy đồ thị trên.

b) Đường thẳng (d_3) cắt các đường thẳng (d_1) , (d_2) theo thứ tự tại A , B . Tìm tọa độ của các điểm A , B và tính diện tích tam giác OAB .

💬 **Lời giải.**

⇒ Ví dụ 2. Vẽ đồ thị của các hàm số

a) $y = |x| - 1$.

b) $y = |x + 1| + |x - 1|$.

 **Lời giải.**

Luyện tập

🔗 **Bài 1.** Cho hàm số bậc nhất $y = (a - 1)x + 2a - 3$. Tìm a biết đồ thị hàm số đi qua điểm

- b) $B(-1; -3)$.

 **Lời giải.**

🔗 **Bài 2.** Cho đường thẳng $y = (2m + 1)x + 3 - 2m$.

- Tìm m để hàm số là hàm nghịch biến.
- Với giá trị nào của m thì đồ thị hàm số cắt trục hoành tại điểm có hoành độ $x = 2$.
- Với giá trị nào của m thì đồ thị hàm số cắt trục tung tại điểm có tung độ $y = -2$.

 **Lời giải.**

🔗 **Bài 3.** Tìm điểm cố định của các đồ thị hàm số sau

- b) $(d_2): y = (2m + 1)x + 3 - 2m.$

 **Lời giải.**

.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	

✎ **Bài 4.** Viết phương trình đường thẳng đi qua hai điểm

a) $A(1; 3)$ và $B(2; -1)$.b) $C(-1; 2)$ và $D(0; 5)$.

💬 **Lời giải.**

.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	

✎ **Bài 5.** Cho các đường thẳng
 $(d_1) : y = x - 3; (d_2) : y = (m - 2)x + 2m$.
Tìm m để hai đường thẳng (d_1) và (d_2) cắt nhau tại một điểm thuộc trục tung.

💬 **Lời giải.**

.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	

✎ **Bài 6.** Cho đường thẳng $y = mx + m - 1$ (m là tham số).(1)

a) Chứng minh rằng đường thẳng (1) luôn đi qua một điểm cố định với mọi giá trị của m .

b) Tính giá trị của m để đường thẳng (1) tạo với các trục tọa độ một tam giác có diện tích bằng 2.

💬 **Lời giải.**

Nơi Đầu Có Ý Chỉ Ở Đó Có Con Đường



Luyện mãi thành tài, miệt mài tất giỏi.

Handwriting practice area with 20 horizontal dotted lines.

Handwriting practice area with 20 horizontal dotted lines.

✎ **Bài 7.** Vẽ đồ thị của các hàm số

a) $y = 2x - 5$.

b) $y = -3x + 6$.

💬 **Lời giải.**

Handwriting practice area with 20 horizontal dotted lines.

Handwriting practice area with 20 horizontal dotted lines.

🔗 Bài 8. Vẽ đồ thi của các hàm số

a) $y = |2x + 3|$.

b) $y = |x| + |2x - 2|$.

 **Lời giải.**

🔹 **Bài 9.** Cho đường thẳng $y = (m - 2)x + 2$ (d)

- Chứng minh rằng đường thẳng d luôn đi qua một điểm cố định với mọi giá trị của m .
- Tìm giá trị của m để khoảng cách từ gốc tọa độ đến đường thẳng d bằng 1.
- Tìm giá trị của m để khoảng cách từ gốc tọa độ đến đường thẳng d có giá trị lớn nhất.

 Lời giải.

D Thử thách

❖ **Bài 10.** Chứng minh rằng nếu một đường thẳng không đi qua gốc tọa độ, cắt trục hoành tại điểm có hoành độ bằng $a(a \neq 0)$, cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng $b(b \neq 0)$ thì đường thẳng đó có phương trình là

$$\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1.$$

 Lời giải.

⇨ **Bài 11.** Xác định đường thẳng đi qua $A(4; 3)$, cắt trục tung tại điểm có tung độ là một số nguyên dương, cắt trục hoành tại điểm có hoành độ là một số nguyên tố.

💬 **Lời giải.**

.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	

⇨ **Bài 12.** Cho các điểm $A(6; 0)$, $B(0; 4)$. Một điểm M di chuyển trên đoạn thẳng AB . Gọi C , D theo thứ tự là hình chiếu của M trên OA , OB . Gọi N là điểm thuộc đoạn thẳng CD sao cho $DN = 2NC$. Chứng minh rằng điểm N nằm trên một đường thẳng.

💬 **Lời giải.**

.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	

⇨ **Bài 13.** Cho các điểm $A(7; 2)$, $B(2; 8)$, $C(8; 4)$. Xác định đường thẳng d đi qua A sao cho các điểm B , C nằm về hai phía của d và cách đều d .

💬 **Lời giải.**

.....	
.....	
.....	

Nơi Đầu Có Ý Chỉ Ở Đó Có Con Đường



Luyện mãi thành tài, miệt mài tất giỏi.

Bài

3

ĐƯỜNG THẲNG SONG SONG VÀ ĐƯỜNG THẲNG CẮT NHAU

A

Nền tảng kiến thức

Hai đường thẳng $y = ax + b$ ($a \neq 0$) và $y = a'x + b'$ ($a' \neq 0$)

- a) cắt nhau khi và chỉ khi $a \neq a'$.
- b) song song với nhau khi và chỉ khi $a = a'$ và $b \neq b'$.
- c) trùng nhau khi và chỉ khi $a = a'$ và $b = b'$.

Đặc biệt: Người ta đã chứng minh được rằng nếu $a \cdot a' = -1$ thì hai đường thẳng vuông góc với nhau.

B

Áp dụng giải toán

 Dạng 1. Xét vị trí tương đối của hai đường thẳng

Cho hai đường thẳng $d_1: y = ax + b$ và $d_2: y = a'x + b'$

- a) Nếu $a \neq a'$ thì d_1 cắt d_2 .
- b) Nếu $a = a'$ và $b \neq b'$ thì $d_1 \parallel d_2$.
- c) Nếu $a = a'$ và $b = b'$ thì $d_1 \equiv d_2$.

🔗 **Ví dụ 1.** Xét vị trí tương đối của hai trong bốn đường thẳng sau

$(d_1): y = -\sqrt{3}x + 1;$
 $(d_2): y = \sqrt{3}x + 2;$

$(d_3): y = -\sqrt{3}x + 2;$
 $(d_4): y = \sqrt{3}x + 2.$

.....	
.....	
.....	
.....	
.....	

↔ **Ví dụ 2.** Hai đường thẳng nào sau đây là cắt nhau? Chúng có vuông góc không?
 $(d_1): y = -2x + 1;$ $(d_2): y = -x + 2;$ $(d_3): y = x - 1.$

 **Lời giải.**

.....	
.....	
.....	
.....	
.....	

 Dạng 2. Xác định giao điểm của hai đường thẳng

Để tìm giao điểm của hai đường thẳng $y = ax + b$ và $y = a'x + b'$ ta xét hoành độ giao điểm của hai đồ thị thỏa mãn phương trình $ax + b = a'x + b'$ ta tìm được x , rồi thay vào một trong hai phương trình tìm y và suy ra giao điểm.

Chú ý:

- Để tìm giao điểm của đồ thị với Ox : cho $y = 0$ suy ra x .
- Để tìm giao điểm của đồ thị với Oy : cho $x = 0$ suy ra y .

↔ **Ví dụ 1.** Tìm giao điểm của hai đường thẳng $y = 3x - 1$ và $y = x + 5$.

 **Lời giải.**

.....	
.....	
.....	

↔ **Ví dụ 2.** Tìm giao điểm của đồ thị $y = 2x - 4$ với Ox và Oy .

 **Lời giải.**

.....	
.....	

↔ **Ví dụ 3.** Tìm m biết đường thẳng $y = (2m - 1)x - 2m + 2$
a) cắt trục hoành tại điểm có hoành độ bằng 3;
b) cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng -1 .

 **Lời giải.**

Nơi Đầu Có Ý Chỉ Ở Đó Có Con Đường

Luyện mãi thành tài, miệt mài tất giỏi.

.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	

Dạng 3. Xác định hàm số thỏa mãn điều kiện cho trước

Căn cứ vào giả thiết để xác định hệ số a, b rồi từ đó suy ra phương trình của đường thẳng $y = ax + b$.

Một số trường hợp phổ biến cần lưu ý:

- ☑ Hai đường thẳng $y = ax + b$ và $y = a'x + b'$ cắt nhau thì $a \neq a'$;
- ☑ Hai đường thẳng $y = ax + b$ và $y = a'x + b'$ song song thì $a = a'$ và $b \neq b'$;
- ☑ Hai đường thẳng $y = ax + b$ và $y = a'x + b'$ trùng nhau thì $a = a'$ và $b = b'$;
- ☑ Hai đường thẳng $y = ax + b$ và $y = a'x + b'$ vuông góc thì $a \cdot a' = -1$;
- ☑ Đường thẳng $y = ax + b$ đi qua $A(x_0; y_0)$ thì ta luôn có phương trình $y_0 = a \cdot x_0 + b$;
- ☑ Hai đường thẳng $y = ax + b$ và $y = a'x + b'$ cắt nhau tại điểm có hoành độ bằng x_0 thì ta luôn có $ax_0 + b = a'x_0 + b'$;
- ☑ Hai đường thẳng $y = ax + b$ và $y = a'x + b'$ cắt nhau tại điểm có tung độ bằng y_0 thì thường thay y_0 vào một trong hai đường thẳng để tìm x_0 và thay x_0 và y_0 vào đường thẳng còn lại để tìm yếu tố yêu cầu.

🔗 **Ví dụ 1.** Xác định hệ số a của đường thẳng $y = ax + \sqrt{2}$ trong mỗi trường hợp sau:

- a) Đường thẳng $y = ax + \sqrt{2}$ song song với đường thẳng $y = -\frac{1}{2}x + 1$;
- b) Đường thẳng $y = ax + \sqrt{2}$ cắt đường thẳng $y = 2x + 1$ tại điểm có hoành độ bằng $\sqrt{2}$.

Lời giải.

.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	

↔ **Ví dụ 2.** Xác định hàm số có đồ thị là đường thẳng đi qua điểm có tọa độ $(2; -3)$ và

- a) song song với đường thẳng $y = 5x + 1$;
- b) cắt đường thẳng $y = 2x - 1$ tại điểm có tung độ bằng 5.

 **Lời giải.**

.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	

↔ **Ví dụ 3.** Xác định hàm số biết đồ thị của nó là đường thẳng song song với đường thẳng $y = 2x - 1$ và cắt đường thẳng $y = 3x + 2$ tại điểm có hoành độ bằng 1.

 **Lời giải.**

.....	
.....	
.....	

 **Dạng 4.** Xác định giá trị của tham số m để đường thẳng $y = ax + b$ thỏa mãn điều kiện cho trước

Sử dụng kiến thức cần nhớ, thiết lập mối liên hệ thông qua điều kiện cho trước để tìm tham số m .

↔ **Ví dụ 1.** Cho hai hàm số với biến x
 $y = (m + 1)x - (2m + 1)$ và $y = (2m - 1)x + 3m$.
Tìm giá trị của m sao cho đồ thị của các hàm số đó là

- a) hai đường thẳng cắt nhau;
- b) hai đường thẳng song song;
- c) hai đường thẳng trùng nhau.

 **Lời giải.**

.....	
.....	
.....	
.....	

Nơi Đầu Có Ý Chỉ Ở Đó Có Con Đường

🔗 **Ví dụ 2.** Cho hai đường thẳng $(d): y = -x + m + 2$ và $(d'): y = (m^2 - 2)x + 3$. Tìm m để (d) và (d') song song với nhau

 **Lời giải.**

🔗 **Ví dụ 3.** Tìm giá trị của tham số k để đường thẳng $(d_1): y = -x + 2$ cắt đường thẳng $(d_2): y = 2x + 3 - k$ tại một điểm nằm trên trục hoành.

 **Lời giải.**

🔗 **Ví dụ 4.** Tìm giá trị của m để hai đường thẳng $(d_1): mx + y = 1$ và $(d_2): x - my = m + 6$ cắt nhau tại một điểm M thuộc đường thẳng $(d): x + 2y = 8$.

 Lời giải.

C **Luyện tập**

⇒ Bài 1. Xét vị trí tương đối của các cặp đường thẳng sau

a) $y = 2x + 1$ và $y = 3x + 2$;

b) $y = 5x + 1$ và $y = 5x + 2$;

 **Lời giải.**

🔗 **Bài 2.** Tìm giao điểm của đường thẳng $y = 2x + 3$ với

a) đường thẳng $y = 3x + 1$;

b) trục Ox ;

c) trục Oy .

 **Lời giải.**

.....	
.....	

✎ **Bài 3.** Viết phương trình đường thẳng (d) song song với đường thẳng $y = 3x + 1$ và cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng 4

💬 **Lời giải.**

.....	
.....	
.....	

✎ **Bài 4.** Xác định hàm số trong mỗi trường hợp sau, biết đồ thị của nó là một đường thẳng đi qua gốc tọa độ và

a) song song với đường thẳng $y = 2x + 5$;

b) cắt đường thẳng $y = 2x - 1$ tại điểm có hoành độ bằng 5.

💬 **Lời giải.**

.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	

✎ **Bài 5.** Cho hàm số: $y = (m - 1)x + m + 3$ với $m \neq -1$ (m là tham số). Tìm giá trị của m để đồ thị của hàm số song song với đường thẳng (d): $y = -2x + 1$.

💬 **Lời giải.**

.....	
.....	
.....	
.....	

✎ **Bài 6.** Tìm m để các đường thẳng $y = 2x + m$ và $y = x - 2m + 3$ cắt nhau tại một điểm nằm trên trục tung.

💬 **Lời giải.**

Luyện mãi thành tài, miệt mài tất giỏi.

.....	
.....	
.....	

D Thử thách

✧ **Bài 7.** Cho đường thẳng $(d): y = 2x + m - 1$. Tìm m để đường thẳng (d) cắt các trục tọa độ Ox, Oy lần lượt tại M và N sao cho tam giác OMN có diện tích bằng 1

💬 **Lời giải.**

.....	
.....	
.....	
.....	
.....	

✧ **Bài 8.**

a) Vẽ đồ thị hàm số $y = 3x + 2 \quad (1)$;

b) Gọi A, B là giao điểm của đồ thị hàm số (1) với trục tung và trục hoành. Tính diện tích tam giác OAB .

💬 **Lời giải.**

.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	

✧ **Bài 9.** Cho 2 đường thẳng $(d): y = (m - 3)x + 16 \ (m \neq 3)$ và $(d'): y = x + m^2$. Tìm m để $(d), (d')$ cắt nhau tại một điểm nằm trên trục tung

💬 **Lời giải.**

.....	
.....	
.....	
.....	

Nơi Đầu Có Ý Chỉ Ở Đó Có Con Đường



Bài 4

HỆ SỐ GÓC CỦA ĐƯỜNG THẲNG
 $Y = AX + B$ ($A \neq 0$)

A Nền tảng kiến thức

- 1. Đường thẳng $y = ax + b$ có hệ số góc là a .
- 2. Gọi α là góc tạo bởi đường thẳng $y = ax + b$ với tia Ox
 - a) Nếu $\alpha < 90^\circ$ thì $a > 0$;
 - b) Nếu $\alpha > 90^\circ$ thì $a < 0$.Các đường thẳng có cùng hệ số a (a là hệ số của x) thì tạo với Ox các góc bằng nhau.

B Các dạng toán

Dạng 1. XÁC ĐỊNH HỆ SỐ GÓC CỦA ĐƯỜNG THẲNG

Phương pháp giải:

- 1. Xác định hàm số $y = ax + b$.
- 2. Hai đường thẳng song song với nhau thì có hệ số góc bằng nhau.
- 3. $\tan \alpha = \frac{\text{Cạnh kề}}{\text{Cạnh đối}}$.

❖ Ví dụ 1. Cho hàm số bậc nhất $y = ax + 3$. Xác định hệ số góc a biết rằng đồ thị của hàm số đi qua điểm $M(2; 6)$.

Lời giải.

❖ Ví dụ 2. Cho hàm số bậc nhất $y = ax + b$ ($a \neq 0$). Xác định hệ số góc a biết rằng đồ thị hàm số đi qua hai điểm $A(0; 1)$, $B(2; 5)$.

Lời giải.

❖ Ví dụ 3. Tính hệ số góc của đường thẳng $d: (m - 2)x + 3$, biết d song song với đường thẳng $d': 2x - y - 1 = 0$.

Lời giải.

Luyện mãi thành tài, miệt mài tất giỏi.

.....	
.....	
.....	
.....	

Dạng 2. XÁC ĐỊNH GÓC

Phương pháp giải: Vận dụng định nghĩa góc giữa đường thẳng $y = ax + b$ ($a \neq 0$) và trục Ox ; vận dụng tỉ số lượng giác của góc nhọn; vận dụng tam giác đồng dạng.

⇒ **Ví dụ 1.** Tính góc tạo bởi đường thẳng $d: y = -2x + 3$ và trục Ox (làm tròn đến phút).

Lời giải.

.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	

⇒ **Ví dụ 2.** Cho đường thẳng $d: y = mx + \sqrt{3}$. Tính góc tạo bởi d và trục Ox , biết d đi qua điểm $A(-3; 0)$.

Lời giải.

.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	

⇒ **Ví dụ 3.** Cho hai đường thẳng $d_1: y = -2x$ và $d_2: y = \frac{1}{2}x$. Đường thẳng d song song với trục Ox và cắt trục Oy tại điểm có tung độ bằng 3; d cắt d_1 và d_2 lần lượt tại A và B . Chứng minh rằng $\widehat{AOB} = 90^\circ$.

Lời giải.

Nơi Đầu Có Ý Chí Ở Đó Có Con Đường



Luyện mãi thành tài, miệt mài tất giỏi.

.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	

 Dạng 3. XÁC ĐỊNH ĐƯỜNG THẲNG DỰA VÀO HỆ SỐ GÓC

Phương pháp giải

- Gọi phương trình đường thẳng cần tìm là $y = ax + b$. Ta cần xác định a và b .
- Chú ý rằng: Gọi α là góc nhọn tạo bởi đường thẳng $y = ax + b$ ($a \neq 0$) với trục Ox , ta có
 - Khi góc α nhọn thì $a = \tan \alpha$.
 - Khi góc α tù thì $a = -\tan (180^\circ - \alpha)$.

🔗 **Ví dụ 1.** Xác định phương trình đường thẳng d biết d đi qua điểm $A(-2;3)$ và có hệ số góc bằng -2 .

 Lời giải.

.....	
.....	
.....	

C **Luyện tập**

🔗 **Bài 1.** Cho hàm số bậc nhất $y = ax - 3$ (1). Hãy xác định hệ số a biết đồ thị hàm số (1) cắt đường thẳng $y = 2x - 1$ tại điểm có hoành độ bằng 2.

 Lời giải.

.....	
.....	

🔗 **Bài 2.** Xác định phương trình đường thẳng d biết d đi qua điểm $A(0;1)$ và tạo với đường thẳng $y = 2$ một góc 60° .

 Lời giải.

.....	
.....	
.....	
.....	

↔ **Bài 3.** Cho đường thẳng $d: y = mx + 3$. Tính góc tạo bởi d với trục Ox . Biết d đi qua điểm $B(6; -3)$.

💬 **Lời giải.**

.....	
.....	

D Thử Thách

↔ **Bài 4.** Tìm hệ số góc của đường thẳng đi qua gốc tọa độ O và điểm $M(1; 2)$.

💬 **Lời giải.**

.....	
.....	
.....	
.....	

↔ **Bài 5.** Tìm hệ số góc của đường thẳng d đi qua hai điểm $A(1; 2)$ và $B(3; 4)$.

💬 **Lời giải.**

.....	
.....	
.....	
.....	

↔ **Bài 6.** Xác định đường thẳng d đi qua điểm $A(0; 3)$ và tạo với đường thẳng $y = 3$ một góc 60° .

💬 **Lời giải.**

.....	
.....	
.....	
.....	

Bài 5

ÔN TẬP CHƯƠNG II

Nơi Đầu Có Ý Chí Ở Đó Có Con Đường



Trắc nghiệm

❖ **Bài 1.** Đồ thị hàm số bậc nhất là một

- (A) Đoạn thẳng. (B) Tia. (C) Đường thẳng. (D) Đường tròn.

💬 **Lời giải.**

❖ **Bài 2.** Hàm số nào sau đây là hàm số bậc nhất?

- (A) $y = x^2 - 3x + 2$. (B) $y = -2x + 1$. (C) $y = 1$. (D) $y = \sqrt{3x} + 1$.

💬 **Lời giải.**

❖ **Bài 3.** Trong các hàm số dưới đây, hàm số bậc nhất là

- (A) $y = 3 - 2x + x^2$. (B) $y = \frac{4}{x+3} - \frac{2}{5}$. (C) $y = \frac{3}{5}(\sqrt{x} + 5)$. (D) $y = \frac{2x+5}{3}$.

💬 **Lời giải.**

❖ **Bài 4.** Với $x = 3 + \sqrt{2}$ thì hàm số $y = (3 - \sqrt{2})x - 3$ có giá trị là

- (A) 8. (B) -2. (C) 14. (D) 4.

💬 **Lời giải.**

❖ **Bài 5.** Trong các hàm số bậc nhất sau, hàm số nào nghịch biến trên $\mathbb{R}$?

- (A) $y = 1 - 3x$. (B) $y = 5x - 1$. (C) $y = \frac{1}{2}x - 5$. (D) $y = -\sqrt{7} + \sqrt{2}x$.

💬 **Lời giải.**

❖ **Bài 6.** Hai đường thẳng $y = 2x + 1$ và $y = 2x - 1$ có vị trí tương đối là

- (A) Song song. (B) Cắt nhau. (C) Trùng nhau. (D) Không xác định được.

💬 **Lời giải.**

⇒ **Bài 7.** Trong các công thức biểu thị mối liên hệ giữa hai đại lượng x, y sau, công thức nào không phải hàm số của x ?

A $y = \sqrt{x}$.

B $y = x^2$.

C $y^2 = x$.

D $x = y$.

💬 **Lời giải.**

⇒ **Bài 8.** Cho hàm số $f(x) = 1 - x^2$ khi đó

A $f(-1) = 0$.

B $f(-1) = 2$.

C $f(-1) = 1$.

D $f(-1) = -2$.

💬 **Lời giải.**

⇒ **Bài 9.** Trong các điểm sau điểm nào thuộc đồ thị hàm số $y = -\frac{1}{2}x + 1$?

A $A(0; -1)$.

B $B(1; 0)$.

C $C\left(0; \frac{1}{2}\right)$.

D $D(2; 0)$.

💬 **Lời giải.**

⇒ **Bài 10.** Cho điểm $M(1; 1)$, đồ thị hàm số nào sau đây qua điểm M ?

A $y = 1 - x$.

B $y = x^2 - 1$.

C $y = x + 1$.

D $y = 2x - 1$.

💬 **Lời giải.**

Nơi Đầu Có Ý Chỉ Ở Đó Có Con Đường



✎ **Bài 11.** Trong đồ thị các hàm số sau, đường nào cắt trục tung tại điểm có tung độ $y = 1$?

A $y = 2(x + 1)$.

B $y = -(x - 1)$.

C $y = -2(x + 1)$.

D $y = 2x - 1$.

💬 **Lời giải.**

.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	

✎ **Bài 12.** Trong các công thức sau, công thức nào là hàm số bậc nhất của x ?

A $y - x = 0$.

B $y = 1$.

C $y = \frac{1}{x}$.

D $y = x(x + 1)$.

💬 **Lời giải.**

.....	
.....	

✎ **Bài 13.** Trong các hàm số sau, hàm số nào đồng biến trên $\mathbb{R}$?

A $y = x + 1 - 2x$.

B $y = \sqrt{3}x + 1 - 2x$.

C $y = \frac{-x + 1}{-2}$.

D $y = \frac{x + 1}{-2}$.

💬 **Lời giải.**

.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	

✎ **Bài 14.** Tìm tất cả các giá trị của m để hàm số $y = \sqrt{1 - 2m}(x + 1)$ là hàm số bậc nhất.

A $m > 1$.

B $m \leq 2$.

C $m \neq \frac{1}{2}$.

D $m < \frac{1}{2}$.

💬 **Lời giải.**

.....	
-------	-------

⇒ **Bài 15.** Hàm số $y = (5 - m)x + 3$ (m là tham số) đồng biến trên $\mathbb{R}$ khi
Ⓐ $m = 5$. Ⓑ $m < 5$. Ⓒ $m > 5$. Ⓓ $m \neq 5$.

💬 **Lời giải.**

⇒ **Bài 16.** Trong mặt phẳng Oxy , điểm nào sau đây **không** thuộc đường thẳng $y = 3x - 2$?
Ⓐ $(1; 1)$. Ⓑ $(-1; -5)$. Ⓒ $(\frac{1}{3}; -1)$. Ⓓ $(-2; 8)$.

💬 **Lời giải.**

⇒ **Bài 17.** Đồ thị của hàm số $y = 3x + b$ đi qua điểm $B(2; 2)$ thì tung độ gốc là
Ⓐ 4. Ⓑ 3. Ⓒ 6. Ⓓ -4.

💬 **Lời giải.**

⇒ **Bài 18.** Tìm tọa độ giao điểm của hai đường thẳng $d_1: y = \frac{1}{2}x - 3$ và $d_2: y = -\frac{3}{2}x + 5$.
Ⓐ $(2; -2)$. Ⓑ $(4; -1)$. Ⓒ $(-2; -4)$. Ⓓ $(8; 1)$.

💬 **Lời giải.**

⇒ **Bài 19.** Nếu đường thẳng $y = ax + 5$ đi qua điểm $A(-1; 3)$ thì hệ số góc a bằng
Ⓐ -1. Ⓑ 2. Ⓒ 1. Ⓓ -2.

💬 **Lời giải.**

⇒ **Bài 20.** Tung độ gốc của đường thẳng $y - 3x - 1 = 0$ là
Ⓐ $y = 1$. Ⓑ $y = -3$. Ⓒ $y = -1$. Ⓓ $y = 3$.

💬 **Lời giải.**

Nơi Đầu Có Ý Chỉ Ở Đó Có Con Đường



Luyện mãi thành tài, miệt mài tất giỏi.

✧ **Bài 21.** Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , đường thẳng $d: y = ax + 5$ đi qua $M(-1; 3)$. Hệ số góc của d là

- ☐ A -1 .
- ☐ B -2 .
- ☐ C 2 .
- ☐ D 3 .

💬 **Lời giải.**

✧ **Bài 22.** Trong các hàm sau, hàm số nào đồng biến?

- ☐ A $y = 2x + 1$.
- ☐ B $y = 2 - x$.
- ☐ C $y = \frac{2}{3} - \sqrt{5}x$.
- ☐ D $y = 6 - 2(x + \sqrt{3})$.

💬 **Lời giải.**

✧ **Bài 23.** Hai đường thẳng $y = kx + m - 2$ và $y = (6 - k)x + 4 - m$ trùng nhau khi

- ☐ A $m = 3, k = 3$.
- ☐ B $m = -3, k = 3$.
- ☐ C $m = -3, k = -3$.
- ☐ D $m = 3, k = -3$.

💬 **Lời giải.**

✧ **Bài 24.** Trong các hàm số sau, hàm số nào là hàm số bậc nhất?

- ☐ A $y = \frac{2}{3} - 2x$.
- ☐ B $y = 1 - \frac{2}{x}$.
- ☐ C $y = 1 + \sqrt{x}$.
- ☐ D $y = 1 + x^2$.

💬 **Lời giải.**

✧ **Bài 25.** Trong các điểm sau, điểm nào thuộc đồ thị hàm số $y = 2 - 3x$?

- ☐ A $(1; -1)$.
- ☐ B $(1; 1)$.
- ☐ C $(-1; 1)$.
- ☐ D $(-2; 0)$.

💬 **Lời giải.**

.....	
.....	
.....	
.....	
.....	

⇒ **Bài 26.** Trong các đường thẳng sau, đường thẳng nào song song với đường thẳng $y = 1 - 2x$?

A $y = 6 - 2(1 + x)$.

B $y = 2x - 1$.

C $y = 2x + 1$.

D $y = \frac{2}{3} + \sqrt{2}(1 - \sqrt{x})$.

💬 **Lời giải.**

.....	
.....	
.....	
.....	

⇒ **Bài 27.** Tìm m để đường thẳng $d_1: y = -3x - 4$ song song với $d_2: y = (m + 1)x + m$.

A $m \in \emptyset$.

B $m = -4$.

C $m = 4$.

D $m = -3$.

💬 **Lời giải.**

.....	
.....	
.....	
.....	

⇒ **Bài 28.** Trong các điểm sau, điểm nào nằm trên đồ thị hàm số $y = 2x - 5$?

A $(4; 3)$.

B $(3; -1)$.

C $(-4; -3)$.

D $(2; 1)$.

💬 **Lời giải.**

.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	

⇒ **Bài 29.** Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , đồ thị hàm số $y = x + 1$ đi qua điểm

A $M(1; 0)$.

