

Chương 4

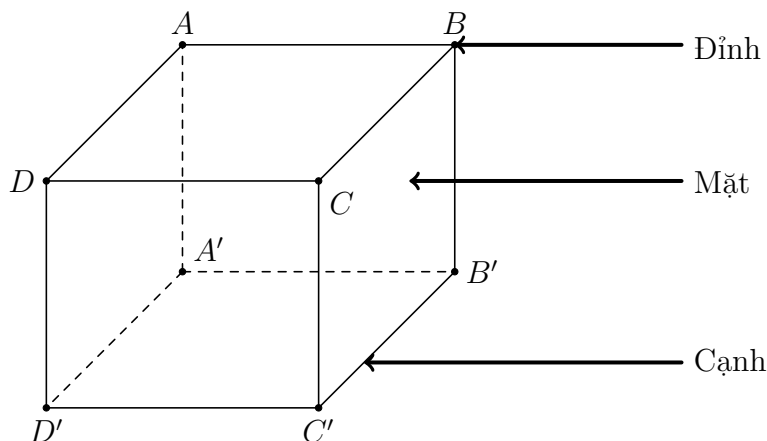
Hình lăng trụ đứng. Hình chóp đều

§1 Hình hộp chữ nhật

1 Tóm tắt lý thuyết

1.1 Hình hộp chữ nhật

Hình hộp chữ nhật là hình có 6 mặt đều là các hình chữ nhật.



- ☑ Hình hộp chữ nhật có 8 đỉnh: $A; B; \dots; A'; B'; \dots$
- ☑ Hình hộp chữ nhật có 6 mặt: $ABCD; BCC'B'; \dots$
- ☑ Hình hộp chữ nhật có 12 cạnh: $AB; A'B'; BC; \dots$
- ☑ Hai mặt không có cạnh chung gọi là hai *mặt đối diện*. Nếu coi hai mặt đối diện là *mặt đáy* thì các mặt còn lại gọi là *mặt bên*.
- ☑ Hình lập phương là hình hộp chữ nhật có tất cả các mặt là hình vuông.

1.2 Vị trí tương đối của hai đường thẳng trong không gian

Cho hai đường thẳng a và b trong không gian. Ta nói:

- ☑ a và b song song nếu chúng cùng thuộc một mặt phẳng và không có điểm chung;
- ☑ a và b cắt nhau nếu chúng cùng thuộc một mặt phẳng và chỉ có một điểm chung;

- ☑ a và b trùng nhau nếu chúng có ít nhất hai điểm chung phân biệt;
- ☑ a và b chéo nhau nếu không tồn tại bất cứ một mặt phẳng nào chứa cả a và b .

1.3 Đường thẳng và mặt phẳng song song

Cho đường thẳng a và mặt phẳng (P) . Ta nói a song song với (P) nếu a không có điểm chung với mặt phẳng (P) .

1.4 Hai mặt phẳng song song

- ☑ Hai mặt phẳng song song với nhau nếu trong mặt phẳng này có chứa hai đường thẳng cắt nhau và cùng song song với mặt phẳng kia.
- ☑ Hai mặt phẳng phân biệt có một điểm chung thì chúng có một đường thẳng đi qua điểm chung đó. Ta nói hai mặt phẳng đã cho *cắt nhau*.

1.5 Các công thức tính diện tích

Hình hộp chữ nhật có chiều cao h , đáy có chiều dài là a và chiều rộng b .

1. Diện tích xung quanh của hình hộp chữ nhật bằng chu vi đáy nhân với chiều cao:

$$S_{xq} = 2 \times (a + b) \times h.$$

2. Diện tích toàn phần của hình hộp chữ nhật bằng diện tích xung quanh cộng diện tích hai đáy:

$$S_{tp} = 2 \times (a + b) \times h + 2 \times a \times b.$$

2 Bài tập và các dạng toán

Dạng 54. Nhận biết các đỉnh, các cạnh và các mặt của hình hộp chữ nhật

Sử dụng các tính chất hình hộp chữ nhật để nhận biết.

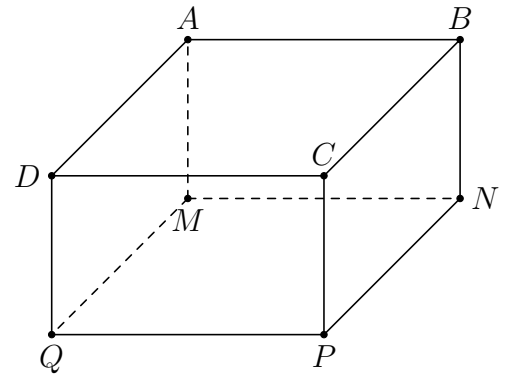
BÀI TẬP MẪU

 **Ví dụ 1.** Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.MNPQ$ như hình vẽ trên

1. Kể tên tất cả các mặt đối diện của hình hộp chữ nhật.
2. Nếu coi $ABCD$ và $MNPQ$ là hai mặt đáy, hãy kể tên tất cả các mặt bên của hình hộp chữ nhật.

 **Lời giải.**

1. Các mặt đối diện của hình hộp chữ nhật là $ABCD$ và $MNPQ$; $AMQD$ và $BNPC$; $ABNM$ và $DCPQ$.
2. Các mặt bên là $ABNM$, $BNPC$, $DCPQ$ và $AMQD$.



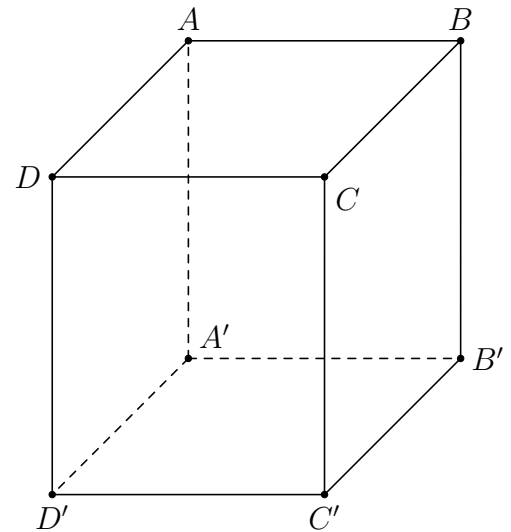
□

Ví dụ 2. Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ như hình vẽ.

1. Kể tên 8 đỉnh và 6 mặt của hình hộp chữ nhật.
2. Kể tên tất cả các cạnh của hình hộp chữ nhật.

Lời giải.

1. Các đỉnh của hình hộp chữ nhật là: $A, B, C, D, A', B', C', D'$. Các mặt của hình hộp chữ nhật là: $ABCD, A'B'C'D', ABB'A', BCC'B', CDD'C'$ và $DAA'D'$.
2. Các cạnh của hình hộp chữ nhật là: $AB, BC, CD, DA, AA', BB', CC', DD', A'B', B'C', C'D', D'A'$.



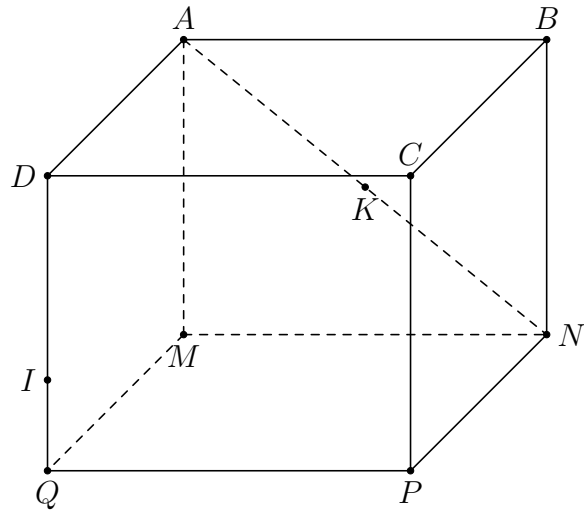
□

Ví dụ 3. Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.MNPQ$ như hình vẽ. K là trung điểm AN , I là điểm bất kì thuộc DQ .

- a) Kể tên các mặt phẳng chứa cạnh CP .
- b) Điểm I có thuộc $(AMQD)$ không? Điểm K có thuộc $(ABNM)$ không?
- c) BN có cắt được AK không?
- d) BM có đi qua K không?

Lời giải.

1. Các mặt phẳng chứa cạnh CP là $(CPNB)$ và $(CPQD)$.
2. Ta có: $I \in DQ$ (gt) và $DQ \in (AMDQ)$. Do đó I thuộc $(AMQD)$.
Ngoài ra, K là trung điểm AN (gt) và $AN \in (ABNM)$. Vì vậy K thuộc $(ABNM)$.
3. Vì $K \in AN$ và BN cắt AN tại N nên AK cắt BN tại N .
4. Vì K là giao điểm của hai đường chéo AN, BM của hình chữ nhật $ABNM$ nên BM đi qua K .



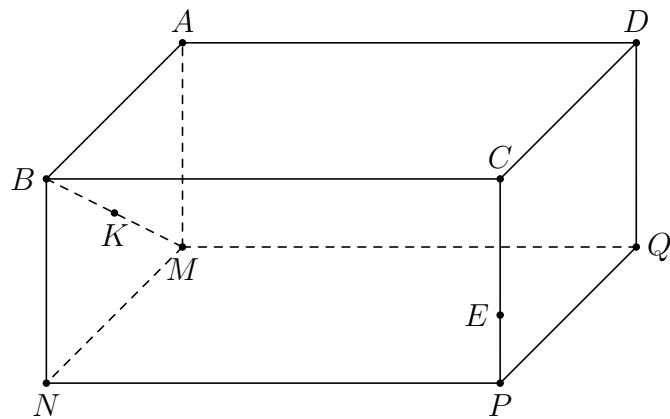
□

Ví dụ 4. Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.MNPQ$ như hình vẽ. K là trung điểm BM, E thuộc CP .

1. Kể tên các mặt phẳng chứa cạnh AB .
2. Kể tên các mặt phẳng chứa điểm E .
3. BM có cắt được DE không?
4. AN có đi qua K không?

Lời giải.

1. Các mặt phẳng chứa cạnh AB là $(ABCD)$ và $(ABNM)$.
2. Các mặt phẳng chứa điểm E là $(BNPC)$ và $(CPQD)$.
3. Vì $BM \in (ABNM), DE \in (CDQP)$ và $(ABNM), (CDQP)$ đối diện nhau nên BM chéo DE .
4. Vì K là giao điểm của hai đường chéo BM, AN của hình chữ nhật $ABMN$ nên AN đi qua K .



□

Dạng 55. Nhận biết vị trí tương đối của hai đường thẳng, của đường thẳng với mặt phẳng và của hai mặt phẳng của hình hộp chữ nhật

Dùng các kiến thức nêu trong phần Tóm tắt lý thuyết để nhận biết.

BÀI TẬP MẪU

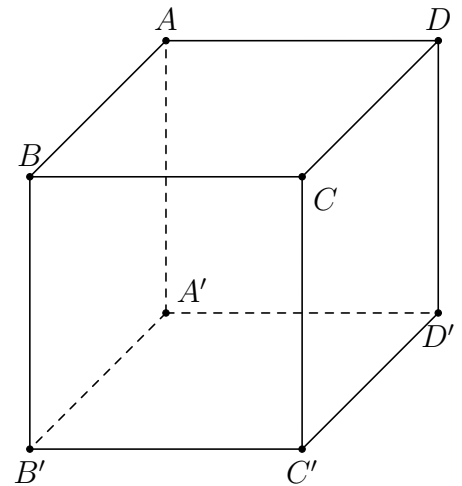
Giáo viên:

Ví dụ 1. Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ như hình vẽ.

1. Nêu tên các cạnh song song với AB .
2. Cặp đường thẳng AA' và BC ; CD và $B'C'$ có cắt nhau không?
3. Nêu vị trí tương đối của AA' với mặt phẳng $(CDC'D')$.
4. Nêu vị trí tương đối của $(ABB'A')$ với $(CDC'D')$ và $(BDD'B')$.

Lời giải.

1. Các cạnh song song với AB là CD ; $C'D'$ và $A'B'$.
2. Ta có: AA' và BC chéo nhau, CD và $B'C'$ chéo nhau.
3. Vì $AA' \parallel DD'$ và $DD' \in (CDC'D')$ nên $AA' \parallel (CDC'D')$.
4. Ta có: $(ABB'A')$ và $(CDC'D')$ là hai mặt phẳng đối diện nên $(ABB'A') \parallel (CDC'D')$. Ngoài ra $(ABB'A')$ cắt $(BDD'B')$ theo đường thẳng BB' .



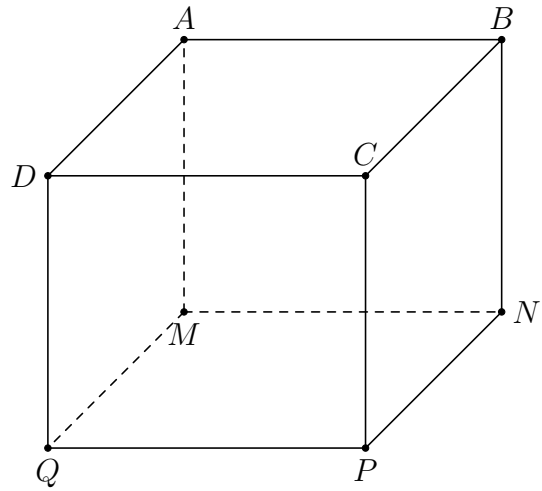
□

Ví dụ 2. Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.MNPQ$ như hình vẽ.

1. Nêu tên các cạnh song song với AM .
2. Cặp đường thẳng AD và BC ; AB và CP có cắt nhau không?
3. Chứng minh PQ có song song với $(ABNM)$ và $(ABCD)$.
4. Hai mặt phẳng $(ACPM)$ và $(CDQP)$ có cắt nhau không? Nếu cắt thì cắt theo đường thẳng chung nào?

Lời giải.

1. Các cạnh song song với AM là DQ ; CP và BN .
2. Vì AD, BC cùng thuộc hình chữ nhật $ABCD$ nên $AD \parallel BC$.
Ngoài ra, $AB \in (ABNM)$, $CP \in (DCPQ)$ và $(ABNM), (DCPQ)$ đối nhau nên AB, CP chéo nhau.
3. Vì $PQ \parallel MN$ và $MN \in (ABMN)$ nên $PQ \parallel (ABMN)$.
Mặt khác, $PQ \parallel CD$ và $CD \in (ABCD)$ nên $PQ \parallel (ABCD)$.
4. Ta có: $(ACPM)$ cắt $(CDQP)$ theo đường thẳng CP hay $(ACPM) \cap (CDQP) = CP$.



□

Dạng 56. Tính toán các số liệu liên quan đến cạnh, mặt của hình hộp chữ nhật

Đưa các dữ liệu của cạnh, góc về trong cùng một mặt phẳng và sử dụng các công thức đã biết trong hình học phẳng để tính.

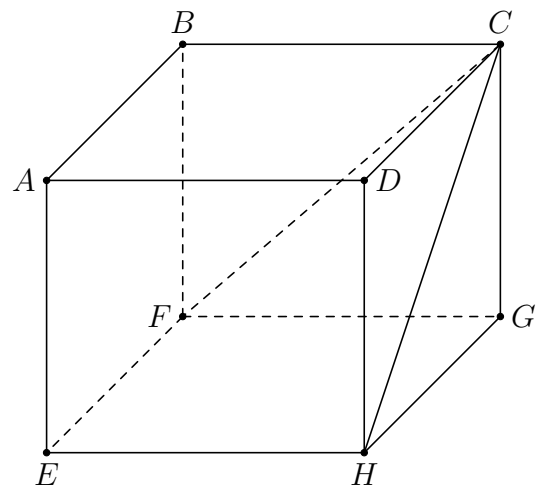
BÀI TẬP MẪU

Ví dụ 1. Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.EFGH$ có $AB = 5$ cm, $BC = 4$ cm, $AE = 3$ cm.

1. Tính CF, CH . **ĐS:** 5 cm; $\sqrt{34}$ cm
2. Tính diện tích xung quanh và diện tích toàn phần của hình hộp chữ nhật. **ĐS:** 94 cm²

Lời giải.

1. Xét hình chữ nhật $BCGF$:
Áp dụng định lý Py-ta-go cho $\triangle BFC$ vuông tại B , ta có:
 $CF^2 = BC^2 + BF^2 = 4^2 + 3^2 = 25 \Rightarrow CF = 5$ cm.
Tương tự, xét hình chữ nhật $CDHG$:
Áp dụng định lý Py-ta-go cho $\triangle CGH$ vuông tại G , ta có:
 $CH^2 = CG^2 + GH^2 = 3^2 + 5^2 = 34$
 $\Rightarrow CH = \sqrt{34}$ cm.
2. Diện tích xung quanh của hình hộp chữ nhật:
 $S_{xq} = 2 \cdot (AB + BC) \cdot AE = 2 \cdot (5 + 4) \cdot 3 = 54$ (cm²).
Diện tích toàn phần:
 $S_{tp} = S_{xq} + 2 \cdot S_{ABCD} = 54 + 2 \cdot 5 \cdot 4 = 94$ (cm²).



□

Ví dụ 2. Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A_1B_1C_1D_1$ có $AB = 6$ cm, $AD = 8$ cm, $AA_1 = 9$ cm.

- Tính A_1C_1 , AB_1 . **ĐS:** 10 cm; $\sqrt{117}$ cm
- Tính diện tích xung quanh và diện tích toàn phần của hình hộp chữ nhật. **ĐS:** 348 cm^2

Lời giải.

