HỨA LÂM PHONG (CHỦ BIÊN)
ThS. ĐINH XUÂN NHÂN – NINH CÔNG TUẤN
PHẠM VIỆT DUY KHA – TRẦN HOÀNG ĐĂNG – LÊ MINH CƯỜNG

CẨM NANG LUYỆN THI THPT QUỐC GIA 2017

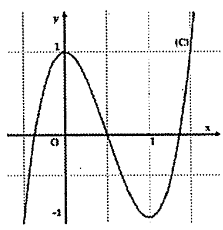
MÔN TOÁN

T403

PHẦN GIẢI TÍCH

Chương I. CHUYÊN ĐỀ KHẢO SÁT HÀM SỐ

BẢNG TỔNG KẾT CÁC DẠNG TOÁN THƯỜNG GẶP

Stt	*Yêu cầu bài toán*	*Giả thiết + Hình vẽ*	*Công thức – Phương pháp*
1.	***Nêu định nghĩa về hàm số đồng biến và nghịch biến.***		***Định nghĩa:*** *Gọi K là khoảng* $(a;b)$ *hoặc đoạn* $[a;b]$ *hoặc nửa khoảng* $[a;b),(a;b]$ *và hàm số* $f(x)$ *xác định trên K.* • *Hàm số* $y=f(x)$ ***đồng biến (tăng)*** *trên K nếu* $\forall x_1,x_2\in K: x_1<x_2\Rightarrow f(x_1)<f(x_2)$. • *Hàm số* $y=f(x)$ ***nghịch biến(giảm)*** *trên K nếu* $\forall x_1,x_2\in K: x_1<x_2\Rightarrow f(x_1)>f(x_2)$. • *Hàm số* ***đồng biến*** *hoặc* ***nghịch biến*** *trên K được gọi là* ***hàm số đơn điệu*** *trên K.*
1.1	***1 số định lý về đồng biến và nghịch biến***	*Định lí 1*	*Cho hàm số* $y=f(x)$ ***có đạo hàm*** *trên* $D=(a;b)$. • *Nếu* $f'(x)>0,\forall x\in(a;b)$ *thì hàm số* $f(x)$ ***đồng biến*** *trên* $(a;b)$. • *Nếu* $f'(x)<0,\forall x\in(a;b)$ *thì hàm số* $f(x)$ ***nghịch biến*** *trên* $(a;b)$.
		Định lí 2	*Giả sử hàm số f có đạo hàm trên khoảng D.* ▪ *Nếu* $f'(x)\ge 0$ *với mọi* $x\in D$ *và* $f'(x)=0$ *chỉ tại một số hữu hạn điểm thuộc D, thì hàm số f đồng biến trên D* ▪ *Nếu* $f'(x)\le 0$ *với mọi* $x\in D$ *và* $f'(x)=0$ *chỉ tại một số hữu hạn điểm thuộc D, thì hàm số f nghịch biến trên D*
		Định lí 3	• *Nếu hàm* $f(x)$ *đồng biến (hoặc nghịch biến) trên khoảng* $(a;b)$ *và* $f(x)$ *liên tục trên nửa đoạn* $[a;b)$ *thì* $f(x)$ *sẽ đồng biến (hoặc nghịch biến) trên nửa đoạn* $[a;b)$. • *Nếu hàm* $f(x)$ *đồng biến (hoặc nghịch biến) trên khoảng* $(a;b)$ *và* $f(x)$ *liên tục trên nửa đoạn* $(a;b]$ *thì* $f(x)$ *sẽ đồng biến (hoặc nghịch biến) trên nửa đoạn* $(a;b]$.

MỤC LỤC

PHẦN GIẢI TÍCH 2
Chương I. CHUYÊN ĐỀ KHẢO SÁT HÀM SỐ 2
Chương II. CHUYÊN ĐỀ LŨY THỪA – MŨ - LOGARIT 16
Chương III. CHUYÊN ĐỀ NGUYÊN HÀM – TÍCH PHÂN - ỨNG DỤNG 27
Chương IV. CHUYÊN ĐỀ SỐ PHỨC 36
PHẦN HÌNH HỌC 43
Chương I. CHUYÊN ĐỀ KHỐI ĐA DIỆN 43
Chương II. CHUYÊN ĐỀ KHỐI TRÒN XOAY 48
Chương III. CHUYÊN ĐỀ HÌNH HỌC OXYZ 54

			• *Nếu hàm $f(x)$ đồng biến (hoặc nghịch biến) trên khoảng $(a;b)$ và $f(x)$ liên tục trên đoạn $[a;b]$ thì $f(x)$ sẽ đồng biến (hoặc nghịch biến) trên đoạn $[a;b]$.*
1.2	***Xét tính đơn điệu của hàm số***	*Cho hàm số $y=f(x)$. Tìm các khoảng đơn điệu của hàm số*	***Bước 1:*** *Tìm tập xác định của hàm số.* ***Bước 2:*** *Tính đạo hàm y' giải phương trình $y'=0$ tìm nghiệm và tìm các điểm mà y' không xác định.* ***Bước 3:*** *Vẽ bảng biến thiên xét dấu đạo hàm y' và kết luận. (Dựa vào 3 định lí ở mục 1.1)* *Chú ý: Quy tắc xét dấu* *1. Hàm bậc nhất $y=ax+b,(a\neq 0)$: các em nhớ qui tắc xét dấu" Phải cùng, trái khác"* *2. Hàm bậc 2: $y=ax^2+bx+c,(a\neq 0)$* *Nếu $\Delta\le 0$ thì dấu của y cùng dấu hệ số a.* *Nếu $\Delta>0$ thì các em nhớ quy tắc xét dấu " trong trái ngoài cùng".*
1.3	*Định điều kiện của tham số để hàm số* $\boxed{y=ax^3+bx^2+cx+d}$ *luôn đồng biến (nghịch biến) trên R.*	*Cho hàm số $y=ax^3+bx^2+cx+d$. Tìm tham số (m) để hàm số **đồng biến** trên $\mathbb{R}$*	• ***Bước 1:*** *Tập xác định: $D=\mathbb{R}$* • ***Bước 2:*** *Tính $y'=f'(x)=3ax^2+2bx+c$* • ***Bước 3: Hàm số đồng biến trên*** $\mathbb{R}$ $\Leftrightarrow y'\ge 0,\forall x\in\mathbb{R}$ $\Leftrightarrow 3ax^2+2bx+c\ge 0,\forall x\in\mathbb{R}$ (1) ▪ *Trường hợp: a = 0 (**<u>nếu a chứa tham số</u>**)* ▪ *Trường hợp:* $a\neq 0$ (1) $\Leftrightarrow\begin{cases}a>0\\ \Delta\le 0\end{cases}$
		*Cho hàm số $y=ax^3+bx^2+cx+d$ Tìm tham số (m) để hàm số **nghịch biến** trên $\mathbb{R}$*	• ***Bước 1:*** *Tập xác định: $D=\mathbb{R}$* • ***Bước 2:*** *Tính $y'=f'(x)=3ax^2+2bx+c$* • ***Bước 3: Hàm số nghịch biến trên*** $\mathbb{R}$ $\Leftrightarrow y'\le 0,\forall x\in\mathbb{R}$ $\Leftrightarrow 3ax^2+2bx+c\le 0,\forall x\in\mathbb{R}$ (1) ▪ *Trường hợp: a = 0 (**nếu a chứa tham số). Khi đó*** $2bx+c\le 0,\forall x\in\mathbb{R}\Leftrightarrow\begin{cases}b=0\\ c<0\end{cases}$ vì $\begin{cases}b=0\\ c=0\end{cases}$ suy ra hàm suy biến về hàm hằng. ▪ *Trường hợp:* $a\neq 0$ (1) $\Leftrightarrow\begin{cases}a<0\\ \Delta\le 0\end{cases}$

<table>
<tr>
<td>1.4</td>
<td>Định điều kiện của tham số để hàm số $y=\dfrac{ax+b}{cx+d}$ luôn đồng biến (nghịch biến) trên từng khoảng xác định.</td>
<td><u>Bước 1:</u> Tìm tập xác định $D=R\setminus\{-d/c\}$ của hàm số
<u>Bước 2:</u> Tính đạo hàm $y'=f'(x)=\dfrac{ad-bc}{(cx+d)^2}$
<u>Bước 3:</u> Lập luận cho các trường hợp
Hàm số đồng biến trên từng khoảng xác định $\Leftrightarrow y'>0,\forall x\in D\Leftrightarrow ad-bc>0$
Hàm số nghịch biến trên từng khoảng xác định $\Leftrightarrow y'<0,\forall x\in D\Leftrightarrow ad-bc<0$</td>
</tr>
<tr>
<td>1.5</td>
<td>Tìm điều kiện của tham số để hàm số đồng biến hay nghịch biến trên khoảng (a;b).</td>
<td>Ví dụ: Cho hàm số $y=x^3+(1-2m)x^2+(2-m)x+m+2$. Tìm m để hàm đồng biến trên khoảng $(0;+\infty)$.

HƯỚNG DẪN
CÁCH 1: Tập xác định: D = R.
Ta có $y'=3x^2+2(1-2m)x+(2-m)$
Hàm đồng biến trên khoảng $(0;+\infty)$ $\Leftrightarrow y'\geq 0$ với $\forall x\in(0;+\infty)$
$\Leftrightarrow 3x^2+2(1-2m)x+(2-m)\geq 0,\forall x\in(0;+\infty)$
$\Leftrightarrow 3x^2+2x+2-m\ \ 4x+1\ \geq 0,\forall x\in(0;+\infty)$
$\Leftrightarrow 3x^2+2x+2\geq m\ \ 4x+1\ ,\forall x\in(0;+\infty)$
$\Leftrightarrow \dfrac{3x^2+2x+2}{4x+1}\geq m,\forall x\in(0;+\infty)$ vì $4x+1>0,\forall x>0$
Xét $g(x)=\dfrac{3x^2+2x+2}{4x+1}$ trên $(0;+\infty)$ ta có:
$g'(x)=0\Leftrightarrow x=-1\vee x=\dfrac{1}{2}$
Lập BBT của hàm $g(x)$ trên $(0;+\infty)$
$$\begin{array}{c|ccccc} x & 0 & & \frac{1}{2} & & +\infty \\ \hline g'(x) & & - & 0 & + & \\ \hline g(x) & 2 & \searrow & g\left(\frac{1}{2}\right) & \nearrow & +\infty \end{array}$$
Dựa vào bảng biến thiên, ta thấy ycbt $\Leftrightarrow g\left(\dfrac{1}{2}\right)\geq m\Leftrightarrow \dfrac{5}{4}\geq m$.</td>
</tr>
<tr>
<td>2.</td>
<td>Khái niệm về cực trị của hàm số</td>
<td>Giả sử hàm số f xác định trên tập hợp D ($D\subset\mathbb{R}$) và $x_0\in D$.
• x_0 được gọi là một điểm cực đại của hàm số f nếu tồn tại một khoảng $(a;b)$ chứa x_0 sao cho $(a;b)\subset D$ và $f(x)<f(x_0)$ với $\forall x\in(a;b)$ và $x\neq x_0$.
Khi đó $f(x_0)$ được gọi là giá trị cực đại của hàm số f.
• x_0 được gọi là một điểm cực tiểu của hàm số f nếu tồn tại một khoảng $(a;b)$ chứa x_0 sao cho $(a;b)\subset D$ và $f(x)>f(x_0)$ với $\forall x\in(a;b)\setminus\{x_0\}$.
Khi đó $f(x_0)$ được gọi là giá trị cực tiểu của hàm số f.
Điểm cực đại, cực tiểu được gọi chung là điểm cực trị.
CHÚ Ý: (quan trọng)
• Nếu hàm số f (x) đạt cực đại tại x_0 thì:</td>
</tr>
</table>

- x_0: điểm cực đại của hàm số.
- $f_{CD} = f(x_0)$: giá trị cực đại của hàm số.
- $M\left(x_0; f\left(x_0\right)\right)$: điểm cực đại của đồ thị hàm số.

• *Nếu hàm số f (x) đạt cực tiểu đại tại x_0 thì*

- x_0: điểm cực tiểu của hàm số.
- $f_{CT} = f(x_0)$: giá trị cực tiểu của hàm số.
- $M\left(x_0; f\left(x_0\right)\right)$: điểm cực tiểu của đồ thị hàm số.

2.1 Các định lí về cực trị

• ***Định lí 1**: Giả sử hàm số f đạt cực trị tại điểm x_0. Khi đó, nếu f có đạo hàm tại x_0 thì $f'(x_0) = 0$.*

Lưu ý:

- *Điều ngược lại của định lí 1 không đúng. Đạo hàm f' có thể bằng 0 tại điểm x_0 nhưng hàm số f không đạt cực trị tại điểm x_0.*

  Ta xét ví dụ sau: Cho hàm số $f\left(x\right) = x^3$, ta tiến hành lập bảng biến thiên của hàm số này

  Tập xác định: $D = \mathbb{R}$

  $f'\left(x\right) = 3x^2 \Rightarrow f'\left(x\right) = 0 \Leftrightarrow x = 0$

  Bảng biến thiên

x	$-\infty$		0		$+\infty$
y'		$+$	0	$+$	
y			$\nearrow$		

  Nhận xét: Từ bảng biến thiên ta thấy hàm số có đạo hàm $f'\left(0\right) = 0$, nhưng hàm số không đạt cực trị tại $x = 0$.

- ***Hàm số có thể đạt cực trị tại một điểm mà tại đó hàm số không có đạo hàm.***

  Ta xét ví dụ sau: Cho hàm số $f\left(x\right) = \left|x\right|$

  Hàm số đã cho xác định và liên tục trên $\mathbb{R}$

  Ta có $f\left(x\right) = \begin{cases} -x \; khi \; x < 0 \\ x \quad khi \; x \geq 0 \end{cases}$

  Do đó $f'\left(x\right) = \begin{cases} -1 \; khi \; x < 0 \\ 1 \quad khi \; x > 0 \end{cases}$

  Hàm số f không có đạo hàm tại điểm $x = 0$

  Bảng biến thiên

x	$-\infty$		0		$+\infty$
y'		$-$	|	$+$	
y	$+\infty$	$\searrow$	CT	$\nearrow$	$+\infty$

Vậy hàm số đạt cực tiểu tại $x = 0$, nhưng hàm số không có đạo hàm tại $x = 0$.

• ***Định lí 2:***

Giả sử hàm số f liên tục trên khoảng (a;b) chứa điểm x_0 và có đạo hàm trên các khoảng $(a; x_0)$ và $(x_0; b)$. Khi đó.

<table>
<tr>
<td></td>
<td></td>
<td colspan="2">

- *Nếu $f'(x)$ đổi dấu từ (+) sang $(-)$ tại x_0 thì f <u>đạt cực đại</u> tại x_0.*
- *Nếu $f'(x)$ đổi dấu từ (−) sang $(+)$ tại x_0 thì f <u>đạt cực tiểu</u> tại x_0.*

Nhận xét: *f đạt cực trị tại $x_0 \Leftrightarrow f'(x)$ đổi dấu khi qua x_0.*

Giải thích ý nghĩa định lí 2:

<table>
<tr><td>x</td><td colspan="2">x_0</td></tr>
<tr><td>y'</td><td>+</td><td>−</td></tr>
<tr><td>y</td><td colspan="2">↗ CĐ ↘</td></tr>
</table>

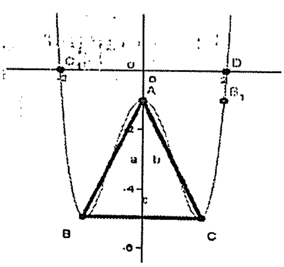
<table>
<tr><td>x</td><td colspan="2">x_0</td></tr>
<tr><td>y'</td><td>−</td><td>+</td></tr>
<tr><td>y</td><td colspan="2">↘ CT ↗</td></tr>
</table>

<u>**Định lí 3:**</u>

Giả sử hàm số f có đạo hàm cấp một trên khoảng (a;b) chứa điểm x_0 và f có đạo hàm cấp 2 khác 0 tại điểm x_0.

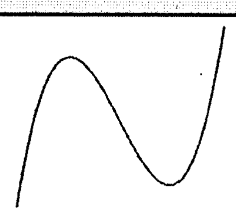
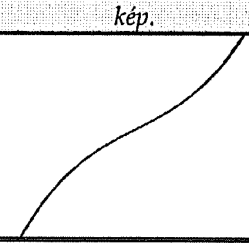
- *Nếu $f'(x_0)=0$ và $f''(x_0)<0$ thì hàm số <u>đạt cực đại</u> tại điểm x_0.*
- *Nếu $f'(x_0)=0$ và $f''(x_0)>0$ thì hàm số <u>đạt cực tiểu</u> tại điểm x_0.*

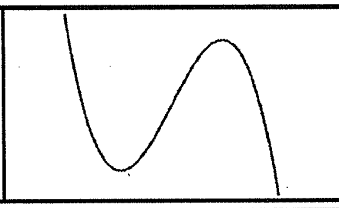
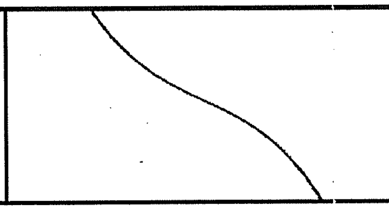
</td>
</tr>
<tr>
<td rowspan="3">2.2</td>
<td rowspan="3">Các qui tắc tìm cực trị của hàm số.</td>
<td><u>Qui tắc 1:</u> Cho hàm số $y=f(x)$. Tìm các điểm cực trị của hàm số</td>
<td>Bước 1: Tìm tập xác định.
Bước 2: Tính $f'(x)$.
Bước 3: Tìm các điểm tại đó $f'(x)=0$ hoặc $f'(x)$ không xác định.
Bước 4: Lập bảng biến thiên.
Bước 5: Từ bảng biến thiên suy ra các điểm cực trị.</td>
</tr>
<tr>
<td rowspan="2"><u>Qui tắc 2:</u> Cho hàm số $y=f(x)$. Tìm các điểm cực trị của hàm số</td>
<td>Bước 1: Tìm tập xác định.
Bước 2: Tính $f'(x)$. Giải phương trình $f'(x)=0$ và kí hiệu $x_i\ (i=1,2,......)$ là các nghiệm của nó.
Bước 3: Tính $f''(x)$ và $f''(x_i)$.
Bước 4: Dựa vào dấu của $f''(x_i)$ suy ra điểm cực trị</td>
</tr>
<tr>
<td>Chú ý: Công thức cần lưu ý khi xử lý các bài toán cực trị chứa hàm lượng giác.
• $\sin(\alpha+k2\pi)=\sin\alpha, (k\in\mathbb{Z})$ (CT1)
• $\cos(\alpha+k2\pi)=\sin\alpha, (k\in\mathbb{Z})$ (CT2)
• $\sin(\alpha+k\pi)=\begin{cases}\sin\alpha & \text{khi } k=2n\\ -\sin\alpha & \text{khi } k=2n+1\end{cases}$ (CT3)
• $\cos(\alpha+k\pi)=\begin{cases}\cos\alpha & \text{khi } k=2n\\ -\cos\alpha & \text{khi } k=2n+1\end{cases}$ (CT4)
Cách nhớ :
Gặp số chẵn π thì bỏ đi được, gặp số lẻ π thì bỏ đi nhớ thêm dấu trừ .</td>
</tr>
<tr>
<td>2.3</td>
<td>Tìm các giá trị của tham số để hàm số $y=f(x)$ đạt cực trị tại điểm x_0</td>
<td colspan="2">• Tìm tập xác định D
• Tính $y'=f'(x)$
• Hàm số đạt cực đại (hay cực tiểu) tại x_0 thì $y'(x_0)=0 \Rightarrow m=?$
Thử lại:
• Cách 1: Thay m vào y'. Lập BBT. Kiểm tra thỏa yêu cầu bài toán thì nhận giá trị m tìm được.</td>
</tr>
</table>

		• *Cách 2: Tính $y''=f''(x)$, thay m tìm được vào y''* *Thay x_0 vào y''*
2.4	*Cực trị của hàm bậc 3*	*Hàm số có cực đại, cực tiểu $\Leftrightarrow$ phương trình $y'=0$ có 2 nghiệm phân biệt.* • *Hoành độ x_1, x_2 của các điểm cực trị là các nghiệm của phương trình $y'=0$.* • *Để viết phương trình đường thẳng đi qua các điểm cực đại, cực tiểu, ta có thể sử dụng phương pháp tách đạo hàm.* – *Phân tích $y=f'(x).q(x)+h(x)$.* – *Suy ra $y_1=h(x_1), y_2=h(x_2)$.* *Do đó phương trình đường thẳng đi qua các điểm cực đại, cực tiểu là: $y=h(x)$.*
2.5	***Hàm bậc 4 dạng trùng phương:*** $y=ax^4+bx^2+c$ $(a\neq 0)$	*Hàm số luôn nhận $x=0$ làm 1 điểm cực trị.* • *Hàm số có 1 cực trị $\Leftrightarrow$ phương trình $y'=0$ có 1 nghiệm $\Leftrightarrow a.b\geq 0$* • *Hàm số có **1 cực trị** và là **cực tiểu** $\Leftrightarrow$ phương trình $y'=0$ có 1 nghiệm và y' đổi dấu từ "–" sang "+" khi đi qua nghiệm $\Leftrightarrow \begin{cases} a.b\geq 0 \\ a>0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a>0 \\ b\geq 0 \end{cases}$* • *Hàm số có **1 cực trị** và là **cực đại** $\Leftrightarrow$ phương trình $y'=0$ có 1 nghiệm và y' đổi dấu từ "+" sang "–" khi đi qua nghiệm $\Leftrightarrow \begin{cases} a.b\geq 0 \\ a<0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a<0 \\ b\leq 0 \end{cases}$* • *Hàm số có **3 cực trị** $\Leftrightarrow$ phương trình $y'=0$ có 3 nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow a.b<0$*
		Khi đồ thị có 3 điểm cực trị $A(0;c), B(x_1;y_1), C(x_2;y_2)$ thì ΔABC cân tại A. *(A thuộc trục Oy, B và C đối xứng nhau qua trục tung - quan sát hình vẽ).* *Các em lưu ý một số trường hợp sau:* + *ΔABC vuông tại A $\Leftrightarrow \overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC}=0$* + *$\Delta ABC$ đều $\Leftrightarrow AB=BC$* + *$S=S_{ABC}=\frac{1}{2}AH.BC$ với H là trung điểm của BC.* 
2.6	*Công thức giải nhanh về cực trị hàm trùng phương*	***Kỹ năng giải nhanh các bài toán cực trị hàm trùng phương.*** *Cho hàm số: $y=ax^4+bx^2+c$ $(a\neq 0)$ có đồ thị là (C).* $y'=4ax^3+2bx;\ y'=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x^2=-\frac{b}{2a} \end{array}\right.$ *(C) có ba điểm cực trị $y'=0$ có 3 nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow -\frac{b}{2a}>0$.* *Khi đó ba điểm cực trị là: $A(0;c)$, $B\left(-\sqrt{-\frac{b}{2a}};-\frac{\Delta}{4a}\right)$, $C\left(\sqrt{-\frac{b}{2a}};-\frac{\Delta}{4a}\right)$ với $\Delta=b^2-4ac$* *Độ dài các đoạn thẳng: $AB=AC=\sqrt{\frac{b^4}{16a^2}-\frac{b}{2a}}$, $BC=2\sqrt{-\frac{b}{2a}}$.* *Các kết quả cần ghi nhớ:*

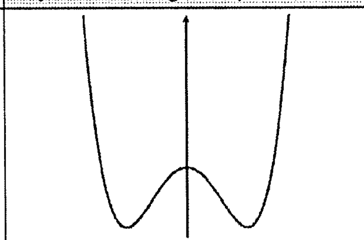
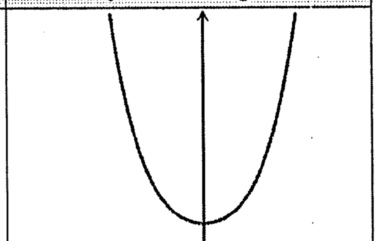
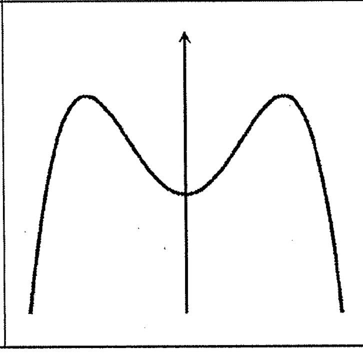
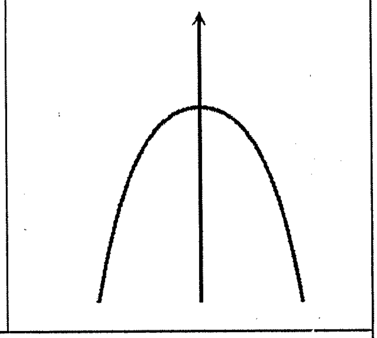
3		ΔABC *vuông cân* $\Leftrightarrow BC^2 = AB^2 + AC^2$ $\Leftrightarrow -\dfrac{2b}{a} = 2\left(\dfrac{b^4}{16a^2} - \dfrac{b}{2a}\right) \Leftrightarrow \dfrac{b^4}{16a^2} + \dfrac{b}{2a} = 0 \Leftrightarrow \dfrac{b}{2a}\left(\dfrac{b^3}{8a} + 1\right) = 0$ $\Leftrightarrow \dfrac{b^3}{8a} + 1 = 0 \Leftrightarrow \boxed{\dfrac{b^3}{8a} = -1}$ ΔABC *đều* $\Leftrightarrow BC^2 = AB^2$ $\Leftrightarrow -\dfrac{2b}{a} = \dfrac{b^4}{16a^2} - \dfrac{b}{2a} \Leftrightarrow \dfrac{b^4}{16a^2} + \dfrac{3b}{2a} = 0 \Leftrightarrow \dfrac{b}{2a}\left(\dfrac{b^3}{8a} + 3\right) = 0 \Leftrightarrow \dfrac{b^3}{8a} + 3 = 0 \Leftrightarrow \boxed{\dfrac{b^3}{8a} = -3}$ $BAC = \alpha$ *, ta có:* $\cos\alpha = \dfrac{b^3 + 8a}{b^3 - 8a} \Leftrightarrow \boxed{\tan\dfrac{\alpha}{2} = -\dfrac{8a}{b^3}}$
3	*Định nghĩa về giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số*	*Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên miền D* ∘ *Số M gọi là giá trị lớn nhất của hàm số $y = f(x)$ trên D nếu:* $\begin{cases} f(x) \le M, \forall x \in D \\ \exists x_0 \in D, f(x_0) = M \end{cases}$. *Kí hiệu:* $M = \max\limits_{x\in D} f(x)$ *hoặc* $M = \max\limits_{D} f(x)$. • *Số m gọi là giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = f(x)$ trên D nếu:* $\begin{cases} f(x) \ge m, \forall x \in D \\ \exists x_0 \in D, f(x_0) = m \end{cases}$. *Kí hiệu:* $m = \min\limits_{x\in D} f(x)$ *hoặc* $m = \min\limits_{D} f(x)$
3.1	***Tìm giá trị lớn nhất, nhỏ nhất trên khoảng***	*Tìm giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = f(x)$ liên tục trên K (K có thể là khoảng, đoạn, nửa khoảng, ...)* ***Quy trình tìm giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số sử dụng bảng biến thiên*** ∘ ***Bước 1.*** *Tính đạo hàm $f'(x)$.* ∘ ***Bước 2.*** *Tìm các nghiệm của $f'(x)$ và các điểm $f'(x)$ trên K.* ∘ ***Bước 3.*** *Lập bảng biến thiên của $f(x)$ trên K.* ∘ ***Bước 4.*** *Căn cứ vào bảng biến thiên kết luận $\min\limits_{K} f(x), \max\limits_{K} f(x)$*
3.2	***Tìm giá trị lớn nhất, nhỏ nhất trên đoạn***	***Quy trình tìm giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số không sử dụng bảng biến thiên*** *Tập K là đoạn $[a;b]$* ***Bước 1.*** *Tính đạo hàm $f'(x)$.* ***Bước 2.*** *Tìm tất cả các nghiệm $x_i \in [a;b]$ của phương trình $f'(x) = 0$ và tất cả các điểm $\alpha_i \in [a;b]$ làm cho $f'(x)$ không xác định.* ***Bước 3.*** *Tính $f(a)$, $f(b)$, $f(x_i)$, $f(\alpha_i)$.* ***Bước 4.*** *So sánh các giá trị tính được và kết luận $M = \max\limits_{[a;b]} f(x)$, $m = \min\limits_{[a;b]} f(x)$*

<table>
<tr><td rowspan="2">4</td><td rowspan="2">Định nghĩa đường tiệm cận ngang, đường tiệm cận đứng?</td><td>Đường tiệm cận ngang (hay tiệm cận ngang)</td><td>Cho hàm số $y = f\ \ x$ xác định trên một khoảng vô hạn có dạng $a;+\infty$ hoặc $-\infty;a$ hoặc $(-\infty;+\infty)$.
Đường thẳng $y = y_0$ là đường tiệm cận ngang (hay tiệm cận ngang) của đồ thị hàm số $y = f\ \ x$ nếu ít nhất một trong các điều kiện sau được thỏa mãn:
$\lim\limits_{x\to+\infty} y = y_0$; $\lim\limits_{x\to-\infty} y = y_0$</td></tr>
<tr><td>Đường tiệm cận đứng(hay tiệm cận đứng)</td><td>Đường thẳng $x = x_0$ được gọi là đường tiệm cận đứng(hay tiệm cận đứng) của đồ thị hàm số $y = f\ \ x$ nếu ít nhất một trong các điều kiện sau được thỏa mãn
$\lim\limits_{x\to x_0^+} y = +\infty$; $\lim\limits_{x\to x_0^-} y = +\infty$; $\lim\limits_{x\to x_0^+} y = -\infty$;
$\lim\limits_{x\to x_0^-} y = -\infty$</td></tr>
<tr><td rowspan="2">4.1</td><td rowspan="2">Kỹ năng bấm máy tính tìm giới hạn</td><td>Giới hạn của hàm số tại một điểm</td><td>$\lim\limits_{x\to a^+} f(x)$ thì nhập $f(x)$ và CALC $x = a + 10^{-9}$.
$\lim\limits_{x\to a^-} f(x)$ thì nhập $f(x)$ và CALC $x = a - 10^{-9}$.
$\lim\limits_{x\to a} f(x)$ thì nhập $f(x)$ và CALC $x = a + 10^{-9}$ hoặc $x = a - 10^{-9}$.</td></tr>
<tr><td>Giới hạn của hàm số tại vô cực</td><td>$\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ thì nhập $f(x)$ và CALC $x = 10^{10}$.
$\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ thì nhập $f(x)$ và CALC $x = -10^{10}$.</td></tr>
<tr><td>5</td><td>Các bước vẽ đồ thị hàm bậc 3,4</td><td colspan="2">• Tập xác định $D = \mathbb{R}$
• Tính đạo hàm: y' và giải phương trình $y' = 0$
• Tính giới hạn: $\lim\limits_{x\to-\infty} y = ?, \lim\limits_{x\to+\infty} y = ?$
• Lập bảng biến thiên
• Nêu khoảng đơn điệu và cực trị.
• Tính các giá trị đặc biệt
• Vẽ đồ thị

$\boxed{y = ax^3 + bx^2 + cx + d, (a \neq 0)}$
<table>
<tr><td></td><td>$y' = 0$ có 2 nghiệm phân biệt</td><td>$y' = 0$ vô nghiệm hoặc có nghiệm kép.</td></tr>
<tr><td>$a > 0$</td><td></td><td></td></tr>
</table></td></tr>
</table>

<table>
<tr><td></td><td></td><td>
<table>
<tr><td>$a<0$</td><td></td><td></td></tr>
</table>

$\boxed{y=ax^4+bx^2+c,(a\neq 0)}$

<table>
<tr><th></th><th>$y'=0$ có 3 nghiệm phân biệt</th><th>$y'=0$ có 1 nghiệm</th></tr>
<tr><td>$a>0$</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>$a<0$</td><td></td><td></td></tr>
</table>

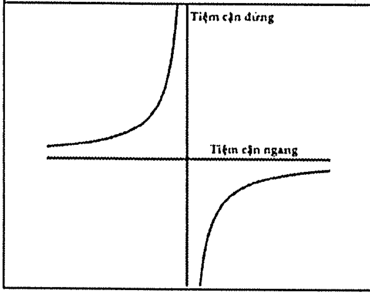
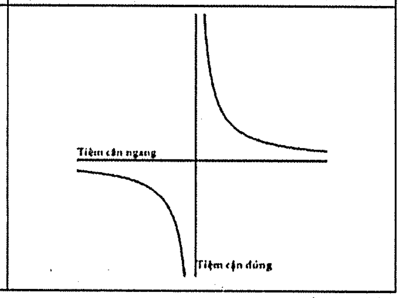
Lưu ý: *Đồ thị hàm trùng phương* $y=ax^4+bx^2+c,(a\neq 0)$ *nhận trục tung làm trục đối xứng. Đồng thời ta nên xét giao điểm giữa đồ thị với trục hoành nghĩa là giải phương trình* $ax^4+bx^2+c=0,(a\neq 0)$ *trong quá trình lập bảng giá trị để vẽ đồ thị.*
</td></tr>
<tr><td>5.1</td><td>Nêu cách vẽ đồ thị hàm nhất biến
$y=\dfrac{ax+b}{cx+d}$,
$(c\neq 0, ad-bc\neq 0)$</td><td>

Tập xác định $D=\mathbb{R}\setminus\left\{-\dfrac{d}{c}\right\}$.
Tính đạo hàm: $y'=\dfrac{ad-bc}{(cx+d)^2}\Rightarrow\left[\begin{array}{l} ad-bc<0\Rightarrow y'<0,\forall x\neq -\dfrac{d}{c} \\ ad-bc>0\Rightarrow y'>0,\forall x\neq -\dfrac{d}{c}\end{array}\right.$.
Tính giới hạn để tìm các đường tiệm cận:

$\lim\limits_{x\to+\infty}y=\lim\limits_{x\to-\infty}y=\dfrac{a}{c}\Rightarrow y=\dfrac{a}{c}$ là tiệm cận ngang.
$\lim\limits_{x\to\left(-\frac{d}{c}\right)^-}y=?\ \lim\limits_{x\to\left(-\frac{d}{c}\right)^+}y=?\Rightarrow x=-\dfrac{d}{c}$ là tiệm cận đứng.

Lập bảng biến thiên và nêu ra khoảng đơn điệu.
Tính các giá trị đặc biệt
Vẽ đồ thị $y=\dfrac{ax+b}{cx+d},(c\neq 0, ad-bc\neq 0)$

</td></tr>
</table>

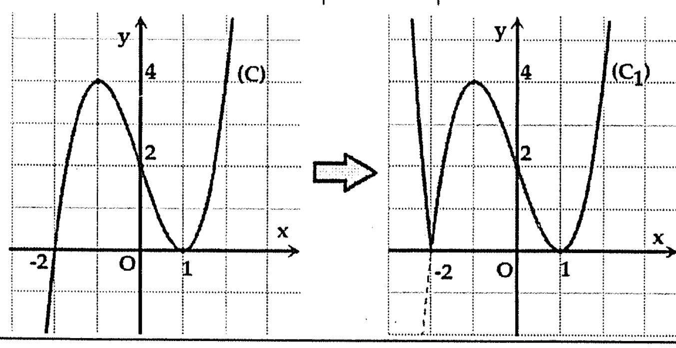
<table>
<tr>
<td></td>
<td></td>
<td>
<table>
<tr><td>$y' > 0, \forall x \in D$</td><td>$y' < 0, \forall x \in D$</td></tr>
<tr><td>
</td><td>
</td></tr>
</table>
Lưu ý: Đồ thị hàm số $y = \dfrac{ax+b}{cx+d}, (c \neq 0; ad - bc \neq 0)$ nhận giao điểm $\left(-\dfrac{d}{c}; \dfrac{a}{c}\right)$ của hai đường tiệm cận làm ***tâm đối xứng.*** *Đồng thời, khi vẽ đồ thị ta cần xét giao điểm giữa đường cong và hai trục tọa độ.*
</td>
</tr>
<tr>
<td>5.2</td>
<td>***Vẽ đồ thị hàm trị tuyệt đối***
Từ đồ thị $(C): y = f(x)$, hãy suy ra đồ thị các hàm số sau:
$\begin{cases} (C_1): y = \left|f(x)\right| \\ (C_2): y = f(\left|x\right|) \end{cases}$</td>
<td>
■ ***Dạng 1:*** *Từ đồ thị $(C): y = f(x) \longrightarrow (C_1): y = \left|f(x)\right|$*

Bước 1 : *Ta có:* $\boxed{(C_1): y = \left|f(x)\right| = \begin{cases} f(x) & \text{khi } f(x) \geq 0 \quad (1) \\ -f(x) & \text{khi } f(x) < 0 \quad (2) \end{cases}}$

Bước 2 : *Từ đồ thị (C) đã vẽ ta có thể suy ra đồ thị (C_1) như sau:*

- *Giữ nguyên phần đồ thị (C) phía trên trục hoành Ox (do (1)).*
- *Lấy đối xứng qua Ox phần đồ thị (C) nằm phía dưới trục Ox (do (2)).*
- *Bỏ phần đồ thị (C) nằm phía dưới trục Ox ta sẽ được đồ thị (C_1).*

Ví dụ minh họa: *vẽ đồ thị hàm số $y = \left|x^3 - 3x + 2\right|$*

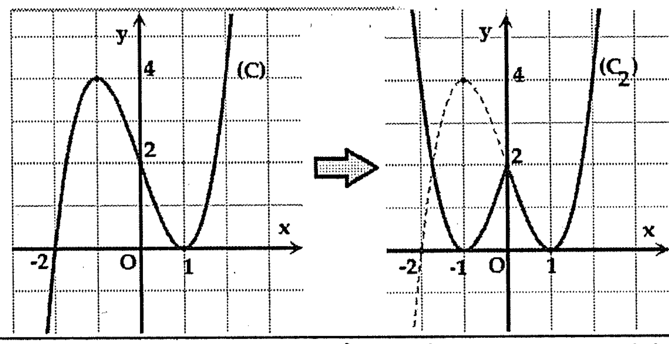
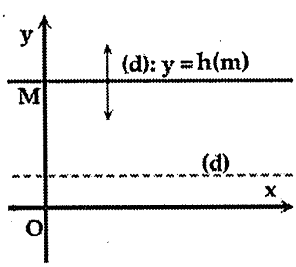


■ ***Dạng 2:*** *Từ đồ thị $(C): y = f(x) \longrightarrow (C_2): y = f(\left|x\right|)$ (đây là hàm số chẵn)*

Bước 1 : *Ta có:* $\boxed{(C_2): y = f(\left|x\right|) = \begin{cases} f(x) & \text{khi } x \geq 0 \quad (1) \\ f(-x) & \text{khi } x < 0 \quad (2) \end{cases}}$

Bước 2 : *Từ đồ thị (C) đã vẽ ta có thể suy ra đồ thị (C_2) như sau:*

- *Giữ nguyên phần đồ thị (C) phía bên phải trục Oy (do (1)).*
- *Lấy đối xứng qua Oy phần đồ thị (C) nằm phía bên phải Oy (do tính chất của hàm chẵn).*
</td>
</tr>
</table>

		• *Bỏ phần đồ thị (C) nằm phía bên trái trục Oy (nếu có), ta sẽ được đồ thị (C_2).*
		Ví dụ minh họa: *vẽ đồ thị hàm số* $y=\|x\|^3-3\|x\|+2$ 
5.3	***Ứng dụng đồ thị trong biện luận số nghiệm của 1 phương trình***	• *Cơ sở của phương pháp là **sử dụng đồ thị** để giải phương trình (bất phương trình); nghĩa là đã **sử dụng tính trực quan sinh động của hình học,** để nhận biết sự tương quan của phép toán giao hai tập giá trị của các hàm* $y=f(x)$ *và* $y=g(x)$ *trong phương trình* $\boxed{f(x)=g(x)\ (*)}$ *tương ứng với ẩn x trên TXĐ của* $(*)$. • *Thông thường ta có* $(*)\Leftrightarrow\begin{cases}(C): y=f(x)\\ d: y=g(x)\end{cases}$*,trong đó* (C) *là đường cong và d là đường thẳng. Đến đây ta cần thực hiện ba bước:* ➢ ***Bước 1:*** *Dựng đồ thị hàm số* $(C): y=f(x)$ *(khi bài toán chưa sẵn có* (C)*)* ➢ ***Bước 2:*** *Dựng đường thẳng* $d: y=g(x)$. *Cơ bản mà nói ta nhận thấy sẽ xảy ra ba trường hợp* $\left[\begin{array}{l}TH1: d: y=h(m)\\ TH2: d: y=kx+h(m)\\ TH3: d: y=a(m).x+b(m)\end{array}\right.$ *Ở đây trong chương trình học, ta chỉ xét trường hợp 1.*  *Khi* $d: y=h(m);\forall x\Rightarrow d$ *song song hoặc trùng với trục hoành* $Ox;\forall m$. *Tương ứng M sẽ di động trên toàn bộ trục tung* $Oy;\forall m$. ➢ ***Bước 3:*** *Dựa vào số giao điểm* (C) *và* d *tương ứng với* m *ta kết luận số nghiệm của phương trình* $(*)$. ***Lưu ý:*** • *Nếu như phương trình đã cho ban đầu chưa có dạng* $\boxed{f(x)=g(m)\ (*)}$ *thì ta phải **dùng phép biến đổi tương đương** đưa phương trình về dạng trong đó có một vế của phương trình là đồ thị* $(C): y=f(x)$.

<table>
<tr><td></td><td></td><td>

• ***Nếu trong phương trình biến đổi tương đương** có xuất hiện điều kiện của ẩn x thì phải "xóa đi phần đồ thị $(C): y = f(x)$ **không chứa điều kiện trước khi biện luận tiếp.***

</td></tr>
<tr><td>6</td><td>

Tương giao của hai đồ thị

</td><td>

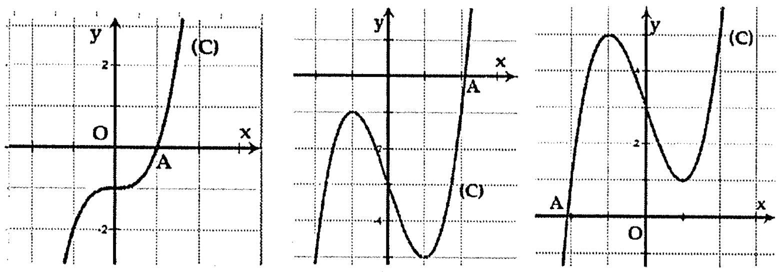
I. ***Sự tương giao của đồ thị hàm bậc ba.***

$y = f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d, (a \neq 0)$

- *Cho hai đồ thị* $(C_1): y = f(x), (C_2): y = g(x)$. *Để tìm hoành độ giao điểm của* $(C_1);(C_2)$ *ta giải phương trình* $\boxed{f(x) = g(x)\ (*)}$ *(gọi là phương trình hoành độ giao điểm). Số nghiệm của phương trình* $(*)$ *bằng số giao điểm của hai đồ thị.*
- *Số giao điểm của đồ thị* (C) *là hàm bậc ba với trục hoành bằng số nghiệm của phương trình* $ax^3 + bx^2 + cx + d = 0 \quad (1)$
- ***Một số dạng câu hỏi thương gặp:***

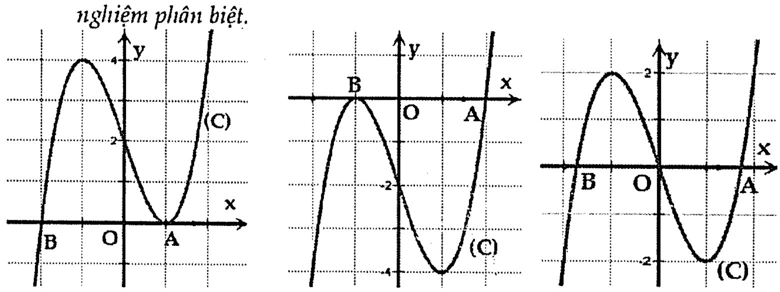
1.1 ***Tìm điều kiện để đồ thị*** (C) ***và trục hoành có 1 điểm chung duy nhất.***

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} f \text{ khong co cuc tri} \\ \begin{cases} f \text{ co 2 diem cuc tri} \\ y_{CD} \cdot y_{CT} > 0 \end{cases} \end{array}\right.$ $\Leftrightarrow pt(1)$ *có 1 nghiệm duy nhất.*



1.2 ***Tìm điều kiện để đồ thị*** (C) ***và trục hoành có 2 điểm chung phân biệt.***

$\Leftrightarrow (C)$ *tiếp xúc trục hoành* $\Leftrightarrow \begin{cases} f \text{ co 2 cuc tri} \\ y_{CD} \cdot y_{CT} = 0 \end{cases} \Leftrightarrow pt(1)$ *có đúng 2 nghiệm phân biệt.*



1.3 ***Tìm điều kiện để đồ thị*** (C) ***và trục hoành có 3 điểm chung phân biệt.***

$\Leftrightarrow \begin{cases} f \text{ co 2 cuc tri} \\ y_{CD} \cdot y_{CT} < 0 \end{cases} \Leftrightarrow pt(1)$ *có đúng 3 nghiệm phân biệt.*

</td></tr>
</table>

Lưu ý: nếu phương trình $ax^3+bx^2+cx+d=0 \quad (1)$ *có:*

- $a+b+c+d=0 \Rightarrow pt(1) \Leftrightarrow (x-1)(mx^2+nx+p)=0$
- $a-b+c-d=0 \Rightarrow pt(1) \Leftrightarrow (x+1)(mx^2+nx+p)=0$
- *nhẩm được nghiệm* $x=x_0 \Rightarrow pt(1) \Leftrightarrow (x-x_0)(mx^2+nx+p)=0$

Để pt(1) có đúng 3 nghiệm phân biệt thì phương trình $mx^2+nx+p=0$ *phải có 2 nghiệm phân biệt khác* x_0 *hay* $\begin{cases} m\neq 0 \\ \Delta>0 \\ mx_0^{\ 2}+nx_0+p\neq 0 \end{cases}$.

II. Sự tương giao của đồ thị hàm trùng phương.

Số giao điểm của $(C): y=ax^4+bx^2+c$ *và trục hoành bằng số nghiệm của phương trình* $\boxed{ax^4+bx^2+c=0 \ \ (*)} \Leftrightarrow \begin{cases} t=x^2, t\geq 0 \\ at^2+bt+c=0 \ \ (2) \end{cases}$

Để xác định số nghiệm của $(*)$ *ta dựa vào số nghiệm của phương trình* (2) *và dấu của chúng.*

- $pt(*)$ *vô nghiệm* $\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} pt(2) \text{ vo nghiem.} \\ pt(2) \text{ co 1 nghiem kep am.} \\ pt(2) \text{ co 2 nghiem am.} \end{array}\right.$
- $pt(*)$ *có 1 nghiệm* $\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} pt(2) \text{ co 1 nghiem kep bang 0.} \\ pt(2) \text{ co 1 nghiem bang 0, nghiem con lai am.} \end{array}\right.$
- $pt(*)$ *có 2 nghiệm* $\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} pt(2) \text{ co 1 nghiem kep duong} \\ pt(2) \text{ co 1 nghiem duong, nghiem con lai am.} \end{array}\right.$
- $pt(*)$ *có 3 nghiệm* $\Leftrightarrow pt(2)$ *co 1 nghiem bang 0, nghiem con lai duong.*
- $pt(*)$ *có 4 nghiệm* $\Leftrightarrow pt(2)$ *co 2 nghiem duong* $\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta>0 \\ S>0 \\ P>0 \end{cases}$

- ***Một số dạng câu hỏi thường gặp:*** *Tìm điều kiện để đồ thị* (C) *cắt trục hoành tại 4 điểm phân biệt có hoành độ lập thành một cấp số cộng.*

$\Leftrightarrow ax^4+bx^2+c=0$ *có 4 nghiệm phân biệt* $x_1<x_2<x_3<x_4$

$\Leftrightarrow at^2+bt+c=0\ (t=x^2>0)$ *có 2 nghiệm dương phân biệt* t_1, t_2

Giả sử $t_1; t_2 \Rightarrow pt(2) \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x_1=-\sqrt{t_2} \\ x_2=-\sqrt{t_1} \\ x_3=\sqrt{t_1} \\ x_4=\sqrt{t_2} \end{array}\right.$

Từ yêu cầu bài toán ta có $x_4-x_3=x_3-x_2 \Leftrightarrow x_3=\dfrac{x_2+x_4}{2} \Leftrightarrow t_2=9t_1$

Giải điều kiện sau $\begin{cases} t_1 + t_2 = -\dfrac{b}{a} \\ t_1 t_2 = \dfrac{c}{a} \\ t_1 = 9t_2 \end{cases}$.

III. *Sự tương giao của đồ thị hàm nhất biến.*

Bài toán thường gặp nhất chính là xét tương giao giữa $(C): y = \dfrac{ax+b}{cx+d}$ *và đường thẳng* $d: y = kx + m$.

Số giao điểm giữa (C) *và* d *chính là số nghiệm của phương trình:*

$$\frac{ax+b}{cx+d} = kx + m\,(*), \forall x \neq -\frac{d}{c}.$$

$\Leftrightarrow ax + b = (kx+m)(cx+d), \forall x \neq -\dfrac{d}{c}$

$\Leftrightarrow \underbrace{(kc)x^2 + (mc + dk - a)x + md - b}_{g(x)} = 0 \quad (2)$

Tùy vào số giao điểm tương ứng của (C) và d mà ta biện luận số nghiệm của phương trình (2).

Giả sử (C) cắt d tại hai điểm phân biệt

$\Leftrightarrow (*)$ *có 2 nghiệm phân biệt khác* $-\dfrac{d}{c} \Leftrightarrow \begin{cases} kc \neq 0 \\ \Delta > 0 \\ g\left(-\dfrac{d}{c}\right) \neq 0 \end{cases}$

Chương II. CHUYÊN ĐỀ LŨY THỪA – MŨ - LOGARIT

TỔNG KẾT CÁC KIẾN THỨC VÀ DẠNG BÀI THƯỜNG GẶP

DẠNG 1: RÚT GỌN BIỂU THỨC CHỨA LŨY THỪA - CĂN THỨC.

Các công thức thường gặp:

Tính chất căn bậc n:

1. $\sqrt[n]{a.b}=\sqrt[n]{a}.\sqrt[n]{b}$ 2. $\sqrt[n]{\frac{a}{b}}=\frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}$ 3. $\sqrt[n]{a^p}=\left(\sqrt[n]{a}\right)^p$ 4. $\sqrt[n]{\sqrt[m]{a}}=\sqrt[n.m]{a}$

Cho số hữu tỉ r thỏa $r=\frac{m}{n}$ là số hữu tỉ và số thực $a>0$: $a^r=a^{\frac{m}{n}}=\sqrt[n]{a^m}$.

Tính chất của lũy thừa:

1. $a^m.a^n=a^{m+n}$ 2. $\frac{a^m}{a^n}=a^{m-n}$ 3. $\left(a^m\right)^n=a^{m.n}$ 4. $(a.b)^n=a^n.b^n$ 5. $\left(\frac{a}{b}\right)^n=\frac{a^n}{b^n}$

<u>Ví dụ</u>: Rút gọn biểu thức sau: $P=\frac{\sqrt[4]{a^2.\sqrt{a}}}{\sqrt{a\sqrt[3]{a}}}$.

Giải. $P=\frac{\sqrt[4]{a^2.\sqrt{a}}}{\sqrt{a\sqrt[3]{a}}}=\left(a^2.a^{\frac{1}{2}}\right)^{\frac{1}{4}}:\left(a..a^{\frac{1}{3}}\right)^{\frac{1}{2}}=a^{\frac{5}{8}}:a^{\frac{2}{3}}=a^{\frac{-1}{24}}=\frac{1}{\sqrt[24]{a}}$.

■ ***BÀI TẬP ĐỀ NGHỊ: Rút gọn các biểu thức sau:***

a) $\frac{\left(a^{\sqrt{3}-1}\right)^{\sqrt{3}+1}}{a^{\sqrt{5}-3}.a^{4-\sqrt{5}}}$ b) $a^{\sqrt{2}}.\left(\frac{1}{a}\right)^{\sqrt{2}-1}$ c) $\sqrt[4]{x^2\sqrt[3]{x}}$ d) $\sqrt{a\sqrt{a\sqrt{a\sqrt{a}}}}:a^{\frac{11}{16}}$

e) $\sqrt{\left(x^\pi+y^\pi\right)^2-\left(4^{\frac{1}{\pi}}xy\right)^\pi}$ f) $\left(\frac{a^{\sqrt{3}}}{b^{\sqrt{3}-1}}\right)^{\sqrt{3}+1}.\frac{a^{-1-\sqrt{3}}}{b^{-2}}$ g) $\frac{a^{2\sqrt{2}}-b^{2\sqrt{3}}}{\left(a^{\sqrt{2}}-b^{\sqrt{3}}\right)^2}+1$ h) $a^{-2\sqrt{2}}\left(\frac{1}{a^{-\sqrt{2}-1}}\right)^{\sqrt{2}+1}$

DẠNG 2: TÍNH GIÁ TRỊ CỦA LOGARIT THEO GIÁ TRỊ CHO TRƯỚC.

Các công thức thường gặp:

Quy tắc của logarit: Cho $\begin{cases}a>0,a\neq1\\b>0,c>0\end{cases}$ ta có: $\left|\begin{array}{l}1.\ \log_a(bc)=\log_a b+\log_a c\\2.\ \log_a\frac{b}{c}=\log_a b-\log_a c\\3.\ \log_a b^\alpha=\alpha\log_a b\end{array}\right.$

Hệ quả: Với $\begin{cases}a>0,a\neq1\\b>0\end{cases}$. Ta có: $\left|1.\ \log_a\frac{1}{b}=-\log_a b\right.$ 2. $\log_a\sqrt[n]{b}=\frac{1}{n}\log_a b$.