B $N(0; 1)$.

C $P(3; 2)$.

D $Q(-1; 1)$.

💬 **Lời giải.**

Luyện mãi thành tài, miệt mài tất giỏi.

.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	

✎ **Bài 30.** Điều kiện để hàm số $y = (m - 2)x + 8$ nghịch biến trên $\mathbb{R}$ là

☐ A $m \geq 2$. ☐ B $m > 2$. ☐ C $m < 2$. ☐ D $m \neq 2$.

💬 **Lời giải.**

.....	
-------	-------

✎ **Bài 31.** Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho các đường thẳng $y = \frac{x}{2} + 5$, $y = -2x + 5$ và $y = -\frac{x}{2} + 5$. Kết luận nào sau đây đúng?

☐ A Đồ thị các đường thẳng trên cắt nhau tại một điểm.
☐ B Các hàm số trên luôn nghịch biến.
☐ C Đồ thị các hàm số trên là các đường thẳng song song với nhau.
☐ D Đồ thị các hàm số trên là các đường thẳng vuông góc với nhau.

💬 **Lời giải.**

.....	
.....	
.....	
.....	

✎ **Bài 32.** Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , viết phương trình đường thẳng song song với $y = -2x$ và cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng 1.

☐ A $y = -2x + 1$. ☐ B $y = -2x - 1$. ☐ C $y = 2x - 1$. ☐ D $y = 3 - (2x - 1)$.

💬 **Lời giải.**

.....	
.....	
.....	

✎ **Bài 33.** Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho hai đường thẳng $y = \frac{x}{2} + 5$ và $y = -\frac{x}{2} + 5$. Kết luận nào sau đây đúng?

☐ A Hai đường thẳng cắt nhau tại điểm có tung độ bằng 5.
☐ B Hai đường thẳng cắt nhau tại điểm có hoành độ bằng 5.

- ☐ C Hai đường thẳng song song.
- ☐ D Hai đường thẳng trùng nhau.

 Lời giải.

---	---

⇒ **Bài 34.** Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , khoảng cách từ gốc O đến đường thẳng $d: y = x - 2$ là

☐ A $h = \frac{1}{\sqrt{2}}$.

☐ B $h = 2$.

☐ C $h = 2\sqrt{2}$.

☐ D $h = \sqrt{2}$.

 Lời giải.

---	---

⇒ **Bài 35.** Cho hàm số $y = (7 - m)x + 1$. Gọi $\mathcal{S}$ là tập hợp các số nguyên không âm để hàm số đồng biến. Tính số phần tử của $\mathcal{S}$.

☐ A 8.

☐ B 7.

☐ C 6.

☐ D Vô số.

 Lời giải.

---	---

⇒ **Bài 36.** Cho ba đường thẳng $d_1: y = 2x$, $d_2: y = x - 1$, $d_3: y = 3x - 2m + 1$. Tìm m để ba đường thẳng trên đồng quy tại một điểm.

☐ A $m = 0$.

☐ B $m = 1$.

☐ C $m = -1$.

☐ D $m = 3$.

 Lời giải.

---	---

Nơi Đầu Có Ý Chỉ Ở Đó Có Con Đường

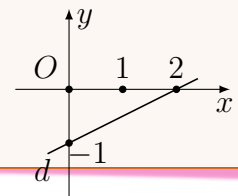
✧ **Bài 37.** Đồ thị hàm số $y = (m - 1)x + 2m + 4$ luôn đi qua một điểm cố định. Tìm tọa độ điểm cố định đó.

- Ⓐ $(0; -2)$. Ⓑ $(2; -5)$. Ⓒ $(-2; 6)$. Ⓓ $(-2; -6)$.

💬 **Lời giải.**

✧ **Bài 38.** Đường thẳng d trong hình vẽ bên là đồ thị hàm số nào trong các hàm số sau?

- Ⓐ $y = \frac{1}{2}x - 1$. Ⓑ $y = -\frac{1}{2}x + 1$. Ⓒ $y = 2x - 1$. Ⓓ $y = -2x + 1$.



💬 **Lời giải.**

✧ **Bài 39.** Đường thẳng song song với trục hoành, cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng 1 thì cắt đường thẳng $y = 2x - 3$ tại điểm có tọa độ là

- Ⓐ $(0; -3)$. Ⓑ $(1; -1)$. Ⓒ $(2; 1)$. Ⓓ $(1; 1)$.

💬 **Lời giải.**

✧ **Bài 40.** Hàm số $y = |m - 1|x + 2012$ đồng biến trên $\mathbb{R}$ khi và chỉ khi

- Ⓐ $m \in \mathbb{R}$. Ⓑ $m > 1$. Ⓒ $m < 1$. Ⓓ $m \neq 1$.

💬 **Lời giải.**

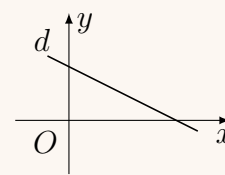
✎ **Bài 41.** Hàm số $y = ax + b$ có đồ thị là đường d như trong hình vẽ bên. Khẳng định nào sau đây là đúng?

☐ A $a > 0$.

☐ C $b > 0$.

☐ B Hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$.

☐ D Đồ thị hàm số là một đoạn thẳng.



💬 **Lời giải.**

✎ **Bài 42.** Góc tạo bởi đường thẳng $y = -x + 1$ và trục Ox có số đo là

☐ A 45° .

☐ B 30° .

☐ C 60° .

☐ D 135° .

💬 **Lời giải.**

✎ **Bài 43.** Tìm m để đường thẳng $y = (3m - 2)x + 3$ tạo với trục Ox một góc nhọn.

☐ A $m = \frac{2}{3}$.

☐ B $m > \frac{2}{3}$.

☐ C $m < \frac{2}{3}$.

☐ D $m \neq \frac{2}{3}$.

💬 **Lời giải.**

✎ **Bài 44.** Đường thẳng $y = kx + \frac{1}{2}$ song song với đường thẳng $y = \frac{2}{3} - \frac{5}{7}x$ khi k có giá trị là

☐ A $\frac{2}{3}$.

☐ B 5.

☐ C $\frac{5}{7}$.

☐ D $-\frac{5}{7}$.

💬 **Lời giải.**

✎ **Bài 45.** Tìm các giá trị m để hai đường thẳng $y = (2m + 1)x - \frac{2}{3}$ và $y = (5m - 3)x + \frac{3}{5}$ cắt nhau.

☐ A $m \neq \frac{4}{7}$.

☐ B $m \neq \frac{4}{3}$.

☐ C $m \neq \frac{-2}{7}$.

☐ D $m \neq \frac{-4}{3}$.

💬 **Lời giải.**

❖ **Bài 46.** Cho hai đường thẳng $(d): y = 2x + m - 2$ và $d': y = kx + 4 - m$. Hai đường thẳng này trùng nhau nếu

- A** $k = 2$ và $m = 3$. **B** $k = -1$ và $m = 3$. **C** $k = -2$ và $m = 3$. **D** $k = 2$ và $m = -3$.

 **Lời giải.**

B Tự luận

1. Vẽ đồ thị

🔗 **Bài 47.** Vẽ đồ thị hàm số $y = |x + 1|$.

 **Lời giải.**

🔗 **Bài 48.** Vẽ đồ thị hàm số $y = -x + 2$.

 **Lời giải.**

↔ **Bài 49.** Vẽ đồ thị hàm số bậc nhất có hệ số góc bằng 1 và tung độ gốc bằng 2.

💬 **Lời giải.**

.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	

↔ **Bài 50.** Vẽ đồ thị hàm số $y = x - 3$.

💬 **Lời giải.**

.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	

↔ **Bài 51.** Trong mặt phẳng Oxy , cho đường thẳng $d_1: 2x - y = 2$ cắt Ox tại A , cắt Oy tại B và đường thẳng $d_2: 2x - y = -2$ cắt Ox tại C , cắt Oy tại D . Tứ giác $ABCD$ là hình gì? Vì sao?

💬 **Lời giải.**

.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	

↔ **Bài 52.** Vẽ đồ thị hàm số $y = \begin{cases} -x - 3 & \text{nếu } x \leq -2 \\ x + 1 & \text{nếu } -2 < x \leq 1 \\ -2x + 4 & \text{nếu } x > 1. \end{cases}$

Nơi Đầu Có Ý Chỉ Ở Đó Có Con Đường

 Lời giải.

❖ **Bài 53.** Vẽ đường thẳng $d: y = \sqrt{3}x - 3$ bằng thước và com-pa.

 Lời giải.

⇒ **Bài 54.** Vẽ đồ thị hàm số $y = -x + 2|x - 1|$.

 Lời giải.

🔗 **Bài 55.** Vẽ đồ thị hàm số $y = |x| + |x - 1|$.

 Lời giải.

2. Xác định đường thẳng

❖ **Bài 56.** Cho đường thẳng $d: y = (a + 1)x + 2a$. Xác định a để đường thẳng d

- a) Đi qua gốc tọa độ.
- b) Song song với đường thẳng $d': y = 2x + 2$.

 Lời giải.

❖ **Bài 57.** Cho hàm số bậc nhất $y = (m^2 - 1)x + 1$ (m là tham số). Tìm m để đồ thị hàm số đi qua điểm $A(1; m)$.

 Lời giải.

❖ **Bài 58.** Viết phương trình đường thẳng đi qua hai điểm $A(1; 1)$ và $B(0; 2)$.

 Lời giải.

Luyện mãi thành tài, miệt mài tất giỏi.

.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	

✧ **Bài 59.** Cho hàm số bậc nhất $y = mx + m^3 - 2m$ (m là tham số). Tìm m để hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị đi qua gốc tọa độ.

💬 **Lời giải.**

.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	

✧ **Bài 60.** Cho hàm số $y = (m - 2)x + m + 3$. Tìm m để đồ thị hàm số đi qua điểm $(1; -3)$.

💬 **Lời giải.**

.....	
.....	
.....	
.....	
.....	

✧ **Bài 61.** Cho hàm số bậc nhất $y = ax + b$ (a, b là tham số). Tìm a, b để đồ thị hàm số đi qua điểm $A(b; a + 1)$ và đồ thị có hệ số góc bằng tung độ gốc.

💬 **Lời giải.**

.....	
.....	
.....	
.....	
.....	

✧ **Bài 62.** Cho hàm số $y = (m - 2)x + m^2 + 1$. Tìm m để đồ thị hàm số trên đồng quy với các đường thẳng $y = -x + 2$ và $y = 2x - 1$.

💬 **Lời giải.**

.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	

✎ **Bài 63.** Viết phương trình đường thẳng $d: y = ax + b$ vuông góc với $d': y = -x + 3$ tại điểm có hoành độ bằng 2.

💬 **Lời giải.**

.....	
.....	
.....	
.....	

3. Tương giao giữa các đường thẳng

✎ **Bài 64.** Tìm giao điểm của hai đường thẳng $y = 3x + 2$ và $y = -2x + 7$ bằng phép tính.

💬 **Lời giải.**

.....	
.....	
.....	
.....	
.....	

✎ **Bài 65.** Tìm k để ba đường thẳng $d_1: y = \frac{2}{5}x + \frac{1}{2}$, $d_2: y = \frac{3}{5}x - \frac{5}{2}$, $d_3: y = kx + \frac{7}{2}$ đồng quy tại một điểm.

💬 **Lời giải.**

.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	

Nơi Đầu Có Ý Chỉ Ở Đó Có Con Đường



Luyện mãi thành tài, miệt mài tất giỏi.

.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	

✎ **Bài 66.** Cho đường thẳng $d: y = (a - 2)x + 1$. Tìm a để đường thẳng d song song với đường thẳng $y = -2x + 5$.

💬 **Lời giải.**

.....	
-------	-------

✎ **Bài 67.** Xét vị trí tương đối giữa hai đường thẳng $2x - 3y = -8$ và $y = -x + 1$.

💬 **Lời giải.**

.....	
-------	-------

✎ **Bài 68.** Tìm m để đường thẳng $d_1: y = mx + 1$ cắt đường thẳng $d_2: y = 2x - 1$ tại một điểm trên trục hoành.

💬 **Lời giải.**

.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	

✎ **Bài 69.** Tìm m để ba đường thẳng sau đây đồng quy $(d_1): y = -x + 1$, $(d_2): y = x - 1$, $(d_3): (1 - m)x - (m - 1)y = m + 1$.

💬 **Lời giải.**

.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	

✎ **Bài 70.** Xác định đường thẳng d đi qua giao điểm của hai đường thẳng $d_1: y = 2020x - 2019$, $d_2: y = 2019x - 2018$ và song song với đường thẳng $d_3: 2018x + y = 0$.

💬 **Lời giải.**

❖ **Bài 71.** Cho hàm số $y = 2mx + 3 - m - x$ (d). Tìm m để đường thẳng d song song với $2y - x = 5$.

 **Lời giải.**

❖ **Bài 72.** Cho đường thẳng $d_m: y = (m^2 - 3m)x + m^2 - 2m + 2$ và hai điểm $A(1; 1)$ và $B(2; -1)$. Tìm m để d_m vuông góc với đường thẳng AB và đi qua điểm $M(0; 2)$.

 **Lời giải.**

❖ **Bài 73.** Tìm m để các đường thẳng $y = 2x + m - 5$ và $y = -5x - m + 1$ cắt nhau tại một điểm trên trục tung.

 Lời giải.

Luyện mãi thành tài, miệt mài tất giỏi.

.....	
.....	
.....	
.....	

✎ **Bài 74.** Cho hàm số bậc nhất $y = m^2x + m$ (m là tham số). Tìm m để đồ thị hàm số song song với đường thẳng $y = x + 1$.

💬 **Lời giải.**

.....	
.....	
.....	

4. Bài toán về diện tích, khoảng cách, chu vi, góc với đường thẳng

✎ **Bài 75.** Cho hàm số $y = -2x + 3$ (d). Tính góc tạo bởi đường thẳng (d) và tia Ox (làm tròn đến phút).

💬 **Lời giải.**

.....	
.....	
.....	
.....	
.....	

✎ **Bài 76.** Cho đường thẳng $d: y = x + 2$.

a) Vẽ đồ thị của đường thẳng d .

b) Tính diện tích tam giác tạo bởi đường thẳng d và các trục tọa độ.

💬 **Lời giải.**

.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	

❖ **Bài 77.** Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho 2 đường thẳng $d_1: y = -x - 2$ và $d_2: y = \frac{3}{2}x + 3$. Gọi A, B lần lượt là giao điểm của (d_1) và (d_2) với trục Oy và C là giao điểm của (d_1) với (d_2) . Tính diện tích tam giác ABC .

 **Lời giải.**

❖ **Bài 78.** Trên mặt phẳng tọa độ Oxy , cho đồ thị (d) của hàm số $y = -x + 2$. Tìm tọa độ của những điểm nằm trên đường thẳng (d) sao cho khoảng cách từ điểm đó đến trục Ox bằng hai lần khoảng cách từ điểm đó đến trục Oy .

 **Lời giải.**

❖ **Bài 79.** Cho hàm số $y = \sqrt{2}x + \sqrt{2} + 1$. Tính khoảng cách từ gốc tọa độ đến đồ thị hàm số đã cho.

 **Lời giải.**

Luyện mãi thành tài, miệt mài tất giỏi.

✧ **Bài 80.** Cho đường thẳng $(d): y = \frac{3x}{4} - 3$.

- a) Vẽ đồ thị hàm số d .
- b) Tính chu vi tam giác tạo bởi đường thẳng d và các trục tọa độ.
- c) Tính khoảng cách từ gốc O đến đường thẳng d .

💬 **Lời giải.**

✧ **Bài 81.** Cho đường thẳng $d: x - 5y + 13 = 0$, trên d lấy điểm A có hoành độ bằng -3 và điểm B có tung độ bằng 3 . Tính diện tích $\triangle OAB$.

💬 **Lời giải.**

❖ **Bài 82.** Cho hàm số bậc nhất $y = x + m$ (m là tham số) có đồ thị d cắt Ox, Oy lần lượt tại A và B . Tìm m để $AB = 2$.

 **Lời giải.**

❖ **Bài 83.** Cho ba đường thẳng $(d_1): y = x$, $(d_2): y = 2x$ và $(d_3): y = -x + 3$. Đường thẳng (d_3) cắt hai đường còn lại tại A và B . Tính diện tích tam giác OAB .

 **Lời giải.**

Luyện mãi thành tài, miệt mài tất giỏi.

❖ **Bài 84.** Tính diện tích tam giác được giới hạn bởi các đường thẳng $d_1: 4x + y + 6 = 0$, $d_2: 5x - 2y + 1 = 0$, $d_3: x - 3y + 8 = 0$.

 **Lời giải.**

5. Tổng hợp

❖ **Bài 85.** Cho hàm số $y = (m - 2)x + n$ (d). Tìm m và n để đường thẳng (d)

- đi qua điểm $A(-1; 2)$ và $B(3; -4)$.
- cắt trục Ox , Oy lần lượt tại điểm có hoành độ 1 và tung độ 2.
- cắt đường thẳng $x - 2y - 3 = 0$.
- song song với đường thẳng $3x + 2y = 1$.

 Lời giải.

🔹 **Bài 86.** Cho hàm số bậc nhất $y = (4m^2 - 1)x + 1 - 2m$, (m là tham số).

- a) Vẽ đồ thị hàm số với $m = 0$.
- b) Tìm các giá trị nguyên của m biết đồ thị hàm số cắt tia Ox , Oy lần lượt tại A, B sao cho $S_{OAB} = \frac{1}{2}$.

 **Lời giải.**

❖ **Bài 87.** Cho đường thẳng $(d): y = (2m - 1)x + m - 2$. Tìm tọa độ điểm M mà đồ thị hàm số luôn đi qua với mọi m .

 **Lời giải.**

❖ **Bài 88.** Tìm tập hợp các điểm M trong mặt phẳng tọa độ Oxy , biết rằng $M(m-1; 2m+3)$ với m là tham số.

 **Lời giải.**

🔹 **Bài 89.** Cho hàm số bậc nhất $y = (m - 1)x + 1$ (m là tham số), có đồ thị là đường thẳng d .

- Tìm m , biết hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}$ và d đi qua điểm $M(m, 3)$.
- Tìm điểm cố định mà d luôn đi qua với mọi m .

 **Lời giải.**

❖ **Bài 90.** Cho hàm số bậc nhất $y = (k - 1)x + 2$ có đồ thị là đường thẳng d và hai điểm $A(0; 2)$, $B(-1; 0)$.

- a) Tìm k để d đi qua B . Khi đó hàm số đồng biến hay nghịch biến trên $\mathbb{R}$?
- b) Tìm k để d cắt Ox tại C sao cho diện tích $\triangle OAC$ gấp đôi diện tích $\triangle OAB$.

 Lời giải.

🔗 **Bài 91.** Cho hàm số $y = (m - 1)x + m + 3$ (d_m).

- Tìm m để đồ thị hàm số (d_m) đi qua điểm $A(1; -4)$.
- Tìm điểm cố định mà đồ thị hàm số d_m luôn đi qua với mọi m .

 **Lời giải.**

🔗 **Bài 92.** Cho hàm số $y = (2m - 1)x + 4m^2 - 1$ (d_m).

- Tìm m để (d_m) đồng quy với hai đường thẳng $d_1: y = 2x - 2$ và $d_2: y = 3x + 1$.
- Tìm m để (d_m) cắt các trục tọa độ theo một tam giác cân.

 **Lời giải.**

6. Nâng cao

❖ **Bài 93.** Cho đường thẳng $d: y = 2011mx - 5m^2$. Tìm trên trục tung các điểm mà đường thẳng d không đi qua với mọi $m \in \mathbb{R}$.

 Lời giải.

❖ **Bài 94.** Cho hàm số bậc nhất $y = ax$ (a là tham số), có đồ thị là đường thẳng d và các điểm $A(0; 4)$, $B(3; 1)$. Tìm a để A , B nằm về hai phía của d và cách đều d .

 **Lời giải.**

❖ **Bài 95.** Cho hàm số bậc nhất $y = 2x + m$ (1) và $y = x - m + 1$ (2) (m là tham số), có đồ thị lần lượt là đường thẳng d_1 và d_2 . Chứng minh rằng d_1, d_2 luôn cắt nhau tại một điểm và điểm đó luôn nằm trên một đường thẳng cố định.

 **Lời giải.**

❖ **Bài 96.** Cho hàm số bậc nhất $y = mx - m + 1$ (m là tham số), có đồ thị là đường thẳng d .

- Tìm điểm cố định mà d luôn đi qua.
- Tìm m để khoảng cách từ O đến d lớn nhất.

 **Lời giải.**

🔗 **Bài 97.** Cho hàm số $y = |x - 1| + |x + 2|$ (d).

- a) Vẽ đồ thị hàm số (d).
- b) Biện luận số nghiệm của phương trình $|x - 1| + |x + 2| = m$.

 **Lời giải.**

Nơi Đầu Có Ý Chỉ Ở Đó Có Con Đường

🔗 **Bài 98.** Cho họ đường thẳng $y = (m + 5)x + 2m + 11$ (d_m).

- Tìm điểm cố định của d_m .
- Tính khoảng cách lớn nhất từ O đến d_m .

 **Lời giải.**

Luyện mãi thành tài, miệt mài tất giỏi.

.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	

⇨ **Bài 99.** Cho đường thẳng $d: y = mx + 2m - 1$. Xác định m để khoảng cách từ O đến đường thẳng d là lớn nhất.

💬 **Lời giải.**

.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	

⇨ **Bài 100.** Cho điểm M chạy trên đường thẳng $d: y = x - 4$. Tìm giá trị nhỏ nhất của khoảng cách OM (với O là gốc tọa độ).

💬 **Lời giải.**

.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	

Bài 6

ĐỀ KIỂM TRA CHƯƠNG II

A **Đề số 1 (Dành cho học sinh đại trà)**

⇒ Câu 1. Cho đường thẳng $d : y = 2x - 1$.

- Tìm tọa độ điểm A thuộc d , biết rằng A có hoành độ bằng -1 .
- Tìm tọa độ điểm B thuộc d , biết B có tung độ bằng 5 .

 **Lời giải.**

A

⇒ **Câu 2.** Cho hàm số $y = (m - 2)x + 2m - 2$.

- Tìm m để hàm số đã cho đồng biến.
- Tìm m để đồ thị hàm số đã cho đi qua điểm $A(2; -8)$.
- Vẽ đồ thị hàm số đã cho và tính góc giữa đường thẳng với trục Ox khi $m = 1$.

 Lời giải.

❖ **Câu 3.** Cho hàm số $f(x) = \frac{(3-2a)}{2018}x + 3a$ (với a là tham số). Tìm a để $f(2017) < f(2019)$.

Lời giải.

Luyện mãi thành tài, miệt mài tất giỏi.

.....	
.....	
.....	
.....	

B **Đề số 2 (Dành cho học sinh khá, giỏi)**

❖ **Câu 1.** Cho ba đường thẳng $d_1 : y = 3x - 1$, $d_2 : y = 5 - 3x$ và $d_3 : y = (2m - 1)x + 4 - m$.

a) Vẽ đường thẳng d_1 .

b) Tìm m để $d_2 \parallel d_3$.

c) Tìm m để hai đường thẳng d_1 và d_3 cắt nhau tại một điểm nằm trên trục Oy .

💬 **Lời giải.**

.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	

❖ **Câu 2.** Cho đường thẳng $d : y = (m - 1)x + 2m + 1$.

a) Tìm m để $y(2017^3) > y(2019^4)$.

b) Tìm m để đường thẳng d cắt Ox , Oy tại hai điểm A , B sao cho tam giác AOB cân.

💬 **Lời giải.**

.....	
.....	
.....	
.....	

.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	

❖ **Câu 3.** Cho 2 đường thẳng $d_1: y = (m^2 + 1)x - m^2 + 2$, $d_2: y = \frac{-1}{m^2 + 1}x + \frac{3m^2 + 7}{m^2 + 1}$ (m là tham số). Chứng minh rằng với mọi giá trị của m thì d_1, d_2 luôn cắt nhau tại một điểm M nằm trên một đường tròn cố định.

💬 **Lời giải.**

.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	

Nơi Đầu Có Ý Chỉ Ở Đó Có Con Đường



Chương 3

HỆ HAI PHƯƠNG TRÌNH BẬC NHẤT HAI ẨN

PHƯƠNG TRÌNH BẬC NHẤT HAI ẨN. HỆ HAI PHƯƠNG TRÌNH BẬC NHẤT HAI ẨN

Bài 1

A Nền tảng kiến thức

1. Phương trình và hệ hai phương trình bậc nhất hai ẩn

Phương trình bậc nhất hai ẩn x, y có dạng $ax + by = c$ (1) với a, b không đồng thời bằng 0.

Hệ phương trình bậc nhất hai ẩn x, y có dạng $\begin{cases} ax + by = c \\ a'x + b'y = c' \end{cases}$ (2) với a, b không đồng thời bằng 0 và a', b' không đồng thời bằng 0.

Cặp số $(x_0; y_0)$ được gọi là nghiệm của (1) nếu $(x_0; y_0)$ thỏa (1).

Cặp số $(x_0; y_0)$ được gọi là nghiệm của (2) nếu $(x_0; y_0)$ thỏa mãn hai phương trình trong (2).

❖ Ví dụ 1. Kiểm tra cặp số sau có phải là nghiệm của phương trình $2x - y - 1 = 0$ hay không?

a) $(1; 1)$;

b) $(0,5; 3)$.

💬 Lời giải.

2. Tập nghiệm của phương trình và hệ phương trình bậc nhất hai ẩn

Phương trình bậc nhất hai ẩn luôn có vô số nghiệm và được biểu diễn bởi đường thẳng $ax + by = c$ (3).

☑ Nếu $a \neq 0$ và $b \neq 0$ thì (3) có nghiệm tổng quát $\begin{cases} x \in \mathbb{R} \\ y = -\frac{a}{b}x + \frac{c}{b} \end{cases}$.

☑ Nếu $a \neq 0$ và $b = 0$ thì (3) có nghiệm tổng quát $\begin{cases} x = \frac{c}{a} \\ y \in \mathbb{R} \end{cases}$.

☑ Nếu $a = 0$ và $b \neq 0$ thì (3) có nghiệm $\begin{cases} x \in \mathbb{R} \\ y = \frac{c}{b}. \end{cases}$

🔗 **Ví dụ 2.** Tìm nghiệm tổng quát của các phương trình sau

- a) $3x - y = 2;$
- b) $x + 5y - 3 = 0;$
- c) $4x + 0y = -2;$
- d) $0x + 2y = 5.$

💬 **Lời giải.**

.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	

B **Áp dụng giải toán**

📁 **Dạng 1.** Xét xem cặp số có phải là nghiệm của phương trình không.

- ☑ Áp dụng nền tảng kiến thức.
- ☑ Thực hành tốt kĩ năng tính toán biểu thức.

🔗 **Ví dụ 1.** Trong các cặp số $(2; 1), (3; -1), (0; 5)$, cặp số nào là nghiệm của phương trình $x + 2y - 4 = 0$.

💬 **Lời giải.**

.....	
.....	
.....	
.....	

📁 **Dạng 2.** Tìm nghiệm tổng quát và biểu diễn tập nghiệm của phương trình

Biến đổi biểu thức để đưa về x theo y hoặc y theo x .

🔗 **Ví dụ 1.** Tìm nghiệm tổng quát và biểu diễn tập nghiệm các phương trình sau

- a) $3x - y - 2 = 0;$
- b) $0x + 2y = 3.$

💬 **Lời giải.**

Nơi Đầu Có Ý Chỉ Ở Đó Có Con Đường

Thực hành tốt kỹ năng tính biểu thức.

🔗 **Ví dụ 1.** Tìm m trong mỗi trường hợp sau

- a) $(1; 2)$ là nghiệm của phương trình $mx + y - 5 = 0$;
b) Điểm $A(0; 3)$ thuộc đường thẳng $4x + my - 6 = 0$.

 **Lời giải.**

Dạng 4. Đoán nhận số nghiệm của hệ phương trình bậc nhất

Xét hệ $\begin{cases} ax + by = c \\ a'x + b'y = c' \end{cases}$. Nếu

- ✔ $\frac{a}{a'} \neq \frac{b}{b'}$ thì hệ phương trình có nghiệm duy nhất.
- ✔ $\frac{a}{a'} = \frac{b}{b'} \neq \frac{c}{c'}$ thì hệ phương trình vô nghiệm.
- ✔ $\frac{a}{a'} = \frac{b}{b'} = \frac{c}{c'}$ thì hệ phương trình có vô số nghiệm.

🔗 **Ví dụ 1.** Không vẽ đồ thị, hãy đoán nhận số nghiệm các hệ phương trình sau

- $$\text{a) } \begin{cases} 2x + y = 1 \\ x - y = 1; \end{cases} \qquad \text{b) } \begin{cases} x - y = 2 \\ -2x + 2y = 3. \end{cases}$$

 **Lời giải.**

Dạng 5. Hai hệ phương trình tương đương

- ☑ Hai hệ phương trình được gọi là tương đương với nhau nếu chúng có chung tập nghiệm.
- ☑ Hai hệ phương trình vô nghiệm cũng được coi là tương đương.