1. Xét hình chữ nhật $A_1B_1C_1D_1$:

Áp dụng định lý Py-ta-go cho $\Delta A_1C_1D_1$ vuông tại D_1 , ta có:

$$A_1C_1^2 = A_1D_1^2 + C_1D_1^2 = 8^2 + 6^2 = 100$$

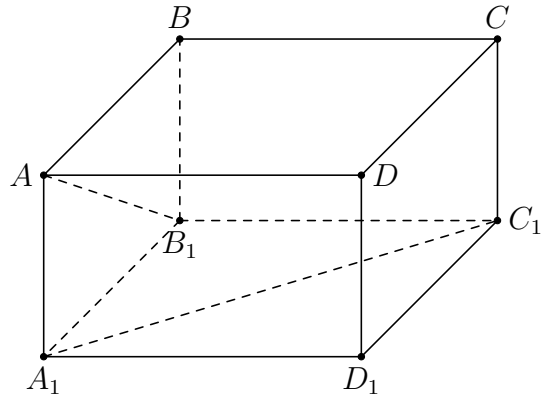
$$\Rightarrow A_1C_1 = 10 \text{ cm.}$$

Tương tự, xét hình chữ nhật ABB_1A_1 :

Áp dụng định lý Py-ta-go cho ΔAA_1B_1 vuông tại A_1 , ta có:

$$AB_1^2 = AA_1^2 + A_1B_1^2 = 9^2 + 6^2 = 117$$

$$\Rightarrow CH = \sqrt{117} \text{ cm.}$$



2. Diện tích xung quanh của hình hộp chữ nhật:

$$S_{xq} = 2 \cdot (AB + AD) \cdot AA_1 = 2 \cdot (6 + 8) \cdot 9$$

$$= 252 \text{ (cm}^2\text{)}.$$

Diện tích toàn phần:

$$S_{tp} = S_{xq} + 2 \cdot S_{ABCD} = 252 + 2 \cdot 6 \cdot 8 = 348$$

$$\text{(cm}^2\text{)}.$$

□

Ví dụ 3. Cho một căn phòng có dạng hình hộp chữ nhật. Biết chiều dài, chiều rộng căn phòng lần lượt là 3 m và 2 m và mặt bên chứa cạnh 3 m có đường chéo dài 5 m.

- Tính diện tích mặt sàn căn phòng. **ĐS:** 6 m^2
- Để sơn xung quanh căn phòng cần trả bao nhiêu tiền công cho thợ sơn biết giá công sơn là 50.000 đồng cho mỗi m^2 . **ĐS:** 2.000.000 đồng

Lời giải.

1. Diện tích mặt sàn là $3 \cdot 2 = 6 \text{ m}^2$.

2. Chiều cao căn phòng là $\sqrt{5^2 - 3^2} = 4 \text{ m}$.

Diện tích xung quanh của căn phòng là $2(3 + 2) \cdot 4 = 40 \text{ m}^2$.

Giá tiền công trả cho thợ sơn là $40 \times 50.000 = 2.000.000$ (đồng).

□

Ví dụ 4. Cho một căn phòng có dạng hình hộp chữ nhật. Chiều dài và chiều rộng căn phòng lần lượt là m và 3 m. Mặt bên chứa cạnh 3 m có đường chéo dài 5 m.

- Để lát gạch nền căn phòng cần ít nhất bao nhiêu viên gạch hoa hình vuông, biết một

viên gạch có số đo 20 cm.

ĐS: 300 viên gạch

2. Tính toàn phần của căn phòng.

ĐS: 80 m²

 **Lời giải.**

- Diện tích sàn của căn phòng là $4 \cdot 3 = 12 \text{ m}^2 = 120.000 \text{ cm}^2$.
Diện tích một viên gạch hoa hình vuông là $20 \cdot 20 = 400 \text{ cm}^2$.
Số viên gạch cần ít nhất để lát sàn căn phòng là $120.000 \div 400 = 300$ (viên gạch).
- Chiều cao căn phòng là $\sqrt{5^2 - 3^2} = 4 \text{ m}$.
Diện tích xung quanh của căn phòng là $2(3 + 4) \cdot 4 = 56 \text{ m}^2$.
Diện tích toàn phần của căn phòng là $56 + 2 \cdot 3 \cdot 4 = 80 \text{ m}^2$.

□

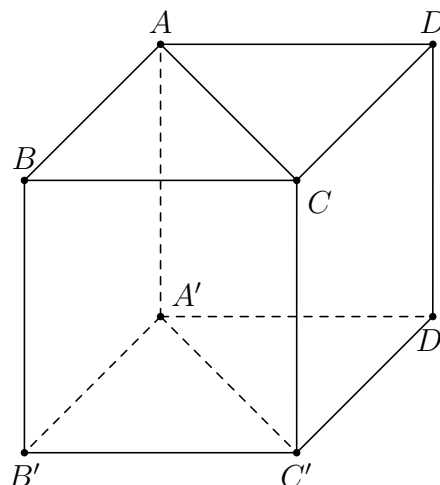
3 Bài tập về nhà

 **Bài 1.** Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$. Hãy cho biết:


- Những cạnh nào song song với cạnh AA' ? Vì sao?
- Những cạnh nào song song với cạnh BC ? Vì sao?
- Cạnh đối diện với AA' là cạnh nào?
- Đường thẳng AB song song với những mặt phẳng nào? Vì sao?

 **Lời giải.**

- Vì $ABB'A'$ là hình chữ nhật nên $AA' \parallel BB'$.
Vì $ADD'A'$ là hình chữ nhật nên $AA' \parallel DD'$.
Ta thấy $DCC'D'$ là hình chữ nhật nên $DD' \parallel CC'$.
Mà $AA' \parallel DD' \Rightarrow AA' \parallel CC'$.
- Vì $ABCD$ là hình chữ nhật nên $BC \parallel AD$.
Vì $BCC'B'$ là hình chữ nhật nên $BC \parallel B'C'$.
Ta có $ADD'A'$ là hình chữ nhật nên $AD \parallel A'D'$.
Mà $AD \parallel BC \Rightarrow BC \parallel A'D'$.
- Ta thấy $AA' \in (AA'C'C)$, $CC' \in (AA'C'C)$ và $(AA'C'C)$ là hình chữ nhật. Do đó cạnh đối diện với AA' là cạnh CC' .
- Vì $AB \parallel DC$, $DC \subset (DCC'D')$ và $AB \not\subset (DCC'D')$ nên $AB \parallel (DCC'D')$.
Tương tự, vì $AB \parallel A'B'$, $A'B' \subset (A'B'C'D')$ và $AB \not\subset (A'B'C'D')$ nên $AB \parallel (A'B'C'D')$.



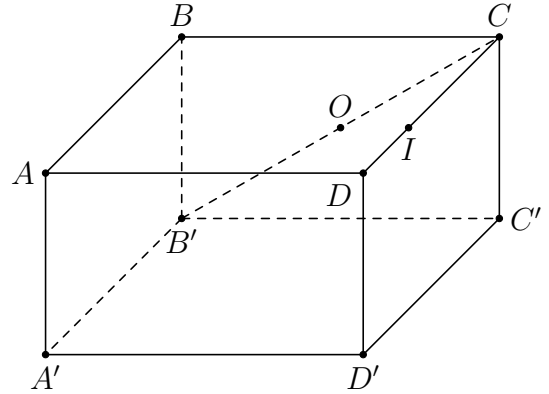
□

 **Bài 2.** $ABCD.A'B'C'D'$ là một hình hộp chữ nhật (hình vẽ).


1. Nếu O là trung điểm của đoạn CB' thì O có là điểm thuộc đoạn BC' không?
2. I là điểm thuộc cạnh CD . Hỏi I có thể là điểm thuộc cạnh BB' hay không?

 **Lời giải.**

1. Vì $BCC'B'$ là hình chữ nhật và O là trung điểm của BC nên O thuộc đoạn BC' .
2. Ta thấy $I \in CD$, $CD \subset (CDD'C')$ và $BB' \not\subset (CDD'C')$ nên $I \notin BB'$.



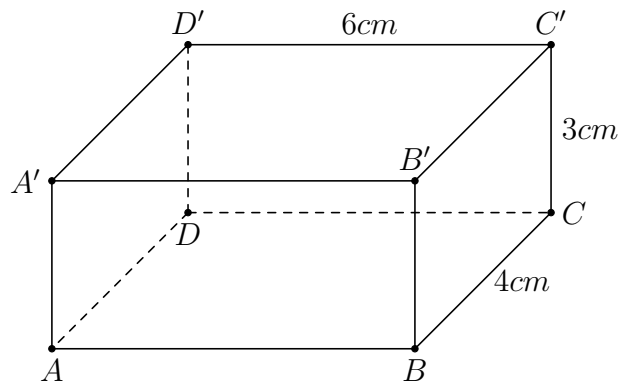
□

 **Bài 3.** Tính diện tích xung quanh và diện tích toàn phần của hình hộp chữ nhật theo các kích thước cho ở hình vẽ. **ĐS:** 108 m²


 **Lời giải.**

Diện tích xung quanh của hình hộp chữ nhật là
 $S_{xq} = 2 \cdot (B'C' + D'C') \cdot CC' = 2 \cdot (4 + 6) \cdot 3 = 60 \text{ cm}^2$.

Diện tích toàn phần của hình hộp chữ nhật là
 $S_{tp} = S_{xq} + 2 \cdot S_{A'B'C'D'} = 60 + 2 \cdot 4 \cdot 6 = 108 \text{ cm}^2$.



□

 **Bài 4.** Một phòng học hình hộp chữ nhật có chiều dài 10 m, chiều rộng 5 m và chiều cao 4 m. Người ta định sơn bốn bức tường căn phòng, biết giá công tiền sơn là 25.000 đồng cho mỗi m². Hỏi chi phí tiền công là bao nhiêu? Cho biết căn phòng có một cửa chính cao 1,8 m và chiều rộng 2 m và hai cửa sổ có cùng chiều dài 80 cm, chiều 60 cm. **ĐS:** 2.886.000 đồng

 **Lời giải.**

Diện tích của bốn bức tường là $2(10 + 5) \cdot 4 = 120 \text{ m}^2$.

Diện tích của cửa chính là $1,8 \cdot 2 = 3,6 \text{ m}^2$.

Diện tích của hai cửa sổ là $2 \cdot 80 \cdot 60 = 9600 \text{ cm}^2 = 0,96 \text{ m}^2$.

Diện tích cần phải sơn là $120 - 3,6 - 0,96 = 115,44 \text{ m}^2$.

Chi phí tiền công là $115,44 \cdot 25.000 = 2.886.000$ (đồng).

□

§2 Thể tích của hình hộp chữ nhật

1 Tóm tắt lý thuyết

1.1 Đường thẳng vuông góc với mặt phẳng

Đường thẳng a vuông góc với mặt phẳng (P) nếu a vuông góc với hai đường thẳng cắt nhau trong mặt phẳng (P) .

Nếu $a \perp (P)$ thì a vuông góc với mọi đường thẳng b nằm trong (P) .

1.2 Hai mặt phẳng vuông góc

Hai mặt phẳng vuông góc với nhau nếu trong mặt phẳng này tồn tại một đường thẳng vuông góc với mặt phẳng còn lại.

1.3 Thể tích của hình hộp chữ nhật

Thể tích của hình hộp chữ nhật có chiều dài, chiều rộng và chiều cao lần lượt là a, b, c bằng:

$$V = a \cdot b \cdot c.$$


Thể tích hình lập phương cạnh a bằng : $V = a^3$.

2 Bài tập và các dạng toán

Dạng 57. Nhận biết quan hệ vuông góc giữa đường thẳng và mặt phẳng trong hình hộp chữ nhật

Sử dụng mối quan hệ vuông góc giữa đường thẳng với mặt phẳng và hai mặt phẳng với nhau để nhận biết.

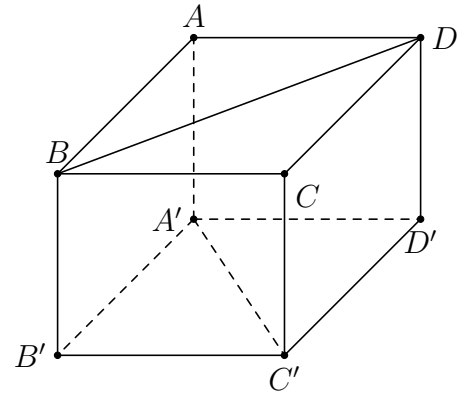
BÀI TẬP MẪU

 Ví dụ 1. Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ như hình vẽ.

1. Kể tên các đường thẳng trên hình vẽ vuông góc với CC' .
2. Mặt phẳng $(ADD'A')$ vuông góc với những mặt phẳng nào?
3. Chứng minh BD vuông góc với $A'C'$.

 Lời giải.

1. Các đường thẳng vuông góc với CC' là: $AB, BC, CD, DA, A'B', B'C', C'D', A'D', A'C'$.
2. Mặt phẳng $(ADD'A')$ vuông góc với $(ABCD), (A'B'C'D'), (ABB'A')$ và $(CC'D'D)$.
3. Vì $BD \perp (ACC'A')$ và $A'C' \in (ACC'A')$ nên $BD \perp A'C'$.

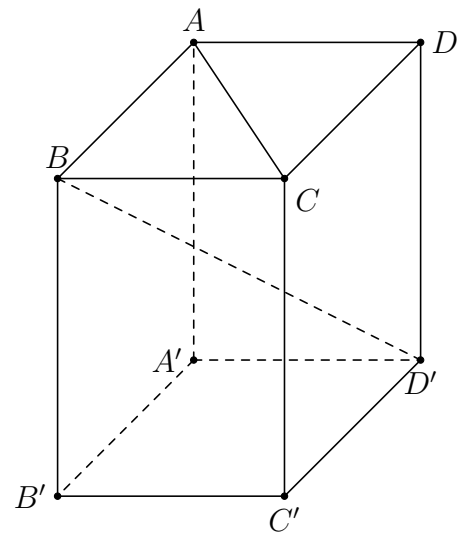


Ví dụ 2. Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ như hình vẽ.

1. Kể tên các đường thẳng trên hình vẽ vuông góc với AD .
2. Mặt phẳng $(ABCD)$ vuông góc với những mặt phẳng nào?
3. Chứng minh AC vuông góc với BD' .

Lời giải.

1. Các đường thẳng vuông góc với AD là: $AB, CD, AA', BB', CC', DD', A'B', C'D'$.
2. Mặt phẳng $(ABCD)$ vuông góc với $(AA'B'B), (ADD'A'), (CC'D'D), (BCC'B')$.
3. Vì $AC \perp (BDD'B')$ và $BD' \in (BDD'B')$ nên $AC \perp BD'$.



Dạng 58. Tính thể tích hình hộp chữ nhật và các bài toán liên quan đến cạnh và mặt của hình hộp chữ nhật

Chuyển các dữ liệu của cạnh, góc về trong cùng một mặt phẳng và sử dụng các công thức đã biết trong hình học phẳng để tính toán.

BÀI TẬP MẪU

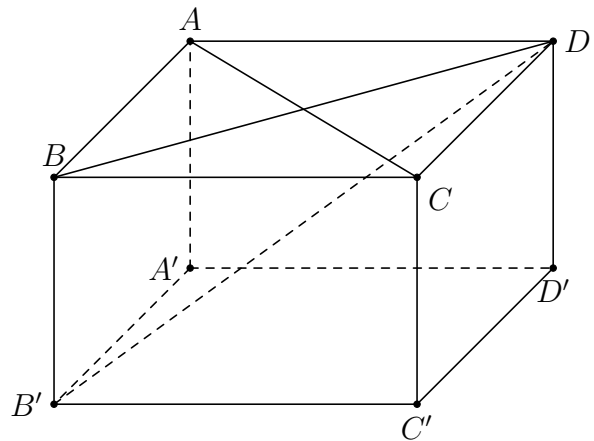
Ví dụ 1. Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB = 8$ cm, $AC = 10$ cm, $AA' = 10$ cm.

1. Tính thể tích hình hộp. **ĐS:** 480 cm^3
2. Tính diện tích $ACC'A'$. **ĐS:** 100 cm^2

- | | |
|---|----------------------------------|
| 3. Tính $B'D$. | ĐS: $10\sqrt{2}$ cm |
| 4. Tính diện tích xung quanh hình hộp chữ nhật. | ĐS: 280 cm ² |

Lời giải.

1. Ta có $BC = \sqrt{AC^2 - AB^2} = \sqrt{10^2 - 8^2} = 6$ cm.
 Thể tích hình hộp chữ nhật là
 $V = AB \cdot AD \cdot AA' = 8 \cdot 6 \cdot 10 = 480$ cm³.
2. $S_{ACC'A'} = AC \cdot AA' = 10 \cdot 10 = 100$ cm².
3. Áp dụng định lý Py-ta-go cho $\triangle BDB'$ vuông tại B , ta có: $B'D = \sqrt{BD^2 + BB'^2} = \sqrt{10^2 + 10^2} = 10\sqrt{2}$ cm.
4. $S_{xq} = 2 \cdot (AB + AC) \cdot AA' = 2 \cdot (8 + 10) \cdot 10 = 280$ cm².



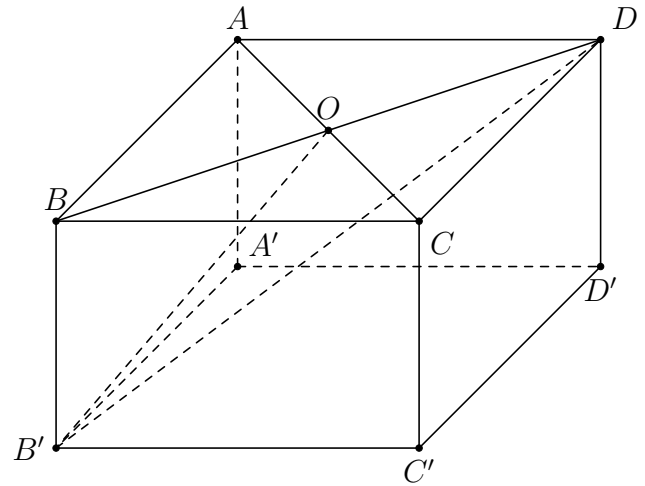
□

Ví dụ 2. Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB = 20$ cm, $AD = 15$ cm, $AA' = 10$ cm.

- | | |
|---|--------------------------------------|
| 1. Tính thể tích hình hộp. | ĐS: 3000 cm ³ |
| 2. Tính diện tích $BDD'B'$. | ĐS: 250 cm ² |
| 3. Gọi O là trung điểm BD . Tính OB' . | ĐS: $\frac{5\sqrt{41}}{2}$ cm |
| 4. Tính diện tích xung quanh hình hộp chữ nhật. | ĐS: 700 m ² |

Lời giải.

1. Thể tích hình hộp chữ nhật là
 $V = AB \cdot AD \cdot AA' = 20 \cdot 15 \cdot 10 = 3000$
 cm^3 .
2. Áp dụng định lý Py-ta-go cho $\triangle ABD$,
ta có: $BD = \sqrt{AB^2 + AD^2} =$
 $\sqrt{20^2 + 15^2} = 25$ cm.
 $S_{BDD'B'} = BD \cdot DD' = 25 \cdot 10 = 250$
 cm^2 .
3. $BO = BD \div 2 = 12,5$ cm.
Áp dụng định lý Py-ta-go cho $\triangle OBB'$,
ta có: $OB' = \sqrt{BO^2 + BB'^2} =$
 $\sqrt{12,5^2 + 10^2}$
 $= \frac{5\sqrt{41}}{2}$ cm.
4. $S_{xq} = 2 \cdot (AB + AD) \cdot AA' = 2 \cdot (20 + 15) \cdot 10$
 $= 700$ cm^2 .