Đổi cơ số lôgarit: Với $\begin{cases}a,b>0,a,b\neq1\\c>0\end{cases}$ ta có: $\log_b c=\frac{\log_a c}{\log_a b}$ hay $\log_a b.\log_b c=\log_a c$

Hệ quả: Với $\begin{cases}a>0,a\neq1\\b>0,b\neq1\end{cases}$ ta có: $\left|1.\ \log_a b=\frac{1}{\log_b a}\right.$ 2. $\log_{a^\alpha}b=\frac{1}{\alpha}\log_a b$.

<u>Ví dụ 1</u>: Biểu diễn $\log_4 1250$ **theo :** $\alpha=\log_2 5$.

Giải. Ta có $\log_4 1250 = \log_4\left(2.5^4\right) = \log_4 2 + \log_4 5^4 = \frac{1}{2} + \frac{4}{2}\log_2 5 = \frac{1+4\alpha}{2}$.

Ví du 2: Cho $\log_2 x = \sqrt{2}$. Tính $\log_2 x^3 + \log_{0,5}\sqrt{x} + \log_{\frac{1}{4}} x^2$.

Giải. Ta có $\log_2 x^3 + \log_{0,5}\sqrt{x} + \log_{\frac{1}{4}} x^2 = 3\log_2 x - \frac{1}{2}\log_2 x + \frac{2}{-2}\log_2 x = \frac{3}{2}\log_2 x = \frac{3\sqrt{2}}{2}$.

■ ***BÀI TẬP ĐỀ NGHỊ: Rút gọn các biểu thức sau:***

a) Cho $\log_{12} 27 = a$. Hãy tính $\log_6 16$ theo a.

b) Cho $\log_{15} 3 = a$. Tính $\log_{25} 15$ theo a.

c) Cho $\log_2 14 = a$. Hãy tính $\log_{49\sqrt{7}} 32$ và $\log_{49} 32$ theo a.

d) Cho $\log_2 5 = a, \log_2 3 = b$. Tính $\log_3 135$ theo a và b.

e) Cho $\log 3 = a, \log 2 = b$. Tính $\log_{125} 30$ theo a và b.

f) Cho $\log_a b = \sqrt{3}$.. Tính $\log_{\frac{\sqrt{b}}{a}} \frac{\sqrt[3]{b}}{\sqrt{a}}$.

g) Cho $\log_a b = \sqrt{5}$. Tính $\log_{\sqrt{ab}} \frac{b}{\sqrt{a}}$.

h) Cho $\log_a b = \sqrt{13}$. Tính $\log_{\frac{b}{a}} \sqrt[3]{ab^2}$.

DẠNG 3: TÌM TẬP XÁC ĐỊNH HÀM LŨY THỪA – LOGARIT.

Điều kiện xác định các hàm thường gặp:

Hàm lũy thừa: $y = \left[A(x)\right]^{\alpha}$, α là hằng số. Điều kiện xác định $\left[\begin{array}{l}\alpha \in \mathbb{N}^* \Rightarrow A(x) \in \mathbb{R} \\ \alpha \in \mathbb{Z}\setminus\mathbb{N}^* \Rightarrow A(x) \neq 0 \\ \alpha \in \mathbb{R}\setminus\mathbb{Z} \Rightarrow A(x) > 0\end{array}\right.$.

Hàm số logarit: $y = \log_a B(x)$, a là hằng số thỏa : $a > 0, a \neq 1$. Điều kiện xác định là $B(x) > 0$

Ngoài ra: $\sqrt{C(x)}$ có điều kiện là $C(x) \geq 0$; $\frac{D(x)}{E(x)}$ có điều kiện là $E(x) \neq 0$.

Ví du 1: Tìm tập xác định của hàm số: $y = \left(x^2 - 3x + 2\right)^{-2}$.

Giải. Vì $-2 \in \mathbb{Z}^-$ nên điều kiện là $x^2 - 3x + 2 \neq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq 1 \\ x \neq 2 \end{cases}$. Vậy $D = \mathbb{R}\setminus\{1;2\}$

Ví du 2: Tìm tập xác định của hàm số: $y = \log_2\left(x^2 - 4\right) + \left(2 - x\right)^{\frac{1}{3}}$.

Giải. Vì $\frac{1}{3} \in \mathbb{R}\setminus\mathbb{Z}$ nên điều kiện là $x\begin{cases} x^2 - 4 > 0 \\ 2 - x > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 2 \vee x < -2 \\ x < 2 \end{cases} \Leftrightarrow x < -2$. Vậy $D = (-\infty; -2)$

■ ***BÀI TẬP ĐỀ NGHỊ: Tìm tập xác định của các hàm số sau:***

a. $y = (2 - x)^{\frac{1}{3}}$. b. $y = \sqrt{x^2 - 2x + 1}$. c. $y = \left(1 - x^2\right)^{-3}$. d. $y = \left(\frac{1 - x}{x^2 - 4}\right)^{\frac{1}{3}}$.

e. $y=\log_2\left(x^2-x+1\right)$. d. $y=\log_3\left(\dfrac{2x-x^2}{x-4}\right)$. e. $y=\log_2\left(\log_3\left(2x-1\right)\right)$

DẠNG 4: TÍNH ĐẠO HÀM CỦA HÀM LŨY THỪA – MŨ – LOGARIT.

Công thức tính đạo hàm:

+ ***Lũy thừa:*** $\left(x^\alpha\right)'=\alpha x^{\alpha-1}$ suy ra: $\left(xu^\alpha\right)'=\alpha u^{\alpha-1}.u'$.

Đặc biệt : $\left(\sqrt[n]{x}\right)'=\dfrac{1}{n\sqrt[n]{x^{n-1}}}$ suy ra $\left(\sqrt[n]{u}\right)'=\dfrac{u'}{n\sqrt[n]{u^{n-1}}}$

+ ***Hàm mũ:*** $\left(a^x\right)'=a^x\ln a$ suy ra: $\left(a^u\right)'=u'.a^u\ln a$. Đặc biệt : $\left(e^x\right)'=e^x$ suy ra: $\left(e^u\right)'=e^u.u'$

+ ***Hàm logarit:*** $\left(\log_a x\right)'=\dfrac{1}{x\ln a}$ suy ra: $\left(\log_a u\right)'=\dfrac{u'}{u\ln a}$.

Đặc biệt : $\left(\ln x\right)'=\dfrac{1}{x}$ suy ra $\left(\ln u\right)'=\dfrac{u'}{u}$.

Ngoài ra cần nhớ lại các quy tắc tính đạo hàm.

<u>Ví du 1</u>: Tìm đạo hàm của hàm số: $y=\left(x^2-3x+2\right)^{-2}$.

Giải. Ta có $y'=-2\left(x^2-3x+2\right)^{-3}\left(x^2-3x+2\right)'=-2\left(x^2-3x+2\right)^{-3}\left(2x-3\right)$.

<u>Ví du 2</u>: Tìm đạo hàm của hàm số: $y=\log_2\left(x^2-4\right)+\left(2-x\right)^{\frac{1}{3}}$.

Giải. $y'=\dfrac{\left(x^2-4\right)'}{\left(x^2-4\right)\ln 2}+\dfrac{1}{3}\left(2-x\right)^{\frac{1}{3}-1}\left(2-x\right)'=\dfrac{2x}{\left(x^2-4\right)\ln 2}-\dfrac{\left(2-x\right)^{\frac{-2}{3}}}{3}$.

<u>Ví du 3</u>: Cho $y=x.e^{-\frac{x^2}{2}}$. **CMR:** $xy'=\left(1-x^2\right)y$.

Giải. Ta có $y'=e^{\frac{-x^2}{2}}+x.e^{-\frac{x^2}{2}}\left(-x\right)=\left(1-x^2\right)e^{-\frac{x^2}{2}}$. Vậy $xy'=\left(1-x^2\right)y$.

■ ***BÀI TẬP ĐỀ NGHỊ: Tính đạo hàm các hàm số sau:***

a) $y=\sqrt{4x^2-3x-1}$ b) $y=\left(x^2+x-4\right)^{\frac{1}{4}}$ c) $y=\left(x^2-3x+2\right)^{\sqrt{3}}$ d) $y=x+\sqrt{x}+\sqrt[3]{x}$

e) $y=\left(x^2-2x+2\right)e^x$ f) $y=\left(x^2+2x\right)e^{-x}$ g) $y=e^{-2x}\sin x$ h) $y=e^{2x+x^2}$

i) $y=\ln\left(2x^2+x+3\right)$ j) $y=\log_2\left(\cos x\right)$ k) $y=\left(2x-1\right)\ln\left(3x^2+x\right)$ l) $y=\dfrac{\ln\left(x^2+1\right)}{x}$

m) $y=\sqrt[3]{x^2+x+1}$ n) $y=\left(x^2+1\right)e^x$ o) $y=e^{\sqrt{x}}\sin x$ p) $y=\left(3x-2\right)\ln^2 x$

■ ***BÀI TẬP ĐỀ NGHỊ: Chứng minh các đẳng thức:***

a) Cho $y=e^{4x}+2e^{-x}.CMR:y'''+2y'-12y=0$

b) Cho $y=\ln\left(\dfrac{1}{x+1}\right).CMR:xy'+1=e^y$ c) Cho $y=\dfrac{1}{1+x+\ln x}.CMR:xy'=y\left(y\ln x-1\right)$

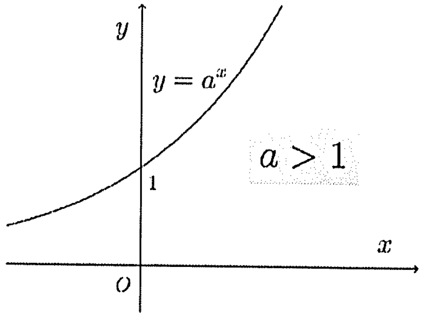
DẠNG 5: TÍNH CHẤT CỦA HÀM LŨY THỪA – MŨ – LOGARIT VÀ ĐỒ THỊ.

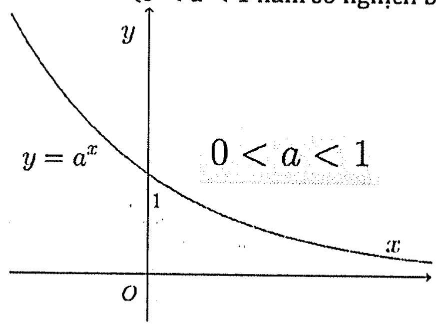
Tính chất các hàm cơ bản:

Hàm số mũ cơ số a: $y=a^x$ với $a>0,a\neq 1$.

+ Tập xác định: $D=\mathbb{R}$. + Tập giá trị: $T=(0;+\infty)$. + *Đạo hàm*: $(a^x)'=a^x\ln a$.

+ Nhận trục hoành làm tiệm cận ngang. + Đơn điệu: $\begin{cases} a>1 \text{ hàm số đồng biến} \\ 0<a<1 \text{ hàm số nghịch biến} \end{cases}$



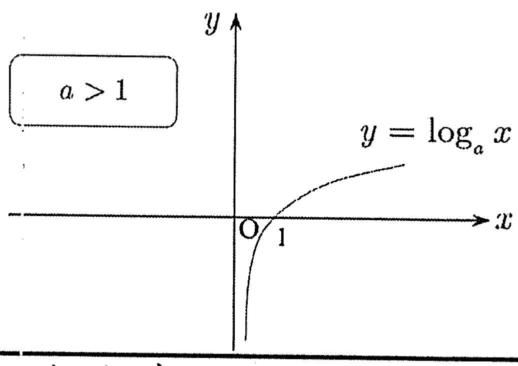


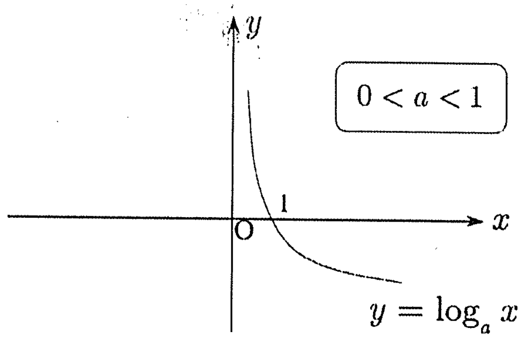
Hàm số Lôgarit cơ số a: $y=\log_a x$ với $a>0, a\neq 1$.

+ Tập xác định: $D=(0;+\infty)$. + Tập giá trị: $T=\mathbb{R}$. + *Đạo hàm*:

$(\log_a x)'=\dfrac{1}{x\ln a}$.

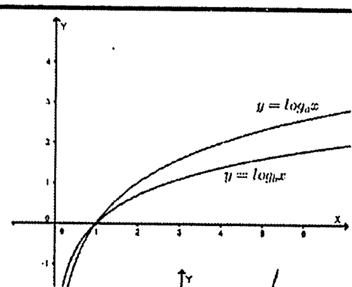
+ Nhận trục tung làm tiệm cận đứng. + Đơn điệu: $\begin{cases} a>1 \text{ hàm số đồng biến} \\ 0<a<1 \text{ hàm số nghịch biến} \end{cases}$





■ BÀI TẬP ĐỀ NGHỊ:

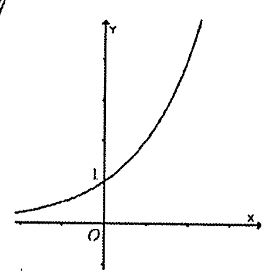
Câu 1. Cho a và b là hai số thực dương khác 1. Đồ thị hai hàm số $y=log_a x$ và $y=log_b x$ được cho như hình vẽ. Mệnh đề nào sau đây đúng:



A. $a>b>1$ **B.** $1>a>b$

C. $a>1>b$ **D.** $b>a>1$

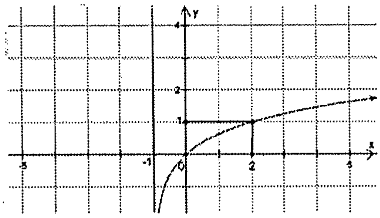
Câu 2. Đường cong hình bên là đồ thị của một trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D dưới đây. Hỏi hàm số đó là hàm số nào?



A. $y=(0,5)^x$ **B.** $y=log_3 x$

C. $y=log_{0,4} x$ **D.** $y=2^x$

Câu 3. Đồ thị dưới đây là của hàm số nào?



A. $y=log_2 x+1$ **B.** $y=log_2(x+1)$ **C.** $y=log_3 x$ **D.** $y=log_3(x+1)$

Đáp án D.

Câu 4. Cho hai hàm số $y=a^x$ và $y=log_a x$ (với $a>0, a\neq 1$). Khẳng định sai là:

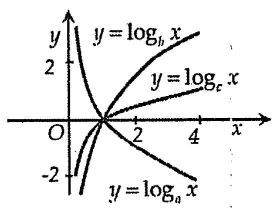
A. Hàm số $y=log_a x$ có tập xác định là $(0;+\infty)$

B. Đồ thị hàm số $y=a^x$ nhận trục Ox làm đường tiệm cận ngang

C. Hàm số $y=a^x$ và $y=log_a x$ nghịch biến trên mỗi tập xác định tương ứng của nó khi $0<a<1$

D. Đồ thị hàm số $y=log_a x$ nằm phía trên trục Ox.

Câu 5. Cho 3 số thực dương a,b,c khác 1. Đồ thị các hàm số $y=\log_a x$; $y=\log_b x$; $y=\log_c x$ được cho trong hình vẽ bên dưới. Mệnh đề nào dưới đây đúng?



A. $b<a<c$ **B.** $a<b<c$

C. $a<c<b$ **D.** $c<a<b$

Câu 6. Hàm số nào sau đây đồng biến trên tập xác định của nó?

A. $y=log_{\sqrt{2}} x$ **B.** $y=log_{\frac{1}{2}} x$ **C.** $y=log_{\frac{3}{\pi}} x$ **D.** $y=log_{0,7} x$

DẠNG 6.1: GIẢI PHƯƠNG TRÌNH MŨ - LOGARIT

1. Phương trình cơ bản:

Phương trình *mũ cơ bản*: $a^x=m$. Khi $\left[\begin{array}{l} m\le 0 \text{ thì phương trình này vô nghiệm.} \\ m>0 \text{ thì phương trình này có nghiệm } x=log_a m \end{array}\right.$

Phương trình lôgarit cơ bản: $\log_a x=m$. Phương trình nay luôn có nghiệm $x=a^m$.

Ví du 1: Giải phương trình: $3^x=9$.

Giải: $3^x=9 \Leftrightarrow x=\log_3 9=2$.

Ví du 2: Giải phương trình: $\log_2 x=\dfrac{1}{2}$.

Giải: Điều kiện: $x>0$. Ta có $\log_2 x=\dfrac{1}{2} \Leftrightarrow x=2^{\frac{1}{2}}=\sqrt{2}$ (nhận)

■ ***BÀI TẬP ĐỀ NGHỊ:***

1. Giải các phương trình sau:

a) $2^x=8$ b) $e^x=5$ c) $2^{x^2-3x+2}=4$ d) $\left(2+\sqrt{3}\right)^{2x}=\left(2-\sqrt{3}\right)$

e) $2^x+2^{x+1}=3$ f) $3^x+3^{x+1}=4^x+4^{x-1}$ g) $5^{2x+1}=2^{x-2}$

2. Giải các phương trình sau:

a) $\ln x^2=2$ b) $\log x=-4$ c) $\log_3\left(3^x+8\right)=2+x$

d) $\log\left(-x^4+11x^2\right)=1$ e) $\log_4\left(x^2+x\right)=-1$ f) $\log_x\left(x^2+3x+4\right)=3$

DẠNG 6.2: GIẢI PHƯƠNG TRÌNH MŨ - LOGARIT

2. Đưa về cùng cơ số

Tính chất *mũ*: $a^{f(x)} = a^{g(x)} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} a = 1 \\ f(x) = g(x) \end{array}\right.$

Tính chất Lôgarit: $\log_a f(x) = \log_a g(x) \Leftrightarrow f(x) = g(x)$.

__Ví dụ 1:__ Giải phương trình: $9^{x+1} = 27^{2x+1}$.

Giải: $9^{x+1} = 27^{2x+1} \Leftrightarrow 3^{2(x+1)} = 3^{6x+3} \Leftrightarrow 2x + 2 = 6x + 3 \Leftrightarrow 4x = -1 \Leftrightarrow x = \dfrac{-1}{4}$

Ví dụ 2: Giải phương trình: $\log_2 \dfrac{1}{x} = \log_{\frac{1}{2}}\left(x^2 - x + 1\right)$.

Giải: Điệu kiện: $x > 0$.

Ta có: $\log_2 \dfrac{1}{x} = \log_{\frac{1}{2}}\left(x^2 - x + 1\right) \Leftrightarrow \log_{\frac{1}{2}} x = \log_{\frac{1}{2}}\left(x^2 - x + 1\right) \Leftrightarrow x = x^2 - x + 1 \Leftrightarrow x = 1$ (nhận)

Ví dụ 2: Giải phương trình: $(x^2 - x + 1)^{x^2 - 1} = 1$.

Giải: Điều kiện: $x^2 - x + 1 > 0 \Leftrightarrow x \in \mathbb{R}$.

Ta có: $(x^2 - x + 1)^{x^2-1} = 1 \Leftrightarrow (x^2 - x + 1)^{x^2-1} = (x^2 - x + 1)^0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x^2 - x + 1 = 1 \\ x^2 - 1 = 0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x^2 - x = 0 \\ x^2 - 1 = 0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 1 \\ x = 0 \\ x = -1 \end{array}\right.$.

Bài tập:

1. Giải các phương trình sau:

a) $5^{|4x-6|} = 25^{3x-4}$ b) $2^{x^2 - 6x - \frac{5}{2}} = 16\sqrt{2}$ c) $9^{|3x-1|} = 3^{8x-2}$ d) $\left(\sqrt{x - x^2}\right)^{x-2} = 1$

e) $5^x = \sqrt[3]{\dfrac{1}{25^{2x-3}}}$ f) $(x^2 - 2x + 2)^{\sqrt{4-x^2}} = 1$ g) $3^{2x-1} = 9.\sqrt[4]{27}$ h) $2^x 3^x = \dfrac{\sqrt[3]{6}}{36}$

2. Giải các phương trình sau:

a) $\log_3(2x+1) = 2\log_3(x-1)$ b) $\log_5 x = \log_5(x+6) - \log_5(x+2)$ c) $\log_5 x + \log_{25} x = \log_{0,2}\sqrt{3}$

d) $\log_2(3x-5) = \log_2(4-x)$ e) $\log_2(2x+3) = \log_{\sqrt{2}}\sqrt{x-1}$

g) $\lg(x^2 + 2x - 3) + \lg\dfrac{x+3}{x-1} = 0$ h) $\log_3(5x+4) - 2\log_3(x+2) = \log_3 x$

DẠNG 6.3: GIẢI PHƯƠNG TRÌNH MŨ - LOGARIT

3. Đặt ẩn phụ hoàn toàn

Chú ý: Nếu đặt $t = a^x$ thì điều kiện là $t > 0$

Ví dụ 1: Giải phương trình: $3^{2x+5} = 3^{x+2} + 2$.

Giải: $3^{2x+5} = 3^{x+2} + 2 \Leftrightarrow 3^5.3^{2x} - 3^2.3^x - 2 = 0$. Đặt $t = 3^x > 0$ ta có: $3^5 t^2 - 9t - 2 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t = \dfrac{1}{9}\ (nhan) \\ t = \dfrac{-2}{27}\ (loai) \end{array}\right.$

Vậy $t = \dfrac{1}{9} \Rightarrow 3^x = \dfrac{1}{9} \Leftrightarrow x = -2$.

Ví dụ 2: Giải phương trình: $\frac{6}{\log_2 2x}+\frac{4}{\log_2 x^2}=3$.

Giải: Điều kiện: $\begin{cases}2x>0\\2x\neq 1\\x^2\neq 1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x>0\\x\neq\frac{1}{2},x\neq 1\end{cases}$. Ta có: $\frac{6}{\log_2 2x}+\frac{4}{\log_2 x^2}=3\Leftrightarrow\frac{6}{1+\log_2 x}+\frac{4}{2\log_2 x}=3$.

Đặt $t=\log_2 x$ ta có: $\frac{6}{1+t}+\frac{4}{2t}=3\Leftrightarrow 3t^2-5t-2=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}t=2\\t=\frac{-1}{3}\end{array}\right.\Rightarrow\left[\begin{array}{l}\log_2 x=2\\\log_2 x=-\frac{1}{3}\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=4\\x=\frac{1}{\sqrt[3]{2}}\end{array}\right.$

Bài tập :

1. Giải các phương trình sau:

a) $4^x-2.2^x-8=0$ **b)** $3^{x+1}+18.3^{-x}=29$ **c)** $27^x+12^x=2.8^x$ **d)** $3.4^x+6^x-2.9^x=0$

e) $\frac{4}{5^x-1}+\frac{11}{2.5^x+1}=2$ **f)** $16^x+5.4^x+4=0$ **g)** $4^{\sqrt{x}}-3.2^{\sqrt{x}+1}+8=0$

h) $(2-\sqrt{3})^x+(2+\sqrt{3})^x=14$ **i)** $(7+4\sqrt{3})^x-3(2-\sqrt{3})^x+2=0$

2. Giải các phương trình sau:

a) $\log_3^2 x-2\log_3 x-8=0$ **b)** $2\log_5 x-\log_x 5-3=0$ **c)** $\log_2^2 x+\log_4 x-5=0$

d) $\frac{1}{\log_4(x-1)}+\log_4(x-1)=\frac{5}{2}$ **e)** $\frac{1}{\log_4 x}+\frac{\log_4 x}{2\log_4 x-1}-2=0$ **f)** $\frac{\log_2 x}{\log_4 2x}=\frac{\log_8 4x}{\log_{16} 8x}$

DẠNG 6.4 GIẢI PHƯƠNG TRÌNH MŨ - LOGARIT

4. Sử dụng lôgarit hóa

Lấy lôgarit theo một cơ số thích hợp

Ví dụ 1: Giải phương trình: $3^{x-1}2^{x^2}=8.4^{x-2}$.

Giải: Lôgarit cơ số 2 hai vế ta có:

$$\log_2\left(3^{x-1}2^{x^2}\right)=\log_2\left(8.4^{x-2}\right)\Leftrightarrow(x-1)\log_2 3+x^2=2x-1\Leftrightarrow(x-1)\log_2 3+(x-1)^2=0$$

$$\Leftrightarrow(x-1)\left[x-1+\log_2 3\right]=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=1\\x=1-\log_2 3\end{array}\right.$$

Bài tập: Giải các phương trình sau:

a) $2^x.5^x=0,2.\left(10^{x-1}\right)^5$ **b)** $3^x.8^{\frac{x}{x+1}}=36$ **c)** $x^6.5^{-\log_x 5}=5^{-5}$ **d)** $3^{4^x}=4^{3^x}$

e) $3^{x^2}=2^x$ **f)** $7^{x^2}.2^x=1$ **g)** $6^{x^2-3x+2}=4^{x-2}$ **h)** $3^{x^2-x}=5^{x-1}$

DẠNG 6.5: GIẢI PHƯƠNG TRÌNH MŨ - LOGARIT

5. Đưa về phương trình tích

Gom số hạng thích hợp để thu được nhân tử chung.

Ví dụ 1: Giải phương trình: $25.2^x-10^x+5^x-25=0$

Giải: $25.2^x-10^x+5^x-25=0\Leftrightarrow 25.2^x-2^x.5^x-\left(25-5^x\right)=0\Leftrightarrow 2^x\left(25-5^x\right)-\left(25-5^x\right)=0$

$$\Leftrightarrow\left(25-5^x\right)\left(2^x-1\right)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}5^x=25\\2^x=1\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=2\\x=0\end{array}\right.$$

Bài tập : Giải các phương trình sau:

a) $8.3^x+3.2^x=24+6^x$ **b)** $12.3^x+3.15^x-5^{x+1}=20$ **c)** $2^{x^2+x}-4.2^{x^2-x}-2^{2x}+4=0$

d) $8-x.2^x+2^{3-x}-x=0$ **e)** $x^2 6^{-x}+6^{\sqrt{x}+2}=x^2 6^{\sqrt{x}}+6^{2-x}$ **f)** $12.3^x+3.15^x-5^{x+1}=20$

g) $2^{x^2-5x+6}+2^{1-x^2}=2.2^{6-5x}+1$ **h)** $4^{x^2-3x+2}+4^{x^2+6x+5}=4^{2x^2+3x+7}+1$

DẠNG 6.6 GIẢI PHƯƠNG TRÌNH MŨ - LOGARIT

5. Sử dụng tính đơn điệu của hàm số

PP1: Chuyển phương trình về dạng $f(x)=0$. Xét hàm số: $y=f(x)$ trên tập xác định của x.

Nếu ta chứng minh được $\left[\begin{array}{l} y'=f'(x)\ge 0,\forall x\in D \\ y'=f'(x)\le 0,\forall x\in D \end{array}\right.$ thì kết luận phương trình có nghiệm duy nhất, rồi nhẩm nghiệm duy nhất đó.

PP2: Chuyển phương trình về dạng: $f(u)=f(v)$. Xét hàm số $y=f(t)$ trên tập xác định: $D=D_u\cup D_v$. Nếu ta chứng minh được $\left[\begin{array}{l} y'=f'(t)\ge 0,\forall t\in D=D_u\cup D_v \\ y'=f'(t)\le 0,\forall t\in D=D_u\cup D_v \end{array}\right.$ thì ta có: $f(u)=f(v)\Leftrightarrow u=v$.

Ví dụ 1: Giải phương trình: $2^x+\log_3 x-2=0$.

Giải: Điều kiện: $x>0$. Xét hàm số: $f(x)=2^x+\log_3 x-2$ trên $(0;+\infty)$.

$f'(x)=2^x\ln 2+\dfrac{1}{x.\ln 3}$ vì $x\in(0;+\infty)$ nên ta có: $f'(x)>0,\forall x\in(0;+\infty)$ suy ra hàm số đồng biến trên $(0;+\infty)$. Suy ra phương trình $2^x+\log_3 x-2=0$ có nghiệm duy nhất.

Dễ thấy $f(1)=0$ nên $x=1$ là nghiệm của phương trình trên.

Ví dụ 2: Giải phương trình: $\log_2 x+x-3=0$.

Giải: Điều kiện: $x>0$. Xét hàm số: $f(x)=\log_2 x+x-3$ trên $(0;+\infty)$.

$f'(x)=\dfrac{1}{x\ln 2}+1>0,\forall x\in(0;+\infty)$ suy ra hàm số đồng biến trên $(0;+\infty)$. Suy ra phương trình có nghiệm duy nhất.

Dễ thấy: $f(2)=0$ nên $x=2$ là nghiệm duy nhất.

Ví dụ 3: Giải phương trình: $2^{x-1}-2^{x^2-x}=(x-1)^2$.

Giải: $2^{x-1}-2^{x^2-x}=(x-1)^2\Leftrightarrow 2^{x-1}+(x-1)=2^{x^2-x}+(x^2-x)$ (*).

Xét hàm số: $f(t)=2^t+t$ trên R, ta có $f'(t)=2^t\ln 2+1>0,\forall t\in\mathbb{R}$ suy ra hàm số đồng biến trên R.

Mà (*) $\Leftrightarrow f(x-1)=f(x^2-x)\Leftrightarrow x-1=x^2-x\Leftrightarrow x=1$.

Ví dụ 4: Giải phương trình: $\log_3\dfrac{x^2+x+3}{2x^2+4x+5}=x^2+3x+2$.

Giải: Điều kiện: $\dfrac{x^2+x+3}{2x^2+4x+5}>0\Leftrightarrow x\in\mathbb{R}$.

$\log_3\dfrac{x^2+x+3}{2x^2+4x+5}=x^2+3x+2\Leftrightarrow\log_3(x^2+x+3)+x^2+x+3=\log_3(2x^2+4x+5)+2x^2+4x+5$ (*).

Xét hàm số: $f(t)=\log_3 t+t$ trên R. Ta có: . $f'(t)=\dfrac{1}{t\ln 3}+1>0,\forall x\in\mathbb{R}$. suy ra hàm số đồng biến trên R.

Mà $(*) \Leftrightarrow f\left(x^2+x+3\right)=f\left(2x^2+4x+5\right) \Leftrightarrow x^2+x+3=2x^2+4x+5 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-1 \\ x=-2 \end{array}\right.$.

Ví dụ 5: Giải phương trình: $\log_2\left(1+\sqrt{x}\right)=\log_3 x$.

Giải: Điều kiện: $x>0$. Đặt:

$\log_2\left(1+\sqrt{x}\right)=\log_3 x=t \Rightarrow \begin{cases} x=3^t \\ 1+\sqrt{x}=2^t \end{cases} \Leftrightarrow 1+\sqrt{3^t}=2^t \Leftrightarrow \left(\frac{1}{2}\right)^t+\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^t-1=0$.

Xét hàm số: $f(t)=\left(\frac{1}{2}\right)^t+\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^t-1$ trên R. Ta có: $f'(t)=\left(\frac{1}{2}\right)^t\ln\frac{1}{2}+\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^t\ln\frac{\sqrt{3}}{2}<0, \forall x\in\mathbb{R}$.

Hàm số nghịch biến, dễ thấy $t=2$ là nghiệm duy nhất của phương trình. Khi đó $x=9$.

Ví dụ 6: Giải phương trình: $2^{\log_5(x+3)}=x$.

Giải: Điều kiện: $x>-3$. Đặt $\log_5\left(x+3\right)=t \Leftrightarrow x+3=5^t \Leftrightarrow x=5^t-3$.

Phương trình trở thành: $2^t=5^t-3 \Leftrightarrow 3\left(\frac{1}{5}\right)^t+\left(\frac{2}{5}\right)^t-1=0$.

Xét hàm số: $f(t)=3\left(\frac{1}{5}\right)^t+\left(\frac{2}{5}\right)^t-1$ trên $\left(-3;+\infty\right)$. Ta có:

$f'(t)=3\left(\frac{1}{5}\right)^t\ln\frac{1}{5}+\left(\frac{2}{5}\right)^t\ln\frac{2}{5}<0, \forall x\in\left(-3;+\infty\right)$

Hàm số nghịch biến, dễ thấy $t=1$ là nghiệm duy nhất. Khi đó: $x=2$.

Bài tập

1. Giải các phương trình sau:

a) $3^x+4^x=5^x$ **b)** $3^x=5-2x$ **c)** $2^x+3^x=5^x$ **d)** $1+8^{\frac{x}{2}}=3^x$ **e)** $3^x+x-4=0$

2. Giải các phương trình sau:

a) $\log_3\left(x+1\right)+\log_5\left(2x+1\right)=2$ **b)** $x+\log\left(x-3\right)=4$ **c)** $\log_4\left(x+1\right)+x^3=0$

3. Giải các phương trình sau:

a) $2^{x+1}-4^x=x-1$ **b)** $2^{x^2-3x+1}-2^{x-2}+x^2-4x+3=0$ **c)** $2017^{\sqrt{x^2-3x+1}}-2017^{x-2}+\sqrt{x^2-3x}-x+3=0$

d) $2^{2x-1}+3^{2x}+5^{2x+1}=2^x+3^{x+1}+5^{x+2}$ **e)** $\left(2-\sqrt{3}\right)^x+\left(2+\sqrt{3}\right)^x=4^x$ **f)** $26\left(2^{x^3}+3^{x^3}\right)=9.8^x+4.27^x$

4. Giải các phương trình sau:

a) $2x^2-6x+2=\log_2\frac{2x+1}{(x-1)^2}$ **b)** $\log_{2017}\frac{x^2+x+3}{2x^2+4x+5}=7x^2+21x+14$ **c)** $2x^2-8x=\log_2\frac{2x+1}{(x-1)^2}$

5. Giải các phương trình sau:

a) $\log_3\left(x^2+2x+1\right)=\log_2\left(x^2+2x\right)$ **b)** $\log_5 x=\log_7\left(x+2\right)$ **c)** $2\log_4\left(\sqrt{x}+\sqrt[4]{x}\right)=\log_4 x$

d) $\log_7 x=\log_3\left(\sqrt{x}+2\right)$ **e)** $2\log_6\left(\sqrt[4]{x}+\sqrt[8]{x}\right)=\log_4\sqrt{x}$ **f)** $4^{\log_7(x+3)}=x$

DẠNG 6.7: GIẢI PHƯƠNG TRÌNH MŨ - LOGARIT

7. Đặt ẩn phụ không hoàn toàn

Coi phương trình bậc hai theo ẩn tích hợp, tính Δ ra dạng bình phương.

Ví dụ 1: Giải phương trình : $25^x-2(3-x).5^x+2x-7=0$.

Giải: Đặt $t=5^x>0$. Ta có: $t^2-2(3-x)t+2x-7=0$. Tính $\Delta'=\left(3-x\right)^2-\left(2x-7\right)=\left(x-4\right)^2$.

Ta có: $\left[\begin{array}{l} t=3-x+x-4 \\ t=3-x+4-x \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t=-1\ (loai) \\ t=7-2x \end{array}\right. \Leftrightarrow 5^x=7-2x$.

Phương trình $5^x+2x-7=0$. Xét: $f(x)=5^x+2x-7,\ f'(x)=5^x\ln 5+2>0, \forall x\in\mathbb{R}$.

Phương trình có nghiệm duy nhất là: $x=1$.

Bài tập: Giải các phương trình sau:

a) $3.4^x+(3x-10).2^x+3-x=0$ b) $3.25^{x-2}+(3x-10).5^{x-2}+3-x=0$ c) $9^x+2(x-2).3^x+2x-5=0$

d) $4^x+(x-8)2^x+122x=0$ e) $9^{-x}-(x+2).3^{-x}-2(x+4)=0$ f) $4^{x^2}+(x^2-7).2^{x^2}+12-4x^2=0$

DẠNG 7.1: GIẢI BẤT PHƯƠNG TRÌNH MŨ - LOGARIT

1. Bất **phương trình cơ bản (đưa về cùng cơ số)**

Sử dụng tính *chất mũ:* **1.** Nếu $a>1$ thì $a^m>a^n \Leftrightarrow m>n$

2. Nếu $0<a<1$ thì $a^m>a^n \Leftrightarrow m<n$

3. Nếu cơ số a chứa ẩn x thì ta sử dụng: $a^m>a^n \Leftrightarrow (a-1)(m-n)>0$.

Sử dụng tính chất lôgarit: Với $b,c>0$ ta có: $\begin{cases} a>1 \text{ thì } \log_a b>\log_a c \Leftrightarrow b>c \\ 0<a<1 \text{ thì } \log_a b>\log_a c \Leftrightarrow b>c \end{cases}$

Ví dụ 1: Giải bất phương trình: $2^{3-6x}>1$.

Giải: $2^{3-6x}>1 \Leftrightarrow 2^{3-6x}>2^0 \Leftrightarrow 3-6x>0 \Leftrightarrow x<\frac{1}{2}$. Vậy nghiệm là: $S=\left(-\infty;\frac{1}{2}\right)$.

Ví dụ .2: Giải bất phương trình: $\left(\frac{1}{3}\right)^{x^2-2x}\le\frac{1}{27}$.

Giải: $\left(\frac{1}{3}\right)^{x^2-2x}\le\frac{1}{27} \Leftrightarrow \left(\frac{1}{3}\right)^{x^2-2x}\le\left(\frac{1}{3}\right)^3 \Leftrightarrow x^2-2x\ge 3 \Leftrightarrow x^2-2x-3\ge 0 \Leftrightarrow x\in(-\infty;-1]\cup[3;+\infty)$.

Vậy nghiệm là: $S=(-\infty;-1]\cup[3;+\infty)$.

Ví dụ 3: Giải bất phương trình: $\log_5(3x-1)<1$.

Giải: $\log_5(3x-1)<1 \Leftrightarrow \begin{cases} 3x-1>0 \\ 3x-1<5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x>\frac{1}{3} \\ x<2 \end{cases} \Leftrightarrow x\in\left(\frac{1}{3};2\right)$. Vậy nghiệm là: $S=\left(\frac{1}{3};2\right)$.

Ví dụ 4: Giải bất phương trình: $\log_{0,5}(4x+11)<\log_{0,5}(x^2+6x+8)$.

Giải: $\log_{0,5}(4x+11)<\log_{0,5}(x^2+6x+8) \Leftrightarrow \begin{cases} 4x+11>0 \\ x^2+6x+8>0 \\ 4x+11>x^2+6x+8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2+6x+8>0 \\ x^2+2x-3<0 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} x\in(-\infty;-4)\cup(-2;+\infty) \\ x\in(-3;1) \end{cases} \Leftrightarrow x\in(-2;1)$. Vậy nghiệm là: $S=(-2;1)$.

Bài tập:

1. Giải các câu TN sau:

Câu 1. Cho hai số $a>1, b>1$. Khẳng định nào sau đây **sai:**

A. $\log_a b+\log_b a\ge 2$ **B.** $\log_a b.\log_{0,5} a<0$ **C.** $\log_a\frac{a}{b}>0$ **D.** $\log_a b+\log a>0$

Câu 2. Cho a, b là các số thực thỏa mãn $a^{\frac{\sqrt{3}}{3}} > a^{\frac{\sqrt{2}}{2}}$ và $log_b \frac{3}{4} < log_b \frac{4}{5}$. Khẳng định nào sau đây là đúng ?

A. $0<a<1, b>1$ **B.** $0<a<1, 0<b<1$ **C.** $a>1, b>1$ **D.** $a>1, 0<b<1$

Câu 3. Cho $0<a<b<1$, mệnh đề nào dưới đây ***đúng*** ?

A. $\log_b a > \log_a b$ **B.** $\log_a b < 0$ **C.** $\log_b a < \log_a b$ **D.** $\log_a b > 1$

1. Giải các bất phương trình sau:

a) $9^x < 3^{\frac{6}{x+2}}$ b) $2^{\frac{1}{2x-1}} \geq 2^{\frac{1}{3x+1}}$ c) $2^{x+2} + 5^{x+1} < 2^x + 5^{x+2}$

d) $\left(x^2+2x+3\right)^{\frac{x-1}{x+1}} < 1$ e) $\left(x^2-1\right)^{x^2+2x} > \left(x^2-1\right)^3$ f) $\left(x^2-x+1\right)^x < 1$

2. Giải các bất phương trình sau

a) $\log_{\frac{1}{3}}(x+1) > \log_3(2-x)$ b) $\log_{\frac{1}{3}}(5x-1) > 0$ c) $\log_3 \frac{1-2x}{x} \leq 0$

d) $\log_{\frac{1}{3}}\sqrt{5-x} < \log_{\frac{1}{3}}(3-x)$ e) $\log_2(1-2\log_9 x) < 1$ f) $\log_2(x+3) \geq 1+\log_2(x-1)$

g) $\log_5(1-2x) < 1+\log_{\sqrt{5}}(x+1)$ h) $\log_{\frac{1}{3}}\left[\log_4\left(x^2-5\right)\right] > 0$ i) $\log_3\left(\log_{\frac{1}{2}} x\right) \geq 0$

DẠNG 7.2: GIẢI BẤT PHƯƠNG TRÌNH MŨ - LOGARIT

2. Đặt ẩn phụ để giải bất phương trình

Nếu đặt $t = a^x$ thì điều kiện là $t > 0$

Ví dụ 1: Giải bất phương trình: $9^x < 2.3^x + 3$.

Giải: Đặt $t = 3^x, t > 0$. Khi đó $9^x < 2.3^x + 3 \Rightarrow t^2 < 2t + 3 \Leftrightarrow -1 < t < 3$. Với $t = 3^x$ ta có: $3^x < 3 \Leftrightarrow x < 1$. Tập nghiệm là: $S = (-\infty; 1)$.

Ví dụ 2: Giải bất phương trình: $\log_{0,5}^2 x + \log_{0,5} x - 2 \leq 0$.

Giải: Đặt $t = \log_{0,5} x$. Khi đó $t^2 + t - 2 \leq 0 \Leftrightarrow -2 \leq t \leq 1$. Với $t = \log_{0,5} x$ ta có:

$-2 \leq \log_{0,5} x \leq 1 \Leftrightarrow 0,5^{-2} \geq x \geq 0,5 \Leftrightarrow 4 \geq x \geq \frac{1}{2}$. Vậy tập nghiệm sẽ là: $S = \left[\frac{1}{2}; 4\right]$.

1. Giải các bất phương trình sau:

a) $5^{2x+1} + 5^x > 4$ b) $2^x + 2^{-x+1} - 3 < 0$ c) $2.14^x + 3.49^x - 4^x \geq 0$ d) $27^x + 12^x > 2.8^x$

e) $6^x - 2.3^x - 3.2^x + 6 \geq 0$ f) $\left(\sqrt{3}-\sqrt{2}\right)^x + \left(\sqrt{3}-\sqrt{2}\right)^x \leq 2$ g) $\left(\frac{1}{3}\right)^{\frac{2}{x}} + \left(\frac{1}{3}\right)^{\frac{1}{x}} > 12$

2. Giải các bất phương trình sau:

a) $\log_2 x + 2\log_x 4 - 3 \leq 0$ b) $2\log_5 x - \log_x 125 < 1$ c) $\log_{2x} 64 + \log_{x^2} 16 \geq 3$

d) $\log_x 2.\log_{2x} 2.\log_2 4x > 1$ e) $\log_{\frac{1}{2}}^2 x + \log_{\frac{1}{4}} x^2 < 0$ f) $\frac{2}{1-\log_2 x} + \frac{\log_4 x}{1+\log_2 x} > \frac{\log_2 x}{1-\log_2^2 x}$

g) $\frac{1}{4+\log_2 x} + \frac{2}{2-\log_2 x} \leq 1$.. h) $\log_{\frac{1}{2}}^2 x - 6\log_2 x + 8 \leq 0$ i) $\frac{1}{5-\log_5 x} + \frac{2}{1+\log_5 x} < 1$

3. Giải các bất phương trình sau

a) $\log_{\frac{1}{\sqrt{5}}}\left(6^{x+1} - 36^x\right) \geq -2$ b) $\log_x\left[\log_9(3^x - 9)\right] < 1$ c) $3^{\lg x+2} < 3^{\lg x^2+5} - 2$

Chương III. CHUYÊN ĐỀ NGUYÊN HÀM – TÍCH PHÂN - ỨNG DỤNG

TỔNG KẾT CÁC KIẾN THỨC VÀ DẠNG BÀI THƯỜNG GẶP

PHẦN A: TÓM TẮT LÝ THUYẾT

I. Nguyên hàm

1. Khái niệm nguyên hàm

- Cho hàm số $f(x)$ xác định trên K. Hàm số $F(x)$ được gọi là nguyên hàm của $f(x)$ trên K nếu $F'(x)=f(x), \forall x \in K$.
- Nếu $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)$ trên K thì họ tất cả các nguyên hàm của $f(x)$ trên K là $\int f(x)dx = F(x)+C,\ C\in\mathbb{R}$.
- Mọi hàm số $f(x)$ liên tục trên K đều có nguyên hàm trên K.

2. Tính chất

- $\int f'(x)dx = f(x)+C$ với C là hằng số.
- $\int [f(x)\pm g(x)]dx = \int f(x)dx \pm \int g(x)dx$.
- $\int k.f(x)dx = k.\int f(x)dx$, với k là hằng số <u>khác 0</u>.

3. Bảng nguyên hàm của một số hàm thường gặp

Cho $a,b,c,\alpha,\beta\in\mathbb{R}$ là các hằng số

HÀM ĐA THỨC	
$\int 0dx = c$	$\int dx = x+c$
$\int x^\alpha dx = \dfrac{x^{\alpha+1}}{\alpha+1}+c\ (\alpha = const, \alpha\neq -1)$	$\int (ax+b)^\alpha dx = \dfrac{1}{a}.\dfrac{(ax+b)^{\alpha+1}}{\alpha+1}+c\ (\alpha\neq -1, a\neq 0)$
$\int \dfrac{1}{x}dx = \ln\lvert x\rvert + c$	$\int \dfrac{1}{ax+b}dx = \dfrac{1}{a}\ln\lvert ax+b\rvert + c,\ (a\neq 0)$
$\int \dfrac{dx}{x^2} = -\dfrac{1}{x}+c$	$\int \dfrac{dx}{\sqrt{x}} = 2\sqrt{x}+c$
HÀM LƯỢNG GIÁC	
$\int \cos x dx = \sin x + c$	$\int \cos(ax+b)dx = \dfrac{1}{a}\sin(ax+b)+c,\ (a\neq 0)$
$\int \sin x dx = -\cos x + c$	$\int \sin(ax+b)dx = -\dfrac{1}{a}\cos(ax+b)+c,\ (a\neq 0)$
$\int \dfrac{1}{\cos^2 x}dx = \tan x + c$	$\int \dfrac{1}{\cos^2(ax+b)}dx = \dfrac{1}{a}\tan(ax+b)+c,\ (a\neq 0)$
$\int \dfrac{1}{\sin^2 x}dx = -\cot x + c$	$\int \dfrac{1}{\sin^2(ax+b)}dx = -\dfrac{1}{a}\cot(ax+b)+c,\ (a\neq 0)$
HÀM MŨ	
$\int a^x dx = \dfrac{a^x}{\ln a}+c\ (0<a\neq 1)$	$\int a^{\alpha x+\beta}dx = \dfrac{a^{\alpha x+\beta}}{\alpha\ln a},\ (0<a\neq 1, \alpha\neq 0)$
$\int e^x dx = e^x + c$	$\int e^{\alpha x+b}dx = \dfrac{1}{a}e^{\alpha x+b}+c,\ (a\neq 0)$

II. Tích phân

1. Khái niệm tích phân

- Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên K và $a,b\in K$. Nếu $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)$ trên K thì giá trị $F(b)-F(a)$ gọi là tích phân của hàm $f(x)$ từ *a* đến *b*, kí hiệu

$$\int_a^b f(x)dx = F(b)-F(a)$$

- Đối với biến số, ta có thể chọn bất kì một chữ khác thay cho x, tức là

$$\int_a^b f(x)dx=\int_a^b f(t)dt=\int_a^b f(u)du=...$$

2. Tính chất của tích phân

Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $[a;b]$ và $k\in\mathbb{R}$, $c\in(a;b)$.

- $\int_a^b f(x)dx=-\int_b^a f(x)dx$.
- $\int_a^b f(x)dx=\int_a^c f(x)dx+\int_c^b f(x)dx$.
- $\int_a^b k.f(x)dx=k.\int_a^b f(x)dx, k\neq 0$.
- $\int_a^b [f(x)\pm g(x)]dx=\int_a^b f(x)dx\pm\int_a^b g(x)dx$.

PHẦN B: CÁC DẠNG TOÁN THƯỜNG GẶP

Dạng 1: Nguyên hàm $I=\int\frac{P(x)}{Q(x)}dx$ với $P(x)$, $Q(x)$ là các đa thức.

- **Trường hợp 1:** Nếu bậc tử $P(x)$ lớn hơn hoặc bằng bậc mẫu $Q(x)$ ta thực hiện chia tử cho mẫu.
- **Trường hợp 2:** Mẫu bậc nhất: $\int\frac{1}{ax+b}dx=\frac{1}{a}\ln|ax+b|+c,\ (a\neq 0)$.
- **Trường hợp 3:** Mẫu bậc 2 có 2 nghiệm phân biệt: $I=\int\frac{mx+n}{(ax+b)(cx+d)}dx$ với $a,c\neq 0$,

Phân tích $\frac{mx+n}{(ax+b)(cx+d)}=\frac{A}{ax+b}+\frac{B}{cx+d}$.

Quy đồng 2 vế ta được: $mx+n=A(cx+d)+B(ax+b)\quad(*)$.

Cho $x=-\frac{b}{a}$ thay vào (*) suy ra A.

Cho $x=-\frac{d}{c}$ thay vào (*) suy ra B.

Khi đó: $I=\int\frac{mx+n}{(ax+b)(cx+d)}dx=\int\left(\frac{A}{ax+b}+\frac{B}{cx+d}\right)dx$.

Lưu ý: Có thể giải tìm *A, B* bằng cách đồng nhất thức của đẳng thức (*).

$$(*)\Leftrightarrow mx+n=(Ac+Ba)x+Ad+Bb\Rightarrow\begin{cases}Ac+Ba=m\\Ad+Bb=n\end{cases}\text{ giải tìm } A, B.$$

- **Trường hợp 4:** Mẫu bậc 2 có nghiệm kép $I=\int\frac{mx+n}{(ax+b)^2}dx$ với $a\neq 0$.

Phân tích $\frac{mx+n}{(ax+b)^2}=\frac{A}{ax+b}+\frac{B}{(ax+b)^2}$.

Quy đồng 2 vế ta được: $mx+n=A(ax+b)+B\Leftrightarrow mx+n=Aa.x+Ab+B\Rightarrow\begin{cases}Aa=m\\Ab+B=n\end{cases}$. Giải tìm A, B.

Khi đó: $I=\int\frac{mx+n}{(ax+b)^2}dx=\int\left[\frac{A}{ax+b}+\frac{B}{(ax+b)^2}\right]dx$.

- **Trường hợp 5:** Mẫu bậc 2 vô nghiệm $I=\int\frac{1}{(ax+b)^2+c^2}dx$ với $a\neq 0, c>0$.

Đặt $ax+b=c\tan t\Rightarrow adx=c\frac{dt}{\cos^2 t}\Rightarrow dx=\frac{cdt}{a.\cos^2 t}$.

$$I=\int\frac{1}{(ax+b)^2+c^2}dx=\int\frac{1}{c^2(1+\tan^2 t)}.\frac{cdt}{a.\cos^2 t}=\frac{1}{ac}\int dt=\frac{t}{ac}.$$

Ví dụ 1: Tính nguyên hàm $\int\frac{x+2}{2x^2-7x+5}dx$.

Phân tích mẫu số thành $\frac{x+2}{2x^2-7x+5}=\frac{x+2}{(x-1)(2x-5)}$

Ta tìm 2 số A, B sao cho $\frac{x+2}{(x-1)(2x-5)}=\frac{A}{x-1}+\frac{B}{2x-5}\Rightarrow A(2x-5)+B(x-1)=x+2$

Cho $x=1\Rightarrow A=-1$. Cho $x=\frac{5}{2}\Rightarrow B=3$. Suy ra

$$\int\frac{x+2}{2x^2-7x+5}dx=\int\left(\frac{-1}{x-1}+\frac{3}{2x-5}\right)dx=-\ln|x-1|+\frac{3}{2}\ln|2x-5|+C$$

Ví dụ 2: Tính nguyên hàm $\int\frac{2x-1}{4x^2-12x+9}dx$

Ta phân tích $\frac{2x-1}{4x^2-12x+9}=\frac{2x-1}{(2x-3)^2}=\frac{A}{2x-3}+\frac{B}{(2x-3)^2}\Rightarrow A(2x-3)+B=2x-1\Rightarrow A=1,B=2$.

Suy ra $\int\frac{2x-1}{4x^2-12x+9}dx=\int\left(\frac{1}{2x-3}+\frac{2}{(2x-3)^2}\right)dx=\frac{1}{2}\ln|2x-3|-\frac{1}{2x-3}+C$.

Ví dụ 3: Tính tích phân $I=\int_0^2\frac{1}{x^2+4}dx$.

Đặt $x=2\tan t$, $t\in\left(\frac{-\pi}{2};\frac{\pi}{2}\right)$.

$\Rightarrow dx=2.\frac{1}{\cos^2 t}dt=2(1+\tan^2 t)dt$ và $x^2+4=(2\tan t)^2+4=4(\tan^2 t+1)$.

Đổi cận: $x=0\Rightarrow t=0; x=2\Rightarrow t=\frac{\pi}{4}$.