🔗 **Ví dụ 1.** Xét sự tương đương của các cặp hệ phương trình sau

a) (1) $\begin{cases} 2x - y = 1 \\ x - 2y = -1 \end{cases}$ và (2) $\begin{cases} 2x - y = 1 \\ x - y = 0; \end{cases}$

b) (3) $\begin{cases} x - y = 1 \\ 2x + y = 5 \end{cases}$ và (4) $\begin{cases} x - y = 1 \\ 2x - y = 0. \end{cases}$

💬 **Lời giải.**

.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	

C Luyện tập

🔗 **Bài 1.** Cho phương trình $mx + (m + 1)y = 3$.

- a) Với $m = 1$, xét xem các cặp số sau, cặp số nào là nghiệm của phương trình.
- i) $(3; -2)$; ii) $(0; 1)$; iii) $(-1; 0)$.
- b) Tìm nghiệm tổng quát của phương trình trên ứng với
- i) $m = -1$; ii) $m = 2$.
- c) Tìm giá trị m tương ứng khi phương trình nhận các cặp số sau làm nghiệm.
- i) $(3; 1)$; ii) $(2; 3)$.

💬 **Lời giải.**

.....	
.....	
.....	
.....	

Nơi Đầu Có Ý Chỉ Ở Đó Có Con Đường

Luyện mãi thành tài, miệt mài tất giỏi.

❖ **Bài 2.** Không vẽ đồ thị, hãy đoán nhận số nghiệm của các hệ phương trình sau

a) $\begin{cases} 4x + 3y = 5 \\ x + y = 1; \end{cases}$

b) $\begin{cases} x - 2y = 5 \\ -2x + 4y = 3; \end{cases}$

c) $\begin{cases} 3x - y = 2 \\ -6x + 2y = -4; \end{cases}$

d) $\begin{cases} \frac{2}{3}x + \frac{3}{2}y = 5 \\ 2y = 8. \end{cases}$

💬 **Lời giải.**

D

Thử thách

✎ **Bài 3.** Cho hệ phương trình $\begin{cases} 3x + ay = 5 \\ 2x + y = b \end{cases}$. Tìm a, b để hệ

- a) Có nghiệm duy nhất; b) Vô nghiệm; c) Vô số nghiệm.

💬 **Lời giải.**

.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	

Bài 2

PHƯƠNG PHÁP GIẢI HỆ PHƯƠNG TRÌNH

A

Nền tảng kiến thức

1. Phương pháp thế

Để giải hệ phương trình bằng phương pháp thế ta thực hiện theo các bước sau:

Bước 1. Biểu thị một ẩn (giả sử ẩn x) theo ẩn còn lại (ẩn y) từ một trong các phương trình của hệ.

Bước 2. Thay biểu thức của x vào phương trình còn lại rồi tìm giá trị của y .

Bước 3. Thay giá trị y vừa tìm được vào biểu thức của x để tìm giá trị của x .

Bước 4. Kết luận nghiệm của hệ phương trình

✎ **Ví dụ 1.** Giải các hệ phương trình sau bằng phương pháp thế

a) $\begin{cases} 4x + 5y = 3 \\ x - 3y = 5. \end{cases}$

b) $\begin{cases} 7x - 2y = 1 \\ 3x + y = 6. \end{cases}$

c) $\begin{cases} 5x + 3y = 1 \\ 2x + y = -1. \end{cases}$

d) $\begin{cases} x + y\sqrt{5} = 0 \\ x\sqrt{5} + 3y = 1 - \sqrt{5}. \end{cases}$

💬 **Lời giải.**

2. PHƯƠNG PHÁP GIẢI HỆ PHƯƠNG TRÌNH

2. PHƯƠNG PHÁP GIẢI HỆ PHƯƠNG TRÌNH

2. PHƯƠNG PHÁP GIẢI HỆ PHƯƠNG TRÌNH

2. PHƯƠNG PHÁP GIẢI HỆ PHƯƠNG TRÌNH

2. PHƯƠNG PHÁP GIẢI HỆ PHƯƠNG TRÌNH

2. PHƯƠNG PHÁP GIẢI HỆ PHƯƠNG TRÌNH

2. PHƯƠNG PHÁP GIẢI HỆ PHƯƠNG TRÌNH

2. PHƯƠNG PHÁP GIẢI HỆ PHƯƠNG TRÌNH

2. PHƯƠNG PHÁP GIẢI HỆ PHƯƠNG TRÌNH

$$\text{b) } \begin{cases} 2x - y = 3 \\ x - y = 1. \end{cases}$$

d) $\begin{cases} \sqrt{3}x - \sqrt{2}y = 1 \\ \sqrt{2}x + 3\sqrt{3}y = 4\sqrt{6}. \end{cases}$

3. Phương pháp đặt ẩn phụ

Để giải hệ phương trình ta còn dùng phương pháp đặt ẩn phụ thông qua các ẩn đã cho.

Với dạng này ta cần nhận biết được sự tương đồng của các ẩn từ đó chọn ẩn phụ đặt cho hợp lý để đưa về hệ phương trình bậc nhất hai ẩn rồi áp dụng phương pháp thế hoặc phương pháp cộng đại số để giải. Sau khi tìm được nghiệm theo ẩn mới, sau đó ta thay lại ẩn ban đầu để tìm nghiệm của hệ đã cho.

🔗 Ví dụ 3. Giải các hệ phương trình.

$$\text{a) } \begin{cases} \frac{1}{x} - \frac{1}{y} = 1 \\ \frac{3}{x} + \frac{4}{y} = 5. \end{cases}$$

$$\text{b) } \begin{cases} \frac{1}{x-2} - \frac{1}{y-1} = 2 \\ \frac{2}{x-2} + \frac{3}{y-1} = 1. \end{cases}$$

$$\text{c) } \begin{cases} \frac{4}{3} \left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y} \right) = 1 \\ \frac{1}{6x} + \frac{1}{5y} = \frac{2}{15}. \end{cases}$$

 **Lời giải.**

B

Áp dụng giải toán

 Dạng 1. Giải và biện luận hệ phương trình

- ✔ Dùng phương pháp thế, biểu diễn 1 ẩn theo ẩn còn lại sau đó đưa về phương trình bậc nhất 1 ẩn.
- ✔ Giải và biện luận phương trình bậc nhất 1 ẩn.
- ✔ Kết luận tập nghiệm của hệ phương trình.

↔ Ví dụ 1. Cho hệ phương trình (m là tham số)

$$\begin{cases} x + my = 1 & (1) \\ (5m + 2)x + 3y = m - 2. & (2) \end{cases}$$

Giải và biện luận hệ phương trình theo m .

 Lời giải.

.....	
.....	
.....	

⇒ **Ví dụ 2.** Cho hệ phương trình (m là tham số)

$$\begin{cases} 3x + my = 2 & (1) \\ x + (3m - 2)y = m. & (2) \end{cases}$$

Giải và biện luận hệ phương trình theo m .

 **Lời giải.**

.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	

 Dạng 2. Các bài toán về đường thẳng trong hệ trục tọa độ

- ✔ Vẽ 2 đường thẳng trong cùng 1 hệ trục tọa độ.
- ✔ Xác định vị trí tương đối của 2 đường thẳng.
- ✔ Từ đó kết luận tập nghiệm của hệ phương trình.

⇒ **Ví dụ 1.** Dùng đồ thị giải hệ phương trình

$$\begin{cases} 2x + y = 3 \\ x - 2y = -1. \end{cases}$$

 **Lời giải.**

.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	

Nơi Đầu Có Ý Chỉ Ở Đó Có Con Đường



🔗 Ví dụ 2. Dùng đồ thị giải hệ phương trình

$$\begin{cases} 3x - y = 4 \\ 3x - y = -1. \end{cases}$$

 **Lời giải.**

Luyện mãi thành tài, miệt mài tất giỏi.

Dạng 3. Xác định tham số để hệ có nghiệm duy nhất

Xét hệ $\begin{cases} ax + by = c \\ a'x + b'y = c' \end{cases}$ với các hệ số chứa tham số.

- 🔵 Đầu tiên, ta lần lượt xét $a' = 0$, $b' = 0$, $c' = 0$ và kiểm tra các tham số ứng với từng trường hợp.
- 🔵 Sau đó, ta xét $a', b', c' \neq 0$. Khi ấy, hệ có nghiệm duy nhất khi và chỉ khi $\frac{a}{a'} \neq \frac{b}{b'}$.

🔗 **Ví dụ 1.** Cho hệ phương trình $\begin{cases} x + my = 2 \\ mx + y = 3 \end{cases}$. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để hệ có nghiệm duy nhất.

 **Lời giải.**

🔗 **Ví dụ 2.** Cho hệ phương trình
$$\begin{cases} ax - y = 2 \\ x + ay = 3. \end{cases}$$

Chứng minh rằng với mọi a thì hệ có nghiệm duy nhất. Tìm nghiệm đó.

 **Lời giải.**

Dạng 4. Xác định tham số để hệ vô nghiệm

Xét hệ $\begin{cases} ax + by = c \\ a'x + b'y = c' \end{cases}$ với các hệ số chứa tham số. Ta lần lượt xét $a' = 0$, $b' = 0$, $c' = 0$ và kiểm tra các tham số ứng với từng trường hợp. Sau đó, xét $a', b', c' \neq 0$. Khi ấy, hệ vô nghiệm khi và chỉ khi $\frac{a}{a'} = \frac{b}{b'} \neq \frac{c}{c'}$.

🔗 **Ví dụ 1.** Cho hệ phương trình $\begin{cases} x + y = 1 \\ ax + 2y = 0. \end{cases}$

Tìm tất cả các giá trị của tham số a để hệ vô nghiệm.

 **Lời giải.**

🔗 **Ví dụ 2.** Cho hệ phương trình
$$\begin{cases} mx + 3my = 2 \\ 2m^2x + 6m^2y = m. \end{cases}$$

Chúng minh rằng hệ vô nghiệm với mọi giá trị của tham số m .

 **Lời giải.**

Dạng 5. Xác định tham số để hệ có vô số nghiệm

Xét hệ $\begin{cases} ax + by = c \\ a'x + b'y = c' \end{cases}$ với các hệ số chứa tham số. Ta lần lượt xét $a' = 0$, $b' = 0$, $c' = 0$ và kiểm tra các tham số ứng với từng trường hợp. Sau đó, xét $a', b', c' \neq 0$. Khi ấy, hệ có vô số nghiệm khi và chỉ khi $\frac{a}{a'} = \frac{b}{b'} = \frac{c}{c'}$.

❖ **Ví dụ 1.** Cho hệ phương trình $\begin{cases} 2x - y = m \\ mx + \sqrt{2}y = m. \end{cases}$
 Tìm tất cả các giá trị của tham số m để hệ có vô số nghiệm.

 **Lời giải.**

.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	

❖ **Ví dụ 2.** Cho hệ phương trình $\begin{cases} 3x + (m^2 + 1)y = 5m - 10 \\ -9x + (-3m^2 - 3)y = -15m + 30. \end{cases}$
 Chứng minh rằng hệ có vô số nghiệm với mọi giá trị của tham số m .

 **Lời giải.**

.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	

Dạng 6. Xác định tham số để hệ có nghiệm thỏa điều kiện khác

Xét hệ $\begin{cases} ax + by = c \\ a'x + b'y = c' \end{cases}$ với các hệ số chứa tham số.

Nếu yêu cầu của bài toán liên quan đến tính chất của nghiệm (chẳng hạn tìm m để hệ có nghiệm nguyên), tiến hành rút thế hoặc cộng đại số để giải ra cụ thể giá trị của x, y theo tham số. Sau

đó, tùy vào yêu cầu của bài toán, tiến hành giải tiếp.

🔗 **Ví dụ 1.** Cho hệ phương trình
$$\begin{cases} (a+1)x - y = a+1 \\ x + (a-1)y = 2 \end{cases}$$
 với tham số a . Tìm tất cả các giá trị nguyên của tham số a sao cho hệ có nghiệm nguyên.

 **Lời giải.**

⇒ **Ví dụ 2.** Cho hệ phương
$$\begin{cases} 2x + (a - 2)y = a + 1 \\ (a + 2)x - 2y = 3 \end{cases}$$
 với tham số a . Tìm tất cả các giá trị của tham số a sao cho hệ có nghiệm duy nhất. Trong các giá trị đó, tìm giá trị của a để tổng $x + y$ đạt giá trị lớn nhất.

 Lời giải.

Luyện mãi thành tài, miệt mài tất giỏi.

C Luyện tập

✎ Bài 1. Giải các hệ phương trình sau bằng phương pháp thế

a)
$$\begin{cases} 7x - 3y = 5 \\ 4x + y = 2. \end{cases}$$

b)
$$\begin{cases} \sqrt{5}x - y = \sqrt{5}(\sqrt{3} - 1) \\ 2\sqrt{3}x + 3\sqrt{5}y = 21. \end{cases}$$

c)
$$\begin{cases} 1,7x - 2y = 3,8 \\ 2,1x + 5y = 0,4. \end{cases}$$

💬 Lời giải.

❖ **Bài 2.** Giải các hệ phương trình sau bằng phương pháp cộng đại số

$$\text{a) } \begin{cases} 3x + y = 3 \\ 2x - y = 7. \end{cases}$$

$$\text{b) } \begin{cases} 8x - 7y = 5 \\ 12x + 13y = -8. \end{cases}$$

$$\text{c) } \begin{cases} 5(x + 2y) = 3x - 1 \\ 2x + 4 = 3(x - 5y) - 12. \end{cases}$$

 **Lời giải.**

✎ **Bài 3.** Giải các hệ phương trình sau bằng phương pháp đặt ẩn phụ

a)
$$\begin{cases} \frac{15}{x} - \frac{7}{y} = 9 \\ \frac{4}{x} + \frac{9}{y} = 35. \end{cases}$$

b)
$$\begin{cases} \frac{7}{x-y+2} - \frac{5}{x+y-1} = 4,5 \\ \frac{3}{x-y+2} + \frac{2}{x+y-1} = 4. \end{cases}$$

💬 **Lời giải.**

✎ **Bài 4.** Biện luận theo a hệ phương trình sau

$$\begin{cases} (2a + 1)x - y = 2 \\ x + 2y = 3. \end{cases}$$

💬 **Lời giải.**

↔ **Bài 5.** Trong mặt phẳng Oxy cho ba đường thẳng $(d_1): 2x - y = -1; (d_2): x + y = -2; (d_3): y = -2x - m$. Xác định m để ba đường thẳng đã cho đồng quy.

💬 **Lời giải.**

.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	

↔ **Bài 6.** a) Với giá trị nào của m, n thì hệ $\begin{cases} mx - y = 1 \\ x + y = n \end{cases}$ có nghiệm $(-1; 0)$?
b) Xác định m, n để hệ phương trình $\begin{cases} mx - y = n \\ mx + ny = 2 \end{cases}$ vô nghiệm.

💬 **Lời giải.**

.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	

D Thử thách

↔ **Bài 7.** Cho ba đường thẳng
 $(d_1): x - 2y = -3;$
 $(d_2): \sqrt{2}x + y = \sqrt{2} + 2;$
 $(d_m): mx - (1 - 2m)y = 5 - m.$
a) Xác định m để ba đường thẳng $(d_1); (d_2)$ và (d_m) đồng quy.
b) Chứng minh rằng (d_m) luôn đi qua một điểm cố định với mọi m .

Nơi Đầu Có Ý Chỉ Ở Đó Có Con Đường



 Lời giải.

🔗 Bài 8. Cho hệ phương trình

$$\begin{cases} (m-1)x - y = 2 \\ mx + y = m. \end{cases}$$

- a) Giải hệ phương trình khi $m = \sqrt{2}$.
- b) Xác định giá trị của m để hệ có nghiệm $(x; y)$ duy nhất thỏa điều kiện $x + y > 0$.

 Lời giải.

❖ Bài 9. Giải hệ phương trình sau

$$\begin{cases} x^2 + y^2 + \frac{2xy}{x+y} = 1 & (1) \\ \sqrt{x+y} = x^2 - y. & (2) \end{cases}$$

 **Lời giải.**

Nơi Đầu Có Ý Chỉ Ở Đó Có Con Đường

Bài 3

GIẢI BÀI TOÁN BẰNG CÁCH LẬP HỆ PHƯƠNG TRÌNH

A **Nền tảng kiến thức**

Các bước giải bài toán bằng cách lập hệ phương trình:

- ✔ *Bước 1.* Lập hệ phương trình:
 - Chọn các ẩn số và đặt điều kiện thích hợp cho các ẩn số.
 - Biểu diễn các đại lượng chưa biết theo các ẩn và các đại lượng đã biết.
 - Lập hệ phương trình biểu thị sự tương quan giữa các đại lượng.
- ✔ *Bước 2.* Giải hệ phương trình vừa thu được.
- ✔ *Bước 3.* Kết luận
 - Kiểm tra xem trong các nghiệm của hệ phương trình, nghiệm nào thỏa mãn điều kiện của ẩn.
 - Kết luận bài toán.

B **Áp dụng giải toán**

Dạng 1. Toán số học, phần trăm

Ta sử dụng một số kiến thức liên quan sau đây:

1. Biểu diễn số có hai chữ số: $\overline{ab} = 10a + b$ trong đó a là chữ số hàng chục và $0 < a \leq 9, a \in \mathbb{N}$, b là chữ số hàng đơn vị và $0 \leq b \leq 9, b \in \mathbb{N}$.
2. Biểu diễn số có ba chữ số: $\overline{abc} = 100a + 10b + c$ trong đó a là chữ số hàng trăm và $0 < a \leq 9, a \in \mathbb{N}$, b là chữ số hàng chục và $0 \leq b \leq 9, b \in \mathbb{N}$, c là chữ số hàng đơn vị và $0 \leq c \leq 9, c \in \mathbb{N}$.

🔗 **Ví dụ 1.** Tìm hai số tự nhiên, biết rằng hiệu của số lớn với số nhỏ bằng 1814 và nếu lấy số lớn chia số nhỏ thì được thương là 9 và số dư là 182.

💬 **Lời giải.**

.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	

🔗 **Ví dụ 2.** Một người mua hai loại hàng và phải trả tổng cộng 2,17 triệu đồng, kể cả thuế giá trị gia tăng (VAT) với mức 10% đối với loại hàng thứ nhất và 8% đối với loại hàng thứ hai. Nếu thuế

VAT là 9% đối với cả hai loại hàng thì người đó phải trả tổng cộng 2,18 triệu đồng. Hỏi nếu không kể thuế VAT thì người đó phải trả bao nhiêu cho mỗi loại hàng?

 **Lời giải.**

Dạng 2. Toán năng suất công việc

Năng suất được tính bằng tỉ số giữa khối lượng công việc và thời gian hoàn thành.

❖ **Ví dụ 1.** Trên một cánh đồng cấy 60 ha lúa giống mới và 40 ha lúa giống cũ. Thu hoạch được tất cả 460 tấn thóc. Hỏi năng suất mỗi loại lúa trên 1 ha là bao nhiêu biết rằng 3 ha trồng lúa mới thu hoạch được ít hơn 4 ha trồng lúa cũ là 1 tấn.

 **Lời giải.**

❖ **Ví dụ 2.** Trong tháng đầu hai tổ sản xuất được 800 chi tiết máy. Sang tháng thứ 2 tổ 1 làm vượt mức 15%, tổ 2 vượt mức 20% do đó cuối tháng hai cả hai tổ sản xuất được 945 chi tiết máy. Hỏi trong tháng đầu mỗi tổ sản xuất được bao nhiêu chi tiết máy.

 **Lời giải.**

Nơi Đầu Có Ý Chỉ Ở Đó Có Con Đường

Luyện mãi thành tài, miệt mài tất giỏi.

.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	

 Dạng 3. Toán chuyển động

- Một số lưu ý khi giải bài toán về chuyển động:
- 1. Có ba đại lượng tham gia là quãng đường s , vận tốc v và thời gian t .
 - 2. Ta có công thức liên hệ giữa ba đại lượng s, v và t là $s = v \cdot t$.

🔗 **Ví dụ 1.** Mỗi ngày ba của bạn An chở bạn ấy từ nhà đến trường mất 30 phút. Vì hôm nay là ngày thi tuyển sinh nên ba bạn ấy muốn con mình đến trường sớm hơn, do đó ông ấy đã tăng vận tốc xe lên 15 (km/h) và đến sớm hơn thường ngày là 10 phút. Hỏi quãng đường từ nhà của bạn An đến trường là bao nhiêu km?

 Lời giải.

.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	

🔗 **Ví dụ 2.** Một ô tô đi quãng đường AB với vận tốc 50 km/h rồi đi tiếp quãng đường BC với vận tốc 45 km/h. Biết quãng đường tổng cộng dài 165 km và thời gian ô tô đi trên quãng đường AB ít hơn thời gian đi trên quãng đường BC là 30 phút. Tính thời gian ô tô đi trên mỗi đoạn đường.

 Lời giải.

.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	

⇒ **Ví dụ 3.** Một ô tô dự định đi từ A đến B trong một thời gian nhất định. Nếu xe chạy mỗi giờ nhanh hơn 10 km thì đến nơi sớm hơn dự định 3 giờ, còn nếu xe chạy chậm lại mỗi giờ 10 km thì đến nơi chậm mất 5 giờ. Tính vận tốc của xe lúc ban đầu, thời gian dự định và chiều dài quãng đường AB .

 **Lời giải.**

.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	

 Dạng 4. Toán có các yếu tố hình học

Kiến thức cần nhớ:

- Diện tích hình chữ nhật $S = x \cdot y$ (x là chiều rộng; y là chiều dài).
- Diện tích tam giác $S = \frac{1}{2}a \cdot h$ (h là chiều cao, a là cạnh đáy tương ứng).
- Độ dài cạnh huyền: $c^2 = a^2 + b^2$ (c là cạnh huyền; a, b là các cạnh góc vuông).
- Số đường chéo của một đa giác $\frac{n(n-3)}{2}$ (n là số đỉnh).

⇒ **Ví dụ 1.** Một hình chữ nhật có chu vi bằng 28 cm. Tính chiều dài và chiều rộng của chữ nhật, biết rằng nếu tăng chiều dài thêm 1 cm và tăng chiều rộng thêm 2 cm thì diện tích hình chữ nhật đó tăng thêm 25 cm².

 **Lời giải.**

.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	

⇒ **Ví dụ 2.** Một sân trường hình chữ nhật có chu vi 340 m . Biết 3 lần chiều dài hơn 4 lần chiều rộng là 20 m. Tính chiều dài và chiều rộng của sân trường.

Luyện mãi thành tài, miệt mài tất giỏi.

Lời giải.

.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	

 Dạng 5. Toán việc làm chung làm riêng

- Những kiến thức cần nhớ:
- Có ba đại lượng tham gia là: Toàn bộ công việc , phần công việc làm được trong một đơn vị thời gian (năng suất) và thời gian.
 - Nếu một đội làm xong công việc trong x giờ thì một ngày đội đó làm được $\frac{1}{x}$ công việc.
 - Xem toàn bộ công việc là 1.

❖ Ví dụ 1. Hai đội xe chở cát để san lấp một khu đất. Nếu hai đội cùng làm thì trong 18 ngày xong công việc. Nếu đội thứ nhất làm trong 6 ngày, sau đó đội thứ hai làm tiếp 8 ngày nữa thì được 40% công việc. Hỏi mỗi đội làm một mình thì bao lâu xong công việc ?

Lời giải.

.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	

❖ Ví dụ 2. Hai vòi nước cùng chảy vào một bể thì sau 4 giờ 48 phút bể đầy. Nếu vòi I chảy trong 4 giờ, vòi II chảy trong 3 giờ thì cả hai vòi chảy được $\frac{3}{4}$ bể. Tính thời gian mỗi vòi chảy một mình đầy bể.

Lời giải.

Dạng 6. Dạng toán khác

Những kiến thức cần nhớ:

- Thể tích dung dịch $V = \frac{m}{D}$ (V là thể tích dung dịch, m là khối lượng, D là khối lượng riêng).

❖ **Ví dụ 1.** Một dung dịch chứa 30% axit nitric (tính theo thể tích) và một dung dịch khác chứa 55% axit nitric. Cần phải trộn thêm bao nhiêu lít dung dịch loại 1 và loại 2 để được 100 lít dung dịch 50% axit nitric?

 Lời giải.

❖ **Ví dụ 2.** Hai giá sách có 450 cuốn. Nếu chuyển 50 cuốn từ giá thứ nhất sang giá thứ hai thì số sách trên giá thứ hai bằng $\frac{4}{5}$ số sách giá thứ nhất. Tính số sách trên mỗi giá.

 **Lời giải.**

Luyện mãi thành tài, miệt mài tất giỏi.

.....	
.....	
.....	
.....	

↔ **Ví dụ 3.** Hai anh An và Bình góp vốn cùng kinh doanh. Anh An góp 13 triệu đồng, anh Bình góp 15 triệu đồng. Sau một thời gian kinh doanh lãi được 7 triệu đồng. Lãi được chia đều theo tỉ lệ góp vốn. Tính số lãi mỗi anh được hưởng.

💬 **Lời giải.**

.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	

C **Luyện tập**

↔ **Bài 1.** Cho một số có hai chữ số. Nếu đổi chỗ hai chữ số của nó thì được một số lớn hơn số đã cho là 63. Tổng của số đã cho và số mới tạo thành bằng 99. Tìm số đã cho.

💬 **Lời giải.**

.....	
.....	
.....	
.....	
.....	

↔ **Bài 2.** Tìm 2 số biết tổng của chúng bằng 1006 nếu lấy số lớn chia cho số bé được thương là 2 và số dư 124.

💬 **Lời giải.**

.....	
.....	
.....	
.....	

↔ **Bài 3.** Người ta trộn hai loại quặng sắt với nhau, một loại chứa 72% sắt, loại thứ hai chứa 58% sắt được một loại quặng chứa 62% sắt. Nếu tăng khối lượng của mỗi loại quặng thêm 15 tấn thì được một loại quặng chứa 62,25% sắt. Tìm khối lượng quặng của mỗi loại đã trộn.

💬 **Lời giải.**

.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	

↔ **Bài 4.** Tháng đầu hai tổ sản xuất làm được 720 dụng cụ. Sang tháng thứ hai tổ 1 làm vượt mức 12%, tổ hai vượt mức 15% nên cả hai tổ làm được 819 dụng cụ. Hỏi tháng đầu mỗi tổ làm được bao nhiêu dụng cụ?

💬 **Lời giải.**

.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	

↔ **Bài 5.** Hai tổ sản xuất cùng may một loại áo. Nếu tổ thứ 1 may trong 3 ngày, tổ thứ 2 may trong 5 ngày thì cả hai tổ may được 1310 chiếc áo. Biết rằng trong một ngày tổ 1 may được nhiều hơn tổ thứ 2 là 10 chiếc áo. Hỏi mỗi tổ trong 1 ngày may được bao nhiêu chiếc áo?

💬 **Lời giải.**

.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	

Nơi Đầu Có Ý Chí Ở Đó Có Con Đường



❖ **Bài 6.** Một ô tô đi từ A đến B với một vận tốc xác định và trong một thời gian đã định. Nếu vận tốc của ô tô giảm 10 km/h thì thời gian tăng 45 phút. Nếu vận tốc của ô tô tăng 10 km/h thì thời gian giảm 30 phút. Tính vận tốc và thời gian dự định đi của ô tô?

 **Lời giải.**

❖ **Bài 7.** Hai ca nô cùng khởi hành từ A đến B cách nhau 85 km và đi ngược chiều nhau. Sau 1 giờ 40 phút thì gặp nhau. Tính vận tốc thật của mỗi ca nô, biết rằng vận tốc ca nô đi xuôi dòng lớn hơn vận tốc ca nô đi ngược dòng là 9 km/h và vận tốc dòng nước là 3 km/h.

 **Lời giải.**

❖ **Bài 8.** Một ô tô dự định đi từ A đến B trong một thời gian nhất định. Nếu xe chạy với vận tốc 35 km/h thì sẽ đến chậm 2 giờ so với dự định. Nếu xe chạy với vận tốc 50 km/h thì sẽ đến B sớm hơn 1 giờ so với dự định. Tính quãng đường AB và thời gian dự định đi từ A đến B .

 **Lời giải.**

.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	

❖ **Bài 9.** Nhân dịp Lễ giỗ tổ Hùng Vương, một siêu thị điện máy đã giảm giá nhiều mặt hàng để kích cầu mua sắm. Giá niêm yết một tủ lạnh và một máy giặt có tổng số tiền là 25,4 triệu đồng, nhưng trong đợt này giá một tủ lạnh giảm 40% giá bán và giá một máy giặt giảm 25% giá bán nên Cô Lan đã mua một tủ lạnh và một máy giặt trên với tổng số tiền là 16,77 triệu đồng. Hỏi giá mỗi món đồ trên khi chưa giảm giá là bao nhiêu tiền?