□

Ví dụ 3. Cho biết một bể bơi tiêu chuẩn có chiều dài 50 m, chiều rộng 25 m và chiều cao 2,3 m. Người ta bơm nước vào bể sao cho nước cách mép bể 0,3 m.

1. Tính thể tích nước trong bể. **ĐS:** 2500 m^3
2. Tính thể tích phần bể không chứa nước. **ĐS:** 375 m^3

Lời giải.

1. Nước trong bể tạo thành một hình hộp chữ nhật có chiều dài 50 m, chiều rộng 25 m và chiều cao 2 m.
Thể tích nước trong bể $V_1 = 50 \cdot 25 \cdot 2 = 2500$ m^3 .
2. Thể tích của cả bể là $V = 50 \cdot 25 \cdot 2,3 = 2875$ m^3 .
Thể tích phần bể không chứa nước là $V_2 = V - V_1 = 2875 - 2500 = 375$ m^3 .

□

Ví dụ 4. Một bể cá cảnh có dạng hình hộp chữ nhật với chiều dài 100 cm, chiều rộng 30 cm và chiều cao 60 cm. Người ta đổ vào hồ cá 100 lít nước.

1. Chiều cao của khối nước trong bể là bao nhiêu? **ĐS:** $\frac{100}{3}$ cm
2. Tính thể tích phần bể không chứa nước. **ĐS:** 80.000 cm^3

Lời giải.

- Đổi $100 \text{ lít} = 100 \text{ dm}^3 = 100.000 \text{ cm}^3$.
Chiều cao của khối nước là $h = \frac{100.000}{100 \times 30} = \frac{100}{3} \text{ cm}$.
- Thể tích của cả bể là $100 \cdot 30 \cdot 60 = 180.000 \text{ cm}^3$.
Thể tích phần bể không chứa nước là $180.000 - 100.000 = 80.000 \text{ cm}^3$.

□

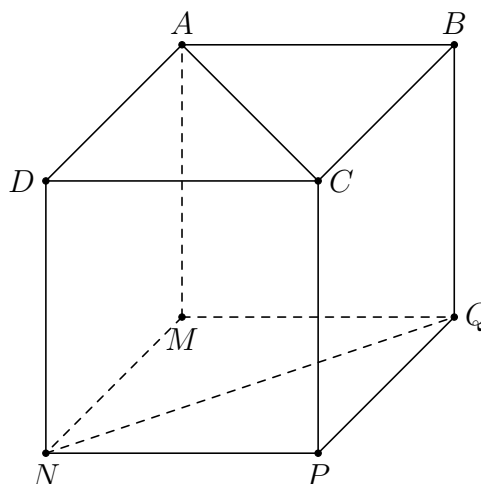
3 Bài tập về nhà

Bài 1. Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.MNPQ$ như hình vẽ.

- Kẻ tên các đường thẳng trên hình vẽ vuông góc với CP .
- Mặt phẳng $(MNPQ)$ vuông góc với những mặt phẳng nào?
- Chứng minh NQ vuông góc với AC .

 **Lời giải.**

- Các đường thẳng vuông góc với CP là: $AB, BC, CD, AD, AC, MN, MQ, PQ, NP, NQ$.
- Mặt phẳng $(MNPQ)$ vuông góc với $(ABNM), (ADQM), (CDQP), (CDQP)$.
- Vì $NQ \perp (ACPM)$ và $AC \in (ACPM)$ nên $NQ \perp AC$.



□

Bài 2. Một hình lập phương có cạnh bằng 1. Người ta tăng độ dài của mỗi cạnh của nó thêm 20%.

- Diện tích toàn phần của nó tăng bao nhiêu phần trăm? **ĐS: 44%**
- Thể tích của nó tăng bao nhiêu phần trăm? **ĐS: 72,8%**

 **Lời giải.**

- Độ dài của mỗi cạnh sau khi tăng thêm 20% là 1,2.
Diện tích toàn phần tăng thêm là $6 \cdot 1,2 \cdot 1,2 - 6 \cdot 1 \cdot 1 = 2,64$.
Phần trăm diện tích tăng thêm so với ban đầu là $2,64 \div 6 \times 100\% = 44\%$.
- Thể tích tăng thêm là $1,2^3 - 1^3 = 0,728$.
Phần trăm thể tích tăng thêm so với ban đầu là $0,728 \div 1 \times 100\% = 72,8\%$.

□

⇒ **Bài 3.** Một cái thùng có dạng hình hộp chữ nhật, cao 1 m, dài 50 cm và rộng 50 cm. Các bác thợ xây đổ một lượng nước bằng 50% thể tích của thùng rồi thả vào đó 50 viên gạch hình hộp chữ nhật, mỗi viên có các kích thước cao, dài, rộng lần lượt là 10 cm, 20 cm, 15 cm. Hỏi nước trong thùng có bị tràn ra ngoài không? Vì sao? **ĐS:** Không bị tràn ra ngoài

 **Lời giải.**

Thể tích thùng là $V_1 = 100 \cdot 50 \cdot 50 = 250.000 \text{ cm}^3$.

Thể tích phần còn trống của thùng sau khi đổ nước là $V_2 = V_1 \cdot 50\% = 125.000 \text{ cm}^3$

Thể tích các viên gạch là $V_3 = 50 \cdot 10 \cdot 20 \cdot 15 = 150.000 \text{ cm}^3$.

Vì $V_3 > V_2$ nên nước bị tràn ra ngoài.

□

§3 Hình lăng trụ đứng

1 Tóm tắt lý thuyết

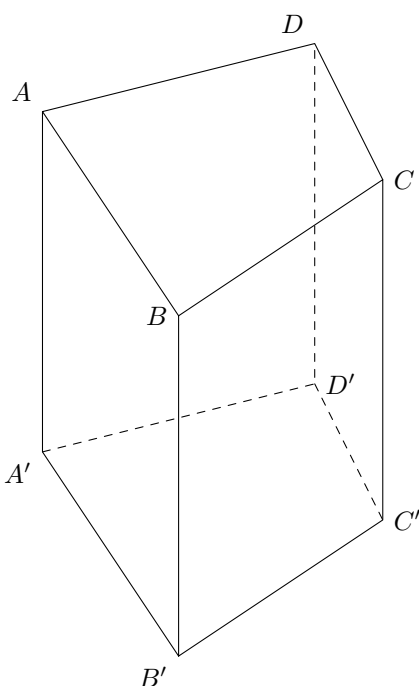
1.1 Hình lăng trụ đứng

Định nghĩa 21. Hình lăng trụ đứng là hình lăng trụ có cạnh bên vuông góc với mặt đáy.

1.2 Các khái niệm liên quan

Trong hình lăng trụ đứng ở hình dưới.

- Các đỉnh là $A, B, C, D, A', B', C', D'$.
- Các mặt đáy là $(ABCD)$ và $(A'B'C'D')$.
- Các mặt bên là $(ADD'A')$, $(DCC'D')$, $(BCC'B')$, $(ABB'A')$.
- Các cạnh bên là AA', BB', CC', DD' . Các cạnh bên của hình lăng trụ đứng vuông góc với hai đáy và được gọi là *chiều cao* hình lăng trụ.
- Hình lăng trụ đứng có đáy là tam giác gọi là *lăng trụ tam giác*. Tương tự, nếu đáy là tứ giác gọi là *lăng trụ tứ giác*, nếu đáy là ngũ giác gọi là *lăng trụ ngũ giác*.
- Hình hộp chữ nhật và hình lập phương đều là các hình lăng trụ đứng.



2 Bài tập và các dạng toán

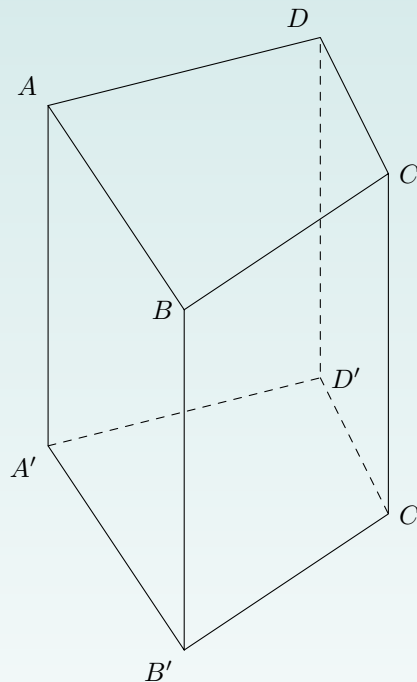
Dạng 59. Xác định các đỉnh, các cạnh, các mặt và mối quan hệ giữa các cạnh với nhau của hình lăng trụ đứng

- ☑ Sử dụng các khái niệm về đỉnh, cạnh và mặt của hình lăng trụ đứng.
- ☑ Vị trí tương đối của hai đường thẳng và vị trí tương đối của hai mặt phẳng trong không gian.

BÀI TẬP MẪU

Ví dụ 1. Cho hình lăng trụ đứng tứ giác $ABCD.A'B'C'D'$.

1. Hãy kể tên các đỉnh, các cạnh, các mặt đáy và mặt bên của hình lăng trụ đứng.
2. Nêu vị trí tương đối của AB và DD' ; CD và $A'B'$.
3. Nêu vị trí tương đối của $(ABCD)$ và $(A'B'C'D')$; $(ABB'A')$ và $(BCC'B')$.

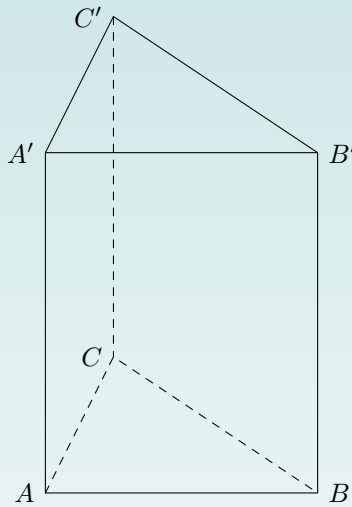


Lời giải.

1. Các đỉnh $A, B, C, D, A', B', C', D'$.
 Các cạnh $AB, BC, CD, DA, A'B', B'C', C'D', D'A', AA', BB', CC', DD'$.
 Các mặt đáy $(ABCD), (A'B'C'D')$.
 Các mặt bên $(ABB'A'), (BCC'B'), (CDD'C'), (DAA'D')$.
2. $AB \perp DD'$, CD và $A'B'$ là hai đường thẳng nằm trên hai mặt phẳng song song.
3. $(ABCD)$ và $(A'B'C'D')$ là hai mặt phẳng song song; $(ABB'A')$ và $(BCC'B')$ là hai mặt phẳng cắt nhau theo đường thẳng BB' .

□

Ví dụ 2. Cho hình lăng trụ đứng tam giác $ABC.A'B'C'$.



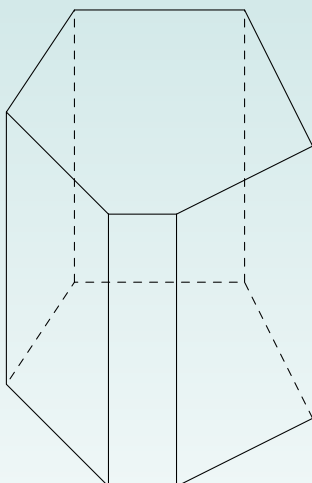
1. Hãy kể tên các đỉnh, các cạnh, các mặt đáy và mặt bên của hình lăng trụ đứng.
2. Nêu vị trí tương đối của AB và CC' ; AC và $A'C'$.
3. Nêu vị trí tương đối của $(ABB'A')$ và $(BCC'B')$.

Lời giải.

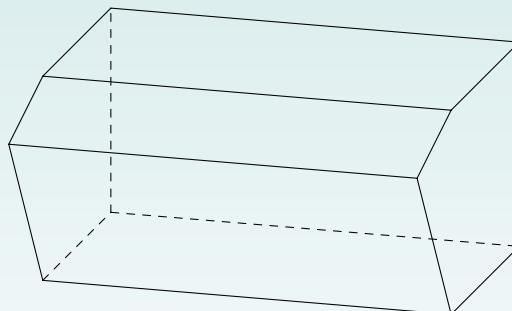
1. Các đỉnh A, B, C, A', B', C' .
 Các cạnh $AB, BC, CA, A'B', B'C', C'A', AA', BB', CC'$.
 Các mặt đáy $(ABC), (A'B'C')$.
 Các mặt bên $(ABB'A'), (BCC'B'), (CAA'C')$.
2. $AB \perp CC', AC \parallel A'C'$.
3. $(ABB'A')$ và $(BCC'B')$ là hai mặt phẳng cắt nhau theo đường thẳng BB' .

□

Ví dụ 3. Quan sát các hình lăng trụ đứng trong hình vẽ rồi điền vào các ô trống ở bảng dưới.



Hình 1




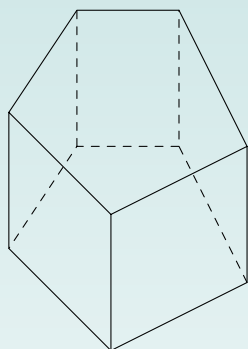
Hình 2

Hình	Hình 1	Hình 2
Số cạnh của một đáy		5
Số mặt bên		
Số đỉnh	12	
Số cạnh bên		

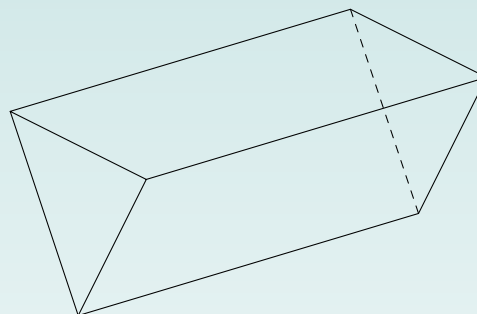
 **Lời giải.**

Hình	Hình 1	Hình 2
Số cạnh của một đáy	6	5
Số mặt bên	6	5
Số đỉnh	12	10
Số cạnh bên	6	5

 **Ví dụ 4.** Quan sát các hình lăng trụ đứng trong hình vẽ rồi điền vào các ô trống ở bảng dưới.



Hình 1



Hình 2

Hình	Hình 1	Hình 2
Số cạnh của một đáy	5	
Số mặt bên		3
Số đỉnh		
Số cạnh bên		

 **Lời giải.**

Hình	Hình 1	Hình 2
Số cạnh của một đáy	5	3
Số mặt bên	5	3
Số đỉnh	10	6
Số cạnh bên	5	3

 **Dạng 60. Tính độ dài các cạnh và các đoạn thẳng khác trong hình lăng trụ đứng**

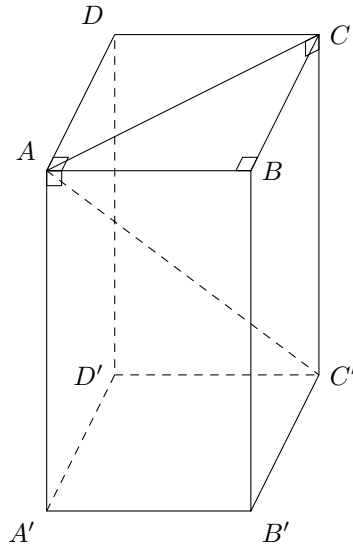
Chuyển các dữ liệu về cạnh và góc về cùng một mặt phẳng và sử dụng các kiến thức hình học phẳng để tính toán.

   **BÀI TẬP MẪU**   

Ví dụ 1. Cho hình lăng trụ đứng tứ giác $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật cạnh $AB = 5$ cm, $AC = 8$ cm và đường cao bằng 6 cm. Hãy tính.

1. Độ dài đoạn thẳng AC' . **ĐS:** $AC' = 10$ cm.
2. Tổng diện tích hai mặt đáy của hình lăng trụ đứng. **ĐS:** $16\sqrt{39}$ (cm²).

Lời giải.



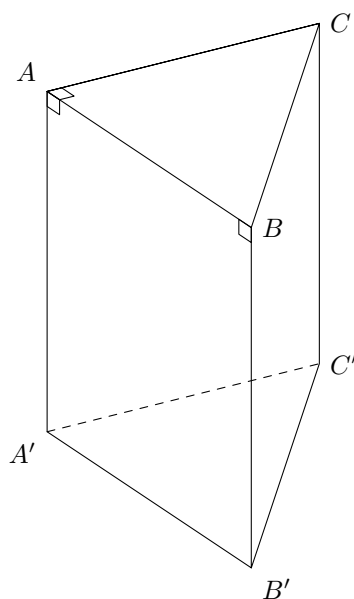
- a) Độ dài đoạn thẳng AC' .
 Tam giác ACC' vuông tại C nên theo định lý Py-ta-go
 $AC'^2 = AC^2 + CC'^2 = 8^2 + 6^2 = 100$.
 Suy ra $AC' = 10$ (cm).
- b) Tổng diện tích hai mặt đáy của hình lăng trụ đứng.
 Tam giác ABC vuông tại B nên theo định lý Py-ta-go
 $AC^2 = AB^2 + BC^2 \Rightarrow BC^2 = AC^2 - AB^2 = 8^2 - 5^2 = 39$.
 Suy ra $BC = \sqrt{39}$ (cm).
 Suy ra tổng diện tích hai mặt đáy là
 $S = 2AB \cdot BC = 2 \cdot 5 \cdot \sqrt{39} = 10\sqrt{39}$ (cm²).

□

Ví dụ 2. Cho hình lăng trụ đứng tam giác $ABC.A'B'C'$ có đáy là các tam giác vuông cân tại A và A' , có $BC = 3\sqrt{2}$ cm và $AB' = 5$ cm. Hãy tính.

1. Chiều cao của hình lăng trụ. **ĐS:** 4 cm.
2. Diện tích của mặt bên $ABB'A'$ và tổng diện tích của hai mặt đáy. **ĐS:** 12 cm², 9 cm².

Lời giải.



a) Chiều cao của hình lăng trụ.

Tam giác ABC vuông cân tại A nên theo định lý Py-ta-go
 $BC^2 = AB^2 + AC^2 = 2AB^2 \Rightarrow AB^2 = \frac{BC^2}{2} = \frac{(3\sqrt{2})^2}{2} = 9.$

Suy ra $AB = 3$ (cm).