Vậy $I=\int_0^{\pi/4}\frac{1}{4(\tan^2 t+1)}.2(\tan^2 t+1)dt=\frac{1}{2}\int_0^{\pi/4}dt=\frac{\pi}{8}$.

Dạng 2: Nguyên hàm lượng giác *"tích thành tổng"*

- $I=\int \sin ax.\cos bxdx=\frac{1}{2}\int\left[\sin(a-b)x+\sin(a+b)x\right]dx$.
- $I=\int \sin ax.\sin bxdx=\frac{1}{2}\int\left[\cos(a-b)x-\cos(a+b)x\right]dx$.
- $I=\int \cos ax.\cos bxdx=\frac{1}{2}\int\left[\cos(a-b)x+\cos(a+b)x\right]dx$.

Ví dụ 4: Tính nguyên hàm $I=\int \sin 3x.\cos^2 xdx$.

$I=\int \sin 3x.\cos^2 xdx=\int \sin 3x.\frac{1+\cos 2x}{2}dx=\frac{1}{2}\int(\sin 3x+\sin 3x.\cos 2x)dx$

$=\frac{1}{2}\int \sin 3xdx+\frac{1}{2}.\frac{1}{2}\int(\sin x+\sin 5x)dx=-\frac{1}{2}\cos 3x+\frac{1}{4}\left(-\cos x-\frac{1}{5}\cos 5x\right)+C$.

Dạng 3: Nguyên hàm lượng giác $I=\int \sin^n x.\cos^m xdx$

- Nếu sin mũ lẻ $I=\int \sin^{\boxed{2k+1}}x.\cos^m xdx$

$I=\int \sin^{2k+1}x.\cos^m xdx=\int\left(\sin^2 x\right)^k.\cos^m x.\sin xdx=\int\left(1-\cos^2 x\right)^k.\cos^m x.\sin xdx$

Đặt $t=\cos x\Rightarrow dt=-\sin xdx\Rightarrow \sin xdx=-dt\Rightarrow I=-\int\left(1-t^2\right)^k.t^m.dt$.

- Nếu cos mũ lẻ: $I=\int \sin^n x.\cos^{\boxed{2k+1}}xdx$

$I=\int \sin^n x.\cos^{2k+1}xdx=\int \sin^n x.\left(\cos^2 x\right)^k.\cos xdx=\int \sin^n x.\left(1-\sin^2 x\right)^k.\cos xdx$

Đặt $t=\sin x\Rightarrow dt=\cos xdx\Rightarrow I=\int t^n.\left(1-t^2\right)^k dt$.

- Nếu mũ sin và mũ cos đều chẵn thì ta hạ bậc.

Ví dụ 1: Tính nguyên hàm $I=\int \cos^2 x.\sin^3 xdx$

Lời giải: $I=\int \cos^2 x.\sin^2 x.\sin xdx=\int \cos^2 x.\left(1-\cos^2 x\right).\sin xdx$

Đặt $t=\cos x\Rightarrow dt=-\sin xdx\Rightarrow -dt=\sin xdx$.

$I=\int t^2\left(1-t^2\right).(-1)dt=\int\left(t^4-t^2\right)dt=\frac{t^5}{5}-\frac{t^3}{3}+C=\frac{\cos^5 x}{5}-\frac{\cos^3 x}{3}+C$

Ví dụ 2: Tính tích phân $I=\int_0^{\pi}\sin^4 xdx$.

Lời giải: $I=\int_0^{\pi}\left(\sin^2 x\right)^2 dx=\int_0^{\pi}\left(\frac{1-\cos 2x}{2}\right)^2 dx=\int_0^{\pi}\frac{1-2\cos 2x+\cos^2 2x}{4}dx$

$=\frac{1}{4}\int_0^{\pi}(1-2\cos 2x)dx+\frac{1}{4}\int_0^{\pi}\cos^2 2xdx=\frac{1}{4}(x-\sin 2x)\Big|_0^{\pi}+\frac{1}{4}\int_0^{\pi}\frac{1+\cos 2x}{2}dx$

$=\frac{1}{4}(\pi-\sin 2\pi)+\frac{1}{8}\left(x+\frac{1}{2}\sin 2x\right)\Big|_0^{\pi}=\frac{3\pi}{8}$.

Dạng 4: Phương pháp đổi biến số loại 1: $I=\int_a^b f\left(u(x)\right)u'(x)dx$

- Đặt $t=u(x)\Rightarrow dt=u'(x)dx$.

- Đổi cận: $x = a \Rightarrow t_1 = u(a); x = b \Rightarrow t_2 = u(b)$.

Tích phân trở thành $I = \int_{u(a)}^{u(b)} f(t)dt$ đơn giản hơn.

MỘT SỐ KIỂU ĐỔI BIẾN LOẠI 1 THƯỜNG GẶP

Đổi biến hàm đa thức $I = \int_a^b f\left(g(x), \sqrt[n]{g(x)}\right).g'(x)dx$ **với** $g(x)$ **là đa thức.**

- Ta đặt $t = \sqrt[n]{g(x)} \Rightarrow t^n = g(x) \Rightarrow nt^{n-1}dt = g'(x)dx$.
- Đổi cận và thay vào tích phân I theo biến mới t.

Lưu ý: Khi đặt $t = \sqrt[n]{g(x)}$, ta nên lũy thừa mũ n cho 2 vế để mất căn, sau đó mới tính vi phân.

Ví dụ 1: Tính tích phân $I = \int_0^1 x^3\sqrt{1 - x^2}dx$.

Đặt $t = \sqrt{1 - x^2} \Rightarrow t^2 = 1 - x^2 \Rightarrow 2tdt = -2xdx \Rightarrow xdx = -tdt$.

Đổi cận: $x = 0 \Rightarrow t = 1$; $x = 1 \Rightarrow t = 0$.

$$I = \int_0^1 x^3\sqrt{1 - x^2}dx = \int_0^1 x^2.\sqrt{1 - x^2}.xdx = \int_1^0 (1 - t^2).t.(-tdt)$$

$$= \int_0^1 (t^2 - t^4)dt = \left(\frac{t^3}{3} - \frac{t^5}{5}\right)\Bigg|_0^1 = \frac{2}{15}.$$

Đổi biến hàm lượng giác

- Nếu gặp $I = \int_a^b f(\sin x).\cos xdx$ ta đặt $t = \sin x$.
- Nếu gặp dạng $I = \int_a^b f(\cos x).\sin xdx$ ta đặt $t = \cos x$.
- Nếu gặp dạng $I = \int_a^b f(\tan x)\frac{dx}{\cos^2 x}$ ta đặt $t = \tan x$.
- Nếu gặp dạng $I = \int_a^b f(\cot x)\frac{dx}{\sin^2 x}$ ta đặt $t = \cot x$.

Ví dụ 2: Tính tích phân $I = \int_0^{\pi/2} \frac{\sin 2x \cos xdx}{1 + \cos x}$ (Đề ĐH Khối A - 2005).

Lời giải: $I = \int_0^{\pi/2} \frac{\sin 2x \cos xdx}{1 + \cos x} = \int_0^{\pi/2} \frac{2\cos^2 x}{1 + \cos x}.\sin xdx$.

Đặt $t = \cos x \Rightarrow dt = -\sin xdx \Rightarrow \sin xdx = -dt$.

Đổi cận: $x = 0 \Rightarrow t = 1; x = \frac{\pi}{2} \Rightarrow t = 0$.

$$I = \int_1^0 \frac{2t^2}{1 + t}(-dt) = 2\int_0^1 \frac{t^2 - 1 + 1}{t + 1}dt = 2\int_0^1 \left(t - 1 + \frac{1}{t + 1}\right)dt = 2\left(\frac{t^2}{2} - t + \ln|t + 1|\right)\Bigg|_0^1 = 2\ln 2 - 1$$

Ví dụ 3: Tính tích phân $I = \int_0^{\pi/6} \frac{\tan^4 x}{\cos 2x}dx$ ***(Đề ĐH Khối A – 2008)***

Lời giải: $I=\int_0^{\pi/6}\frac{\tan^4 x}{\cos 2x}dx=\int_0^{\pi/6}\frac{\tan^4 x}{\cos^2 x-\sin^2 x}dx=\int_0^{\pi/6}\frac{\tan^4 x}{\left(1-\tan^2 x\right)}.\frac{dx}{\cos^2 x}$.

Đặt $t=\tan x\Rightarrow dt=\frac{dx}{\cos^2 x}$. Đổi cận: $x=0\Rightarrow t=0; x=\frac{\pi}{6}\Rightarrow t=\frac{\sqrt{3}}{3}$.

$I=\int_0^{\frac{\sqrt{3}}{3}}\frac{t^4}{1-t^2}dt=-\int_0^{\frac{\sqrt{3}}{3}}\left(1+t^2\right)dt+\frac{1}{2}\int_0^{\frac{\sqrt{3}}{3}}\left(\frac{1}{t+1}-\frac{1}{t-1}\right)dt=\left(-\frac{t^3}{3}-t+\frac{1}{2}\ln\left|\frac{t+1}{t-1}\right|\right)\Bigg|_0^{\frac{\sqrt{3}}{3}}$

$=\frac{1}{2}\ln\left(2+\sqrt{3}\right)-\frac{10}{9\sqrt{3}}$.

Đổi biến hàm mũ: $I=\int_\alpha^\beta f\left(a^{kx}\right)a^{kx}dx$ **với** $0<a\neq 1,\ k,\alpha,\beta\in\mathbb{R}$.

- Đặt $t=a^{kx}\Rightarrow dt=ka^{kx}\ln a dx\Rightarrow a^{kx}dx=\frac{1}{k.\ln a}dt$.
- Đổi cận và biến đổi thành tích phân $I=\frac{1}{k.\ln a}\int_{a^{k\alpha}}^{a^{k\beta}}f(t)dt$.

Ví dụ 4: Tính tích phân $I=\int_{\ln 3}^{\ln 5}\frac{dx}{e^x+2e^{-x}-3}$.

Lời giải: $I=\int_{\ln 3}^{\ln 5}\frac{dx}{e^x+2e^{-x}-3}=\int_{\ln 3}^{\ln 5}\frac{dx}{e^x+2\frac{1}{e^x}-3}=\int_{\ln 3}^{\ln 5}\frac{e^x dx}{e^{2x}-3e^x+2}$.

Đặt $t=e^x\Rightarrow dt=e^x dx$. Đổi cận: $x=\ln 3\Rightarrow t=3;\ x=\ln 5\Rightarrow t=5$.

$I=\int_3^5\frac{dt}{t^2-3t+2}=\int_3^5\frac{dt}{(t-1)(t-2)}=\int_3^5\left(\frac{1}{t-2}-\frac{1}{t-1}\right)dt=\left(\ln|t-2|-\ln|t-1|\right)\Big|_3^5=\ln\frac{3}{2}$.

Đổi biến hàm loga $I=\int_\alpha^\beta f\left(\log_a x\right).\frac{dx}{x}$.

- Đặt $t=\log_a x\Rightarrow dt=\frac{1}{x.\ln a}dx\Rightarrow\frac{dx}{x}=\ln a.dt$.
- Đổi cận và biến đổi thành tích phân $I=\ln a.\int_{\log_a\alpha}^{\log_a\beta}f(t)dt$.

Ví dụ 5: Tính tích phân $I=\int_1^e\frac{\ln x}{x\left(2+\ln x\right)^2}dx$ **(Đại học khối B - 2010).**

Lời giải: Đặt $t=\ln x\Rightarrow dt=\frac{dx}{x}$.

Đổi cận: $x=1\Rightarrow t=0; x=e\Rightarrow t=1$.

$I=\int_0^1\frac{t}{(t+2)^2}dt=\int_0^1\frac{t+2-2}{(t+2)^2}dt=\int_0^1\left[\frac{t+2}{(t+2)^2}-\frac{2}{(t+2)^2}\right]dt=\int_0^1\left[\frac{1}{t+2}-\frac{2}{(t+2)^2}\right]dt$

$=\left(\ln|t+2|+\frac{2}{t+2}\right)\Bigg|_0^1=\ln\frac{3}{2}-\frac{1}{3}$.

Cách 2: Có thể đặt $t=2+\ln x$.

Dạng 5: Phương pháp đổi biến số loại 2

Tích phân dạng $I=\int_{\alpha}^{\beta} f\left(x^{2n},\sqrt{a^2-x^2}\right)dx$ **với** $a>0,\alpha,\beta\in\mathbb{R}$.

- ***Phương pháp giải:*** Đặt $x=a\sin t, t\in\left[-\frac{\pi}{2};\frac{\pi}{2}\right]$.

Tích phân dạng $I=\int_{\alpha}^{\beta}\frac{dx}{x^2+a^2}$ hoặc $I=\int_{\alpha}^{\beta}\frac{dx}{\sqrt{x^2+a^2}}$ với $a>0,\alpha,\beta\in\mathbb{R}$.

- ***Phương pháp giải:*** Đặt $x=a\tan t,\ t\in\left(\frac{-\pi}{2};\frac{\pi}{2}\right)$.

Ví dụ 1: Tính tích phân $I=\int_0^1\sqrt{1-x^2}dx$

Lời giải: Đặt $x=a\sin t,\ t\in\left[-\frac{\pi}{2};\frac{\pi}{2}\right]$.

Đổi cận: $x=0\Rightarrow t=0; x=1\Rightarrow t=\frac{\pi}{2}$. Ta có

$$I=\int_0^{\frac{\pi}{2}}\sqrt{1-\sin^2 t}.\cos tdt=\int_0^{\frac{\pi}{2}}\cos^2 tdt=\int_0^{\frac{\pi}{2}}\frac{1+\cos 2t}{2}dt=\left(\frac{1}{2}t+\frac{1}{4}\sin 2t\right)\Big|_0^{\frac{\pi}{2}}=\frac{\pi}{4}.$$

Ví dụ 2: Tính tích phân $I=\int_0^2\frac{1}{x^2+4}dx$.

Đặt $x=2\tan t,\ t\in\left(\frac{-\pi}{2};\frac{\pi}{2}\right)$.

$\Rightarrow dx=2.\frac{1}{\cos^2 t}dt=2(1+\tan^2 t)dt$ và $x^2+4=(2\tan t)^2+4=4(\tan^2 t+1)$.

Đổi cận: $x=0\Rightarrow t=0; x=2\Rightarrow t=\frac{\pi}{4}$.

Vậy $I=\int_0^{\pi/4}\frac{1}{4(\tan^2 t+1)}.2(\tan^2 t+1)dt=\frac{1}{2}\int_0^{\pi/4}dt=\frac{\pi}{8}$.

Dạng 6: Nguyên hàm - tích phân từng phần

- Công thức $\boxed{\int udv=uv-\int vdu}$.
- CÁCH CHỌN hàm u và dv: **Chọn u theo thứ tự:** Nhất LOGA, Nhì ĐA THỨC, Tam LƯỢNG GIÁC, Tứ MŨ.

Dạng nguyên hàm	Cách đặt
$\int P(x).\sin(ax+b)dx$ $P(x)$ **là đa thức**	$\begin{cases}u=P(x)\\dv=\sin(ax+b)dx\end{cases}$
$\int P(x).\cos(ax+b)dx$	$\begin{cases}u=P(x)\\dv=\cos(ax+b)dx\end{cases}$
$\int P(x).e^{ax+b}dx$	$\begin{cases}u=P(x)\\dv=e^{ax+b}dx\end{cases}$
$\int P(x).\ln(ax+b)dx$	$\begin{cases}u=\ln(ax+b)\\dv=P(x)dx\end{cases}$

Ví dụ 1: Tính tích phân $I=\int_0^{\pi}(2x-1)\cos x dx$.

Lời giải: Đặt $\begin{cases}u=2x-1\\ dv=\cos x dx\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}du=2dx\\ v=\sin x\end{cases}$.

$I=uv\Big|_0^{\pi}-\int_0^{\pi}vdu=(2x-1)\sin x\Big|_0^{\pi}-\int_0^{\pi}2\sin x dx=(2\cos x)\Big|_0^{\pi}=-4$.

Ví dụ 2: Tính tích phân $I=\int_0^1(x-2)e^{2x}dx$.

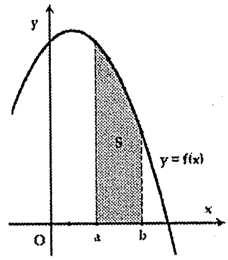
Lời giải: Đặt $\begin{cases}u=x-2\\ dv=e^{2x}dx\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}du=dx\\ v=\frac{1}{2}e^{2x}\end{cases}$.

$I=\frac{1}{2}(x-2)e^{2x}\Big|_0^1-\frac{1}{2}\int_0^1 e^{2x}dx=-\frac{e^2}{2}+1-\frac{1}{4}e^{2x}\Big|_0^1=\frac{5-3e^2}{4}$.

Dạng 7: Ứng dụng tích phân tính diện tích hình phẳng.

1. Diện tích hình phẳng (H) giới hạn bởi một đường cong (C) và trục hoành

$$(H):\begin{cases}y=f(x)\ (C)\\ y=0\\ x=a,x=b\ \ (a<b)\end{cases}.$$

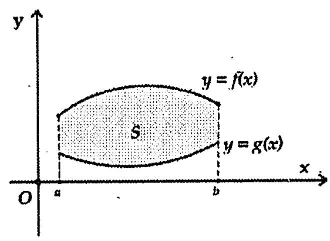


Diện tích được tính theo công thức

$$\boxed{S=\int_a^b|f(x)|dx}$$

2. Diện tích hình phẳng (H) giới hạn bởi 2 đường cong

$$(H):\begin{cases}y=f(x)\ (C_1)\\ y=g(x)\ (C_2)\\ x=a\\ x=b(a<b)\end{cases}$$



Diện tích được tính theo công thức

$$\boxed{S=\int_a^b|f(x)-g(x)|dx}$$

Ví dụ 1: Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $(C):y=x^3-6x+11x-6$, trục Ox và $x=0;x=2$.

Lời giải:

Giải phương trình hoành độ giao điểm: $x^3-6x+11x-6=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=1(nhan)\\ x=2(loai)\\ x=3(loai)\end{array}\right.$.

$S=\int_0^2\left|(x^3+11x-6)-(6x^2)\right|dx=\int_0^2\left|x^3-6x^2+11x-6\right|dx$

$=\int_0^1\left|x^3-6x^2+11x-6\right|dx+\int_1^2\left|x^3-6x^2+11x-6\right|dx$

$$=\left|\int_0^1\left(x^3-6x^2+11x-6\right)dx\right|+\left|\int_1^2\left(x^3-6x^2+11x-6\right)dx\right|=\frac{5}{2}.$$

Ví dụ 2: Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi 2 đường $y=x^2-x+3,\ y=2x+1$.

Lời giải:

Phương trình hoành độ giao điểm của đường cong $y=x^2-x+3$ và đường thẳng $y=2x+1$ là: $x^2-x+3=2x+1\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=1\\x=2\end{array}\right.$.

Diện tích hình phẳng cần tìm

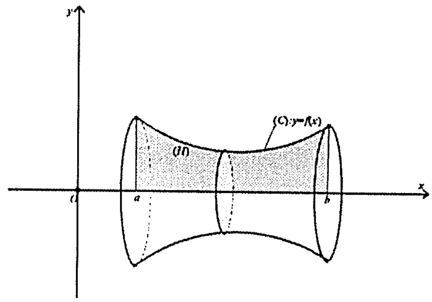
$$S=\int_1^2\left|\left(x^2-x+3\right)-\left(2x+1\right)\right|dx=\int_1^2\left|x^2-3x+2\right|dx=\left|\int_1^2\left(x^2-3x+2\right)dx\right|=\frac{1}{6}.$$

Dạng 8: Ứng dụng tích phân tính thể tích khối tròn xoay

1. Cho hàm $y=f(x)$ liên tục trên đoạn $[a;b]$.

Gọi (H) là hình thang cong giới hạn bởi các đường sau:

$$(H):\begin{cases}(C):y=f(x)\\y=0\\x=a\\x=b\,(a<b)\end{cases}$$

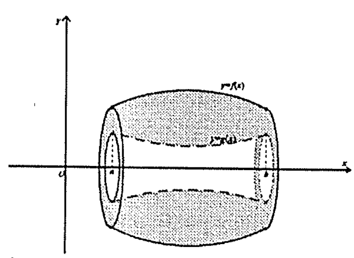


Thể tích khối tròn xoay được sinh ra do hình (H) xoay quanh trục Ox.

$$\boxed{V=\pi\int_a^b f^2(x)dx}$$

Cho 2 hàm số $y=f(x)$ và $y=g(x)$ cùng liên tục trên đoạn $[a;b]$ và thỏa điều kiện $f(x)\ge g(x)\ge 0,\forall x\in[a;b]$. Gọi (H) là hình phẳng giới hạn bởi các đường sau:

$$(H):\begin{cases}(C):y=f(x)\\(C'):y=g(x)\\x=a\\x=b\,(a<b)\end{cases}$$



Thể tích khối tròn xoay được sinh ra do hình phẳng (H) quay quanh trục Ox:

$$\boxed{V=\pi\int_a^b\left[f^2(x)-g^2(x)\right]dx}$$

Ví dụ 1. Tính thể tích khối tròn xoay sinh bởi miền phẳng (H) xoay quanh trục Ox. Trong đó, (H) được giới hạn bởi $y=\sin x, y=0, x=0, x=\pi$.

Lời giải: Thể tích khối tròn xoay được tính bằng công thức

$$V=\int_0^{\pi}\sin^2 x dx=\int_0^{\pi}\frac{1-\cos 2x}{2}dx=\frac{1}{2}\left(x-\frac{1}{2}\sin 2x\right)\Big|_0^{\pi}=\frac{\pi}{2}.$$

Chương IV. CHUYÊN ĐỀ SỐ PHỨC

TỔNG KẾT CÁC KIẾN THỨC VÀ DẠNG BÀI THƯỜNG GẶP

DẠNG 1: XÁC ĐỊNH PHẦN THỰC, PHẦN ẢO, SỐ PHỨC LIÊN HỢP VÀ MÔ ĐUN CỦA SỐ PHỨC

******Nhắc lại:*

Cho số phức $\boxed{z = x + yi}$

- $Re(z) = x$ gọi là phần thực của z
- i gọi là phần tử đơn vị ảo.
- $Im(z) = y$ gọi là phần ảo của z

Cho 2 số phức $z_1 = a+bi, z_2 = x+yi$ **thì:**

- $z_1 \pm z_2 = (a \pm x) + (b \pm y)i$
- $z_1.z_2 = (ax - by) + (bx + ay)i$
- **Hai số phức bằng nhau** $z_1 = z_2 \Leftrightarrow \begin{cases} a = x \\ b = y \end{cases}$ **(thực = thực, ảo = ảo)**
- **Môđun và biểu diễn hình học:** $M(a;b)$ **là tọa độ biểu diễn số phức** $z = a + bi$ **có độ dài (mô đun) là** $|z| = OM = \sqrt{a^2 + b^2}$
- **Số phức liên hợp:** $\overline{z}_1 = a - bi$ **(đổi dấu phần ảo) và đặc biệt** $z_1.\overline{z}_1 = a^2 + b^2 = |z_1|^2$

Tính chất của số phức liên hợp $\begin{cases} \overline{\overline{z}} = z \\ \overline{z + z'} = \overline{z} + \overline{z}' \\ \overline{z.z'} = \overline{z}.\overline{z}' \\ z_1.\overline{z}_1 = a^2 + b^2 = |z_1|^2 \end{cases}$

- **Khử dạng phức ở mẫu:** $\dfrac{1}{z_1} = \dfrac{\overline{z}_1}{z_1\overline{z}_1} = \dfrac{a - bi}{a^2 + b^2}$ **(lượng liên hợp).**
- **Để** $z_1 = a + bi$ **số thực thì phần ảo bằng 0** $\Leftrightarrow b = 0$
- **Để** $z_2 = x + yi$ **là số thuần ảo thì phần thực bằng 0 và phần ảo khác 0** $\Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ y \neq 0 \end{cases}$
- **Số 0 vừa là số thực vừa là số ảo**

Ví dụ 1: Tính môđun của số phức z biết z thỏa: $(2z - 1)(1 + i) + (\overline{z} + 1)(1 - i) = 2 - 2i$

(*trích đề thi chính thức TSĐH khối A 2011, phần Cơ Bản*)

→ **HD giải:** Gọi số phức z có dạng $z = x + yi, (x; y \in R; i^2 = -1)$ và $\overline{z} = x - yi$

Ta có: $(2x + 2yi - 1)(1 + i) + (x - yi + 1)(1 - i) = 2 - 2i$

$\Leftrightarrow [(2x - 1) - 2y + (x + 1) - y] + [2y + 2x - 1 - x - 1 - y] = 2 - 2i$

$\Leftrightarrow (3x - 3y) + (x + y - 2)i = 2 - 2i$

$\Leftrightarrow \begin{cases} 3x - 3y = 2 \\ x + y - 2 = -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \dfrac{1}{3} \\ y = -\dfrac{1}{3} \end{cases} \Rightarrow z = \dfrac{1}{3} - \dfrac{1}{3}i \Rightarrow |z| = \dfrac{\sqrt{2}}{3}$

■ ***BÀI TẬP ĐỀ NGHỊ:** Xác định phần thực, phần ảo, số phức liên hợp và tính môđun của các số phức z sau:*

a. $(1 + 2i)^2 z + \overline{z} = 4i - 20$

b. $z^2 = |z|^2 + \overline{z}$

c. $(1 + i)^2 (1 - i)z = 8 + i + (1 + 2i)z$

d. $z = 4 - 3i + (1 - i)^3$

e. $z = (1 + 2i)^4$

f. $\dfrac{4z - 3 - 7i}{z - i} = z - 2i$

g. $z^2 + \overline{z} = 0$

h. $z^2 + |z| = 0$

DẠNG 2: TÌM CĂN BẬC HAI CỦA SỐ PHỨC

*__Chú ý:__ Giả sử ta có $\Delta = x + yi$. Ta cần $\Delta = (a+bi)^2$. khi đó: $\begin{cases} a^2 - b^2 = x & (1) \\ 2ab = y & (2) \\ a^2 + b^2 = \sqrt{x^2+y^2} & (3) \end{cases}$

Giải pt (1) và (3) tìm được $a^2 = ?, b^2 = ?$, dựa vào pt (2) xét dấu chọn $\begin{cases} a = ? \\ b = ? \end{cases}$

__Ví dụ__: Tìm căn bậc hai của số phức sau: $-1 + 2i\sqrt{2}$

→ **HD giải:** Ta đặt $-1 + 2i\sqrt{2} = (a+bi)^2$. **theo chú ý 1, ta có:** $\begin{cases} a^2 - b^2 = 1 & (1) \\ 2ab = 2\sqrt{2} & (2) \\ a^2 + b^2 = \sqrt{1^2 + (2\sqrt{2})^2} & (3) \end{cases}$

Từ $(1),(3) \Rightarrow \begin{cases} a^2 = 1 \\ b^2 = 2 \end{cases} \xrightarrow{ab=\sqrt{2}>0}$ ta chọn $\begin{cases} a = 1 \\ b = \sqrt{2} \end{cases}$.

■ ***BÀI TẬP ĐỀ NGHỊ:** Tìm căn bậc hai của các số phức sau:*

a. $z = 8 + 6i$ b. $z = i$ c. $z = 1 - i$

d. $16 - 30i$ e. $z = \dfrac{77}{9} + 4i$ f. $z = 1 - 2i\sqrt{6}$

g. $z = 3 + 6i\sqrt{6}$ h. $z = \left(-4 - 2\sqrt{6}\right) + \left(2\sqrt{3} + 2\sqrt{2}\right)i$ i. $z = \dfrac{44}{9} + \dfrac{2\sqrt{5}}{3}i$

DẠNG 3: TÌM SỐ PHỨC Z THỎA ĐIỀU KIỆN CHO TRƯỚC

Chú ý: Mỗi một số phức z biểu diễn tọa độ 1 điểm trên mặt phẳng *Oxy*. Ví dụ $z = x + yi \Rightarrow M(x;y)$

Khi đó $\operatorname{Re}(z) = x$, $\operatorname{Im}(z) = y$ lần lượt là hoành độ và tung độ của điểm.

Tìm số phức z thỏa mãn: $|z - (2+i)| = \sqrt{10}$ và $z.\bar{z} = 25$ *(TSĐH khối B 2009)*

→ **HD giải:** Ta đặt $z = x + yi$ $(x;y \in R; i^2 = -1)$

Ta có: $\begin{cases} |z-(2+i)| = \sqrt{10} \\ z.\bar{z} = 25 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} |(x-2)+(y-1)i| = \sqrt{10} \\ x^2 + y^2 = 25 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (x-2)^2 + (y-1)^2 = 10 \\ x^2 + y^2 = 25 \end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 3; y = 4 \\ x = 5; y = 0 \end{array}\right.$

Vậy có 2 số phức $z = 3 + 4i$ hay $z = 5$ thỏa yêu cầu bài toán.

■ ***BÀI TẬP ĐỀ NGHỊ:** Tìm điểm biểu diễn của các số phức z, biết rằng z thỏa mãn:*

a. $|z^2 + \bar{z}| = 2$ và $|z| = 2$ b. $|z| = 5$ và $\dfrac{z+7i}{\bar{z}+1}$ là số thực

c. $|z + 1 - 2i| = |\bar{z} - 2 + i|$ và $|z - i| = \sqrt{5}$ d. $|z - 2i| = |z|$ và $|z - i| = |z - 1|$

DẠNG 4: TÌM TẬP HỢP ĐIỂM BIỂU DIỄN SỐ PHỨC

__Chú ý 3:__ **Một số tập hợp điểm biểu diễn số phức z thường gặp:**

- $ax + by + c = 0 \Rightarrow$ **tập hợp điểm là đường thẳng**
- $x = 0 \Rightarrow$ tập hợp điểm là trục tung Oy
- $y = 0 \Rightarrow$ tập hợp điểm là trục hoành Ox
- $\left[\begin{array}{l} (x-a)^2 + (y-b)^2 = R^2 \\ x^2 + y^2 - 2ax - 2by + c = 0 \end{array}\right.$ $\Rightarrow$ tập hợp điểm là *đường tròn* có $\begin{cases} I(a;b) \\ R = \sqrt{a^2 + b^2 - c} \end{cases}$.
- $(x-a)^2 + (y-b)^2 < R^2 \Rightarrow$ tập hợp điểm là *hình tròn* tâm $I(a;b)$, bán kính R
- $x > 0 \Rightarrow$ tập hợp điểm là miền bên phải trục tung

- $y<0 \Rightarrow$ tập hợp điểm là miền phía dưới trục hoành
- $x<0 \Rightarrow$ tập hợp điểm là miền bên trái trục tung
- $y>0 \Rightarrow$ tập hợp điểm là phía trên trục hoành
- $y=ax^2+bx+c \Rightarrow$ tập hợp điểm là đường Parabol
- $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1 \Rightarrow$ tập hợp điểm là đường Elip
- $\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1 \Rightarrow$ tập hợp điểm là đường Hyperbol

<u>Ví dụ:</u> Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, tìm tập hợp điểm biểu diễn số phức z thỏa

a. $\left|\frac{z+i}{z}\right|=1$ b. $|z-1|\le 2$ c. $|z-2|+|z+2|=5$

d. $\mathrm{Im}(z+i)=\left[\mathrm{Re}(z-1)\right]^2$ e. $\left|\frac{z}{\bar{z}}\right|=1$

HDG: Đặt $z=x+yi,(x,y\in R)$

a. $\left|\frac{z+i}{z}\right|=1 \Leftrightarrow |z+i|=|z|, z\ne 0 \Leftrightarrow x^2+(y+1)^2=x^2+y^2 \Leftrightarrow y=-\frac{1}{2}$.

Vậy tập hợp điểm là đường thẳng $y=-\frac{1}{2}$.

b. $|z-1|\le 2$. $|z-1|\le 2 \Leftrightarrow (x-1)^2+y^2\le 4$.

Vậy tập hợp điểm là hình tròn tâm $I(1;0), R=2$.

c. $|z-2|+|z+2|=5 \Leftrightarrow \sqrt{(x-2)^2+y^2}+\sqrt{(x+2)^2+y^2}=5 \Leftrightarrow \frac{x^2}{\left(\frac{5}{2}\right)^2}+\frac{y^2}{\left(\frac{3}{2}\right)^2}=1$

Vậy tập hợp điểm là đường Elip có độ dài trục lớn là $\frac{5}{2}$*, độ dài trục bé là* $\frac{3}{2}$.

d. $\mathrm{Im}(z+i)=\left[\mathrm{Re}(z-1)\right]^2 \Leftrightarrow y+1=(x-1)^2 \Leftrightarrow y=x^2-2x$

Vậy tập hợp điểm parabol có phương trình $y=x^2-2x$.

e. $\left|\frac{z}{\bar{z}}\right|=1 \Leftrightarrow |z|=|\bar{z}|, \bar{z}\ne 0 \Leftrightarrow x^2+y^2=x^2+y^2 \Leftrightarrow 0=0$ (Đúng)

Vậy tập hợp điểm là toàn bộ mặt phẳng Oxy nhưng bỏ đi gốc tọa độ O.

■ ***BÀI TẬP ĐỀ NGHỊ 1:*** *Tìm tập hợp điểm biểu diễn các số phức z sau :*

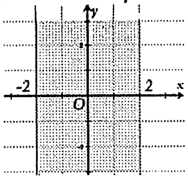
a. $\left|\frac{z}{z-i}\right|=3$ b. $|z|=|\bar{z}-3+4i|$ c. $|z+\bar{z}+1-i|=2$ d. $2|z-i|=|z-\bar{z}+2i|$

e. $|z^2-\bar{z}^2|=4$ f. $|z+2i|<1$ g. $|2+z|>|z-2|$ h. $1\le|z+1-i|\le 2$

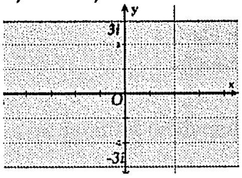
i. $|z-4i|+|z+4i|=10$ j. $\frac{z+2i}{z}$ là số thuần ảo k. $\left|\frac{z-1}{z+i+3}\right|=1$ l. $\frac{iz+1+i}{z-1+i}$ là số thực.

m. Tìm tập hợp những điểm biểu diễn cho số phức $(1+i)z+1$ biết z là số phức thỏa mãn $|z-1|\le\sqrt{2}$

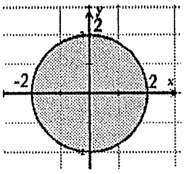
■ ***BÀI TẬP ĐỀ NGHỊ 2: Cho các hình 1, hình 2, hình 3 sau:***



Hình 1



Hình 2



Hình 3

Câu 1. Cho số phức $z = a + bi, (a; b \in \mathbb{R})$. Để điểm biểu diễn của z nằm trong dải $(-2;2)$ theo *hình 1* thì điều kiện của a, b là:

A. $a \geq 2, b \geq 2$ B. $a \leq 2, b \leq -2$. C. $-2 < a < 2, b \in \mathbb{R}$ D. $a, b \in (-2;2)$

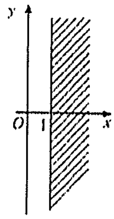
Câu 2. Cho số phức $z = a + bi, (a; b \in \mathbb{R})$. Để điểm biểu diễn của z nằm trong dải $(-3i;3i)$ theo *hình 2* thì điều kiện của a, b là:

A. $a \geq 3, b \geq 3$ B. $a \leq -3, b \leq -3$. C. $-3 < b < 3, a \in \mathbb{R}$ D. $a, b \in (-3;3)$

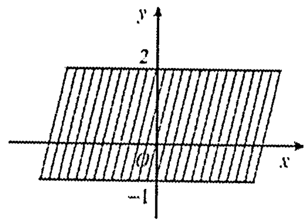
Câu 3. Cho số phức $z = a + bi, (a; b \in \mathbb{R})$. Để điểm biểu diễn của z nằm trong hình tròn tâm O bán kính bằng 2 theo hình 3 thì điều kiện của a, b là:

A. $a^2 + b^2 \leq 4$ B. $a^2 + b^2 > 4$. C. $a^2 + b^2 = 4$ D. $a^2 + b^2 < 4$

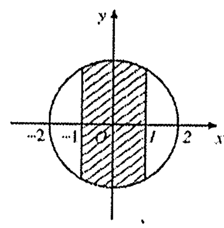
Cho các hình 4, hình 5, hình 6 sau:



Hình 4



Hình 5



Hình 6

Câu 4. Cho số phức $z = a + bi; (a; b \in \mathbb{R})$. Để điểm biểu diễn của z nằm phía bên phải đường thẳng $x = 1$ (hình 4) thì điều kiện của a, b là:

A. $a > 1, b \in \mathbb{R}$ B. $b > 1, a \in \mathbb{R}$. C. $a \geq 1, b \in \mathbb{R}$ D. $a \geq 1, b \in \mathbb{R}$

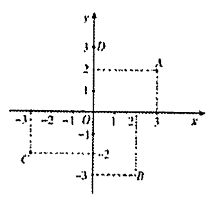
Câu 5. Cho số phức $z = a + bi, (a; b \in \mathbb{R})$. Để điểm biểu diễn của z nằm bên trong phần gạch chéo trong hình 5 thì điều kiện của a, b là:

A. $-1 < a < 2, b \in \mathbb{R}$ B. $-1 < b < 2, a \in \mathbb{R}$. C. $\begin{cases} -1 < a < 1 \\ -2 < b < 2 \end{cases}$ D. $\begin{cases} -1 < b < 1 \\ -2 < a < 2 \end{cases}$

Câu 6. Cho số phức $z = a + bi, (a; b \in \mathbb{R})$. Để điểm biểu diễn của z nằm bên trong phần gạch chéo trong hình 6 thì điều kiện của a, b là

A. $|a| < 1, |b| < 2$ B. $|a| < 2, |b| < 1$. C. $1 < |a| < 2, 1 < |b| < 2$ D. $|a| \leq 1, |b| \leq 2$

Câu 7. Trong mặt phẳng Oxy, cho A, B, C, D lần lượt các điểm biểu diễn cho số phức z_1, z_2, z_3, z_4. Khi đó tọa độ điểm biểu diễn số phức $w = \frac{z_1}{z_2} + z_3.z_4$ là



A. $(6;-8)$. B. $(0;-1)$.

C. $\left(-\frac{34}{3};4\right)$. D. $(8;6)$.

DẠNG 5: BÀI TOÁN LIÊN QUAN ĐẾN MAX – MIN ĐỐI VỚI MÔ ĐUN SỐ PHỨC

Cách tìm Môđun Max - Min của số phức z:

- ***Bước 1:*** **Tìm tập hợp điểm biểu diễn số phức z (có thể là đường tròn (C), đường elip (E), đường parabol (P), đường thẳng (d),...)**
- ***Bước 2:*** **Có 3 cách**
- ***Bước 3:*** **Kết luận $|z|_{max}, |z|_{min}$**

<u>Đặc biệt:</u> nếu tập hợp điểm là đường thẳng Δ, hoặc đường tròn (C) ta có thể:

- **Với đường thẳng thì** $|z|_{min} = d(O;\Delta)$ **và** $\begin{cases} M = OM \cap \Delta \\ OM \perp \Delta \end{cases}$

- **Với đường tròn thì ta viết PT đường thẳng nối** OI. $\{M_1;M_2\}=(C)\cap OI \xrightarrow{OM_1>OM_2} \begin{cases}|z|_{\max}=OM_1\\ |z|_{\min}=OM_2\end{cases}$

VD1: **Tìm môđun nhỏ nhất của số phức z thỏa mãn:** $|z-2-4i|=|z-2i|$

→ **HD giải:** Đặt $z=x+yi$, $(x;y\in R; i^2=-1)$

Ta có: $|z-2-4i|=|z-2i| \Leftrightarrow |(x-2)+(y-4)i|=|x+(y-2)i| \Leftrightarrow y=4-x$

Tập điểm $M(x;y)$ biểu diễn số phức z là đường thẳng $x+y-4=0$

Ta có $|z|=\sqrt{x^2+y^2}=\sqrt{x^2+(4-x)^2}=\sqrt{2x^2-8x+16}=\sqrt{2(x-2)^2+8}\ge\sqrt{8}=2\sqrt{2}$

Đs: $|z|_{\min}=2\sqrt{2} \Leftrightarrow \begin{cases}x=2\\ y=2\end{cases} \Rightarrow z=2-2i$

Cách 2: $|z|=\sqrt{2x^2-8x+16}=\sqrt{f(x)} \xrightarrow{f'(x)=4x-8} f'(x)=0 \Leftrightarrow x=2$

Lập Bảng biến thiên, ta suy ra $\min f(x)=f(2)=2\sqrt{2}$.

Cách 3: Ta có $x+y=4$. Xét bất đẳng thức $\underbrace{(1.x+1.y)^2}_{4^2}\le(1^2+1^2)(x^2+y^2)\Rightarrow x^2+y^2\ge 8 \Leftrightarrow |z|\ge 2\sqrt{2}$

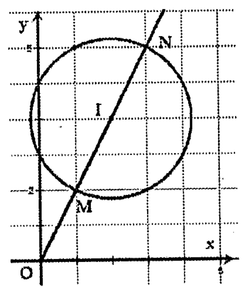
Suy ra $\min|z|=2\sqrt{2} \Leftrightarrow \frac{x}{1}=\frac{y}{1} \xrightarrow{x+y=4} \begin{cases}x=2\\ y=2\end{cases} \Rightarrow z=2+2i$

Cách 4: Gọi H là hình chiếu của O lên đường thẳng $d: x+y=4$. Ta có: $OM\ge OH$

Do đó $OM_{\min} \Leftrightarrow OM=OH \Leftrightarrow M\equiv H \Rightarrow M=MO\cap d$ với $MO \xrightarrow[\perp d]{qua\,O(0;0)} x-y=0$

Khi đó $\{M\}=MO\cap d \Rightarrow \begin{cases}x-y=0\\ x+y=4\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}x=2\\ y=2\end{cases} \Rightarrow z=2+2i \Rightarrow |z|=2\sqrt{2}$

VD2: **Tìm môđun nhỏ nhất và lớn nhất của số phức z thỏa mãn:** $|z-2-4i|=\sqrt{5}$



→ **HD giải:** $|z-2-4i|=\sqrt{5} \Leftrightarrow |(x-2)+(y-4)i|=\sqrt{5}$
$\Leftrightarrow (x-2)^2+(y-4)^2=5$

Tập điểm $M(x;y)$ biểu diễn số phức z là đường tròn tâm $I(2;4)$ có bán kính $R=\sqrt{5}$

Ta có hình vẽ bên, dựa vào hình vẽ ta có:

$$OM=|z|_{\min}=\sqrt{5} \text{ và } ON=|z|_{\max}=3\sqrt{5}$$

■ ***BÀI TẬP ĐỀ NGHỊ:*** *Tìm môđun nhỏ nhất và môđun lớn nhất (nếu có) của số phức z thỏa:*

a. $|z-i|=|(1+i)z|$ *b.* $|z-1|+|z+1|=4$ *c.* $|z-8+6i|=|2z-\bar{z}+2i|$

d. $|z-i|\le 1$ và $|z-1|=1$ *e.* $\log_{\frac{1}{3}}\left(\frac{|z-3+4i|+1}{2|z-3+4i|+8}\right)=1$ *f.* $(z-1)(\bar{z}+2i)$ là số thực

g. Cho số phức $|z-1+2i|=\sqrt{5}$, tìm mô đun lớn nhất của $w=z+1+i$ ***h.*** $|z-i|=|\bar{z}-2-3i|$

DẠNG 6: GIẢI PHƯƠNG TRÌNH BẬC HAI TRÊN HỆ SỐ THỰC

Cho phương trình bậc hai với hệ số a, b, c là số thực: $ax^2+bx+c=0$ $(a\ne 0)$. Xét $\Delta=b^2-4ac$

- Nếu $\Delta>0$ ta có phương trình có 2 nghiệm thực $x_{1,2}=\frac{-b\pm\sqrt{\Delta}}{2a}$
- Nếu $\Delta<0$ ta có phương trình có 2 nghiệm phức $x_{1,2}=\frac{-b\pm i\sqrt{|\Delta|}}{2a}$

<u>Ví dụ</u>: Giải phương trình $z^2+\sqrt{3}z+3=0$. Ta có $\Delta=3-4.3=-9\Rightarrow\Delta=9i^2$

Khi đó phương trình có 2 nghiệm phức $z_1 = \frac{-\sqrt{3}-3i}{2}, z_2 = \frac{-\sqrt{3}+3i}{2}$

■ ***BÀI TẬP ĐỀ NGHỊ: Giải các phương trình sau trên tập số phức:***

a. $z^2+\sqrt{3}z+3=0$ b. $z^3+1=0$ c. $z^3-z^2+z-6=0$

d. $z^4+7z^2+10=0$ e. $z^4-z^3+\frac{z^2}{2}+z+1=0$ f. $(z+3-i)^2-6(z+3-i)+13=0$

DẠNG 7: CÁC BÀI TOÁN LIÊN QUAN ĐẾN CHỨNG MINH

Một số kết quả thường gặp sau:

- **Số phức z là số ảo khi và chỉ khi** $z=-\overline{z}$
- **Số phức z là số thực khi và chỉ khi** $z=\overline{z}$
- **Cho 2 số phức** $z_1, z_2 \in \mathbb{C} \Rightarrow z_1\overline{z}_2+z_2\overline{z}_1 \in \mathbb{R}$
- **Giả sử** $M(x;y)$, $N(a;b)$ **lần lượt biểu diễn 2 số phức** $z_1=x+yi, z_2=a+bi$ **thì** $|z_2-z_1|=|\overline{MN}|$

Đồng thời $|z_1.z_2|=|z_1|.|z_2|$ **và** $\left|\frac{z_1}{z_2}\right|=\frac{|z_1|}{|z_2|}(z_2\neq 0)$ **và bất đẳng thức** $|z_1+z_2|\leq|z_1|+|z_2|$.

<u>Ví dụ 1</u>: $z_1, z_2 \in \mathbb{C}$ và $|z_1|=|z_2|=1$ và $z_1.z_2\neq 1$. Chứng minh rằng $A=\frac{z_1+z_2}{1+z_1z_2}$ là một số thực.

HDG: ta xét $A-\overline{A}=\frac{z_1+z_2}{1+z_1z_2}-\overline{\frac{z_1+z_2}{1+z_1z_2}}=\frac{z_1+z_2}{1+z_1z_2}-\frac{\overline{z}_1+\overline{z}_2}{1+\overline{z_1z_2}}=0\Rightarrow A=\overline{A}\Rightarrow A\in\mathbb{R}$

■ ***BÀI TẬP ĐỀ NGHỊ: Giải các phương trình sau trên tập số phức:***

a. CMR: $E_1=\left(2+i\sqrt{5}\right)^7+\left(2+i\sqrt{5}\right)^7\in R$ b. CMR: $E_2=\left(\frac{19+7i}{9-i}\right)^n+\left(\frac{20+5i}{7+6i}\right)^n$

c. Xét 3 điểm A, B, C trong mặt phẳng phức theo thứ tự biểu diễn số phức $z_1=z_2=z_3$. CMR: Trọng tâm G biểu diễn số phức có dạng $z=\frac{1}{3}(z_1+z_2+z_3)$

d. Xét 3 điểm A, B, C trong mặt phẳng phức theo thứ tự biểu diễn số phức $z_1=z_2=z_3$ thỏa $|z_1|=|z_2|=|z_3|$. CMR ba điểm A, B, C là 3 đỉnh của một tam giác đều khi và chỉ khi $z_1+z_2+z_3=0$

DẠNG 8: CÁC ỨNG DỤNG KHÁC CỦA SỐ PHỨC TRONG CÁC BÀI TOÁN ĐẠI SỐ TỔ HỢP

(đọc thêm) *Số phức có nhiều ứng dụng trong bài toán liên quan đến lượng giác, tổ hợp. Có khá nhiều bài toán khó khăn(thậm chí rất khó khăn) trong việc tìm tòi lời giải, đặc biệt là lời giải một cách tự nhiên nhất lại được giải quyết một cách đơn giản bằng ứng dụng của số phức.Muốn làm tốt các bài tập, cần chú ý đến dạng lượng giác của số phức,công thức Moa-vrơ và khai triển nhị thức Newton.*

<u>Ví dụ 1</u>: Cho a; b; c là các số thực thoả mãn $\sin a+\sin b+\sin c=0$ và $\cos a+\cos b+\cos c=0$.

Chứng minh rằng: $\sin 2a+\sin 2b+\sin 2c=0$ và $\cos 2a+\cos 2b+\cos 2c=0$

Hướng dẫn giải

Đặt $z_1=\cos a+i\sin a; z_2=\cos b+i\sin b; z_3=\cos c+i\sin c$

Ta có: $z_1+z_2+z_3=0$ và $|z_1|=|z_2|=|z_3|=1$, nên $\frac{1}{z_k}=\overline{z_k}(k=1;2;3)$

Vì thế: $z_1^2+z_2^2+z_3^2=(z_1+z_2+z_3)^2-2(z_1z_1+z_2z_3+z_3z_1)$

$=0^2-2z_1z_2z_3\left(\frac{1}{z_1}+\frac{1}{z_2}+\frac{1}{z_3}\right)=-2z_1z_2z_3\left(\overline{z_1}+\overline{z_2}+\overline{z_3}\right)$

$=-2z_1z_2z_3\overline{(z_1+z_2+z_3)}=0$

Nên $\cos 2a+\cos 2b+\cos 2c+i(\sin 2a+\sin 2b+\sin 2c)=0$

Từ đó suy ra điều phải chứng minh

<u>Ví dụ 2.</u> Tính tổng A và B với $n\in Z^+$, $a\in\mathbb{R}$

$A = C_n^0 \cos a + C_n^1 \cos 2a + C_n^2 \cos 3a + ... + C_n^{n-1} \cos na + C_n^n \cos(n+1)a$

$B = C_n^0 \sin a + C_n^1 \sin 2a + C_n^2 \sin 3a + ... + C_n^{n-1} \sin na + C_n^n \sin(n+1)a$

Hướng dẫn giải.

Đặt $z = \cos a + i\sin a$ thì $z^n = \cos na + i\sin na$. Do đó ta có:

$$A + iB = C_n^0(\cos a + i\sin a) + C_n^1(\cos 2a + i\sin 2a) + C_n^2(\cos 3a + i\sin 3a)$$
$$+ ... + C_n^{n-1}(\cos na + i\sin na) + C_n^n(\cos(n+1)a + i\sin(n+1)a)$$
$$= z\left(C_n^0 + C_n^1 z + C_n^2 z^2 + C_n^3 z^3 + ... + C_n^n z^n\right) = z(1+z)^n$$

Vì $1 + z = 1 + \cos a + i\sin a = 2\cos\frac{a}{2}\left(\cos\frac{a}{2} + i\sin\frac{a}{2}\right)$ nên

$$A + iB = (\cos a + i\sin a)\left[2\cos\frac{a}{2}\left(\cos\frac{a}{2} + i\sin\frac{a}{2}\right)\right]^n = 2^n\cos^n\frac{a}{2}(\cos a + i\sin a)\left(\cos\frac{na}{2} + i\sin\frac{na}{2}\right)$$
$$= 2^n\cos^n\frac{a}{2}\left(\cos\frac{n+2}{2}a + i\sin\frac{n+2}{2}a\right)$$

Vậy $A = 2^n\cos^n\frac{a}{2}\cos\frac{n+2}{2}a,\quad B = 2^n\cos^n\frac{a}{2}\sin\frac{n+2}{2}a$

<u>Ví dụ 3:</u> Tính tổng: $\begin{cases} S_1 = C_{2011}^0 - C_{2011}^2 + C_{2011}^4 - C_{2011}^6 + C_{2011}^8 - ... - C_{2011}^{2010} \\ S_2 = C_{2011}^1 - C_{2011}^3 + C_{2011}^5 - C_{2011}^7 + C_{2011}^9 - ... - C_{2011}^{2011} \end{cases}$

Hướng dẫn giải

Xét khai triển nhị thức Newton:

$$(1+i)^{2011} = C_{2011}^0 + iC_{2011}^1 + i^2C_{2011}^2 + i^3C_{2011}^3 + i^4C_{2011}^4 + ... + i^{2010}C_{2011}^{2010} + i^{2011}C_{2011}^{2011}$$

Vì $i^k = \begin{cases} 1 & (k = 4m) \\ i & (k = 4m+1) \\ -1 & (k = 4m+2) \\ -i & (k = 4m+3) \end{cases}$ $m \in Z^+$ nên ta có

$$(1+i)^{2011} = (C_{2011}^0 - C_{2011}^2 + C_{2011}^4 - ... - C_{2011}^{2010}) + i\left(C_{2011}^1 - C_{2011}^3 + C_{2011}^5 - ... - C_{2011}^{2011}\right) \quad (1)$$

Mặt khác, theo công thức Moa-vrơ ta có:

$$(1+i)^{2011} = \left(\sqrt{2}\right)^{2011}\left(\cos\frac{\pi}{4} + i\sin\frac{\pi}{4}\right)^{2011} = \left(\sqrt{2}\right)^{2011}\left(\cos\frac{2011\pi}{4} + i\sin\frac{2011\pi}{4}\right) = -2^{1005} + i.2^{1005} \quad (2)$$

Từ (1) và (2) ta suy ra: $S_1 = -2^{1005}$, $S_2 = 2^{1005}$

PHẦN HÌNH HỌC

Chương I. CHUYÊN ĐỀ KHỐI ĐA DIỆN

TỔNG KẾT CÁC KIẾN THỨC VÀ DẠNG BÀI THƯỜNG GẶP

Phần 1: KHÁI NIỆM KHỐI ĐA DIỆN

1. Khái niệm về hình đa diện và khối đa diện

- Hình đa diện (*gọi tắt là đa diện*) là hình được tạo bởi một số hữu hạn các đa giác thỏa mãn 2 tính chất:

(i) Hai đa giác phân biệt chỉ có thể hoặc không có điểm chung, hoặc chỉ có một đỉnh chung, hoặc chỉ có 1 cạnh chung.