💬 **Lời giải.**

.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	

❖ **Bài 10.** Nhằm động viên, khen thưởng các em đạt danh hiệu “học sinh giỏi cấp thành phố” năm học 2017-2018, trường THCS ABC tổ chức chuyến tham quan ngoại khóa tại một điểm du lịch với mức giá ban đầu là 375.000 đồng/người. Biết công ty du lịch giảm 10% chi phí cho mỗi giáo viên và giảm 30% chi phí cho mỗi học sinh. Số học sinh tham gia gấp 4 lần số giáo viên và tổng chi phí tham quan (sau khi giảm giá) là 12.487.500 đồng. Tính số giáo viên và số học sinh đã tham gia chuyến đi.

💬 **Lời giải.**

.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	

❖ **Bài 11.** Một mảnh đất hình chữ nhật có chu vi bằng 28 mét và độ dài đường chéo bằng 10 mét. Tính chiều dài và chiều rộng của hình chữ nhật theo đơn vị mét.

💬 **Lời giải.**

Nơi Đâu Có Ý Chí Ở Đó Có Con Đường



Luyện mãi thành tài, miệt mài tất giỏi.

.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	

✧ **Bài 12.** Cho một mảnh vườn hình chữ nhật. Biết rằng nếu giảm chiều rộng đi 3 m và tăng chiều dài thêm 8 m thì diện tích mảnh vườn đó giảm 54 m^2 so với diện tích ban đầu, nếu tăng chiều rộng thêm 2 m và giảm chiều dài đi 4 m thì diện tích mảnh vườn đó tăng 32 m^2 so với diện tích ban đầu. Tính chiều rộng và chiều dài ban đầu của mảnh vườn đó.

💬 **Lời giải.**

.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	

✧ **Bài 13.** Tính ba cạnh của một tam giác vuông ABC vuông tại A biết chu vi tam giác là 12 m và tổng bình phương của ba cạnh bằng 50 m.

💬 **Lời giải.**

.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	

✧ **Bài 14.** Hai người thợ cùng làm một công việc trong 16 giờ thì xong. Nếu người thứ nhất làm 3 giờ, người thứ hai làm 6 giờ thì chỉ hoàn thành được 25% công việc. Hỏi nếu làm riêng thì mỗi người hoàn thành công việc trong bao lâu?

💬 **Lời giải.**

❖ **Bài 15.** Hai người thợ cùng sơn cửa cho một ngôi nhà thì 2 ngày xong việc. Nếu người thứ nhất làm trong 4 ngày rồi nghỉ, người thứ hai làm tiếp trong 1 ngày nữa thì xong việc. Hỏi mỗi người làm một mình thì bao lâu xong công việc?

 Lời giải.

✎ **Bài 16.** Trên một cánh đồng cấy 60 ha lúa giống mới và 40 ha lúa giống cũ, thu hoạch được tất cả 460 tấn thóc. Hỏi năng suất mỗi loại lúa trên một ha là bao nhiêu, biết rằng 3 ha trồng lúa mới thu hoạch được ít hơn 4 ha lúa giống cũ là 1 tấn.

💬 **Lời giải.**

.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	

Luyện mãi thành tài, miệt mài tất giỏi.

D

Thử thách

✎ **Bài 17.** Bài toán có nội dung thực tế:
“Em có tưởng tượng được hai lá phổi (gọi tắt là phổi) của mình chứa khoảng bao nhiêu lít không khí hay không? Dung tích phổi của mỗi người phụ thuộc vào một số yếu tố, trong đó hai yếu tố quan trọng là chiều cao và độ tuổi.
Sau đây là một công thức ước tính dung tích chuẩn phổi của mỗi người:
Nam: $P = 0,057h - 0,022a - 4,23$
Nữ: $Q = 0,041h - 0,018a - 2,69$;
trong đó,
 h : chiều cao tính bằng xentimét,
 a : tuổi tính bằng năm,
 P, Q : dung tích chuẩn của phổi tính bằng lít” ...

(Toán 7, tập hai, NXB Giáo dục Việt Nam, năm 2017, tr. 29).

Bạn Hùng (nam) 15 tuổi, số đo chiều cao của bạn được biết qua bài toán sau:
Chiều cao của bạn Hùng tính bằng xentimét. Đó là một số tự nhiên có 3 chữ số, trong đó chữ số hàng trăm là 1, chữ số hàng chục kém chữ số hàng đơn vị là 2 và hai lần chữ số hàng chục hơn chữ số hàng đơn vị là 4. Tính dung tích chuẩn phổi của bạn Hùng.

💬 **Lời giải.**

.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	

↔ **Bài 18.** Giả sử có một cánh đồng cỏ dày như nhau, mọc cao đều như nhau trên toàn bộ cánh đồng trong suốt thời gian bò ăn cỏ trên cánh đồng ấy.
Biết rằng 9 con bò ăn hết cỏ trên cánh đồng trong 2 tuần, 6 con bò ăn hết cỏ trên cánh đồng trong 4 tuần. Hỏi bao nhiêu con bò ăn hết cỏ trên cánh đồng trong 6 tuần? (mỗi con bò ăn số cỏ như nhau).

💬 **Lời giải.**

.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	

↔ **Bài 19.** Một đàn ngựa giá 204 triệu đồng có ba người mua ngựa nhưng mỗi người đều không đủ tiền. Người thứ nhất nói với 2 người kia là mỗi người cho tôi vay một nửa số tiền của mình thì tôi đủ tiền mua. Người thứ hai nói với 2 người kia mỗi người cho tôi vay $\frac{1}{3}$ số tiền của mình thì tôi đủ tiền mua đàn ngựa. Người thứ ba nói chỉ các anh cho tôi vay $\frac{1}{4}$ số tiền của mình thì đàn ngựa sẽ là của tôi . Hỏi mỗi người có bao nhiêu tiền?

💬 **Lời giải.**

.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	

↔ **Bài 20.** Một cửa hàng điện máy trong ngày khai trương đã bán được 65 quạt điện và 65 nồi cơm điện thuộc cùng một loại. Cửa hàng thu được 55.250.000 đồng từ tiền bán hai sản phẩm trên đây và tính ra lãi được 8.125.000 đồng. Cho biết mỗi quạt điện cửa hàng được lãi 20% trên giá



bán, mỗi nồi cơm điện cửa hàng được lãi 10% trên giá bán. Hãy tính giá nhập kho của cửa hàng điện máy cho mỗi loại sản phẩm quạt điện và nồi cơm điện.

 **Lời giải.**

.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	

Luyện mãi thành tài, miệt mài tất giỏi.

❖ **Bài 21.** Hai người A và B làm xong công việc trong 72 giờ, còn người A và C làm xong công việc trong đó trong 63 giờ và người B và C làm xong công việc ấy trong 56 giờ. Hỏi nếu mỗi người làm một mình thì trong bao lâu thì trong bao lâu sẽ làm xong công việc. Nếu ba người cùng làm sẽ hoàn thành công việc trong mấy giờ?

 **Lời giải.**

.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	

Bài 4

ÔN TẬP CHƯƠNG III

A **Toán trắc nghiệm**

❖ **Bài 1.** Biết $(a; b)$ là nghiệm của hệ phương trình $\begin{cases} 7x + 4y = 18 \\ 3x - 4y = 2 \end{cases}$. Tính $S = a + b$.

A $S = -1$. **B** $S = -3$. **C** $S = 3$. **D** $S = 5$.

 **Lời giải.**

.....	
.....	
.....	
.....	

⇒ **Bài 2.** Gọi $(x; y)$ là nghiệm của hệ phương trình $\begin{cases} 2x + 7y = 1 \\ 3x + 5y = -4 \end{cases}$. Tính $x^2 - xy + 2y^2$.

☐ A 14. ☐ B 8. ☐ C 12. ☐ D 18.

💬 **Lời giải.**

.....	
.....	
.....	
.....	

⇒ **Bài 3.** Kết luận nào sau đây về tập nghiệm của hệ phương trình $\begin{cases} x - 2y = 5 \\ -x + 2y = 1 \end{cases}$ là đúng?

☐ A Hệ có một nghiệm duy nhất $(x; y) = (2; 1)$.
☐ B Hệ vô nghiệm.
☐ C Hệ vô số nghiệm $(x \in \mathbb{R}; y = -x + 3)$.
☐ D Hệ có một nghiệm duy nhất $(x; y) = (-2; -1)$.

💬 **Lời giải.**

.....	
.....	
.....	
.....	

⇒ **Bài 4.** Với giá trị nào của a thì hệ phương trình $\begin{cases} ax + y = 1 \\ x + y = a \end{cases}$ có vô số nghiệm?

☐ A $a = 1$. ☐ B $a = -1$.
☐ C $a = 1$ hoặc $a = -1$. ☐ D $a = 2$.

💬 **Lời giải.**

.....	
.....	
.....	
.....	

Nơi Đầu Có Ý Chỉ Ở Đó Có Con Đường



❖ **Bài 5.** Biết $(a; b)$ là nghiệm của hệ phương trình $\begin{cases} 7x - 3y = 5 \\ \frac{x}{2} + \frac{y}{3} = 2 \end{cases}$. Tính $S = a + b$.

Ⓐ $S = -3$. Ⓑ $S = 3$. Ⓒ $S = -5$. Ⓓ $S = 5$.

💬 **Lời giải.**

.....	
.....	
.....	
.....	
.....	

❖ **Bài 6.** Với giá trị của m, n thì hệ phương trình $\begin{cases} mx - y = 1 \\ x + y = n \end{cases}$ nhận cặp số $(-1; 0)$ làm nghiệm. Tính $S = 2m - 3n$.

Ⓐ $S = 1$. Ⓑ $S = 5$. Ⓒ $S = -5$. Ⓓ $S = -1$.

💬 **Lời giải.**

.....	
.....	
.....	
.....	
.....	

❖ **Bài 7.** Biết cặp số $(a; b)$ là nghiệm của hệ phương trình $\begin{cases} 3x\sqrt{2} - y = 3 \\ x - 2y\sqrt{2} = -5\sqrt{2} \end{cases}$. Tính $T = a^2 - 2b$.

Ⓐ 6. Ⓑ -4. Ⓒ 4. Ⓓ 8.

💬 **Lời giải.**

.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	

❖ **Bài 8.** Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho ba đường thẳng $(d_1): 2x - y = -1$; $(d_2): x + y = -2$; $(d_3): y = -2x - m$. Tìm m để ba đường thẳng đã cho đồng quy.

Ⓐ 3. Ⓑ -3. Ⓒ -2. Ⓓ 1.

💬 **Lời giải.**

❖ **Bài 9.** Một mảnh vườn hình chữ nhật có chu vi là 118m. Nếu giảm chiều dài đi 5m và tăng chiều rộng thêm 3m thì diện tích giảm đi 14 m². Tính diện tích của mảnh vườn.

- Ⓐ 858 m². Ⓑ 714 m². Ⓒ 840 m². Ⓓ 814 m².

 **Lời giải.**

❖ **Bài 10.** Với giá trị nào của m thì hệ phương trình $\begin{cases} mx + y = 2m - 1 \\ (2m + 1)x + 7y = m + 3 \end{cases}$ vô nghiệm.

- Ⓐ $m = 5$. Ⓑ $m = \frac{1}{5}$. Ⓒ $m = -\frac{1}{5}$. Ⓓ $m = -5$.

 **Lời giải.**

🔗 **Bài 11.** Với giá trị nào của tham số m thì hệ phương trình $\begin{cases} mx + y = 2 \\ -3mx + my = m - 3 \end{cases}$ có vô số nghiệm.

- Ⓐ $m = -3$. Ⓑ $m = 0$. Ⓒ $m = 3$. Ⓓ $m \neq -3$.

Lời giải.

.....	
.....	
.....	
.....	

❖ **Bài 12.** Tất cả có 120 bó cỏ để làm thức ăn cho 30 con gồm trâu và bò trong một tuần. Biết rằng trong một tuần mỗi con trâu ăn hết 5 bó cỏ, còn mỗi con bò ăn hết 3 bó cỏ. Hỏi có bao nhiêu con trâu?

A 25. **B** 10. **C** 15. **D** 20.

Lời giải.

.....	
.....	
.....	
.....	
.....	

❖ **Bài 13.** Cho hệ phương trình $\begin{cases} x - (m + 3)y = 0 \\ (m - 2)x + 4y = m - 1 \end{cases}$. Tìm m để hệ phương trình nhận cặp số $(2; 1)$ làm nghiệm.

A $m = -1$. **B** $m = 1$. **C** $m = 2$. **D** $m = -3$.

Lời giải.

.....	
.....	
.....	
.....	

❖ **Bài 14.** Cho hệ phương trình $\begin{cases} mx + y = -1 \\ x + y = -m \end{cases}$. Có bao nhiêu giá trị của tham số m để hệ phương trình có duy nhất nghiệm $(x; y)$ thỏa $y^2 = x$.

A 0. **B** 2. **C** 1. **D** 3.

Lời giải.

.....	
.....	
.....	
.....	
.....	

❖ **Bài 15.** Có bao nhiêu cặp số $(x; y)$ thỏa mãn hệ phương trình $\begin{cases} x + \frac{1}{x} + y + \frac{1}{y} = \frac{9}{2} \\ xy + \frac{1}{xy} = \frac{5}{2}. \end{cases}$

A

2.

B

1.

C

0.

D

4.

💬 Lời giải.

❖ **Bài 16.** Biết đường thẳng $y = (a - 3)x + b$ đi qua hai điểm $A(1; 2)$ và $B(-3; 4)$. Tính $a + b$.

A

-5.

B

 $-\frac{5}{2}$.

C

 $\frac{5}{2}$.

D

5.

💬 Lời giải.

❖ **Bài 17.** Tìm tọa độ giao điểm của hai đường thẳng $y = 2x - 3$ và $x - y = 1$.

A

 $M(2; 1)$.

B

 $N(4; 3)$.

C

 $P(-3; -4)$.

D

 $Q(4; -3)$.

💬 Lời giải.

Nơi Đầu Có Ý Chỉ Ở Đó Có Con Đường



Luyện mãi thành tài, miệt mài tất giỏi.

✎ **Bài 18.** Tìm phương trình đường thẳng đi qua hai điểm $A(-2; -6)$ và $B(4; 3)$.
Ⓐ $3x - 2y = 6.$ Ⓑ $3x + 2y = -6.$ Ⓒ $2x - y = 5.$ Ⓓ $-3x - 2y = 18.$

💬 **Lời giải.**

✎ **Bài 19.** Biết phương trình $ax^2 - x + b = 0$ có hai nghiệm lần lượt là $x = -2$ và $x = 3$. Tính $a^2 - 3b + 1$.
Ⓐ $-16.$ Ⓑ $-4.$ Ⓒ $20.$ Ⓓ $18.$

💬 **Lời giải.**

✎ **Bài 20.** Một ô tô dự định đi từ A đến B trong một thời gian nhất định. Nếu xe chạy với vận tốc 35 km/h thì đến chậm mất 2 giờ. Nếu xe chạy với vận tốc 50 km/h thì đến sớm hơn 1 giờ. Tính quãng đường AB .
Ⓐ 300 km. Ⓑ 250 km. Ⓒ 320 km. Ⓓ 350 km.

💬 **Lời giải.**

❖ **Bài 21.** Cho hệ phương trình $\begin{cases} x - 2y = -1 \\ 2x - y = -1 \end{cases}$. Khẳng định nào dưới đây là đúng?

- ☐ A Hệ vô nghiệm.
☐ B Hệ vô số nghiệm.
☐ C Hệ có nghiệm $(x; y) = \left(\frac{1}{3}; \frac{1}{3}\right)$.
☐ D Hệ có nghiệm $(x; y) = \left(-\frac{1}{3}; \frac{1}{3}\right)$.

 Lời giải.

❖ **Bài 22.** Cho hệ phương trình sau $\begin{cases} -x + 4y = 6 \\ 3x - 12y = 18 \end{cases}$. Khẳng định nào dưới đây là đúng?

- ☐ A Hệ phương trình vô nghiệm.
☐ B Hệ phương trình vô số nghiệm.
☐ C Hệ phương trình có nghiệm duy nhất.
☐ D Hệ phương trình có nghiệm nguyên.

 **Lời giải.**

❖ **Bài 23.** Cho hệ phương trình $\begin{cases} x + y = 1 \\ 2x - 2y = 5 \end{cases}$. Nghiệm của hệ phương trình là

Luyện mãi thành tài, miệt mài tất giỏi.

- A** $(\frac{7}{4}; \frac{3}{4})$.
- B** $(\frac{7}{4}; -\frac{3}{4})$.
- C** $(-\frac{7}{4}; \frac{3}{4})$.
- D** $(-\frac{3}{4}; \frac{7}{4})$.

Lời giải.

.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	

- ✎ **Bài 24.** Hãy chọn khẳng định **sai** trong các khẳng định dưới đây.
- A** Hai hệ phương trình bậc nhất hai ẩn vô nghiệm thì tương đương với nhau.
- B** Hai hệ phương trình bậc nhất hai ẩn có vô số nghiệm thì tương đương với nhau.
- C** Nếu $\frac{a}{a'} = \frac{b}{b'} = \frac{c}{c'}$ thì hệ phương trình $\begin{cases} ax + by = c \\ a'x + b'y = c' \end{cases}$ có vô số nghiệm.
- D** Nếu $\frac{a}{a'} = \frac{b}{b'} \neq \frac{c}{c'}$ thì hệ phương trình $\begin{cases} ax + by = c \\ a'x + b'y = c' \end{cases}$ vô nghiệm.

Lời giải.

.....	
-------	-------

- ✎ **Bài 25.** Hệ phương trình nào dưới đây có nghiệm $(x; y) = (2; 1)$?
- A** $\begin{cases} x + 2y = 4 \\ 2x - y = 3 \end{cases}$
- B** $\begin{cases} x - y = 3 \\ 3x - 4y = 2 \end{cases}$
- C** $\begin{cases} 7x - 3y = 5 \\ 4x + y = 2 \end{cases}$
- D** $\begin{cases} x + y = 1 \\ x - y = 2 \end{cases}$

Lời giải.

.....	
.....	
.....	
.....	
.....	

- ✎ **Bài 26.** Hệ phương trình $\begin{cases} 7x - 3y = 5 \\ 4x + y = 2 \end{cases}$ có nghiệm $(x; y)$ là
- A** $(\frac{11}{19}; -\frac{6}{19})$.
- B** $(2; 1)$.
- C** $(1; 1)$.
- D** $(\frac{11}{19}; \frac{12}{19})$.

Lời giải.

.....	
.....	
.....	
.....	

⇒ **Bài 27.** Cho hệ phương trình $\begin{cases} x + y = 4 \\ 2x + 2y = m \end{cases}$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

- (A) Hệ phương trình có nghiệm với mọi m .
- (B) Hệ phương trình vô nghiệm khi và chỉ khi $m \neq 8$.
- (C) Hệ phương trình có nghiệm khi và chỉ khi $m > 4$.
- (D) Hệ phương trình có nghiệm duy nhất khi $m \neq 8$.

💬 **Lời giải.**

⇒ **Bài 28.** Cho hệ phương trình $\begin{cases} x + y = 3 \\ 2x + 3y = m \end{cases}$. Khẳng định nào dưới đây là đúng?

- (A) Hệ phương trình vô nghiệm.
- (B) Hệ phương trình có vô số nghiệm.
- (C) Hệ phương trình có nghiệm khi và chỉ khi $m = 3$.
- (D) Với mọi m , hệ phương trình luôn có nghiệm.

💬 **Lời giải.**

⇒ **Bài 29.** Tìm m để hệ phương trình $\begin{cases} 3x + y = m \\ 6x + 2y = 4 \end{cases}$ có vô số nghiệm.

- (A) $m = 0$.
- (B) $m = 1$.
- (C) $m = 2$.
- (D) $m = 3$.

💬 **Lời giải.**

⇒ **Bài 30.** Tìm m để hệ phương trình $\begin{cases} x + my = 1 \\ 2x + 6y = 3 \end{cases}$ vô nghiệm.

- (A) $m = 1$.
- (B) $m = 2$.
- (C) Với mọi m , hệ đã cho luôn vô nghiệm.
- (D) $m = 3$.

💬 **Lời giải.**

⇒ **Bài 31.** Tìm m để hệ phương trình $\begin{cases} 2x + my = 1 \\ 3x + 6y = 3 \end{cases}$ có nghiệm.

- (A) Không tồn tại giá trị của m để hệ phương trình đã cho có nghiệm.
- (B) Với mọi m , phương trình đã cho luôn có nghiệm.
- (C) $m = 4$.

D $m \neq 4$.

Lời giải.

❖ **Bài 32.** Hệ phương trình $\begin{cases} 2x + 5y = 8 \\ 2x - 3y = 0 \end{cases}$ có nghiệm $(x; y)$ là

A $(-1; 1)$.

B $(-5, 6)$.

C $\left(\frac{3}{2}; 1\right)$.

D $\left(1; \frac{3}{2}\right)$.

Lời giải.

❖ **Bài 33.** Cặp số $(2; -3)$ là một nghiệm của hệ phương trình nào sau đây?

A $\begin{cases} 2x - y = 7 \\ x + 2y = -4 \end{cases}$.

B $\begin{cases} \frac{3}{2}x + y = 0 \\ x - y = -1 \end{cases}$.

C $\begin{cases} 0x - 2y = 6 \\ 2x + 0y = 1 \end{cases}$.

D $\begin{cases} 2x + y = 7 \\ x - y = 5 \end{cases}$.

Lời giải.

❖ **Bài 34.** Cặp số $(0; 1)$ là nghiệm của hệ phương trình nào dưới đây?

A $\begin{cases} x + y = 1 \\ 2x + y = 2 \end{cases}$.

B $\begin{cases} x - y = -1 \\ x + 3y = 1 \end{cases}$.

C $\begin{cases} x + 0y = 0 \\ x + y = 3 \end{cases}$.

D $\begin{cases} 3x + 2y = 2 \\ x + y = 1 \end{cases}$.

Lời giải.

↻ Bài 35. Hệ phương trình $\begin{cases} 3x + y = m \\ x + 2y = 2m \end{cases}$ có nghiệm $(0; 2)$ khi m có giá trị bằng bao nhiêu?

A

 $m = 0.$

B

 $m = 1.$

C

 $m = 2.$

D

 $m = 3.$

💬 Lời giải.

↻ Bài 36. Tìm m để cặp số $(3; 0)$ là nghiệm của hệ phương trình $\begin{cases} mx + y = 3 \\ 2x + 3y = 6m. \end{cases}$

A

 $m = 0.$

B

 $m = 1.$

C

 $m = 3.$

D

 $m = 2.$

💬 Lời giải.

↻ Bài 37. Tỉ số của hai số là $3 : 4$. Nếu giảm số lớn đi 100 và tăng số nhỏ thêm 200 thì tỉ số mới là $5 : 3$. Giá trị của số lớn bằng bao nhiêu?

A

 300.

B

 400.

C

 500.

D

 600.

💬 Lời giải.

↻ Bài 38. Một xe tải lớn chở 10 chuyến hàng và một xe nhỏ chở 5 chuyến hàng thì được 60 tấn. Biết rằng 3 chuyến xe lớn chở nhiều hơn 7 chiếc xe nhỏ là 1 tấn. Hỏi xe lớn chở được bao nhiêu tấn hàng một chuyến?

A

 5 tấn.

B

 4 tấn.

C

 7 tấn.

D

 2 tấn.

💬 Lời giải.

Luyện mãi thành tài, miệt mài tất giỏi.

.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	

✎ **Bài 39.** Hai phân xưởng của nhà máy theo kế hoạch phải làm 300 sản phẩm. Nhưng phân xưởng I đã thực hiện 110% kế hoạch, phân xưởng II thực hiện 120% kế hoạch, do đó đã sản xuất được 340 sản phẩm. Số sản phẩm phân xưởng I làm theo kế hoạch là

☐ A 100. ☐ B 200. ☐ C 300. ☐ D 150.

💬 **Lời giải.**

.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	

✎ **Bài 40.** Một trường tổ chức cho học sinh đi tham quan bằng ô tô. Nếu xếp mỗi xe 40 học sinh thì còn thừa 5 học sinh. Nếu xếp mỗi xe 41 học sinh thì xe cuối cùng thừa 3 ghế trống. Hỏi nhà trường đã thuê bao nhiêu xe ô tô?

☐ A 6. ☐ B 7. ☐ C 8. ☐ D 9.

💬 **Lời giải.**

.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	

📁 Dạng 1. Giải hệ phương trình.

- ✔ Giải hệ phương trình bằng phương pháp thế.
- ✔ Giải hệ phương trình bằng phương pháp cộng đại số.
- ✔ Giải hệ bằng phương pháp đặt ẩn phụ.

🔗 Bài 41. Giải các hệ phương trình

$$\text{a) } \begin{cases} 2x + y = 1 \\ 3x + 4y = -1. \end{cases}$$

$$\text{b) } \begin{cases} 5x + 6y = 17 \\ 9x - y = 7. \end{cases}$$

c) $\begin{cases} 2x - 3y = 7 \\ 3x + 2y = 4. \end{cases}$

$$\text{d) } \begin{cases} \frac{1}{2x-1} + \frac{4}{y+5} = 3 \\ \frac{3}{2x-1} - \frac{2}{y+5} = -5. \end{cases}$$

 Lời giải.

✧ Bài 42. Giải các hệ phương trình

$$\text{a) } \begin{cases} 3x - 2y = 9 \\ 2x + y = -1. \end{cases}$$

$$\text{b) } \begin{cases} -x + y = 6 \\ 2x + y = -3. \end{cases}$$

💬 Lời giải.

✧ Bài 43. Giải các hệ phương trình

$$\text{a) } \begin{cases} \frac{-5}{x-1} + \frac{1}{y-1} = 10 \\ \frac{1}{x-1} + \frac{3}{y-1} = -18. \end{cases}$$

$$\text{b) } \begin{cases} \sqrt{x} + 2\sqrt{y-1} = 5 \\ 4\sqrt{x} - \sqrt{y-1} = 2. \end{cases}$$

$$\text{c) } \begin{cases} 2\sqrt{x-2} + \frac{y}{y+3} = 1 \\ 4\sqrt{x-2} - \frac{3y}{y+3} = 7. \end{cases}$$

$$\text{d) } \begin{cases} \frac{2}{x-2} + \frac{1}{y+1} = 3 \\ \frac{3}{x-2} - \frac{2}{y+1} = 8. \end{cases}$$

$$\text{e) } \begin{cases} |x+5| - \frac{2}{\sqrt{y}-2} = 4 \\ |x+5| - \frac{1}{\sqrt{y}-2} = 3. \end{cases}$$

$$\text{f) } \begin{cases} \frac{9}{\sqrt{2x-1}} - \frac{3}{y+1} = 2 \\ \frac{4}{\sqrt{2x-1}} - \frac{1}{y+1} = 1. \end{cases}$$

💬 Lời giải.

Nơi Đâu Có Ý Chí Ở Đó Có Con Đường

Luyện mãi thành tài, miệt mài tất giỏi.

Dạng 2. Giải và biện luận hệ phương trình

Biến đổi từ hệ phương trình về phương trình theo ẩn x hoặc y . Từ đó giải và biện luận phương trình một ẩn.

✧ **Bài 44.** Giải và biện luận hệ phương trình
$$\begin{cases} x - my = 2 \\ mx - 4y = m - 2. \end{cases}$$

 **Lời giải.**

❖ **Bài 45.** Giải và biện luận hệ phương trình $\begin{cases} mx + y = 4 \\ x - my = 1. \end{cases}$

 Lời giải.

✎ Bài 46.

Giải và biện luận hệ phương trình
$$\begin{cases} mx + y = 2m & (1) \\ x + my = m + 1 & (2). \end{cases}$$

💬 Lời giải.

📁

Dạng 3. Xác định tham số để hệ có nghiệm thỏa mãn điều kiện đề bài

✎ Bài 47.

Cho hệ phương trình
$$\begin{cases} ax + y = 1 \\ ax + by = -5 \end{cases} \quad (a, b \text{ là tham số}).$$

Tìm a, b để hệ có nghiệm $(2; -3)$.

💬 Lời giải.

Nơi Đầu Có Ý Chỉ Ở Đó Có Con Đường



.....	
.....	
.....	

✧ **Bài 48.** Cho hệ phương trình $\begin{cases} x = 2 \\ mx + y = m^2 + 3 \end{cases}$ (m là tham số).
Tìm m sao cho hệ có nghiệm thỏa mãn $x + y$ là nhỏ nhất.

💬 Lời giải.

.....	
.....	
.....	
.....	
.....	

✧ **Bài 49.** Cho hệ phương trình $\begin{cases} x + my = 3 \\ mx + y = -3. \end{cases}$
Tìm m để hệ có nghiệm duy nhất $(x; y)$ thỏa mãn $x > 0$?

💬 Lời giải.

.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	

✧ **Bài 50.** Cho hệ phương trình $\begin{cases} 2x + 3y = m \\ 5x - y = 1. \end{cases}$
Tìm m để hệ có nghiệm $(x; y)$ thỏa mãn $x > 0; y < 0$?