Tam giác ABB' vuông tại B nên theo định lý Py-ta-go
 $AB'^2 = AB^2 + BB'^2 \Rightarrow BB'^2 = AB'^2 - AB^2 = 5^2 - 3^2 = 16.$
 Suy ra $BB' = 4$ (cm). Chiều cao của hình lăng trụ là 4 cm.

b) Diện tích của mặt bên $ABB'A'$ là

$$S_{ABB'A'} = AB \cdot BB' = 3 \cdot 4 = 12 \text{ (cm}^2\text{)}.$$

Tổng diện tích hai mặt đáy của hình lăng trụ đứng là

$$S = 2 \cdot \frac{1}{2} \cdot AB \cdot AC = 3^2 = 9 \text{ (cm}^2\text{)}.$$

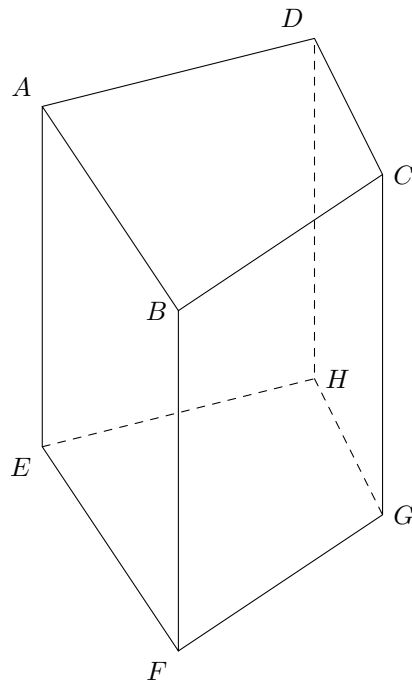
□

3 Bài tập về nhà

✎ **Bài 1.** Cho hình lăng trụ đứng tứ giác $ABCD.EFGH$.

1. Hãy kể tên các đỉnh, các cạnh, các mặt đáy và các mặt bên của hình lăng trụ đứng.
2. Nêu vị trí tương đối của BC và DH , CD và EF .
3. Nêu vị trí tương đối của $(ABCD)$ và $(EFGH)$, $(ADHE)$ và $(DCGH)$.

✎ **Lời giải.**



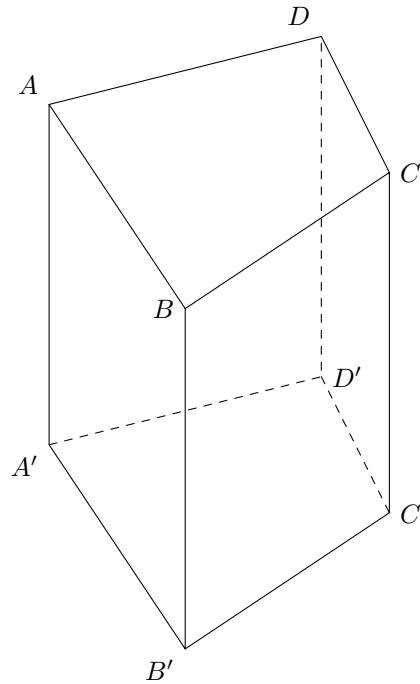
- a) Hãy kể tên các đỉnh, các cạnh, các mặt đáy và các mặt bên của hình lăng trụ đứng.
 Các đỉnh: A, B, C, D, E, F, G, H .
 Các cạnh: $AB, BC, CD, DA, EF, FG, GH, HE, AE, BF, CG, DH$.
 Các mặt đáy: $(ABCD), (EFGH)$.
 Các mặt bên: $(ABFE), (BCGF), (CDHG), (DAEH)$.
- b) Vị trí tương đối của BC và DH : $BC \perp DH$.
 Vị trí tương đối của CD và EF : nằm trên hai mặt phẳng song song.
- c) Vị trí tương đối của $(ABCD)$ và $(EFGH)$: $(ABCD) \parallel (EFGH)$.
 Vị trí tương đối của $(ADHE)$ và $(DCGH)$: hai mặt phẳng cắt nhau theo đường thẳng DH .

□

Bài 2. Cho hình lăng trụ đứng $ABCD.A'B'C'D'$.

- Hình lăng trụ đứng đã cho có bao nhiêu đỉnh? **ĐS:** 8.
- Trong các cặp mặt phẳng $ADD'A'$ và $BCC'B'$; $ACC'A'$ và $BDD'B'$; $BCC'B'$ và $ABCD$ cặp mặt phẳng nào vuông góc với nhau? **ĐS:** $BCC'B'$ và $ABCD$.

Lời giải.



- a) Hình lăng trụ đứng đã cho có 8 đỉnh.
 b) Cặp mặt phẳng vuông góc với nhau là $(BCC'B')$ và $(ABCD)$.

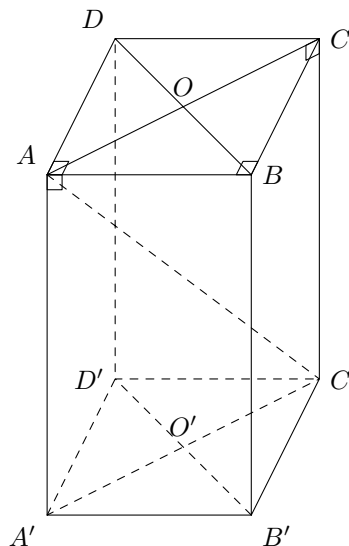
□

Bài 3. Cho hình lăng trụ đứng $ABCD.A'B'C'D'$ có hai đáy là các hình vuông tâm O và tâm O' , $AB = 3$ cm, $AC' = \sqrt{34}$ cm.

- Hình lăng trụ đứng đã cho có phải hình lập phương không? Vì sao?
- Chứng minh đường thẳng OO' vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$.
- Tìm vị trí tương đối giữa hai mặt phẳng $(ACC'A')$ và $(BDD'B')$.
- Tính chiều cao của hình lăng trụ đứng.

ĐS: 4 cm.

Lời giải.



- a) Tam giác ABC vuông tại B nên theo định lý Py-ta-go
 $AC^2 = AB^2 + BC^2 = 3^2 + 3^2 = 18$.
Tam giác ACC' vuông tại C nên theo định lý Pytago
 $AC^2 + CC'^2 = AC'^2 \Rightarrow CC'^2 = AC'^2 - AC^2 = 34 - 18 = 16 \Rightarrow CC' = 4$.
Hình lăng trụ đã cho không phải là hình lập phương. Vì các mặt bên không phải là hình vuông.
- b) Ta có tứ giác $ACC'A'$ là hình chữ nhật. O và O' lần lượt là trung điểm của AC và $A'C'$ nên $OO' \parallel AA' \parallel CC'$. Mà các cạnh bên AA', CC' vuông góc với mặt phẳng $ABCD$. Do đó $OO' \perp (ABCD)$.
- c) Hai mặt phẳng $(ACC'A')$ và $(BDD'B')$ vuông góc với nhau và cắt nhau theo giao tuyến OO'
- d) Chiều cao của hình lăng trụ là đứng là $CC' = 4$ cm.

□

§4 Diện tích xung quanh và thể tích hình lăng trụ đứng

1 Tóm tắt lý thuyết

1.1 Diện tích xung quanh $S_{xq} = 2p \cdot h$

Trong đó p là nửa chu vi đáy và h là chiều cao của hình lăng trụ đứng.

1.2 Diện tích toàn phần

Diện tích toàn phần bằng tổng diện tích xung quanh và diện tích hai đáy.

1.3 Thể tích của hình lăng trụ đứng $V = S \cdot h$

Trong đó S là diện tích đáy và h là chiều cao.

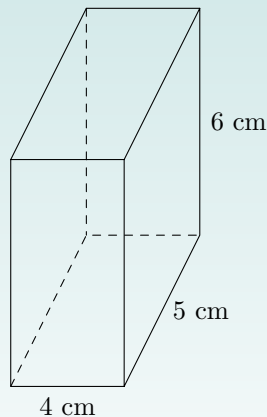
2 Bài tập và các dạng toán

Dạng 61. Tính diện tích xung quanh, diện tích toàn phần và thể tích của hình lăng trụ đứng

Dùng các kiến thức nêu trong phần *Tóm tắt lý thuyết* để tính các yêu cầu bài toán.

❖❖❖ BÀI TẬP MẪU ❖❖❖

Ví dụ 1. Tính diện tích xung quanh, diện tích toàn phần và thể tích lăng trụ đứng trong hình vẽ sau đây: **ĐS:** 108 cm^2 , 148 cm^2 , 120 cm^3 .



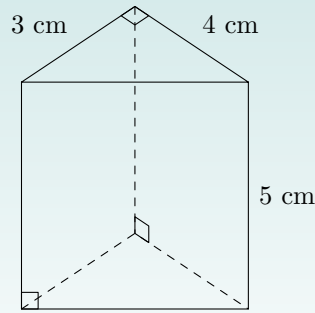
Lời giải.

Nửa chu vi đáy là $p = 4 + 5 = 9$ (cm).

- ☑ Diện tích xung quanh là $S_{xq} = 2p \cdot h = 2 \cdot 9 \cdot 6 = 108 \text{ (cm}^2\text{)}$.
- ☑ Diện tích đáy là $S_{\text{đáy}} = 4 \cdot 5 = 20 \text{ (cm}^2\text{)}$.
Suy ra diện tích toàn phần là $S_{tp} = S_{xq} + 2S_{\text{đáy}} = 108 + 2 \cdot 20 = 148 \text{ (cm}^2\text{)}$.
- ☑ Thể tích lăng trụ đứng là $V = S_{\text{đáy}} \cdot h = 20 \cdot 6 = 120 \text{ (cm}^3\text{)}$.

□

📖 Ví dụ 2. Tính diện tích xung quanh, diện tích toàn phần và thể tích lăng trụ đứng trong hình vẽ sau đây: **ĐS:** $60 \text{ cm}^2, 72 \text{ cm}^2, 60 \text{ cm}^3$.

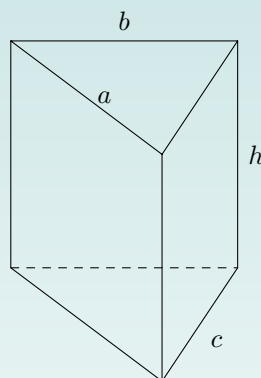


✍️ Lời giải.

- ☑ Chu vi đáy là $2p = 3 + 4 + \sqrt{3^2 + 4^2} = 12 \text{ (cm)}$.
- ☑ Diện tích xung quanh là $S_{xq} = 2p \cdot h = 12 \cdot 5 = 60 \text{ (cm}^2\text{)}$.
- ☑ Diện tích đáy là $S_{\text{đáy}} = \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot 4 = 6 \text{ (cm}^2\text{)}$.
Suy ra diện tích toàn phần là $S_{tp} = S_{xq} + 2S_{\text{đáy}} = 60 + 2 \cdot 6 = 72 \text{ (cm}^2\text{)}$.
- ☑ Thể tích lăng trụ đứng là $V = S_{\text{đáy}} \cdot h = 12 \cdot 5 = 60 \text{ (cm}^3\text{)}$.

□

📖 Ví dụ 3. Quan sát lăng trụ đứng trong hình vẽ rồi điền số thích hợp vào bảng sau:



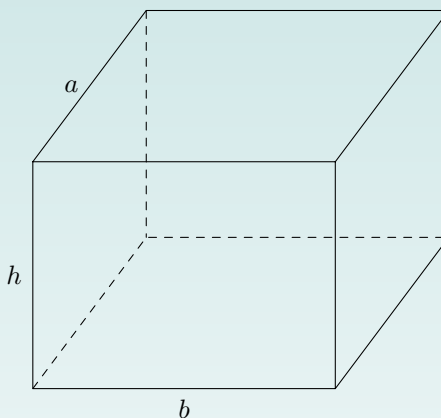
$a \text{ (cm)}$	4	6	12
$b \text{ (cm)}$		8	13
$c \text{ (cm)}$	7		7
$h \text{ (cm)}$	8	5	
Chu vi đáy (cm)	16	24	
$S_{xq} \text{ (cm}^2\text{)}$		120	480

✍️ Lời giải.

a (cm)	4	6	12
b (cm)	5	8	13
c (cm)	7	10	7
h (cm)	8	5	15
Chu vi đáy (cm)	16	24	32
S_{xq} (cm ²)	128	120	480

□

Ví dụ 4. Quan sát lăng trụ đứng tam giác trong hình vẽ rồi điền số thích hợp vào bảng sau:



a (cm)	8	7	14
b (cm)		9	20
h (cm)	8		12
Chu vi đáy (cm)	40		
S_{xq} (cm ²)		160	

Lời giải.

a (cm)	8	7	14
b (cm)	12	9	20
h (cm)	8	5	12
Chu vi đáy (cm)	40	32	68
S_{xq} (cm ²)	320	160	816

□

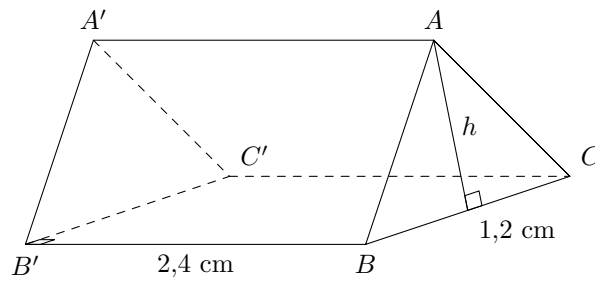
Dạng 62. Một số bài toán thực tế trong cuộc sống liên quan đến lăng trụ đứng

Phân tích dữ kiện đề bài chuyển các dữ kiện thực tế về hình lăng trụ và giải quyết yêu cầu bài toán.

BÀI TẬP MẪU

Ví dụ 1. Một lều trại có hình dạng lăng trụ đứng đáy tam giác, thể tích phần không gian bên trong là 2,16 m³. Biết chiều dài của lều là 2,4 m, chiều rộng của lều là 1,2 m. Tính chiều cao của lều. **ĐS:** 1,5 (cm).

Lời giải.



Từ hình vẽ ta có diện tích tam giác ABC là

$$S_{\triangle ABC} = \frac{2,16}{2,4} = 0,9 \text{ (cm}^2\text{)}.$$

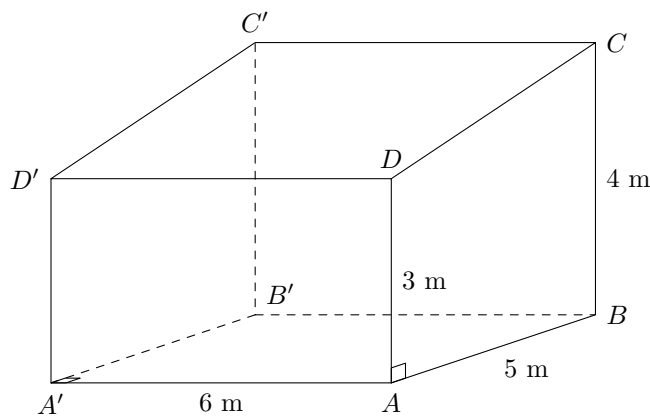
Chiều cao của lều là

$$h = \frac{2S_{\triangle ABC}}{BC} = \frac{2 \cdot 0,9}{1,2} = 1,5 \text{ (cm.)}$$

□

📖 Ví dụ 2. Một nhà kho có dạng hình lăng trụ đứng, đáy là hình thang vuông. Chiều cao của lăng trụ đứng (là chiều dài của nhà kho) bằng 6 m. Đường cao của đáy (là chiều rộng của nhà kho) bằng 5 m. Các cạnh đáy của hình thang vuông dài 3 m và 4 m. Tính thể tích của nhà kho. **ĐS:** 105 (cm³).

✍️ Lời giải.



Từ hình vẽ ta có diện tích đáy hình lăng trụ là

$$S_{ABCD} = \frac{1}{2} \cdot (3 + 4) \cdot 5 = 17,5 \text{ (cm}^2\text{)}.$$

Thể tích nhà kho là $V_{\text{kho}} = S_{ABCD} \cdot AA' = 17,5 \cdot 6 = 105 \text{ (cm}^3\text{)}.$

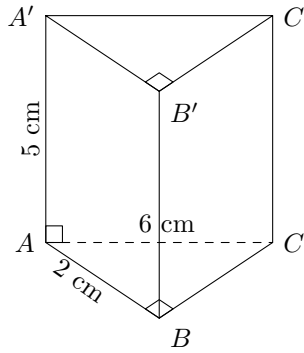
□

3 Bài tập về nhà

📁 Bài 1. Cho hình lăng trụ đứng tam giác $ABC.A'B'C'$ có đáy là các tam giác vuông tại B và B' , $AA' = 5 \text{ cm}$, $AB = 2 \text{ cm}$, $AC = 6 \text{ cm}$.


1. Tính diện tích xung quanh lăng trụ. **ĐS:** $40 + 20\sqrt{2} \text{ cm}^2$.
2. Tính diện tích toàn phần lăng trụ. **ĐS:** $40 + 28\sqrt{2} \text{ cm}^2$.
3. Tính thể tích lăng trụ. **ĐS:** $20\sqrt{2} \text{ cm}^3$

 Lời giải.

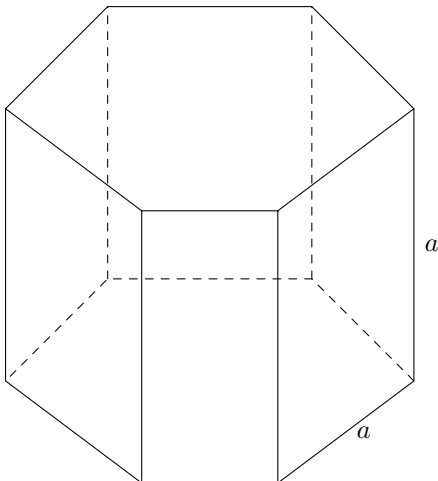


- a) Tam giác ABC vuông tại B nên theo định lý Pytago
 $AB^2 + BC^2 = AC^2 \Rightarrow BC^2 = AC^2 - AB^2 = 6^2 - 2^2 = 32$.
 Suy ra $BC = \sqrt{32} = 4\sqrt{2}$ (cm).
 Chu vi đáy hình lăng trụ là $2p = AB + BC + CA = 8 + 4\sqrt{2}$ (cm).
 Diện tích xung quanh của hình lăng trụ là
 $S_{xq} = 2p \cdot h = (8 + 4\sqrt{2}) \cdot 5 = 40 + 20\sqrt{2}$ (cm²).
- b) Diện tích đáy hình lăng trụ là $S_{\text{đáy}} = \frac{1}{2}AB \cdot BC = 4\sqrt{2}$ (cm²).
 Diện tích toàn phần hình lăng trụ là
 $S_{tp} = S_{xq} + 2S_{\text{đáy}} = 40 + 20\sqrt{2} + 8\sqrt{2} = 40 + 28\sqrt{2}$ (cm²).
- c) Thể tích hình lăng trụ là
 $V = S_{\text{đáy}} \cdot h = 4\sqrt{2} \cdot 5 = 20\sqrt{2}$ (cm³).