(ii) Mỗi cạnh của đa giác nào cũng là cạnh chung của đúng 2 đa giác.

- Khối đa diện là phần không gian được giới hạn bởi một hình đa diện, kể cả hình đa diện đó.
- Hai đa diện được gọi là bằng nhau nếu có một phép dời hình biến đa diện này thành đa diện kia.

2. Khối đa diện lồi và khối đa diện đều

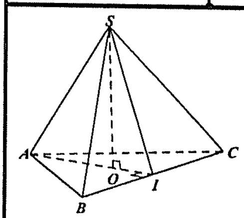
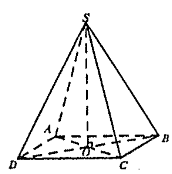
- Khối đa diện (H) được gọi là *khối đa diện lồi* nếu đoạn thẳng nối 2 điểm bất kì của (H) luôn thuộc (H).
- Khối đa diện đều là khối đa diện lồi có 2 tính chất sau đây:

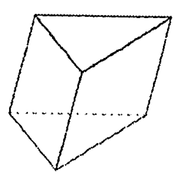
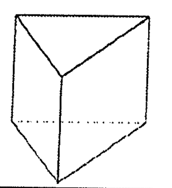
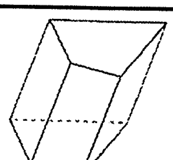
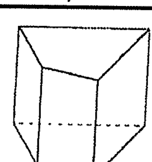
  (i) Mỗi mặt của nó là một đa giác đều p cạnh.

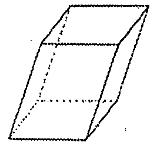
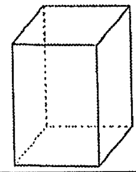
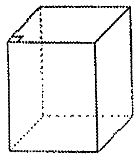
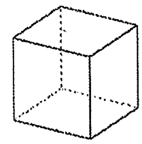
  (ii) Mỗi đỉnh của nó là đỉnh chung của đúng q mặt.

  Khối đa diện đều như vậy được gọi là khối đa diện đều loại {p ; q}. Chỉ có 5 khối đa diện đều, đó là loại {3 ; 3}, {4 ; 3}, {3 ; 4}, {5 ; 3} và loại {3 ; 5}.

3. Một số khối chóp và khối lăng trụ đặc biệt

Hình chóp tam giác đều	**Hình chóp tứ giác đều**
 Đáy là tam giác đều. SO vuông góc với đáy, với O là tâm đáy.	 Đáy là hình vuông. SO vuông góc với đáy, O là tâm đáy.

Khối lăng trụ tam giác 	**Khối lăng trụ đứng tam giác** Cạnh bên vuông góc với đáy. 
Khối lăng trụ tứ giác 	**Khối lăng trụ đứng tứ giác** Cạnh bên vuông góc với đáy. 

Khối hộp Đáy là hình bình hành 	**Khối hộp đứng** Cạnh bên vuông góc với đáy. 
Khối hộp chữ nhật Các mặt đều là hình chữ nhật. 	**Khối lập phương** Các mặt đều là hình vuông. 

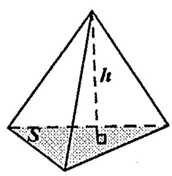
Ví dụ 1: Cho một hình đa diện. Tìm khẳng định sai trong các khẳng định sau:
A. Mỗi đỉnh là đỉnh chung của ít nhất 3 cạnh.
B. Mỗi đỉnh là đỉnh chung của ít nhất 3 mặt.
C. Mỗi cạnh là cạnh chung của ít nhất 3 mặt.
D. Mỗi mặt có ít nhất 3 cạnh.
Đáp án: Chọn C.

Ví dụ 2: Số cạnh của một hình bát diện đều là:
A. 8 B. 10 C. 12 D. 16.
Đáp án: Chọn C.

Ví dụ 3: Số đỉnh của hình mười hai mặt đều là:
A. 12 B. 16 C. 20 D. 30.
Đáp án: Chọn C.

Phần 2: THỂ TÍCH KHỐI ĐA DIỆN

1. Thể tích khối chóp

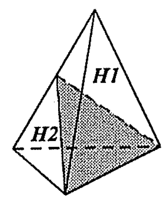


- **Phương pháp 1:** Công thức trực tiếp

$$\boxed{V_{chop} = \frac{1}{3} S_{day}.h}$$

- **Phương pháp 2:** Lắp ghép khối đa diện

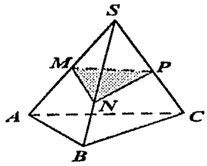
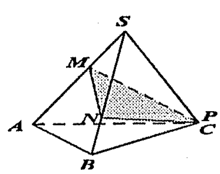
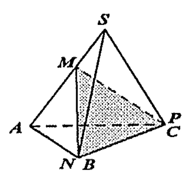
Nếu khối đa diện (H) được tách thành 2 khối



đa diện (H_1) và (H_2) rời nhau thì ta có công thức

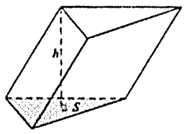
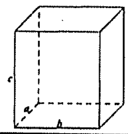
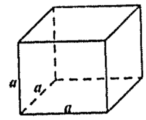
$$\boxed{V_{(H)} = V_{(H_1)} + V_{(H_2)}}$$

- **Phương pháp 3:** Tỷ số thể tích *(Chỉ sử dụng cho tứ diện)*

 $\frac{V_{S.MNP}}{V_{S.ABC}} = \frac{SM}{SA}.\frac{SN}{SB}.\frac{SP}{SC}$	Nếu $P \equiv C$ thì  $\frac{V_{S.MNP}}{V_{S.ABC}} = \frac{SM}{SA}.\frac{SN}{SB}$	Nếu $P \equiv C, N \equiv B$ thì 

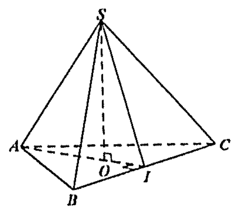
		$\frac{V_{S.MNP}}{V_{S.ABC}} = \frac{SM}{SA}.\frac{SN}{SB}$

2. Thể tích khối lăng trụ - khối hộp

Thể tích khối lăng trụ: $V_{lăng\ trụ} = S_{đáy}.h$ 	Thể tích khối hộp chữ nhật: $V_{hop\ chu\ nhat} = a.b.c$ 	Thể tích khối lập phương: $V_{lap\ phuong} = a^3$ 

Ví dụ 4: Tính thể tích khối tứ diện đều SABC có tất cả các cạnh đều bằng a.

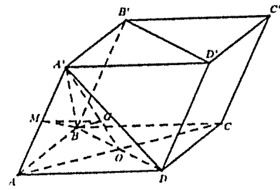
A. $\frac{a^3\sqrt{2}}{4}$ B. $\frac{a^3\sqrt{2}}{12}$ C. $\frac{a^3\sqrt{2}}{6}$ D. $\frac{a^3\sqrt{2}}{15}$



Giải: Gọi O là tâm của tam giác đều ABC, I là trung điểm BC. Ta có

$$AO = \frac{2}{3}AI = \frac{2}{3}.\frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{a\sqrt{3}}{3} \Rightarrow SO = \sqrt{SA^2 - AO^2} = \frac{a\sqrt{6}}{3}$$

Thể tích $V_{SABC} = \frac{1}{3}.S_{\Delta ABC}.SO = \frac{1}{3}.\frac{a^2\sqrt{3}}{4}.\frac{a\sqrt{6}}{3} = \frac{a^3\sqrt{2}}{12}$. Chọn B.



Ví dụ 5: Cho hình hộp ABCD.A'B'C'D' có thể tích V. Gọi M là trung điểm AA', G là trọng tâm tam giác A'BD, O là tâm hình bình hành ABCD. Tính thể tích khối chóp B.OAMG theo V.

A. $\frac{V}{18}$ B. $\frac{V}{15}$ C. $\frac{5V}{27}$ D. $\frac{V}{21}$

Giải: Ta có $V_{B.OAMG} = V_{A'.ABO} - V_{A'.MBG}$

$$\frac{V_{A'.MBG}}{V_{A'.ABO}} = \frac{A'M}{A'A}.\frac{A'G}{A'O} = \frac{1}{2}.\frac{2}{3} = \frac{1}{3} \Rightarrow V_{A'.MBG} = \frac{1}{3}.V_{A'.ABO} \Rightarrow V_{B.OAMG} = \frac{2}{3}.V_{A'.ABO}.$$

Mặt khác:

$$V_{A'.ABO} = \frac{1}{3}.d\left(A',(ABCD)\right).S_{\Delta ABO} = \frac{1}{3}.d\left(A',(ABCD)\right).\frac{1}{4}.S_{ABCD} = \frac{1}{12}.d\left(A',(ABCD)\right).S_{ABCD} = \frac{V}{12}$$

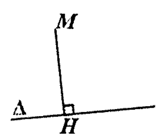
$$\Rightarrow V_{B.OAMG} = \frac{2}{3}.V_{A'.ABO} = \frac{2}{3}.\frac{V}{12} = \frac{V}{18}.$$ Chọn A.

Phần 3: KHOẢNG CÁCH TRONG KHÔNG GIAN

1. Khoảng cách từ điểm M đến đường thẳng Δ.

Gọi H là hình chiếu vuông góc của M lên đường thẳng Δ.

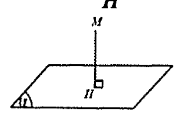
$$\boxed{d(M,\Delta) = MH}$$



2. Khoảng cách từ điểm M đến mặt phẳng (α)

Gọi H là hình chiếu vuông góc của M lên mặt phẳng (α)

$$\boxed{d(M,(\alpha)) = MH}$$

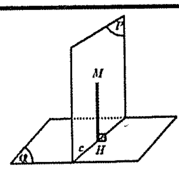


❖ **Phương pháp xác định khoảng cách từ điểm M đến mặt phẳng (α)**

Phương pháp 1:

- Tìm mặt phẳng (P) qua M và $(P)\perp(\alpha)$.
- Tìm giao tuyến $(P)\cap(\alpha)=c$.
- Vẽ $MH\perp c$ tại H $\Rightarrow MH\perp(\alpha)$

$\Rightarrow d\big(M,(\alpha)\big)=MH$

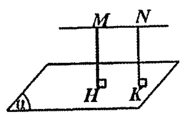


Phương pháp 2: Tỷ số

Ta cần tính khoảng cách $d\big(M,(\alpha)\big)$, ta chỉ có khoảng cách $d\big(N,(\alpha)\big)$

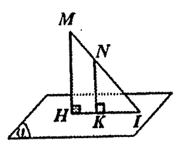
- **Trường hợp 1:** Nếu $MN\,//\,(\alpha)$ thì

$$\boxed{d\big(M,(\alpha)\big)=d\big(N,(\alpha)\big)}$$



- **Trường hợp 2:** Nếu $MN\cap(\alpha)=I$ thì

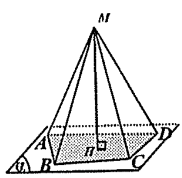
$$\boxed{\frac{d\big(M,(\alpha)\big)}{d\big(N,(\alpha)\big)}=\frac{MI}{NI}}$$



Phương pháp 3: Phương pháp thể tích

Khoảng cách $d\big(M,(\alpha)\big)$ là độ dài đường cao của hình chóp

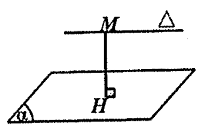
$$\boxed{d\big(M,(\alpha)\big)=\frac{3V_{chóp}}{S_{đáy}}}$$



3. Khoảng cách giữa đường thẳng và mặt phẳng song song

Cho đường thẳng Δ và mặt phẳng (α) song song. Khoảng cách giữa Δ và (α) bằng khoảng cách từ điểm M bất kì thuộc Δ đến mặt phẳng (α).

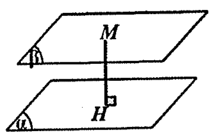
$$\boxed{d\big(\Delta,(\alpha)\big)=d\big(M,(\alpha)\big)=MH, M\in\Delta}$$



4. Khoảng cách giữa 2 mặt phẳng song song

Khoảng cách giữa 2 mặt phẳng (α) và (β) song song bằng khoảng cách từ điểm M bất kì thuộc mặt phẳng (β) đến mặt phẳng (α).

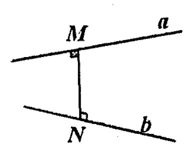
$$\boxed{d\big((\beta),(\alpha)\big)=d\big(M,(\alpha)\big)=MH, M\in(\beta)}$$



5. Khoảng cách giữa 2 đường thẳng chéo nhau

Cho 2 đường thẳng a và b chéo nhau. Gọi 2 điểm M, N lần lượt nằm trên 2 đường a và b sao cho $MN\perp a; MN\perp b$. Khi đó, MN được gọi là đoạn vuông góc chung của 2 đường thẳng a và b. Khoảng cách giữa 2 đường thẳng a và b là

$$\boxed{d(a,b)=MN}$$



Phương pháp xác định góc giữa 2 đường thẳng chéo nhau a và b

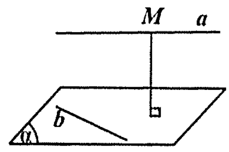
Phương pháp 1: Ta tìm đoạn vuông góc chung MN của 2 đường a và b.

$$\boxed{d(a,b)=MN}$$

Phương pháp 2:

- **Bước 1:** Tìm mặt phẳng (α) chứa đường thẳng b và $(\alpha)//a$.
- **Bước 2:** Khoảng cách giữa a và b bằng khoảng cách giữa a và (α)

$$\boxed{d(a,b)=d(a,(\alpha))}$$



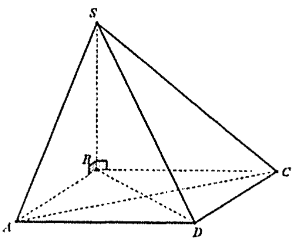
Ví dụ 6: Cho hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình vuông cạnh a. Đường cao $SB\perp(ABCD)$. Góc giữa SC và (ABCD) bằng 60⁰. Tính khoảng cách giữa đường thẳng AB và mặt phẳng (SCD).

A. $\frac{a\sqrt{3}}{6}$ B. $\frac{a\sqrt{3}}{3}$ C. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$ D. $\frac{a\sqrt{3}}{4}$

Giải: Vì AB // CD nên AB // (SCD), suy ra $d(AB,(SCD))=d(B,(SCD))$.

Vì $SB\perp(ABCD)$ nên góc giữa SC và (ABCD) bằng góc $SCB=60^0$

$tan\,SCB=\frac{SB}{BC}\Rightarrow SB=BC.tan\,SCB=a\sqrt{3}$.



Thể tích $V_{S.BCD}=\frac{1}{3}.S_{\Delta BCD}.SB=\frac{1}{3}.\frac{1}{2}.a^2.a\sqrt{3}=\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$.

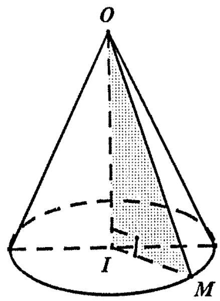
Tam giác SCD vuông tại C nên

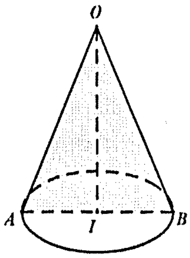
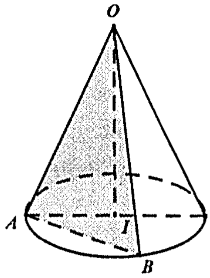
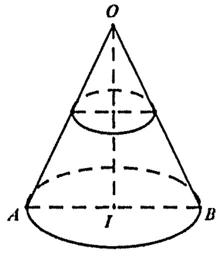
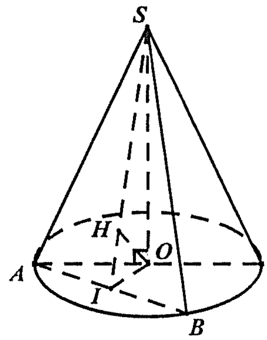
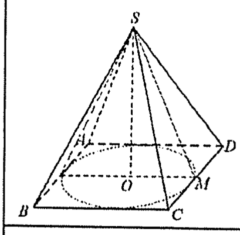
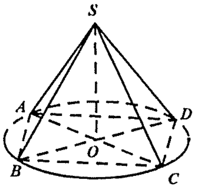
$S_{\Delta SCD}=\frac{1}{2}SC.CD=\frac{1}{2}\sqrt{SB^2+BC^2}.CD=a^2$.

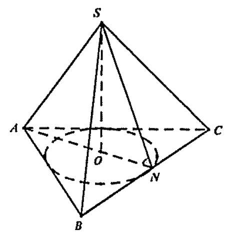
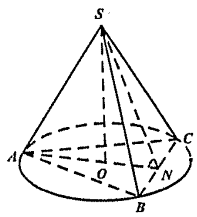
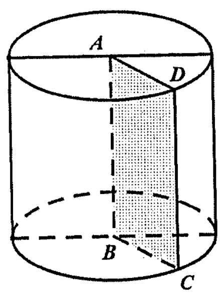
$d(B,(SCD))=\frac{3V_{B.SCD}}{S_{\Delta SCD}}=\frac{3V_{S.BCD}}{S_{\Delta SCD}}=\frac{a\sqrt{3}}{2}$.

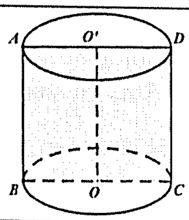
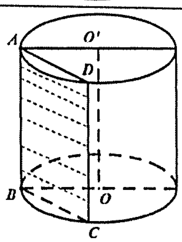
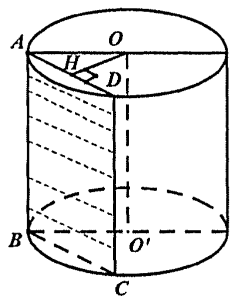
Chương II. CHUYÊN ĐỀ KHỐI TRÒN XOAY

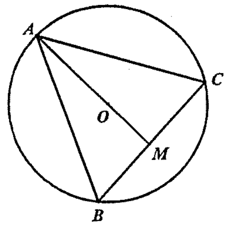
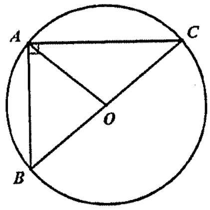
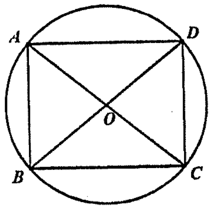
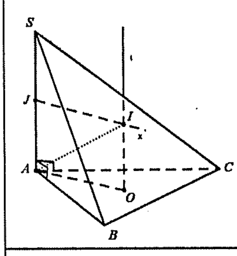
BẢNG TỔNG KẾT CÁC DẠNG TOÁN THƯỜNG GẶP

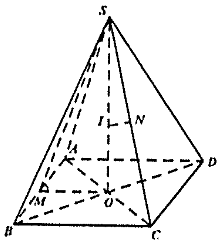
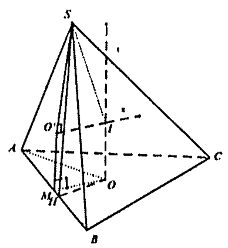
Stt	*Yêu cầu bài toán*	*Giả thiết + Hình vẽ*	*Công thức – Phương pháp*
1.	***Nêu khái niệm về hình nón, khối nón tròn xoay***		***1. Hình nón tròn xoay*** *Cho tam giác OIM vuông tại I. Khi quay tam giác đó xung quanh cạnh góc vuông OI thì đường gấp khúc OIM tạo thành một hình, gọi là hình nón tròn xoay, gọi tắt là hình nón.* *Đường thẳng OI được gọi là trục, O là đỉnh,* *Độ dài đoạn thẳng OI gọi là chiều cao và cũng là khoảng cách từ O đến mặt phẳng đáy,* *OM gọi là đường sinh của hình nón.* *Hình tròn tâm I, bán kính $r = IM$ là mặt đáy của hình nón.* ***2. Khối nón tròn xoay*** *Là phần không gian được giới hạn bởi một hình nón tròn xoay kể cả hình nón đó.*
1.1	***Công thức tính diện tích xung quanh, diện tích toàn của hình nón và thể tích của khối nón?***	*Đề bài cho Cho hình nón có chiều cao là h, bán kính đáy r và đường sinh là ℓ., các em để ý mối quan hệ $l^2 = r^2 + h^2$*	*Diện tích xung quanh của hình nón: $S_{xq} = \pi.r.\ell$.* *Diện tích đáy (hình tròn): $S_d = \pi.r^2$.* *Diện tích toàn phần của hình nón: $S_{tp} = S_{xq} + S_d$.* *Thể tích khối nón: $V = \frac{1}{3}S_d.h = \frac{1}{3}\pi.r^2.h$.*
1.2	***Nêu một số loại thiết diện của hình nón.***	*Mối tương giao giữa mặt phẳng với hình nón.*	***Thiết diện qua trục** của hình nón là tam giác cân.* *(Hình 1)* ***Thiết diện qua đỉnh** của hình nón là những tam giác cân có hai cạnh bên là hai đường sinh của hình nón.* *(Hình 2)*

<table>
<tr>
<td></td>
<td>(Hình 1)
</td>
<td>
(Hình 2)</td>
<td>Thiết diện vuông góc với trục của hình nón là những đường tròn có tâm nằm trên trục của hình nón.

(Hình 3)</td>
</tr>
<tr>
<td>1.3</td>
<td>Bài toán liên quan đến thiết diện qua đỉnh của hình nón.</td>
<td>Một hình nón tròn xoay có đường cao h, bán kính đáy r. Một thiết diện đi qua đỉnh của hình nón có khoảng cách từ tâm của đáy đến mặt phẳng chứa thiết diện là d.
Tính diện tích thiết diện đó tính theo h, r, d.</td>
<td>Diện tích của thiết diện đó tính theo h, r, d được xác định bởi công thức:
$S_{td} = \sqrt{r^2 - \frac{h^2d^2}{h^2-d^2}}.\sqrt{h^2 + \frac{h^2d^2}{h^2-d^2}}.$
</td>
</tr>
<tr>
<td rowspan="2">1.4</td>
<td rowspan="2">Hình nón ngoại tiếp hình chóp và hình nón nội tiếp hình chóp?</td>
<td>Cho hình chóp đều SABCD
</td>
<td>Hình nón nội tiếp hình chóp đều $S.ABCD$ là hình nón có đỉnh là S, đáy là đường tròn nội tiếp hình vuông $ABCD$. Khi đó hình nón có bán kính đáy $r = OM$, đường cao $h = SO$, đường sinh $\ell = SM$.</td>
</tr>
<tr>
<td>Cho hình chóp đều SABCD
</td>
<td>Hình nón ngoại tiếp hình chóp đều $S.ABCD$ là hình nón có đỉnh là S, đáy là đường tròn ngoại tiếp hình vuông $ABCD$. Khi đó hình nón có bán kính đáy $r = OA$, đường cao $h = SO$, đường sinh $\ell = SA$.</td>
</tr>
</table>

		Cho hình chóp ***tam giác đều*** *SABC* 	*Hình nón* ***nội tiếp*** *hình chóp đều S.ABC là hình nón có đỉnh là S, đáy là đường tròn nội tiếp tam giác ABC. Khi đó hình nón có bán kính đáy* $r = ON$, *đường cao* $h = SO$, *đường sinh* $\ell = SN$.
		Cho hình chóp ***tam giác đều*** *SABC* 	*Hình nón* ***ngoại tiếp*** *hình chóp đều S.ABC là hình nón có đỉnh là S, đáy là đường tròn ngoại tiếp* ΔABC. *Khi đó hình nón có bán kính đáy* $r = OA$, *đường cao* $h = SO$, *đường sinh* $\ell = SA$.
2.	***Nêu khái niệm về hình trụ và khối trụ tròn xoay?***		***a) Hình trụ tròn xoay*** *Khi quay hình chữ nhật* $ABCD$ *xung quanh đường thẳng chứa một cạnh, chẳng hạn cạnh* AB *thì đường gấp khúc* $ABCD$ *tạo thành một hình, hình đó được gọi là hình trụ tròn xoay hay gọi tắt là hình trụ.* • *Đường thẳng* AB *được gọi là trục,* • *Đoạn thẳng* CD *được gọi là đường sinh,* • *Độ dài đoạn thẳng* $AB = CD = h$ *được gọi là chiều cao của hình trụ,* • *Hình tròn tâm* A, *bán kính* $r = AD$ *và hình tròn tâm* B, *bán kính* $r = BC$ *được gọi là hai đáy của hình trụ.* ***b) Khối trụ tròn xoay:*** *Khối trụ tròn xoay, gọi tắt là khối trụ, là phần không gian giới hạn bởi hình trụ tròn xoay kể cả hình trụ.*
2.1	***Công thức tính diện tích xung quanh, diện tích toàn của hình trụ và thể tích của khối trụ?***	*Cho hình trụ có chiều cao là* h *và bán kính đáy bằng* r.	*Diện tích xung quanh của hình trụ:* $S_{xq} = 2\pi rh$. *Diện tích toàn phần của hình trụ:* $S_{tp} = S_{xq} + 2.B = 2\pi rh + 2\pi r^2$. *Thể tích khối trụ:* $V = B.h = \pi r^2 h$.

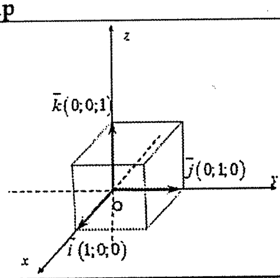
2.2	*Thiết diện của hình trụ cắt bởi một mặt phẳng*		*a) Các thiết diện đi qua trục của một hình trụ là các hình chữ nhật bằng nhau.*
			*b) Các thiết diện song song với trục của hình trụ là hình chữ nhật.*
2.3	***Diện tích của thiết diện song song với trục.***	*Cho hình trụ có bán kính đáy là R, đường sinh ℓ. Cắt khối trụ bởi một mặt phẳng song song với trục và cách trục một khoảng là d. Tính diện tích của thiết diện được tạo nên theo r, ℓ, d*	*Diện tích của thiết diện được tạo nên theo r, ℓ, d có dạng:* $S_{td} = 2\ell\sqrt{R^2 - d^2}$. 
3.	***Nêu khái niệm mặt cầu ngoại tiếp, nội tiếp hình đa diện***		***Mặt cầu ngoại tiếp*** *hình đa diện nếu tất cả các đỉnh của hình đa diện đều nằm trên mặt cầu.* ***Mặt cầu nội tiếp*** *hình đa diện nếu mặt cầu đó tiếp xúc với tất cả các mặt của hình đa diện.* *Khi mặt cầu nội tiếp (ngoại tiếp) hình đa diện, người ta cũng nói hình đa diện ngoại tiếp (nội tiếp) mặt cầu.* ***Chú ý: Mặt cầu ngoại tiếp khối chóp*** *Điều kiện cần và đủ để hình chóp $S.A_1A_2...A_n$ có mặt cầu ngoại tiếp là đa giác đáy $A_1A_2...A_n$ nội tiếp được trong một đường tròn.* *Do đó:* *Tất cả hình chóp có đáy là tam giác đều có mặt cầu ngoại tiếp.* *Hình chóp có đáy là hình chữ nhật, hình vuông, hình thang cân đều có mặt cầu ngoại tiếp.*

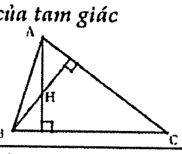
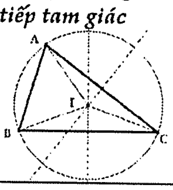
3.1	***Đường tròn ngoại tiếp của các tam giác, tứ giác đặc biệt***		***Tam giác đều:*** *Đường tròn ngoại tiếp tam giác đều ABC có tâm O trùng với trọng tâm tam giác và bán kính* $r = OA = \frac{2}{3}AM = \frac{2}{3}.\frac{AB\sqrt{3}}{2} = \frac{AB\sqrt{3}}{3}$.
			***Tam giác vuông:*** *Đường tròn ngoại tiếp tam giác vuông ABC tại A có tâm O là trung điểm của cạnh huyền và bán kính* $r = OA = \frac{BC}{2}$.
			***Hình vuông và hình chữ nhật:*** *Đường tròn ngoại tiếp hình vuông/hình chữ nhật $ABCD$ có tâm là giao điểm O của hai đường chéo và bán kính* $r = OA = \frac{AC}{2}$.
3.2	*Tâm và bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình chóp* *Chú ý: Tâm mặt cầu ngoại tiếp hình chóp là điểm cách đều các đỉnh của hình chóp. Do đó, tâm I mặt cầu ngoại tiếp hình chóp là giao điểm của trục đường tròn ngoại tiếp mặt phẳng đáy và mặt phẳng trung trực của một cạnh bên hình chóp. Bán kính là khoảng cách từ I đến các*	*Cho hình chóp $SABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại chân đường cao của hình chóp hoặc đáy là tam giác đều hoặc đáy là tam giác thường. Biết SA vuông góc với đáy.* 	*Bán kính mặt cầu ngoại tiếp :* $R = IA = \sqrt{AO^2 + IO^2} = \sqrt{r^2 + \left(\frac{SA}{2}\right)^2} = \sqrt{r^2 + \left(\frac{h}{2}\right)^2}$. *với $h = SA$ là chiều cao của hình chóp và $r = OA$ là bán kính đường tròn ngoại tiếp đáy.*
		Hình chóp đều S.ABC (hoặc hình chóp đều S.ABCD).	*Bán kính mặt cầu ngoại tiếp* $R = SI = \frac{SN.SC}{SO} = \frac{SC^2}{2SO} = \frac{SA^2}{2SO}.\left(= \frac{(canh\,ben)^2}{2 \times chieu\,cao}\right)$

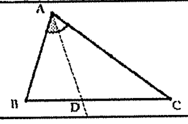
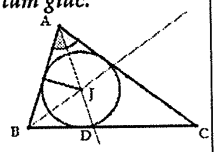
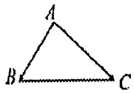
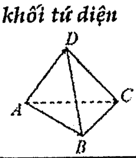
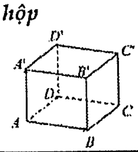
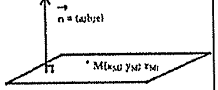
	đỉnh của hình chóp.		
		Hình chóp S.ABC (hoặc S.ABCD), có mặt bên (SAB) vuông góc mặt đáy. 	*Khi đó bán kính mặt cầu ngoại tiếp* $R = IS = \sqrt{O'S^2 + OA^2 - \left(\frac{AB}{2}\right)^2} = \sqrt{R_1^2 + R_2^2 - \left(\frac{d}{2}\right)^2}$. *Trong đó:* $R_1 = OA$ *bán kính đường tròn ngoại tiếp đáy* ABC; $R_2 = O'S$ *là bán kính đường tròn ngoại tiếp mặt bên* (SAB) *vuông góc với mặt đáy;* $d = AB$ *là đoạn giao tuyến của mặt bên* (SAB) *vuông góc với đáy và mặt đáy.*
3.3	***Mặt cầu ngoại tiếp lăng trụ***	***b) Mặt cầu ngoại tiếp hình hộp chữ nhật hoặc hình lập phương*** *Tâm: trùng với tâm đối xứng của hình hộp chữ nhật (hoặc hình lập phương). Bán kính: bằng nửa độ dài đường chéo hình hộp chữ nhật (hoặc hình lập phương).*	***a) Điều kiện*** *Điều kiện cần và đủ để hình lăng trụ có mặt cầu ngoại tiếp là hình lăng trụ đứng và có đáy nội tiếp đường tròn.* *Hình lăng trụ đứng có đáy tam giác luôn tồn tại mặt cầu ngoại tiếp.* *Hình hộp chữ nhật, hình lập phương luôn có mặt cầu ngoại tiếp.*

Chương III. CHUYÊN ĐỀ HÌNH HỌC OXYZ

BẢNG TỔNG KẾT CÁC DẠNG TOÁN THƯỜNG GẶP

Stt	*Yêu cầu bài toán*	Giả thiết	Công thức – Phương pháp
1.	***Vector đơn vị (là vector chỉ phương của một trục tọa độ, có độ lớn bằng 1)***	Trục hoành: Ox Trục tung: Oy Trục cao: Oz	Ox: $\vec{i}=(1;0;0)\Rightarrow\left\|\vec{i}\right\|=1$ Oy: $\vec{j}=(1;0;0)\Rightarrow\left\|\vec{j}\right\|=1$ Oz: $\vec{k}=(1;0;0)\Rightarrow\left\|\vec{k}\right\|=1$ $\vec{i}.\vec{j}=0,\ \vec{i}.\vec{k}=0,\ \vec{k}.\vec{j}=0$ 
1.1	***Tọa độ điểm thuộc trục tọa độ***	$M(x_M;y_M;z_M)$	$M\in Ox\Rightarrow M(x_M;0;0)$ $M\in Oy\Rightarrow M(0;y_M;0)$ $M\in Oz\Rightarrow M(0;0;z_M)$
1.2	***Tọa độ điểm thuộc các mặt phẳng tọa độ***	$M(x_M;y_M;z_M)$	$M\in(Oxy)\Rightarrow M(x_M;y_M;0)$ $M\in(Oyz)\Rightarrow M(0;y_M;z_M)$ $M\in(Oxz)\Rightarrow M(x_M;0;z_M)$
2.	***Tính tọa độ vector***	$\begin{cases}A(x_A;y_A;z_A)\\B(x_B;y_B;z_B)\end{cases}$	$\overrightarrow{AB}=(x_B-x_A;y_B-y_A;z_B-z_A)$
3.	***Phép tổng, hiệu của 2 vector***	$\begin{cases}\vec{u}=(a;b;c)\\\vec{v}=(x;y;z)\end{cases}$	$\vec{u}+\vec{v}=(a+x;b+y;c+z)$ $\vec{u}-\vec{v}=(a-x;b-y;c-z)$
4.	***Tích của 1 số thực với 1 vector***	$\begin{cases}k\in\mathbb{R}^*\\\vec{u}=(a;b;c)\end{cases}$	$k.\vec{u}=(ka;kb;kc)$
5.	***Độ dài của một vector***	$\vec{u}=(a;b;c)$	$\left\|\vec{u}\right\|=\sqrt{a^2+b^2+c^2}$
		$\begin{cases}A(x_A;y_A;z_A)\\B(x_B;y_B;z_B)\end{cases}$	$AB=\left\|\overrightarrow{AB}\right\|=\sqrt{(x_B-x_A)^2+(y_B-y_A)^2+(z_B-z_A)^2}$
6	***Hai vector bằng nhau***	$\begin{cases}\vec{u}=(a;b;c)\\\vec{v}=(x;y;z)\end{cases}$	$\vec{u}=\vec{v}\Leftrightarrow\begin{cases}a=x\\b=y\\c=z\end{cases}$
7	***Hai vector (khác vector 0) cùng phương***	$\begin{cases}\vec{u}=(a_1;a_2;a_3)\\\vec{v}=(b_1;b_2;b_3)\end{cases}$, $k\in\mathbb{R}^*$	$\vec{u},\vec{v}$ **cùng phương** $\Leftrightarrow\exists k\in\mathbb{R}^*:\vec{u}=k\vec{v}$ $\Leftrightarrow\begin{cases}a_1=kb_1\\a_2=kb_2\\a_3=kb_3\end{cases}\Leftrightarrow\dfrac{a_1}{b_1}=\dfrac{a_2}{b_2}=\dfrac{a_3}{b_3},\ (b_1,b_2,b_3\neq0)$ **(Phương pháp chứng minh 3 điểm thẳng hàng)**
8	***Tích vô hướng giữa hai vector***	$\begin{cases}\vec{u}=(a;b;c)\\\vec{v}=(x;y;z)\end{cases}$	$\vec{u}..\vec{v}=ax+by+cz$ **Đặc biệt:** $\vec{u}.\vec{v}=0\Leftrightarrow\vec{u}\perp\vec{v}$ **(Phương pháp chứng minh 2 đường thẳng vuông góc)**
9	***Góc giữa hai vector***	$\begin{cases}\vec{u}=(a;b;c)\\\vec{v}=(x;y;z)\end{cases},\alpha=(\vec{u};\vec{v})$	$\cos\alpha=\cos(\vec{u};\vec{v})=\dfrac{\vec{u}.\vec{v}}{\left\|\vec{u}\right\|.\left\|\vec{v}\right\|}$ **và** $\alpha\in\left[0;180^0\right]$

10*	*Tích có hướng giữa hai vector* $\begin{cases}\vec{n}\perp\vec{u}\\ \vec{n}\perp\vec{v}\end{cases}\Rightarrow\vec{n}=\left[\vec{u};\vec{v}\right]$	$\begin{cases}\vec{u}=(u_1;u_2;u_3)\\ \vec{v}=(v_1;v_2;v_3)\end{cases}$	$\left[\vec{u};\vec{v}\right]=\left(\begin{vmatrix}u_2 & u_3\\ v_2 & v_3\end{vmatrix};\begin{vmatrix}u_3 & u_1\\ v_3 & v_1\end{vmatrix};\begin{vmatrix}u_1 & u_2\\ v_1 & v_2\end{vmatrix}\right)$ $\Leftrightarrow\left[\vec{u};\vec{v}\right]=\left(u_2v_3-u_3v_2;u_3v_1-u_1v_3;u_1v_2-v_1u_2\right)$
			• $\left[\vec{u};\vec{v}\right]=\vec{0}\Leftrightarrow\vec{u},\vec{v}$ **cùng phương** • $\left[\overrightarrow{AB};\overrightarrow{AC}\right]=\vec{0}\Leftrightarrow A,B,C$ **thẳng hàng.**
			• $\left[\vec{u};\vec{v}\right]\neq\vec{0}\Leftrightarrow\vec{u};\vec{v}$ **không cùng phương**
			• $\left[\overrightarrow{AB};\overrightarrow{AC}\right]\neq\vec{0}\Leftrightarrow A,B,C$ **không thẳng hàng.** **(Phương pháp chứng minh 3 điểm lập thanh 1 tam giác)**
11	*Tích hỗn tạp của ba vector*	$\begin{cases}\vec{u}=(u_1;u_2;u_3)\\ \vec{v}=(v_1;v_2;v_3)\\ \vec{w}=(a;b;c)\end{cases}$	**Công thức:** $\left[\vec{u};\vec{v}\right].\vec{w}$ **(tính tích có hướng trước, rồi nhân vô hướng sau)**
			• $\left[\overrightarrow{AB};\overrightarrow{AC}\right].\overrightarrow{AD}=0\Leftrightarrow A,B,C,D$ **đồng phẳng**
			• $\left[\overrightarrow{AB};\overrightarrow{AC}\right].\overrightarrow{AD}\neq0\Leftrightarrow A,B,C,D$ **không đồng phẳng** **(Phương pháp chứng minh 4 điểm lập thành tứ diện)**
12	*Tọa độ trung điểm của một đoạn thẳng*	$\begin{cases}A(x_A;y_A;z_A)\\ B(x_B;y_B;z_B)\end{cases}$	**Gọi I là trung điểm AB** $\Rightarrow I\left(\dfrac{x_A+x_B}{2};\dfrac{y_A+y_B}{2};\dfrac{z_A+z_B}{2}\right)$
13	*Tọa độ trọng tâm của một tam giác*	$\begin{cases}A(x_A;y_A;z_A)\\ B(x_B;y_B;z_B)\\ C(x_c;y_C;z_C)\end{cases}$	**Gọi G là trọng tâm của tam giác ABC** $\Rightarrow G\left(\dfrac{x_A+x_B+x_C}{3};\dfrac{y_A+y_B+y_C}{3};\dfrac{z_A+z_B+z_C}{3}\right)$
14	*Tọa độ trọng tâm của một tứ diện*	$\begin{cases}A(x_A;y_A;z_A)\\ B(x_B;y_B;z_B)\\ C(x_c;y_C;z_C)\\ D(x_D;y_D;z_D)\end{cases}$	**Gọi E là trọng tâm của tứ diện ABCD** $\Rightarrow E\left(\dfrac{x_A+x_B+x_C+x_D}{4};\dfrac{y_A+y_B+y_C+y_D}{4};\dfrac{z_A+z_B+z_C+z_D}{4}\right)$
15	*Tìm tọa độ trực tâm của tam giác*  	$\begin{cases}A(x_A;y_A;z_A)\\ B(x_B;y_B;z_B)\\ C(x_c;y_C;z_C)\end{cases}$	**Gọi** $H(x_H;y_H;z_H)$ **là trực tâm của ABC** $\Leftrightarrow\begin{cases}BH\perp AC\\ CH\perp AB\\ A,B,C,H\text{ dong phang}\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}\overrightarrow{BH}.\overrightarrow{AC}=0\\ \overrightarrow{CH}.\overrightarrow{AB}=0\\ \left[\overrightarrow{AB};\overrightarrow{AC}\right].\overrightarrow{AH}=0\end{cases}$
16	*Tìm tọa độ tâm đường tròn ngoài tiếp tam giác*  	$\begin{cases}A(x_A;y_A;z_A)\\ B(x_B;y_B;z_B)\\ C(x_c;y_C;z_C)\end{cases}$	**Gọi** $I(x_I;y_I;z_I)$ **là tâm đường tròn ngoại tiếp** ΔABC $\Leftrightarrow\begin{cases}IA=IB\\ IA=IC\\ A,B,C,I\text{ dong phang}\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}AI^2=BI^2\\ AI^2=CI^2\\ \left[\overrightarrow{AB};\overrightarrow{AC}\right].\overrightarrow{AI}=0\end{cases}$
17	*Tìm tọa độ chân đường phân giác trong của một góc trong tam giác*	$\begin{cases}A(x_A;y_A;z_A)\\ B(x_B;y_B;z_B)\\ C(x_c;y_C;z_C)\end{cases}$	**Tính** $AB=?,AC=?$ **Gọi** $D(x_D;y_D;z_D)$ **là điểm cần tìm** $\dfrac{AB}{AC}=\dfrac{DB}{DC}=k\Leftrightarrow\overrightarrow{BD}=-k\overrightarrow{CD}\Rightarrow D\left(\dfrac{x_B+kx_C}{1+k};\dfrac{y_B+ky_C}{1+k};\dfrac{z_B+kz_C}{1+k}\right)$ **Tương tự với việc tìm tọa độ chân đường phân giác ngoài.**

			
18	*Tìm tọa độ tâm đường tròn nội tiếp tam giác.* 	$\begin{cases} A(x_A;y_A;z_A) \\ B(x_B;y_B;z_B) \\ C(x_c;y_C;z_C) \end{cases}$	**Tính độ dài** AB,BC,CA **. Gọi** $J(x_J;y_J;z_J)$ **là điểm cần tìm** $\Rightarrow \begin{cases} x_J = \dfrac{BCx_A + ACx_B + ABx_C}{BC+AC+AB} \\ y_J = \dfrac{BCy_A + ACy_B + ABy_C}{BC+AC+AB} \\ z_J = \dfrac{BCz_A + ACz_B + ABz_C}{BC+AC+AB} \end{cases}$
19	*Diện tích của một tam giác* 	$\begin{cases} A(x_A;y_A;z_A) \\ B(x_B;y_B;z_B) \\ C(x_c;y_C;z_C) \end{cases}$	$S_{\Delta ABC} = \dfrac{1}{2}\left\|\left[\overrightarrow{AB};\overrightarrow{AC}\right]\right\|$ **(tính tích có hướng trước, rồi tính độ dài của tích có hướng).**
20	*Diện tích của một hình bình hành*	$\begin{cases} A(x_A;y_A;z_A) \\ B(x_B;y_B;z_B) \\ C(x_c;y_C;z_C) \end{cases}$	$S_{ABCD} = \left\|\left[\overrightarrow{AB};\overrightarrow{AC}\right]\right\|$
21	*Thể tích của một khối tứ diện* 	$\begin{cases} A(x_A;y_A;z_A) \\ B(x_B;y_B;z_B) \\ C(x_c;y_C;z_C) \\ D(x_D;y_D;z_D) \end{cases}$	$V_{ABCD} = \dfrac{1}{6}\left\|\left[\overrightarrow{AB};\overrightarrow{AC}\right].\overrightarrow{AD}\right\|$ **(tính tích hỗn tạp trước, rồi lấy giá trị tuyệt đối)**
22	*Thể tích của khối hộp* 	**Cho tọa độ** ***A,B,D,A'***	$V_{ABCD.A'B'C'D'} = \left\|\left[\overrightarrow{AB},\ \overrightarrow{AD}\right].\overrightarrow{AA'}\right\|$ **(tính tích hỗn tạp trước, rồi lấy giá trị tuyệt đối)**
23	*Tính bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác*	$\begin{cases} A(x_A;y_A;z_A) \\ B(x_B;y_B;z_B) \\ C(x_c;y_C;z_C) \end{cases}$	$R = \dfrac{AB.BC.CA}{4S_{\Delta ABC}} = \dfrac{AB.BC.CA}{2\left\|\left[\overrightarrow{AB};\overrightarrow{AC}\right]\right\|}$
24*	*Phương trình mặt cầu (S)*	**Tâm:** $I(a;b;c)$ **Bán kính R**	**Dạng tổng quát:** $(x-a)^2+(y-b)^2+(z-c)^2=R^2$ **Dạng khai triển:** $x^2+y^2+z^2-2ax-2by-2cz+d=0$ **Với** $R=\sqrt{a^2+b^2+c^2-d}>0$ **(Thường áp dụng khi viết mặt cầu qua 4 điểm)**
25*	*Phương trình mặt phẳng (P)* 	$M(x_M;y_M;z_M)$ $\vec{n}=(a;b;c)\neq\vec{0}$	$a(x-x_M)+b(y-y_M)+c(z-z_M)=0$ **Hay** $ax+by+cz+d=0$ **Đặc biệt** $\begin{cases} A(a;0;0)=(P)\cap Ox \\ B(0;b;0)=(P)\cap Oy \\ C(0;0;c)=(P)\cap Oz \end{cases} \Rightarrow (P): \dfrac{x}{a}+\dfrac{y}{b}+\dfrac{z}{c}=1$

26*	*Phương trình đường thẳng (d)*	$M(x_M;y_M;z_M)$ $\vec{u}=(a;b;c)\neq\vec{0}$	Dạng tham số: $\begin{cases}x=x_M+at\\y=y_M+bt\ (t\in R)\\z=z_M+ct\end{cases}$
			Dạng chính tắc: $\dfrac{x-x_o}{a}=\dfrac{y-y_o}{b}=\dfrac{z-z_o}{c}$ $(a;b;c\neq 0)$
27	*Tìm tọa độ một điểm thuộc một đường thẳng*	$\begin{cases}x=x_M+at\\y=y_M+bt\ (t\in R)\\z=z_M+ct\end{cases}$	$N\in d\Rightarrow N(x_M+at;y_M+bt;z_M+ct)$ Chọn $t=t_o$ (số cụ thê) $\Rightarrow N(x_M+at_o;y_M+bt_o;z_M+ct_o)$
28	*Tìm tọa độ một điểm thuộc một mặt phẳng*	$ax+by+cz+d=0$	$M\in(P)\Rightarrow ax_M+by_M+cz_M=0$ Chọn 2 trong 3 tọa độ x_M,y_M là các số bất kỳ (thường là số 0) để tìm tọa độ còn lại.
29*	*Tìm tọa độ giao điểm của đường thẳng và mặt phẳng*	$\begin{cases}x=x_M+at\\y=y_M+bt\ (t\in R)\\z=z_M+ct\end{cases}$ $Ax+By+Cz+D=0$	$N\in d\Rightarrow N(x_M+at;y_M+bt;z_M+ct)$ Mặt khác $N\in(P)\Rightarrow A(x_M+at)+B(y_M+bt)+C(z_M+ct)=0$ Giải phương trình trên tìm $t=t_o$ (là một số thực) Thay vào $N(x_M+at;y_M+bt;z_M+ct)\Rightarrow N$
		$\dfrac{x-x_o}{a}=\dfrac{y-y_o}{b}=\dfrac{z-z_o}{c}$ $Ax+By+Cz+D=0$	Giải hệ $\begin{cases}\dfrac{x-x_o}{a}=\dfrac{y-y_o}{b}=\dfrac{z-z_o}{c}\\Ax+By+Cz+D=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}bx-ay=bx_o-ay_o\\cy-bz=cy_o-bz_o\\Ax+by+Cz=-D\end{cases}$
30	*Tìm tọa độ 1 điểm thuộc giao tuyến của hai mặt phẳng*	$ax+by+cz+d=0$ (P) $Ax+By+Cz+D=0$	Giả sử $M(x_M;y_M;z_M)\in(P)\cap(Q)$ Ta có $\begin{cases}ax_M+by_M+cz_M+d=0\\Ax_M+By_M+Cz_M+D=0\end{cases}$ Ta cho 1 trong 3 tọa độ $x_M;y_M;z_M$ là một số bất kỳ (thường là số 0, giải và tìm 2 tọa độ còn lại)
31	*Tìm tọa độ giao điểm của đường thẳng và mặt cầu (khi cắt nhau)*	$\begin{cases}x=x_M+at\\y=y_M+bt\ (t\in R)\\z=z_M+ct\end{cases}$ $(x-a)^2+(y-b)^2+(z-c)^2=R^2$	Xét phương trình $(x_M+at-A)^2+(y_M+bt-B)^2+(z_M+ct-C)^2=R^2$ Giải phương trình này ta tìm được $t=t_1,t=t_2$ Thay vào phương trình đường thẳng để tìm điểm.
32	*Khoảng cách từ điểm đến mặt phẳng*	**Cho** $M(x_M;y_M;z_M)$ $(P):ax+by+cz+d=0$	$d(M;(P))=\dfrac{\lvert ax_M+by_M+cz_M+d\rvert}{\sqrt{a^2+b^2+c^2}}$ **Nếu** $d(M;(P))=0\Leftrightarrow M\in(P)$
33	*Khoảng cách từ điểm đến đường thẳng*	**Cho** $N(x_o;y_o;z_o)$ $\Delta:\begin{cases}qua\,M(x_1;y_1;z_1)\\vtcp:\vec{u}=(a_1;a_2;a_3)\end{cases}$	$d(M;\Delta)=\dfrac{\left\lvert\left[\vec{u};\overrightarrow{MN}\right]\right\rvert}{\lvert\vec{u}\rvert}$ Nếu $d(M;\Delta)=0\Leftrightarrow M\in\Delta$ ***(Phần này thuộc chương trình nâng cao)***
34	*Khoảng cách giữa hai mặt phẳng song song*	$(P):ax+by+cz+d=0$ $(Q):ax+by+cz+e=0$ $d\neq e$	**Chọn một điểm M thuộc mặt phẳng (Q) (xem lại stt 28)** $d[(P);(Q)]=d(M;(Q))$ **(xem lại stt 32)**
35	*Khoảng cách giữa đường thẳng và mặt phẳng song song*	$\dfrac{x-x_o}{a}=\dfrac{y-y_o}{b}=\dfrac{z-z_o}{c}$ $(P):ax+by+cz+d=0$	**Chọn một điểm M thuộc đường d (xem lại stt 27)** $d[d;(P)]=d(M;(P))$ **(xem lại stt 32)**

36*	*Khoảng cách giữa hai đường thẳng chéo nhau*	$\dfrac{x-x_A}{a_1}=\dfrac{y-y_A}{b_1}=\dfrac{z-z_A}{c_1}$ $\begin{cases}x=x_B+a_2t\\y=y_B+b_2t\ (t\in R)\\z=z_B+c_2t\end{cases}$	d_1 **qua** $A(x_A;y_A;z_A)$ **có vtcp** $\overrightarrow{u_{d_1}}=(a_1;b_1;c_1)$ d_2 **qua** $B(x_B;y_B;z_B)$ **có vtcp** $\overrightarrow{u_{d_2}}=(a_2;b_2;c_2)$ $d(d_1;d_2)=\dfrac{\left\|\left[\overrightarrow{u_{d_1}};\overrightarrow{u_{d_2}}\right].\overrightarrow{AB}\right\|}{\left\|\left[\overrightarrow{u_{d_1}};\overrightarrow{u_{d_2}}\right]\right\|}$
37	*Vị trí tương đối của hai mặt phẳng*	$(P):ax+by+cz+d=0$ $(Q):ex+fy+gz+h=0$	$(P)\equiv(Q)\Leftrightarrow\dfrac{a}{e}=\dfrac{b}{f}=\dfrac{c}{g}=\dfrac{d}{h}$
			$(P)//(Q)\Leftrightarrow\dfrac{a}{e}=\dfrac{b}{f}=\dfrac{c}{g}\neq\dfrac{d}{h}$
			$(P)\cap(Q)=\Delta\Leftrightarrow\dfrac{a}{e}\neq\dfrac{b}{f}\neq\dfrac{c}{g}$ **Đặc biệt: Nếu** $(P)\perp(Q)\Leftrightarrow ae+bf+cg=0$
38	*Vị trí tương đối của hai đường thẳng*	$d:\begin{cases}qua\,M(x_1;y_1;z_1)\\vtcp:\vec{u}=(a_1;a_2;a_3)\end{cases}$ $\Delta:\begin{cases}qua\,N(x_2;y_2;z_2)\\vtcp:\vec{v}=(b_1;b_2;b_3)\end{cases}$ Tính $\vec{n}=[\vec{u};\vec{v}]$	• $\begin{cases}\vec{n}=\vec{0}\\M\in d\,(hay\,N\in\Delta)\end{cases}\Rightarrow\Delta\equiv d$ **(trùng)**
			• $\begin{cases}\vec{n}=\vec{0}\\M\notin d\,(hay\,N\notin\Delta)\end{cases}\Rightarrow\Delta//d$ **(song song)**
			• $\begin{cases}\vec{n}\neq\vec{0}\\\vec{n}.\overrightarrow{MN}=0\end{cases}\Rightarrow\Delta\cap d=\{A\}$ **(cắt nhau)**
			• $\begin{cases}\vec{n}\neq\vec{0}\\\vec{n}.\overrightarrow{MN}\neq0\end{cases}\Rightarrow\Delta$ và d **chéo nhau**
			Đặc biệt $\vec{u}.\vec{v}=0\Rightarrow d\perp\Delta$ **(có thể cắt nhau hoặc chéo nhau)**
39	*Vị trí tương đối của đường thẳng và mặt phẳng*	$d:\begin{cases}x=x_o+At\\y=y_o+Bt\\z=z_o+Ct\end{cases}$ $(P):ax+by+cz+d=0$	Xét phương trình $a(x_o+At)+b(y_o+Bt)+c(z_o+Ct)=0\ (^*)$ • $pt(^*)\Leftrightarrow0t=0$ (vô số nghiệm) $\Rightarrow d\subset(P)$
			• $pt(^*)\Leftrightarrow0t=m,(m\neq0)$ (vô nghiệm) $\Rightarrow d//(P)$
			• $pt(^*)\Leftrightarrow t=m$ (có một nghiệm) $\Rightarrow d\cap(P)=M$
40	*Vị trí tương đối của điểm và mặt cầu*	$M(x_o;y_o;z_o)$ $(S):\begin{cases}tam:I(a;b;c)\\ban\,kinh:R\end{cases}$	➤ $MI=R\Rightarrow I\in(S)$ **(điểm I nằm trên mặt cầu (S).**
			➤ $MI>R\Rightarrow I$ **nằm ngoài mặt cầu (S).**
			➤ $MI<R\Rightarrow I$ **nằm trong mặt cầu (S).**
41	*Vị trí tương đối giữa mặt phẳng và mặt cầu*	$(P):ax+by+cz+d=0$ $(S):\begin{cases}tam:I(a;b;c)\\ban\,kinh:R\end{cases}$ **Tính** $d(I;(P))=?$ **(xem lại 32)**	• $d(I;(P))=R\Leftrightarrow(P)$ tiếp xúc với mặt cầu (S) tại 1 điểm. (P) gọi là tiếp diện.
			• $d(I;(P))>R\Leftrightarrow(P)$ không cắt mặt cầu (S).
			• $d(I;(P))<R\Leftrightarrow(P)$ cắt mặt cầu (S) theo giao tuyến là đường tròn (C) có tâm H là hình chiếu của I là (P) và bán kính r thỏa mãn $r=\sqrt{R^2-d^2(I;(P))}$
42	*Vị trí tương đối giữa đường thẳng và mặt cầu*	$\Delta:\begin{cases}qua\,M(x_1;y_1;z_1)\\vtcp:\vec{u}=(a_1;a_2;a_3)\end{cases}$	➤ $d(I;\Delta)=R\Leftrightarrow\Delta$ tiếp xúc với mặt cầu (S) tại 1 điểm Khi đó ta Δ được gọi là tiếp tuyến.
			➤ $d(I;\Delta)>R\Leftrightarrow\Delta$ không cắt mặt cầu (S)