💬 Lời giải.

.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	

🔗 **Bài 51.** Cho hệ phương trình $\begin{cases} x + 2y = 3m + 3 & (1) \\ 4x - 3y = m - 10 & (2). \end{cases}$
Tìm m để hệ có nghiệm duy nhất $(x; y)$ thỏa mãn $x^2 + y^2$ đạt giá trị nhỏ nhất?

💬 **Lời giải.**

.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	

1. Giải toán bằng cách lập hệ phương trình

Các bước làm tổng quát.

Bước 1. Lập hệ phương trình.

- ✔ Chọn ẩn (thường là các đại lượng cần tìm) và đặt điều kiện thích hợp cho chúng.
- ✔ Biểu diễn các đại lượng chưa biết theo các ẩn và các đại lượng đã biết.
- ✔ Lập hệ phương trình biểu thị mối quan hệ giữa các đại lượng.

Bước 2. Giải hệ phương trình vừa lập.

Bước 3. Kiểm tra xem các nghiệm của hệ có thỏa mãn điều kiện đặt ra hay không, rồi trả lời yêu cầu bài toán.

📁 **Dạng 4. Toán số học, phần trăm**

- ✔ Biểu diễn của một số tự nhiên. Ví dụ số tự nhiên có 3 chữ số có biểu diễn là $\overline{abc} = 100a + 10b + c$, với điều kiện $a \in \mathbb{N}^*$; $b, c \in \mathbb{N}$; $a, b, c \leq 9$.
- ✔ Phép chia có dư $a = b \cdot q + r$. Trong đó a là số bị chia, b là số chia, q là thương và r là số dư.
- ✔ Phép tính cộng, trừ, nhân, chia với phần trăm.

🔗 **Bài 52.** Tìm số tự nhiên có hai chữ số, biết hiệu giữa chữ số hàng chục và chữ số hàng đơn vị là 5. Nếu lấy số đã cho chia cho số viết theo thứ tự ngược lại ta được thương là 3 và số dư là 13.

💬 **Lời giải.**

.....	
.....	
.....	

Nơi Đầu Có Ý Chỉ Ở Đó Có Con Đường

Luyện mãi thành tài, miệt mài tất giỏi.

.....	
.....	
.....	
.....	

⇨ **Bài 53.** Tìm một số có hai chữ số, biết rằng tổng các chữ số của số đó bằng 9 và viết các chữ số theo thứ tự ngược lại thì được một số bằng $\frac{2}{9}$ số ban đầu.

💬 **Lời giải.**

.....	
.....	
.....	
.....	
.....	

⇨ **Bài 54.** Tháng thứ nhất hai tổ sản xuất được 900 chi tiết máy. Tháng thứ hai tổ một vượt mức 15% và tổ hai vượt mức 10% so với tháng thứ nhất. Vì vậy hai tổ đã sản xuất được 1010 chi tiết máy. Hỏi tháng thứ hai mỗi tổ sản xuất được bao nhiêu chi tiết máy?

💬 **Lời giải.**

.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	

 Dạng 5. Toán năng suất công việc

Năng suất công việc bằng khối lượng công việc chia cho thời gian hoàn thành.

⇨ **Bài 55.** Hai anh em nông dân cùng cày trên một cánh đồng. Mỗi ngày người anh cày hơn người em 10 m² đất. Sau ba ngày làm việc, cả hai anh em cày được 930 m² đất. Hỏi năng suất mỗi người làm trong một ngày là bao nhiêu?

💬 **Lời giải.**

.....	
.....	
.....	

.....	
.....	
.....	
.....	

Dạng 6. Toán chuyển động

- ☑ Công thức vận tốc, quãng đường, thời gian.
 $v = \frac{s}{t}$ hoặc $s = v \cdot t$ hoặc $t = \frac{s}{v}$.
Trong đó v là vận tốc, s là quãng đường, t là thời gian.
- ☑ Các đại lượng phải đổi đơn vị cho phù hợp.

🔗 **Bài 56.** Một khách du lịch đi trên ô tô 5 giờ, sau đó đi tiếp bằng tàu hỏa trong 7 giờ được quãng đường dài 720 km. Hỏi vận tốc của tàu hỏa và ô tô, biết rằng mỗi giờ tàu hỏa đi nhanh hơn ô tô 12 km.

Lời giải.

.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	

🔗 **Bài 57.** Một ca nô chạy xuôi dòng sông 108 km rồi chạy ngược dòng 63 km hết tất cả 7 giờ. Một lần khác, ca nô này chạy xuôi dòng 81 km rồi ngược dòng 84 km cũng hết 7 giờ. Hãy tính vận tốc thật của ca nô và vận tốc của dòng nước (vận tốc thật của ca nô và vận tốc dòng nước ở hai lần là như nhau).

Lời giải.

.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	

Nơi Đầu Có Ý Chí Ở Đó Có Con Đường



Dạng 7. Toán có các yếu tố hình học

Công thức tính chu vi, diện tích của tam giác, hình thang, hình bình hành, hình chữ nhật, hình thoi, hình vuông.

✎ **Bài 58.** Một hình thang có diện tích 96 cm^2 , chiều cao bằng 8 cm . Tính độ dài các đáy của hình thang, biết rằng chúng hơn kém nhau 10 cm .

💬 **Lời giải.**

.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	

✎ **Bài 59.** Một khu vườn có chu vi là 40 m . Nếu tăng chiều dài thêm 3 m và tăng chiều rộng thêm 2 m thì diện tích tăng thêm 53 m^2 . Tìm kích thước của khu vườn.

💬 **Lời giải.**

.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	



Dạng 8. Toán làm chung làm riêng

- ✔ Dạng này có 3 đại lượng cần quan tâm là toàn bộ công việc, thời gian làm hết công việc đó, phần việc làm được trong một đơn vị thời gian.
- ✔ Xem toàn bộ công việc là 1.
- ✔ Nếu một đội làm xong công việc trong x ngày thì một ngày đội đó làm được $\frac{1}{x}$ công việc.

✎ **Bài 60.** Hai vòi nước cùng chảy vào một bể cạn thì sau $1\text{ giờ }12\text{ phút}$ bể sẽ đầy. Nếu mở vòi thứ nhất trong 12 phút và vòi thứ hai trong 15 phút thì được $\frac{11}{60}$ bể. Hỏi nếu mỗi vòi chảy một mình thì sau bao lâu mới đầy bể?

💬 **Lời giải.**

.....	
.....	

❖ **Bài 61.** Để hoàn thành một công việc, hai tổ phải làm chung trong 6 giờ. Sau 2 giờ làm chung thì tổ hai được điều đi làm việc khác, tổ một hoàn thành công việc còn lại trong 10 giờ. Hỏi nếu mỗi tổ làm riêng thì sau bao lâu sẽ làm xong công việc đó?

 **Lời giải.**

📁 Dạng 9. Các dạng khác

Dang ứng dụng thêm kiến thức thực tế, hiểu biết đời sống.

❖ **Bài 62.** Bạn Trâm có 4 tờ 200000 đồng, 1 tờ 50000 đồng và 4 tờ 10000 đồng. Trâm muốn đổi lấy 25 tờ gồm hai loại 50000 đồng và 20000 đồng. Hỏi bạn Trâm có thể đạt được ý muốn hay không?

 Lời giải.

Luyện mãi thành tài, miệt mài tất giỏi.

✎ **Bài 63.** Có 54 con vừa gà vừa mèo. Tất cả có 154 chân. Hỏi có bao nhiêu con gà, bao nhiêu con mèo?

💬 **Lời giải.**

2. Một số bài toán nâng cao

 **Dạng 10.** Giải hệ n phương trình bậc nhất n ẩn với $n = 3, n = 4$
Dùng phương pháp thế hoặc cộng đại số để khử bớt ẩn.

✎ **Bài 64.** Giải các hệ phương trình sau:

a)
$$\begin{cases} x + y + z = 11 \\ 2x - y + z = 5 \\ 3x + 2y + z = 14. \end{cases}$$

b)
$$\begin{cases} x + y + z + t = 4 \\ x + y - z - t = 8 \\ x - y + z - t = 12 \\ x - y - z + t = 16. \end{cases}$$

💬 **Lời giải.**

Dang 11. Giải toán bằng cách lập hệ phương trình

Phân tích kĩ từng ý và áp dụng các bước làm tổng quát.

❖ **Bài 65.** Lúc 7 giờ, An khởi hành từ A để đến gặp Bích tại B lúc 9 giờ 30 phút. Nhưng đến 9 giờ, An được biết Bích bắt đầu đi từ B để đến C (không nằm trên quãng đường AB) với vận tốc bằng 3,25 lần vận tốc của An. Ngay lúc đó An tăng thêm vận tốc 1 km/h và khi tới B, An đã đi theo đường tắt đến C chỉ dài bằng $\frac{1}{3}$ quãng đường mà Bích đi từ B đến C, do đó An và Bích đến C cùng một lúc. Nếu Bích cũng đi theo đường tắt như An thì Bích đến B trước An là 2 giờ. Tính vận tốc lúc đầu của An.

 Lời giải.

Nơi Đâu Có Ý Chí Ở Đó Có Con Đường

A Đề số 1 (Dành cho học sinh đại trà)

🔗 Bài 1. Giải các hệ phương trình sau

$$\text{a) } \begin{cases} 2x - y = -5 \\ 5x + y = -9 \end{cases};$$

$$\text{b) } \begin{cases} 3\sqrt{5}x - 4y = 15 - 2\sqrt{7} \\ -2\sqrt{5}x + 8\sqrt{7}y = 18 \end{cases}.$$

 **Lời giải.**

Luyện mãi thành tài, miệt mài tất giỏi.

🔗 **Bài 2.** Tìm m để hệ phương trình sau vô nghiệm

$$\begin{cases} mx + 2y = -2 \\ 3x - y = 5 \end{cases}.$$

 **Lời giải.**

❖ **Bài 3.** Một trường chuyên tuyển 70 học sinh vào hai lớp 10 Toán và lớp 10 Tin. Biết rằng nếu chuyển 5 học sinh của lớp 10 Toán sang lớp 10 Tin thì số học sinh của hai lớp bằng nhau. Tính số học sinh ban đầu của mỗi lớp.

 **Lời giải.**

🔷 **Bài 4.** Tìm $a, b \in \mathbb{R}$ để đường thẳng $y = ax + b$ (d) đi qua hai điểm $A(2; 2), B(-1; 5)$.

 **Lời giải.**

B Đề số 2 (Dành cho học sinh giỏi)

🔗 Bài 1. Giải các hệ phương trình sau

$$\text{a) } \begin{cases} \frac{3}{2x-y} - \frac{6}{x+y} = -1 \\ \frac{1}{2x-y} - \frac{1}{x+y} = 0 \end{cases};$$

$$\text{b) } \begin{cases} \frac{xy}{4x+3y} = \frac{4}{11} \\ \frac{xy}{2x+y} = \frac{4}{5} \end{cases}.$$

 **Lời giải.**

🔗 Bài 2. Giải và biện luận hệ phương trình theo tham số m

$$\begin{cases} -2mx + y = 5 \\ mx + 3y = 1 \end{cases}.$$

 **Lời giải.**

❖ **Bài 3.** Hai vòi nước cùng chảy vào một bể cạn thì sau 12 giờ sẽ đầy bể. Nếu cho vòi thứ nhất chảy trong 4 giờ rồi khóa vòi thứ nhất lại, cho vòi thứ hai chảy trong 6 giờ nữa thì được $\frac{2}{5}$ bể. Hỏi nếu chảy riêng thì mỗi vòi chảy trong bao lâu sẽ đầy bể?

 Lời giải.

🔗 **Bài 4.** Tìm nghiệm nguyên của phương trình $2x + 3y = 21$.

 **Lời giải.**

Chương 4

HÀM SỐ $Y = AX^2$ ($A \neq 0$) - PHƯƠNG TRÌNH BẬC HAI MỘT ẢN

Bài 1

HÀM SỐ VÀ ĐỒ THỊ HÀM SỐ $Y = AX^2$ ($A \neq 0$)

A Nền tảng kiến thức

1. Hàm số $y = ax^2$ ($a \neq 0$)

- a) Tập xác định: Hàm số $y = ax^2$ ($a \neq 0$) xác định với mọi $x \in \mathbb{R}$.
- b) Tính đồng biến và nghịch biến:
 - ☑ Nếu $a > 0$ thì hàm số đồng biến với mọi $x > 0$ và nghịch biến với mọi $x < 0$.
 - ☑ Nếu $a < 0$ thì hàm số nghịch biến với mọi $x > 0$ và đồng biến với mọi $x < 0$.
- c) Miền giá trị:
 - ☑ Nếu $a > 0$ thì $y \geq 0$ với mọi x . Khi đó $\min y = 0 \Leftrightarrow x = 0$.
 - ☑ Nếu $a < 0$ thì $y \leq 0$ với mọi x . Khi đó $\max y = 0 \Leftrightarrow x = 0$.

2. Đồ thị của hàm số $y = ax^2$ ($a \neq 0$)

Đồ thị của hàm số $y = ax^2$ ($a \neq 0$) là một đường parabol đi qua gốc tọa độ và nhận Oy làm trục đối xứng. Gốc tọa độ O là đỉnh của parabol.

- ☑ Nếu $a > 0$ thì đồ thị nằm phía trên trục hoành, O là điểm thấp nhất của đồ thị.
- ☑ Nếu $a < 0$ thì đồ thị nằm phía dưới trục hoành, O là điểm cao nhất của đồ thị.

B Áp dụng giải toán

Dạng 1. Vẽ đồ thị hàm số $y = ax^2$

Để vẽ đồ thị hàm số $y = ax^2$, ta thực hiện các bước sau

Bước 1: Lập bảng giá trị (nên lấy ít nhất 5 giá trị).

Bước 2: Đồ thị hàm bậc số có dạng parabol nằm phía trên trục hoành nếu $a > 0$ và nằm phía

dưới trục hoành nếu $a < 0$, đồng thời đi qua các điểm thuộc bảng giá trị.

Bước 3: Vẽ đồ thị.

💡 **Ví dụ 1.** Vẽ đồ thị hàm số $y = x^2$.

💬 **Lời giải.**

.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	

 **Dạng 2. Tính giá trị của hàm số**

Để tính $f(x_0)$, ta thay $x = x_0$ vào $f(x)$.

💡 **Ví dụ 1.** Cho hàm số $y = f(x) = 4x^2$. Hãy tính $f(1)$, $f(-1)$, $f(2)$, $f(-2)$, $f(0)$.

💬 **Lời giải.**

.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	

💡 **Ví dụ 2.** Cho hàm số $y = f(x) = -\frac{1}{2}x^2$ có đồ thị (C) . Trong các điểm $A(2; -2)$, $B(1; 0)$, $C(-1; -\frac{1}{2})$, điểm nào thuộc đồ thị (C) , điểm nào không thuộc? Vì sao?

💬 **Lời giải.**

Nơi Đầu Có Ý Chỉ Ở Đó Có Con Đường

.....	
.....	
.....	
.....	

⚠ Lưu ý: Điểm $M(x_0; y_0)$ thuộc đồ thị hàm số $(C): y = f(x)$ khi và chỉ khi tọa độ điểm M thỏa mãn $y_0 = f(x_0)$.

🔗 **Ví dụ 3.** Tìm điểm thuộc đồ thị hàm số $(C): y = 5x^2$ biết

- a) Điểm đó có hoành độ bằng -2 .
- b) Điểm đó có tung độ bằng 5 .

💬 **Lời giải.**

.....	
.....	
.....	

🔗 **Ví dụ 4.** Tìm m để điểm $M(m; 2m)$ sau thuộc đồ thị hàm số $y = f(x) = -2x^2$.

💬 **Lời giải.**

.....	
.....	
.....	
.....	

📁 Dạng 3. Xác định hàm số bậc hai thỏa mãn tính chất cho trước.

Hàm số $y = f(x)$ có đồ thị là (P) . Điểm $M(x_0; y_0) \in (P) \Leftrightarrow y_0 = f(x_0)$.

🔗 **Ví dụ 1.** Xác định hàm số bậc hai $y = ax^2$. Biết đồ thị đi qua điểm $A(10; 30)$.

💬 **Lời giải.**

.....	
.....	
.....	

📁 Dạng 4. Tính biến thiên của hàm số $y = ax^2$.

Dựa vào tính chất của hàm số $y = ax^2 (a \neq 0)$.

- ☑ Nếu $a > 0$ thì hàm số nghịch biến khi $x < 0$ và đồng biến khi $x > 0$.
- ☑ Nếu $a < 0$ thì hàm số nghịch biến khi $x > 0$ và đồng biến khi $x < 0$.

🔗 **Ví dụ 1.** Cho hàm số $y = (2m + 1)x^2 (m \neq -\frac{1}{2})$. Tìm m để

- a) Hàm số đồng biến với mọi $x > 0$.
- b) Hàm số đồng biến với mọi $x < 0$.

💬 **Lời giải.**

.....	
.....	
.....	
.....	

🔗 **Ví dụ 2.** Cho hàm số $y = -\frac{1}{4}x^2$. Tìm giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số khi $0 \leq x \leq 3$.

💬 **Lời giải.**

.....	
.....	
.....	
.....	
.....	

📁 **Dạng 5. Tương giao giữa parabol và đường thẳng.**

Để tìm tọa độ giao điểm của (P) và (d) , ta tiến hành làm các bước như sau:

Bước 1: Tìm phương trình hoành độ giao điểm.

$$ax^2 = mx + n \tag{4.1}$$

Bước 2: Tìm số giao điểm

- 👉 Nếu (4.1) vô nghiệm thì (d) không cắt (P) .
- 👉 Nếu (4.1) có 2 nghiệm thì phân biệt thì (d) cắt (P) tại 2 điểm phân biệt.
- 👉 Nếu (4.1) có nghiệm kép nghiệm thì (d) tiếp xúc (P) tại 1 điểm.

Bước 3: Nếu phương trình (4.1) có nghiệm x_i thì suy ra tung độ giao điểm là $y_i = ax_i^2$ hoặc $y_i = mx_i + n$.

Bước 4: Kết luận.

🔗 **Ví dụ 1.** Cho parabol $(P): y = x^2$ và đường thẳng $(d): y = -x + 2$.

- a) Tìm tọa độ giao điểm A, B ($x_A > x_B$) của (d) và (P) .
- b) Tính diện tích tam giác OAB .

💬 **Lời giải.**

Nơi Đầu Có Ý Chí Ở Đó Có Con Đường

Luyện mãi thành tài, miệt mài tất giỏi.

C

Luyện tập

✎ **Bài 1.** Cho hàm số $y = ax^2$ có đồ thị hàm số (P) .

- a) Xác định a biết (P) đi qua điểm $A(1; -2)$.
- b) Vẽ đồ thị (P) .
- c) Tìm điểm thuộc (P) có hoành độ bằng 2.
- d) Tìm điểm thuộc (P) có tung độ bằng -4 .

🗨️ Lời giải.

🔗 **Bài 2.** Cho $y = (2m - 3)x^2$ với $2m - 3 \neq 0$.

- Tìm m để hàm số đồng biến khi $x > 0$.
- Tìm m để hàm số nghịch biến khi $x > 0$.

 Lời giải.

🔗 **Bài 3.** Cho hàm số $y = 2x^2$. Hãy tìm

- a) Giá trị lớn nhất của hàm số trên đoạn $[-4; -2]$.
b) Giá trị lớn nhỏ của hàm số trên đoạn $[1; 3]$.

 **Lời giải.**

b) Tìm tọa độ giao điểm của (P) và (d) .

Luyện mãi thành tài, miệt mài tất giỏi.

D

Thử thách

✧ **Bài 5.** Cho hàm số $y = x^2 - 2x + 3$. Tìm giá trị lớn nhất của hàm số trên đoạn $[1; 5]$.

💬 Lời giải.

.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	

✧ **Bài 6.** Cho hàm số $y = 2x^2 - 8x + 9$. Tìm giá trị lớn nhất của hàm số trên đoạn $[0; 5]$.

💬 Lời giải.

.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	

✧ **Bài 7.** Trên parabol $(P): y = x^2$, ta lấy hai điểm $A(-1; 1)$ và $B(3; 9)$. Xác định điểm C trên cung nhỏ AB của (P) sao cho diện tích tam giác ABC lớn nhất.

💬 Lời giải.

.....	
.....	
.....	
.....	
.....	

Nơi Đầu Có Ý Chỉ Ở Đó Có Con Đường

Luyện mãi thành tài, miệt mài tất giỏi.

Bài 2

PHƯƠNG TRÌNH BẬC HAI MỘT ẨN VÀ CÔNG THỨC NGHIỆM

A Tóm tắt lí thuyết

1. Định nghĩa

Phương trình bậc hai một ẩn là phương trình có dạng

$$ax^2 + bx + c = 0,$$
(1)

trong đó x là ẩn; a, b, c là các số cho trước gọi là hệ số và $a \neq 0$.

Nhận xét. Phương trình (1) tương đương với phương trình

$$a \left[\left(x + \frac{b}{2a} \right)^2 - \frac{b^2 - 4ac}{4a^2} \right] = 0.$$
(2)

2. Giải phương trình bậc hai

Để tìm nghiệm của phương trình (1) ta dựa vào biệt số $\Delta = b^2 - 4ac$.

- ☑ Nếu $\Delta < 0$ thì phương trình (1) vô nghiệm.
- ☑ Nếu $\Delta = 0$ thì phương trình (1) có nghiệm kép $x_1 = x_2 = -\frac{b}{2a}$.
- ☑ Nếu $\Delta > 0$ thì phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt

$$x_1 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a}; x_2 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a}.$$

Đặc biệt: Nếu $b = 2b'$ thì ta có $\Delta' = (b')^2 - ac$. Khi đó

- ☑ Nếu $\Delta' < 0$ thì phương trình (1) vô nghiệm.
- ☑ Nếu $\Delta' = 0$ thì phương trình (1) có nghiệm kép $x_1 = x_2 = -\frac{b'}{a}$.
- ☑ Nếu $\Delta' > 0$ thì phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt

$$x_1 = \frac{-b' + \sqrt{\Delta'}}{a}; x_2 = \frac{-b' - \sqrt{\Delta'}}{a}.$$

Nhận xét. Nếu $ac < 0$ thì $\Delta > 0$, do đó phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt. Hơn nữa, hai nghiệm đó trái dấu.

B **Áp dụng giải toán**

Dạng 1. Giải phương trình bậc hai

Biến đổi phương trình về dạng (1), xác định các hệ số a, b, c rồi lập biệt số $\Delta = b^2 - 4ac$ (hoặc $\Delta' = (b')^2 - ac$). Từ đó tìm được nghiệm (nếu có) của phương trình.

Chú ý. Trong một vài trường hợp cụ thể (ví dụ như hệ số $b = 0$) thì ta thường sử dụng cách phân tích thành nhân tử hoặc sử dụng công thức (2) để giải. Mời các bạn theo dõi ví dụ 1 và ví dụ 2 dưới đây.

🔗 **Ví dụ 1.** Giải các phương trình sau

a) $4x^2 - 9 = 0.$

b) $-2x^2 + 50 = 0.$

c) $3x^2 + 11 = 0.$

Lời giải.

.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	

🔗 **Ví dụ 2.** Giải các phương trình sau

a) $x(x - 2) + 4x - 8 = 0.$

b) $x^2 - 4x + 2 = 0.$

c) $2x^2 + 5x = 1.$

Lời giải.

.....	
.....	
.....	
.....	

Nơi Đầu Có Ý Chỉ Ở Đó Có Con Đường

[illegible][illegible]

🔗 **Ví dụ 3.** Giải các phương trình sau

a) $(2 - \sqrt{5})x^2 - x + (\sqrt{5} - 1) = 0.$

b) $\sqrt{2}x^2 + 4\sqrt{3}x - 2\sqrt{2} = 0$.

 Lời giải.

This image shows a full page of white paper with horizontal blue dotted lines. The lines are evenly spaced and run across the width of the page, providing a guide for handwriting practice. There are no margins or other markings on the paper.[illegible]

b) $0,4x^2 - 7x + 30 = 0$.

 **Lời giải.**

 **Lời giải.**

🔗 **Ví dụ 2.** Giải và biện luận phương trình (x là ẩn, m là tham số) sau

$$mx^2 - 2(m-1)x + m + 1 = 0 \quad (1)$$

 Lời giải.

🔗 **Ví dụ 3.** Giải và biện luận phương trình (m là tham số) sau

$$\frac{m}{x-1} + \frac{1}{x-m} = 2. \quad (1)$$

 **Lời giải.**

Nơi Đầu Có Ý Chí Ở Đó Có Con Đường

Luyện tập

🔗 Bài 1. Giải các phương trình

a) $5x^2 - 7x - 6 = 0$.

b) $x^2 + 2x - 1 = 0$.

c) $2x^2 + 5x + 1 = 0$.

d) $2x^2 - (2\sqrt{6} + 3)x + 3\sqrt{6} = 0.$

 **Lời giải.**

Luyện mãi thành tài, miệt mài tất giỏi.

🔗 Bài 2. Cho phương trình (m là tham số)

$$mx^2 - (2m+1)x + (m+1) = 0. \quad (1)$$

a) Giải phương trình (1) với $m = -\frac{3}{5}$.

b) Chứng minh rằng phương trình (1) luôn luôn có nghiệm với mọi giá trị của m .

c) Tìm giá trị của m để phương trình (1) có một nghiệm lớn hơn 2.

 **Lời giải.**

❖ **Bài 3.** Giải và biện luận phương trình (x là ẩn, m là tham số) sau

$$(m-3)x^2 - 2mx + m - 6 = 0. \quad (1)$$

 **Lời giải.**

Luyện mãi thành tài, miệt mài tất giỏi.

.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	

✧ **Bài 4.** Cho phương trình (x là ẩn, m là tham số) sau

$$(m^2 - 4)x^2 + 2(m + 2)x + 1 = 0 \tag{1}$$

- a) Tìm m để phương trình (1) có nghiệm.
- b) Tìm m để phương trình (1) có nghiệm duy nhất.

💬 **Lời giải.**

.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	

✧ **Bài 5.** Cho $a^2 + b^2 > 0$. Chứng minh rằng phương trình sau đây luôn có nghiệm

$$\frac{a^2}{x} + \frac{b^2}{x - 1} = 1. \tag{1}$$

💬 **Lời giải.**

.....	
.....	
.....	

Thử thách

🔗 **Bài 6.** Giải và biện luận theo tham số m phương trình sau

$$\frac{m-1}{mx-1} + \frac{2}{x^2-1} = \frac{m+5}{(1-mx)(x^2-1)}. \quad (1)$$

 **Lời giải.**

Bài 7. Giải và biện luận phương trình (m là tham số)

$$(2m^2 - 3m - 2)x^2 + (m^2 + 7m + 2)x - m^2 - 2m = 0. \quad (1)$$

 **Lời giải.**

🔗 Bài 8. Cho hai phương trình

$$2x^2 + (3m + 1)x - 9 = 0, \quad (1)$$

$$6x^2 + (7m - 1)x - 19 = 0. \quad (2)$$

Với giá trị nào của tham số m thì hai phương trình (1) và (2) có nghiệm chung? Tìm các nghiệm chung đó.

 **Lời giải.**

🔗 **Bài 9.** Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = 5x^2 - 4x + 1$.

 **Lời giải.**

Chú ý. Phương pháp giải ở bài tập 9 gọi là *phương pháp miền giá trị của hàm số*. Để tìm được miền giá trị này, ta sử dụng điều kiện có nghiệm của phương trình bậc hai là $\Delta \geq 0$. Sau đây là một vài bài tập khác có thể sử dụng phương pháp miền giá trị của hàm số để giải.

❖ **Bài 10.** Tìm giá trị nhỏ nhất, giá trị lớn nhất của biểu thức $Q = \frac{4x - 3}{x^2 + 1}$.

 **Lời giải.**

❖ **Bài 11.** Tìm giá trị nhỏ nhất, giá trị lớn nhất của biểu thức $M = \frac{x^2 + 2x - 1}{x^2 - 2x + 3}$.

 **Lời giải.**

Bài 3

HỆ THỨC VI-ÉT VÀ ỨNG DỤNG

A Tóm tắt lý thuyết

1. Hệ thức Vi-ét

Phương trình bậc hai tổng quát $ax^2 + bx + c = 0$ ($a \neq 0$). (1)

Nếu phương trình (1) có hai nghiệm x_1, x_2 thì
$$\begin{cases} S = x_1 + x_2 = -\frac{b}{a} \\ P = x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a} \end{cases}$$

Đảo lại nếu hai số x_1, x_2 thỏa mãn $\begin{cases} S = x_1 + x_2 \\ P = x_1 x_2 \end{cases}$ thì x_1, x_2 là nghiệm của phương trình $x^2 - Sx + P = 0$ (điều kiện $S^2 - 4P \geq 0$).