□

 **Bài 2.** Tính diện tích xung quanh, diện tích toàn phần và thể tích hình lăng trụ lục giác đều có cạnh bằng a . **ĐS:** $6a^2, (6 + 3\sqrt{3})a^2, \frac{3a^3\sqrt{3}}{2}$.

 Lời giải.



- Chia đáy hình lăng trụ là lục giác đều có cạnh bằng a thành 6 tam giác đều cạnh bằng a .
 Diện tích mỗi tam giác đều cạnh bằng a là $\frac{a^2\sqrt{3}}{4}$.
 Suy ra diện tích đáy hình lăng trụ là $S_{\text{đáy}} = 6 \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{4} = \frac{3a^2\sqrt{3}}{2}$.
- Chu vi đáy là $2p = 6a$.

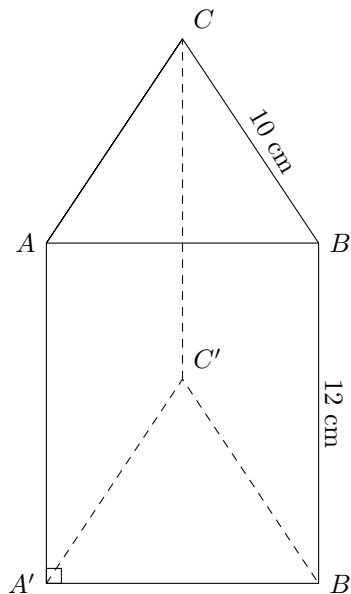
- ☑ Diện tích xung quanh của hình lăng trụ là $S_{xq} = 2p \cdot h = 6a \cdot a = 6a^2$
- ☑ Diện tích toàn phần của hình lăng trụ là $S_{tp} = S_{xq} + 2S_{\text{đáy}} = 6a^2 + 3a^2\sqrt{3} = (6 + 3\sqrt{3})a^2$.
- ☑ Thể tích hình lăng trụ là $V = S_{\text{đáy}} \cdot h = \frac{3a^2\sqrt{3}}{2} \cdot a = \frac{3a^3\sqrt{3}}{2}$.

□

Bài 3. Một hộp quà hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy là các tam giác đều cạnh 10 cm, chiều cao lăng trụ 12 cm.

1. Diện tích giấy dùng ít nhất là bao nhiêu? **ĐS:** 403,3 (cm²).
2. Thể tích hộp đựng quà là bao nhiêu? **ĐS:** 519,6 (cm³).

Lời giải.

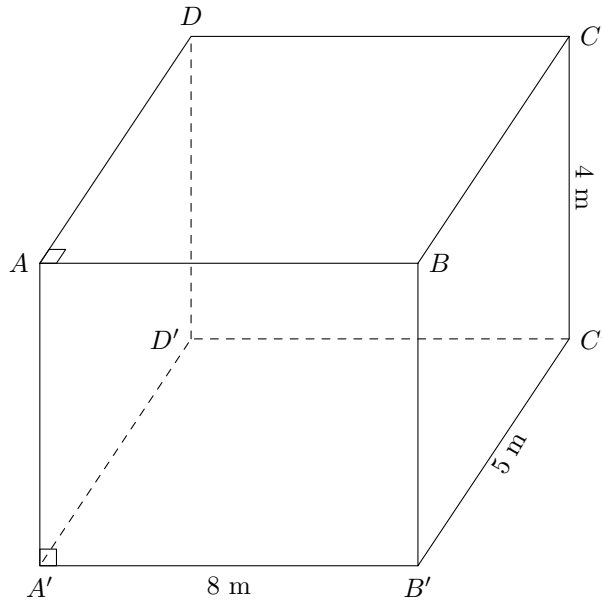


- a) Chu vi đáy của hình lăng trụ là $2p = 3 \cdot 10 = 30$ (cm).
 Diện tích xung quanh của hình lăng trụ là $S_{xq} = 2p \cdot h = 30 \cdot 12 = 360$ (cm²).
 Diện tích đáy của hình lăng trụ là $S_{\text{đáy}} = \frac{10^2\sqrt{3}}{4} = 25\sqrt{3}$ (cm²).
 Diện tích giấy dùng ít nhất là $S_{xq} + 2S_{\text{đáy}} = 360 + 25\sqrt{3} \approx 403,3$ (cm²).
- b) Thể tích hộp đựng quà là $V = S_{\text{đáy}} \cdot h = 25\sqrt{3} \cdot 12 = 300\sqrt{3} \approx 519,6$ (cm³).

□

Bài 4. Một phòng học hình hộp chữ nhật có chiều dài 8 m, chiều rộng 5 m, chiều cao 4 m. Người ta quét vôi bên trong lớp học, kể cả trần. Biết tổng diện tích các cửa ra vào và cửa sổ là 10 m². Tính diện tích phải quét vôi. **ĐS:** 134 (m²).

Lời giải.



Từ hình vẽ có

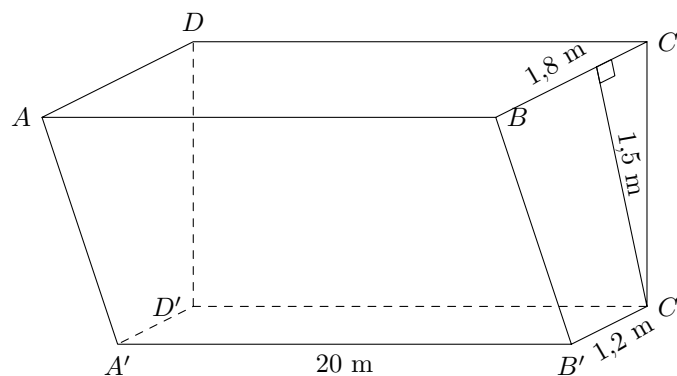
- ☑ Chu vi căn phòng là $2p = 2(8 + 5) = 26$ (m).
- ☑ Diện tích xung quanh căn phòng là $S_{xq} = 26 \cdot 4 = 104$ (m²).
- ☑ Diện tích trần căn phòng là $S_{\text{trần}} = 8 \cdot 5 = 40$ (m²).
- ☑ Diện tích phải quét vôi là $S = S_{xq} + S_{\text{trần}} - 10 = 134$ (m²).

□

Bài 5. Người ta đào một đoạn mương dài 20 m, sâu 1,5 m. Bề mặt của mương rộng 1,8 m và đáy mương rộng 1,2 m.

1. Tính thể tích khối đất phải đào. **ĐS:** 45 (m³).
2. Người ta chuyển khối đất trên để rải lên một mảnh đất hình chữ nhật có kích thước 30 m × 40 m. Tính bề dày của lớp đất rải lên trên mảnh đất đó. **ĐS:** 0,0375 (m).

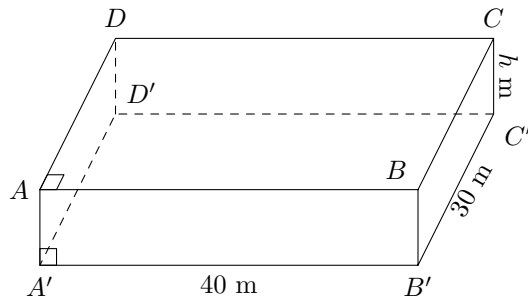
Lời giải.



a) Từ hình vẽ ta có thể tích khối đất phải đào là

$$V = S \cdot h = \frac{(1,8 + 1,2) \cdot 1,5}{2} \cdot 20 = 45 \text{ (m}^3\text{)}.$$

b) Từ hình vẽ ta có bề dày lớp đất rải lên mảnh đất là $h = \frac{V}{S} = \frac{45}{40 \cdot 30} = 0,0375$ (m).



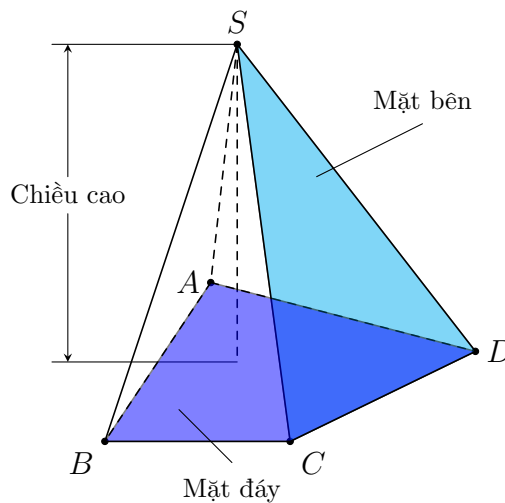
□

§5 Hình chóp đều và hình chóp cụt đều

1 Tóm tắt lí thuyết

1.1 Khái niệm hình chóp

Hình chóp là hình có mặt đáy là một đa giác, các mặt bên là những tam giác (cùng với những điểm nằm trong nó) có chung một đỉnh.



Trong đó:

- ☑ (SAB) , (SBC) , (SCD) , (SAD) được gọi là các *mặt bên*.
- ☑ $(ABCD)$ được gọi là *mặt đáy*.
- ☑ SA , SB , SC , SD được gọi là *cạnh bên*.
- ☑ Các cạnh bên cắt nhau tại S được gọi là *đỉnh* của hình chóp.
- ☑ *Đường cao* của hình chóp là đường thẳng kẻ từ đỉnh của hình chóp và vuông góc với mặt phẳng đáy.
- ☑ Hình chóp có đáy là tam giác gọi là *hình chóp tam giác*, đáy là tứ giác gọi là *hình chóp tứ giác*,...

1.2 Hình chóp đều

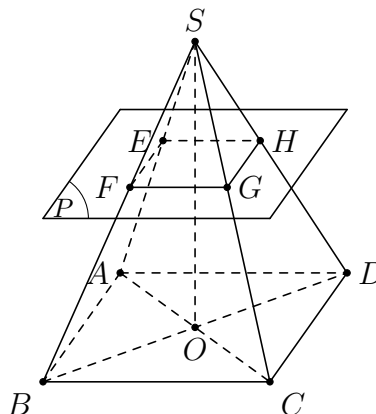
Hình chóp đều là hình chóp có đáy là đa giác đều, các mặt bên là các tam giác cân có chung đỉnh là đỉnh của hình chóp.

Tính chất 10. Chân đường cao của hình chóp đều trùng với tâm của đường tròn ngoại tiếp đa giác đáy.

Đường cao kẻ từ đỉnh S của mỗi mặt bên gọi là *trung đoạn* của hình chóp đều.

1.3 Hình chóp cắt đều

Cắt hình chóp đều $S.ABCD$ bằng một mặt phẳng (P) song song với mặt đáy, phần hình nằm giữa (P) và mặt phẳng đáy gọi là *hình chóp cắt đều*. Mỗi mặt bên của hình chóp cắt đều là một hình thang cân.



2 Bài tập và các dạng toán

Dạng 63. Nhận biết các kiến thức cơ bản hình chóp đều

Sử dụng khái niệm và các tính chất để nhận biết các yếu tố của hình chóp đều.

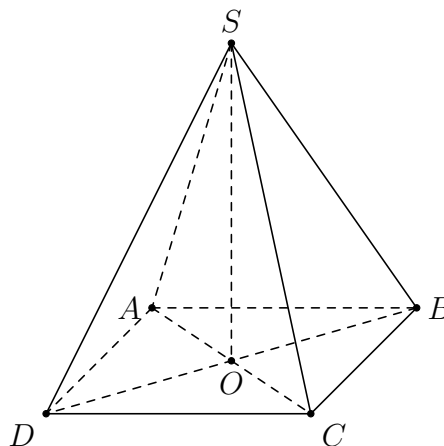
❖❖❖ BÀI TẬP MẪU ❖❖❖

Ví dụ 1. Cho hình chóp đều $S.ABCD$ có đường cao SO .

1. Xác định vị trí chân đường cao O của hình chóp.
2. Kể tên đỉnh của hình chóp.
3. Kể tên các cạnh bên.
4. Kể tên mặt đáy và các mặt bên của hình chóp.

✍️ Lời giải.

1. Ta có OA, OB, OC, OD lần lượt là hình chiếu vuông góc của SA, SB, SC, SD lên $(ABCD)$.
Mà $SA = SB = SC = SD$ nên $OA = OB = OC = OD$
 $\Rightarrow O$ là tâm của hình vuông $ABCD$.
2. Đỉnh của hình chóp: S .
3. Các cạnh bên: SA, SB, SC, SD .
4. Mặt đáy: $(ABCD)$.
Mặt bên: $(SAB), (SBC), (SCD), (SAD)$.



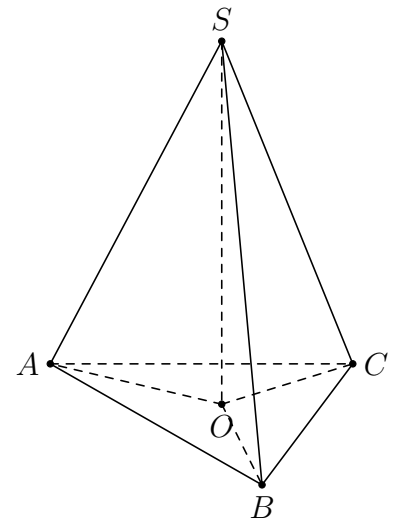
□

Ví dụ 2. Cho hình chóp đều $S.ABC$ có đường cao SO .

1. Xác định vị trí chân đường cao O của hình chóp.
2. Kể tên đỉnh của hình chóp.
3. Kể tên các cạnh bên.
4. Kể tên mặt đáy và các mặt bên của hình chóp.

Lời giải.

1. Ta có OA, OB, OC lần lượt là hình chiếu vuông góc của SA, SB, SC lên (ABC) .
Mà $SA = SB = SC$ nên $OA = OB = OC \Rightarrow O$ là tâm đường tròn ngoại tiếp $\triangle ABC$.
2. Đỉnh của hình chóp: S .
3. Các cạnh bên: SA, SB, SC .
4. Mặt đáy: (ABC) .
Mặt bên: $(SAB), (SBC), (SAC)$.



□

Dạng 64. Tính độ dài các cạnh của hình chóp đều

Sử dụng các kiến thức đã học để tính các yếu tố của hình chóp đều.

🔗🔗🔗 **BÀI TẬP MẪU** 🔗🔗🔗

Ví dụ 1. Cho hình chóp đều $S.ABCD$ có độ dài đường chéo của mặt đáy bằng 24 cm và cạnh bên bằng 13 cm.

- | | |
|--------------------------------------|---------------------------------------|
| 1. Tính chiều cao của hình chóp đều. | ĐS: 5 cm |
| 2. Tính diện tích tam giác SAC . | ĐS: 60 cm^2 |
| 3. Tính diện tích một mặt bên. | ĐS: $6\sqrt{194} \text{ cm}^2$ |

Lời giải.

1. Vì $S.ABCD$ là hình chóp đều nên SO là đường cao (O là tâm $ABCD$).

$$\text{Ta có } OA = \frac{1}{2}AC = 12 \text{ cm.}$$

$$\triangle SOA \text{ vuông tại } O \Rightarrow SO = \sqrt{SA^2 - OA^2} = 5 \text{ cm.}$$

$$2. S_{\triangle SAC} = \frac{1}{2} \cdot AC \cdot SO = \frac{1}{2} \cdot 24 \cdot 5 = 60 \text{ cm}^2.$$

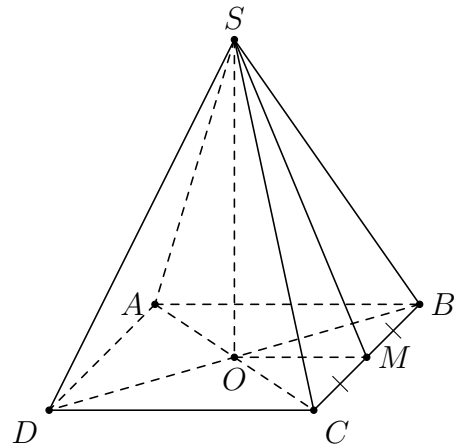
$$3. \text{Ta có } AC = AB\sqrt{2} \Rightarrow AB = \frac{AC}{\sqrt{2}} = 12\sqrt{2}.$$

Gọi M là trung điểm của $BC \Rightarrow SM \perp BC$ và

$$OM = \frac{1}{2}AB = 6\sqrt{2}.$$

$$\triangle SOM \text{ vuông tại } O \Rightarrow SM = \sqrt{SO^2 + OM^2} = \sqrt{97} \text{ cm.}$$

$$S_{\triangle SBC} = \frac{1}{2} \cdot BC \cdot SM = 6\sqrt{194} \text{ cm}^2. \quad \square$$



Ví dụ 2. Cho hình chóp đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng 4 cm, cạnh bên bằng $\sqrt{33}$ cm. Cắt hình chóp bởi mặt phẳng (P) song song với mặt phẳng đáy và cách đáy một khoảng 2 cm.

1. Tính chiều cao của hình chóp đều phần chứa đỉnh S sau khi cắt hình chóp đều $S.ABCD$ bởi mặt phẳng (P) . **ĐS:** 3 cm

2. Tính diện tích một mặt bên của hình chóp cụt đều. **ĐS:** $\frac{32\sqrt{29}}{25} \text{ cm}^2$

Lời giải.