		$(S):\begin{cases} tam: I(a;b;c) \\ ban\ kinh: R \end{cases}$ Tính $d(I;\Delta)=?$ **(xem lại 33)**	➢ $d(I;\Delta)<R \Leftrightarrow \Delta$ cắt mặt cầu (S) tại hai điểm phân biệt A, B tạo thành dây cung AB
43	***Hình chiếu của 1 điểm lên các trục tọa độ***	$M(x_M;y_M;z_M)$	M *chiếu lên* $Ox \Rightarrow M'(x_M;0;0)$ M *chiếu lên* $Oy \Rightarrow M'(0;y_M;0)$ M *chiếu lên* $Oz \Rightarrow M'(0;0;z_M)$
44	***Hình chiếu của 1 điểm lên một mặt phẳng tọa độ***	$M(x_M;y_M;z_M)$	M *chiếu lên* $(Oxy) \Rightarrow M(x_M;y_M;0)$ M *chiếu lên* $(Oyz) \Rightarrow M(0;y_M;z_M)$ M *chiếu lên* $(Oxz) \Rightarrow M(x_M;y_M;0)$
44	***Hình chiếu của 1 điểm lên một đường thẳng***	$M(x_M;y_M;z_M)$ $\Delta:\begin{cases} qua\ A(x_1;y_1;z_1) \\ vtcp: \vec{u}=(a;b;c) \end{cases}$	Gọi H là hình chiếu của M lên $\Delta \Rightarrow \begin{cases} H\in\Delta \quad (1) \\ MH\perp\Delta \quad (2) \end{cases}$ Từ (1) suy ra $H(x_1+at;y_1+bt;z_1+ct)$ Suy ra $\overrightarrow{MH}=(x_1+at-x_M;x_2+bt-y_M;x_3+ct-z_M)$ Từ (2) $\Rightarrow \overrightarrow{MH}.\overrightarrow{u_\Delta}=0 \Rightarrow t=t_o \Rightarrow H(?;?;?)$
46	***Hình chiếu của 1 điểm lên một mặt phẳng (bất kỳ)***	$M(x_M;y_M;z_M)$ $(P): ax+by+cz+d=0$	Gọi H là hình chiếu của M lên (P) $\Rightarrow \begin{cases} MH\perp(P) \quad (1) \\ H=MH\cap(P) \quad (2) \end{cases}$ Từ (1) $\xrightarrow{MH\ qua\ M} MH:\begin{cases} x=x_M+at \\ y=y_M+bt \\ z=z_M+ct \end{cases}$ Suy ra $H(x_M+at;y_M+bt;z_M+ct)$ Lại có $H\in(P) \Rightarrow ... \Rightarrow t=t_o \Rightarrow H(?;?;?)$ Sử dụng công thức giải nhanh: $H(x_M+at_o;y_M+bt_o;z_M+ct_o)$ Với $t_o=-\left(\dfrac{Ax_M+By_M+Cz_M+D}{A^2+B^2+C^2}\right)$
47	***Viết phương trình hình chiếu của một đường thẳng lên một mặt phẳng***	$\Delta:\begin{cases} qua\ A(x_1;y_1;z_1) \\ vtcp: \vec{u}=(a;b;c) \end{cases}$ $(P): ax+by+cz+d=0$	Kiểm tra $d\cap(P)=\{M\}$ hay $d//(P)$ (xem lại 39) ➢ *TH1:* $d\cap(P)=\{M\}$*, chọn thêm 1 điểm* $N\in d$ *(xem lại 27)* *Tìm hình chiếu H của N lên (P) (xem lại 46)* *Phương trình hình chiếu qua M và N* ➢ *TH2:* $d//(P)$*, chọn thêm 1 điểm* $N\in d$ *(xem lại 27)* *Tìm hình chiếu H của N lên (P) (xem lại 46)* *Viết phương trình hình chiếu qua N và // với d*
48	***Điểm đối xứng của điểm qua một trục tọa độ***	$M(x_M;y_M;z_M)$	*N là điểm đối xứng của M qua trục Ox* $\Rightarrow N(x_M;-y_M;-z_M)$ *P là điểm đối xứng của M qua trục Oy* $\Rightarrow P(-x_M;y_M;-z_M)$ *Q là điểm đối xứng của M qua trục Oz* $\Rightarrow Q(-x_M;-y_M;z_M)$

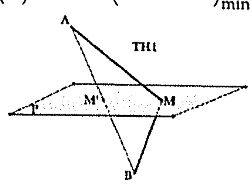
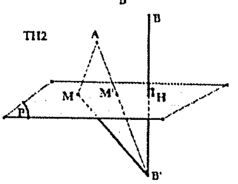
49	*Điểm đối xứng của điểm qua một mặt phẳng tọa độ*	$M(x_M;y_M;z_M)$	*N là điểm đối xứng của M qua trục Oxy* $\Rightarrow N(x_M;y_M;-z_M)$ *P là điểm đối xứng của M qua trục Oyz* $\Rightarrow N(-x_M;y_M;z_M)$ *Q là điểm đối xứng của M qua trục Oxz* $\Rightarrow N(x_M;-y_M;z_M)$
50	*Điểm đối xứng của điểm qua một đường thẳng*	$M(x_M;y_M;z_M)$ $\Delta:\begin{cases} qua\,A(x_1;y_1;z_1) \\ vtcp:\vec{u}=(a;b;c)\end{cases}$	*Gọi N là điểm đối xứng của M qua* Δ *Tìm tọa độ điểm H là hình chiếu của M lên* Δ *(xem 44)* *Khi đó H là trung điểm MN*
51	*Điểm đối xứng của điểm qua một mặt phẳng*	$M(x_M;y_M;z_M)$ $(P):ax+by+cz+d=0$	*Gọi N là điểm đối xứng của M qua* (P) *Tìm tọa độ điểm H là hình chiếu của M lên* (P) *(xem 45)* *Khi đó H là trung điểm MN*
52	*Viết phương trình đường thẳng là đối xứng của một đường thẳng khác qua một mặt phẳng*	$\Delta:\begin{cases} qua\,A(x_1;y_1;z_1) \\ vtcp:\vec{u}=(a;b;c)\end{cases}$ $(P):ax+by+cz+d=0$	➢ **TH1:** $\Delta\cap(P)=\{M\}$, chọn 1 điểm $N\in\Delta$ *(xem lại 27)*, tìm điểm N' đối xứng của N qua (P) *(xem lại 51)* khi đó đường thẳng d cần tìm chính là MN' ➢ **TH2:** $\Delta//(P)$, chọn 1 điểm $N\in\Delta$ *(xem lại 27)*, tìm điểm N' đối xứng của N qua (P) *(xem lại 51)* Khi đó đường thẳng d cần tìm qua N' và song song với Δ.
53	*Viết phương trình mặt phẳng là đối xứng của một mặt phẳng qua một mặt phẳng*	$(P):ax+by+cz+d=0$ $(Q):ex+fy+gz+h=0$	➢ **TH1:** $(P)\cap(Q)=\Delta$ ***(xem lại 37)*** B1: Tìm M, N là hai điểm chung của (P) và (Q) (xem lại 30). B2: Chọn một điểm $I\in(P)$ (xem lại 28) B3: Tìm điểm I' là đối xứng của I qua (Q) (xem lại 51) B4: Mặt phẳng cần tìm qua 3 điểm *M, N, I'* ➢ **TH2:** $(P)//(Q)$ ***(xem lại 37)*** B1: Chọn một điểm $I\in(P)$ (xem lại 28) B2: Tìm điểm I' là đối xứng của I qua (Q) (xem lại 51) B3: Mặt phẳng cần tìm qua I' và song song (P) ➢ **TH3:** $(P)\perp(Q)$ ***(xem lại 37)*** *Phương trình đối xứng của (P) qua (Q) cũng chính là (P)*
54	*Viết phương trình mặt cầu là đối xứng của một mặt cầu qua một mặt đường thẳng*	$\Delta:\begin{cases} qua\,A(x_1;y_1;z_1) \\ vtcp:\vec{u}=(a;b;c)\end{cases}$ $(S):\begin{cases} tam:I(a;b;c) \\ ban\,kinh:R\end{cases}$	B1: Tìm điểm I' đối xứng của I qua đường Δ *(xem lại 50)* B2: Khi đó $(S'):\begin{cases} tam:I' \\ ban\,kinh:R'=R\end{cases}$
55	*Viết phương trình mặt cầu là đối xứng của một mặt cầu qua một mặt phẳng*	$(P):ax+by+cz+d=0$ $(S):\begin{cases} tam:I(a;b;c) \\ ban\,kinh:R\end{cases}$	B1: Tìm điểm I' đối xứng của I qua đường (P) *(xem lại 51)* B2: Khi đó $(S'):\begin{cases} tam:I' \\ ban\,kinh:R'=R\end{cases}$
56	*Viết phương trình mặt phẳng chắn 3 trục tọa độ khi đi qua điểm đặc biệt (trọng tâm)*	Cho $G(x_G;y_G;z_G)$	Ta có $\begin{cases} A(a;0;0)=(P)\cap Ox \\ B(0;b;0)=(P)\cap Oy \\ C(0;0;c)=(P)\cap Oz\end{cases}$ và G là trọng tâm ΔABC

			$\Rightarrow \begin{cases} a = 3x_G \\ b = 3y_G \\ c = 3z_G \end{cases} \Rightarrow \boxed{(ABC): \frac{x}{3x_G} + \frac{y}{3y_G} + \frac{y}{3z_G} = 1}$ (*xem lại* 25)
57	*Viết phương trình mặt phẳng chắn 3 trục tọa độ khi đi qua điểm đặc biệt (trực tâm)*	**Cho** $H(x_H; y_H; z_H)$	**Cách 1: giải tự luận (xin dành cho bạn đọc)** **Cách 2: dùng công thức giải nhanh (phần c/m dành cho bạn)** $\boxed{(P): x_H x + y_H y + z_H z = x_H^2 + y_H^2 + z_H^2}$
58	*Viết phương trình mặt phẳng chắn 3 trục tọa độ khi đi qua điểm đặc biệt (tâm đường tròn ngoại tiếp)*	**Cho** $I(x_I; y_I; z_I)$	Ta có $\begin{cases} A(a;0;0) = (P) \cap Ox \\ B(0;b;0) = (P) \cap Oy \\ C(0;0;c) = (P) \cap Oz \end{cases}$ và I là tâm ngoại tiếp ΔABC Khi đó: $\begin{cases} AI^2 = BI^2 \\ AI^2 = CI^2 \\ \frac{x_I}{a} + \frac{y_I}{b} + \frac{z_I}{c} = 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = ? \\ b = ? \\ c = ? \end{cases}$
59	*Viết phương trình mặt phẳng trung trực của một đoạn*	$\begin{cases} A(x_A; y_A; z_A) \\ B(x_B; y_B; z_B) \end{cases}$	Ta có (P) là mp cần tìm thỏa $\begin{cases} qua\ I\ la\ trung\ diem\ AB \\ vtpt: \vec{n} = \overrightarrow{AB} \end{cases}$
60	*Viết phương trình đoạn vuông góc chung của 2 đường thẳng chéo nhau.*	$d_1 \begin{cases} qua\, M(x_1; y_1; z_1) \\ vtcp: \vec{u} = (a_1; a_2; a_3) \end{cases}$ $d_2 \begin{cases} qua\, N(x_2; y_2; z_2) \\ vtcp: \vec{v} = (b_1; b_2; b_3) \end{cases}$	**B1:** $\vec{n} = [\vec{u}; \vec{v}]$ **cũng chính là vtcp của đường thẳng qua đoạn vuông góc chung** Δ. **B2:** Viết pt $(\alpha): \begin{cases} d_2 \subset (\alpha) \\ d_1 \perp (\alpha) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \overrightarrow{n_\alpha} = [\vec{n}; \vec{v}] \\ N \in d_2 \Rightarrow N \in (\alpha) \end{cases}$ **B3:** Tìm $A = d_1 \cap (\alpha) \Rightarrow A \in \Delta$
61	*Các bài toán liên quan đến góc giữa đường và đường, đường và mặt, mặt và mặt*	$d_1 \begin{cases} qua\, M(x_1; y_1; z_1) \\ vtcp: \vec{u} = (a_1; a_2; a_3) \end{cases}$ $d_2 \begin{cases} qua\, N(x_2; y_2; z_2) \\ vtcp: \vec{v} = (b_1; b_2; b_3) \end{cases}$ $(P): ax + by + cz + d = 0$ $(Q): ex + fy + gz + h = 0$	$\cos(d_1; d_2) = \left\lvert \cos(\vec{u}; \vec{v}) \right\rvert = \frac{\left\lvert \vec{u}.\vec{v} \right\rvert}{\left\lvert \vec{u} \right\rvert . \left\lvert \vec{v} \right\rvert}$ **(Cùng loại là Cos)** $\cos[(P); (Q)] = \left\lvert \cos(\overrightarrow{n_P}; \overrightarrow{n_Q}) \right\rvert = \frac{\left\lvert \overrightarrow{n_P}.\overrightarrow{n_Q} \right\rvert}{\left\lvert \overrightarrow{n_P} \right\rvert . \left\lvert \overrightarrow{n_Q} \right\rvert}$ **(Cùng loại là Cos)** $\sin[d_1; (P)] = \left\lvert \cos(\vec{u}; \overrightarrow{n_P}) \right\rvert = \frac{\left\lvert \vec{u}.\overrightarrow{n_P} \right\rvert}{\left\lvert \vec{u} \right\rvert \left\lvert \overrightarrow{n_P} \right\rvert}$ **(khác loại là sin)**
MỘT SỐ DẠNG TOÁN VIẾT PHƯƠNG TRÌNH MẶT PHẲNG CÓ SỬ DỤNG ĐẾN TÍCH CÓ HƯỚNG.			
62	*(P) đi qua ba điểm không thẳng hàng*	$\begin{cases} A(x_A; y_A; z_A) \\ B(x_B; y_B; z_B) \\ C(x_C; y_C; z_C) \end{cases}$	**Cách 1:** $(P): \begin{cases} qua\ A(hoac\ qua\ B\ hoac\ qua\ C) \\ \vec{n} = [\overrightarrow{AB}; \overrightarrow{AC}] \end{cases}$ **Cách 2:** Gọi phương trình $(P): ax + by + cz + d = 0$ $\begin{cases} A \in (P) \\ B \in (P) \\ C \in (P) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} ax_A + by_A + cz_A + d = 0 \\ ax_B + by_B + cz_B + d = 0 \\ ax_C + by_C + cz_C + d = 0 \end{cases} \xrightarrow{d=1} \begin{cases} a = ? \\ b = ? \\ c = ? \end{cases}$

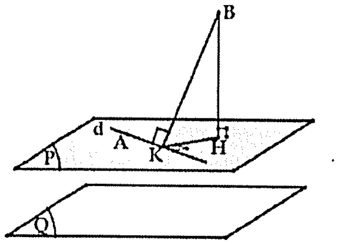
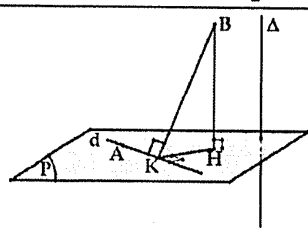
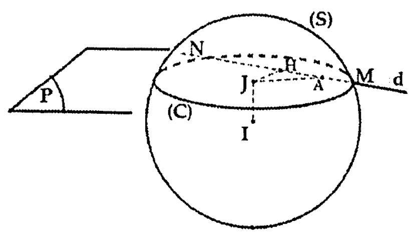
64	***(P) qua một điểm và vuông góc với 2 mặt phẳng (Q) và (R)***	$A(x_A;y_A;z_A)$ $(Q):ax+by+cz+d=0$ $(R):ex+fy+gz+h=0$	$(P):\begin{cases} qua\ A \\ (P)\perp(Q) \\ (P)\perp(R)\end{cases} \Rightarrow \begin{cases} qua\ A \\ \vec{n}=\left[\overrightarrow{n_Q};\overrightarrow{n_R}\right]\end{cases}$
65	***(P) qua một điểm và song song với 2 đường thẳng khác***	$A(x_A;y_A;z_A)$ $d_1\begin{cases} qua\,M(x_1;y_1;z_1) \\ vtcp:\vec{u}=(a_1;a_2;a_3)\end{cases}$ $d_2\begin{cases} qua\,N(x_2;y_2;z_2) \\ vtcp:\vec{v}=(b_1;b_2;b_3)\end{cases}$	$(P):\begin{cases} qua\ A \\ (P)//d_1 \\ (P)//d_2\end{cases} \Rightarrow \begin{cases} qua\ A \\ \vec{n}=\left[\vec{u};\vec{v}\right]\end{cases}$
66	***(P) qua hai điểm và vuông góc với một mặt phẳng khác***	$\begin{cases} A(x_A;y_A;z_A) \\ B(x_B;y_B;z_B)\end{cases}$ $(Q):ax+by+cz+d=0$	$(P):\begin{cases} qua\ A,B \\ (P)\perp(Q)\end{cases} \Rightarrow \begin{cases} qua\ A\ (hay\ qua\ B) \\ \vec{n}\perp\overrightarrow{AB} \\ \vec{n}\perp\overrightarrow{n_Q}\end{cases} \Rightarrow \begin{cases} qua\ A\ (hay\ qua\ B) \\ \vec{n}=\left[\overrightarrow{n_Q};\overrightarrow{AB}\right]\end{cases}$
67	***(P) qua hai điểm và song song với một đường thẳng khác***	Cho tọa độ A và B $\Delta:\begin{cases} qua\,M(x_1;y_1;z_1) \\ vtcp:\vec{u}=(a_1;a_2;a_3)\end{cases}$	$(P):\begin{cases} qua\ A,B \\ (P)//\Delta\end{cases} \Rightarrow \begin{cases} qua\ A\ (hay\ qua\ B) \\ \vec{n}\perp\overrightarrow{AB} \\ \vec{n}\perp\vec{u}\end{cases} \Rightarrow \begin{cases} qua\ A\ (hay\ qua\ B) \\ \vec{n}=\left[\vec{u};\overrightarrow{AB}\right]\end{cases}$
68	***(P) qua một điểm và chứa một đường thẳng khác***	$A(x_A;y_A;z_A)$ $\Delta:\begin{cases} qua\,M(x_1;y_1;z_1) \\ vtcp:\vec{u}=(a_1;a_2;a_3)\end{cases}$	$(P):\begin{cases} qua\ A \\ \Delta\subset(P) \\ m\in\Delta\end{cases} \Rightarrow \begin{cases} qua\ A\ (hay\ qua\ M) \\ \vec{n}\perp\overrightarrow{AM} \\ \vec{n}\perp\vec{u}\end{cases} \Rightarrow \begin{cases} qua\ A\ (hay\ qua\ M) \\ \vec{n}=\left[\vec{u};\overrightarrow{AM}\right]\end{cases}$
69	***(P) chứa một đường thẳng và song song với một đường thẳng khác***	$d_1\begin{cases} qua\,M(x_1;y_1;z_1) \\ vtcp:\vec{u}=(a_1;a_2;a_3)\end{cases}$ $d_2\begin{cases} qua\,N(x_2;y_2;z_2) \\ vtcp:\vec{v}=(b_1;b_2;b_3)\end{cases}$	$(P):\begin{cases} d_1\subset(P) \\ d_2//(P)\end{cases} \Rightarrow \begin{cases} M\in d_1\Rightarrow M\in(P) \\ \vec{n}\perp\vec{u} \\ \vec{n}\perp\vec{v}\end{cases} \Rightarrow \begin{cases} qua\ M \\ \vec{n}=\left[\vec{u};\vec{v}\right]\end{cases}$
70	***(P) chứa một đường thẳng và vuông góc với một mặt phẳng khác***	$\Delta:\begin{cases} qua\,M(x_1;y_1;z_1) \\ vtcp:\vec{u}=(a_1;a_2;a_3)\end{cases}$ $(Q):ax+by+cz+d=0$	$(P):\begin{cases} \Delta\subset(P) \\ (Q)\perp(P)\end{cases} \Rightarrow \begin{cases} M\in\Delta\Rightarrow M\in(P) \\ \vec{n}\perp\vec{u} \\ \vec{n}\perp\overrightarrow{n_Q}\end{cases} \Rightarrow \begin{cases} qua\ M \\ \vec{n}=\left[\vec{u};\overrightarrow{n_Q}\right]\end{cases}$
MỘT SỐ DẠNG TOÁN VIẾT PHƯƠNG TRÌNH ĐƯỜNG THẲNG CÓ LIÊN QUAN ĐẾN TÍCH CÓ HƯỚNG			
71	***(d) đi qua M và vuông góc với hai đường thẳng khác.***	$A(x_A;y_A;z_A)$ $d_1\begin{cases} qua\,M(x_1;y_1;z_1) \\ vtcp:\vec{u}=(a_1;a_2;a_3)\end{cases}$ $d_2\begin{cases} qua\,N(x_2;y_2;z_2) \\ vtcp:\vec{v}=(b_1;b_2;b_3)\end{cases}$	$d:\begin{cases} A\in d \\ d\perp d_1 \\ d\perp d_1\end{cases} \Rightarrow \begin{cases} qua\ A \\ \overrightarrow{u_d}\perp\vec{u} \\ \overrightarrow{u_d}\perp\vec{v}\end{cases} \Rightarrow \begin{cases} qua\ A \\ \overrightarrow{u_d}=\left[\vec{u};\vec{v}\right]\end{cases}$
72	***(d) đi qua M, song song với mặt phẳng (Q) và vuông góc với đường thẳng khác.***	$A(x_A;y_A;z_A)$ $\Delta:\begin{cases} qua\,M(x_1;y_1;z_1) \\ vtcp:\vec{u}=(a_1;a_2;a_3)\end{cases}$ $(Q):ax+by+cz+d=0$	$d:\begin{cases} A\in d \\ d\perp\Delta \\ d//(Q)\end{cases} \Rightarrow \begin{cases} qua\ A \\ \overrightarrow{u_d}\perp\vec{u} \\ \overrightarrow{u_d}\perp\overrightarrow{n_Q}\end{cases} \Rightarrow \begin{cases} qua\ A \\ \overrightarrow{u_d}=\left[\vec{u};\overrightarrow{n_Q}\right]\end{cases}$
73	***(d) là giao tuyến của hai mặt phẳng***	$(Q):ax+by+cz+d=0$ $(R):ex+fy+gz+h=0$	**B1: tìm M là điểm chung của (P) và (Q) (xem lại 30)**

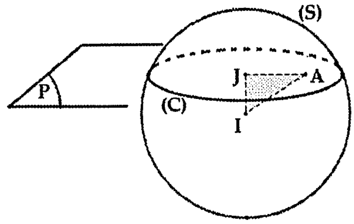
			B2: $d:\begin{cases} M\in d \\ d\subset(Q) \\ d\subset(R)\end{cases} \Rightarrow \begin{cases} qua\ M \\ \overrightarrow{u_d}\perp\overrightarrow{n_Q} \\ \overrightarrow{u_d}\perp\overrightarrow{n_R}\end{cases} \Rightarrow \begin{cases} qua\ M \\ \overrightarrow{u_d}=\left[\overrightarrow{n_Q};\overrightarrow{n_R}\right]\end{cases}$
74	*(d) nằm trong mặt phẳng (P), cắt và vuông góc với đường thẳng khác.*	$\Delta:\begin{cases} qua\,M(x_1;y_1;z_1) \\ vtcp:\vec{u}=(a_1;a_2;a_3)\end{cases}$ $(Q): ax+by+cz+d=0$	**B1: Tìm giao điểm I của Δ và (Q) $(I\in d)$ (xem lại 29)** **B2:** $d:\begin{cases} I\in d \\ d\subset(Q) \\ d\perp\Delta\end{cases} \Rightarrow \begin{cases} qua\ I \\ \overrightarrow{u_d}\perp\overrightarrow{n_Q} \\ \overrightarrow{u_d}\perp\vec{u}\end{cases} \Rightarrow \begin{cases} qua\ I \\ \overrightarrow{u_d}=\left[\overrightarrow{n_Q};\vec{u}\right]\end{cases}$
	MỘT SỐ DẠNG TOÁN VIẾT PHƯƠNG TRÌNH ĐƯỜNG THẲNG CÓ LIÊN QUAN ĐẾN THAM SỐ HÓA TỌA ĐỘ (KHI ĐƯỜNG THẲNG CẮT 1 ĐƯỜNG THẲNG KHÁC)		
75	*(d) qua một điểm và cắt hai đường thẳng khác*	$A(x_A;y_A;z_A)$ $d_1\begin{cases} qua\,M(x_1;y_1;z_1) \\ vtcp:\vec{u}=(a_1;a_2;a_3)\end{cases}$ $d_2\begin{cases} qua\,N(x_2;y_2;z_2) \\ vtcp:\vec{v}=(b_1;b_2;b_3)\end{cases}$	**B1: Lấy $B\in d_1, C\in d_2$ có tọa độ thỏa phương trình tham số của d_1, d_2. (hai tham số $t_1;t_2$)** **B2: MN qua A nên $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AC}$ cùng phương (xem lại 7), giải tìm được $t_1;t_2 \Rightarrow B,C$** **B3: Viết phương trình *d* qua 2 điểm B và C.**
76	*(d) song song d_3 với một đường thẳng và cắt hai đường thẳng khác d_1,d_2*	$d_1\begin{cases} qua\,M(x_1;y_1;z_1) \\ vtcp:\vec{u}=(a_1;a_2;a_3)\end{cases}$ $d_2\begin{cases} qua\,N(x_2;y_2;z_2) \\ vtcp:\vec{v}=(b_1;b_2;b_3)\end{cases}$ $d_3\begin{cases} qua\,P(x_3;y_3;z_3) \\ vtcp:\vec{w}=(c_1;c_2;c_3)\end{cases}$	**B1: Lấy $B\in d_1, C\in d_2$ có tọa độ thỏa phương trình tham số của d_1, d_2. (hai tham số $t_1;t_2$)** **B2: Do $BC//d_3$ nên $\overrightarrow{BC}$, $\overrightarrow{u_{d_3}}$ cùng phương (xem lại 7), giải tìm được $t_1;t_2 \Rightarrow B,C$** **B3: Viết phương trình *d* (song song d_3, hoặc qua B hoặc qua C)**
77	*(d) qua một điểm, vuông góc và cắt một đường thẳng khác.*	$A(x_A;y_A;z_A)$ $\Delta:\begin{cases} qua\,M(x_1;y_1;z_1) \\ vtcp:\vec{u}=(a_1;a_2;a_3)\end{cases}$	**B1:** Lấy $M\in\Delta$ (có tọa độ thỏa pt tham số của Δ) **B2:** $AM\perp d \Rightarrow \overrightarrow{AM}.\vec{u}=0 \Rightarrow t=? \Rightarrow M(?;?;?)$ **B3:** Viết phương trình *d* qua 2 điểm M và A.
78	*(d) vuông góc với một mặt phẳng và cắt hai đường thẳng khác.*	$d_1\begin{cases} qua\,M(x_1;y_1;z_1) \\ vtcp:\vec{u}=(a_1;a_2;a_3)\end{cases}$ $d_2\begin{cases} qua\,N(x_2;y_2;z_2) \\ vtcp:\vec{v}=(b_1;b_2;b_3)\end{cases}$ $(P): ax+by+cz+d=0$	**B1:** Lấy $B\in d_1, C\in d_2$ có tọa độ thỏa phương trình tham số của d_1, d_2. (hai tham số $t_1;t_2$) **B2:** Do $BC\perp(P)$ nên $\overrightarrow{BC}$, $\overrightarrow{n_P}$ cùng phương (xem lại 7), giải tìm được $t_1;t_2 \Rightarrow B,C$ **B3:** Viết phương trình *d* (có $\overrightarrow{u_d}=\overrightarrow{n_P}$, hoặc qua B hoặc qua C)
79	*(d) nằm trong một mặt phẳng và cắt hai đường thẳng khác.*	$d_1\begin{cases} qua\,M(x_1;y_1;z_1) \\ vtcp:\vec{u}=(a_1;a_2;a_3)\end{cases}$ $d_2\begin{cases} qua\,N(x_2;y_2;z_2) \\ vtcp:\vec{v}=(b_1;b_2;b_3)\end{cases}$ $(P): ax+by+cz+d=0$	**B1:** Tìm giao điểm $\{B\}=d_1\cap(P)$ và $\{C\}=d_2\cap(P)$ **B2:** Khi đó đường thẳng *d* qua 2 điểm B và C
	MỘT SỐ DẠNG VIẾT PHƯƠNG TRÌNH ĐƯỜNG THẲNG ĐẶC BIỆT TRONG TAM GIÁC		
80	*Viết phương trình đường trung tuyến*	*Cho tọa độ 3 đỉnh* $\begin{cases} A(x_A;y_A;z_A) \\ B(x_B;y_B;z_B) \\ C(x_c;y_C;z_C)\end{cases}$	Gọi M là trung điểm BC $\Rightarrow M(?;?;?)$ Viết phương trình đường thẳng AM
81	*Viết phương trình đường cao*		**B1:** Tính $\overrightarrow{n_{ABC}}=\left[\overrightarrow{AB};\overrightarrow{AC}\right]$ **B2:** Gọi AH là đường cao của ΔABC

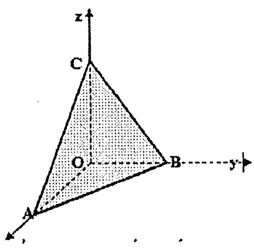
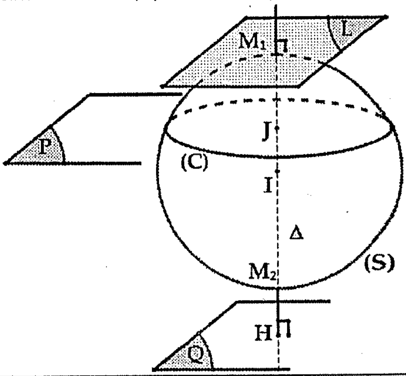
			Ta có $\begin{cases} AH \subset (ABC) \\ AH \perp BC \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \overrightarrow{u_{AH}} \perp \overrightarrow{n_{ABC}} \\ \overrightarrow{u_{AH}} \perp \overrightarrow{BC} \end{cases} \Rightarrow \overrightarrow{u_{AH}} = \left[\overrightarrow{n_{ABC}}; \overrightarrow{BC}\right]$ **B3:** AH qua A nhận $\overrightarrow{u_{AH}}$ làm vtcp.
82	*Viết phương trình đường trung trực*		**B1:** Tính $\overrightarrow{n_{ABC}} = \left[\overrightarrow{AB}; \overrightarrow{AC}\right]$ và M là trung điểm BC **B2:** Gọi d là đường trung trực của BC Ta có $\begin{cases} d \subset (ABC) \\ d \perp BC \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \overrightarrow{u_d} \perp \overrightarrow{n_{ABC}} \\ \overrightarrow{u_d} \perp \overrightarrow{BC} \end{cases} \Rightarrow \overrightarrow{u_d} = \left[\overrightarrow{n_{ABC}}; \overrightarrow{BC}\right]$ **B3:** d qua M nhận $\overrightarrow{u_d}$ làm vtcp.
83	*Viết phương trình đường phân giác*		**B1: Tính $\overrightarrow{AB}; \overrightarrow{AC}$ và tính $\overrightarrow{e_1} = \frac{\overrightarrow{AB}}{\left\|\overrightarrow{AB}\right\|}, \overrightarrow{e_2} = \frac{\overrightarrow{AC}}{\left\|\overrightarrow{AC}\right\|}$ là các vecto đơn vị của đường AB, AC.** **B2: Khi đó $\vec{e} = \overrightarrow{e_1} + \overrightarrow{e_2}$ là vtcp của đường phân giác $\measuredangle BAC$** **B3: d qua A và nhận $\vec{e}$ làm vtcp.**
MỘT SỐ DẠNG VIẾT PHƯƠNG TRÌNH MẶT CẦU THƯỜNG GẶP			
84	*Mặt cầu (S) có tâm và đi qua 1 điểm*	*Tâm* $I(a;b;c)$ $A(x_A; y_A; z_A)$	$A \in (S) \Rightarrow IA = R \Rightarrow (x-a)^2 + (y-b)^2 + (y-c)^2 = R^2$
85	*Mặt cầu (S) nhận một đoạn làm đường kính.*	$\begin{cases} A(x_A; y_A; z_A) \\ B(x_B; y_B; z_B) \end{cases}$	B1: tính I là trung điểm AB và độ dài $AB = ?$ B2: Do mặt cầu (S) nhận AB làm đường kính $\Rightarrow (S)$ có tâm là I và $R = \frac{AB}{2}$.
86	*Mặt cầu (S) có tâm và tiếp xúc với một mặt phẳng*	*tâm* $I(a;b;c)$ $(P): ax + by + cz + d = 0$	B1: do (P) tiếp xúc $(S) \Rightarrow R = d(I;(P))$ (xem lại 32) B2: Viết pt mặt cầu có tâm $I(a;b;c)$, bán kính R.
87	*Mặt cầu (S) đi qua 4 điểm*	*Cho tọa độ 4 điểm* $\begin{cases} A(x_A; y_A; z_A) \\ B(x_B; y_B; z_B) \\ C(x_c; y_C; z_C) \\ D(x_D; y_D; z_D) \end{cases}$	Gọi pt mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2ax - 2by - 2cz + d = 0$ $\begin{cases} A \in (S) \\ B \in (S) \\ C \in (S) \\ D \in (S) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = ? \\ b = ? \\ c = ? \\ d = ? \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} I(a;b;c) \\ R = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2 - d} \end{cases}$
88	*Mặt cầu (S) đi qua 3 điểm và có tâm thuộc một mặt phẳng bất kỳ*	$\begin{cases} A(x_A; y_A; z_A) \\ B(x_B; y_B; z_B) \\ C(x_c; y_C; z_C) \end{cases}$ $(P): ax + by + cz + d = 0$	Gọi pt mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2ax - 2by - 2cz + d = 0$ $\begin{cases} A \in (S) \\ B \in (S) \\ C \in (S) \\ I \in (P) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = ? \\ b = ? \\ c = ? \\ d = ? \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} I(a;b;c) \\ R = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2 - d} \end{cases}$
89	*Mặt cầu (S) đi qua 2 điểm và tâm thuộc một đường thẳng bất kỳ*	$\begin{cases} A(x_A; y_A; z_A) \\ B(x_B; y_B; z_B) \end{cases}$ $\Delta: \begin{cases} qua\, M(x_1; y_1; z_1) \\ vtcp: \vec{u} = (a_1; a_2; a_3) \end{cases}$	B1: tham số hóa tọa độ tâm I theo đường thẳng Δ (tham số t) B2: do $\begin{cases} A \in (S) \\ B \in (S) \end{cases} \Rightarrow R^2 = AI^2 = BI^2 \Rightarrow t = ? \Rightarrow \mathrm{I}(?;?;?)$ B3: *Viết pt mặt cầu (S) có I và R.*
90	*Mặt cầu (S) đi qua 1 điểm, có tâm thuộc*	$A(x_A; y_A; z_A)$	B1: tham số hóa tọa độ tâm I theo đường thẳng Δ (tham số t)

	một đường thẳng bất kỳ và tiếp xúc với một mặt phẳng	$\Delta:\begin{cases} qua\,M(x_1;y_1;z_1) \\ vtcp:\vec{u}=(a_1;a_2;a_3) \end{cases}$ $(P): ax+by+cz+d=0$	B2: do $\begin{cases} A\in(S) \\ (P)\,tiep\ xuc(S) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} IA=R \\ R=d(I;(P)) \end{cases} \Leftrightarrow AI^2=d^2\left[I;(P)\right]$ Giải phương trình trên tìm $t=?\Rightarrow I(?;?;?)$ B3: *Viết pt mặt cầu (S) có I và R.*
91	***Mặt cầu (S) có tâm, bị cắt bởi một mặt phẳng theo giao tuyến là đường tròn có diện tích (hoặc chu vi)***	*tâm* $I(a;b;c)$ $(P): ax+by+cz+d=0$ (C): có diện tích S (hoặc chu vi p)	Gọi r là bán kính đường tròn giao tuyến. B1: tính $d(I;(P))=?$ (xem lại 32) và từ $\left[\begin{array}{l} S=\pi r^2 \\ p=2\pi r \end{array}\right. \Rightarrow r=?$ B2: Ta có $R^2=d^2(I;(P))+r^2\Rightarrow R=?$ B3: *Viết pt mặt cầu (S) có I và R.*
92	***Mặt cầu (S) có tâm, bị cắt bởi một đường thẳng tại hai điểm phân biệt***	*tâm* $I(a;b;c)$ $\Delta:\begin{cases} qua\,M(x_1;y_1;z_1) \\ vtcp:\vec{u}=(a_1;a_2;a_3) \end{cases}$ $\{A;B\}=\Delta\cap(S)$ $AB=k$	B1: tính $d(I;\Delta)$ *(xem lại 33)* B2: Ta có $R^2=d^2(I;\Delta)+\dfrac{AB^2}{4}\Rightarrow R=?$ B3: *Viết pt mặt cầu (S) có I và R.*
	MỘT SỐ DẠNG TOÁN LIÊN QUAN ĐẾN CỰC TRỊ TRONG OXYZ		
93	*Cho* $(P): ax+by+cz+d=0$ *và hai điểm A, B* *Tìm* $M\in(P)\xrightarrow{ycbt}(MA+MB)_{\min}$   		**B1: xét vị trí tương đối giữa A, B với mặt phẳng (P)** **Gọi** $g(x;y;z)=ax+by+cz+d$ • $g(x_A;y_A;z_A).g(x_B;y_B;z_B)>0$: **A và B cùng phía so với (P)** • $g(x_A;y_A;z_A).g(x_B;y_B;z_B)<0$: **A và B trái phía so với (P)** TH1: A và B trái phía so với (P) Với mọi $M\in(P): MA+MB\ge AB\Rightarrow(MA+MB)_{\min}=AB$ $\Rightarrow M, A, B$ thẳng hàng hay $M=AB\cap(P)$ *(viết phương trình AB và tìm giao điểm AB và (P))* TH2: A và B cùng phía so với (P) B2.1: Tìm B' là đối xứng của B qua (P) (xem lại 51) B2.2: với mọi $M\in(P): MA+MB=MA+MB'\ge AB'$ $\Rightarrow(MA+MB')_{\min}=AB'$ (tương tự TH1)
94	*Cho* $(P): ax+by+cz+d=0$ *và hai điểm A, B* *Tìm* $M\in(P)\xrightarrow{ycbt}\lvert MA-MB\rvert_{\max}$		B1: xét vị trí tương đối giữa A, B với mặt phẳng *(P)* TH1: A và B cùng phía so với (P) Với mọi $M\in(P): \lvert MA-MB\rvert\le AB\Rightarrow\lvert MA-MB\rvert_{\max}=AB$ $\Rightarrow M, A, B$ thẳng hàng hay $M=AB\cap(P)$ *(viết phương trình AB và tìm giao điểm AB và (P))* TH2: A và B trái phía so với (P) B2.1: Tìm B' là đối xứng của B qua (P) (xem lại 51) B2.2: với mọi $M\in(P): \lvert MA-MB\rvert=\lvert MA-MB'\rvert\le AB'$ $\Rightarrow\lvert MA-MB'\rvert=AB'$ (tương tự TH1)
95	Cho $\Delta:\begin{cases} qua\,M_o(x_1;y_1;z_1) \\ vtcp:\vec{u}=(a_1;a_2;a_3) \end{cases}$ *và hai điểm A, B*		B1: tham số hóa điểm M theo đường Δ (tham số t)

96	**Tìm** $M \in \Delta \xrightarrow{ycbt} (MA+MB)_{\min}$ Cho $\Delta: \begin{cases} qua\, M(x_1; y_1; z_1) \\ vtcp: \vec{u} = (a_1; a_2; a_3) \end{cases}$ *và hai điểm A, B* **Tìm** $M \in \Delta \xrightarrow{ycbt} \lvert MA-MB \rvert_{\max}$	B2: biểu diễn $\left[\begin{array}{l} MA+MB = \sqrt{f(t)}+\sqrt{g(t)} \\ \lvert MA-MB \rvert = \sqrt{f(t)}-\sqrt{g(t)} \end{array}\right.$ Biến đổi $\begin{cases} f(t) = (at+b)^2 + c^2 \\ g(t) = (et+f)^2 + g^2 \end{cases}$. Đặt $\begin{cases} \vec{a} = (at+b; c) \\ \vec{b} = (et+f; g) \end{cases}$ B3: Sử dụng bất đẳng thức vecto $\boxed{\left\lvert \lvert\vec{a}\rvert - \lvert\vec{b}\rvert \right\rvert \le \lvert \vec{a}+\vec{b} \rvert \le \lvert\vec{a}\rvert + \lvert\vec{b}\rvert}$ B4: Dấu bằng xảy ra khi và chỉ khi $\vec{a}$ cùng phương $\vec{b} \Leftrightarrow \exists k \in R^*: \vec{a} = k\vec{b}$ *hay* một trong hai vecto bằng $\vec{0}$.
97	Cho $\Delta: \begin{cases} qua\, M_o(x_1; y_1; z_1) \\ vtcp: \vec{u} = (a_1; a_2; a_3) \end{cases}$ *và hai điểm A, B* **Tìm** $M \in \Delta \xrightarrow{ycbt} P = mMA^2 + n.MB^2$ **tìm** $\min P$ (*hay* $\max P$) *với* $m, n \in R$.	B1: tham số hóa điểm M theo đường Δ (tham số t) B2: biểu diễn $P(t) = mMA^2 + n.MB^2$ ***theo tham số t.*** B3: dùng phương pháp khảo sát hàm số tìm minP hoặc $\max P$ *Lưu ý: có thể xem lại cách làm của dạng 100.*
98	*" Cho n điểm* A_i $(i = 1,2,...,n)$ *và n số thực* a_i. *Tìm tọa độ điểm M trên đường thẳng* $\Delta: \begin{cases} qua\, M_o(x_1; y_1; z_1) \\ vtcp: \vec{u} = (a_1; a_2; a_3) \end{cases}$ *sao cho* $S = \left\lvert \sum_{i=1}^{n} a_i \overrightarrow{MA_i} \right\rvert$ *đạt giá trị nhỏ nhất.*	*Gọi* $I(x_I; y_I; z_I)$ *là điểm thỏa mãn* $a_1\overrightarrow{IA_1} + a_2\overrightarrow{IA_2} + ... + a_n\overrightarrow{IA_n} = \vec{0} \Leftrightarrow \sum_{i=1}^{n} a_i\overrightarrow{IA_i} = \vec{0}$. *Khi đó:* $S = \left\lvert \sum_{i=1}^{n} a_i\overrightarrow{MA_i} \right\rvert = \left\lvert a_1(\overrightarrow{MI} + \overrightarrow{IA_1}) + a_2(\overrightarrow{MI} + \overrightarrow{IA_2}) + ... + a_n(\overrightarrow{MI} + \overrightarrow{IA_n}) \right\rvert$ $\Rightarrow S = \left\lvert \sum_{i=1}^{n} a_i\overrightarrow{MI} \right\rvert \Rightarrow \min S \Leftrightarrow MI_{\min}$ *Khi đó M là hình chiếu của I lên đường thẳng* Δ. ***(xem lại 44)***
99	*" Cho n điểm* A_i $(i = 1,2,...,n)$ *và n số thực* a_i. *Tìm tọa độ điểm M thuộc mặt phẳng* $(P): ax+by+cz+d = 0$ *sao cho* $S = \left\lvert \sum_{i=1}^{n} a_i \overrightarrow{MA_i} \right\rvert$ *đạt giá trị nhỏ nhất.*	*Gọi* $I(x_I; y_I; z_I)$ *là điểm thỏa mãn* $a_1\overrightarrow{IA_1} + a_2\overrightarrow{IA_2} + ... + a_n\overrightarrow{IA_n} = \vec{0} \Leftrightarrow \sum_{i=1}^{n} a_i\overrightarrow{IA_i} = \vec{0}$. *Khi đó:* $S = \left\lvert \sum_{i=1}^{n} a_i\overrightarrow{MA_i} \right\rvert = \left\lvert a_1(\overrightarrow{MI} + \overrightarrow{IA_1}) + a_2(\overrightarrow{MI} + \overrightarrow{IA_2}) + ... + a_n(\overrightarrow{MI} + \overrightarrow{IA_n}) \right\rvert$ $\Rightarrow S = \left\lvert \sum_{i=1}^{n} a_i\overrightarrow{MI} \right\rvert \Rightarrow \min S \Leftrightarrow MI_{\min}$ *Khi đó M là hình chiếu của I lên mặt phẳng (P).* ***(xem lại 45)***
100	*" Cho n điểm* A_i $(i = 1,2,...,n)$ *và n số thực* a_i. *Tìm tọa độ điểm M thuộc mặt cầu* $(S): \begin{cases} tam\ I(a; b; c) \\ ban\ kinh\ R \end{cases}$ *sao cho* $S = \sum_{i=1}^{n} a_i MA_i^2$ *đạt giá trị nhỏ nhất.*	*Gọi* $H(x_I; y_I; z_I)$ *là điểm thỏa mãn* $a_1\overrightarrow{HA_1} + a_2\overrightarrow{HA_2} + ... + a_n\overrightarrow{HA_n} = \vec{0} \Leftrightarrow \sum_{i=1}^{n} a_i\overrightarrow{HA_i} = \vec{0}$. *Khi đó:* $S = \sum_{i=1}^{n} a_i \left(\overrightarrow{MA_i}\right)^2 = \sum_{i=1}^{n} a_i \left(\overrightarrow{MH} + \overrightarrow{HA_i}\right)^2$ $S = \sum_{i=1}^{n} a_i MH^2 + \underbrace{\sum_{i=1}^{n} a_i HA_i^2}_{const}$. *Do đó* $\min S \Leftrightarrow MH_{\min}$. *Khi đó M, H, I thẳng hàng hay* $\{M_1; M_2\} = IH \cap (S)$ *(tìm giao điểm giữa đường thẳng và mặt cầu xem lại 31).*

		Giả sử $HM_1 < MH_2 \Rightarrow MH_{\min} = HM_1$
101	*Cho mặt phẳng* $(Q): ax+by+cz+d=0$, *tọa độ hai điểm* $A(x_A;y_A;z_A)$, $B(x_B;y_B;z_B)$. $\xrightarrow{ycbt}$ *viết phương trình đường thẳng d thỏa* $\begin{cases} d//(Q) \\ A \in d \\ d(B;d)_{\max} \text{ hay } d(B;d)_{\min} \end{cases}$	 B1: Viết phương trình mặt phẳng $(P): \begin{cases} d \subset (P) \\ (P)//(Q) \end{cases}$ B2: Tìm H là hình chiếu của B lên mặt phẳng (P). (xem lại 46) B3: Kẻ HK vuông góc d tại K $\Rightarrow d(B;d) = BK$ • TH1: ΔBHK vuông tại H có $BK \geq BH \Rightarrow \min BK = BH$ *(khi đó d đi qua 2 điểm A và H).* • TH2: ΔBAK vuông tại K có $BK \leq BA \Rightarrow \max BK = BA$ *(khi đó d vuông AB hay* $A \equiv K$ *và* $\overrightarrow{u_d} = \left[\overrightarrow{n_Q};\overrightarrow{AB}\right]$
102	*Cho đường thẳng* $\Delta: \begin{cases} qua\ M_o(x_1;y_1;z_1) \\ vtcp: \vec{u} = (a_1;a_2;a_3) \end{cases}$, *tọa độ hai điểm* $A(x_A;y_A;z_A)$, $B(x_B;y_B;z_B)$. $\xrightarrow{ycbt}$ *viết phương trình đường thẳng d thỏa* $\begin{cases} d \perp \Delta \\ A \in d \\ d(B;d)_{\max} \text{ hay } d(B;d)_{\min} \end{cases}$	 Dựng mặt phẳng phụ $(P): \begin{cases} d \subset (P) \\ (P) \perp \Delta \end{cases}$ *(làm tương tự dạng 101).*
103	*Cho mặt cầu (S) có tâm I bán kính R. Điểm A thuộc mặt phẳng (P) và nằm trong mặt cầu (S).* $\xrightarrow{ycbt}$ *viết phương trình đường thẳng d thỏa* $\begin{cases} d \subset (P) \\ A \in d \\ \{M;N\} = d \cap (S) \end{cases} \longrightarrow \begin{cases} MN_{\max} \\ MN_{\min} \end{cases}$	 B1: (P) cắt (S) theo một đường tròn (C) có tâm J bán kính r. B2: Ta có M, N thuộc (C). Gọi H là trung điểm MN $\Rightarrow JH \perp MN$ và $MN = 2HM$ • TH1: ΔJAH vuông tại H nên $JH \leq JA$ $\Rightarrow MN_{\min} \Leftrightarrow JH_{\max} \Rightarrow JH = JA \Rightarrow H \equiv A$ hay $d \perp JA$. *(khi đó d có vtcp* $\overrightarrow{u_d} = \left[\overrightarrow{n_P};\overrightarrow{JA}\right]$ *)* • TH2: $MN_{\max} \Leftrightarrow MN = 2r \Rightarrow d$ đi qua 2 điểm J *và* A.

<table>
<tr>
<td>104</td>
<td>Cho mặt cầu (S) có tâm I bán kính R. Điểm A nằm trong mặt cầu (S).
$\xrightarrow{ycbt}$ viết phương trình mặt phẳng (P) qua A cắt (S) theo giao tuyến là một đường tròn có bán kính nhỏ nhất (hay diện tích nhỏ nhất, chu vi nhỏ nhất).</td>
<td>

• Gọi J là hình chiếu vuông góc của I lên mặt phẳng (P)
Suy ra $d\left(I;(P)\right)=IJ$
• ΔIJA vuông tại J nên $IJ \le IA$
Ta có: $\left[R_{(C)}\right]_{\min} \Leftrightarrow IJ_{\max} \Leftrightarrow IJ = IA \Rightarrow J \equiv A$
Khi đó $IA \perp (P) \Rightarrow \overrightarrow{n_P} = \overrightarrow{IA}$</td>
</tr>
<tr>
<td>105</td>
<td>Cho điểm $M(x_M;y_M;z_M)$ không thuộc các trục và mặt phẳng tọa độ.
$\xrightarrow{ycbt}$ viết pt mặt phẳng (P) qua M và cắt 3 tia Ox, Oy, Oz lần lượt tại A, B, C sao cho $V_{O.ABC}$ nhỏ nhất

</td>
<td>Ta có: $A(a;0;0)=(P)\cap Ox$, $B(0;b;0)=(P)\cap Oy$, $C(0;0;c)=(P)\cap Oz$ với $a,b,c>0$
Ta có $(P):\dfrac{x}{a}+\dfrac{y}{b}+\dfrac{z}{c}=1$ và
$M\in(P)\Rightarrow \dfrac{x_M}{a}+\dfrac{y_M}{b}+\dfrac{z_M}{c}=1$
Khi đó ta có $\dfrac{x_M}{a}+\dfrac{y_M}{b}+\dfrac{z_M}{c}\ge 3\sqrt[3]{\dfrac{x_M\cdot y_M z_M}{abc}}$
$\Rightarrow \dfrac{abc}{6}\ge\dfrac{27x_M\cdot y_M\cdot z_M}{6}\Leftrightarrow V\ge\dfrac{27x_M\cdot y_M\cdot z_M}{6}$
$\Rightarrow \min V=\dfrac{27x_M\cdot y_M\cdot z_M}{6}$ khi và chỉ khi
$\dfrac{x_M}{a}=\dfrac{y_M}{b}=\dfrac{z_M}{c}=\dfrac{1}{3}$
Do đó phương trình mặt phẳng sẽ có công thức là:
$$\boxed{(P):\dfrac{x}{3x_M}+\dfrac{y}{3y_M}+\dfrac{z}{3z_M}=1}$$</td>
</tr>
<tr>
<td>106</td>
<td>Cho mặt cầu (S) tâm I, bán kính R và phương trình mặt phẳng (P).
$\xrightarrow{ycbt}$Tìm điểm M thuộc (S) sao cho khoảng cách từ M đến (P) là lớn nhất (nhỏ nhất)

</td>
<td>TH1: $(P)\cap(S)=(C)$ (cắt theo đường tròn giao tuyến có tâm J, bán kính r)
Khi đó $\begin{cases} d\left(M;(P)\right)_{\max}=M_2J \\ d\left(M;(P)\right)_{\min}=M_1J \end{cases}$ (xem hình vẽ).