Các hệ thức liên hệ giữa hai nghiệm thường được vận dụng để giải toán.

a) $x_1^2 + x_2^2 = (x_1 + x_2)^2 - 2x_1x_2$.

b) $x_1^3 + x_2^3 = (x_1 + x_2)^3 - 3x_1x_2(x_1 + x_2)$.

c) $x_1^4 + x_2^4 = (x_1^2 + x_2^2)^2 - 2x_1^2x_2^2 = [(x_1 + x_2)^2 - 2x_1x_2]^2 - 2x_1^2x_2^2$.

d) $|x_1 - x_2| = \sqrt{(x_1 - x_2)^2} = \sqrt{(x_1 + x_2)^2 - 4x_1x_2}$.

e) $\frac{x_1}{x_2} + \frac{x_2}{x_1} = \frac{x_1^2 + x_2^2}{x_1x_2} = \frac{(x_1 + x_2)^2 - 2x_1x_2}{x_1x_2}$ với $x_1, x_2 \neq 0$.

f) $\frac{1}{x_1^2} + \frac{1}{x_2^2} = \frac{x_1^2 + x_2^2}{x_1^2x_2^2} = \frac{(x_1 + x_2)^2 - 2x_1x_2}{(x_1x_2)^2}$ với $x_1, x_2 \neq 0$

g) $(x_1 - x_2)^2 = (x_1 + x_2)^2 - 4x_1x_2$.

B Áp dụng giải toán

Dạng 1. Tính giá trị biểu thức đối xứng giữa các nghiệm

Biểu thức đối xứng giữa các nghiệm x_1 và x_2 của phương trình $ax^2 + bx + c = 0$ là biểu thức có giá trị không thay đổi khi ta hoán vị x_1 và x_2 .

Ta có thể biểu thị được các biểu thức đối xứng giữa các nghiệm x_1 và x_2 theo S và P , ví dụ như

☑ $x_1^2 + x_2^2 = (x_1 + x_2)^2 - 2x_1x_2 = S^2 - 2P$.

$$\textcircled{C} \quad \frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = \frac{x_1 + x_2}{x_1 x_2} = \frac{S}{P} \text{ với } x_1, x_2 \neq 0$$

$$\textcircled{C} \quad x_1^3 + x_2^3 = (x_1 + x_2)^3 - 3x_1 x_2 (x_1 + x_2) = S^3 - 3SP \text{ với } x_1, x_2 \neq 0$$

$$\textcircled{C} \quad \frac{1}{x_1^2} + \frac{1}{x_2^2} = \frac{x_1^2 + x_2^2}{x_1^2 x_2^2} = \frac{S^2 - P}{P^2}.$$

❖ **Ví dụ 1.** Giả sử phương trình $ax^2 + bx + c = 0$.

a) $-x_1$ và $-x_2$.

b) $2x_1$ và $2x_2$.

c) x_1^2 và x_2^2 .

d) $x_1 + x_2$ và $x_1 x_2$.

e) $\frac{1}{x_1}$ và $\frac{1}{x_2}$.

Lời giải.

Giả sử phương trình $ax^2 + bx + c = 0$ có hai nghiệm x_1, x_2 ta có

$$\begin{cases} S = x_1 + x_2 = -\frac{b}{a} \\ P = x_1 x_2 = \frac{c}{a} \end{cases}$$

a) Ta có
$$\begin{cases} (-x_1) + (-x_2) = -S \\ (-x_1)(-x_2) = P. \end{cases}$$

Do đó $-x_1$ và $-x_2$ là nghiệm của phương trình $X^2 - SX + P = 0$.

b) Ta có
$$\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 = 2S \\ 2x_1 2x_2 = 4P. \end{cases}$$

Do đó $2x_1$ và $2x_2$ là nghiệm của phương trình $X^2 - 2SX + 4P = 0$.

c) Ta có
$$\begin{cases} x_1^2 + x_2^2 = S^2 - 2P \\ x_1^2 \cdot x_2^2 = P^2. \end{cases}$$

Do đó x_1^2 và x_2^2 là nghiệm của phương trình $X^2 - (S^2 - 2P)X + P^2 = 0$.

d) Ta có
$$\begin{cases} (x_1 + x_2) + x_1 x_2 = S + P \\ (x_1 + x_2) \cdot x_1 x_2 = S \cdot P. \end{cases}$$

Do đó $x_1 + x_2$ và $x_1 x_2$ là nghiệm của phương trình $X^2 - (S + P)X + S \cdot P = 0$.

e) Ta có
$$\begin{cases} \frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = \frac{S}{P} \\ \frac{1}{x_1} \cdot \frac{1}{x_2} = \frac{1}{P}. \end{cases}$$

Do đó $\frac{1}{x_1}$ và $\frac{1}{x_2}$ là nghiệm của phương trình $X^2 - \frac{S}{P}X + \frac{1}{P} = 0$.

Chọn đáp án **C**



Dạng 2. Tìm giá trị của tham số khi biết hệ đối xứng giữa các nghiệm

- ☑ Ta tìm điều kiện cho tham số để phương trình đã cho có hai nghiệm x_1, x_2 (thường là $a \neq 0$ và $\Delta \geq 0$).
- ☑ Từ biểu thức nghiệm đã cho, áp dụng hệ thức Vi-ét để giải phương trình (có ẩn là tham số).
- ☑ Đối chiếu với điều kiện xác định của tham số rồi sau đó xác định giá trị cần tìm.

🔗 **Ví dụ 1.** Cho phương trình $x^2 - 5x + m = 0$ (m là tham số).

- a) Giải phương trình trên khi $m = 6$.
- b) Tìm m để phương trình có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn $|x_1 - x_2| = 3$.

Lời giải.

a) Với $m = 6$, ta có phương trình $x^2 - 5x + 6 = 0$.
 $\Delta = 25 - 4 \cdot 6 = 1$. Suy ra phương trình có hai nghiệm $x_1 = 3; x_2 = 2$.

b) Ta có $\Delta = 25 - 4 \cdot m$.

Để phương trình đã cho có nghiệm thì $\Delta \geq 0 \Leftrightarrow m \leq \frac{25}{4}$ (*)

Theo hệ thức Vi-ét, ta có $x_1 + x_2 = 5$ (1)

$$x_1 x_2 = m \quad (2)$$

Mặt khác theo đề bài ta có $|x_1 - x_2| = 3$. (3)

$$\text{Từ (1) và (3) suy ra } |x_1 - 5 + x_1| = 3 \Leftrightarrow |2x_1 - 5| = 3 \Leftrightarrow \begin{cases} 2x_1 - 5 = 3 \\ 2x_1 - 5 = -3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 = 4 \\ x_1 = 1. \end{cases}$$

Suy ra $x_1 = 4; x_2 = 1$ hoặc $x_1 = 1; x_2 = 4$. (4)

Từ (2) và (4) suy ra $m = 4$. Thử lại thì thỏa mãn.

Vậy với $m = 4$ thỏa yêu cầu bài toán.

□

🔗 **Ví dụ 2.** Giải phương trình $x^2 - 2(m - 1)x - m - 3 = 0$ (1) (với m là tham số).

- a) Giải phương trình với $m = -3$.
- b) Với giá trị nào của m thì phương trình (1) có các nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn $x_1^2 + x_2^2 = 10$.

Lời giải.

a) Với $m = -3$ ta có phương trình $x^2 + 8x = 0 \Leftrightarrow x(x + 8) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = -8. \end{cases}$

b) Phương trình (1) có 2 nghiệm phân biệt khi

$$\Delta' \geq 0 \Leftrightarrow (m - 1)^2 + (m + 3) \geq 0 \Leftrightarrow m^2 - 2m + 1 + m + 3 \geq 0$$

$$\Leftrightarrow m^2 - m + 4 \geq 0$$

$$\Leftrightarrow \left(m - \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{15}{4} > 0 \text{ đúng với mọi } m$$

Vậy chứng tỏ phương trình có 2 nghiệm phân biệt với mọi m .

Theo hệ thức Vi-ét ta có $\begin{cases} x_1 + x_2 = 2(m-1) & (1) \\ x_1 x_2 = -m-3 & (2). \end{cases}$

Ta có

$$\begin{aligned} x_1^2 + x_2^2 = 10 &\Leftrightarrow (x_1 + x_2)^2 - 2x_1 x_2 = 10 \\ &\Leftrightarrow 4(m-1)^2 + 2(m+3) = 10 \\ &\Leftrightarrow 4m^2 - 6m + 10 = 10 \\ &\Leftrightarrow 2m(2m-3) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 0 \\ m = \frac{3}{2}. \end{cases} \end{aligned}$$

□

Vậy với $m = 0$ hoặc $m = \frac{3}{2}$ thỏa yêu cầu bài toán.

Dạng 3. Tìm hai số khi biết tổng và tích của chúng

Cho hai số x, y biết $x + y = S$; $x \cdot y = P$ thì x, y là hai nghiệm của phương trình bậc hai $X^2 - S \cdot X + P = 0$ (điều kiện của hai số đó là $S^2 - 4P \geq 0$).

❖ Ví dụ 1. Tìm hai số a, b biết tổng $S = a + b = -3$ và tích $P = ab = -4$.

Lời giải.

Vì $a + b = -3$ và $ab = -4$ nên a, b là nghiệm của phương trình $x^2 + 3x - 4 = 0$.

Giải phương trình trên ta được $x_1 = 1$ và $x_2 = -4$.

Vậy nếu $a = 1$ thì $b = -4$, nếu $a = -4$ thì $b = 1$.

□

Dạng 4. Tìm hệ thức độc lập giữa các nghiệm không phụ thuộc vào tham số

🔍 Bước 1: Tìm điều kiện của m để phương trình có hai nghiệm x_1, x_2 khi và chỉ khi

$$\begin{cases} a \neq 0 \\ \Delta \geq 0. \end{cases}$$

🔍 Bước 2: Áp dụng định lí Vi-et, ta được

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = f(m) \\ x_1 x_2 = g(m). \end{cases}$$

(I)

🔍 Bước 3: Khử m từ hệ (I) ta được hệ thức cần tìm.

❖ Ví dụ 1. Cho phương trình $(m-1)x^2 - 2(m-4)x + m-5 = 0$. Tìm hệ thức liên hệ giữa các nghiệm của phương trình không phụ thuộc m .

Lời giải.

Điều kiện của m để phương trình có hai nghiệm x_1, x_2 là

$$\begin{cases} a \neq 0 \\ \Delta' \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m-1 \neq 0 \\ 2m-11 \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow 1 \neq m \leq \frac{11}{2}.$$

Khi đó phương trình có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = \frac{2(m-4)}{m-1} \\ x_1 \cdot x_2 = \frac{m-5}{m-1} \end{cases}$$

(I)

Khử m từ hệ (I) ta được $2(x_1 + x_2) - 3x_1x_2 = 1$. Vậy đây là hệ thức cần tìm. □

Ví dụ 2. Cho phương trình $x^2 - 2(m-1)x - m - 3 = 0$

(1)

- Giải phương trình với $m = -3$.
- Tìm hệ thức liên hệ giữa các nghiệm không phụ thuộc vào giá trị của m .

Lời giải.

- Với $m = -3$ ta có phương trình $x^2 + 8x = 0 \Leftrightarrow x(x+8) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = -8 \end{cases}$.
- Phương trình (1) có 2 nghiệm khi và chỉ khi
 $\Delta' \geq 0 \Leftrightarrow (m-1)^2 + (m+3) \geq 0 \Leftrightarrow m^2 - 2m + 1 + m + 3 \geq 0$
 $\Leftrightarrow m^2 - m + 4 \geq 0$
 $\Leftrightarrow \left(m - \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{15}{4} \geq 0$ đúng với mọi m .

Chúng tỏ phương trình có 2 nghiệm phân biệt với mọi m .

Theo hệ thức Vi-et ta có $\begin{cases} x_1 + x_2 = 2(m-1) & (1) \\ x_1x_2 = -m-3 & (2) \end{cases}$

Từ (2) ta có $m = -x_1x_2 - 3$ thế vào (1) ta có

$$x_1 + x_2 = 2(-x_1x_2 - 3 - 1) = -2x_1x_2 - 8 \Leftrightarrow x_1 + x_2 + 2x_1x_2 + 8 = 0.$$

Đây là hệ thức liên hệ giữa các nghiệm không phụ thuộc m . □

Dạng 5. Xét dấu hai nghiệm của phương trình bậc hai

- Phương trình có hai nghiệm khi và chỉ khi $\begin{cases} a \neq 0 \\ \Delta \geq 0 \ (\Delta' \geq 0) \end{cases}$.
- Phương trình có hai nghiệm cùng dấu khi $\begin{cases} \Delta > 0 \ (\Delta' > 0) \\ P > 0 \end{cases}$.
- Phương trình có hai nghiệm trái dấu $P < 0$.
 (Khi phương trình có hai nghiệm trái dấu không cần điều kiện $\Delta > 0$ ($\Delta' > 0$) do khi $P < 0$ thì hiển nhiên $\Delta > 0$ ($\Delta' > 0$))
- Phương trình có hai nghiệm dương khi và chỉ khi $\begin{cases} a \neq 0 \\ \Delta > 0 \ (\Delta' > 0) \\ S = x_1 + x_2 > 0 \\ P = x_1x_2 > 0 \end{cases}$

e) Phương trình có hai nghiệm âm phân biệt khi và chỉ khi
$$\begin{cases} a \neq 0 \\ \Delta > 0 \quad (\Delta' > 0) \\ S = x_1 + x_2 < 0 \\ P = x_1 x_2 > 0. \end{cases}$$

⇒ **Ví dụ 1.** Cho phương trình $x^2 - 2(m + 1)x + m^2 - 4m + 3 = 0$ (với m là tham số).

- a) Tìm m để phương trình đã cho có nghiệm.
- b) Tìm m để phương trình đã cho có hai nghiệm cùng dấu.
- c) Tìm m để phương trình đã cho có hai nghiệm khác dấu.
- d) Tìm m để phương trình đã cho có hai nghiệm dương.
- e) Tìm m để phương trình đã cho có hai nghiệm âm.

Lời giải.

a) Để phương trình có nghiệm phân biệt thì $\Delta' \geq 0 \Leftrightarrow (m + 1)^2 - (m^2 - 4m + 3) \geq 0$
$$\Leftrightarrow 6m - 2 \geq 0$$

$$\Leftrightarrow m \geq \frac{1}{3}.$$

Vậy khi $m \geq \frac{1}{3}$ thì phương trình đã cho có nghiệm.

b) Phương trình đã cho có hai nghiệm cùng dấu khi
$$\begin{cases} \Delta' > 0 \\ P > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (m + 1)^2 - (m^2 - 4m + 3) > 0 \\ m^2 - 4m + 3 > 0. \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > \frac{1}{3} \\ m < 1 \\ m > 3. \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > 3 \\ \frac{1}{3} < m < 1. \end{cases}$$

Vậy khi $m > 3$ hoặc $\frac{1}{3} < m < 1$ phương trình có hai nghiệm cùng dấu.

c) Phương trình có hai nghiệm khác dấu khi và chỉ khi

$$P < 0 \Leftrightarrow m^2 - 4m + 3 < 0 \Leftrightarrow 1 < m < 3$$

d) Phương trình đã cho có hai nghiệm dương khi và chỉ khi

$$\begin{cases} a \neq 0 \\ \Delta' > 0 \\ S = x_1 + x_2 > 0 \\ P = x_1 x_2 > 0. \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1 \neq 0 \\ (m + 1)^2 - (m^2 - 4m + 3) > 0 \\ 2(m + 1) > 0 \\ m^2 - 4m + 3 > 0. \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > \frac{1}{3} \\ m > -1 \\ m < 1 \\ m > 3. \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > 3 \\ \frac{1}{3} < m < 1. \end{cases}$$

Vậy khi $m > 3$ hoặc $\frac{1}{3} < m < 1$ phương trình có hai nghiệm dương.

e) Phương trình đã cho có hai nghiệm âm khi và chỉ khi

Luyện mãi thành tài, miệt mài tất giỏi.

Vậy không tìm được m để phương trình có hai nghiệm âm.



d) $D = \frac{x_1}{\sqrt{x_2}} + \frac{x_2}{\sqrt{x_1}}$.

d) $x^2 + y^2 = 34$ và $xy = -15$.

Nơi Đâu Có Ý Chí Ở Đó Có Con Đường

Luyện mãi thành tài, miệt mài tất giỏi.

❖ **Bài 3.** Cho phương trình $x^2 - 2(m+1)x + 4m - 1 = 0$ (1), với m là tham số.

- a) Tìm m để phương trình có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn $x_1^2 + x_2^2 = 10$.
- b) Tìm hệ thức liên hệ giữa hai nghiệm x_1, x_2 không phụ thuộc vào tham số m .

 **Lời giải.**

🔹 **Bài 4.** Cho phương trình $x^2 + x \sin \alpha + \cos \alpha - 1 = 0$ (1), với $0^\circ < \alpha < 90^\circ$.

- Chứng minh rằng phương trình (1) luôn có hai nghiệm phân biệt.
- Tìm hệ thức liên hệ giữa hai nghiệm x_1, x_2 không phụ thuộc vào α .

 Lời giải.

✧ **Bài 5.** Cho phương trình $(m - 1)x^2 - 2mx + 1 = 0$ (1), với m là tham số.

- Tìm m để phương trình có hai nghiệm trái dấu.
- Tìm m để phương trình có hai nghiệm dương phân biệt.

💬 **Lời giải.**

✧ **Bài 6.** Cho phương trình $x^2 - 2(m + 1)x - m^2 - 1 = 0$, với m là tham số.

- Chứng minh rằng với mọi m , phương trình đã cho luôn có hai nghiệm trái dấu.
- Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $T = x_1^2 + x_2^2 + x_1x_2$.

💬 **Lời giải.**

✧ **Bài 7.** Cho phương trình

$$x^2 + 7x - 2 = 0. \quad (1)$$

Hãy lập một phương trình bậc hai có các nghiệm là lũy thừa bậc 6 của các nghiệm của phương trình (1).

D Thử thách

 Lời giải.

🔹 **Bài 8.** Cho phương trình $x^2 - mx + m - 1 = 0$ (1), với m là tham số.

- a) Chứng minh rằng phương trình (1) luôn có hai nghiệm x_1, x_2 với mọi giá trị m .
- b) Tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = \frac{2x_1x_2 + 3}{x_1^2 + x_2^2 + 2(x_1x_2 + 1)}$.

 Lời giải.

❖ **Bài 9.** Tìm tham số m để phương trình $(m - 16)x^2 + 2(m - 19)x + m - 14 = 0$ có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn $6(x_1^2 + x_2^2) + 2x_1^2 \cdot x_2^2 - 16x_1 - 16x_2 = 14$.

 **Lời giải.**

❖ **Bài 10.** Cho phương trình $x^2 - 2x + 2 - m = 0$, m là tham số. Tìm các giá trị của m để phương trình có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn hệ thức $2x_1^3 + (m + 2)x_2^2 = 5$.

 **Lời giải.**

Bài 4

PHƯƠNG TRÌNH QUY VỀ PHƯƠNG TRÌNH BẬC HAI

A

Nền tảng kiến thức

1. Phương trình trùng phương.

a) Phương trình trùng phương là phương trình có dạng

$$ax^4 + bx^2 + c = 0 \quad (a \neq 0).$$

(1)

b) **Phương pháp giải** Để giải phương trình trùng phương, ta thực hiện theo ba bước

- ✔ Bước 1: Đặt $t = x^2, t \geq 0$. Phương trình (1) trở thành $at^2 + bt + c = 0$.
- ✔ Bước 2: Giải phương trình bậc hai theo ẩn t (chú ý điều kiện của t).
- ✔ Bước 3: Với giá trị t vừa tìm được, ta trả về biến x và kết luận nghiệm của phương trình (1).

2. Phương trình chứa ẩn ở mẫu.

Phương pháp giải Để giải phương trình chứa ẩn ở mẫu thức, ta thực hiện theo bốn bước

- ✔ Bước 1: Tìm điều kiện xác định của phương trình.
- ✔ Bước 2: Quy đồng mẫu thức hai vế rồi khử mẫu thức.
- ✔ Bước 3: Giải phương trình vừa nhận được.
- ✔ Bước 4: Trong các giá trị tìm được của ẩn, loại các giá trị không thỏa mãn điều kiện xác định, các giá trị thỏa mãn điều kiện xác định là nghiệm của phương trình đã cho.

3. Phương trình bậc cao có thể đưa về phương trình tích.

a) **Lược đồ Hooc-ne**

- ✔ Lược đồ Hooc-ne dùng để tìm đa thức thương và dư trong phép chia đa thức $f(x)$ cho đa thức $x - \alpha$. Cách làm như sau:
Giả sử $f(x) = a_0x^n + a_1x^{n-1} + \cdots + a_{n-1}x + a_n$. Khi đó, đa thức thương

$$g(x) = b_0x^{n-1} + b_1x^{n-2} + \cdots + b_{n-1}$$

được xác định theo lược đồ sau

	a_0	a_1	$\cdots \cdots$	a_{n-1}	a_n
α	$b_0 = a_0$	$b_1 = b_0 \cdot \alpha + a_1$		$b_{n-1} = b_{n-2} \cdot \alpha + a_{n-1}$	$r = b_{n-1} \cdot \alpha + a_n$

- ✔ Quy tắc nhớ: “**Nhân ngang cộng chéo**”.

Nơi Đầu Có Ý Chỉ Ở Đó Có Con Đường

⚠ Lưu ý: Trong lược đồ trên, dòng đầu phải viết tất cả các hệ số của $f(x)$, kể cả các hệ số bằng 0. Nếu $f(\alpha) = 0$ thì $r = 0$.

b) **Phương pháp giải**

- ✔ Phân tích về trái thành nhân tử, về phải bằng 0.
- ✔ Giải phương trình tích

$$A \cdot B = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} A = 0 \\ B = 0. \end{cases}$$

4. Phương trình vô tỉ.

Phương trình vô tỉ là phương trình có chứa ẩn dưới dấu căn thức. Trong nội dung bài học này ta chỉ xét các phương trình vô tỉ là các phương trình chứa ẩn dưới dấu căn bậc hai.

5. Một số phương trình có dạng đặc biệt.

Luyện mãi thành tài, miệt mài tất giỏi.

B Áp dụng giải toán

Dạng 1. Giải và biện luận phương trình trùng phương

🔹 **Ví dụ 1.** Giải các phương trình sau

a) $3x^4 - 5x^2 - 28 = 0$;

b) $x^4 + x^2 - 2 = 0$.

Lời giải.

.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	

🔹 **Ví dụ 2.** Tìm các giá trị của m để phương trình $x^4 - 6x^2 + m - 1 = 0$ (m là tham số, x là ẩn số) có bốn nghiệm.

Lời giải.

Dạng 2. Phương trình chứa ẩn ở mẫu

🔗 **Ví dụ 1.** Giải các phương trình sau

a) $\frac{x^2 - 3x + 6}{x^2 - 9} = \frac{1}{x - 3};$

b) $\frac{x-1}{x+2} + \frac{2}{x-2} = \frac{12}{x^2-4}.$

 **Lời giải.**

 Dạng 3. Phương trình đưa về phương trình tích

$$A \cdot B = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} A = 0 \\ B = 0. \end{cases}$$

🔗 **Ví dụ 1.** Giải các phương trình sau

- a) $x^3 + 3x^2 + 2x = 0;$
- b) $x^3 + 3x^2 - x - 3 = 0;$
- c) $(2x^2 + x)^2 = (5 - 2x)^2.$

 **Lời giải.**

Luyện mãi thành tài, miệt mài tất giỏi.

Dạng 4. Phương pháp đặt ẩn phụ

Phương pháp giải

- ✔ Đặt điều kiện để phương trình xác định.
- ✔ Đặt ẩn phụ thích hợp và giải phương trình theo ẩn mới.
- ✔ Trở về ẩn ban đầu và so sánh với điều kiện.

🔗 **Ví dụ 1.** Giải các phương trình sau

a) $(x^2 - 2x)^2 - 2(x^2 - 2x) - 3 = 0;$

b) $(x^4 + 4x^2 + 4) - 4(x^2 + 2) - 77 = 0;$

c) $\left(\frac{2x-1}{x+2}\right)^2 - 4\left(\frac{2x-1}{x+2}\right) + 3 = 0;$

d) $3x^2 - 14|x| - 5 = 0$.

 Lời giải.

 Dạng 5. Phương trình bậc bốn $(x+a)(x+b)(x+c)(x+d) = m$ với $a+b = c+d$

Phương pháp giải

- ✔ Phương trình được viết lại thành $[x^2 + (a + b)x + ad] \cdot [x^2 + (c + d)x + cd] = m$.
- ✔ Đặt $t = x^2 + (a + b)x$, ta được phương trình bậc hai $(t + ab)(t + cd) = m$.
- ✔ Giải phương trình tìm t , từ đó tìm x .

🔗 **Ví dụ 1.** Giải phương trình $(x+1)(x+2)(x+3)(x+4) = 24$.

Lời giải.

Cách 1: Ta có

$$\begin{aligned}(x+1)(x+2)(x+3)(x+4) &= 24 \Leftrightarrow (x+1)(x+4)(x+2)(x+3) = 24 \\ &\Leftrightarrow (x^2+5x+4)(x^2+5x+6) = 24 \\ &\Leftrightarrow (x^2+5x+5-1)(x^2+5x+5+1) = 24 \\ &\Leftrightarrow (x^2+5x+5)^2 - 1 = 24 \\ &\Leftrightarrow (x^2+5x+5)^2 - 25 = 0 \\ &\Leftrightarrow (x^2+5x)(x^2+5x+10) = 0 \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} x^2+5x = 0 \\ x^2+5x+10 = 0 \quad (\text{vô nghiệm}) \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = -5. \end{cases}\end{aligned}$$

Vậy tập nghiệm của phương trình là $S = \{-5; 0\}$.

Cách 2: Ta có $(x+1)(x+2)(x+3)(x+4) = 24 \Leftrightarrow (x^2+5x+4)(x^2+5x+6) = 24$.

Đặt $t = x^2 + 5x$. Phương trình trở thành

$$(t + 4)(t + 6) = 24 \Leftrightarrow t^2 + 10t = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 0 \\ t = -10. \end{cases}$$

🔗 **Ví dụ 2.** Giải phương trình $x^4 - 2x^3 - 4x^2 - 4x + 4 = 0$.

 **Lời giải.**

 Dạng 7. Phương trình dạng $(x + a)^4 + (x + b)^4 = c$

- 👉 Đặt $t = x + \frac{a+b}{2}$. Phương trình trở thành

$$\left(t + \frac{a-b}{2}\right)^4 + \left(t - \frac{a-b}{2}\right)^4 = c.$$

- 🔵 Khai triển và rút gọn, giải phương trình ẩn t .
- 🔵 Cách giải trên còn áp dụng cho phương trình bậc 6.

🔗 **Ví dụ 1.** Giải phương trình $(x + 4)^4 + (x + 6)^4 = 82$.

 **Lời giải.**

Dạng 8. Phương trình dạng phân thức hữu tỉ

Phương pháp giải

- ✔ Trong nội dung này, chúng ta xét một số nội dung sau

a) $\frac{mx}{ax^2 + bx + c} + \frac{nx}{ax^2 + cx + d} = p;$

b) $\frac{ax^2 + mx + c}{ax^2 + nx + c} + \frac{ax^2 + px + c}{ax^2 + qx + c} = d;$

c) $\frac{ax^2 + mx + c}{ax^2 + nx + c} + \frac{px}{ax^2 + qx + c} = d.$

- ✔ Chia tử và mẫu của mỗi phân thức cho x rồi đặt ẩn phụ thích hợp.
- ✔ Giải phương trình vừa tìm được.

🔗 **Ví dụ 1.** Giải các phương trình sau

a) $\frac{4x}{x^2 + x + 3} + \frac{5x}{x^2 - 5x + 3} = -\frac{3}{2};$

$$\text{b) } \frac{x^2 - 10x + 15}{x^2 - 6x + 15} = \frac{4x}{x^2 - 12x + 15};$$

c) $\frac{x^2 - 13x + 15}{x^2 - 14x + 15} - \frac{x^2 - 15x + 15}{x^2 - 16x + 15} = -\frac{1}{12}.$

 Lời giải.

Luyện mãi thành tài, miệt mài tất giỏi.

Nơi Đầu Có Ý Chỉ Ở Đó Có Con Đường



Luyện mãi thành tài, miệt mài tất giỏi.