1. Gọi E, F, G, H lần lượt là giao điểm của (P) với SA, SB, SC, SD .

Gọi I là tâm $EFGH$. Ta có $OI = 2$ cm.

$$ABCD \text{ là hình vuông cạnh bằng 4 cm} \Rightarrow OB = 2\sqrt{2} \text{ cm.}$$

$$\triangle SOB \text{ vuông tại } O \Rightarrow SO = \sqrt{SB^2 - OB^2} = 5 \text{ cm.}$$

$$\text{Vậy } SI = SO - OI = 5 - 2 = 3 \text{ cm.}$$

2. Gọi M là trung điểm của CD , N là giao điểm của (P) với SM .

$$\triangle SMC \text{ vuông tại } M \Rightarrow SM = \sqrt{SC^2 - MC^2} = \sqrt{29} \text{ cm.}$$

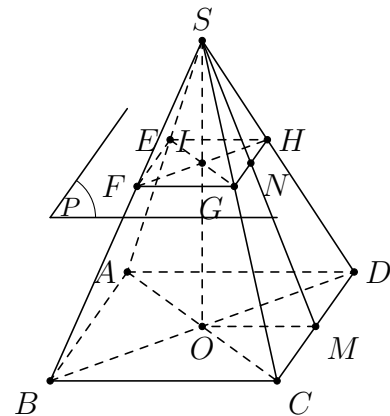
$$\text{Áp dụng định lí Ta-lét vào } \triangle SMO \text{ có } NI \parallel MO \Rightarrow \frac{SN}{SM} = \frac{SI}{SO} \Rightarrow SN = \frac{3\sqrt{29}}{5} \text{ cm.}$$

$$\text{Áp dụng định lí Ta-lét vào } \triangle SCD \text{ có } GH \parallel CD \Rightarrow \frac{GH}{CD} = \frac{SN}{SM} \Rightarrow GH = 2,4 \text{ cm.}$$

$$\text{Ta có } S_{\triangle SCD} = \frac{1}{2} \cdot CD \cdot SM = 2\sqrt{29} \text{ cm}^2.$$

$$S_{\triangle SGN} = \frac{1}{2} \cdot SN \cdot GH = \frac{18\sqrt{29}}{25} \text{ cm}^2.$$

$$\text{Vậy } S_{GHDC} = S_{\triangle SCD} - S_{\triangle SGN} = \frac{32\sqrt{29}}{25} \text{ cm}^2. \quad \square$$



3 Bài tập về nhà

Bài 1. Hoàn thành bảng sau:

Hình chóp đều	Hình chóp tam giác đều	Hình chóp tứ giác đều	Hình chóp ngũ giác đều
Đáy		Hình vuông	
Mặt bên	Tam giác cân		
Số cạnh đáy	3		
Số cạnh			10
Số mặt		5	6

Lời giải.

Hình chóp đều	Hình chóp tam giác đều	Hình chóp tứ giác đều	Hình chóp ngũ giác đều
Đáy	Tam giác đều	Hình vuông	Ngũ giác đều
Mặt bên	Tam giác cân	Tam giác cân	Tam giác cân
Số cạnh đáy	3	4	5
Số cạnh	6	8	10
Số mặt	4	5	6

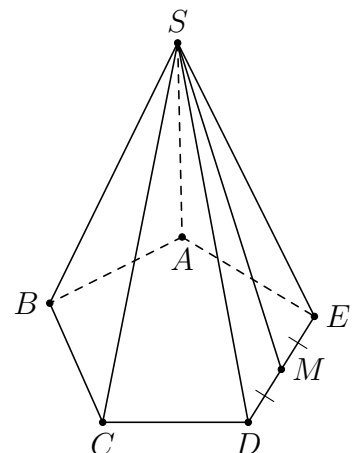
□

Bài 2. Cho hình chóp ngũ giác đều $S.ABCDE$.

- Hình chóp có bao nhiêu cạnh và bao nhiêu đỉnh? **ĐS:** 10 cạnh và 1 đỉnh
- Hình chóp có bao nhiêu mặt là tam giác cân? **ĐS:** 5 mặt
- Trong mặt phẳng (SDE) kẻ đường SM với M là trung điểm của DE . Chứng minh SM là trung đoạn của hình chóp.

Lời giải.

- Hình chóp có 10 cạnh và 1 đỉnh.
- Hình chóp có 5 mặt bên là tam giác cân.
- $\triangle SDE$ là tam giác cân nên đường trung tuyến SM đồng thời cũng là đường cao.
Vậy SM là trung đoạn của hình chóp.



□

Bài 3. Cho hình chóp đều $S.ABC$ có cạnh đáy bằng 10 cm, cạnh bên bằng 12 cm.

- Tính chiều cao của hình chóp đều. **ĐS:** $\frac{2\sqrt{249}}{3}$ cm

2. Tính diện tích một mặt bên.

ĐS: $5\sqrt{119} \text{ cm}^2$

 **Lời giải.**

1. Gọi O là tâm $\triangle ABC \Rightarrow SO$ là đường cao của hình chóp.

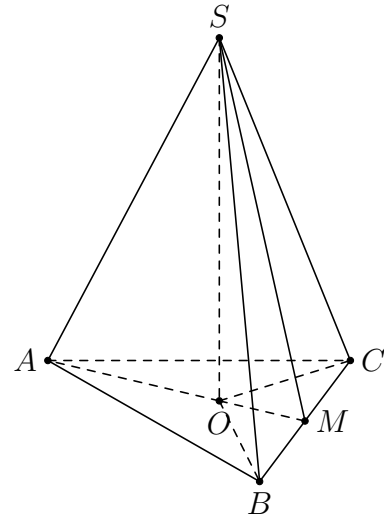
$$\triangle ABC \text{ là tam giác đều} \Rightarrow OA = \frac{2}{3} \cdot \frac{AB\sqrt{3}}{2} = \frac{10\sqrt{3}}{3} \text{ cm.}$$

$$\triangle SAO \text{ vuông tại } O \Rightarrow SO = \sqrt{SA^2 - OA^2} = \frac{2\sqrt{249}}{3} \text{ cm.}$$

2. Gọi M là trung điểm của $BC \Rightarrow OM = \frac{1}{3} \cdot \frac{AB\sqrt{3}}{2} = \frac{5\sqrt{3}}{3}$ cm.

$$\triangle SOM \text{ vuông tại } O \Rightarrow SM = \sqrt{SO^2 + OM^2} = \sqrt{119} \text{ cm.}$$

$$S_{\triangle SBC} = \frac{1}{2} SM \cdot BC = 5\sqrt{119} \text{ cm}^2.$$



□



§6 Diện tích xung quanh và thể tích của hình chóp đều



1 Tóm tắt lí thuyết

1.1 Diện tích xung quanh của hình chóp đều

$$S_{xq} = p \cdot d.$$

Trong đó p là nửa chu vi đáy và d là độ dài trung đoạn của hình chóp đều.

1.2 Diện tích toàn phần của hình chóp đều

Diện tích toàn phần của hình chóp đều bằng tổng của diện tích xung quanh và diện tích mặt đáy.

1.3 Thể tích của hình chóp đều

$$V = \frac{1}{3}S \cdot h.$$

Trong đó S và h lần lượt là diện tích mặt đáy và chiều cao của hình chóp đều.



2 Bài tập và các dạng toán

Dạng 65. Các bài toán về diện tích xung quanh, diện tích toàn phần và thể tích của hình chóp đều

Dùng các kiến thức nêu trong phần “Tóm tắt lí thuyết” và các kiến thức đã học để giải quyết các yêu cầu của bài toán.

🔗🔗🔗 BÀI TẬP MẪU 🔗🔗🔗

Ví dụ 1. Cho hình chóp đều $S.ABCD$ có cạnh bên bằng 5 dm, cạnh đáy bằng 6 dm.

1. Xác định vị trí chân đường cao H của hình chóp $S.ABCD$ và tính độ dài đoạn SH . ĐS: $\sqrt{5}$ dm
2. Tính diện tích xung quanh của hình chóp. ĐS: 48 dm²
3. Tính diện tích toàn phần của hình chóp. ĐS: 84 dm²
4. Tính thể tích của hình chóp. ĐS: $12\sqrt{5}$ dm³

Lời giải.

1. Chân đường cao của hình chóp là tâm H của hình vuông $ABCD$.

Gọi M là trung điểm của $BC \Rightarrow SM$ là trung đoạn của hình chóp.

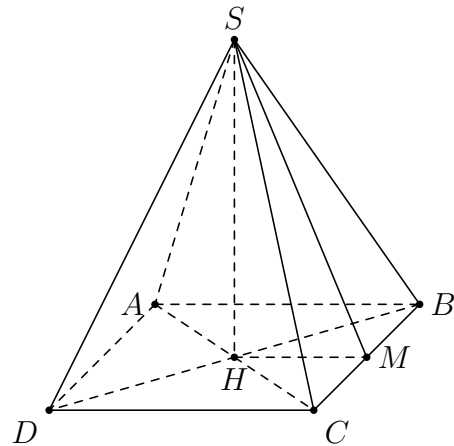
$\triangle SMC$ vuông tại $M \Rightarrow SM = \sqrt{SC^2 - MC^2} = 4$ dm.

$\triangle SHM$ vuông tại $H \Rightarrow SH = \sqrt{SM^2 - HM^2} = \sqrt{SM^2 - \frac{AB^2}{4}} = \sqrt{5}$ dm.

2. $S_{xq} = (AB + BC) \cdot SM = 48 \text{ dm}^2$.

3. $S_{tp} = S_{xq} + AB \cdot AD = 84 \text{ dm}^2$.

d) $V = \frac{1}{3}SH \cdot AB \cdot AD = 12\sqrt{5} \text{ dm}^3$. □



Ví dụ 2. Cho hình chóp đều $S.ABC$, có tất cả các cạnh bằng nhau và đều bằng 4 dm.

1. Xác định vị trí chân đường cao H của hình chóp $S.ABC$ và tính độ dài đoạn SH .

ĐS: $\sqrt{\frac{32}{3}}$ dm

2. Tính diện tích xung quanh của hình chóp.

ĐS: $12\sqrt{3} \text{ dm}^2$

3. Tính diện tích toàn phần của hình chóp.

ĐS: $16\sqrt{3} \text{ dm}^2$

4. Tính thể tích của hình chóp.

ĐS: $\frac{16\sqrt{2}}{3} \text{ dm}^3$

Lời giải.

1. Chân đường cao H là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác đều ABC .

Ta có $AH = \frac{2}{3}AB \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{4\sqrt{3}}{3}$ dm.

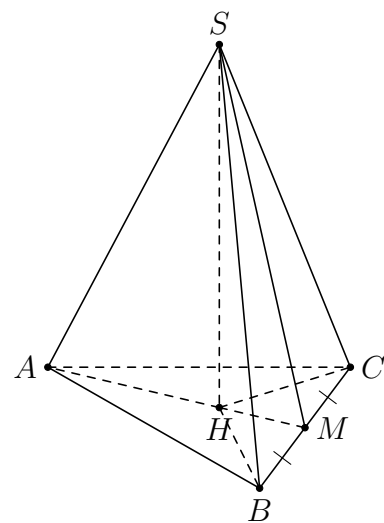
$\triangle SAH$ vuông tại $H \Rightarrow SH = \sqrt{SA^2 - AH^2} = \sqrt{\frac{32}{3}}$ dm.

2. Gọi M là trung điểm của $BC \Rightarrow SM = AM = 2\sqrt{3}$ dm.

$S_{xq} = \frac{1}{2} \cdot 3AB \cdot SM = 12\sqrt{3} \text{ dm}^2$.

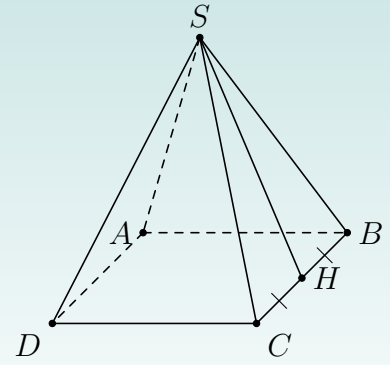
3. $S_{tp} = S_{xq} + \frac{AB^2\sqrt{3}}{4} = 16\sqrt{3} \text{ dm}^2$.

4. $V = \frac{1}{3} \cdot \frac{AB^2\sqrt{3}}{4} \cdot SH = \frac{16\sqrt{2}}{3} \text{ dm}^3$. □



Ví dụ 3.

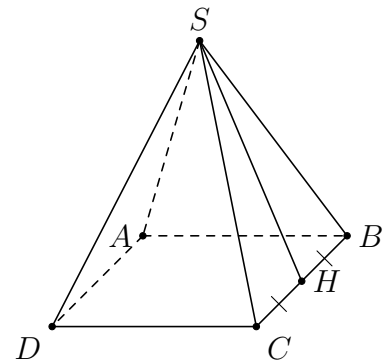
Tính diện tích xung quanh và diện tích toàn phần của hình chóp tứ giác đều cho bởi hình vẽ bên. Biết $SH = 20$ cm, $BC = 20$ cm. **ĐS:** $S_{xq} = 800$ cm² và $S_{tp} = 1200$ cm²



Lời giải.

$$S_{xq} = 2 \cdot BC \cdot SH = 800 \text{ cm}^2.$$

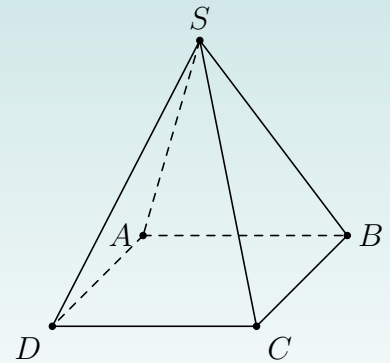
$$S_{tp} = S_{xq} + BC^2 = 800 + 400 = 1200 \text{ cm}^2.$$



□

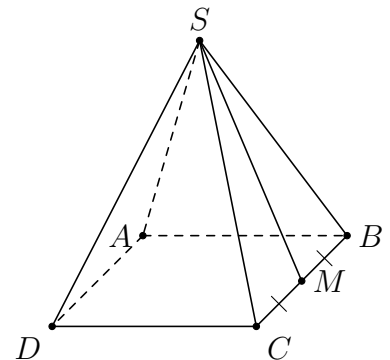
Ví dụ 4.

Một hình chóp tứ giác đều có độ dài cạnh bên bằng 5 cm, đáy là hình vuông $ABCD$ có cạnh bằng 8 cm. Tính diện tích toàn phần của hình chóp. **ĐS:** $S_{tp} = 112$ cm²



Lời giải.

Gọi M là trung điểm của BC .
 Khi đó SM là trung đoạn của hình chóp $S.ABCD$.
 $\triangle SMC$ vuông tại $M \Rightarrow SM = \sqrt{SC^2 - MC^2} = 3$ cm.
 $S_{tp} = S_{xq} + BC^2 = 2BC \cdot SM + BC^2 = 112$ cm².



□

Dạng 66. Các bài toán cơ bản về mối quan hệ giữa hình lập phương, hình hộp chữ nhật với hình chóp đều

Vẽ hình, nhận dạng hình chóp đều cùng các dữ kiện và tính các yêu cầu bài toán.

BAI TAP MAU

Ví dụ 1. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ cạnh a . Gọi O là tâm của mặt đáy $ABCD$.

1. Chứng minh $O.A'B'C'D'$ là hình chóp tứ giác đều.
2. Gọi thể tích của hình lập phương là V , thể tích hình chóp đều $O.A'B'C'D'$ là V' . Tính tỉ số $\frac{V'}{V}$. **ĐS:** $\frac{1}{3}$

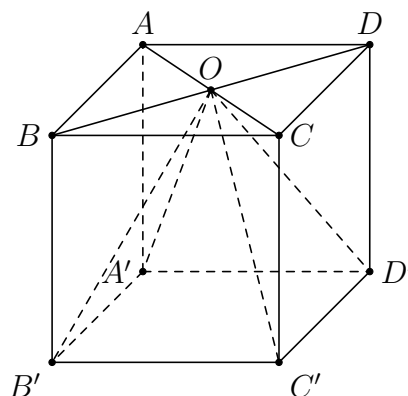
Lời giải.

1. Bốn tam giác OAA' , OBB' , OCC' , ODD' là các tam giác vuông bằng nhau nên suy ra $OA' = OB' = OC' = OD'$. Hình chóp $O.A'B'C'D'$ là hình chóp đều vì có các mặt bên là tam giác cân và đáy là tứ giác đều.

2. Thể tích hình chóp $O.A'B'C'D'$ là $V' = \frac{1}{3}a^3$.

Thể tích hình lập phương là $V = a^3$.

$$\text{Vậy } \frac{V'}{V} = \frac{1}{3}.$$



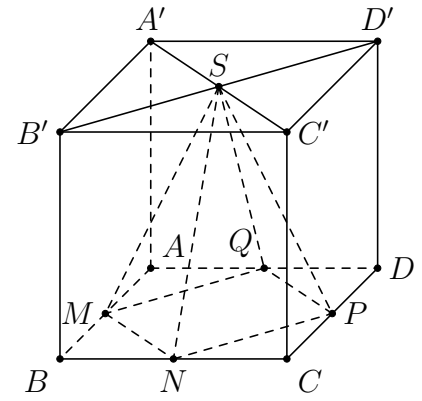
□

Ví dụ 2. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ cạnh a . Gọi S là tâm của $A'B'C'D'$. Gọi M, N, P, Q lần lượt là trung điểm của các cạnh AB, BC, CD, DA .

1. Chứng minh $S.MNPQ$ là hình chóp đều.
2. Gọi thể tích của hình lập phương là V , thể tích hình chóp $S.MNPQ$ là V' . Tính tỉ số $\frac{V'}{V}$. **ĐS:** $\frac{1}{6}$

Lời giải.

- Vì $ABCD$ là hình vuông nên $QM = MN = NP = PQ$.
 Vì $ABCD.A'B'C'D'$ là hình lập phương nên $SM = SN = SP = SQ$.
 Hình chóp $S.MNPQ$ là hình chóp đều vì có các mặt bên là tam giác cân và đáy là tam giác đều.



- Thể tích của hình lập phương là $V = a^3$.

Ta có $MN = \frac{1}{2}AC = \frac{a\sqrt{2}}{2}$.

$S_{MNPQ} = MN^2 = \frac{a^2}{2}$.

Thể tích của hình chóp $S.MNPQ$ là $V' = \frac{1}{3}CC'$.

$S_{MNPQ} = \frac{a^3}{6}$.

Vậy $\frac{V'}{V} = \frac{1}{6}$.

□

3 Bài tập về nhà

Bài 1. Cho hình chóp đều $S.ABC$ có đường cao $SO = \sqrt{15}$ cm, đường cao trong tam giác ABC bằng 3 cm.

- Tính diện tích toàn phần của hình chóp.
- Tính thể tích của hình chóp.

ĐS: $S_{tp} = 15\sqrt{3}$ cm²

ĐS: $V = 12\sqrt{3}$ cm³

Lời giải.

- Gọi M là trung điểm của BC .