TH2: $(L)\cap(S)=\{M_1\}$ (tiếp xúc tại 1 điểm)
Khi đó $\begin{cases} d\left(M;(L)\right)_{\max}=M_2M_1 \\ d\left(M;(L)\right)_{\min}=0 \end{cases}$ (xem hình vẽ).

TH3: $(Q)\cap(S)=\varnothing$ (nằm ngoài nhau)
Khi đó: $\begin{cases} d\left(M;(Q)\right)_{\max}=HM_1 \\ d\left(M;(Q)\right)_{\min}=HM_2 \end{cases}$ (xem hình vẽ).
<u>Lưu ý:</u> việc tìm tọa độ M xin dành cho bạn đọc.</td>
</tr>
</table>

HỨA LÂM PHONG (CHỦ BIÊN)
ThS. ĐINH XUÂN NHÂN – NINH CÔNG TUẤN
PHẠM VIỆT DUY KHA – TRẦN HOÀNG ĐĂNG – LÊ MINH CƯỜNG

Sài gòn 11/04/17
Lâm Phong

KÌ THI THPT QUỐC GIA 2017

ÔN LUYỆN ĐỀ THI TRẮC NGHIỆM

TOÁN

Ngân hàng đề thi bám sát cấu trúc đề thi minh họa của Bộ Giáo dục và Đào tạo.

Hướng dẫn giải chi tiết và *Phân tích sai lầm thường gặp* trong từng câu hỏi.

ĐẶC BIỆT Tuyển tập những câu hỏi **HAY – LẠ - KHÓ** chinh phục điểm 8 – 9 – 10 .

NHÀ XUẤT BẢN HỒNG ĐỨC

MỤC LỤC

	Đề	Hướng dẫn giải
MỤC LỤC	3	
LỜI NÓI ĐẦU	4	
LƯU Ý KHI LÀM BÀI THI TRẮC NGHIỆM	5	
PHƯƠNG PHÁP LÀM BÀI TRẮC NGHIỆM MÔN TOÁN	8	
ĐỀ 1_ĐỀ MINH HỌA LẦN 1	19	143
ĐỀ 2_ĐỀ MINH HỌA LẦN 2	26	157
ĐỀ 3	33	169
ĐỀ 4	40	180
ĐỀ 5	47	195
ĐỀ 6	54	208
ĐỀ 7	62	220
ĐỀ 8	68	234
ĐỀ 9	76	245
ĐỀ 10	83	258
ĐỀ 11	90	271
ĐỀ 12	97	284
ĐỀ 13	104	295
ĐỀ 14	111	306
ĐỀ 15	118	317
TUYỂN TẬP CÁC BÀI TOÁN HAY LẠ KHÓ	125	327

LỜI NÓI ĐẦU

Như chúng ta đã biết, trong những năm trở lại đây, theo xu hướng đổi mới Giáo dục toàn diện, cùng với việc tích hợp hai kì thi Tốt nghiệp THPT và kì thi Tuyển sinh Đại Học – Cao Đẳng thành kì thi THPT Quốc Gia, đã dẫn đến việc đề thi có tính phân loại rất cao nhằm mục đích thực hiện hai nhiệm vụ trên. Đặc biệt trong năm nay, với hình thức thi thay đổi từ "tự luận" sang "trắc nghiệm" dẫn đến cách học của các em học Sinh cũng phải thay đổi.

Với các em học sinh, trước khi bước vào kì thi quan trọng này, việc trải nghiệm 90 phút qua các đề thi thử thật sự là hết sức bổ ích và quan trọng. Bởi qua đó, các em sẽ rèn luyện thêm cho mình những kỹ năng cần thiết, sự chủ động trong tâm lý phòng thi, đồng thời nhận ra được những phần kiến thức còn thiếu sót để kịp thời bổ sung và đặc biệt được tiếp cận với các dạng toán mới định hướng theo xu hướng ra đề của Bộ Giáo Dục & Đào Tạo. Nắm bắt và hiểu được những nhu cầu đó, nhóm tác giả đã dày công biên soạn Quyển sách Bộ đề thi thử này nhằm hỗ trợ cho giáo viên và các em học sinh có thêm tài liệu tham khảo.

Quyển sách được trình bày gồm 3 phần chính như sau:

- **Phần 1:** ***Những điều cần lưu ý và phương pháp làm bài trắc nghiệm môn Toán***: *"Thất bại là có nguyên nhân, thành công phải có phương pháp". Để có thể làm bài thật tốt trong quá trình ôn tập, các em nên xem kỹ các phần này thông qua những điều nhóm tác giả lưu ý và các phương pháp hay dùng trong giải bài tập trắc nghiệm như* ***phương pháp loại suy, phương pháp thử chọn, phương pháp chuẩn hóa số liệu, ...***

- **Phần 2:** ***Tuyển tập 15 đề thi thử minh họa*** *cho các bạn rèn luyện, điểm mới nhất là trong hướng dẫn giải chi tiết các câu hỏi của 15 đề thi này, chúng tôi đều có chú dẫn đến việc* ***phân tích các sai lầm từ các phương án nhiễu*** *của người làm.*

- **Phần 3:** ***Tuyển tập các bài hay – lạ – khó*** *từ các đề thi thử của các trường trên cả nước, các tạp chí Toán học uy tín, các group học tập trên mạng xã hội nhằm mục đích ôn luyện sâu sát hơn cho các bạn có nguyện vọng chinh phục điểm 8 - 9 – 10 trong kì thi sắp tới*

Trong quá trình biên soạn tài liệu này, chúng tôi đã tham khảo nhiều tài liệu khác nhau về các chuyên đề này. Nhân đây, cho phép nhóm tác giả được trân trọng gửi lời cảm ơn sâu sắc đến Quý Thầy Cô. Cũng xin chân thành cảm ơn Thầy Hồ Lộc Thuận (giáo viên trường Trung Học Thực Hành Đại Học Sư Phạm Tp Hồ Chí Minh) đã tận tình đọc và góp ý cho quyển sách.

Mặc dù chúng tôi đã rất cẩn thận, nghiêm túc trong các tính toán và cách trình bày của mình nhưng chắc chắn không tránh được những thiếu sót nhất định. Rất mong nhận được các ý kiến đóng góp từ Quý bạn đọc để Quyển sách hoàn thiện hơn.

Thay mặt cho Nhóm tác giả

HỨA LÂM PHONG.

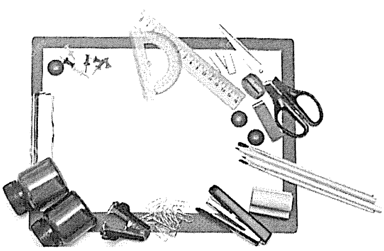
NHỮNG ĐIỀU CẦN LƯU Ý KHI LÀM BÀI TRẮC NGHIỆM MÔN TOÁN

1. Ôn tập kĩ trước khi làm bài.

Bạn không thể làm bài tốt nếu có một số kiến thức ở một chương nào đó bạn chưa vững. Qua các bài thi thử, bạn cũng sẽ nhận ra được mình có lỗ hổng kiến thức ở đâu, tốc độ giải bài tập nhanh hay chậm và điểm số thay đổi như thế nào qua từng bài thi. Hãy lưu tâm đến việc ôn thật kỹ và chắc kiến thức trước khi làm bài.

2. Chuẩn bị đồ dùng cần thiết.

Ngoài những vật dụng cá nhân được mang vào phòng thi theo quy định của Bộ Giáo dục và Đào tạo, để làm bài thi trắc nghiệm thì thí sinh cần chuẩn bị mang theo những đồ dùng cần thiết sau đây:



- 2 đến 3 cây bút chì đã gọt sẵn (loại mềm 2B hoặc 6B) để bút này gãy thì còn có bút khác thay. Dĩ nhiên đi kèm với đó là dụng cụ gôm để tẩy, và đồ gọt bút chì.
- 1 đến 2 cây bút bi cùng loại để ghi thông tin cá nhân.
- 2 Máy tính cầm tay để có thể sử dụng linh hoạt cùng lúc hoặc phòng khi gặp sự cố với một máy.
- Đồng hồ để theo dõi thời gian làm bài.

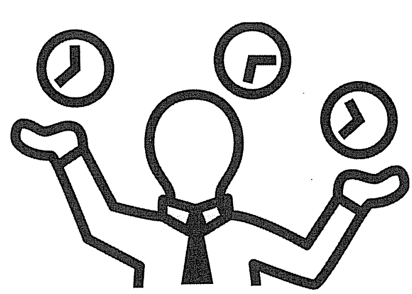
3. Đọc lướt qua một lượt đề thi.

Sau khi nhận đề thi, các bạn sẽ có khoảng 5 – 10 phút để kiểm tra đề xem có thiếu sót hoặc thắc mắc gì không. Hãy tranh thủ thời gian này để lướt nhanh qua một lượt đề thi. Sau khi đọc lướt một lượt xem phần nào chắc chắn thì làm trước.

4. Cần đọc kỹ câu hỏi khi làm bài.

Nên gạch chân các ý quan trọng trong câu hỏi. Trừ các câu chọn khẳng định đúng, sai thì đề bài luôn gồm 2 phần chính là giả thiết và yêu cầu bài toán. Khi đọc đề bài, các em nên gạch chân các giả thiết quan trọng và xác định rõ yêu cầu của bài toán là "tìm", "tính", "viết phương trình", "giải", "có bao nhiêu..." ,v,v... từ đó định hướng hướng giải cho bài toán.

5. Không nên dừng quá lâu cho một câu.



Các bạn nên làm theo từng phần để tránh bị bỏ sót, câu nào chưa làm được thì đánh dấu lại, sau khi làm xong các câu dễ thì quay lại hoàn thành nốt những câu đã bỏ qua. Lưu ý, các câu trắc nghiệm điểm là ngang nhau nên không nên tập trung quá nhiều thời gian vào một câu. Hãy tự kỷ luật với bản thân, nếu một câu mà quá 3 phút chưa có hướng giải thì ta cho qua và sẽ làm lại khi đã giải được các câu còn lại.

6. Phân chia thời gian làm bài hợp lý.

Khi làm bài, ta nên đưa ra một chiến lược thông minh như sau:

➢ **Bước 1 (ứng với 30 phút đầu tiên):** chỉ làm những câu dễ thật sự biết giải và giải nhanh ra đáp án. Thường các câu hỏi đó sẽ tập trung ở mức độ nhận biết và thông hiểu, chưa phải tính toán quá phức tạp. Với thời gian trên ta có thể hoàn thành từ 20 đến 25 câu. Các bạn giỏi có thể làm từ 25 đến 30 câu.

➢ **Bước 2 (ứng với 30 phút tiếp theo):** đây là khoảng thời gian rất quan trọng quyết định "đậu" hay "rớt" của bạn. Cần bình tĩnh tính toán cẩn thận các câu ở mức độ vận dụng thấp, chưa phải thật sự quá khó, hay không có hướng giải quyết. Với thời gian trên, ta có thể hoàn thành từ 10 đến 15 câu nữa.

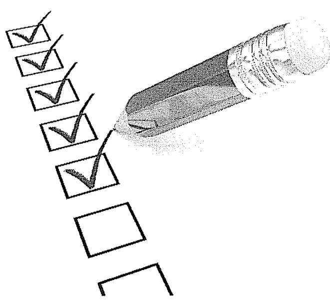
➢ **Bước cuối (ứng với 30 phút cuối cùng):** đây là khoảng thời gian cho những nỗ lực cuối cùng của các bạn. Thường những câu còn là những câu ở mức độ vận dụng cao, ta có thể sử dụng linh hoạt các phương pháp loại suy, thử chọn. Trong trường hợp không thể giải ra các câu hỏi đó nhưng vẫn phải bắt buộc chọn một trong 4 phương án thì các em có thể thống kê lại các phương án đã chọn với từng câu. Ví dụ: bạn Nam làm được 45 câu trong đó có 13 câu chọn A, 14 câu chọn B, 11 câu chọn C và 7 câu chọn D thì bạn Nam có thể 5 câu còn lại phương án D hết.

7. Tô trực tiếp đáp án vào phiếu trả lời trắc nghiệm.

Làm đến câu nào thí sinh dùng bút chì tô luôn vào phiếu trả lời ứng với câu trắc nghiệm đó. Không nên trả lời vào giấy nháp hoặc trên đề thi rồi mới tô vào phiếu trả lời, vì dễ bị thiếu thời gian hoặc tô nhầm đáp án. Số thứ tự câu trả lời mà thí sinh tô trên phiếu trả lời phải tương ứng với số thứ tự câu trắc nghiệm trong đề thi. Tránh trường hợp trả lời câu trắc nghiệm này nhưng tô nhầm vào hàng của câu khác trong phiếu trả lời. Điều này rất nguy hiểm vì sẽ dẫn đến các câu trả lời trong phiếu sẽ sai hàng loạt.

8. Chỉ tô các ô trả lời bằng bút chì.

Dùng bút chì tô đậm và lấp kín cả ô trả lời, không gạch chéo hoặc đánh dấu vào ô được chọn. Trong những trường hợp tô nhầm hoặc thay đổi đáp án thì thí sinh dùng tẩy thật sạch ô trả lời cũ và tô vào ô đáp án mình lựa chọn. Không được tô bất cứ ô nào trong phiếu trả lời trắc nghiệm bằng bút mực, bút bi.Tránh tuyệt đối việc tô 2 ô trả lời trở lên cho một câu trắc nghiệm. Trong trường hợp này máy sẽ không chấm và câu đó sẽ không có điểm.



9. Tránh làm bài theo cách giải tự luận.

Rất nhiều học sinh (kể cả các em học sinh giỏi) vẫn làm đề toán theo kiểu tự luận, nghĩa là đọc xong phần đề dẫn của câu hỏi (tương ứng phần đề bài toán tự luận) đã vội vàng vào làm ngay. Khi giải ra đáp số rồi mới so sánh với 4 phương án lựa chọn A, B, C, D để xem cái nào trùng khớp thì chọn. Đây có thể là một sai lầm, vì vậy các bạn nên thay đổi cách học từ "chậm mà chắc" sang "nhanh mà chính xác". Kinh nghiệm cho thấy bạn cũng có thể xem 4 phương án là một thông tin gợi ý cho ta tìm ra lời giải ở câu hỏi. Vì vậy đừng bỏ qua bất kì gợi ý nào cả.

10. Không nên thay đổi lựa chọn khi đã chọn.

Câu nào khi đã lựa chọn xong thì thôi, đừng thay đổi quyết định nhiều lần vì điều này làm giảm sự tự tin vào tạo nên sự do dự không cần thiết. Kinh nghiệm cho thấy rằng, những quyết định đầu tiên dễ đúng hơn các quyết định có điều chỉnh.

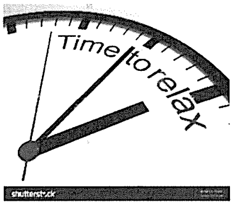
11. Biết lựa chọn phương pháp giải một cách thông minh để có kết quả nhanh.

Chúng ta thường tư duy theo kiểu lối mòn, máy móc cho 1 cách giải đối với một dạng toán nào đó. Điều này không sai nhưng nó không thật sự tối ưu khi làm bài trắc nghiệm. Tùy vào từng cách hỏi của bài, ta linh hoạt sử dụng cách phương pháp giải khác nhau sao cho nhanh nhất tìm ra đáp án.

12. Nên trả lời hết tất cả các câu hỏi, không bỏ sót bất kỳ câu nào.

Nếu có vài câu không giải được và không kịp thời gian làm bài thì có thể chọn thử ngẫu nhiên một trong bốn phương án. Khi đó bạn sẽ có 25% cơ hội trả lời đúng cho câu hỏi đó. Còn nếu để trống thì chắc chắn câu hỏi đó không có điểm.

13. Trong quá trình làm bài, hãy dành ra khoảng 1 – 2 phút nghỉ ngơi.



Rõ ràng 90 phút đấu trí với đề thi, não của bạn phải hoạt động hết công suất, đôi mắt có lúc mỏi mệt và đôi tay cũng có lúc rã rời. Hãy dừng lại ít phút để cơ thể được xả bớt phần nào căng thẳng. Bạn có thể uống một ít nước lọc để giúp cơ thể thấy thoải mái hơn. 75% cơ thể ta là nước mà và não cũng cần nước để dẫn truyền hoạt động. Nhưng cũng cần lưu ý không nên uống quá nhiều.

14. Nên kiểm tra, thử lại kết quả sau khi làm.

Khi bạn giải xong một câu thì trước hết nên kiểm tra lại xem đáp số đó có thỏa mãn các yêu cầu của bài toán không ? có phù hợp với những dữ kiện ban đầu mà đề bài đưa ra không ? Dễ thấy có rất nhiều câu ta hoàn toàn có thể thử lại bằng máy tính.

CÁC PHƯƠNG PHÁP LÀM BÀI TRẮC NGHIỆM MÔN TOÁN

★ "Phương Pháp Loại Suy" trong làm bài trắc nghiệm.

Khi làm bài trắc nghiệm, các bạn không chắc chắn về một đáp án nào đó thì có thể sử dụng "phương pháp loại trừ". Phỏng đoán, loại trừ không có nghĩa là bạn đoán "bừa" mà phải dựa trên những dữ liệu có trong bài và bằng các suy luận một cách logic, khoa học sẽ giúp ta tăng khả năng lựa chọn được đáp án đúng.

➢ **Bước 1**: *đầu tiên, liệt kê các điều kiện mà chỉ có ở đáp án đúng. Sắp xếp theo thứ tự "dễ kiểm tra" đến "khó kiểm tra"*

➢ **Bước 2**: *Kiểm chứng và loại trừ các phương án dựa theo các điều kiện đã sắp xếp ở bước 1 cho đến khi chỉ còn một phương án và đó chính là đáp án đúng.*

Lưu ý:

- *Khi các các điều kiện được nêu quá "ít ỏi" chưa đủ để "định hình" đáp án thì* ***không nên sử dụng phương pháp loại trừ.***
- *Trường hợp chỉ loại được 2 phương án, thì ta có thể sử dụng* ***"phương pháp thử chọn"*** *một trong hai phương án đó. Nếu thỏa mãn các điều kiện của bài toán thì chọn làm đáp án và ngược lại thì chọn phương án còn lại làm đáp án.*

Ví dụ 1. Trong không không gian với hệ tọa độ *Oxyz*, cho hai điểm $A(3;-5;2)$ và $B(-1;1;4)$. Viết phương trình mặt phẳng qua *A* và vuông góc với *AB*.

A. $2x+3y+z=17$. **B.** $2x-3y-z=19$. **C.** $2x+3y+z=-7$. **D.** $2x-3y-z=9$.

Hướng dẫn: đầu tiên ta thấy chỉ có duy nhất một mặt phẳng (P) thỏa mãn yêu cầu đề bài và nó phải đáp ứng đồng thời 2 điều kiện sau:

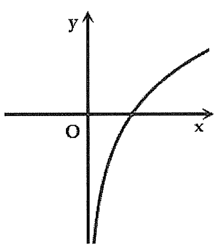
1. Mặt phẳng (P) qua điểm A $\longrightarrow$ thay tọa độ A vào các phương án để thử .

2. $\overrightarrow{AB}$ là một vecto pháp tuyến $\overrightarrow{n_P}$ của (P) $\longrightarrow$ $\overrightarrow{AB}$ cùng phương với $\overrightarrow{n_P}$ $\longrightarrow$ dùng dãy tỉ số tọa độ bằng nhau để thử.

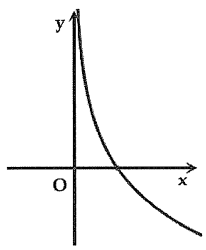
Nhận xét: dấu hiệu 1, dễ kiểm tra hơn nên ưu tiên thực hiện trước (loại phương án A và D)

Theo dấu hiệu 2, ta có $\overrightarrow{AB}=(-4;6;2)=-2(2;-3;-1)$ (loại phương án C). **Chọn B.**

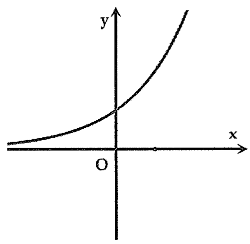
Ví dụ 2. Đồ thị nào dưới đây là đồ thị của hàm số $y=a^x$ (với $a>1$)?



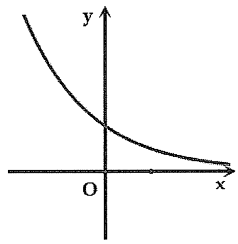
A.



B.



C.



D.

Hướng dẫn: đầu tiên ta thấy chỉ có duy nhất một đồ thị trong 4 phương án thỏa mãn yêu cầu đề bài và nó phải đáp ứng đồng thời 2 điều kiện sau:

1. Hàm số có tập xác định $x\in\mathbb{R}$ và $a>1\Rightarrow y=a^x>0$ $\longrightarrow$ phần đồ thị nào có $y<0$ bị loại.

2. Hàm số có $a > 1$ nên là hàm đồng biến trên $\mathbb{R} \longrightarrow$ dùng đạo hàm của hàm mũ để kiểm tra hoặc giả sử 1 số a bất kỳ thỏa $a > 1$ để kiểm tra.

Nhận xét: dấu hiệu 1, dễ kiểm tra hơn nên ưu tiên thực hiện trước (loại phương án A và B)

Theo dấu hiệu 2, ta có $y' = a^x \ln a > 0$ ($do\ a > 1$) (loại phương án D). **Chọn C.**

Ví dụ 3. Cho tích phân $I = \int\limits_1^2 x(1-x)^4 dx$ và đặt $t = 1 - x$. Chọn khẳng định ***đúng***?

A. $I = \int\limits_1^{-1} (1-t)t^4 dt$ **B.** $I = -\int\limits_1^{2} (1-t)t^4 dt$ **C.** $I = \int\limits_{-1}^{0} (1-t)t^4 dt$ **D.** $I = -\int\limits_{-1}^{0} (1-t)t^4 dt$.

Hướng dẫn: đầu tiên ta thấy chỉ có duy nhất một biểu thức trong 4 phương án thỏa mãn yêu cầu đề bài và nó phải đáp ứng đồng thời các điều kiện sau:

1. Hai cận của tích phân mới thay đổi thỏa $t = 1 - x \longrightarrow$ thay cận để kiểm tra.

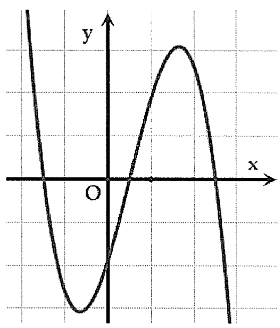
2. Kết quả của hai tích phân sau hai phép đổi biến là bằng nhau $\longrightarrow$ sử dụng máy tính cầm tay để kiểm tra.

3. $f(x) = f(t)$ thông qua phép đổi biến $t = 1 - x \longrightarrow$ thay vào để kiểm tra.

Nhận xét: dấu hiệu 1, ta có $x = 1 \Rightarrow t = 0,\ x = 2 \Rightarrow t = -1$ (loại phương án A và B)

Theo dấu hiệu 2 và 3, ta có $I = \int\limits_1^2 x(1-x)^4 dx = I = \int\limits_{-1}^{0} (1-t)t^4 dt$. **Chọn C.**

Ví dụ 4. (Đề minh họa Bộ GD&ĐT lần 2) Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị như hình vẽ. Mệnh đề nào dưới đây ***đúng***?



A. $a < 0, b > 0, c > 0, d < 0$. **B.** $a < 0, b < 0, c > 0, d < 0$.

C. $a > 0, b < 0, c < 0, d > 0$. **D.** $a < 0, b > 0, c < 0, d < 0$.

Hướng dẫn: quan sát dáng điệu của đường cong đồ thị hình vẽ ta thấy $a < 0$ (loại C).

Hay đồ thị cắt trục tung tại điểm có tung độ âm $\Rightarrow y(0) = d < 0$ (loại C).

Đồ thị có hai điểm cực trị có hoành độ trái dấu $\Rightarrow ac < 0 \xrightarrow{a<0} c > 0$ (loại D).

Nhận xét hoành độ cực tiểu lớn hơn -1 và hoành độ cực đại lớn hơn 1. Do đó ta có tổng hoành độ của 2 cực trị dương $\Rightarrow S = x_{CT} + x_{CD} = -\frac{b}{a} > 0 \xrightarrow{a<0} b > 0$ (loại B). **Chọn A**

Ví dụ 5. Trong không gian với hệ tọa độ *Oxyz*, cho tứ diện đều *S.ABC* có tọa độ các đỉnh là $A(3;-3;1)$, $B(0;0;1)$, $C(0;-3;4)$ và $S(3;0;4)$. Biết rằng hình chóp *S.ABC* ngoại tiếp mặt cầu (*R*). Viết phương trình mặt cầu (R).

A. $(R):\left(x-\frac{3}{2}\right)^2+\left(y+\frac{3}{2}\right)^2+\left(z-\frac{5}{2}\right)^2=\frac{27}{4}$. **B.** $(R):\left(x-\frac{1}{2}\right)^2+\left(y+\frac{5}{2}\right)^2+\left(z-\frac{3}{2}\right)^2=\frac{3}{4}$.

C. $(R):\left(x-\frac{3}{2}\right)^2+\left(y+\frac{3}{2}\right)^2+\left(z-\frac{5}{2}\right)^2=\frac{3}{4}$. **D.** $(R):\left(x-\frac{1}{2}\right)^2+\left(y+\frac{5}{2}\right)^2+\left(z-\frac{3}{2}\right)^2=\frac{27}{4}$.

Hướng dẫn: đầu tiên ta thấy chỉ có duy nhất một phương trình trong 4 phương án thỏa mãn yêu cầu đề bài và nó phải đáp ứng đồng thời các điều kiện sau:

1. Mặt cầu không đi qua tọa độ các đỉnh của hình chóp (*SABC*) (rất nhiều bạn sẽ nhầm lẫn với mặt cầu ngoại tiếp khối chóp do đọc không kỹ đề) $\longrightarrow$ thay tọa độ các đỉnh vào để kiểm tra.

2. Mặt cầu tiếp xúc với các mặt của hình chóp $\longrightarrow$ viết nhanh phương trình các mặt và kiểm tra điều kiện tiếp xúc.

Nhận xét: ta có tọa độ điểm *B thuộc mặt cầu (R) ở phương án A (loại A)*

Mặt khác: ta có $\begin{cases}A\in(ABC)\\B\in(ABC)\\C\in(ABC)\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}3a-3b+c=-d\\c=-d\\-3b+4c=-d\end{cases}\xrightarrow{d=-1}\begin{cases}a=1\\b=1\Rightarrow(ABC):x+y+z-1=0\\c=1\end{cases}$

Tương tự: ta có $(SAB):x+y-z-1=0$

Kiểm tra $\begin{cases}r=d\big(I;(ABC)\big)=\dfrac{\sqrt{3}}{2}\\r=d\big(I;(SAB)\big)=\dfrac{\sqrt{3}}{2}\end{cases}$ ta thấy chỉ có phương án C thỏa mãn. **Chọn C.**

Cách khác: Chiều cao *h* tứ diện đều là $V=\frac{1}{3}h.\frac{AB^2\sqrt{3}}{4}\Rightarrow h=\frac{AB\sqrt{6}}{3}\Rightarrow r=\frac{h}{4}=\frac{\sqrt{3}}{2}$

Lưu ý: *ta thấy rằng việc sử dụng "phương pháp loại suy" so với cách làm tự luận cũng tốn rất "nhiều thời gian" vì vậy trong tình huống này ta nên hạn chế sử dụng phương pháp này.*

★ "Phương Pháp Thử Chọn Kết Hợp Máy Tính Cầm Tay" trong làm bài trắc nghiệm.

Với các bài toán mà kết quả cần tìm dưới dạng các giá trị hoặc các khoảng giá trị của một hàm số nào đó hay các biểu thức ẩn dưới dạng phụ thuộc theo tham số m thì ta có thể sử dụng chức năng TABLE hoặc CALC của máy tính cầm tay để kiểm tra

Lưu ý: *nếu việc thử chọn quá lâu hoặc máy tính cầm tay không có các chức năng hỗ trợ thì ta nên kết hợp các phương pháp khác hoặc giải thuần tự luận.*

- *Khi làm bài trắc nghiệm, các bạn thấy hai phương án đối ngẫu nhau ví dụ: Có ⇔ không, dấu cộng ⇔ dấu trừ, hai số đối, hai số nghịch đảo, hai tập bù nhau, hai mệnh đề phủ định của nhau,.... Chúng ta hãy chú ý hơn về hai phương án đó, thường sẽ có một đúng và một sai và đáp án thường rơi vào một trong hai ý đó. Với suy nghĩ này, những câu đánh đố chúng ta sẽ có nhiều cơ hội chọn đúng hơn (50%).*

Ví dụ 1. (Thi thử lần 1 – THPT Lương Thế Vinh, Hà Nội) Cho $f(x)=x^2e^x$. Tìm tập nghiệm của phương trình $f'(x)=0$

A. $S=\{-2;0\}$. **B.** $S=\{-2\}$. **C.** $S=\varnothing$. **D.** $S=\{0\}$.

Hướng dẫn: *Ta có thể dùng chức năng* ***tính đạo hàm tại một điểm*** *của máy tính cầm tay (MTCT)*

Cách bấm: *nhập SHIFT +* $\frac{d}{dx}+f(X)\longrightarrow x=?$ *và ta thử các phương án lên, phương án nào cho* $f'(x)=0$ *thì thỏa mãn yêu cầu bài toán. Ta thấy* $f'(0)=0, f'(2)=0\Rightarrow S=\{-2;0\}$. **Chọn A**

Ví dụ 2. (Thi thử lần 2 – THPT Quảng Xương, Thanh Hóa) Tất cả các giá trị của m để phương trình $x^3-3x^2-m=0$ có 3 nghiệm phân biệt là:

A. $m\le 0$. **B.** $m\ge 4$. **C.** $0<m<4$. **D.** $-4<m<0$.

Hướng dẫn: *Ta có thể dùng chức năng* ***"giải phương trình bậc ba"*** *của máy tính cầm tay (MTCT) (số nghiệm của phương trình cũng chính là số giao điểm thỏa yêu cầu bài toán).*

Cách bấm: *nhập MODE + 5 (EQN) + chọn dạng phương trình bậc 3* $\longrightarrow m=?$

Đến đây ta thấy các phương án là khoảng giá trị chứa tham số m.

Giả sử chọn $m=4\in[4;+\infty)\Rightarrow x^3-3x^2-4=0\Rightarrow$ *chỉ có một nghiệm (loại B).*

Giả sử chọn $m=-5\in(-\infty;0]\Rightarrow x^3-3x^2+5=0\Rightarrow$ *chỉ có một nghiệm (loại A).*

Giả sử chọn $m=1\in(0;4)\Rightarrow x^3-3x^2-1=0\Rightarrow$ *chỉ có một nghiệm (loại C).* Do đó **chọn D**

Lưu ý: nếu chọn $m=-2\in(-4;0)\Rightarrow x^3-3x^2+2=0\Rightarrow$ *có 3 nghiệm phân biệt thì nhận luôn và kết thúc việc thử chọn.*

Ví dụ 3. (Thi thử lần 1 – ĐHSP Hà Nội) Hàm số $y=-\frac{1}{3}x^3+mx^2-x+1$ nghịch biến trên $\mathbb{R}$ khi và chỉ khi:

A. $m\in R\backslash[-1;1]$. **B.** $m\in R\backslash(-1;1)$. **C.** $m\in[-1;1]$. **D.** $m\in(-1;1)$.

Hướng dẫn: *Ta có thể dùng chức năng lập bảng số liệu TABLE của máy tính cầm tay (MTCT) để quan sát tính đơn điệu của hàm số trên khi thử với các giá trị tham số m cụ thể.*

Cách bấm: *nhập MODE + 7 (TABLE) + nhập hàm f(X)* $\longrightarrow m=?$

Giả sử $m=1\Rightarrow y=-\frac{1}{3}x^3+x^2-x+1\xrightarrow{TABLE}\begin{cases}Start: X=-8\\ End: X=8\\ Step: X=1\end{cases}$ *(quan sát bảng ta thấy khi "giá trị x tăng lên thì giá trị y giảm dần) thỏa mãn nên ta loại hai phương án A và D)*

Giả sử $m=0\in[-1;1]\Rightarrow y=-\frac{1}{3}x^3-x+1\xrightarrow{TABLE}\begin{cases}Start: X=-8\\ End: X=8\\ Step: X=1\end{cases}$ *(quan sát bảng ta thấy thỏa mãn do đó ta loại nốt phương án B.* **Chọn đáp án C.**

Ví dụ 4. (THPT Đoan Hùng, Phú Thọ) Tìm tập xác định D của hàm số $y=\sqrt{\log_{\sqrt{3}}(x-1)+\log_{\frac{1}{\sqrt{3}}}(5-x)}$

A. $D=[3;5)$ **B.** $D=(3;5)$ **C.** $D=(1;5)$. **D.** $D=[3;+\infty)$.

Hướng dẫn: *Ta có thể dùng chức năng lập bảng số liệu CALC của máy tính cầm tay (MTCT)*

Cách bấm: nhập hàm f(X)

Đến đây là lưu ý điều kiện $\begin{cases} x-1>0 \\ 5-x>0 \end{cases} \Rightarrow 1<x<5$ *(loại phương án D).*

Kiểm tra với $x=3 \longrightarrow f(3)=0$ *(xác định nên loại phương án B)*

Kiểm tra với $x=2 \longrightarrow$ *MATH ERROR (không xác định nên loại phương án C).* **Chọn đáp án A.**

Ví dụ 5. (THPT Chuyên Vị Thanh, Hậu Giang) Biết $\int_0^b (2x-4)dx=0$. Khi đó b nhận giá trị bằng:

A. $b=1, b=4$ **B.** $b=0, b=2$ **C.** $b=1, b=2$ **D.** $b=0, b=4$

Hướng dẫn: *Ta có thể dùng chức năng "tính tích phân" của máy tính cầm tay (MTCT) để giải bài toán như sau*

Dễ thấy $\int_a^a f(x)dx=0$ **do đó khả năng đáp án rơi vào hai phương án B hoặc D.**

Thử với $b=2 \Rightarrow \int_0^2 (2x-4)dx=-4$ (***không thỏa mãn nên loại B***). **Chọn D**

Ví dụ 6. (THPT Chuyên Vị Thanh, Hậu Giang) Cho số phức z thỏa mãn điều kiện $2z-i\overline{z}=2+5i$. Số phức z cần tìm là

A. $z=3+4i$ **B.** $z=3-4i$ **C.** $z=4-3i$ **D.** $z=4+3i$

Hướng dẫn: *Ta có thể dùng chức năng "tính toán trên tập hợp phức" của máy tính cầm tay (MTCT) để giải bài toán như sau:*

Cách bấm: *MODE + 2 (Complex). Biến đổi* $2z-i\overline{z}=2(X+Yi)-i(X-Yi)$

Thử với phương án B: CALC $X=3, Y=-4 \longrightarrow 2z-i\overline{z}=10-11i$ *(không thỏa mãn nên loại B)*

Thử với phương án A: CALC $X=3, Y=4 \longrightarrow 2z-i\overline{z}=2+5i$ (thỏa mãn nên **chọn A**)

Lưu ý: *qua các ví dụ trên, nếu biết kết hợp nhiều phương pháp lại, sẽ giúp ta tìm nhanh ra đáp án đúng. Không có một phương pháp nào thật sự tối ưu mà việc vận dụng linh hoạt kết hợp chúng lại mới giúp các bạn giải nhanh được các câu hỏi trắc nghiệm.*

Ví dụ 7. (THPT Quảng Xương, Thanh Hóa) Tất cả các giá trị của m để bất phương trình $(3m+1)12^x+(2-m)6^x+3^x<0$ có nghiệm đúng $\forall x>0$ là:

A. $(-2;+\infty)$. **B.** $(-\infty;-2]$. **C.** $\left(-\infty;-\frac{1}{3}\right)$. **D.** $\left(-2;-\frac{1}{3}\right)$.

Hướng dẫn: *Ta có thể dùng chức năng "lập bảng giá trị (TABLE)" của MTCT để giải bài toán như sau:*

Cách bấm: *MODE + 7 (Table) + nhập hàm là* $f(X)=(3m+1)12^X+(2-m)6^X+3^X \longrightarrow m=?$

Nhận xét: Ta thấy 2 phương án A và B đối ngẫu và phương án D là tập con của phương án D.

Ta thử kiểm tra với $m=-2 \longrightarrow f(X)=-5.12^X+4.6^X+3^X$

$\xrightarrow{do\ X>0} \begin{cases} Start: X=1 \\ End: X=9 \\ Step: X=1 \end{cases}$ và quan sát bảng ta nhận thấy $f(X)<0$ (thỏa mãn nên loại A và D)

Ta thử với $m=-1 \longrightarrow f(X)=-2.12^X+3.6^X+3^X$

$\xrightarrow{do\ X>0}\begin{cases} Start: X=0 \\ End: X=1 \\ Step: X=0,1 \end{cases}$ và quan sát bảng ta nhận thấy $f(X)>0$ (không thỏa nên loại C). **Chọn B.**

Ví dụ 8. Tập hợp các điểm biểu diễn cho số phức z thỏa mãn $|z-i|=|(1+i)z|$ là đường tròn có phương trình

A. $(C_1): x^2+y^2-2x-1=0$ **B.** $(C_2): x^2+y^2-2y-1=0$.

C. $(C_3): x^2+y^2+2x-1=0$ **D.** $(C_4): x^2+y^2+2y-1=0$.

Hướng dẫn: *kiến thức cơ bản mà các bạn có thể sử dụng chính là điểm biểu diễn số phức* $z=x+yi$ *có tọa độ là* $(x;y)$ *và dĩ nhiên tập hợp điểm nào chứa điểm thỏa mãn yêu cầu bài toán chính là tập hợp điểm cần tìm.*

Ta thử $(0;1)\in(C_1),(C_3)\Rightarrow z=i\longrightarrow|z-i|=|(1+i)z|\Leftrightarrow 0=2(!!!)$ *(không thỏa nên loại A và C).*

Ta thử $A(\sqrt{2};-1)\in(C_4)\xrightarrow{A\notin(C_2)} z=\sqrt{2}-i\longrightarrow|z-i|=|(1+i)z|\Leftrightarrow\sqrt{6}=\sqrt{6}$ *(thỏa mãn).* **Chọn D.**

Ví dụ 9. (THPT Hàn Thuyên, Bắc Ninh) Với giá trị nào của *a* thì phương trình $2^{ax^2-4x-2a}=\dfrac{1}{(\sqrt{2})^{-4}}$ có nghiệm duy nhất

A. $a\geq 0$. **B.** $\forall a\in\mathbb{R}$. **C.** $a=0$. **D.** Không tồn tại *a*.

Hướng dẫn: *ta thấy phương án B và D đối ngẫu với nhau. Lúc này ta chọn* $a=1$ *để kiểm tra.*

Ta thử $a=1\longrightarrow 2^{x^2-4x-2}=4=2^2\Leftrightarrow x^2-4x-2=2\Leftrightarrow x^2-4x-4=0\Rightarrow$ *có 2 nghiệm nên không thỏa mãn (không thỏa nên loại A và B).*

Ta thử $a=0\longrightarrow 2^{-4x}=4=2^2\Leftrightarrow -4x=2\Leftrightarrow x=-\dfrac{1}{2}$ *(thỏa mãn nên loại D).* **Chọn C.**

Ví dụ 10. (THPT Đức Thọ , Hà Tĩnh) Tìm tập hợp tất cả các giá trị của *m* để hàm số $y=\dfrac{m-\sin x}{\cos^2 x}$ nghịch biến trên $\left(0;\dfrac{\pi}{6}\right)$.

A. $m\geq 1$. **B.** $m\leq 2$. **C.** $m\leq\dfrac{5}{4}$. **D.** $m\leq 0$.

Hướng dẫn: *ta có thể sử dụng chức năng "lập bảng giá trị TABLE" của MTCT.*

Cách bấm: nhập MODE + 7 (Table) + nhập hàm $f(X)=\dfrac{m-\sin X}{(\cos X)^2}\longrightarrow m=?$

Ta thử $m=2\longrightarrow f(X)=\dfrac{2-\sin X}{(\cos X)^2}\left\langle\begin{array}{l}\boxed{D}: Degree: \begin{cases} start: X=0 \\ end: X=30^0 \\ Step: X=30^0:15 \end{cases} \\ \boxed{R}: Radian: \begin{cases} start: X=0 \\ end: X=\dfrac{\pi}{6} \\ Step: X=\dfrac{\pi}{6}:15 \end{cases}\end{array}\right.$ $\Rightarrow$ *quan sát bảng ta thấy không thỏa mãn nên loại A và B.*

Ta thử $m=\frac{5}{4}\longrightarrow f(X)=\dfrac{\frac{5}{4}-\sin X}{(\cos X)^2}$ *(thực hiện tương tự như trên và từ dữ liệu bảng ta thấy thỏa mãn nên loại D).* **Chọn C.**

Ví dụ 11.(THPT Triệu Sơn, Thanh Hóa) Cho hàm số $y=x^4-2(m+1)x^2+m^2\ (C_m)$. Khi đó các giá trị của *m* để đồ thị (C_m) có ba điểm cực trị tạo thành ba đỉnh của một tam giác vuông cân là

A. $m=0$. **B.** $m=-1$. **C.** $m=1$. **D.** $\left[\begin{array}{l} m=-1 \\ m=0 \end{array}\right.$.

Hướng dẫn: *Ta nhận xét nhanh với* $m=-1\Rightarrow y=x^4+1$ *hàm số chỉ có 1 cực trị (không thỏa yêu cầu bài toán nên loại phương án B và D)*

Ta thử với $m=0\Rightarrow y=x^4-2x^2\Rightarrow y'=4x^3-4x\xrightarrow{y'=0}\left[\begin{array}{l} x=0\Rightarrow y=0 \\ x=1\Rightarrow y=-1 \\ x=-1\Rightarrow y=-1 \end{array}\right.$ *.Vẽ hình thỏa nên* ***chọn A***

★ "Phương Pháp Chuẩn Hóa Số Liệu" trong làm bài trắc nghiệm.

Với các bài toán ở dạng tổng quát, ta có thể sử dụng đến phương pháp này để giải quyết nó đồng thời kết hợp với các phương pháp khác. Ý nghĩa của phương pháp này nằm ở chỗ, ta chỉ phải xét ở một trường hợp đặc biệt cụ thể (với các số liệu "đẹp") để từ đó giải nhanh ra kết quả.

Lưu ý: *phương pháp này khác phương pháp thử chọn ở chỗ việc chọn số liệu không dựa trên 4 phương án mà dựa vào chính điều kiện của bài toán tổng quát.*

Ví dụ 1. (Chuyên KHTN lần 1) Nếu số phức z thỏa mãn $|z|=1$ thì phần thực của $\frac{1}{1-z}$ bằng

A. $\frac{1}{2}$. **B.** $-\frac{1}{2}$. **C.** . 2 **D.** -2.

Hướng dẫn: *Ta thấy với mọi số phức z có* $|z|=1$ *thì phần thực của* $\frac{1}{1-z}$ *luôn là một số cố định.*

Giả sử $z=\frac{3}{5}+\frac{4i}{5}$ thỏa $|z|=1$. Khi đó $\dfrac{1}{1-\left(\frac{3}{5}+\frac{4i}{5}\right)}\xrightarrow{MTCT}\frac{1}{2}+i\Rightarrow$ **chọn A**

Ta có thể thử chọn một vài số phức khác chẳng hạn: $z=\frac{1}{\sqrt{2}}+\frac{1}{\sqrt{2}}i\Rightarrow\dfrac{1}{1-\left(\frac{1}{\sqrt{2}}+\frac{1}{\sqrt{2}}i\right)}=\frac{1}{2}+\frac{1+\sqrt{2}}{2}i$

Ví dụ 2. (THPT Quảng Xương, Thanh Hóa) Cho a, b là các số thực dương và $ab\neq 1$ thỏa mãn $log_{ab}a^2=3$ thì giá trị của $log_{ab}\sqrt[3]{\frac{a}{b}}$ bằng:

A. $\frac{3}{8}$. **B.** $\frac{3}{2}$. **C.** $\frac{8}{3}$. **D.** $\frac{2}{3}$.

Hướng dẫn: với các điều kiện ban đầu trên ta chọn $a=2>0$

Khi đó $\log_{ab}a^2=3\Rightarrow 4=(2b)^3\Rightarrow b=\frac{1}{\sqrt[3]{2}}>0$ thỏa $ab\neq 1$

Thay a,b vào $A=log_{ab}\sqrt[3]{\frac{a}{b}}=log_{\frac{2}{\sqrt[3]{2}}}\sqrt[3]{2.\sqrt[3]{2}}\xrightarrow{MTCT}\frac{2}{3}$. **Chọn D.**

Ví dụ 3. Cho hai số phức z và w thoả mãn $|z|=|w|=1$ và $1+z.w\neq 0$. Số phức $\frac{z+w}{1+z.w}$ là

A. số thực . **B.** số âm. **C.** số thuần ảo. **D.** số ảo.

Hướng dẫn: với các điều kiện ban đầu trên ta chọn $z=\frac{3}{5}+\frac{4i}{5}$ và $w=\frac{3}{5}-\frac{4i}{5}$ đồng thời thỏa $1+z.w\neq 0$

Khi đó $\frac{z+w}{1+z.w}=\frac{\left(\frac{3}{5}+\frac{4i}{5}\right)+\left(\frac{3}{5}-\frac{4i}{5}\right)}{1+\left(\frac{3}{5}+\frac{4i}{5}\right).\left(\frac{3}{5}-\frac{4i}{5}\right)}\xrightarrow{MTCT}\frac{z+w}{1+z.w}=\frac{3}{5}\in\mathbb{R}$. **Chọn A.**

Ví dụ 4. (THPT Đức Thọ , Hà Tĩnh) Cho các số $m>0,n>0,p>0$ thỏa mãn $4^m=10^n=25^p$. Tính giá trị biểu thức $T=\frac{n}{2m}+\frac{n}{2p}$

A. $T=1$. **B.** $T=\frac{5}{2}$. **C.** $T=2$. **D.** $T=\frac{1}{10}$.

Hướng dẫn: *không mất tính tổng quát ta giả sử* $m=1\Rightarrow\begin{cases}4^1=10^n\\4^1=25^p\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}n=\log 4\\p=\log_{25}4\end{cases}$

Thay vào trong biểu thức $T=\frac{n}{2m}+\frac{n}{2p}\xrightarrow{m=1}T=\frac{n}{2}\left(1+\frac{1}{p}\right)=1$. **Chọn A.**

***Lưu ý:* Bạn có thể chọn một giá trị khác tùy ý thỏa** $m>0,n>0,p>0$,

Ví dụ $n=1\Rightarrow\begin{cases}4^m=10\\25^p=10\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}m=\log_4 10\\p=\log_{25}10\end{cases}\xrightarrow{n=1}T=\frac{1}{2m}+\frac{1}{2p}=1$. *(kết quả vẫn không thay đổi).*

Ví dụ 5.(THPT Đức Thọ, Hà Tĩnh) Cho 4 số thực dương a,b,x,y thỏa mãn: $a\neq 1,b\neq 1$ và $x^2+y^2=1$. Biết rằng: $\log_a(x+y)>0$; $\log_b(xy)<0$. Mệnh đề nào sau đây là ***đúng***?

A. $0<a<1;\ b>1$. **B.** $a>1;\ b>1$. **C.** $0<a<1;\ 0<b<1$. **D.** $a>1;\ 0<b<1$.

Hướng dẫn: *với các điều kiện trên ta có thể giả sử* $x=y=\frac{1}{\sqrt{2}}(*)$ thỏa $x^2+y^2=1$

Khi đó $0<a<1\Rightarrow\log_a(x+y)>0\Rightarrow x+y<0$ (không thỏa (*) nên loại A và C.

Khi đó $0<b<1\Rightarrow\log_b(xy)<0\Leftrightarrow xy>1$ (không thỏa (*) nên loại D. **Chọn B.**

Ví dụ 6.(Tuyển tập Oxyz, Thầy Hứa Lâm Phong) Trong không gian với hệ tọa độ *Oxyz,* cho phương trình hai mặt phẳng $(P): x-z\sin a+\cos a=0$ và $(Q): y-z\cos a-\sin a=0$ với a là tham số. Đường thẳng Δ là giao tuyến của hai mặt phẳng (P) và (Q). Tính góc giữa đường thẳng Δ và trục Oz .

A. 30^0. **B.** 45^0 . **C.** 60^0. **D.** 90^0.

Hướng dẫn: *Ta nhận thấy hệ số của cả 2 mặt phẳng (P) và (Q) phụ thuộc vào góc a. Tuy nhiên kết quả theo góc giữa* Δ *và trục Oz lại không phụ thuộc vào a. Không mất tính tổng quát ta có thể xét a là một bất kì để kiểm tra.*

Ta thử $a=0\Rightarrow\begin{cases}(P): x+1=0\\(Q): y-z=0\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}\overrightarrow{n_P}=(1;0;0)\\\overrightarrow{n_Q}=(0;1;-1)\end{cases}\Rightarrow\overrightarrow{u_\Delta}=\left[\overrightarrow{n_P};\overrightarrow{n_Q}\right]=(0;1;1)$

Xét $\cos(\Delta;Oz)=\left|\cos\left(\overrightarrow{u_\Delta};\vec{k}\right)\right|=\frac{1}{\sqrt{2}}\Rightarrow \measuredangle(\Delta;Oz)=45^0$. **Chọn B.**

Ví dụ 7. (Sưu Tầm, Facebook: Group Nhóm Toán) Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ thỏa $f(-x)+2f(x)=\cos x$. Tính giá trị của tích phân $I=\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} f(x)dx$.

A. $I=\frac{4}{3}$ **B.** $I=\frac{1}{3}$ **C.** $I=\frac{2}{3}$ **D.** $I=1$

__Hướng dẫn:__ *Ta chỉ cần chọn được 1 hàm số $f(x)$ thỏa $f(-x)+2f(x)=\cos x$*

Do hàm cosin là hàm chẵn nên ta có $\cos(-x)=\cos x$. Ta chọn $f(x)=\frac{1}{3}\cos x$ thỏa $(*)$

Khi đó: $I=\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} f(x)dx=\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}}\frac{1}{3}\cos xdx\xrightarrow{MTCT}I=\frac{2}{3}$. **Chọn C.**

Ví dụ 8. (Tuyển tập Số phức, Hứa Lâm Phong) Cho số phức thỏa mãn điều kiện $|z|=\frac{1}{|z|}=|z-1|$. Khi đó $|z+1|$ bằng bao nhiêu ?

A. $|z+1|=\sqrt{5}$ **B.** $|z+1|=5$ **C.** $|z+1|=1$ **D.** $|z+1|=\sqrt{3}$

__Hướng dẫn:__ *Ta chọn số phức $z=\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}i$ thỏa $|z|=\frac{1}{|z|}=|z-1|$.*

Khi đó: $|z+1|=\left|\frac{3}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}i\right|=\sqrt{\frac{9}{4}+\frac{3}{4}}=\sqrt{3}$. **Chọn D.**

Ví dụ 9.(Tuyển tập Oxyz, Thầy Hứa Lâm Phong) Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho hai điểm $S(0;0;1)$, $A(1;1;0)$. Hai điểm $M(m;0;0)$, $N(0;n;0)$ thay đổi sao cho $m+n=1$ và $m>0,n>0$. Tính khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SMN).

A. $d(A;(SMN))=4$ **B.** $d(A;(SMN))=2$ **C.** $d(A;(SMN))=\sqrt{2}$ **D.** $d(A;(SMN))=1$

__Hướng dẫn:__ *Giả sử $m=n=\frac{1}{2}$ thỏa $m+n=1,\ m>0,\ n>0$.*

Khi đó phương trình mặt phẳng (SMN) là $(SMN):\frac{x}{\frac{1}{2}}+\frac{y}{\frac{1}{2}}+\frac{z}{1}=1\Leftrightarrow 2x+2y+z-1=0$.

Xét $d(A;(SMN))=\frac{|2+2-1|}{\sqrt{2^2+2^2+1^2}}=1$. **Chọn D.**

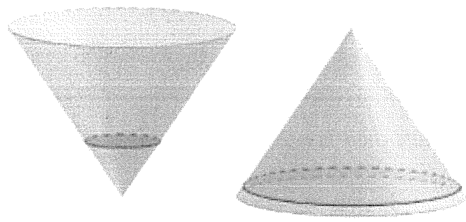
Ví dụ 10. (THPT Chuyên KHTN, Hà Nội, lần 1) Gọi z_1,z_2,z_3 là các số phức thỏa mãn $z_1+z_2+z_3=0$ và $|z_1|=|z_2|=|z_3|=1$. Khẳng định nào dưới đây là khẳng định sai? (Chuyên KHTN Hà Nội)

A. $\left|z_1^3+z_2^3+z_3^3\right|=\left|z_1\right|^3+\left|z_2\right|^3+\left|z_3\right|^3$. **B.** $\left|z_1^3+z_2^3+z_3^3\right|\le\left|z_1\right|^3+\left|z_2\right|^3+\left|z_3\right|^3$.