 Dạng 9. Nâng lũy thừa hai vế của phương trình

Nâng lũy thừa hai vế của phương trình để làm mất căn thức, đưa về phương trình đơn giản. Ta xét hai dạng phương trình sau

- ☑ $\sqrt{f(x)} = g(x) \Leftrightarrow \begin{cases} g(x) \geq 0 \\ f(x) = [g(x)]^2. \end{cases}$
- ☑ $\sqrt{f(x)} = \sqrt{g(x)} \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) \geq 0 \text{ (hoặc } g(x) \geq 0) \\ f(x) = g(x). \end{cases}$

 **Lưu ý:** Chú ý các hằng đẳng thức khi giải phương trình này.

- ☑ $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2.$
- ☑ $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2.$
- ☑ $(a + b + c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2bc + 2ca.$

 **Ví dụ 1.** Giải các phương trình sau

- a) $\sqrt{x + 1} = x - 1.$

b) $\sqrt{x - 2} - 3\sqrt{x^2 - 4} = 0.$
- c) $\sqrt{x + 4} - \sqrt{1 - x} = \sqrt{1 - 2x}.$

d) $\sqrt{x + 3} + \sqrt{3x + 1} = 2\sqrt{x} + \sqrt{2x + 2}.$

 **Lời giải.**

Dạng 10. Biến đổi đẳng thức, dùng hằng đẳng thức

🔗 **Ví dụ 1.** Giải các phương trình sau

a) $\sqrt{x^2 - 4x + 4} + x = 8.$

b) $2\sqrt{x+3} = 9x^2 - x - 4.$

c) $\sqrt{x+3-4\sqrt{x-1}} + \sqrt{x+8-6\sqrt{x-1}} = 1.$

d) $2x^2 - 3x + 2 = x\sqrt{3x - 2}$.

 **Lời giải.**

Luyện mãi thành tài, miệt mài tất giỏi.

Dạng 11. Biến đổi thành tổng các số hạng không âm

🔗 **Ví dụ 1.** Giải các phương trình sau

a) $x^2 + 5x + 6 = 2\sqrt{3x + 4}$.

b) $x^4 - 2x^2 + 2x + 21 = 6\sqrt{2x + 11}$.

 **Lời giải.**

Dạng 12. Đặt ẩn phụ hoàn toàn

Chúng ta có một số cách đặt ẩn phụ thường gặp sau:

- a) Phương trình có dạng $a \cdot f(x) + b \cdot \sqrt{f(x)} + c = 0$, trong đó a, b, c là các hằng số.
Đặt $t = \sqrt{f(x)} \geq 0$ và chuyển phương trình đã cho về phương trình bậc hai theo ẩn t .
- b) Phương trình có dạng $a \cdot f(x) + b \cdot \frac{1}{f(x)} + c = 0$, trong đó a, b, c là các hằng số.
Đặt $t = f(x) \neq 0$ và chuyển phương trình đã cho về phương trình bậc hai theo ẩn t .
- c) Phương trình có dạng $a \left(\sqrt{u(x) \pm v(x)} \right) + b \sqrt{u(x) \cdot v(x)} + c = 0$ với a, b, c là các hằng số và $u(x) + v(x)$ là một hằng số dương.
Đặt $t = \left(\sqrt{u(x) \pm v(x)} \right)$ rồi bình phương hai vế để rút ra $\sqrt{u(x) \cdot v(x)}$ theo t ; từ đó chuyển phương trình đã cho về phương trình bậc hai theo ẩn t .
- d) Phương trình có dạng $a \cdot u^2 + b \cdot u \cdot v + c \cdot v^2 = 0$ với a, b, c là các hằng số và $u = u(x)$, $v = v(x)$.
Để giải phương trình này, trước hết ta xét xem khi $v(x) = 0$, phương trình có nghiệm hay không.
Trong trường hợp $v(x) \neq 0$, ta chia hai vế phương trình cho $v(x)$, phương trình trên được viết lại $a \cdot \left(\frac{u}{v} \right)^2 + b \cdot \frac{u}{v} + c = 0$.
Đặt $t = \frac{u}{v}$ và đưa phương trình trên thành phương trình bậc hai theo t . Giải phương trình ẩn t này để tìm mối liên hệ giữa u, v và giải ra x .

🔗 Ví dụ 1. Giải phương trình sau

- $2x^2 - x + \sqrt{2x^2 - x + 4} = 2.$
- $\sqrt{x+7} - \sqrt{2-x} + 4\sqrt{14-5x-x^2} = 3.$
- $\sqrt{x - \sqrt{x^2 - 1}} - 3\sqrt{x + \sqrt{x^2 - 1}} = 4.$
- $2x^2 = 5\sqrt{x^3 + 1} - 4.$

 Lời giải.

Dạng 13. Đặt ẩn phụ không hoàn toàn

Phương pháp này có thể sử dụng để giải nhiều dạng phương trình khác nhau nhưng phổ biến nhất là dạng $(ax+b)\sqrt{cx^2+dx+e}=px^2+qx+r$, trong đó a, b, c, d, e, p, q, r là các hằng số. Đặt $t = \sqrt{cx^2+dx+e}$, chuyển phương trình đã cho thành phương trình bậc hai ẩn t , tham số x và có biệt thức Δ là một biểu thức chính phương (thông thường $\Delta = (mx+n)^2$). Giải phương trình ẩn t này để tìm mối liên hệ giữa t và x ; cùng với $t = \sqrt{cx^2+dx+e}$, chúng

Nơi Đầu Có Ý Chỉ Ở Đó Có Con Đường

✧ **Bài 1.** Giải các phương trình sau

- a) $x^4 - 8x^2 - 9 = 0;$
- b) $x^4 + 3x^2 - 4 = 0;$
- c) $\frac{7}{x+1} + \frac{x-4}{2x-2} = \frac{x^2+15x}{x^2-1};$
- d) $\frac{1}{4-x} = \frac{1}{3x^2+1}.$

💬 **Lời giải.**

c) $x^4 = 8x + 7$.

 Lời giải.

🔗 Bài 3. Giải các phương trình sau

a) $(x^2 + x + 1)(x^2 + x + 2) = 12;$

$$\text{b) } x^2 + \frac{1}{x^2} + 5 \left(x + \frac{1}{x} \right) - 12 = 0;$$

c) $(x^2 + 3x + 2)(x^2 + 7x + 12) = 24;$

d) $(x + 4)(x + 5)(x + 7)(x + 8) = 4$;

e) $2x^4 - x^3 - 2x^2 - x + 2 = 0;$

f) $(x + 2)(x + 3)(x - 7)(x - 8) = 144$;

g) $6x^4 + 25x^3 + 12x^2 - 25x + 6 = 0$;

h) $x^4 + 5x^3 - 14x^2 - 20x + 16 = 0$.

Lời giải.

a) Đặt $t = x^2 + x + 1, t \geq \frac{3}{4}$. Phương trình đã cho trở thành

$$t(t+1) = 12 \Leftrightarrow t^2 + t - 12 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = -4 & (\text{loại}) \\ t = 3 & (\text{nhận}). \end{cases}$$

$$\text{Vói } t = 3 \Rightarrow x^2 + x + 1 = 3 \Leftrightarrow x^2 + x - 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -2 \\ x = 1. \end{cases}$$

Vậy tập nghiệm của phương trình là $S = \{1; -2\}$.

b) Đặt $t = x + \frac{1}{x}$, $\Rightarrow x^2 + \frac{1}{x^2} = t^2 - 2$. Phương trình đã cho trở thành

$$(t^2 - 2) + 5t - 12 = 0 \Leftrightarrow t^2 + 5t - 14 = 0 \begin{cases} t = -7 \\ t = 2. \end{cases}$$

☑ Với $t = -7 \Rightarrow x + \frac{1}{x} = -7 \Rightarrow x^2 + 7x + 1 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{-7 \pm \sqrt{45}}{2}$.

☑ Với $t = 2 \Rightarrow x + \frac{1}{x} = 2 \Rightarrow x^2 - 2x + 1 = 0 \Leftrightarrow x = 1$.

Vậy tập nghiệm của phương trình là $S = \left\{1; \frac{-7 \pm \sqrt{45}}{2}\right\}$.

c) $(x^2 + 3x + 2)(x^2 + 7x + 12) = 24 \Leftrightarrow (x + 1)(x + 2)(x + 3)(x + 4) = 24$.
(xem ví dụ 1.6 Dạng 5, nội dung này.)

d) Ta có

$$\begin{aligned} (x + 4)(x + 5)(x + 7)(x + 8) &= 4 \Leftrightarrow (x + 4)(x + 8)(x + 5)(x + 7) = 4 \\ &\Leftrightarrow (x^2 + 12x + 32)(x^2 + 12x + 35) = 4. \end{aligned}$$

Đặt $t = x^2 + 12x + 32$, $t \geq -4$. Phương trình đã cho trở thành

$$t(t + 3) = 4 \Leftrightarrow t^2 + 3t - 4 = 0 \begin{cases} t = -4 & (\text{nhận}) \\ t = 1 & (\text{nhận}). \end{cases}$$

☑ Với $t = -4 \Rightarrow x^2 + 12x + 32 = -4 \Leftrightarrow x^2 + 12x + 36 = 0 \Leftrightarrow x = 6$.

☑ Với $t = 1 \Rightarrow x^2 + 12x + 32 = 1 \Leftrightarrow x^2 + 12x + 31 = 0 \Leftrightarrow x = -6 \pm \sqrt{5}$.

Vậy tập nghiệm của phương trình là $S = \{6; -6 \pm \sqrt{5}\}$.

e) Nhận thấy $x = 0$ không phải là nghiệm của phương trình.

Với $x \neq 0$, chia hai vế của phương trình cho x^2 , ta được

$$\begin{aligned} 2x^2 - x - 2 - \frac{1}{x} + \frac{2}{x^2} &= 0 \\ \Leftrightarrow 2\left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right) - \left(x + \frac{1}{x}\right) - 2 &= 0. \end{aligned}$$

Đặt $x + \frac{1}{x} = t \Leftrightarrow x^2 + \frac{1}{x^2} = t^2 - 2$. Khi đó phương trình trở thành

$$\begin{aligned} 2(t^2 - 2) - t - 2 &= 0 \Leftrightarrow 2t^2 - t - 6 = 0 \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} t = 2 \\ t = -\frac{3}{2}. \end{cases} \end{aligned}$$

☑ Với $t = 2 \Rightarrow x + \frac{1}{x} = 2 \Leftrightarrow x^2 - 2x + 1 = 0 \Leftrightarrow (x - 1)^2 = 0 \Leftrightarrow x = 1$.

☑ Với $t = -\frac{3}{2} \Rightarrow x + \frac{1}{x} = -\frac{3}{2} \Leftrightarrow 2x^2 + 3x + 2 = 0$ (vô nghiệm).

Vậy tập nghiệm của phương trình $S = \{1\}$.

f) Ta có

$$\begin{aligned}(x+2)(x+3)(x-7)(x-8) &= 144 \Leftrightarrow (x+2)(x-7)(x+3)(x-8) = 144 \\ &\Leftrightarrow (x^2 - 5x - 14)(x^2 - 5x - 24) = 144.\end{aligned}$$

Đặt $t = x^2 - 5x - 19$, $t \geq \frac{-87}{4}$. Phương trình đã cho trở thành

$$(t+5)(t-5) = 144 \Leftrightarrow t^2 - 25 = 144 \Leftrightarrow t^2 = 169 \begin{cases} t = -13 & (\text{nhận}) \\ t = 13 & (\text{nhận}). \end{cases}$$

$$\textcircled{v} \text{ Với } t = -13 \Rightarrow x^2 - 5x - 19 = -13 \Leftrightarrow x^2 - 5x - 6 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 6. \end{cases}$$

$$\textcircled{v} \text{ Với } t = 13 \Rightarrow x^2 - 5x - 19 = 13 \Leftrightarrow x^2 - 5x - 32 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{5 \pm 3\sqrt{17}}{2}.$$

Vậy tập nghiệm của phương trình là $S = \left\{ 6; -1; \frac{5 \pm 3\sqrt{17}}{2} \right\}$.

g) Nhận thấy $x = 0$ không phải là nghiệm của phương trình.
Với $x \neq 0$, chia hai vế của phương trình cho x^2 , ta được

$$\begin{aligned}6x^2 + 25x + 12 - \frac{25}{x} + \frac{6}{x^2} &= 0 \\ \Leftrightarrow 6\left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right) + 25\left(x - \frac{1}{x}\right) + 12 &= 0.\end{aligned}$$

Đặt $x - \frac{1}{x} = t \Leftrightarrow x^2 + \frac{1}{x^2} = t^2 + 2$. Khi đó phương trình trở thành

$$\begin{aligned}6(t^2 + 2) + 25t + 12 &= 0 \Leftrightarrow 6t^2 + 25t + 24 = 0 \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} t = \frac{-8}{3} \\ t = \frac{-3}{2}. \end{cases}\end{aligned}$$

$$\textcircled{v} \text{ Với } t = \frac{-8}{3} \Rightarrow x - \frac{1}{x} = \frac{-8}{3} \Leftrightarrow 3x^2 + 8x - 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -3 \\ x = \frac{1}{3}. \end{cases}$$

$$\textcircled{v} \text{ Với } t = \frac{-3}{2} \Rightarrow x - \frac{1}{x} = \frac{-3}{2} \Leftrightarrow 2x^2 + 3x - 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -2 \\ x = \frac{1}{2}. \end{cases}$$

Vậy tập nghiệm của phương trình $S = \left\{ -2; -3; \frac{1}{2}; \frac{1}{3} \right\}$.

h) Nhận thấy $x = 0$ không phải là nghiệm của phương trình.
Với $x \neq 0$, chia hai vế của phương trình cho x^2 , ta được

$$\begin{aligned}x^2 + 5x - 14 - \frac{20}{x} + \frac{16}{x^2} &= 0 \\ \Leftrightarrow 6\left(x^2 + \frac{16}{x^2}\right) + 5\left(x - \frac{4}{x}\right) - 14 &= 0.\end{aligned}$$

Luyện mãi thành tài, miệt mài tất giỏi.

🔗 Bài 6. Giải các phương trình sau

a) $x^2 - 10x - 12 = 4\sqrt{2x + 3}$.

b) $2x^2 + x - 3 = 2\sqrt{2x + 3}$.

c) $\sqrt{x-2+2\sqrt{2x-5}} + \sqrt{x+2+3\sqrt{2x-5}} = 7\sqrt{2}.$

d) $\sqrt{x + 2\sqrt{x-1}} + \sqrt{x - 2\sqrt{x-1}} = 2.$

 **Lời giải.**

Luyện mãi thành tài, miệt mài tất giỏi.

b) $x^2 - 6x + 26 = 6\sqrt{2x + 1}$.

d) $2(5x^2 + 2) + 3(x^2 - 2x)\sqrt{3x - 1} = 2(x^3 + 7x).$

Luyện mãi thành tài, miệt mài tất giỏi.

🔗 Bài 9. Giải các phương trình sau

a) $\sqrt{2x^2 - 3x + 10} + \sqrt{2x^2 - 5x + 4} = x + 3$. c) $\sqrt{x} - \sqrt{x-1} = \sqrt{x+8} - \sqrt{x+3}$.

b) $\sqrt{x+2} - \sqrt{3-x} = x^2 - 6x + 9.$ d) $(\sqrt{1+x} - 1)(\sqrt{1-x} + 1) = 2x.$

 Lời giải.

Luyện mãi thành tài, miệt mài tất giỏi.

C Thử thách

🔗 **Bài 10.** Giải phương trình $\sqrt{x^2 - x + 1} + \sqrt{x^2 - 9x + 9} = 2x$.

 **Lời giải.**

❖ **Bài 11.** Giải phương trình $x^2 + 2x\sqrt{x + \frac{1}{x}} = 8x - 1$.

 Lời giải.

🔗 **Bài 12.** Giải phương trình $x^4 - 2x^3 + x - \sqrt{2(x^2 - x)} = 0$.

 **Lời giải.**

❖ **Bài 13.** Giải phương trình $\sqrt{5x^2 - 14x + 9} - \sqrt{x^2 - x - 20} = 5\sqrt{x + 1}$.

 Lời giải.

Nơi Đầu Có Ý Chí Ở Đó Có Con Đường

🔗 **Bài 14.** Giải phương trình $\sqrt{5x^2 + 4x} - \sqrt{x^2 - 3x - 18} = 5\sqrt{x}$.

 Lời giải.

🔗 **Bài 15.** Giải phương trình $4x^2 + 14x + 11 = 4\sqrt{6x + 10}$.

 **Lời giải.**

🔗 Bài 16. Giải phương trình

$$\left(\sqrt{x+5}-\sqrt{x+2}\right)\left(1+\sqrt{x^2+7x+10}\right)=3.$$

 Lời giải.

🔗 **Bài 17.** Giải phương trình sau $(x - 1)^6 + (x - 2)^6 = 1$.

 Lời giải.

Luyện mãi thành tài, miệt mài tất giỏi.

Bài 5

GIẢI TOÁN BẰNG CÁCH LẬP PHƯƠNG TRÌNH

A Nền tảng kiến thức

Bước 1. Lập phương trình.

- Chọn ẩn số và đặt điều kiện thích hợp của ẩn.
- Biểu diễn các đại lượng chưa biết theo ẩn số và các đại lượng đã biết.
- Lập phương trình biểu thị mối quan hệ giữa các đại lượng.

Bước 2. Giải phương trình vừa lập.

Bước 3. Trả lời: Kiểm tra xem trong các nghiệm của phương trình, nghiệm nào thích hợp với bài toán và trả lời.

B Các dạng bài tập và phương pháp giải

Dạng 1. Toán số học, phần trăm

Biểu diễn:

$$\overline{ab} = 10 \cdot a + b \ (a, b \in \mathbb{N}, 0 < a \leq 9, 0 \leq b \leq 9).$$
$$\overline{abc} = 100 \cdot a + 10 \cdot b + c \ (a, b, c \in \mathbb{N}, 0 < a \leq 9, 0 \leq b, c \leq 9).$$

- Tỉ số của hai số a và b ($b \neq 0$) là $\frac{a}{b}$.
- Tổng của hai số x, y là $x + y$.
- Tổng bình phương hai số $x; y$ là $x^2 + y^2$.
- Tổng nghịch đảo của hai số $x; y$ là $\frac{1}{x} + \frac{1}{y}$.

Ví dụ 1. Trong lúc học nhóm, bạn Hùng yêu cầu bạn Minh và bạn Lan mỗi người chọn một số sao cho hai số này hơn kém nhau là 5 và tích của chúng phải bằng 150. Vậy hai bạn Minh và Lan phải chọn những số nào?

.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	

🔗 **Ví dụ 2.** Tìm hai số biết rằng tổng của chúng bằng 17 đơn vị. Nếu số thứ nhất tăng thêm 3 đơn vị, số thứ 2 tăng thêm 2 đơn vị thì tích của chúng bằng 105 đơn vị.

💬 **Lời giải.**

.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	

📁 **Dạng 2. Năng suất công việc**

- ✔ Khối lượng công việc = Năng suất $\times$ Thời gian.
- ✔ Năng suất = Khối lượng công việc $\div$ Thời gian.
- ✔ Thời gian = Khối lượng công việc $\div$ Năng suất.

🔗 **Ví dụ 1.** Một công nhân dự định làm 70 sản phẩm trong thời gian quy định. Nhưng do áp dụng kĩ thuật nên đã tăng năng suất thêm 5 sản phẩm mỗi giờ. Do đó, không những hoàn thành kế hoạch trước thời hạn 40 phút mà còn vượt mức 10% sản phẩm. Tính năng suất dự định.

💬 **Lời giải.**

.....	
.....	
.....	
.....	
.....	



Luyện mãi thành tài, miệt mài tất giỏi.

.....	
.....	
.....	
.....	
.....	

❖ **Ví dụ 2.** Một công nhân dự định làm 72 sản phẩm trong thời gian quy định. Nhưng thực tế xí nghiệp lại giao 80 sản phẩm. Vì vậy mặc dù người đó đã làm mỗi giờ thêm 1 sản phẩm, song thời gian hoàn thành công việc vẫn chậm hơn so với dự định 12 phút. Tính năng suất dự kiến, biết rằng mỗi giờ người đó làm không quá 20 sản phẩm.

💬 **Lời giải.**

.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	

 Dạng 3. Toán chuyển động

- ❑ Sử dụng công thức $S = V \cdot t$; trong đó, S là quãng đường, V là vận tốc, t là thời gian.
Suy ra $V = \frac{S}{t}$; $t = \frac{S}{V}$.
- ❑ Nếu chuyển động trong dòng chảy thì

$$\begin{aligned} V_{\text{xuôi dòng}} &= V_{\text{riêng}} + V_{\text{dòng nước}} \\ V_{\text{ngược dòng}} &= V_{\text{riêng}} - V_{\text{dòng nước}} \end{aligned}$$

❖ **Ví dụ 1.** Một xuồng du lịch đi từ thành phố Cà Mau đến Đất Mũi theo một đường sông dài 120 km. Trên đường đi, xuồng có nghỉ lại một giờ ở thị trấn Nam Căn. Khi về, xuồng đi theo đường khác dài hơn đường đi 5 km và với vận tốc lúc về nhỏ hơn vận tốc lúc đi là 5 km/h. Tính vận tốc của xuồng lúc đi, biết rằng thời gian về bằng thời gian đi.

💬 **Lời giải.**

.....	
.....	
.....	
.....	
.....	

.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	

🔗 **Ví dụ 2.** Bác Hiệp và cô Liên đi xe đạp từ làng lên tỉnh trên quãng đường dài 30 km, khởi hành cùng một lúc. Vận tốc xe của bác hiệp lớn hơn vận tốc xe của cô Liên là 3 km/h nên bác Hiệp đã đến tỉnh trước cô Liên nửa giờ. Tính vận tốc xe của mỗi người.

💬 **Lời giải.**

.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	

 Dạng 4. Dạng toán có nội dung hình học

Áp dụng các công thức sau:

- ✔ Định lý Pi-ta-go: $\triangle ABC$ vuông tại $A \Leftrightarrow AB^2 + AC^2 = BC^2$.
- ✔ Diện tích hình chữ nhật: $S = a \cdot b$; với a là chiều dài, b là chiều rộng.
- ✔ Diện tích hình thang: $S = \frac{a + b}{2}$ hoặc $S = m \cdot h$. Trong đó, a, b là độ dài hai đáy; h là đường cao; m là độ dài đường trung bình.

🔗 **Ví dụ 1.** Một hình chữ nhật có chiều rộng bằng $\frac{2}{3}$ chiều dài, diện tích hình chữ nhật là 5400 cm^2 . Tính chu vi hình chữ nhật.

💬 **Lời giải.**

.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	

Nơi Đầu Có Ý Chỉ Ở Đó Có Con Đường

Luyện mãi thành tài, miệt mài tất giỏi.

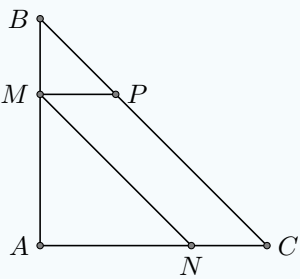
.....	
.....	
.....	

❖ **Ví dụ 2.** Một thửa ruộng hình chữ nhật có diện tích là 100 m^2 . Tính độ dài các cạnh của thửa ruộng. Biết rằng nếu tăng chiều rộng của thửa ruộng lên 2 m và giảm chiều dài thửa ruộng đi 5 m thì diện tích thửa ruộng tăng thêm 5 m^2 .

💬 **Lời giải.**

.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	

❖ **Ví dụ 3.** Cho tam giác ABC vuông cân có $AB = AC = 12\text{ cm}$. Điểm M chạy trên AB . Tứ giác $MNCP$ là hình bình hành có đỉnh N thuộc cạnh AC (như hình bên dưới). Hỏi khi M cách A bao nhiêu thì diện tích của hình bình hành bằng 32 cm^2 .



💬 **Lời giải.**

.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	

 Dạng 5. Toán làm chung làm riêng

- Coi toàn bộ công việc là 1.
- Năng suất = 1 : Thời gian.
- Tổng các năng suất riêng = Năng suất chung.

 **Lời giải.**

 Lời giải.

Nơi Đầu Có Ý Chỉ Ở Đó Có Con Đường

❖ Ví dụ 1. Chu vi bánh sau của một máy cày lớn hơn chu vi bánh trước là 1,5 m. Khi đi trên đoạn đường dài 100 m thì bánh trước quay nhiều hơn bánh sau 15 vòng. Tính chu vi của mỗi bánh xe.

 **Lời giải.**

❖ **Ví dụ 2.** Người ta trộn 8 gam chất lỏng này với 6 gam chất lỏng khác có khối lượng riêng nhỏ hơn $0,2 \text{ g/cm}^3$ để được hỗn hợp có khối lượng riêng là $0,7 \text{ g/cm}^3$. Tìm khối lượng riêng của chất lỏng.

 Lời giải.

❖ **Ví dụ 3.** Miếng kim loại thứ nhất nặng 880 g, miếng kim loại thứ hai nặng 858 g. Thể tích của miếng kim loại thứ nhất nhỏ hơn thể tích của miếng kim loại thứ hai là 10 cm^3 , nhưng khối lượng riêng của miếng kim loại thứ nhất lớn hơn miếng kim loại thứ hai là 1 g/cm^3 . Tính khối lượng riêng của mỗi miếng kim loại. (Biết rằng khối lượng riêng của một vật được xác định bởi công thức $D = \frac{M}{V}$ trong đó D là khối lượng riêng tính bằng đơn vị g/cm^3 , m là khối lượng tính bằng đơn vị g, V là thể tích tính bằng đơn vị cm^3 .)

 Lời giải.

C **Luyện tập**

❖ **Bài 1.** Tìm hai số biết rằng hai lần số thứ nhất hơn ba lần số thứ hai là 9 và hiệu các bình phương của chúng là 119.

 Lời giải.

❖ **Bài 2.** Một tổ có kế hoạch sản xuất 350 sản phẩm theo năng suất dự định. Nếu năng suất tăng lên 10 sản phẩm thì tổ đó hoàn thành sớm 2 ngày so với giảm năng suất 10 sản phẩm mỗi ngày. Tính năng suất dự kiến.

 Lời giải.

❖ **Bài 3.** Một nhóm thợ phải thực hiện kế hoạch sản xuất 3000 sản phẩm. Trong 8 ngày đầu, họ thực hiện đúng mức đề ra, những ngày còn lại họ đã vượt mức mỗi ngày 10 sản phẩm, nên đã hoàn thành sớm hơn dự định 2 ngày. Hỏi theo kế hoạch, mỗi ngày cần phải sản xuất bao nhiêu

 **Lời giải.**

❖ **Bài 4.** Một người đi xe đạp quãng đường từ A đến B dài 30 km. Khi từ B về A , người đó chọn con đường khác dài hơn 6 km và đi với vận tốc lớn hơn vận tốc lúc đi là 3 km/h, nên thời gian về ít hơn thời gian đi là 20 phút. Tính vận tốc lúc đi.

 **Lời giải.**

❖ **Bài 5.** Một tàu thủy chạy trên khúc sông dài 120 km. Cả đi lẫn về mất 6 giờ 45 phút. Tính vận tốc tàu thủy khi nước yên lặng, biết vận tốc của dòng nước là 4 km/h.

 **Lời giải.**

↔ **Bài 6.** Một khu vườn hình chữ nhật có chu vi 280 m. Người ta làm một lối đi xung quanh vườn thuộc đất của vườn rộng 2 m, diện tích đất còn lại để trồng trọt là 4256 m². Tính các kích thước của vườn.

💬 Lời giải.

↔ **Bài 7.** Cho một số có hai chữ số. Tìm số đó, biết rằng tổng hai chữ số của nó nhỏ hơn số đó 6 lần. Nếu thêm 25 vào tích của hai chữ số đó sẽ được số viết theo thứ tự ngược lại với số đã cho.

💬 Lời giải.

Nơi Đầu Có Ý Chí Ở Đó Có Con Đường

❖ **Bài 8.** Một lâm trường dự định làm 75 ha rừng trong một tuần lễ. Do trồng mỗi tuần vượt mức 5 ha so với kế hoạch nên đã trồng được 80 ha và hoàn thành sớm 1 tuần. Hỏi mỗi tuần dự định trồng bao nhiêu ha rừng?

❖ **Bài 9.** Một ca nô xuôi dòng từ bến sông A đến bến sông B cách nhau 24 km; cũng từ A về B một chiếc bè trôi với vận tốc dòng nước là 4 km/h. Khi đến B ca nô quay lại ngay và gặp bè tại điểm C cách A là 8 km. Tính vận tốc thực của ca nô.

❖ **Bài 10.** Một mảnh đất hình chữ nhật có độ dài đường chéo là 13 m và chiều dài lớn hơn chiều rộng 7 m. Tính chiều dài và chiều rộng của mảnh đất đó.

↔ **Bài 11.** Cho đường tròn $(O; R)$ và hai bán kính OA, OB . Trên các bán kính OA, OB lần lượt lấy các điểm M và N sao cho $OM = ON$. Vẽ dây CD đi qua M và N (M nằm giữa C và N). Giả sử $\widehat{AOB} = 90^\circ$, hãy tính OM, ON theo R sao cho $CM = MN = ND$.

💬 **Lời giải.**

.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	

↔ **Bài 12.** Cho đường tròn (O, R) và dây $AB = 2a$ ($a < R$). Từ O kẻ đường thẳng vuông góc với AB cắt đường tròn D . Tính AD theo R và a .