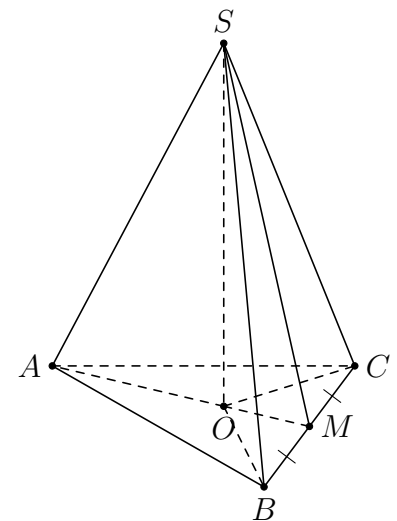
O là trọng tâm của $\triangle ABC$ nên $OM = \frac{1}{3}AM = 1$ cm

và $AM = \frac{AB\sqrt{3}}{2} \Rightarrow AB = 2\sqrt{3}$ cm.

$\triangle SOM$ vuông tại $O \Rightarrow SM = \sqrt{SO^2 + OM^2} = 4$ cm.

$S_{tp} = S_{xq} + S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2}3AB \cdot SM + \frac{AB^2\sqrt{3}}{4} = 15\sqrt{3}$ cm².

- Thể tích hình chóp là $V = \frac{1}{3}S_{\triangle ABC} \cdot SO = 12\sqrt{3}$ cm³.



□

Bài 2. Kim tự tháp Kheops ở Ai Cập có hình dạng là một hình chóp tứ giác đều. Chiều cao kim tự tháp là 137 m, cạnh đáy dài 231 m. Tính diện tích xung quanh và thể tích của kim tự tháp.

ĐS: $S_{xq} = 231\sqrt{128437}$ m² và $V = 2436819$ m³

✍ Lời giải.

Coi kim tự tháp là hình chóp $S.ABCD$ có đường cao SO .

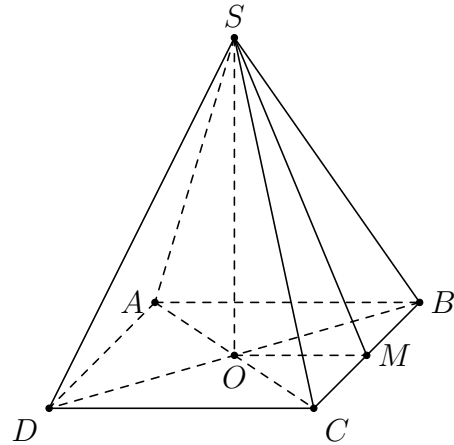
Ta có $OM = \frac{1}{2}AB = 115,5$ m.

$\triangle SOM$ vuông tại $O \Rightarrow SM = \sqrt{SO^2 + OM^2} = \frac{\sqrt{128437}}{2}$ m.

Diện tích xung quanh của kim tự tháp là

$S_{xq} = 2AB \cdot SM = 231\sqrt{128437}$ m².

Thể tích của kim tự tháp là $V = \frac{1}{3}SO \cdot AB^2 = 2436819$ m³.



□

📁 **Bài 3.** Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ cạnh a . Gọi O là tâm của mặt đáy $ABCD$. Gọi thể tích hình lập phương là V , thể tích hình chóp đều $O.A'B'C'D'$ là V' . Tính tỉ số $\frac{V'}{V}$. **ĐS:**

$\frac{1}{3}$

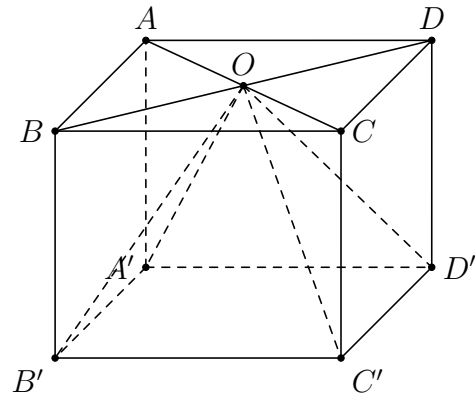
✍ Lời giải.

Thể tích hình hộp chữ nhật là $V = A'B'^2 \cdot AA' = a^2 \cdot AA'$.

Thể tích hình chóp $O.A'B'C'D'$ là $V' = \frac{1}{3}A'B'^2 \cdot AA' =$

$\frac{a^2 \cdot AA'}{3}$.

Vậy $\frac{V'}{V} = \frac{1}{3}$.



□

§7 Ôn tập chương 4

1 Tóm tắt lí thuyết

Xem phần "Tóm tắt lí thuyết" từ Bài 1 đến Bài 6.

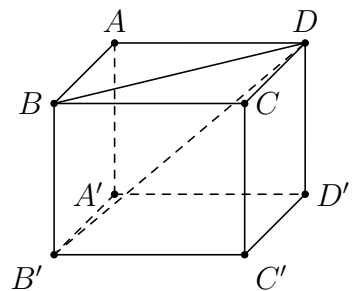
2 Bài tập và các dạng toán

Ví dụ 1. Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB = 8$ cm, $BD = 10$ cm, $B'D = 14$ cm. Hãy tính

- Diện tích xung quanh và diện tích toàn phần của hình hộp chữ nhật. **ĐS:**
 $S_{xq} = 112\sqrt{6}$ cm² và $S_{tp} = 112\sqrt{6} + 96$ cm²
- Thể tích của hình hộp chữ nhật. **ĐS:** $V = 192\sqrt{6}$ cm³

Lời giải.

- $\triangle ABD$ vuông tại $A \Rightarrow AD = \sqrt{BD^2 - AB^2} = 6$ cm.
 $\triangle BB'D$ vuông tại $B \Rightarrow BB' = \sqrt{B'D^2 - BD^2} = 4\sqrt{6}$ cm.
 Ta có
 $S_{xq} = 2(AB + AD) \cdot BB' = 112\sqrt{6}$ cm².
 $S_{tp} = 2(AB \cdot AD + AD \cdot BB' + BB' \cdot AB) = 112\sqrt{6} + 96$ cm².
- Thể tích hình hộp chữ nhật là $V = AB \cdot AD \cdot BB' = 192\sqrt{6}$ cm³.



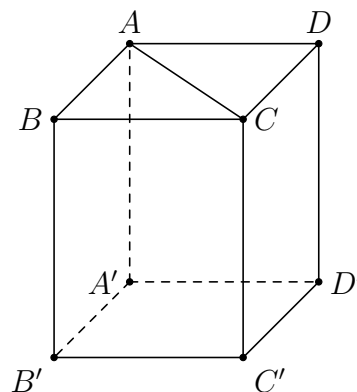
□

Ví dụ 2. Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy $ABCD$ là hình vuông và $AC = AA' = 2\sqrt{2}$ cm. Hãy tính

- Diện tích xung quanh và diện tích toàn phần của hình hộp chữ nhật. **ĐS:** $S_{xq} = 16\sqrt{2}$ cm² và $S_{tp} = 8 + 16\sqrt{2}$ cm²
- Thể tích của hình hộp chữ nhật. **ĐS:** $V = 8\sqrt{2}$ cm³

Lời giải.

1. $ABCD$ là hình vuông $\Rightarrow AC = AB\sqrt{2} \Rightarrow AB = \frac{AC}{\sqrt{2}} = 2$ cm.
 $S_{xq} = 2 \cdot 2AB \cdot AA' = 16\sqrt{2}$ cm².
 $S_{tp} = S_{xq} + S_{ABCD} = 16\sqrt{2} + 2AB^2 = 8 + 16\sqrt{2}$ cm².
2. Thể tích của hình hộp chữ nhật là $V = AB^2 \cdot AA' = 8\sqrt{2}$ cm³.



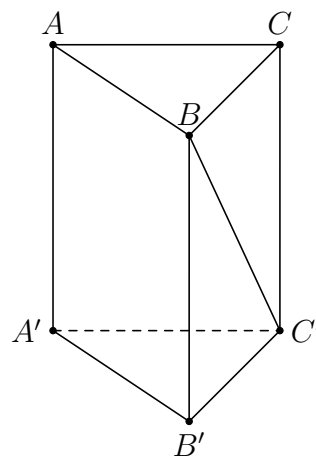
□

Ví dụ 3. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác vuông tại A , $AB = 3$ cm, $BC = 5$ cm, $BC' = 13$ cm. Hãy tính

1. Diện tích xung quanh và diện tích toàn phần của hình lăng trụ. **ĐS:** $S_{xq} = 144$ cm² và $S_{tp} = 156$ cm²
2. Thể tích của hình lăng trụ. **ĐS:** 72 cm³

Lời giải.

1. $\triangle ABC$ vuông tại $A \Rightarrow AC = \sqrt{BC^2 - AB^2} = 4$ cm.
 $\triangle BCC'$ vuông tại $C \Rightarrow CC' = \sqrt{C'B^2 - BC^2} = 12$ cm.
 $S_{xq} = (AB + BC + CA) \cdot CC' = 144$ cm².
 $S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2}AB \cdot AC = 6$ cm².
 $S_{tp} = S_{xq} + 2S_{\triangle ABC} = 144 + 2 \cdot 6 = 156$ cm².
2. Thể tích lăng trụ là $V = S_{\triangle ABC} \cdot CC' = 6 \cdot 12 = 72$ cm³.



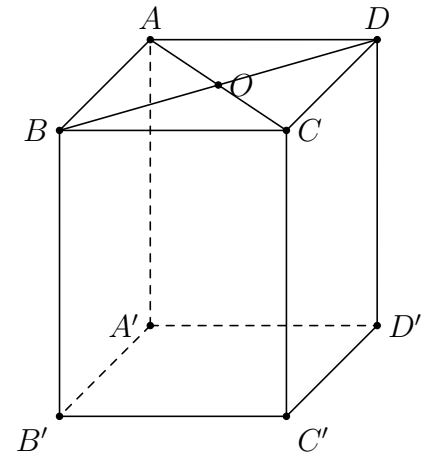
□

Ví dụ 4. Cho hình lăng trụ đứng có đáy là hình thoi với các đường chéo có độ dài bằng 10 cm và 24 cm, chiều cao lăng trụ bằng 15 cm. Hãy tính

1. Diện tích xung quanh và diện tích toàn phần của hình lăng trụ. **ĐS:** $S_{xq} = 780$ cm² và $S_{tp} = 1020$ cm²
2. Thể tích của hình lăng trụ. **ĐS:** 1800 cm³

Lời giải.

- Gọi O là tâm hình thoi $ABCD$.
 $\triangle AOB$ vuông tại $O \Rightarrow AB = \sqrt{AO^2 + BO^2} = 13$ cm.
 $S_{xq} = 4 \cdot AB \cdot BB' = 4 \cdot 13 \cdot 15 = 780$ cm².
 $S_{tp} = S_{xq} + 2S_{ABCD} = 780 + 2 \cdot \frac{1}{2} \cdot AC \cdot BD = 1020$ cm².
- Thể tích lăng trụ là $V = S_{ABCD} \cdot BB' = 1800$ cm³.



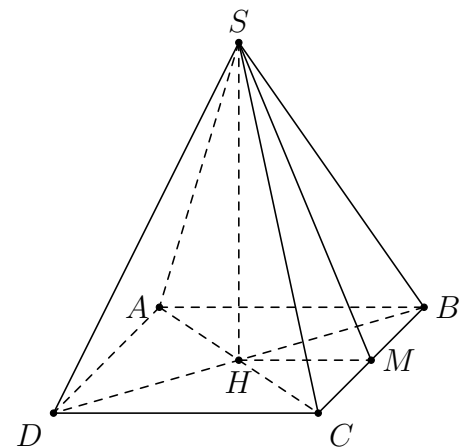
□

Ví dụ 5. Cho hình chóp đều $S.ABCD$ có đường cao bằng 12 cm và trung đoạn bằng 13 cm. Hãy tính

- Độ dài cạnh đáy của hình chóp. **ĐS:** 10 cm
- Diện tích toàn phần của hình chóp. **ĐS:** 360 cm²
- Thể tích của hình chóp. **ĐS:** 400 cm³

Lời giải.

- Gọi H là tâm $ABCD$, M là trung điểm của BC .
 $\triangle SHM$ vuông tại $H \Rightarrow HM = \sqrt{SM^2 - SH^2} = 5$ cm
 $\Rightarrow AB = 2HM = 10$ cm.
- $S_{xq} = 2AB \cdot SM = 260$ cm².
 $S_{tp} = S_{xq} + S_{ABCD} = 260 + AB^2 = 360$ cm².
- Thể tích hình chóp là $V = \frac{1}{3}SH \cdot AB^2 = 400$ cm³.

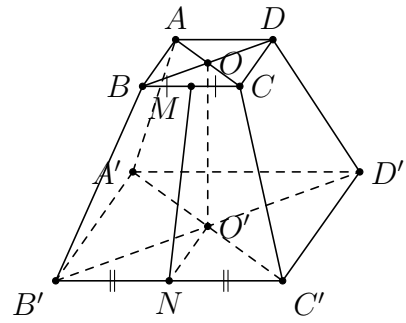


□

Ví dụ 6. Cho hình chóp cụt đều $ABCD.A'B'C'D'$. Gọi M, N theo thứ tự là trung điểm của các cạnh $BC, B'C'$. Cho biết $AB = 4$ cm, $A'B' = 8$ cm và $MN = 4$ cm.

- Tính diện tích xung quanh và diện tích toàn phần của hình chóp cụt. **ĐS:** $S_{xq} = 96$ cm², $S_{tp} = 176$ cm²
- Tính chiều cao của hình chóp cụt. **ĐS:** $2\sqrt{3}$ cm

Lời giải.



- $S_{BCC'B'} = \frac{1}{2}MN(B'C' + BC) = \frac{1}{2}MN(A'B' + AB) = 24 \text{ cm}^2.$
 $S_{xq} = 4S_{BCC'B'} = 96 \text{ cm}^2.$
 $S_{tp} = S_{xq} + A'B'^2 + AB^2 = 176 \text{ cm}^2.$
- Gọi O, O' lần lượt là tâm của $ABCD$ và $A'B'C'D'$.
 Vẽ $MH \perp O'N$ tại $H \Rightarrow OO' = MH.$
 Ta có $ON = \frac{1}{2}A'B' = 4 \text{ cm}.$ Khi đó $NH = \frac{1}{2}O'N = 2 \text{ cm}.$
 $\triangle MNH$ vuông tại $H \Rightarrow MH = \sqrt{MN^2 - NH^2} = 2\sqrt{3} \text{ cm}.$
 Vậy $OO' = MH = 2\sqrt{3} \text{ cm}.$

□

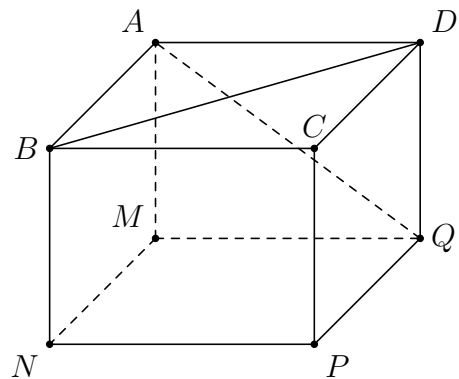
3 Bài tập về nhà

Bài 1. Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.MNPQ$ có $AB = 3 \text{ cm}, AQ = BD = 5 \text{ cm}.$ Hãy tính

- Diện tích xung quanh và diện tích toàn phần của hình hộp chữ nhật. **ĐS:** $S_{xq} = 42 \text{ cm}^2,$
 $S_{tp} = 66 \text{ cm}^2$
- Thể tích của hình hộp chữ nhật. **ĐS:** $V = 36 \text{ cm}^3$

Lời giải.

- $\triangle ABD$ vuông tại $A \Rightarrow AD = \sqrt{BD^2 - AB^2} = 4 \text{ cm}.$
 $\triangle ADQ$ vuông tại $D \Rightarrow DQ = \sqrt{AQ^2 - AD^2} = 3 \text{ cm}.$
 $S_{xq} = 2(AB + AD) \cdot DQ = 42 \text{ cm}^2.$
 $S_{tp} = S_{xq} + 2S_{ABCD} = 42 + 2 \cdot AB \cdot AD = 66 \text{ cm}^2.$
- Thể tích của hình hộp chữ nhật là $V = S_{ABCD} \cdot DQ = 36 \text{ cm}^3.$



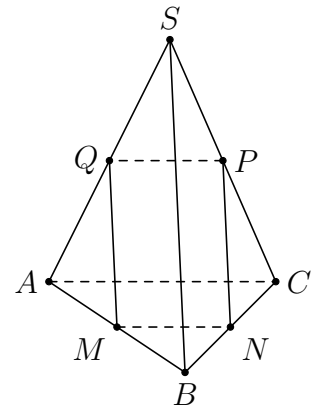
□

Bài 2. Cho tam giác ABC và điểm S không thuộc mặt phẳng $(ABC).$ Nối S với $A, B, C.$ Gọi M, N, P, Q lần lượt là trung điểm của $AB, BC, SC, SA.$ Chứng minh

- $MQ \parallel (SBC)$ và $NP \parallel (SAB).$
- Tứ giác $MNPQ$ là hình bình hành.

Lời giải.

- MQ là đường trung bình của $\triangle ABS \Rightarrow MQ \parallel SB \Rightarrow MQ \parallel (SBC)$.
 NP là đường trung bình của $\triangle CBS \Rightarrow NP \parallel SB \Rightarrow NP \parallel (SAB)$.
- MQ và NP cùng song song với SB và bằng một nửa của $SB \Rightarrow MQ = NP$.
 Vậy $MNPQ$ là hình bình hành.



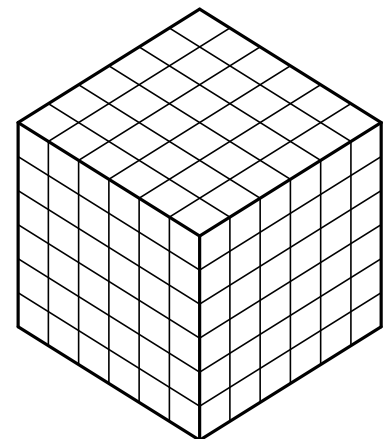
□

Bài 3. Một hình lập phương có cạnh bằng 6 cm được tạo bởi 216 hình lập phương nhỏ có cạnh bằng 1 cm. Người ta sơn tất cả 6 mặt của hình lập phương lớn. Tính số lượng các hình lập phương cạnh 1 cm mà

- | | |
|-------------------------|--------------------|
| 1. Được sơn đúng 3 mặt. | ĐS: 8 hình |
| 2. Được sơn đúng 2 mặt. | ĐS: 48 hình |
| 3. Được sơn đúng 1 mặt. | ĐS: 96 hình |

Lời giải.