C. $\left|z_1^3+z_2^3+z_3^3\right|\ge\left|z_1\right|^3+\left|z_2\right|^3+\left|z_3\right|^3$ **D.** $\left|z_1^3+z_2^3+z_3^3\right|\ne\left|z_1\right|^3+\left|z_2\right|^3+\left|z_3\right|^3$

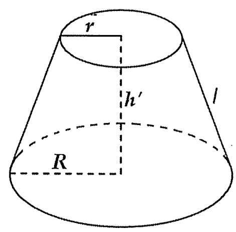
Hướng dẫn: *Giả sử* $\begin{cases} z_1 = -i \\ z_2 = \dfrac{\sqrt{3}}{2} + \dfrac{i}{2} \\ z_3 = -\dfrac{\sqrt{3}}{2} + \dfrac{i}{2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} z_1 + z_2 + z_3 = 0 \\ |z_1| = |z_2| = |z_3| \end{cases}$ *.Khi đó dễ dàng suy ra phương án D sai.* **Chọn D.**

Ví dụ 11. (THPT Lương Thế Vinh, Hà Nội, lần 1) Một cái phễu có dạng hình nón. Người ta đổ một lượng nước vào phễu sao cho chiều cao của lượng nước trong phễu bằng $\frac{1}{3}$ chiều cao của phễu. Hỏi nếu bịt kín miệng phễu rồi lộn ngược phễu lên thì chiều cao của nước bằng bao nhiêu ? Biết rằng chiều cao của phễu là 15 cm.



A. $0,188\ (cm)$ **B.** $0,216\ (cm)$ **C.** $0,300\ (cm)$ **D.** $0,500\ (cm)$

Hướng dẫn: *Do đề bài không phụ thuộc vào bán kính của phiễu. Không mất tính tổng quát, ta giả sử bán kính* $R = 1$ *. Khi đó* $V_{nuoc\,luc\,dau} = \frac{1}{3}\pi R^2.\frac{h}{3} = \frac{\pi}{9}$ *(với* $h = 15\ (cm)$*).*



$$V_{non\ cut} = \frac{1}{3}\pi h'\left(r^2 + rR + R^2\right)$$

Ta có khi bịt kín miệng phễu rồi lộn ngược phễu lên thì $V_{nuoc\ luc\ dau} = V_{non\ cut} = \frac{1}{3}\pi h'\left(r^2 + rR + R^2\right)(*)$

Với h' *là chiều cao lúc sau và* r *là bán kính của vòng tròn nhỏ.*

Áp dụng định lý Thales ta có: $\frac{r}{R} = \frac{h-h'}{h} \Leftrightarrow \frac{r}{1} = \frac{15-h'}{15} \Rightarrow \boxed{r = \frac{15-h'}{15}}$

Thay vào phương trình $(*) \Leftrightarrow \frac{\pi}{9} = \frac{1}{3}\pi h'\left[\left(\frac{15-h'}{15}\right)^2 + \frac{15-h'}{15} + 1\right]$ *(đến thay vì giải, ta có thể thay các phương án để kiểm tra và lưu ý* $0 < h' < 15$ *. Ta nhận thấy chỉ có phương án A thỏa mãn.* **Chọn A**

Ví dụ 12 (Cục khảo thí và kiểm định, Bắc Ninh). Một hộp giấy hình hộp chữ nhật có thể tích $2\,dm^3$. Nếu tăng mỗi cạnh của hộp giấy thêm $\sqrt[3]{2}\,dm$ thì thể tích của hộp giấy là $16\,dm^3$. Hỏi nếu tăng mỗi cạnh của hộp giấy ban đầu lên $2\sqrt[3]{2}$ dm thì thể tích hộp giấy mới là: (Cục khảo thí và kiểm định, Bắc Ninh)

A. $32\ dm^3$. **B.** $64\ dm^3$. **C.** $72\ dm^3$. **D.** $54\ dm^3$.

Hướng dẫn: *Mặc dù đề bài cho là hình hộp chữ nhật nhưng ta vẫn có thể chọn "hình lập phương" (một hình hộp chữ nhật đặc biệt).*

Chọn $a=\sqrt[3]{2}$ là cạnh ban đầu của hình lập phương. Khi đó ta có $V=\left(\sqrt[3]{2}+\sqrt[3]{2}\right)^3=16$ (thỏa mãn)

Theo đề bài ta có $V'=\left(\sqrt[3]{2}+2\sqrt[3]{2}\right)^3=54$. **Chọn D.**

Ví dụ 13. (THPT Hùng Vương, Gia Lai) Cho $P=\log_m 16m$ và $a=\log_2 m$ với m là số dương khác 1. Mệnh đề nào dưới đây ***đúng*** ?

A. $P=3-a^2$. **B.** $P=\dfrac{4+a}{a}$. **C.** $P=\dfrac{3+a}{a}$. **D.** $P=3+a.\sqrt{a}$.

Hướng dẫn: *Theo điều kiện bài toán ta chọn* $m=2\Rightarrow\begin{cases}a=\log_2 2=1\\ P=\log_m 16m=\log_2 32=5\end{cases}$

Kiểm tra ta thấy $P=\dfrac{4+a}{a}$ *thỏa mãn khi* $P(1)=5$. **Chọn B.**

Ví dụ 14. (THPT Hùng Vương, Gia Lai) Cho a,b là hai số thực dương khác 1 và thỏa mãn $\log_a^2 b-8\log_b(a\sqrt[3]{b})=-\dfrac{8}{3}$. Tính giá trị biểu thức $P=\log_a\left(a\sqrt[3]{ab}\right)+2017$.

A. $P=2019$. **B.** $P=2020$. **C.** $P=2017$. **D.** $P=2016$.

Hướng dẫn: *Theo điều kiện bài toán ta chọn* $a=2\Rightarrow\log_2^2 b-8\log_b\left(2\sqrt[3]{b}\right)=-\dfrac{8}{3}$

$pt\Leftrightarrow(\log_2 b)^2-8\log_b 2-\dfrac{8}{3}=-\dfrac{8}{3}\Leftrightarrow(\log_2 b)^2-\dfrac{8}{\log_2 b}=0\Leftrightarrow(\log_2 b)^3=2^3\Leftrightarrow\log_2 b=2\Leftrightarrow b=4$

Thay $a=2,b=4\longrightarrow P=\log_2\left(2.\sqrt[3]{2.4}\right)+2017=2019$. **Chọn A.**

Ví dụ 15. (Đề minh họa lần 2) Trong không gian với hệ tọa độ *Oxyz*, viết phương trình mặt phẳng (P) song song và cách đều hai đường thẳng $d_1:\dfrac{x-2}{-1}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z}{1}$ và $d_2:\dfrac{x}{2}=\dfrac{y-1}{-1}=\dfrac{z-2}{-1}$

A. $(P):2x-2z+1=0$. **B.** $(P):2y-2z+1=0$.

C. $(P):2x-2y+1=0$. **D.** $(P):2y-2z-1=0$.

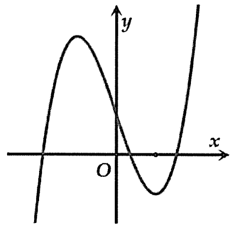
Hướng dẫn: *Theo điều kiện bài toán ta nhận xét nếu lần lượt chọn 2 điểm A, B thuộc hai đường thẳng* d_1,d_2 *thì trung điểm của đoạn AB phải thuộc mặt phẳng tìm.*

Giả sử: $\begin{cases}A(2;0;0)\in d_1\\ B(0;1;2)\in d_2\end{cases}\Rightarrow I\left(1;\dfrac{1}{2};1\right)$ *là trung điểm của AB. Nhận xét: chỉ có* $I\in(P):2y-2z+1=0$.**Chọn B**

ĐỀ 1

ĐỀ MINH HỌA LẦN 1

1. Đường cong trong hình bên là đồ thị của một hàm số trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D dưới đây. Hỏi hàm số đó là hàm số nào?



A. $y = -x^2 + x - 1$. **B.** $y = -x^3 + 3x + 1$. **C.** $y = x^4 - x^2 + 1$. **D.** $y = x^3 - 3x + 1$.

2. Cho hàm số $y = f(x)$ có $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = 1$ và $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x) = -1$. Khẳng định nào là khẳng định ***đúng***?

A. Đồ thị hàm số đã cho không có tiệm cận ngang.

B. Đồ thị hàm số đã cho có đúng một tiệm cận ngang.

C. Đồ thị hàm số đã cho có hai tiệm cận ngang là các đường thẳng $y = 1$ và $y = -1$.

D. Đồ thị hàm số đã cho có hai tiệm cận đứng là các đường thẳng $x = 1$ và $x = -1$.

3. Hỏi hàm số $y = 2x^4 + 1$ đồng biến trên khoảng nào?

A. $\left(-\infty; -\dfrac{1}{2}\right)$. **B.** $(0; +\infty)$. **C.** $\left(-\dfrac{1}{2}; +\infty\right)$. **D.** $(-\infty; 0)$.

4. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên:

x	$-\infty$		0		1		$+\infty$
y'		$+$	$\Vert$	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	0	$\searrow$	-1	$\nearrow$	$+\infty$

Khẳng định nào sau đây là khẳng định ***đúng***?

A. Hàm số có đúng một cực trị.

B. Hàm số có giá trị cực tiểu bằng 1.

C. Hàm số có giá trị lớn nhất bằng 0 và giá trị nhỏ nhất bằng -1 .

D. Hàm số đạt cực đại tại $x = 0$ và đạt cực tiểu tại $x = 1$.

5. Tìm giá trị cực đại y_{CD} của hàm số $y = x^3 - 3x + 2$.

A. $y_{CD} = 4$. **B.** $y_{CD} = 1$. **C.** $y_{CD} = 0$. **D.** $y_{CD} = -1$.

6. Tìm giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \dfrac{x^2 + 3}{x - 1}$ trên đoạn $[2; 4]$.

A. $\min\limits_{[2;4]} y = 6$. **B.** $\min\limits_{[2;4]} y = -2$. **C.** $\min\limits_{[2;4]} y = -3$. **D.** $\min\limits_{[2;4]} y = \dfrac{19}{3}$.

7. Biết rằng đường thẳng $y=-2x+2$ cắt đồ thị hàm số $y=x^3+x+2$ tại điểm duy nhất; kí hiệu $(x_o;y_o)$ là tọa độ của điểm đó. Tìm y_o.

A. $y_0=4$. **B.** $y_0=0$. **C.** $y_0=2$. **D.** $y_0=-1$.

8. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho đồ thị của hàm số $y=x^4+2mx^2+1$ có ba điểm cực trị tạo thành một tam giác vuông cân.

A. $m=-\frac{1}{\sqrt[3]{9}}$. **B.** $m=-1$. **C.** $m=\frac{1}{\sqrt[3]{9}}$. **D.** $m=1$.

9. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho đồ thị của hàm số $y=\frac{x+1}{\sqrt{mx^2+1}}$ có hai tiệm cận ngang.

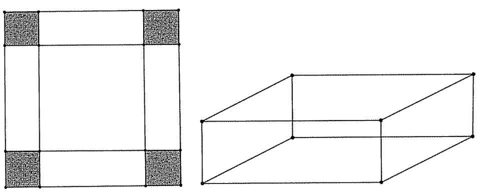
A. Không có giá trị thực nào của m thỏa mãn yêu cầu đề bài.

B. $m<0$.

C. $m=0$.

D. $m>0$.

10. Cho một tấm nhôm hình vuông cạnh $12cm$. Người ta cắt ở bốn góc của tấm nhôm đó bốn hình vuông bằng nhau, mỗi hình vuông có cạnh bằng $x(cm)$, rồi gập tấm nhôm lại như hình vẽ dưới đây để được một cái hộp không nắp. Tìm x để hộp nhận được có thể tích lớn nhất.



A. $x=6$. **B.** $x=3$. **C.** $x=2$. **D.** $x=4$.

11. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho đồ thị của hàm số $y=\frac{\tan x-2}{\tan x-m}$ đồng biến trên khoảng $\left(0;\frac{\pi}{4}\right)$.

A. $m\le 0$ hoặc $1\le m<2$. **B.** $m\le 0$.

C. $1\le m<2$. **D.** $m\ge 2$.

12. Giải phương trình $\log_4(x-1)=3$.

A. $x=63$. **B.** $x=65$. **C.** $x=80$. **D.** $x=82$.

13. Tính đạo hàm của hàm số $y=13^x$.

A. $y'=x.13^{x-1}$. **B.** $y'=13^x.\ln 13$. **C.** $y'=13^x$. **D.** $y'=\frac{13^x}{\ln 13}$.

14. Giải bất phương trình $\log_2(3x-1)>3$.

A. $x>3$. **B.** $\frac{1}{3}<x<3$. **C.** $x<3$. **D.** $x>\frac{10}{3}$.

15. Tìm tập xác định D của hàm số $y=\log_2(x^2-2x-3)$.

A. $D=(-\infty;-1]\cup[3;+\infty)$. **B.** $D=[-1;3]$.

C. $D=(-\infty;-1)\cup(3;+\infty)$. **D.** $D=(-1;3)$.

16. Cho hàm số $f(x)=2^x.7^{x^2}$. Khẳng định nào sau đây là khẳng định ***sai***?

A. $f(x)<1 \Leftrightarrow x+x^2.\log_2 7<0$. **B.** $f(x)<1 \Leftrightarrow x.\ln 2+x^2.\ln 7<0$.

C. $f(x)<1 \Leftrightarrow x.\log_7 2+x^2<0$. **D.** $f(x)<1 \Leftrightarrow 1+x.\log_2 7<0$.

17. Cho các số thực dương a,b với $a\neq 1$. Khẳng định nào sau đây là khẳng định ***đúng***?

A. $\log_{a^2}(ab)=\frac{1}{2}\log_a b$ **B.** $\log_{a^2}(ab)=2+2\log_a b$

C. $\log_{a^2}(ab)=\frac{1}{4}\log_a b$ **D.** $\log_{a^2}(ab)=\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\log_a b$

18. Tính đạo hàm của hàm số $y=\frac{x+1}{4^x}$.

A. $y'=\frac{1-2(x+1)\ln 2}{2^{2x}}$. **B.** $y'=\frac{1+2(x+1)\ln 2}{2^{2x}}$. **C.** $y'=\frac{1-2(x+1)\ln 2}{2^{x^2}}$. **D.** $y'=\frac{1+2(x+1)\ln 2}{2^{x^2}}$

19. Đặt $a=\log_2 3, b=\log_5 3$. Hãy biểu diễn $\log_6 45$ theo a và b.

A. $\log_6 45=\frac{a+2ab}{ab}$ **B.** $\log_6 45=\frac{2a^2-2ab}{ab}$ **C.** $\log_6 45=\frac{a+2ab}{ab+b}$ **D.** $\log_6 45=\frac{2a^2-2ab}{ab+b}$

20. Cho hai số thực a và b, với $1<a<b$. Khẳng định nào dưới đây là khẳng định ***đúng?***

A. $\log_a b<1<\log_b a$ **B.** $1<\log_a b<\log_b a$ **C.** $\log_b a<\log_a b<1$ **D.** $\log_b a<1<\log_a b$

21. Ông A vay ngắn hạn ngân hàng 100 triệu đồng, với lãi suất 12%/năm. Ông muốn hoàn nợ cho ngân hàng theo cách : Sau đúng một tháng kể từ ngày vay, ông bắt đầu hoàn nợ, hai lần hoàn nợ liên tiếp cách nhau đúng một tháng, số tiền hoàn nợ ở mỗi lần là như nhau và trả hết tiền nợ sau đúng 3 tháng kể từ ngày vay. Hỏi, theo cách đó, số tiền m mà ông A phải trả cho ngân hàng trong mỗi lần hoàn nợ là bao nhiêu ? Biết rằng lãi suất ngân hàng không thay đổi trong thời gian ông A hoàn nợ?

A. $m=\frac{100.(1,01)^3}{3}$ (triệu đồng). **B.** $m=\frac{(1,01)^3}{(1,01)^3-1}$ (triệu đồng).

C. $m=\frac{100\times 1,03}{3}$ (triệu đồng). **D.** $m=\frac{120.(1,12)^3}{(1,12)^3-1}$ (triệu đồng).

22. Viết công thức tính thể tích V của khối tròn xoay được tạo ra khi quay hình thang cong, giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=f(x)$, trục Ox và hai đường thẳng $x=a, x=b\ (a<b)$, xung quanh trục Ox :

A. $V=\pi\int_a^b f^2(x)dx$. **B.** $V=\int_a^b f^2(x)dx$. **C.** $V=\pi\int_a^b f(x)dx$ **D.** $V=\int_a^b |f(x)|dx$

23. Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x)=\sqrt{2x-1}$.

A. $\int f(x)dx=\frac{2}{3}(2x-1)\sqrt{2x-1}+C$ **B.** $\int f(x)dx=\frac{1}{3}(2x-1)\sqrt{2x-1}+C$

C. $\int f(x)dx=-\frac{1}{3}\sqrt{2x-1}+C$ **D.** $\int f(x)dx=\frac{1}{2}\sqrt{2x-1}+C$

24. Một ô tô đang chạy với tốc độ 10 m/s thì người lái đạp phanh ; từ thời điểm đó, ô tô chuyển động chậm dần đều với $v(t)=-5t+10\ (m/s)$, trong đó t là khoảng thời gian tính bằng giây, kể từ lúc bắt đầu đạp phanh. Hỏi từ lúc đạp phanh đến khi dừng hẳn, ô tô còn di chuyển bao nhiêu mét ?

A. $0,2\ m$. **B.** $2\ m$. **C.** $10\ m$. **D.** $20\ m$.

25. Tính tích phân $I=\int_0^{\pi}\cos^3 x.\sin x dx$.

A. $I=-\frac{1}{4}\pi^4$ **B.** $I=-\pi^4$ **C.** $I=0$ **D.** $I=-\frac{1}{4}$

26. Tính tích phân $I=\int_1^{e} x\ln x dx$.

A. $I=\frac{1}{2}$ **B.** $I=\frac{e^2-2}{2}$ **C.** $I=\frac{e^2+1}{4}$ **D.** $I=\frac{e^2-1}{4}$

27. Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=x^3-x$ và đồ thị hàm số $y=x-x^2$.

A. $\frac{37}{12}$ **B.** $\frac{9}{4}$ **C.** $\frac{81}{12}$ **D.** 13

28. Kí hiệu (H) là hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=2(x-1)e^x$, trục tung và trục hoành . Tính thể tích V của khối tròn xoay thu được khi quay hình (H) xung quanh trục Ox.

A. $V=4-2e$. **B.** $V=(4-2e)\pi$. **C.** $V=e^2-5$. **D.** $V=\pi(e^2-5)$.

29. Cho số phức $z=3-2i$. Tìm phần thực và phần ảo của số phức $\bar{z}$:

A. Phần thực bằng -3 và Phần ảo bằng $-2i$.

B. Phần thực bằng -3 và Phần ảo bằng -2.

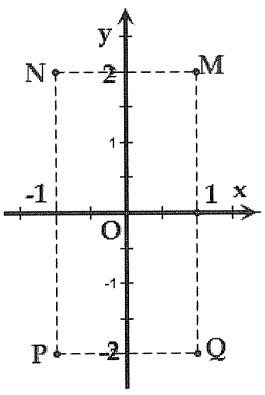
C. Phần thực bằng 3 và Phần ảo bằng $2i$.

D. Phần thực bằng 3 và Phần ảo bằng 2.

30. Cho hai số phức $z_1=1+i$ và $z_2=2-3i$. Tính tổng môđun của số phức z_1+z_2.

A. $|z_1+z_2|=\sqrt{13}$ **B.** $|z_1+z_2|=\sqrt{5}$ **C.** $|z_1+z_2|=1$ **D.** $|z_1+z_2|=5$

31. Cho số phức z thỏa mãn $(1+i)z=3-i$. Hỏi điểm biểu diễn của z là điểm nào trong các điểm M,N,P,Q ở hình bên ?



A. Điểm P. **B.** Điểm Q. **C.** Điểm M. **D.** Điểm N.

32. Cho số phức $z=2+5i$. Tìm số phức $w=iz+\bar{z}$.

A. $w=7-3i$ **B.** $w=-3-3i$ **C.** $w=3+7i$ **D.** $w=-7-7i$

33. Kí hiệu $z_1; z_2; z_3$ và z_4 là bốn nghiệm của phương trình $z^4 - z^2 - 12 = 0$. Tính tổng $T = |z_1| + |z_2| + |z_3| + |z_4|$.

A. $T = 4$ **B.** $T = 2\sqrt{3}$ **C.** $T = 4 + 2\sqrt{3}$ **D.** $T = 2 + 2\sqrt{3}$.

34. Cho các số phức z thỏa mãn $|z| = 4$. Biết rằng tập hợp các điểm biểu diễn các số phức $w = (3+4i)z + i$ là một đường tròn . Tính bán kính r của đường tròn đó.

A. $r = 4$. B. $r = 5$. C. $r = 20$. D. $r = 22$.

35. Tính thể tích V của khối lập phương $ABCD.A'B'C'D'$, biết $AC' = a\sqrt{3}$.

A. $V = a^3$. **B.** $V = \dfrac{3\sqrt{6}a^3}{4}$. **C.** $V = 3\sqrt{3}a^3$. **D.** $V = \dfrac{1}{3}a^3$.

36. Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a, cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA = a\sqrt{2}$. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABCD$.

A. $V = \dfrac{a^3\sqrt{2}}{6}$. **B.** $V = \dfrac{\sqrt{2}a^3}{4}$. **C.** $V = \sqrt{2}a^3$. **D.** $V = \dfrac{\sqrt{2}}{3}a^3$.

37. Cho tứ diện $ABCD$ có các cạnh AB, AC và AD đôi một vuông góc với nhau: $AB = 6a, AC = 7a$ và $AD = 4a$. Gọi M, N, P tương ứng là các trung điểm các cạnh BC, CD, DB. Tính thể tích V của tứ diện $AMNP$.

A. $V = \dfrac{7}{2}a^3$ **B.** $V = 14a^3$ **C.** $V = \dfrac{28}{3}a^3$ **D.** $V = 7a^3$

38. Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh bằng $a\sqrt{2}$. Tam giác SAD cân tại S và mặt bên (SAD) vuông góc với mặt phẳng đáy. Biết thể tích khối chóp bằng $\dfrac{4}{3}a^3$. Tính khoảng cách h từ B đến mặt phẳng (SCD).

A. $h = \dfrac{2}{3}a$. **B.** $h = \dfrac{4}{3}a$. **C.** $h = \dfrac{8}{3}a$. **D.** $h = \dfrac{3}{4}a$.

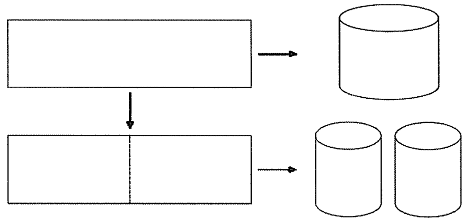
39. Trong không gian, cho tam giác vuông ABC tại A, $AB = a$ và $AC = a\sqrt{3}$. Tính độ dài đường sinh l của hình nón, nhận được khi quay tam giác ABC xung quanh trục AB.

A. $l = a$. **B.** $l = a\sqrt{2}$. **C.** $l = a\sqrt{3}$. **D.** $l = 2a$.

40. Từ một tấm tôn hình chữ nhật kích thước $50cm \times 240cm$, người ta làm các thùng đựng nước hình trụ có chiều cao bằng $50cm$, theo hai cách sau (xem hình minh họa dưới đây):

- **Cách 1:** Gò tấm tôn ban đầu thành mặt xung quanh của thùng.
- **Cách 2:** Cắt tấm tôn ban đầu thành hai tấm bằng nhau, rồi gò mỗi tấm đó thành mặt xung quanh của một thùng.

Kí hiệu V_1 là thể tích của thùng gò được theo cách 1 và V_2 là tổng thể tích của hai thùng gò được theo cách 2. Tính tỉ số $\dfrac{V_1}{V_2}$.



A. $\frac{V_1}{V_2} = \frac{1}{2}$. **B.** $\frac{V_1}{V_2} = 1$. **C.** $\frac{V_1}{V_2} = 2$. **D.** $\frac{V_1}{V_2} = 4$.

41. Trong không gian, cho hình chữ nhật $ABCD$ có $AB = 1$ và $AD = 2$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AD và BC. Quay hình chữ nhật đó xung quanh trục MN, ta được một hình trụ. Tính diện tích toàn phần S_{tp} của hình trụ đó.

A. $S_{tp} = 4\pi$. **B.** $S_{tp} = 2\pi$. **C.** $S_{tp} = 6\pi$. **D.** $S_{tp} = 10\pi$.

42. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh bằng 1, mặt bên SAB là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng đáy. Tính thể tích V của khối cầu ngoại tiếp hình chóp đã cho.

A. $V = \frac{5\sqrt{15}\pi}{18}$. **B.** $V = \frac{5\sqrt{15}\pi}{54}$. **C.** $V = \frac{4\sqrt{3}\pi}{27}$. **D.** $V = \frac{5\pi}{3}$.

43. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 3x - z + 2 = 0$. Vectơ nào dưới đây là một vectơ pháp tuyến của (P)?

A. $\overrightarrow{n_4} = (-1;0;-1)$. **B.** $\overrightarrow{n_1} = (3;-1;2)$. **C.** $\overrightarrow{n_3} = (3;-1;0)$. **D.** $\overrightarrow{n_2} = (3;0;-1)$.

44. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu: $(S): (x+1)^2 + (y-2)^2 + (z-1)^2 = 9$. Tìm tọa độ tâm I và tính bán kính R của (S).

A. $I(-1;2;1)$ và $R = 3$. **B.** $I(1;-2;-1)$ và $R = 3$.

C. $I(-1;2;1)$ và $R = 9$. **D.** $I(1;-2;-1)$ và $R = 9$.

45. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng (P) có phương trình: $3x + 4y + 2z + 4 = 0$ và điểm $A(1;-2;3)$. Tính khoảng cách d từ A đến (P).

A. $d = \frac{5}{9}$. **B.** $d = \frac{5}{29}$. **C.** $d = \frac{5}{\sqrt{29}}$. **D.** $d = \frac{\sqrt{5}}{3}$.

46. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng Δ có phương trình: $\frac{x-10}{5} = \frac{y-2}{1} = \frac{z+2}{1}$.

Xét mặt phẳng $(P): 10x + 2y + mz + 11 = 0$, m là tham số thực. Tìm tất cả các giá trị của m để mặt phẳng (P) vuông góc với đường thẳng Δ.

A. $m = -2$. **B.** $m = 2$. **C.** $m = -52$. **D.** $m = 52$.

47. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(0;1;1)$ và $B(1;2;3)$. Viết phương trình của mặt phẳng (P) đi qua A và vuông góc với đường thẳng AB.

A. $x + y + 2z - 3 = 0$. **B.** $x + y + 2z - 6 = 0$. **C.** $x + 3y + 4z - 7 = 0$. **D.** $x + 3y + 4z - 26 = 0$.

48. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có tâm $I(2;1;1)$ và mặt phẳng $(P): 2x + y + 2z + 2 = 0$. Biết mặt phẳng (P) cắt mặt cầu (S) theo giao tuyến là một đường tròn có bán kính bằng 1. Viết phương trình của mặt cầu (S).

A. $(S): (x+2)^2 + (y+1)^2 + (z+1)^2 = 8$. **B.** $(S): (x+2)^2 + (y+1)^2 + (z+1)^2 = 10$.

C. $(S): (x-2)^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 8$. **D.** $(S): (x-2)^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 10$.

49. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(1;0;2)$ và đường thẳng d có phương trình: $\frac{x-1}{1}=\frac{y}{1}=\frac{z+1}{2}$. Viết phương trình đường thẳng Δ đi qua A, vuông góc và cắt d.

A. $\frac{x-1}{1}=\frac{y}{1}=\frac{z-2}{1}$. **B.** $\frac{x-1}{1}=\frac{y}{1}=\frac{z-2}{-1}$. **C.** $\frac{x-1}{2}=\frac{y}{2}=\frac{z-2}{1}$. **D.** $\frac{x-1}{1}=\frac{y}{-3}=\frac{z-2}{1}$.

50. Trong không gian $Oxyz$, cho bốn điểm $A(1;-2;0), B(0;-1;1)$, $C(2;1;-1)$ và $D(3;1;4)$. Hỏi tất cả có bao nhiêu mặt phẳng cách đều bốn điểm đó?

A. 1 mặt phẳng. **B.** 4 mặt phẳng. **C.** 7 mặt phẳng. **D.** có vô số mặt phẳng.

ĐỀ 2 — ĐỀ MINH HỌA LẦN 2

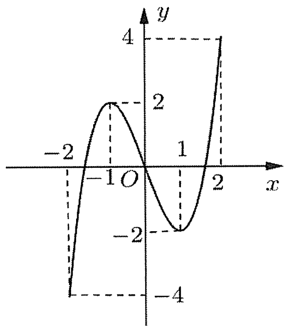
1. Đường thẳng nào dưới đây là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \dfrac{2x+1}{x+1}$?

   A. $x = 1$. **B.** $y = -1$. **C.** $y = 2$. **D.** $x = -1$.

2. Đồ thị của hàm số $y = x^4 - 2x^2 + 2$ và đồ thị của hàm số $y = -x^2 + 4$ có tất cả bao nhiêu điểm chung?

   A. 0. **B.** 4. **C.** 1. **D.** 2.

3. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định, liên tục trên đoạn $[-2;2]$ và có đồ thị là đường cong trong hình vẽ bên. Hàm số $f(x)$ đạt cực đại tại điểm nào dưới đây?



   A. $x = -2$. **B.** $x = -1$. **C.** $x = 1$. **D.** $x = 2$.

4. Cho hàm số $y = x^3 - 2x^2 + x + 1$. Mệnh đề nào dưới đây **đúng**?

   A. Hàm số nghịch biến trên khoảng $\left(\dfrac{1}{3};1\right)$. **B.** Hàm số nghịch biến trên khoảng $\left(-\infty;\dfrac{1}{3}\right)$.

   C. Hàm số đồng biến trên khoảng $\left(\dfrac{1}{3};1\right)$. **D.** Hàm số nghịch biến trên khoảng $(1;+\infty)$.

5. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}\setminus\{0\}$, liên tục trên mỗi khoảng xác định và có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		0			1		$+\infty$
y'		$-$	‖		$+$	0	$-$	
y	$+\infty$	↘	-1 ‖ $-\infty$		↗	2	↘	$-\infty$

Tìm tập hợp tất cả các giá trị của tham số thực m sao cho phương trình $f(x) = m$ có ba nghiệm thực phân biệt.

   A. $[-1;2]$. **B.** $(-1;2)$. **C.** $(-1;2]$. **D.** $(-\infty;2]$.

6. Cho hàm số $y=\dfrac{x^2+3}{x+1}$. Mệnh đề nào dưới đây ***đúng***?

A. Cực tiểu của hàm số bằng -3. **B.** Cực tiểu của hàm số bằng 1.
C. Cực tiểu của hàm số bằng -6. **D.** Cực tiểu của hàm số bằng 2.

7. Một vật chuyển động theo quy luật $s=-\dfrac{1}{2}t^3+9t^2$ với t (giây) là khoảng thời gian tính từ lúc bắt đầu chuyển động và s (mét) là quãng đường vật đi được trong khoảng thời gian đó. Hỏi trong khoảng thời gian 10 giây, kể từ lúc bắt đầu chuyển động, vận tốc lớn nhất của vật đạt được bằng bao nhiêu?

A. $216\ (m/s)$. **B.** $30\ (m/s)$. **C.** $400\ (m/s)$. **D.** $54(m/s)$.

8. Tìm tất cả các tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x-1-\sqrt{x^2+x+3}}{x^2-5x+6}$.

A. $x=-3$ và $x=-2$. **B.** $x=-3$. **C.** $x=3$ và $x=2$. **D.** $x=3$.

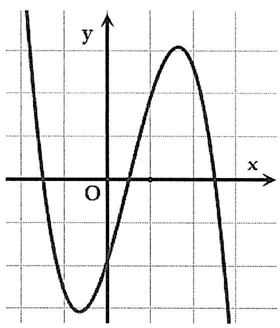
9. Tìm tập hợp tất cả các giá trị của tham số thực m để hàm số $y=\ln\left(x^2+1\right)-mx+1$ đồng biến trên khoảng $(-\infty;+\infty)$.

A. $(-\infty;-1]$. **B.** $(-\infty;-1)$. **C.** $[-1;1]$. **D.** $[1;+\infty)$.

10. $y=ax^3+bx^2+cx+d$ Biết $M(0;2)$, $N(2;-2)$ là các điểm cực trị của đồ thị hàm số. Tính giá trị của hàm số tại $x=-2$.

A. $y(-2)=2$. **B.** $y(-2)=22$. **C.** $y(-2)=6$. **D.** $y(-2)=-18$.

11. Cho hàm số $y=ax^3+bx^2+cx+d$ có đồ thị như hình vẽ. Mệnh đề nào dưới đây **đúng** ?



A. $a<0,b>0,c>0,d<0$. **B.** $a<0,b<0,c>0,d<0$.
C. $a>0,b<0,c<0,d>0$. **D.** $a<0,b>0,c<0,d<0$.

12. Với các số thực dương a,b bất kì. Mệnh đề nào dưới đây ***đúng***?

A. $\ln(ab)=\ln a+\ln b$. **B.** $\ln(ab)=\ln a.\ln b$. **C.** $\ln\dfrac{a}{b}=\dfrac{\ln a}{\ln b}$. **D.** $\ln\dfrac{a}{b}=\ln b-\ln a$.

13. Tìm nghiệm của phương trình $3^{x-1}=27$.

A. $x=9$. **B.** $x=3$. **C.** $x=4$. **D.** $x=10$.

14. Số lượng của loại vi khuẩn A trong một phòng thí nghiệm được tính theo công thức $s(t)=s(0).2^t$, trong đó $s(0)$ là số lượng vi khuẩn A lúc ban đầu, $s(t)$ là số lượng vi khuẩn A có sau t phút. Biết sau 3 phút thì số lượng vi khuẩn A là 625 nghìn con. Hỏi sau bao lâu, kể từ lúc ban đầu, số lượng vi khuẩn A là 10 triệu con?

A. 48 phút. **B.** 19 phút. **C.** 7 phút. **D.** 12 phút.

15. Cho biểu thức $P=\sqrt[4]{x.\sqrt[3]{x^2.\sqrt{x^3}}}$, với $x>0$. Mệnh đề nào dưới đây ***đúng***?

A. $P=x^{\frac{1}{2}}$. **B.** $P=x^{\frac{13}{24}}$. **C.** $P=x^{\frac{1}{4}}$. **D.** $P=x^{\frac{2}{3}}$.

16. Với các số thực dương a,b bất kì. Mệnh đề nào dưới đây ***đúng?***

A. $\log_2\left(\dfrac{2a^3}{b}\right)=1+3\log_2 a-\log_2 b$. **B.** $\log_2\left(\dfrac{2a^3}{b}\right)=1+\dfrac{1}{3}\log_2 a-\log_2 b$.

C. $\log_2\left(\dfrac{2a^3}{b}\right)=1+3\log_2 a+\log_2 b$. **D.** $\log_2\left(\dfrac{2a^3}{b}\right)=1+\dfrac{1}{3}\log_2 a+\log_2 b$.

17. Tìm tập nghiệm S của bất phương trình $\log_{\frac{1}{2}}(x+1)<\log_{\frac{1}{2}}(2x-1)$.

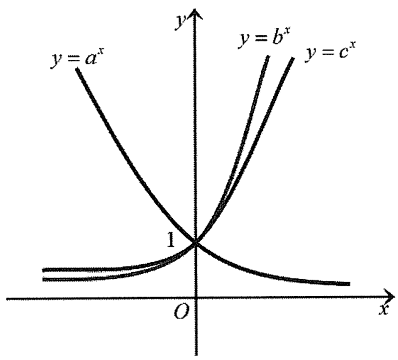
A. $S=(2;+\infty)$ **B.** $S=(-\infty;2)$ **C.** $S=\left(\dfrac{1}{2};2\right)$ **D.** $S=(-1;2)$

18. Tính đạo hàm của hàm số $y=\ln\left(1+\sqrt{x+1}\right)$.

A. $y'=\dfrac{1}{2\sqrt{x+1}\left(1+\sqrt{x+1}\right)}$. **B.** $y'=\dfrac{1}{1+\sqrt{x+1}}$.

C. $y'=\dfrac{1}{\sqrt{x+1}\left(1+\sqrt{x+1}\right)}$. **D.** $y'=\dfrac{2}{\sqrt{x+1}\left(1+\sqrt{x+1}\right)}$.

19. Cho ba số thực dương a,b,c khác 1. Đồ thị các hàm số $y=a^x$, $y=b^x$, $y=c^x$ được cho trong hình vẽ bên. Mệnh đề nào dưới đây ***đúng?***



A. $a<b<c$. **B.** $a<c<b$. **C.** $b<c<a$. **D.** $c<a<b$.

20. Tìm tập hợp các giá trị của tham số thực m để phương trình $6^x+(3-m)2^x-m=0$ có nghiệm thuộc khoảng $(0;1)$.

A. $[3;4]$. **B.** $[2;4]$. **C.** $(2;4)$. **D.** $(3;4)$.

21. Xét các số thực a,b thỏa mãn $a>b>1$. Tìm giá trị nhỏ nhất $P_{\min}$ của biểu thức $P=\log^2_{\frac{a}{b}}(a^2)+3\log_b\left(\dfrac{a}{b}\right)$

A. $P_{\min}=19$. **B.** $P_{\min}=13$. **C.** $P_{\min}=14$. **D.** $P_{\min}=15$.

22. Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x)=\cos 2x$.

A. $\int f(x)\mathrm{d}x=\frac{1}{2}\sin 2x+C$. **B.** $\int f(x)\mathrm{d}x=-\frac{1}{2}\sin 2x+C$.

C. $\int f(x)\mathrm{d}x=2\sin 2x+C$. **D.** $\int f(x)\mathrm{d}x=-2\sin 2x+C$.

23. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm trên đoạn $[1;2]$, $f(1)=1$ và $f(2)=2$. Tính $I=\int\limits_1^2 f'(x)\mathrm{d}x$.

A. $I=1$. **B.** $I=-1$. **C.** $I=3$. **D.** $I=\frac{7}{2}$.

24. Biết $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)=\frac{1}{x-1}$ và $F(2)=1$. Tính $F(3)$.

A. $F(3)=\ln 2-1$. **B.** $F(3)=\ln 2+1$. **C.** $F(3)=\frac{1}{2}$. **D.** $F(3)=\frac{7}{4}$.

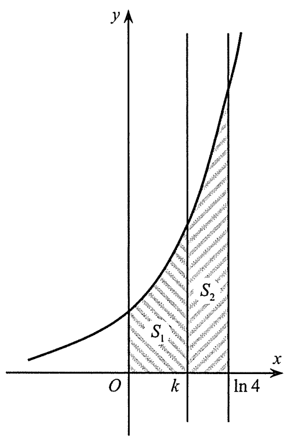
25. Cho $\int\limits_0^4 f(x)\mathrm{d}x=16$. Tính tích phân $I=\int\limits_0^2 f(2x)\mathrm{d}x$.

A. $I=32$. **B.** $I=8$. **C.** $I=16$. **D.** $I=4$.

26. Biết $I=\int\limits_3^4 \frac{dx}{x^2+x}=a\ln 2+b\ln 3+c\ln 5$, với a,b,c là các số nguyên. Tính $S=a+b+c$

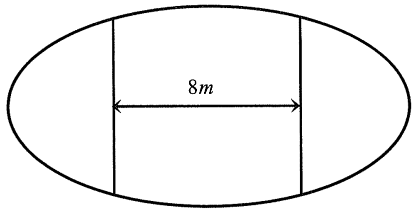
A. $S=6$. **B.** $S=2$. **C.** $I=16$. **D.** $S=0$.

27. Cho hình thang cong (H) giới hạn bởi các đường $y=e^x$, $y=0$, $x=0$, $x=\ln 4$. Đường thẳng $x=k$ $(0<k<\ln 4)$ chia (H) thành hai phần có diện tích là S_1 và S_2 như hình vẽ bên. Tìm k để $S_1=2S_2$.



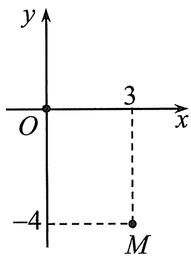
A. $k=\frac{2}{3}\ln 4$. **B.** $k=\ln 2$. **C.** $k=\ln\frac{8}{3}$ **D.** $k=\ln 3$.

28. Ông An có một mảnh vườn hình Elip có độ dài trục lớn bằng *16 m* và độ dài trục bé bằng *10m*. Ông muốn trồng hoa trên một dải đất rộng *8m* và nhận trục bé của elip làm trục đối xứng (như hình vẽ). Biết kinh phí để trồng hoas là 100.000 đồng/ $1m^2$. Hỏi ông An cần bao nhiêu tiền để trồng hoa trên dải đất đó? (Số tiền được làm tròn đến hàng nghìn.)



A. 7.862.000 đồng. **B.** 7.653.000 đồng. **C.** 7.128.000 đồng. **D.** 7.826.000 đồng.

29. Điểm M trong hình vẽ bên là điểm biểu diễn của số phức z. Tìm phần thực và phần ảo của số phức z.



A. Phần thực là -4 và phần ảo là 3. **B.** Phần thực là 3 và phần ảo là $-4i$.

C. Phần thực là 4 và phần ảo là -4. **D.** Phần thực là -4 và phần ảo là $3i$.

30. Tìm số phức liên hợp của số phức $z = i(3i+1)$.

A. $\overline{z} = 3 - i$ **B.** $\overline{z} = -3 + i$ **C.** $\overline{z} = 3 + i$ **D.** $\overline{z} = -3 - i$

31. Tính môđun của số phức z thỏa mãn $z(2-i)+13i = 1$.

A. $|z| = \sqrt{34}$. **B.** $|z| = 34$. **C.** $|z| = \dfrac{5\sqrt{34}}{3}$. **D.** $|z| = \dfrac{\sqrt{34}}{3}$.

32. Kí hiệu z_0 là nghiệm phức có phần ảo dương của phương trình $4z^2 - 16z + 17 = 0$. Trên mặt phẳng tọa độ, điểm nào dưới đây là điểm biểu diễn của số phức $w = iz_0$?

A. $M_1\left(\dfrac{1}{2};2\right)$. **B.** $M_2\left(-\dfrac{1}{2};2\right)$. **C.** $M_3\left(-\dfrac{1}{4};1\right)$. **D.** $M_4\left(\dfrac{1}{4};1\right)$.

33. Cho số phức $z = a + bi \ (a, b \in \mathbb{R})$ thỏa mãn $(1+i)z + 2\overline{z} = 3 + 2i$. Tính $P = a + b$.

A. $P = \dfrac{1}{2}$ **B.** $P = 1$ **C.** $P = -1$ **D.** $P = -\dfrac{1}{2}$

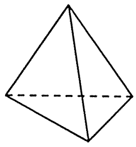
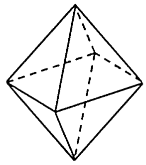
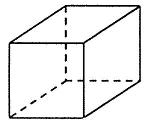
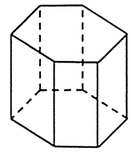
34. Xét số phức z thỏa mãn $(1+2i)|z| = \dfrac{\sqrt{10}}{z} - 2 + i$. Mệnh đề nào dưới đây ***đúng***?

A. $\dfrac{3}{2} < |z| < 2$. **B.** $|z| > 2$. **C.** $|z| < \dfrac{1}{2}$. **D.** $\dfrac{1}{2} < |z| < \dfrac{3}{2}$.

35. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác đều cạnh $2a$ và thể tích bằng a^3. Tính chiều cao h của hình chóp đã cho.

A. $h = \dfrac{\sqrt{3}a}{6}$. **B.** $h = \dfrac{\sqrt{3}a}{2}$. **C.** $h = \dfrac{\sqrt{3}a}{3}$. **D.** $h = \sqrt{3}a$.

36. Hình đa diện nào dưới đây ***không*** có tâm đối xứng ?

A. Tứ diện đều. **B.** Bát diện đều. **C.** Hình lập phương. **D.** Lăng trụ lục giác đều.

37. Cho tứ diện $ABCD$ có thể tích bằng 12 và G là trọng tâm tam giác BCD. Tính thể tích V của khối chóp $A.GBC$.

A. $V = 3$. **B.** $V = 4$. **C.** $V = 6$. **D.** $V = 5$.

38. Cho lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại A, cạnh $AC = 2\sqrt{2}$. Biết AC' tạo với mặt phẳng (ABC) một góc 60^0 và $AC' = 4$. Tính thể tích V của khối đa diện $ABCB'C'$.

A. $V = \dfrac{8}{3}$. **B.** $V = \dfrac{16}{3}$. **C.** $V = \dfrac{8\sqrt{3}}{3}$. **D.** $V = \dfrac{16\sqrt{3}}{3}$.

39. Cho khối (N) có bán kính đáy bằng 3 và diện tích xung quanh bằng 15π. Tính thể tích V của khối nón (N).

A. $V = 12\pi$. **B.** $V = 20\pi$. **C.** $V = 36\pi$. **D.** $V = 60\pi$.

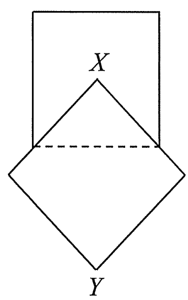
40. Cho hình lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có độ dài cạnh đáy bằng a và chiều cao bằng h. Tính thể tích V của khối trụ ngoại tiếp lăng trụ đã cho.

A. $V = \dfrac{3\pi a^2 h}{4}$. **B.** $V = \dfrac{\pi a^2 h}{3}$. **C.** $V = 3\pi a^2 h$. **D.** $V = \dfrac{\pi a^2 h}{9}$.

41. Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB = a$, $AD = 2a$ và $AA' = 2a$. Tính bán kính R của mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $ABB'C'$.

A. $R = 3a$. **B.** $R = \dfrac{3a}{4}$. **C.** $R = \dfrac{3a}{2}$. **D.** $R = 2a$.

42. Cho hai hình vuông có cùng cạnh bằng 5 được xếp chồng lên nhau sao cho đỉnh X của một hình vuông là tâm của hình vuông còn lại (như hình vẽ). Tính thể tích V của vật thể tròn xoay khi quay mô hình trên xung quanh trục XY.



A. $V = \dfrac{125\left(1+\sqrt{2}\right)\pi}{6}$. **B.** $V = \dfrac{125\left(5+2\sqrt{2}\right)\pi}{12}$.

C. $V = \dfrac{125\left(5+4\sqrt{2}\right)\pi}{24}$. **D.** $V = \dfrac{125\left(2+\sqrt{2}\right)\pi}{4}$.

43. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(3;-2;3)$ và $B(-1;2;5)$. Tìm tọa độ trung điểm a I của đoạn thẳng AB.

A. $I(-2;2;1)$. **B.** $I(1;0;4)$. **C.** $I(2;0;8)$. **D.** $I(2;-2;-1)$.

44. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\begin{cases}x=1\\y=2+3t\\z=5-t\end{cases}(t\in\mathbb{R})$. Vectơ nào dưới đây là vectơ chỉ phương của d?

A. $\vec{u}_1=(0;3;-1)$. **B.** $\vec{u}_2=(1;3;-1)$. **C.** $\vec{u}_3=(1;-3;-1)$. **D.** $\vec{u}_4=(1;2;5)$.

45. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho 3 điểm $A(1;0;0)$, $B(0;-2;0)$, $C(0;0;3)$. Phương trình nào dưới dây là phương trình mặt phẳng (ABC) ?

A. $\frac{x}{3}+\frac{y}{-2}+\frac{z}{1}=1$. **B.** $\frac{x}{-2}+\frac{y}{1}+\frac{z}{3}=1$. **C.** $\frac{x}{1}+\frac{y}{-2}+\frac{z}{3}=1$. **D.** $\frac{x}{3}+\frac{y}{1}+\frac{z}{-2}=1$.

46. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, phương trình nào dưới dây là phương trình mặt cầu có tâm $I(1;2;-1)$ và tiếp xúc với mặt phẳng $(P): x-2y-2z-8=0$?

A. $(x+1)^2+(y+2)^2+(z-1)^2=3$. **B.** $(x-1)^2+(y-2)^2+(z+1)^2=3$

C. $(x-1)^2+(y-2)^2+(z+1)^2=9$ **D.** $(x+1)^2+(y+2)^2+(z-1)^2=9$

47. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\frac{x+1}{1}=\frac{y}{-3}=\frac{z-5}{-1}$ và mặt phẳng $(P): 3x-3y+2z+6=0$. Mệnh đề nào dưới đây ***đúng***?

A. d cắt và không vuông góc với (P). **B.** d vuông góc với (P).

C. d song song với (P). **D.** d nằm trong (P).

48. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(-2;3;1)$ và $B(5;\ 6;\ 2)$. Đường thẳng AB cắt mặt phẳng (Oxz) tại điểm M. Tính tỉ số $\frac{AM}{BM}$.

A. $\frac{AM}{BM}=\frac{1}{2}$. **B.** $\frac{AM}{BM}=2$. **C.** $\frac{AM}{BM}=\frac{1}{3}$. **D.** $\frac{AM}{BM}=3$.

49. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, viết phương trình mặt phẳng (P) song song và cách đều hai đường thẳng $d_1:\frac{x-2}{-1}=\frac{y}{1}=\frac{z}{1}$ và $d_2:\frac{x}{2}=\frac{y-1}{-1}=\frac{z-2}{-1}$

A. $(P): 2x-2z+1=0$. **B.** $(P): 2y-2z+1=0$.

C. $(P): 2x-2y+1=0$. **D.** $(P): 2y-2z-1=0$.

50. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, xét các điểm $A(0;0;1)$, $B(m;0;0)$, $C(0;n;0)$, $D(1;1;1)$ với $m>0; n>0$ và $m+n=1$. Biết rằng khi m, n thay đổi, tồn tại một mặt cầu cố định tiếp xúc với mặt phẳng (ABC) và đi qua D. Tính bán kính R của mặt cầu đó?

A. $R=1$. **B.** $R=\frac{\sqrt{2}}{2}$. **C.** $R=\frac{3}{2}$. **D.** $R=\frac{\sqrt{3}}{2}$.

ĐỀ SỐ 3

1. Cho số phức $z=(2-i)2i+2$. Tìm phần thực và phần ảo của số phức liên hợp của z ?

A. Phần thực bằng 4, phần ảo bằng 4.

B. Phần thực bằng 4, phần ảo bằng $4i$.

C. Phần thực bằng 4, phần ảo bằng -4.

D. Phần thực bằng 4, phần ảo bằng $-4i$.

2. Tìm giá trị cực đại của hàm số $y=x^3-3x^2+6$ trên tập xác định của nó.

A. 6. **B.** 2. **C.** 0. **D.** -2.

3. Khẳng định nào sau đây là ***sai***?

A. Khối lăng trụ là khối đa diện.

B. Tất cả các mặt của khối đa diện là các đa giác.

C. Những điểm không thuộc khối đa diện được gọi là các điểm ngoài của khối đa diện.

D. Những điểm thuộc khối đa diện được gọi là các điểm trong của khối đa diện.

4. Khẳng định nào sau đây là **sai?**

A. Phần ảo của số phức z thỏa mãn $z=\overline{z}$ là 0.

B. Phần thực hai số phức z và $\overline{z}$ là bằng nhau.

C. Môđun của hai số phức z và $\overline{z}$ là bằng nhau.

D. Điểm biểu diễn hình học hai số phức z và $\overline{z}$ đối xứng nhau qua gốc tọa độ.

5. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, viết phương trình tham số của đường thẳng Δ đi qua điểm $M(x_M;y_M;z_M)$ và có vectơ chỉ phương $\vec{u}=(u_1;u_2;u_3)\neq\vec{0}$.

A. $\Delta:\begin{cases}x=u_1+x_M.t\\y=u_2+y_M.t\\z=u_3+z_M.t\end{cases}$ **B.** $\Delta:\begin{cases}x=x_M-u_1.t\\y=y_M+u_2.t\\z=z_M-u_3.t\end{cases}$

C. $\Delta:u_1(x-x_M)+u_2(y-y_M)+u_3(z-z_M)=0$ **D.** $\Delta:\begin{cases}x=x_M+u_1.t\\y=y_M+u_2.t\\z=z_M+u_3.t\end{cases}$.

6. Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x)=8x^3+\sin x$.

A. $\int(8x^3+\sin x)dx=2x^4-\cos x+C$. **B.** $\int(8x^3+\sin x)dx=2x^4+\cos x+C$.

C. $\int(8x^3+\sin x)dx=24x^2-\cos x+C$. **D.** $\int(8x^3+\sin x)dx=24x^4+\cos x+C$.

7. Cho hình chóp $SABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B, SA vuông góc với (ABC) góc giữa SC và đáy bằng 30^0, $AC=5a, BC=3a$. Tính thể tích của khối chóp $S.ABC$.

A. $\frac{10\sqrt{3}.a^3}{3}$. **B.** $\frac{8\sqrt{3}.a^3}{3}$. **C.** $\frac{5\sqrt{3}.a^3}{3}$. **D.** $10\sqrt{3}a^3$.