💬 **Lời giải.**

.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	

↔ **Bài 13.** Hưởng ứng chiến dịch mùa hè xanh tình nguyện năm 2013, lớp 9A của trường THCS Nguyễn Văn Trỗi được giao trồng 480 cây xanh, lớp dự định chia đều số cây phải trồng cho mỗi bạn trong lớp. Đến buổi lao động có 8 bạn phải đi làm việc khác nên mỗi bạn có mặt phải trồng thêm 3 cây nữa mới xong. Tính số học sinh của lớp 9A.

💬 **Lời giải.**

.....	
.....	
.....	
.....	
.....	

Nơi Đầu Có Ý Chí Ở Đó Có Con Đường

D Thử thách

❖ **Bài 1.** Có hai loại muối I và II. Người ta hòa 200 gam dung dịch muối I với 300 gam dung dịch muối II thì được một dung dịch muối có nồng độ muối là 33%. Tính nồng độ muối trong mỗi dung dịch I và II, biết rằng nồng độ muối trong dung dịch I lớn hơn nồng độ muối trong dung dịch II là 20%.

 **Lời giải.**

❖ **Bài 2.** Một ca nô chạy trên sông trong 7 giờ, xuôi dòng 108 km và ngược dòng 63 km. Một lần khác, ca nô đó cũng chạy trong 7 giờ, xuôi dòng 81 km và ngược dòng 84 km. Tính vận tốc riêng của ca nô và vận tốc của dòng nước.

❖ **Bài 3.** Người ta hòa 8 gam một chất lỏng này với 6 gam chất lỏng khác có khối lượng riêng nhỏ hơn 200 kg/m^3 để được một hỗn hợp có khối lượng riêng là 700 kg/m^3 . Tìm khối lượng riêng của mỗi chất lỏng (giả sử hai chất lỏng không có xảy ra phản ứng hóa học).

Việt Star Th.S Nguyễn Hoàng Việt – 0905.193.688

❖ **Bài 4.** Trên 3 cạnh AB, BC, CA của tam giác ABC lần lượt lấy điểm M, N và P sao cho $\frac{AM}{MB} = \frac{BN}{NC} = \frac{CP}{PA} = k$. Tìm k để $S_{MNP} = \frac{5}{8}S_{ABC}$.

 **Lời giải.**

❖ **Bài 5.** Hai đội công nhân A và B dự định cùng làm một công việc trong 4 giờ 48 phút thì hoàn thành. Sau khi hai đội làm chung với nhau trong 2 giờ, thì số lượng công nhân ở đội A và đội B bị thay đổi nên năng suất làm việc của đội A bằng $\frac{1}{2}$ năng suất làm việc ban đầu của đội A và năng suất làm việc của đội B bằng $\frac{11}{4}$ năng suất làm việc ban đầu của đội B ; vì vậy hai đội đã hoàn thành công việc trước 48 phút so với dự định. Hỏi nếu số lượng công nhân ở đội A không bị thay đổi thì một mình đội A hoàn thành công việc trên trong mấy giờ?

 Lời giải.

ÔN TẬP CHƯƠNG IV

A

1. Hàm số và đồ thị của hàm số $y = ax^2$

❖ **Bài 1.** Cho parabol $(P) : y = x^2$ và đường thẳng $(d) : y = 2(m - 7)x - m$ với m là tham số. Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của tham số của m để (P) và (d) có hai điểm chung phân biệt.

- ④ 1.

 **Lời giải.**

❖ **Bài 2.** Cho parabol $(P) : y = x^2$ và đường thẳng $(d) : y = 2(m - 6)x + m$ với m là tham số. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số của m nhỏ hơn 10 để (P) và (d) không có điểm chung phân biệt.

- ④ 4.

 **Lời giải.**

✧ **Bài 3.** Cho parabol $(P) : y = x^2$ và đường thẳng $(d) : y = 2(m - 9)x + m$ với m là tham số. Biết rằng (P) và (d) có đúng một điểm chung. Hỏi m có tính chất nào sau đây?
Ⓐ $4 < m < 5$. Ⓑ $m > 5$. Ⓒ $3 < m < 4$. Ⓓ $m < 3$.

💬 **Lời giải.**

✧ **Bài 4.** Cho parabol $(P) : y = (m^2 + 1)x^2$ với m là tham số. Có bao nhiêu giá trị của m để (P) đi qua điểm $A(2; 8)$?
Ⓐ 0. Ⓑ 1. Ⓒ 2. Ⓓ 3.

💬 **Lời giải.**

✧ **Bài 5.** Cho parabol $(P) : y = x^2$ và đường thẳng $(d) : y = 2(m^2 - 4)x - m^2$ với m là tham số. Có bao nhiêu giá trị của tham số của m để (P) và (d) có một điểm chung.
Ⓐ 3. Ⓑ 4. Ⓒ 2. Ⓓ 1.

💬 **Lời giải.**

✧ **Bài 6.** Cho parabol $(P) : y = x^2$ và một số dương a cố định, có bao nhiêu điểm trên (P) có tung độ bằng a ?
Ⓐ 1. Ⓑ 2. Ⓒ 3. Ⓓ 0.

💬 **Lời giải.**

✧ **Bài 7.** Cho parabol $(P) : y = x^2$, biết rằng không có điểm trên (P) có tung độ bằng a . Hỏi a có tính chất nào sau đây?
Ⓐ $\sqrt{a^2} = a$. Ⓑ $\sqrt{a^2} = -a$. Ⓒ $|a| = a$. Ⓓ $a = 0$.

💬 **Lời giải.**

✧ **Bài 8.** Cho parabol $(P) : y = x^2$ và số a có tính chất trên (P) đúng 1 điểm có tung độ bằng a . Có bao nhiêu số a như vậy?
Ⓐ 0. Ⓑ 1. Ⓒ 2. Ⓓ 3.

💬 **Lời giải.**

2. Phương trình bậc hai một ẩn và công thức nghiệm

↔ **Bài 9.** Tập nghiệm của phương trình $x^2 + x - 2 = 0$ là
A $S = \{1; 2\}$. **B** $S = \{-2; 1\}$. **C** $S = \{-2; -1\}$. **D** $S = \{-1; 2\}$.

💬 **Lời giải.**

↔ **Bài 10.** Tìm tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $x^2 - 2(m + 1)x + m^2 - 3 = 0$ vô nghiệm.
A $m < -2$. **B** $m \geq -2$. **C** $m > -2$. **D** $m \leq -2$.

💬 **Lời giải.**

↔ **Bài 11.** Có bao nhiêu số nguyên m để phương trình $(m - 1)x^2 + 6x - 1 = 0$ có nghiệm duy nhất?
A 0. **B** 1. **C** 2. **D** Vô số.

💬 **Lời giải.**

↔ **Bài 12.** Biết phương trình $ax^2 + bx + c = 0$ ($a \neq 0$) có một nghiệm $x = 2$. Đẳng thức nào sau đây đúng?
A $a + b + c = 0$. **B** $a + b + c = 2$. **C** $4a + 2b + c = 0$. **D** $c = 2$.

💬 **Lời giải.**

Nơi Đầu Có Ý Chỉ Ở Đó Có Con Đường

Luyện mãi thành tài, miệt mài tất giỏi.

✎ **Bài 13.** Cho hàm số $y = ax^2$ có đồ thị là parabol (P) và hàm số $y = -bx + c$ có đồ thị là đường thẳng d , với a, b là các số thực khác 0. Giả sử đường thẳng d cắt parabol (P) tại hai điểm phân biệt. Chọn khẳng định đúng.

- ☐ A $b^2 - 4ac < 0$.
- ☐ B $b^2 - 4ac > 0$.
- ☐ C $b^2 + 4ac < 0$.
- ☐ D $b^2 + 4ac > 0$.

💬 **Lời giải.**

.....	
.....	

✎ **Bài 14.** Biết phương trình $ax^2 + bx + c = 0$ ($a \neq 0$) có hai nghiệm phân biệt. Kết luận nào sau đây là **đúng**?

- ☐ A Phương trình $ax^2 - 2bx + c = 0$ có hai nghiệm phân biệt.
- ☐ B Phương trình $ax^2 - 2bx + c = 0$ có nghiệm kép.
- ☐ C Phương trình $ax^2 - 2bx + c = 0$ vô nghiệm.
- ☐ D Phương trình $ax^2 - 2bx + c = 0$ có nhiều nhất một nghiệm.

💬 **Lời giải.**

.....	
.....	
.....	

✎ **Bài 15.** Có bao nhiêu số nguyên dương m để phương trình $x^2 - 2\sqrt{3}x + m - 4 = 0$ có hai nghiệm phân biệt?

- ☐ A Vô số.
- ☐ B 5.
- ☐ C 6.
- ☐ D 7.

💬 **Lời giải.**

.....	
.....	
.....	
.....	

✎ **Bài 16.** Biết phương trình $3x^2 - 4x - 15 = 0$ có hai nghiệm $x_1; x_2$. Giả sử $x_1 > x_2$ khi đó biểu thức $\frac{x_2}{x_1}$ có giá trị

- ☐ A $\frac{5}{9}$.
- ☐ B $-\frac{5}{9}$.
- ☐ C -5 .
- ☐ D 5.

💬 **Lời giải.**

.....	
.....	
.....	
.....	

3. Hệ thức Viet và áp dụng

✎ **Bài 17.** Giả sử x_1, x_2 là hai nghiệm của phương trình $2x^2 + 3x - 10 = 0$. Khi đó tích x_1x_2 bằng

☐ A $\frac{3}{2}$.

☐ B $-\frac{3}{2}$.

☐ C -5 .

☐ D 5 .

💬 Lời giải.

✎ **Bài 18.** Phương trình nào sau đây có nghiệm là $\sqrt{3} + \sqrt{2}$ và $\sqrt{3} - \sqrt{2}$

☐ A $x^2 + 2\sqrt{3}x + 1 = 0$.

☐ B $x^2 - 2\sqrt{3}x + 1 = 0$.

☐ C $x^2 + 2\sqrt{3}x - 1 = 0$.

☐ D $x^2 - 2\sqrt{3}x - 1 = 0$.

💬 Lời giải.

✎ **Bài 19.** Giả sử x_1, x_2 là hai nghiệm của phương trình $2x^2 + 3x - 5 = 0$. Biểu thức $x_1^2 + x_2^2$ có giá trị là

☐ A $\frac{29}{2}$.

☐ B 29 .

☐ C $\frac{29}{4}$.

☐ D $\frac{25}{4}$.

💬 Lời giải.

✎ **Bài 20.** Cho phương trình $x^2 - 4x + 1 - m = 0$, với giá trị nào của m thì phương trình có 2 nghiệm thỏa mãn $5(x_1 + x_2) - 4x_1x_2 = 0$.

☐ A $m = 4$.

☐ B $m = -5$.

☐ C $m = -4$.

☐ D Không có giá trị nào.

💬 Lời giải.

✎ **Bài 21.** Giả sử phương trình $mx^2 - (2m + 1)x + m - 2 = 0$ có hai nghiệm $x_1; x_2$. Biểu thức nào sau đây không phụ thuộc vào m ?

- ☐ A $x_1 + x_2 - 2x_1x_2$. ☐ B $2(x_1 + x_2) - x_1x_2$. ☐ C $2(x_1 + x_2) + x_1x_2$. ☐ D $x_1 + x_2 - 2x_2x_2$.

💬 **Lời giải.**

✎ **Bài 22.** Với giá trị nào của m thì phương trình $(m - 1)x^2 + 2mx + 1 - m = 0$ có hai nghiệm trái dấu

- ☐ A Với mọi m . ☐ B Không có giá trị nào.
☐ C $m < 1$. ☐ D $m \neq 1$.

💬 **Lời giải.**

✎ **Bài 23.** Giả sử phương trình $x^2 - mx + m - 1 = 0$ có hai nghiệm $x_1; x_2$. Phương trình nào sau đây nhận $x_1 + 1$ và $x_2 + 1$ làm nghiệm?

- ☐ A $x^2 + (m + 2)x - 2m = 0$. ☐ B $x^2 - (m + 2)x + 2m = 0$.
☐ C $x^2 - (m - 2)x - 2m = 0$. ☐ D $x^2 + (m - 2)x + 2m = 0$.

💬 **Lời giải.**

✎ **Bài 24.** Định m để phương trình $x^4 - 2mx^2 + m - 3 = 0$ có 4 nghiệm phân biệt.

- ☐ A $m > 0$. ☐ B $m > 3$. ☐ C $0 < m < 3$. ☐ D $m < 3$.

💬 **Lời giải.**

---	---

4. Phương trình quy về phương trình bậc hai

⚡ Bài 25.

Tổng tất cả các nghiệm thực của phương trình $2x^4 - 5x^2 + 2 = 0$ là

A

0.

B

 $\frac{5}{2}$.

C

5.

D

1.

💬 Lời giải.

---	---

⚡ Bài 26.

Biết rằng phương trình $x^3 - 2x^2 - 8x + 9 = 0$ có ba nghiệm phân biệt, trong đó có đúng một nghiệm âm có dạng $\frac{a - \sqrt{b}}{c}$ (với a, b, c là các số tự nhiên và phân số $\frac{a}{c}$ tối giản). Tính $S = a + b + c$.

A

 $S = 40$.

B

 $S = 38$.

C

 $S = 42$.

D

 $S = 44$.

💬 Lời giải.

---	---

⚡ Bài 27.

Phương trình $(x + 1)(x + 3)(x + 5)(x + 7) = 9$ có tất cả bao nhiêu nghiệm thực?

A

1.

B

2.

C

3.

D

4.

💬 Lời giải.

Nơi Đầu Có Ý Chỉ Ở Đó Có Con Đường

⇨ **Bài 28.** Tổng tất cả các nghiệm của phương trình $(3x^2 - x - 5)^2 - (4x - 1)^2 = 0$ là
 Ⓐ $\frac{2}{3}$. Ⓑ $\frac{8}{3}$. Ⓒ $-\frac{1}{3}$. Ⓓ -1 .

💬 **Lời giải.**

⇨ **Bài 29.** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $x^4 - (3m + 2)x^2 + 3m + 1 = 0$ có bốn nghiệm phân biệt nhỏ hơn 2.
 Ⓐ $m > -\frac{1}{3}$ và $m \neq 0$. Ⓑ $-\frac{1}{3} < m < 1$.
 Ⓒ $-\frac{1}{3} < m < 1$ và $m \neq 0$. Ⓓ $m < 1$.

💬 **Lời giải.**

⇨ **Bài 30.** Để giải phương trình $|x + 1| = x - 3$, bạn Huy đã làm theo các bước như sau:
Bước 1. Điều kiện xác định của phương trình $x \in \mathbb{R}$.
Bước 2. $|x + 1| = x - 3 \Leftrightarrow |x + 1|^2 = (x - 3)^2$.
Bước 3. $\Leftrightarrow x^2 + 2x + 1 = x^2 - 6x + 9 \Leftrightarrow 8x - 8 = 0$.
Bước 4. $\Leftrightarrow x = 1$. Vậy phương trình có nghiệm duy nhất $x = 1$.

Trong các bước giải ở trên bạn Huy đã làm sai từ bước nào?

☐ A Bước 1.

☐ B Bước 2.

☐ C Bước 3.

☐ D Bước 4.

Lời giải.

.....	
.....	

⇒ **Bài 31.** Biết rằng phương trình $\sqrt{2x - 9} = x - 5$ có nghiệm duy nhất $x = a + b\sqrt{c}$ với a, b, c là các số nguyên. Tính giá trị của $S = a + b + c$.

☐ A $S = 9$.

☐ B $S = 7$.

☐ C $S = 5$.

☐ D $S = 3$.

Lời giải.

.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	

⇒ **Bài 32.** Cho phương trình $\sqrt{x^2 - 8x + m} = x - 1$. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để phương trình đã cho vô nghiệm.

☐ A $1 \leq m < 4$.

☐ B $m < 7$.

☐ C $m > 9$.

☐ D $6 \leq m < 10$.

Lời giải.

.....	
.....	
.....	
.....	

5. Giải toán bằng cách lập phương trình

⇒ **Bài 33.** Năm nay tuổi mẹ gấp 3 lần tuổi Phương. Phương tính rằng 13 năm nữa thì tuổi mẹ gấp 2 lần tuổi Phương. Hỏi năm nay Phương bao nhiêu tuổi?

☐ A 13 tuổi.

☐ B 14 tuổi.

☐ C 15 tuổi.

☐ D 16 tuổi.

Lời giải.

.....	
.....	
.....	
.....	
.....	

Nơi Đầu Có Ý Chỉ Ở Đó Có Con Đường



✎ **Bài 34.** Chu vi một mảnh vườn hình chữ nhật là 30 m. Biết chiều dài hơn chiều rộng 5 m. Tính diện tích hình chữ nhật.

- A** 100 m². **B** 70 m². **C** 50 m². **D** 55 m².

💬 **Lời giải.**

.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	

✎ **Bài 35.** Một người đi xe máy từ A đến B với vận tốc 25 km/h. Lúc về, người đó đi với vận tốc 30 km/h nên thời gian về ít hơn thời gian đi là 20 phút. Tính quãng đường AB.

- A** 40 km. **B** 70 km. **C** 50 km. **D** 60 km.

💬 **Lời giải.**

.....	
.....	
.....	
.....	
.....	

✎ **Bài 36.** Một ca nô xuôi dòng từ A đến B hết 80 phút và ngược dòng hết 2 giờ. Biết vận tốc dòng nước là 3 km/h. Tính vận tốc riêng của ca nô.

- A** 16 km/h. **B** 18 km/h. **C** 20 km/h. **D** 15 km/h.

💬 **Lời giải.**

.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	

✎ **Bài 37.** Một hình chữ nhật có chu vi 278 m, nếu giảm chiều dài 21 m và tăng chiều rộng 10 m thì diện tích tăng 715 m². Chiều dài hình chữ nhật là

- A** 132 m. **B** 124 m. **C** 228 m. **D** 114 m.

💬 **Lời giải.**

.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	

✧ **Bài 38.** Một hình chữ nhật có chiều rộng bằng $\frac{2}{3}$ chiều dài, diện tích hình chữ nhật đó là 5400 cm^2 , diện tích hình chữ nhật là 5400 cm^2 . Chu vi hình chữ nhật là

☐ A 300 cm. ☐ B 250 cm. ☐ C 350 cm. ☐ D 400 cm.

💬 **Lời giải.**

.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	

✧ **Bài 39.** Một thửa ruộng hình chữ nhật có diện tích là 100 m^2 . Tính độ dài chiều dài của thửa ruộng. Biết rằng nếu tăng chiều rộng của thửa ruộng lên 2 m và giảm chiều dài 5 m thì diện tích của thửa ruộng tăng thêm 5 m^2 .

☐ A 25 m. ☐ B 15 m. ☐ C 5 m. ☐ D 20 m.

💬 **Lời giải.**

.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	

✧ **Bài 40.** Một công nhân dự định làm 36 sản phẩm trong thời gian đã định. Sau khi làm được nửa số lượng được giao, người đó dừng lại nghỉ 30 phút. Vì vậy, mặc dù làm thêm 2 sản phẩm mỗi giờ với nửa số sản phẩm còn lại nhưng vẫn hoàn thành công việc chậm hơn dự kiến 12 phút. Tính năng suất dự kiến.

☐ A 13 sản phẩm/giờ. ☐ B 12 sản phẩm/giờ. ☐ C 10 sản phẩm/giờ. ☐ D 11 sản phẩm/giờ.

💬 **Lời giải.**

Nơi Đầu Có Ý Chỉ Ở Đó Có Con Đường

Luyện mãi thành tài, miệt mài tất giỏi.

B **Toán tự luận**

1. Giải phương trình bậc hai hoặc phương trình đưa được về bậc hai

❖ **Bài 41.** Giải phương trình $4x^2 + \frac{1}{x^2} - \left| 2x + \frac{1}{x} \right| = 2$.

 **Lời giải.**

🔗 **Bài 42.** Giải phương trình $\sqrt{5x^2 + 10x + 1} = 7 - x^2 - 2x$.

 **Lời giải.**

❖ **Bài 43.** Giải phương trình $\sqrt{x} + \sqrt{x+5} + 2\sqrt{x^2+5x} + 2x = 25$.

 **Lời giải.**

2. Phương trình bậc hai có chứa tham số. Định lí Vi-et

❖ **Bài 44.** Cho phương trình $x^2 - 2(m+1)x + m^2 + 5 = 0$ (1), với x là ẩn số.

- a) Giải phương trình (1) khi $m = 2$.
- b) Tìm m để phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt x_1 và x_2 thỏa mãn đẳng thức:

$$2x_1x_2 - 5(x_1 + x_2) + 8 = 0.$$

 **Lời giải.**

🔹 **Bài 45.** Cho phương trình bậc hai ẩn x : $x^2 + (4m + 1)x + 2m - 8 = 0$ (m là tham số).

- a. Chứng minh rằng phương trình luôn có hai nghiệm phân biệt $x_1; x_2$ với mọi tham số m .
- b. Tìm m để hai nghiệm $x_1; x_2$ của phương trình đã cho thỏa mãn điều kiện $|x_1 - x_2| = 17$.

 **Lời giải.**

⇒ Bài 46. Cho phương trình

$$x^2 - (2m + 1)x + m^2 + m = 0.$$

Tìm m để phương trình đã cho có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn $2 \leq x_1 < x_2 \leq 5$.

 **Lời giải.**

🔗 Bài 47. Cho phương trình

$$x^2 + (1 - 4m)x + 4m^2 - 2m = 0,$$

với m là tham số. Tìm giá trị của m để phương trình đã cho có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 ($x_1 < x_2$) sao cho $|x_1| - 3|x_2| = 0$.

 **Lời giải.**

.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	

🔗 **Bài 48.** Tìm giá trị của tham số m để phương trình $x^2 - (m + 4)x + 3(m + 1) = 0$ có hai nghiệm là độ dài hai cạnh của một tam giác vuông, biết độ dài cạnh còn lại là 5.

💬 **Lời giải.**

.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	

3. Tương giao giữa Parabol và đường thẳng

🔗 **Bài 49.** Tìm m để Parabol $(P) : y = x^2$ và đường thẳng $d : y = 2(m + 1)x - m^2 - 9$. Tìm m để

- a) d cắt (P) tại hai điểm phân biệt.
- b) d tiếp xúc với (P) .
- c) d và (P) không có điểm chung.

💬 **Lời giải.**

.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	

Nơi Đầu Có Ý Chí Ở Đó Có Con Đường

Luyện mãi thành tài, miệt mài tất giỏi.

.....	
.....	
.....	

✧ **Bài 50.** Cho Parabol $(P) : y = -\frac{1}{2}x^2$. Viết phương trình đường thẳng d tiếp xúc với (P) tại điểm có hoành độ bằng -2 .

💬 **Lời giải.**

.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	

✧ **Bài 51.** Cho Parabol $(P) : y = \frac{x^2}{2}$ và đường thẳng $d : y = mx - m + 2$.

a) Chứng minh rằng với mọi giá trị của m thì d và (P) luôn cắt nhau tại hai điểm phân biệt.

b) Giả sử $A(x_1; y_1)$ và $B(x_2; y_2)$ là các giao điểm của d và (P) . Chứng minh rằng

$$y_1 + y_2 \geq (2\sqrt{2} - 1)(x_1 + x_2).$$

💬 **Lời giải.**

.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	

.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	

4. Giải bài toán bằng cách lập phương trình

⇨ **Bài 52.** Một ca nô xuôi dòng từ bến sông A đến bến sông B cách nhau 24 km; cùng lúc đó, một chiếc bè trôi từ A đến B với vận tốc dòng nước là 4 km/h. Khi đến B ca nô quay lại ngay và gặp bè tại địa điểm C cách A là 8 km. Tính vận tốc thực của ca nô.

💬 Lời giải.

.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	

⇨ **Bài 53.** Một đội xe cần phải chuyên chở 150 tấn hàng. Hôm làm việc có 5 xe được đi làm nhiệm vụ khác nên mỗi xe còn lại phải chở thêm 5 tấn. Hỏi đội xe ban đầu có bao nhiêu chiếc? (Biết rằng, mỗi xe chở số hàng như nhau).

💬 Lời giải.

.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	

⇨ **Bài 54.** Số học sinh của một trường sau 2 năm tăng từ 500 lên 720 học sinh. Vậy trung bình hàng năm, số học sinh trường đó tăng lên bao nhiêu phần trăm?

💬 Lời giải.

.....	
.....	

Nơi Đầu Có Ý Chỉ Ở Đó Có Con Đường

5. Toán nâng cao

✧ **Bài 55.** Cho $a > 4$ và phương trình $x^2 - \sqrt{a}x + 1 = 0$ có 2 nghiệm x_1, x_2 ; phương trình $x^2 - \sqrt{a+1}x + 1 = 0$ có 2 nghiệm x_3, x_4 . Tính giá trị biểu thức $(x_1 - x_3)(x_2 - x_3)(x_1 + x_4)(x_2 + x_4)$.

💬 **Lời giải.**

✧ **Bài 56.** Giả sử phương trình $ax^2 + bx + c = 0, (a \neq 0)$ có hai nghiệm x_1, x_2 và thỏa mãn $ax_1 + bx_2 + c = 0$. Tính giá trị của biểu thức $M = a^2c + ac^2 + b^3 - 3abc$.

💬 **Lời giải.**

✧ **Bài 57.**
 Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho parabol $(P) : y = mx^2 (m > 0)$ và đường thẳng $(d) : y = 2x - m^2$.
 a) Tìm m để (d) cắt (P) tại hai điểm phân biệt A và B . Khi đó chứng minh A và B cùng nằm

về một phía với trục tung.

b) Với m tìm được ở câu a). Gọi x_A, x_B theo thứ tự là hoành độ các điểm A và B . Tìm m để biểu thức $K = \frac{2}{x_A + x_B} + \frac{1}{4x_A x_B + 1}$ đạt giá trị nhỏ nhất.

 **Lời giải.**

Bài 7

ĐỀ KIỂM TRA 45 PHÚT

ĐỀ KIỂM TRA 45 PHÚT CHƯƠNG IV - CƠ BẢN

🔹 **Bài 1 (3 điểm).** Giải các phương trình sau:

a) $x^2 - 3x + 2 = 0$.

b) $2x^2 - 3x - 2 = 0$.

 **Lời giải.**

❖ Bài 2 (2 điểm). Giải các phương trình sau:

a) $x^4 - 2x^2 - 8 = 0$.

b) $x + \sqrt{x} - 6 = 0$.

 **Lời giải.**

.....	
.....	
.....	
.....	

✧ **Bài 3 (2 điểm).** Cho phương trình $7x^2 + 2(m - 1)x - m^2 = 0$. (1)

- a) Tìm m để phương trình (1) luôn có nghiệm.
 b) Gọi x_1, x_2 là hai nghiệm của phương trình (1). Tìm m thỏa mãn hệ thức $x_1x_2 = -7$.

💬 **Lời giải.**

.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	

✧ **Bài 4 (2 điểm).** Tính chiều dài và chiều rộng của một thửa ruộng hình chữ nhật. Biết chiều dài hơn chiều rộng 10 m và diện tích bằng 1200 m².

💬 **Lời giải.**

.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	

✧ **Bài 5 (1 điểm).** Gọi x_1, x_2 là hai nghiệm của phương trình $x^2 + x - 1 = 0$. Lập phương trình bậc hai nhận $3x_1$ và $3x_2$ làm nghiệm.

💬 **Lời giải.**

.....	
.....	
.....	
.....	
.....	

B ĐỀ KIỂM TRA 45 PHÚT CHƯƠNG IV - NÂNG CAO

✎ **Bài 1 (2 điểm).** Tìm m để phương trình $x^2 - 3x + 2 = 0$ tương đương với phương trình $2x^2 + mx + 4 = 0$.

💬 **Lời giải.**

.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	

✎ **Bài 2 (2 điểm).** Cho phương trình $2x^2 + 2(m - 1)x - 3m^2 = 0$. (1)
a) Chứng minh phương trình (1) luôn có hai nghiệm phân biệt.
b) Gọi x_1, x_2 là hai nghiệm của phương trình (1). Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $A = x_1^2 + x_2^2$.

💬 **Lời giải.**

.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	

✎ **Bài 3 (2 điểm).** Một chiếc ca nô theo dòng sông từ A đến B, rồi ngược dòng từ B về A hết 5 giờ. Tìm vận tốc riêng của ca nô (vận tốc của ca nô khi dòng nước đứng yên), biết rằng vận tốc của dòng nước là 4 km/h và khoảng cách từ A đến B là 48 km.

💬 **Lời giải.**

.....	
.....	
.....	
.....	

Nơi Đầu Có Ý Chỉ Ở Đó Có Con Đường

❖ **Bài 4 (2 điểm).** Giải hệ phương trình
$$\begin{cases} x^2 + y^2 + x + y = 8 \\ xy(x+1)(y+1) = 12 \end{cases}.$$

 Lời giải.

❖ **Bài 5 (2 điểm).** Cho phương trình $ax^2 + bx + c = 0$ (2) sao cho $b > a > 0$. Chứng minh rằng:
Nếu phương trình (2) vô nghiệm thì $\frac{2b+c}{a-b} < 2$.

 **Lời giải.**

.....	
.....	
.....	