- Những hình lập phương được sơn đúng 3 mặt là 8 hình lập phương ở 8 đỉnh của hình lập phương.
- Những hình lập phương được sơn đúng 2 mặt là các hình lập phương dọc theo các cạnh của hình lập phương, ngoại trừ 8 hình lập phương ở 8 đỉnh.
 Do đó có $12 \cdot 4 = 48$ hình lập phương cạnh 1 cm được sơn đúng 2 mặt.
- Mỗi mặt của hình lập phương có 16 hình lập phương cạnh 1 cm được sơn đúng 1 mặt.
 Do đó có $16 \cdot 6 = 96$ hình lập phương cạnh 1 cm được sơn đúng 1 mặt.



□

Bài 4. Lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều, M là trung điểm của BC , biết $AA' = AM = 2$ cm. Hãy tính

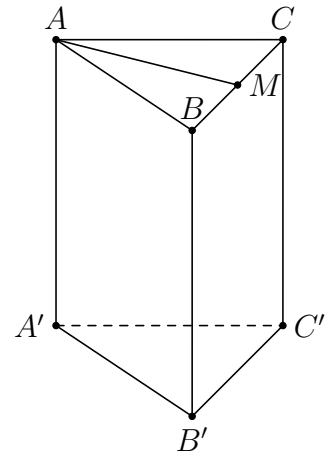
- | | |
|---------------------------------------|--|
| 1. Diện tích xung quanh của lăng trụ. | ĐS: $S_{xq} = 8\sqrt{3}$ cm ² |
| 2. Thể tích của lăng trụ. | ĐS: $V = \frac{8\sqrt{3}}{3}$ cm ³ |

Lời giải.

1. $\triangle ABC$ là tam giác đều $\Rightarrow AM = \frac{AB\sqrt{3}}{2} \Rightarrow AB = \frac{4\sqrt{3}}{3}$ cm.
 $S_{xq} = 3AB \cdot AA' = 8\sqrt{3}$ cm².

2. $S_{\triangle ABC} = \frac{AB^2\sqrt{3}}{4} = \frac{4\sqrt{3}}{3}$ cm².

Thể tích của lăng trụ là $V = S_{\triangle ABC} \cdot AA' = \frac{8\sqrt{3}}{3}$ cm³.



§8 Đề kiểm tra chương 4

1 Đề số 1

1.1 Trắc nghiệm (3 điểm)

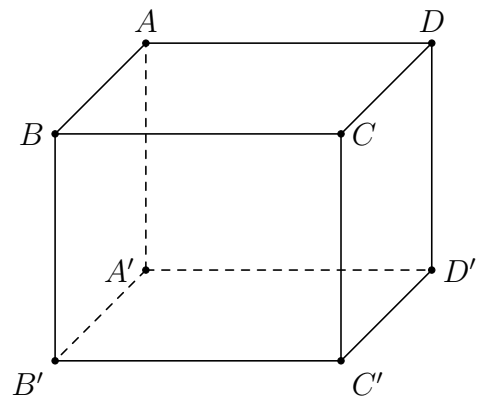
Khoanh vào chữ cái đứng trước câu trả lời đúng.

Câu 1. Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$. Có bao nhiêu cạnh của hình hộp đi qua đỉnh A ?

- (A) 1. (B) 2. (C) 3. (D) 4.

Lời giải.

Các cạnh AB, AA', AD của hình hộp đi qua đỉnh A .



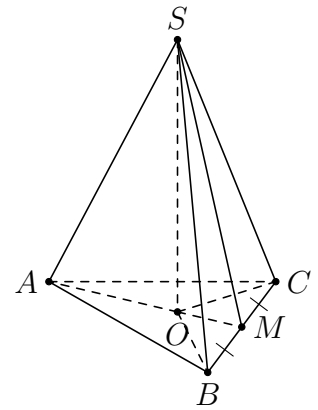
Chọn đáp án (C)

Câu 2. Cho hình chóp tam giác đều có tất cả các cạnh bằng 4 cm. Độ dài trung đoạn của hình chóp là

- (A) 2 cm. (B) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ cm. (C) $2\sqrt{3}$ cm. (D) 12 cm.

Lời giải.

Xét hình chóp như hình vẽ. Ta có
 $\triangle SMB$ vuông tại $M \Rightarrow SM = \sqrt{SB^2 - BM^2} = 2\sqrt{3}$ cm.

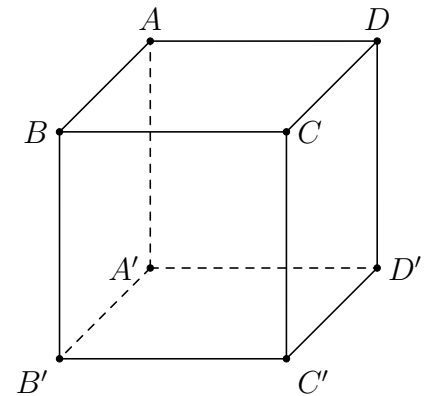


Chọn đáp án **(C)** □

Câu 3. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Mặt phẳng chứa cả cạnh AB và $C'D'$ là
(A) $(A'C'CA)$. **(B)** $(ABC'D')$. **(C)** $(CDD'C')$. **(D)** $(BCC'B')$.

Lời giải.

Mặt phẳng chứa cả cạnh AB và $C'D'$ là mặt $(ABC'D')$.



Chọn đáp án **(B)** □

Câu 4. Công thức tính thể tích hình hộp chữ nhật có chiều dài bằng a , chiều rộng bằng b , chiều cao bằng c là

- (A)** $V = abc$. **(B)** $V = \frac{1}{3}abc$. **(C)** $V = 3abc$. **(D)** $V = 2abc$.

Lời giải.

Thể tích hình hộp chữ nhật là $V = abc$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 5. Thể tích hình chóp đều bằng 132 cm^3 , chiều cao của nó là 12 cm. Diện tích đáy hình chóp là

- (A)** 33 cm^2 . **(B)** 11 cm^2 . **(C)** 22 cm^2 . **(D)** 42 cm^2 .

Lời giải.

Ta có $V = \frac{1}{3} \cdot S_{\text{đáy}} \cdot h \Rightarrow S_{\text{đáy}} = \frac{3V}{h} = 33 \text{ cm}^2$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 6. Hình hộp chữ nhật có ba kích thước là 5 cm, 4 cm và 7 cm. Đường chéo hình hộp chữ nhật có số đo là

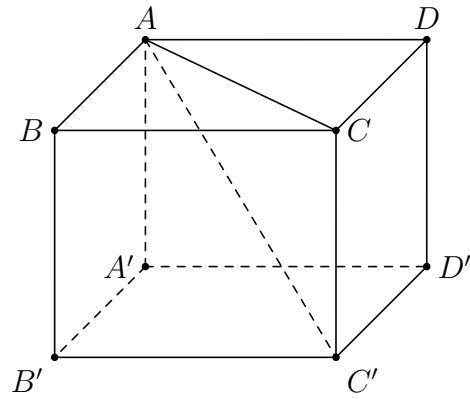
- (A)** $2\sqrt{10}$ cm. **(B)** $3\sqrt{10}$ cm. **(C)** 20 cm. **(D)** 30 cm.

Lời giải.

Xét hình hộp chữ nhật như hình vẽ.

$$\triangle ABC \text{ vuông tại } B \Rightarrow AC = \sqrt{AB^2 + BC^2} = \sqrt{41} \text{ cm.}$$

$$\triangle ACC' \text{ vuông tại } C \Rightarrow AC' = \sqrt{AC^2 + C'C^2} = 3\sqrt{10} \text{ cm.}$$



Chọn đáp án (B)



1.2 Tự luận (7 điểm)

Bài 1. (4,0 điểm) Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có đường cao bằng 4 dm, trung đoạn bằng 5 dm. Hãy tính

1. Độ dài đáy của hình chóp. **ĐS:** 6 dm
2. Diện tích xung quanh của hình chóp. **ĐS:** 60 dm²
3. Thể tích của hình chóp. **ĐS:** 48 dm³

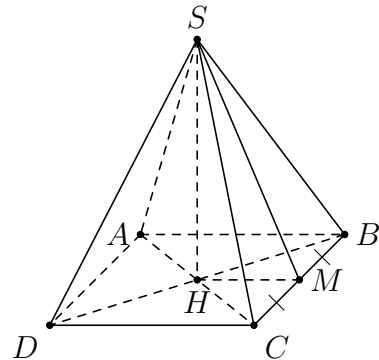
Lời giải.

Gọi M là trung điểm của BC và H là tâm của đáy $ABCD$.

Ta có $HM = \sqrt{SM^2 - SH^2} = 3$ dm.

Khi đó $AD = 2HM = 6$ dm.

- $S_{xq} = 2AB \cdot SH = 60$ dm².
- Thể tích của hình chóp: $V = \frac{1}{3} \cdot AB^2 \cdot SH = 48$ dm³.



Bài 2. (3,0 điểm) Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác vuông cân tại A . Diện tích đáy bằng 16 cm². Diện tích xung quanh hình lăng trụ bằng $(96 + 48\sqrt{2})$ cm². Hãy tính

1. Độ dài cạnh BC . **ĐS:** 8 cm
2. Chiều cao của lăng trụ. **ĐS:** $6\sqrt{2}$ cm
3. Thể tích của lăng trụ. **ĐS:** $96\sqrt{2}$ cm³

Lời giải.

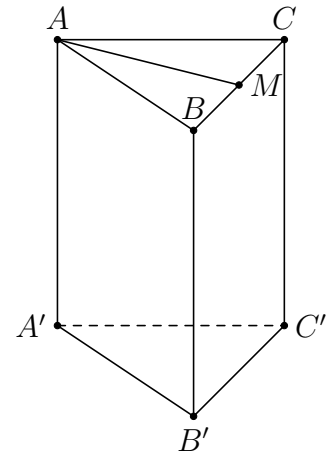
1. Gọi M là trung điểm của BC . Ta có

$$S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2} AM \cdot BC = \frac{BC^2}{4} \Rightarrow BC = 8 \text{ cm.}$$

2. Ta có $S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2} AB^2 \Rightarrow AB = AC = 4\sqrt{2} \text{ cm.}$

$$S_{xq} = (AB + BC + CA) \cdot BB' \Rightarrow BB' = \frac{96 + 48\sqrt{2}}{8\sqrt{2} + 8} = 6\sqrt{2} \text{ cm.}$$

3. Thể tích lăng trụ: $V = S_{\Delta ABC} \cdot BB' = 96\sqrt{2} \text{ cm}^3.$



□

2 Đề số 2

2.1 Trắc nghiệm (3 điểm)

Khoanh vào chữ cái đứng trước câu trả lời đúng.

Câu 1. Cho hình chóp đều $S.ABCD$. Đỉnh S là điểm chung của bao nhiêu cạnh bên của hình chóp?

(A) 1.

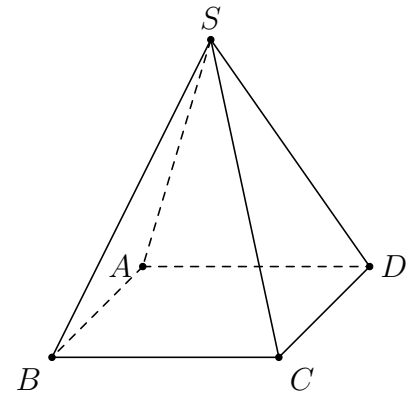
(B) 2.

(C) 3.

(D) 4.

Lời giải.

Đỉnh S là điểm chung của cạnh SA, SB, SC, SD của hình chóp.



Chọn đáp án (D)

□

Câu 2. Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$. Số mặt của hình hộp chữ nhật song song với AC là

(A) 1.

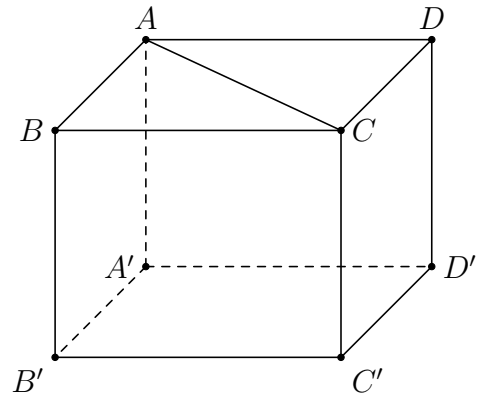
(B) 2.

(C) 3.

(D) 4.

Lời giải.

Mặt phẳng $(A'B'C'D')$ song song với cạnh AC .



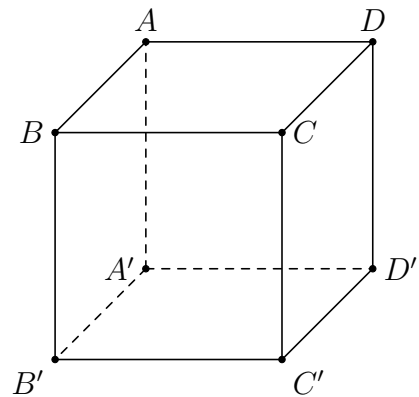
□

Câu 3. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Số mặt, số đỉnh, số cạnh của hình lập phương lần lượt là

- (A) 4, 8, 12. (B) 6, 8, 12. (C) 6, 12, 8. (D) 8, 6, 12.

Lời giải.

Số mặt: 6 mặt.
Số đỉnh: 8 đỉnh.
Số cạnh: 12 cạnh.



□

Câu 4. Hình lăng trụ đứng tam giác có các mặt bên là

- (A) Hình bình hành. (B) Hình chữ nhật. (C) Tam giác đều. (D) Hình vuông.

Lời giải.

Các mặt bên của hình lăng trụ đứng tam giác có hình chữ nhật.

Chọn đáp án (B)

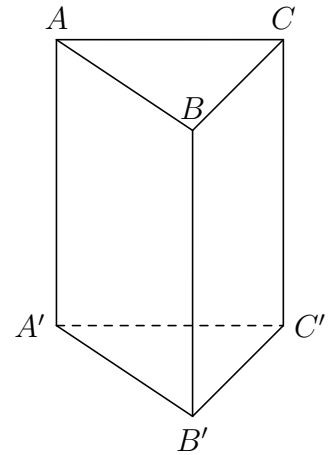
□

Câu 5. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có $AB = 8$ cm, $AC = 10$ cm, $BC = 12$ cm và đường cao $AA' = 10$ cm. Diện tích xung quanh của lăng trụ là

- (A) 120 cm². (B) 150 cm². (C) 280 cm². (D) 300 cm².

Lời giải.

$$S_{xq} = (AB + BC + CA) \cdot AA' = 300 \text{ cm}^2.$$



Chọn đáp án **(D)** □

Câu 6. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ biết diện tích một mặt là 25 cm^2 . Thể tích hình lập phương là

(A) 50 cm^3 .

(B) 125 cm^3 .

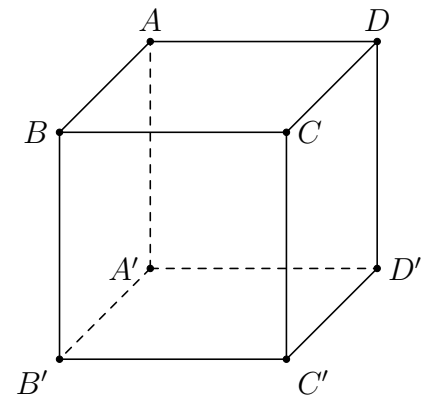
(C) 25 cm^3 .

(D) 250 cm^3 .

Lời giải.

Ta có $AB = \sqrt{25} = 5 \text{ cm}$.

Vậy thể tích của hình lập phương là $V = 5^3 = 125 \text{ cm}^3$.



Chọn đáp án **(B)** □

2.2 Tự luận (7 điểm)

Bài 1. (4,0 điểm) Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có diện tích đáy bằng 256 cm^2 , đường cao $SO = 6 \text{ cm}$. Hãy tính

1. Thể tích hình chóp.

ĐS: 512 cm^3

2. Diện tích xung quanh của hình chóp.

ĐS: 320 cm^2

Lời giải.

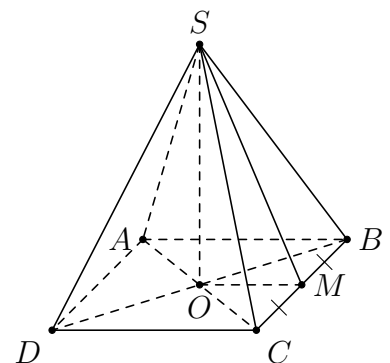
1. Thể tích của hình chóp là $V = \frac{1}{3} \cdot 6 \cdot 256 = 512 \text{ cm}^3$.

2. Gọi M là trung điểm của BC . Khi đó SM là trung đoạn của hình chóp.

Ta có $AB = \sqrt{256} = 16 \text{ cm}$. Khi đó $OM = \frac{1}{2}AB = 8 \text{ cm}$.

$\triangle SOM$ vuông tại $O \Rightarrow SM = \sqrt{SO^2 + OM^2} = 10 \text{ cm}$.

Vậy $S_{xq} = 2AB \cdot SM = 320 \text{ cm}^2$.



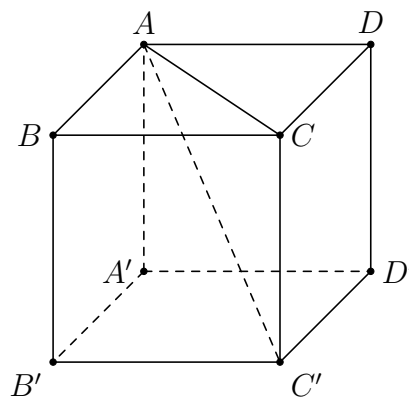
□

Bài 2. (3,0 điểm) Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có $AC = 3\sqrt{2}$ cm. Hãy tính

- 1. Độ dài cạnh hình lập phương. **ĐS:** 3 cm
- 2. Độ dài đường chéo hình lập phương. **ĐS:** $3\sqrt{3}$ cm
- 3. Thể tích khối lập phương. **ĐS:** 27 cm^3

Lời giải.

- 1. Ta có $AC = AB\sqrt{2} \Rightarrow AB = \frac{AC}{\sqrt{2}} = 3$ cm.
- 2. $\triangle ACC'$ vuông tại $C \Rightarrow AC' = \sqrt{AC^2 + CC'^2} = 3\sqrt{3}$ cm.
- 3. Thể tích khối lập phương là $V = AB^3 = 27 \text{ cm}^3$.



□