8. Cho hai số thực dương a,b. Khẳng định nào dưới đây là **đúng**?

A. $\log_{2017}a-\log_{2017}b=\log_{2017}|a-b|$. **B.** $\log_{2017}a+\log_{2017}b=\log_{2017}(ab)$.

C. $\log_{2017} a = \dfrac{1}{\log_a 2017}$. **D.** $\log_a b = -\log_b a$

9. Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = \sin 3x$.

A. $\int \sin 3x dx = \frac{1}{3}\cos 3x + C$ **B.** $\int \sin 3x dx = 3\cos 3x + C$

C. $\int \sin 3x dx = -3\cos 3x + C$ **D.** $\int \sin 3x dx = -\frac{1}{3}\cos 3x + C$.

10. Cho hàm số $y = \dfrac{3x+1}{2x-1}$. Khẳng định nào sau đây là ***đúng*** ?

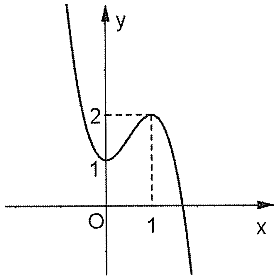
A. Đồ thị hàm số có hai tiệm cận đứng là $x = \frac{1}{2}$ và $x = \frac{3}{2}$.

B. Đồ thị hàm số có một tiệm cận đứng là $x = \frac{3}{2}$.

C. Đồ thị hàm số có một tiệm cận ngang là $y = \frac{3}{2}$.

D. Đồ thị hàm số có một tiệm cận ngang là $y = \frac{1}{2}$.

11. Tìm hàm số có đồ thị hàm số tương ứng với hình bên.



A. $y = -x^3 + 3x^2 + 1$. **B.** $y = x^3 - 2x^2 + 1$. **C.** $y = 3x^2 - 2x^3 + 1$. **D.** $y = -x^3 - 3x^2 + 1$.

12. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên đoạn $[a,b]$. Biết hàm số đạt cực đại tại $x_0 \in [a,b]$. Khẳng định nào sau đây là ***đúng***?

A. $f(x_0) \geq f(x), \forall x \in [a,b]$. **B.** $f''(x_0) > 0$.

C. $f'(x_0) = 0$. **D.** $f'(x_0)$ đổi dấu khi qua x_0.

13. Cho a,b là các số dương. Tìm x biết $\log_{2017} x = 4\log_{2017} a + 7\log_{2017} b$

A. $x = a^4 + b^7$. **B.** $x = a^4 b^7$. **C.** $x = a^{\frac{1}{4}} b^{\frac{1}{7}}$. **D.** $x = a^{\frac{1}{4}} + b^{\frac{1}{7}}$.

14. Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \sqrt{-x^2 + x + 2}$ trên đoạn $[-1;0]$. Khẳng định nào dưới đây là ***đúng***?

A. $4M^2 + m^2 = 9$. **B.** $4M^2 + m^2 = 8$. **C.** $4M^2 + m^2 = 11$. **D.** $2M + m = 3$.

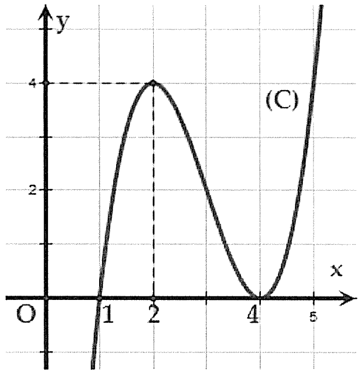
15. Cho hình chóp S.ABCD có đáy hình vuông, hình chiếu của S lên mặt đáy trùng với trung điểm H cạnh AD. Biết rằng $SC = a$ và SC hợp với mặt đáy một góc bằng 45^o. Tính thể tích khối chóp S.ABCD theo a.

A. $\dfrac{a^3\sqrt{2}}{5}$. **B.** $\dfrac{a^3\sqrt{2}}{15}$. **C.** $\dfrac{a^3\sqrt{2}}{8}$. **D.** $\dfrac{a^3\sqrt{2}}{24}$.

16. Cho mặt cầu $(S):(x-1)^2+(y+1)^2+z^2=9$. Điểm nào dưới đây nằm bên trong mặt cầu (S)?

A. $M(-1;1;1)$. **B.** $N(1,0,2)$. **C.** $P(0;1;2)$. **D.** $Q(-1;1;2)$.

17. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$ và đạo hàm $f'(x)$ có đồ thị (C) như hình vẽ. Nhận xét nào sau đây là ***đúng***?



A. Hàm số $f(x)$ đạt cực đại tại $x=2$.

B. Đồ thị hàm số $f(x)$ có 2 điểm cực trị.

C. Đồ thị hàm số $f(x)$ chỉ có 1 điểm cực đại.

D. Đồ thị hàm số $f(x)$ chỉ có 1 điểm cực tiểu.

18. Cho hàm số $y=ax^4+(2-a-a^2)x^2$. Tìm tất cả các giá trị của a để hàm số có đúng một cực tiểu?

A. $a\in(-\infty;-2]\cup[0;1]$. **B.** $a\in(0;1]$. **C.** $a\in(-\infty;-2]\cup(0;1]$. **D.** $a\in[0;1]$.

19. Giải bất phương trình $\log_{\frac{1}{2}}\left(x^2-3x+2\right)\geq -1$.

A. $x\in[0;3]$. **B.** $x\in(-\infty;0]\cup[3;+\infty)$. **C.** $x\in\{0;3\}$. **D.** $x\in[0;1)\cup(2;3]$.

20. Hỏi hàm số $y=\sqrt{x^3-3x^2+4}$ đồng biến trên khoảng nào trong khoảng sau đây?

A. $(2;+\infty)$. **B.** $(-\infty;0)$. **C.** $(0;2)$. **D.** $(-1;2)$.

21. Hàm số nào trong số các hàm số dưới đây đồng biến trên tập xác định?

A. $y=5x-\dfrac{1}{2^x}$. **B.** $y=\dfrac{1}{2}x-5^x$. **C.** $y=\log_{\frac{1}{2}}x-7$. **D.** $y=\log_{\frac{1}{2}}x+7$.

22. Phương trình $27^x-2.18^x-12^x+2.8^x=0$ có bao nhiêu nghiệm?

A. 2. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 0

23. Cho hàm số $f(x)$ có nguyên hàm trên tập xác định là $F(x)$. Giả sử $\int_0^2 f(z)dz=5$, $\int_2^4 f(t)dt=9$ và $F(0)+F(4)=3F(2)$. Hỏi $F(2)$ là nghiệm của phương trình nào dưới đây?

A. $x^2-5x+4=0$.

B. $3x^2-x-4=0$.

C. $3x^2-11x-14=0$.

D. $x^2-15x+14=0$

24. Một hình nón tròn xoay có bán kính đáy bằng a và chiều cao bằng $a\sqrt{3}$. Hỏi nếu tăng bán kính đáy lên gấp 3 lần và giữ nguyên chiều cao thì góc giữa một đường sinh tùy ý của hình nón với mặt đáy thay đổi như thế nào?

A. giảm đi $30°$. **B.** tăng lên $30°$. **C.** giảm đi $60°$. **D.** tăng lên $60°$.

25. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2+y^2+z^2-2x+4z-45=0$. Đường thẳng nào dưới đây cắt mặt cầu tại hai điểm A và B sao cho nhận $I=(5;3;2)$ làm trung điểm?

A. $\begin{cases} x=4t \\ y=3 \\ z=7-4t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x=1+t \\ y=3 \\ z=5-t \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x=5-2t \\ y=3 \\ z=2-2t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x=5+t \\ y=3 \\ z=2-2t \end{cases}$.

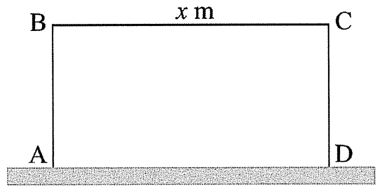
26. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, mặt phẳng (P) đi qua 3 điểm $A(0;1;0)$, $B(2;0;0)$, $C(0;0;3)$. Tìm tọa độ véctơ pháp tuyến của mặt phẳng (P).

A. $(1;2;3)$. **B.** $(2;1;3)$. **C.** $(3;6;2)$. **D.** $(-3;6;-2)$.

27. Cho hình hộp đứng $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy là hình vuông cạnh a. Khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng $(A'BCD')$ bằng $\frac{a\sqrt{3}}{2}$. Tính thể tích khối hộp $ABCD.A'B'C'D'$ theo a?

A. $\frac{a^3\sqrt{21}}{7}$. **B.** $a^3\sqrt{2}$. **C.** $a^3\sqrt{3}$. **D.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$.

28. Một người nông dân cần rào một mảnh đất trong vườn để trồng rau (tránh gà, vịt, ... phá rau) với 60m lưới rào và một bức tường dài có sẵn. Dự tính sẽ rào mảnh đất hình chữ nhật (như hình vẽ). Hỏi với giá trị nào của x thì diện tích mảnh đất sẽ được lớn nhất?



A. $x=20m$. **B.** $x=30m$. **C.** $x=15m$. **D.** $x=45m$.

29. Tìm tập nghiệm của bất phương trình $\log_{\frac{1}{3}}\left(\log_8(x^2-3)\right) \ge \log_3 2$.

A. $\left[-1-\sqrt{2};-2\right)\cup\left(2;1+\sqrt{2}\right]$. **B.** $\left[-1-\sqrt{2};1+\sqrt{2}\right]$.

C. $\left(-\infty;-1-\sqrt{2}\right]\cup\left[1+\sqrt{2};+\infty\right)$. **D.** $\left[-1-\sqrt{2};-\sqrt{3}\right)\cup\left(\sqrt{3};1+\sqrt{2}\right]$.

30. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-1}{2}=\frac{y-2}{1}=\frac{z+2}{-1}$ và $\vec{u}=(1;-1;2)$. Biết Δ là đường thẳng nhận $\vec{u}$ làm vectơ chỉ phương và đi qua điểm $A(a^2, a-1, -3a)$, trong đó a là số thực thay đổi. Tìm khoảng cách nhỏ nhất giữa hai đường thẳng d và Δ.

A. $\frac{8}{\sqrt{35}}$. **B.** $\frac{4}{\sqrt{35}}$. **C.** 0. **D.** $\frac{2}{\sqrt{35}}$.

31. Cho hàm số $y=\frac{mx-1}{x-m}$, $m\ne\pm1$. Gọi (C_m) là đồ thị của hàm số đã cho và M là giao điểm của hai đường tiệm cận của (C_m). Tập hợp các điểm M khi m thay đổi là:

A. đường thẳng $y=x$ bỏ đi hai điểm $(-1;-1)$ và $(1;1)$.

B. đường thẳng $y=x$ bỏ đi hai điểm $(-1;-1)$.

C. đường thẳng $y=-x$ bỏ đi hai điểm $(-1;1)$ và $(1;-1)$.

D. đường thẳng $y=-x$ bỏ đi điểm $(-1;1)$.

32. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại A có $BC=4$, SA vuông góc (ABC), $SC=4$ .Tính diện tích mặt cầu ngoại tiếp khối chóp $SEBC$ với E là trung điểm SA .

A. 38π . **B.** 48π . **C.** 36π . **D.** 30π .

33. Trong không gian với hệ toạ độ Oxyz, cho mặt cầu (S) có phương trình $x^2+y^2+z^2-2x+4y-6z-11=0$ và mặt phẳng (P) có phương trình $2x+2y-z+17=0$. Viết phương trình mặt phẳng (Q) song song với (P) và cắt (S) theo giao tuyến là đường tròn có chu vi bằng $p=6\pi$.

A. $2x+2y-z+7=0$. **B.** $2x+2y-z-19=0$. **C.** $2x+2y-z-7=0$. **D.** $2x+2y-z+17=0$.

34. Tính tích phân $I=\int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{4}} e^{\sin 2x}\sin\left(\frac{\pi}{4}-x\right)\sin^3\left(\frac{\pi}{4}+x\right)dx$?

A. $\frac{1}{8}\left(e+\frac{\sqrt{3}}{2}e^{\frac{\sqrt{3}}{2}}\right)$. **B.** $\frac{1}{8}\left(e-\frac{\sqrt{3}}{2}e^{\frac{\sqrt{3}}{2}}\right)$. **C.** $\frac{1}{4}\left(e-\frac{\sqrt{3}}{2}e^{\frac{\sqrt{3}}{2}}\right)$. **D.** $\frac{1}{4}\left(e+\frac{\sqrt{3}}{2}e^{\frac{\sqrt{3}}{2}}\right)$.

35. Cho hai số phức $z=1+3i, w=a+(b-1)i, (a,b\in R)$ và a,b là hai số thỏa $\bar{z}.w=z+\bar{w}$. Khẳng định nào là ***đúng?***

A. $a+b=\frac{7}{3}$. **B.** $a+b=\frac{5}{9}$. **C.** $a+b=\frac{1}{3}$. **D.** $a+b=-\frac{1}{3}$.

36. Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của tham số thực m sao cho đường thẳng $(d): y=x-m+1$ cắt đường cong $(C): y=\frac{4x-2m}{x+1}$ tại hai điểm phân biệt và khoảng cách giữa hai điểm đó nhỏ hơn $\sqrt{2017}$?

A. 60. **B.** 61. **C.** 62. **D.** 63.

37. Tìm tất cả các giá trị của tham số thực m để hàm số $y=-\frac{1}{2}\sin 2x+2(m+2)\cos x+(4m+9)x$ đồng biến trên $(-\infty;+\infty)$.

A. $m\le -3$. **B.** $m\ge 6$. **C.** $-2\le m\le 6$. **D.** $m\ge -2$.

38. Kí hiệu z_1 là nghiệm phức có phần ảo âm của phương trình $z^2-6z+13=0$. Trên mặt phẳng tọa độ Oxy, gọi M là điểm biểu diễn của số phức $(-1+2i).z_1$ và H là hình chiếu vuông góc của M lên trục Ox. Tính độ dài OH.

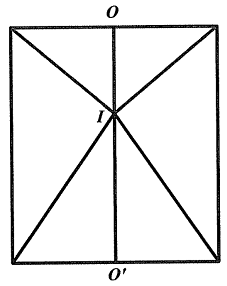
A. OH = 8. **B.** OH = 7. **C.** OH = 4 **D.** OH = 1.

39. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên khoảng $(-2;3)$. Biết $f(x)$ có nguyên hàm trên khoảng $(-2;3)$. Tính $I=\int_{-1}^{2}\left[f(x)+2\right]dx$, biết rằng $J=\int_{-2}^{4} f(2t)dt=\frac{3}{2}$.

A. $I=5$. **B.** $I=\frac{15}{2}$. **C.** $I=9$. **D.** $I=\frac{7}{2}$.

40. Cho hình trụ (T) có bán kính đáy là r, 2 tâm đáy lần lượt là O và O′ thỏa OO′ = h, và điểm I thuộc đoạn OO′. Gọi (N1) là hình nón có đỉnh I và đáy là đường tròn (O; r); gọi (N2) là hình nón có đỉnh

I và đáy là đường tròn (O′; r). Biết rằng khối nón (N2) có thể tích gấp đôi thể tích khối nón (N1). Tính độ dài OI theo h.



A. $OI = \frac{2h}{3}$. **B.** $OI = \frac{h}{2}$. **C.** $\frac{h}{4}$. **D.** $OI = \frac{h}{3}$.

41. Cho số phức z thỏa mãn $\frac{3+2i}{4-i}\left(z+\overline{z}\right) = \frac{25}{17} + \frac{55}{34}i$. Hỏi điểm biểu diễn của số phức z nằm trên đường thẳng nào dưới đây?

A. $x = \frac{5}{4}$. **B.** $x = \frac{5}{2}$. **C.** $x = -\frac{5}{4}$. **D.** $x = -\frac{5}{2}$.

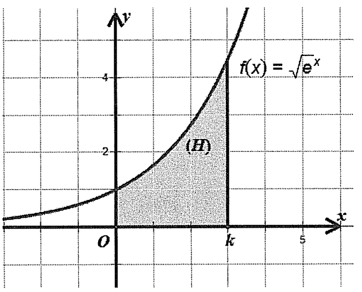
42. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, tìm hình chiếu của đường thẳng $(d): \begin{cases} x = 1 + (2m-3)t \\ y = -1 + (3-m)t \\ z = -2 + (3m+3)t \end{cases}$ trên mặt phẳng $(P): 2x - y + 3z + 3 = 0$.

A. $\begin{cases} x = -2 - t' \\ y = 2 + t' \\ z = 1 + t' \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x = 1 - 3t' \\ y = -1 + 3t' \\ z = 2 + 3t' \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x = 1 - t' \\ y = -1 + t' \\ z = -2 - t' \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x = -2 - t' \\ y = 2 + t' \\ z = 1 - t' \end{cases}$.

43. Cho bất phương trình $2\log_4\left(x^3+1\right) \le \log_4(2x-1)^2 + \frac{1}{2}\log_{\sqrt{2}}(x+1)$. Tìm tập nghiệm S của bất phương trình.

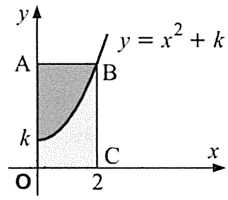
A. $S = [1;2]$. **B.** $S = (-\infty;-1) \cup [1;2]$ **C.** $(-1;0] \cup [1;2]$. **D.** $S = [2;+\infty)$

44. Cho hình thang cong (H) giới hạn bởi các đường $y = \left(\sqrt{e}\right)^x, y = 0, x = 0, x = k\,(k > 0)$. Tìm giá trị của k để diện tích hình (H) bằng với diện tích hình tròn bán kính R dương cho trước (giá trị k theo R).



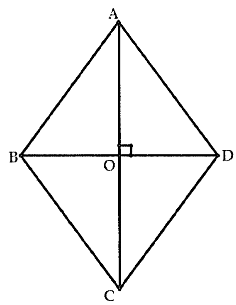
A. $k = 2\ln\left(2\pi R^2 + 1\right)$. **B.** $k = 2\ln\left(\pi R^2 + 1\right)$. **C.** $k = \ln\left(R^2 + 1\right)$. **D.** $k = 2\ln\left(\frac{\pi R^2}{2} + 1\right)$.

45. Cho hàm số $y = x^2 + k$, k là tham số không âm, có đồ thị như hình vẽ. Biết $OABC$ là hình chữ nhật. Tìm k để đồ thị hàm số chia hình chữ nhật thành 2 phần có diện tích bằng nhau.



A. $k=\frac{4}{3}$. **B.** $k=-\frac{20}{9}$. **C.** $k=0$. **D.** $k=\frac{3}{4}$.

46. Cho $ABCD$ là hình thoi có cạnh là a (như hình vẽ). Gọi V_1 và V_2 lần lượt là thể tích của các vật thể tròn xoay khi quay hình thoi trên quanh trục AC và BD. Trong trường hợp V_1 đạt giá trị lớn nhất, hãy tính tỉ số $\frac{V_1}{V_2}$.



A. $\frac{V_1}{V_2}=\sqrt{3}$. **B.** $\frac{V_1}{V_2}=2$. **C.** $\frac{V_1}{V_2}=\frac{3}{\sqrt{2}}$. **D.** $\frac{V_1}{V_2}=\sqrt{2}$.

47. Giả sử bạn muốn mua trả góp 1 cái điện thoại Sony Xperia Ultra trị giá 20,5 triệu (đồng) ở Thế giới di động trong vòng 12 tháng với lãi suất 1,2%/tháng và đã trả trước 7 triệu (đồng). Hỏi hàng tháng bạn phải dư ra ít nhất bao nhiêu tiền để có thể trả? (Trả vào cuối mỗi tháng)

A. 1,21 triệu (đồng). **B.** 1,22 (triệu đồng). **C.** 1,84 triệu (đồng). **D.** 1,85 triệu (đồng).

48. Trên tập hợp số phức cho phương trình $z^2-\sqrt{3}z+1=0$ (*). Gọi z_1, z_2 là nghiệm của phương trình (*). Tìm môđun của số phức $w=\frac{z_1}{i^{4n+2}}+\frac{z_2}{i^{4n}}, n\in\mathbb{N}$.

A. 1. **B.** $\sqrt{3}$. **C.** $\frac{1}{2}$. **D.** $\frac{\sqrt{3}}{2}$.

49. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 3x+y-4z+5=0$, điểm $A(2;-1;4)$ và đường thẳng $(d): \frac{x-1}{2}=\frac{y}{3}=z-4$. Tìm phương trình mặt phẳng (α) vuông góc với (P), cách đều điểm A và đường thẳng (d).

A. $(\alpha): 13x-11y+7z-53=0$. **B.** $(\alpha): 3x+y-4z+12=0$.

C. $(\alpha): 13x-11y+7z+12=0$. **D.** $(\alpha): 3x+y-4z+1=0$.

50. Tìm tất cả các giá trị của tham số thực m để bất phương trình sau được nghiệm đúng với mọi $x>0$

$$\log_{\frac{1}{2}}\left(7x^2+7\right)>\log_{\frac{1}{2}}\left(mx^2+4x+m\right)$$

A. $m>7$. **B.** $m\le 5$. **C.** $m\ge 7$. **D.** $m<5$.

ĐỀ SỐ 4

1. Tìm khẳng định ***đúng*** trong các khẳng định sau đây.

A. Nếu hàm số $f(x)$ đạt cực trị tại x_o thì x_o gọi là cực trị của hàm số.

B. Nếu hàm số $f(x)$ đạt cực đại tại x_o thì x_0 gọi là điểm cực đại của hàm số.

C. Nếu hàm số đạt cực trị tại x_o thì x_o gọi là điểm cực đại của hàm số.

D. Nếu hàm số đạt cực trị tại thì x_o gọi là cực đại của hàm số.

2. Đồ thị hàm số $y=\dfrac{\sqrt{4x^2+2x+1}}{x-2}$ có bao nhiêu tiệm cận ngang?

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

3. Với hai số thực a,b khác 0 bất kì. Mệnh đề nào dưới đây ***đúng***?

A. $\ln\left(a^2b^4\right)=2\left(\ln|a|+4\ln|b|\right)$.

B. $\ln\left(a^2b^4\right)=2\ln a+2\ln b^2$.

C. $\ln\left(a^2b^4\right)=2\ln|a|+2\ln b^2$.

D. $\ln\left(a^2b^4\right)=2\ln a+4\ln b$.

4. Hàm số nào dưới đây có thể là một nguyên hàm của hàm số $y=e^{2x}+5\sin x$?

A. $y=2e^{2x}+5\cos x$.

B. $y=\dfrac{e^{2x}}{2}-5\cos x+9$.

C. $y=\dfrac{e^{2x}}{2}+5\cos x+15$.

D. $y=e^{2x}-5\cos x+2$.

5. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm trên $(-2;2)$. Biết rằng $f(0)=-1$ và $\int_0^1 f'(x)dx=3$, tính $f(1)$.

A. 2. **B.** 4. **C.** -4. **D.** -3.

6. Tìm khẳng định ***đúng*** trong các khẳng định sau đây.

A. Số phức có phần thực là -2 và phần ảo là $-3i$.

B. Số phức $z=5-\sqrt{6}i$ có phần thực là 5 và phần ảo là $\sqrt{6}$.

C. Số phức $z=-3$ là số thuần ảo.

D. Số phức $z=2+2\sqrt{2}i$ có phần thực là 2 và phần ảo là $2\sqrt{2}$.

7. Hình đa diện nào sau đây ***không phải*** là hình đa diện đều?

A. Hình chóp tứ giác đều.

B. Tứ diện có 6 cạnh bằng nhau.

C. Hình hộp chữ nhật có các cạnh bằng nhau.

D. Hình bát diện đều.

8. Cho lăng trụ $ABC.A'B'C'$. Gọi V_1,V_2 lần lượt là thể tích của khối lăng trụ và khối chóp $A'.ABC$.

Tính tỉ số $\dfrac{V_1}{V_2}$.

A. $\dfrac{V_1}{V_2}=\dfrac{3}{2}$. **B.** $\dfrac{V_1}{V_2}=2$. **C.** $\dfrac{V_1}{V_2}=3$. **D.** $\dfrac{V_1}{V_2}=\dfrac{1}{3}$.

9. Phương trình nào dưới đây là phương trình tham số của đường thẳng (d) đi qua điểm $A(-1;5;-2)$ và có một vectơ chỉ phương là $\vec{a}=\left(-\frac{1}{2};\frac{3}{2};-5\right)$?

A. $\begin{cases} x=-\frac{1}{2}-t \\ y=\frac{3}{2}+5t \\ z=-5-2t \end{cases}$.   **B.** $\begin{cases} x=-1+t \\ y=-5-3t \\ z=-2+10t \end{cases}$.   **C.** $\begin{cases} x=-\frac{1}{2}-t \\ y=\frac{3}{2}-5t \\ z=-5-2t \end{cases}$.   **D.** $\begin{cases} x=-1+t \\ y=5-3t \\ z=-2+10t \end{cases}$.

10. Hàm số $y=x^3-3x^2+2x-6$ có đạo hàm y' đổi dấu mấy lần trên khoảng $(-3;1)$?

A. 0.   **B.** 1.   **C.** 3.   **D.** 2.

11. Cho hàm số $f(x)$ có bảng xét dấu của $f'(x)$ như sau:

x	$-\infty$		-2		-1		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	$\Vert$	$+$	0	$-$	0	$-$	

Trong đó, $f'(x)$ không xác định tại $x=-1$ và $f(-1)=3$. Chọn phát biểu ***đúng.***

A. Đồ thị hàm số $f(x)$ có 3 điểm cực trị.

B. Đồ thị hàm số $f(x)$ có 2 điểm cực trị.

C. Đồ thị hàm số $f(x)$ có 4 điểm cực trị.

D. Đồ thị hàm số $f(x)$ có các điểm cực đại là $x=-2$ và $x=0$.

12. Cho hàm số $y=\frac{\sin^2 x+1}{\cos 2x-1}$ trên tập xác định. Khẳng định nào sau đây là ***đúng*** khi nhận xét về giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số ?

A. Hàm số có giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất.

B. Hàm số có giá trị nhỏ nhất là -1.

C. Hàm số tồn tai giá trị lớn nhất nhưng không tồn tại giá trị nhỏ nhất.

D. Hàm số không tồn tại cả giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất.

13. Cho hàm số $y=f(x)$, m là tham số , xác định trên $\mathbb{R}\setminus(-2;2]$, có bảng biến thiên như hình bên dưới. Tìm tất các các giá trị thực của tham số m để đồ thị đồ thị hàm số $y=f(x)$ cắt đường thẳng $y=\frac{1}{2}$ tại 2 điểm.

x	$-\infty$		-2		2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$				$+$	
$f(x)$	1	$\searrow$	$-3+m$		-3	$\nearrow$	$7+2m$

A. $-\frac{13}{4}\le m<\frac{7}{2}$.   **B.** $m<-\frac{13}{4}$.   **C.** $-\frac{13}{4}<m\le\frac{7}{2}$.   **D.** $-\frac{13}{4}\le m\le\frac{7}{2}$.

14. Tính đạo hàm của hàm số $f(x)=x^{\frac{1}{2}}.3x^5.x^{-\frac{6}{7}}+\sqrt{x}\quad (x>0)$.

A. $f'(x)=3x^{\frac{51}{14}}+\frac{1}{2}x^{-\frac{1}{2}}$.
B. $f'(x)=\frac{195}{14}x^{\frac{51}{14}}+\frac{1}{2}x^{-\frac{1}{2}}$.
C. $f'(x)=3x^{\frac{51}{14}}+x^{-\frac{1}{2}}$.
D. $f'(x)=\frac{65}{14}x^{\frac{51}{14}}+\frac{1}{2}x^{-\frac{1}{2}}$.

15. Cho $\log_a b=2$ và $\log_c a=3$. Tính $\log_{b^2c}\sqrt[3]{a^2}$.

A. $\frac{2}{21}$. **B.** $\frac{1}{2}$. **C.** $\frac{2}{13}$. **D.** $\frac{9}{26}$.

16. Tính đạo hàm của hàm số $f(x)=\log_5^3(6x-9)$.

A. $f'(x)=3\log_5^2(6x-9)$.
B. $f'(x)=\frac{6\log_5^2(6x-9)}{(2x-3)\ln 5}$.
C. $f'(x)=\frac{x\log_5^2(6x-9)}{(2x-3)\ln 5}$.
D. $f'(x)=\frac{\log_5^2(6x-9)}{2x-3}$.

17. Cho số thực x thỏa phương trình $5^{2x-4}-4.5^{x-2}-5=0$. Hãy tính giá trị của 5^{x-2}.

A. 5. **B.** -1. **C.** 3. **D.** Có 2 giá trị -1 và 5.

18. Hỏi bất phương trình $\log_{\sqrt{5}}x.\log_5 x.\log_{25}x.\log_{125}x^3\le 625$ có bao nhiêu nghiệm nguyên?

A. 104. **B.** 4. **C.** 11. **D.** 3125.

19. Hỏi khi $\int_0^1(x^2-mx)e^x dx=e-7$ thì giá trị của m là nghiệm của phương trình nào dưới đây?

A. $x^2-8x-e^2+4e+12=0$.
B. $x^2+4ex+36e-81=0$.
C. $x^2-5x+6=0$.
D. $x^2-12x+35=0$.

20. Tính $(a+b-i)[a+(b-1)i]$, với $a,b\in R$.

A. $a^2+ab+b-1+a(b-2)i$.
B. $a^2+ab+b-1+(ab+b^2-2a-b)i$.
C. $a^2+ab-b+1+a(b-2)i$.
D. $a^2+ab-b+1+(ab+b^2-2a-b)i$.

21. Cho hình chóp *S.ABC* có đáy *ABC* là tam giác vuông tại *A*, $AB=3a, AC=4a$, *SB* vuông góc (ABC), $SC=5a\sqrt{2}$. Tính thể tích khối chóp *S.ABC* theo *a*.

A. $10a^3$. **B.** $30a^3$. **C.** $10a^3\sqrt{2}$. **D.** $5a^3$.

22. Cho hình nón (N) có thiết diện qua trục là một tam giác vuông có cạnh huyền bằng $a\ cm$. Tính thể tích V của khối nón đó.

A. $V=\frac{a^3\pi}{8}cm^3$. **B.** $V=\frac{a^3\pi}{6}cm^3$. **C.** $V=\frac{a^3\pi}{24}cm^3$. **D.** $V=\frac{a^3\pi}{3}cm^3$.

23. Trong không gian với hệ tọa độ *Oxyz*, cho tam giác ABC có $A(-3;5;4)$, $B(0;2;-7)$ và trọng tâm $G(2;6;2)$. Tìm tọa độ điểm C.

A. $C(6;18;6)$. **B.** $C(9;11;9)$. **C.** $C(3;11;-5)$. **D.** $C(3;11;9)$.

24. Trong không gian với hệ tọa độ *Oxyz*, cho các phương trình sau:

(1) $(x-1)^2+(y-2)^2+(z-1)^2=\pi$.
(2) $(2x+1)^2+(2y+3)^2+(2z+5)^2=1$.

(3) $(2x+3)^2+(3y+2)^2+(4z-5)^2=9$. (4) $x^2+y^2+z^2+2x-6y-8z-20=0$.

Có bao nhiêu phương trình trong số các phương trình trên là phương trình mặt cầu?

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

25. Trong không gian với hệ tọa độ *Oxyz*, viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua $M(0;-2;1)$ và song song với mặt phẳng $(\alpha): 3x-2y-z+5=0$.

A. $(P): 3x-2y-z-3=0$. **B.** $(P): 3x-2y-z+3=0$.

C. $(P): -2y+z-3=0$. **D.** $(P): 3x+2y-z+5=0$.

26. Một vật bắt đầu chuyển động với vận tốc ở giây thứ t được xác định bởi hàm số $f(t)=2t^3-15t^2+24t+20$ (m/s). Hỏi trong 5 giây đầu tiên, quãng đường vật đi được cho đến khi đạt vận tốc lớn nhất là bao nhiêu?

A. $11\ m$. **B.** $\frac{175}{2}\ m$. **C.** $80\ m$. **D.** $\frac{55}{2}\ m$.

27. Tính tổng số đường tiệm cận đứng và ngang của đồ thị hàm số $y=\frac{\sqrt{x-3}}{x^2-5x+4}$.

A. 2 **B.** 3 **C.** 4 **D.** 5

28. Cho hàm số $y=\frac{1}{3}x^3-mx^2-x+m+\frac{2}{3}$ có đồ thị là (C_m), với m là tham số thực. Tìm tất cả các giá trị của m để (C_m) cắt trục Ox tại ba điểm phân biệt có hoành độ $x_1;\ x_2;\ x_3$ thỏa $x_1^2+x_2^2+x_3^2>15$

A. $-1<m<1$ **B.** $\left[\begin{array}{l} m<-1 \\ m>1 \end{array}\right.$.

C. $\frac{-1-\sqrt{6}}{3}<m<\frac{-1+\sqrt{6}}{3}$. **D.** $\left[\begin{array}{l} m<\frac{-1-\sqrt{6}}{3} \\ m>\frac{-1+\sqrt{6}}{3} \end{array}\right.$.

29. Cho hàm số $y=\ln\frac{2}{x+1}$, nhận định nào dưới đây là ***đúng***?

A. $2y''=y'e^y$. **B.** $y''=(y')^3$. **C.** $e^y.y''=8(y')^3$. **D.** $2y''+y'e^y=0$.

30. Anh Nhân gửi vào ngân hàng số tiền ban đầu 10 triệu đồng với lãi suất 7,5% năm. Sau 6 tháng kể từ ngày đầu tiên gửi thì lãi suất thay đổi tăng lên 8% năm, anh Nhân quyết định gửi thêm 1 số tháng tròn nữa. Hỏi để thu được số tiền cả gốc và lãi tối thiểu 11 triệu thì anh Nhân gửi tổng cộng ít nhất bao nhiêu tháng, biết rằng trong suốt thời gian gửi, anh Nhân không rút tiền lãi lần nào?

A. 15 tháng **B.** 14 tháng **C.** 9 tháng **D.** 10 tháng.

31. Biết $I=\int_1^{\sqrt{3}} x\sqrt{1+x^2}\,dx=\frac{a-b\sqrt{2}}{3}$, trong đó a,b là hai số nguyên dương. Khẳng định nào sau đây là khẳng đinh ***đúng***?

A. $b>7$. **B.** $b<5$. **C.** $a>10$. **D.** $a+b>15$.

32. Tích phân $\int_{-3}^{-1}\frac{x+2}{2x^2-7x+5}dx=a\ln 2+b\ln 7-c\ln 11,\ (a,b,c\in\mathbb{Q})$. Tính giá trị $a+b+c$.

A. 4. **B.** 1. **C.** 7. **D.** 2.

33. Một vật di chuyển với vận tốc được biểu diễn theo hàm số $v(t) = 16t - 4t^3 \ (cm/s)$. Hãy tìm quãng đường S mà vật đó đi được trong giây thứ hai?

A. $S = 16cm$. **B.** $S = 12cm$. **C.** $S = 9cm$. **D.** $S = 8cm$.

34. Cho số phức z thỏa phương trình $(1+2i)\overline{z} + (i-3)^2 = 16 - 5i$. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, gọi M là điểm biểu diễn cho số phức $z + i\overline{z}$. Tính độ dài OM.

A. $OM = 5\sqrt{2}$. **B.** $OM = \sqrt{2}$. **C.** $OM = 5$. **D.** $OM = 50$.

35. Cho A,B,C,D là bốn điểm trong mặt phẳng phức biểu diễn theo thứ tự các số phức $-1+i,\ -1-i,\ 2i,\ 2-2i$. Gọi z_1,z_2,z_3,z_4 theo thứ tự là các điểm M,N,P,Q lần lượt thỏa $\overrightarrow{OM} = \overrightarrow{AC}, \overrightarrow{ON} = \overrightarrow{AD}, \overrightarrow{OP} = \overrightarrow{BC}, \overrightarrow{OQ} = \overrightarrow{BD}$. Tính $\dfrac{z_1}{z_2} + \dfrac{z_3}{z_4}$.

A. $\dfrac{z_1}{z_2} + \dfrac{z_3}{z_4} = -4i$. **B.** $\dfrac{z_1}{z_2} + \dfrac{z_3}{z_4} = \dfrac{4}{3}i$. **C.** $\dfrac{z_1}{z_2} + \dfrac{z_3}{z_4} = -\dfrac{2}{3}i$. **D.** $\dfrac{z_1}{z_2} + \dfrac{z_3}{z_4} = \dfrac{2}{3}i$.

36. Cho phương trình $z^4 + 4z^2 + 16 = 0$. Kí hiệu z_1,z_2,z_3,z_4 là bốn nghiệm phức của phương trình trên theo thứ tự tổng của phần thực và phần ảo tăng dần. Tính $T = z_1 + 2z_2 + 3z_3 + 4z_4$.

A. $T = 4i\sqrt{3}$. **B.** $T = 4 + 2i\sqrt{3}$. **C.** $T = 2 + 4i\sqrt{3}$. **D.** $T = -2 - 4i\sqrt{3}$.

37. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh $2a$. Hình chiếu vuông góc của A' lên mặt đáy (ABC) trùng với trung điểm M của cạnh AC. Góc giữa cạnh bên và mặt đáy bằng 60^0. Tính khoảng cách từ C' đến mặt phẳng $ABB'A'$.

A. $\dfrac{2a\sqrt{15}}{5}$. **B.** $\dfrac{4a\sqrt{15}}{5}$. **C.** $\dfrac{6a\sqrt{15}}{5}$. **D.** $\dfrac{a\sqrt{15}}{10}$.

38. Cho hình chữ nhật $ABCD$ có $AD = 2, AB = 4cm$. Tính thể tích $V\left(cm^3\right)$ của vật thể tròn xoay được tạo thành khi quay hình chữ nhật trên quanh trục AC.

A. $V = 32\pi$. **B.** $V = 16\pi$. **C.** $V = \dfrac{352\pi\sqrt{5}}{75}$. **D.** $V = \dfrac{32\pi\sqrt{5}}{15}$.

39. Cho tam giác ABC đều cạnh 3 cm nội tiếp đường tròn (O). Biết rằng đường tròn (O) là giao tuyến của mặt cầu tâm I bán kính 5 cm và mặt phẳng (α). Tính khoảng cách từ I đến mặt phẳng (α).

A. 4 cm. **B.** $\dfrac{\sqrt{73}}{2}$ cm. **C.** $\dfrac{\sqrt{97}}{2}$ cm. **D.** $\sqrt{22}$ cm.

40. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(-1;1;1)$ và đường thẳng $d: \dfrac{x-3}{2} = \dfrac{y+2}{1} = \dfrac{z+1}{-1}$. Viết phương trình đường thẳng Δ qua A, Δ cắt và vuông góc với d.

A. $\begin{cases} x = 2 - t \\ y = -5 + t \\ z = -1 + t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x = -1 + 2t \\ y = 1 - 5t \\ z = 1 - t \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x = -1 + 9t \\ y = 1 + 8t \\ z = 1 - 20t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x = -1 + t \\ y = 1 + 2t \\ z = 1 + 4t \end{cases}$.

41. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;5;0)$, $B(3;3;6)$ và đường thẳng Δ có phương trình $\dfrac{x+1}{2} = \dfrac{y-1}{-1} = \dfrac{z}{2}$. Một điểm M thay đổi trên đường thẳng Δ. Biết rằng $M(a;b;c)$ là điểm thỏa mãn chu vi $p_{\Delta ABC}$ tam giác MAB đạt giá trị nhỏ nhất. Khẳng định nào sau đây là ***đúng***?

A. $a + c^2 + b^3 > 5$. **B.** $(a-b)^c < 1$. **C.** $(a-c)^b > 1$. **D.** $b + a^2 < c^3$.

42. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, một hình lăng trụ có diện tích đáy bằng 5 (đvdt) và hai đáy lần lượt nằm trên hai mặt phẳng $(\alpha): x-2y+3z-a=0$, $(\beta): 3x-6y+9z+b=0, \left(a;b\in\mathbb{R}^*, b\neq 3a\right)$. Hỏi nếu thể tích khối lăng trụ bằng $5\sqrt{14}$ (đvtt) thì nhận định nào sau đây là ***đúng*** ?

A. $|3a+b|=\sqrt{14}$. **B.** $\left|a+\dfrac{b}{3}\right|=42$. **C.** $|3a+b|=14$ **D.** $\left|a+\dfrac{b}{3}\right|=14$.

43. Cho hàm số $y=x^3+3x^2-mx-4$ (1) với m là tham số thực. Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của tham số thực m lớn hơn -9 để hàm số (1) đồng biến trên khoảng $(-\infty;0)$.

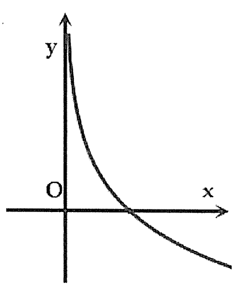
A. 7. **B.** 6. **C.** 5. **D.** 4.

44. Gọi số thực m sao cho đồ thị hàm số $y=x^3-3(m+1)x^2+(6m+3)x-m$ có cực đại, cực tiểu đồng thời tiếp tuyến của đồ thị tại 2 điểm cực trị là 2 đường thẳng song song cách nhau một khoảng $\dfrac{1}{2}$. Hỏi có bao nhiêu giá trị m?

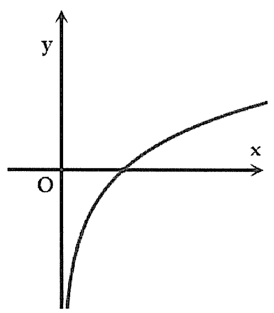
A. 2. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 0.

45. Cho hàm số $y=\log_a\dfrac{b}{x}$ $(b<0,\ a>1)$. Đồ thị nào dưới đây miêu tả chính xác nhất đồ thị của hàm số đã cho?

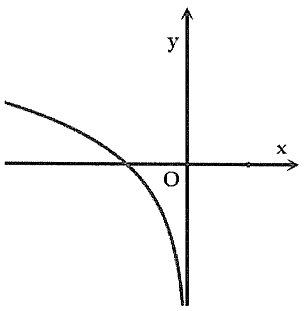
A.



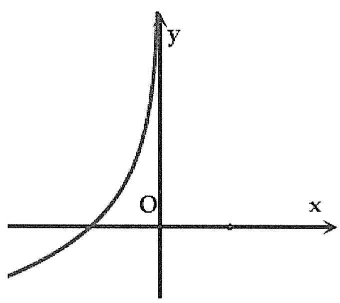
B.



C.



D.



46. Cho phương trình $\ln^3 x+m+\ln x\left(\ln x^3+m+2\right)=0$. Tìm tất cả giá trị m để phương trình có ba nghiệm phân biệt lập thành một cấp số nhân.

A. $m\in\mathbb{R}$. **B.** $m>1$. **C.** $m<1$. **D.** $\begin{cases} m<1 \\ m\neq -1\end{cases}$.

47. Trong mặt phẳng Oxy, cho đường tròn $(C): x^2+y^2=R^2$ và đường thẳng $(d): x+(\sqrt{2}-1)y=R,(R>0)$. Biết giá trị của diện tích hình phẳng giới hạn bởi đường thẳng (d), đường tròn (C) và trục hoành Ox có dạng aR^2 $(a\in\mathbb{R})$. Tìm a (kết quả làm tròn đến hàng phần nghìn).

A. $3,352$. **B.** $1,678$. **C.** $0,996$. **D.** $1,532$.

48. Tìm phần ảo của số phức $\overline{z}$ có mô đun nhỏ nhất thỏa điều kiện $|z-2-4i|=|z-2i|$.

A. -2. **B.** 2. **C.** -3. **D.** 3.

49. Một hình nón có bán kính đáy $R=10cm$ và chiều cao bằng $h=40cm$. Hình trụ được gọi là *nội tiếp hình nón* nếu một đường tròn đáy của hình trụ nằm trên mặt xung quanh của hình nón, đáy còn lại nằm trên mặt đáy của hình nón. Tính bán kính đáy r của hình trụ nội tiếp hình nón để *diện tích toàn phần* của hình trụ **đạt giá trị lớn nhất**.

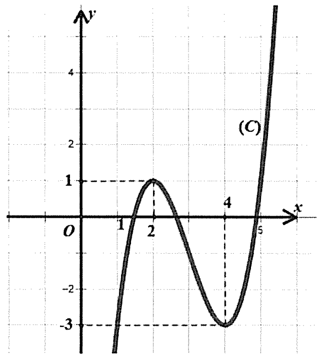
A. $r=\dfrac{40}{7}cm$ **B.** $r=\dfrac{20}{3}cm$. **C.** $r=\dfrac{16}{3}cm$. **D.** $r=\dfrac{10}{3}cm$.

50. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $M(0;-1;2), N(-1;1;3)$. Biết mặt phẳng (P) đi qua M,N sao cho khoảng cách từ $K(0;0;2)$ đến (P) đạt giá trị lớn nhất. Hỏi điểm nào sau đây thuộc (P).

A. $I(\sqrt{2};1;3-\sqrt{2})$. **B.** $J\left(1;\dfrac{5}{3};\dfrac{11}{3}\right)$. **C.** $R(\sqrt{3};-3;\sqrt{3})$. **D.** $S\left(\dfrac{1}{2};-3;\dfrac{1}{3}\right)$.

ĐỀ SỐ 5

1. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong (C) như hình bên. Trong các mệnh đề sau, chọn mệnh đề ***sai***.



A. Đồ thị hàm số đạt cực đại tại $x = 2$.
B. Đồ thị hàm số có 2 điểm cực trị.
C. Giá trị cực đại của hàm số là 1.
D. Điểm $M(4;-3)$ là điểm cực tiểu của đồ thị hàm số.

2. Trên mặt phẳng tọa độ, tìm điểm biểu diễn số phức z biết $\overline{z} = \left(1 + i\sqrt{3}\right)^2$

A. $M\left(1;\sqrt{3}\right)$.
B. $N\left(1;-\sqrt{3}\right)$.
C. $P\left(-2;-2\sqrt{3}\right)$.
D. $Q\left(-2;2\sqrt{3}\right)$.

3. Cho khối lăng trụ có diện tích đáy là $\frac{B}{3}$ và chiều cao là h. Tính thể tích khối lăng trụ theo B và h.

A. $\frac{Bh}{9}$.
B. Bh.
C. $\frac{B^2}{9}h$.
D. $\frac{Bh}{3}$.

4. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào ***sai***?
A. Khối tứ diện là khối đa diện lồi.
B. Khối hộp là khối đa diện lồi.
C. Lắp ghép hai khối hộp sẽ được một khối đa diện lồi.
D. Khối lăng trụ tam giác là khối đa diện lồi.

5. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x)$ trên đoạn $[3;4]$, $f(3) = 3$ và $f(4) = 4$. Tính $I = \int_3^4 \left[1 + f'(x)\right] \mathrm{d}x$.

A. $I = -2$.
B. $I = 2$.
C. $I = 14$.
D. $I = 1$.

6. Tìm giao điểm hai đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y = \frac{3x-2}{2x+1}$.

A. $\left(-\frac{1}{2};\frac{2}{3}\right)$.
B. $\left(\frac{2}{3};-\frac{1}{2}\right)$.
C. $\left(\frac{3}{2};-\frac{1}{2}\right)$.
D. $\left(-\frac{1}{2};\frac{3}{2}\right)$.

7. Chọn mệnh đề ***đúng*** trong các mệnh đề sau.

A. $\int \frac{dx}{ax+b} = \frac{1}{a}\ln|ax+b| + c\left(a,b,c \in \mathbb{R}, a \neq 0\right)$.

B. $\left[\cos(ax+b)\right]' = -\frac{1}{a}\sin(ax+b), \left(a,b \in \mathbb{R}, a \neq 0\right)$.

C. $\int (f(x).g(x))dx = \left(\int f(x)dx\right).\left(\int g(x)dx\right)$.

D. $\int_b^a f'(x)dx = f(b) - f(a)$ ($f'(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$, $a, b \in \mathbb{R}$).

8. Trong không gian với hệ tọa độ *Oxyz*, cho hai điểm $A(1;2;3)$ và $B(3;2;1)$. Viết phương trình đường thẳng AB.

A. $\begin{cases} x = 3 + 2t \\ z = 1 - 2t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 2 \\ z = 3 + 2t \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x = 3 - t \\ y = 2 \\ z = 1 + t \end{cases}$. **D.** $\frac{x-3}{2} = \frac{y-2}{1} = \frac{z-1}{-2}$

9. Tìm điều kiện xác định của $\log_{2x-3}(4x-7)^2$.

A. $x > 2$. **B.** $x > \frac{7}{4}$.

C. $x > \frac{7}{4}$ và $x \neq 2$. **D.** $x > \frac{3}{2}$ và $x \neq 2, x \neq \frac{7}{4}$.

10. Cho hình chóp $SABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại *B*, *SA* vuông góc với (ABC) góc giữa *SC* và đáy bằng 30^o, $AC = 5a$, $BC = 3a$. Tính thể tích khối chóp $SABC$ theo a.

A. $10\sqrt{3}.a^3$. **B.** $\frac{10\sqrt{3}.a^3}{3}$. **C.** $\frac{20\sqrt{3}.a^3}{3}$. **D.** $\frac{60\sqrt{3}.a^3}{3}$.

11. Tìm tập xác định của hàm số $y = \left(-x^2 + 2x\right)^{-2017}$.

A. $D = \mathbb{R} \setminus \{0;2\}$. **B.** $D = (0;2)$. **C.** $x \notin \{0;2\}$. **D.** $x \in (0;2)$.

12. Cho khối nón có bán kính đáy bằng a và chiều cao dài gấp 3 lần đường kính đáy. Tính thể tích khối nón theo *a*.

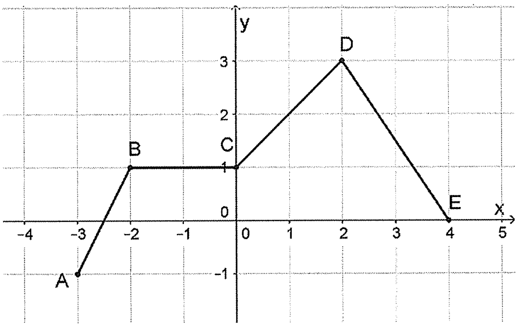
A. a^3. **B.** $2a^3$. **C.** πa^3. **D.** $2\pi a^3$.

13. Trong không gian với hệ tọa độ *Oxyz*, viết phương trình mặt cầu có tâm $I(-2;1;0)$ và tiếp xúc với mặt phẳng tọa độ (*Oyz*).

A. $(x+2)^2 + (y-1)^2 + z^2 = 4$ **B.** $(x+2)^2 + (y-1)^2 + z^2 = 2$

C. $(x-2)^2 + (y+1)^2 + z^2 = 4$ **D.** $(x-2)^2 + (y+1)^2 + z^2 = 2$.

14. Cho hàm số $y = f(x)$ có tập xác định $[-3;4]$ và có đồ thị như hình vẽ. Mệnh đề nào sau đây là ***đúng***?



A. Hàm số nghịch biến trên $(-2;0)$. **B.** Hàm số đồng biến trên $(-1;3)$.

C. Hàm số đồng biến trên $(-3;-2)$ và $(0;2)$. **D.** Hàm số đồng biến trên $(-3;2)$.

15. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, phương trình nào dưới đây là phương trình mặt cầu đi qua ba điểm $A(5;2;10)$, $B(8;-6;-1)$, $C(4;4;9)$ và có khoảng cách từ tâm đến mặt phẳng $(\alpha): x+2y-2z+5=0$ là $\frac{4}{3}$.

A. $x^2+y^2+z^2+28x+18y-8z-225=0$. **B.** $x^2+y^2+z^2-17x-3y-5z+12=0$.

C. $x^2+y^2+z^2+4x+\frac{5}{3}y-\frac{8}{3}z-\frac{377}{3}=0$. **D.** $x^2+y^2+z^2-2x+4y-6z-67=0$.

16. Hỏi đồ thị của hai hàm số $y=x^3-x^2-5x+2$ và $y=-x^2+2x-4$ có bao nhiêu điểm chung?

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

17. Cho hàm số $y=x^4-5x^2+4$, nhận định nào dưới đây là ***đúng***?

A. Hàm số không có giá trị nhỏ nhất trên tập xác định.

B. Hàm số có giá trị lớn nhất trên tập xác định là 4.

C. Hàm số có giá trị nhỏ nhất trên tập xác định là $-\frac{\sqrt{10}}{2}$.

D. Hàm số có giá trị nhỏ nhất trên tập xác định là $-\frac{9}{4}$.

18. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 3x+2y-z-5=0$. Vectơ nào dưới đây là một vectơ pháp tuyến của (P)?

A. $\overrightarrow{n_1}=(2;3;-1)$. **B.** $\overrightarrow{n_2}=(-3;-2;1)$. **C.** $\overrightarrow{n_3}=(6;-4;-2)$. **D.** $\overrightarrow{n_4}=\left(1;\frac{2}{3};\frac{1}{3}\right)$.

19. Tìm điểm cực đại của hàm số $y=x^3+3x^2-9x+4$.

A. 31. **B.** -3. **C.** 1. **D.** -1.

20. Cho 3 số $a>b>c>0$ và $c<1$. Chọn mệnh đề ***đúng***.

A. $\log_c 2^a<\log_c 2^b<\log_c 2^c$. **B.** $\log_{1-a} 2^a<\log_{1-a} 2^b<\log_{1-a} 2^c$.

C. $b^{\log a}>b^{\log b}>b^{\log c}$. **D.** $(1-b)^{\ln a}>(1-b)^{\ln b}>(1-b)^{\ln c}$.

21. Rút gọn biểu thức $A=\log_3 x-\log_9 x^2+\log_{27} x^3-\log_{81} x^4$, $(x>0)$

A. $4\log_3 x$. **B.** 1. **C.** $-28\log_3 x$. **D.** 0.

22. Tìm phần ảo của số phức z thỏa phương trình $\bar{z}-i(3-2i)=(i-2)^2$.

A. 1. **B.** -1. **C.** i. **D.** $-i$.

23. Tìm nguyên hàm $F(x)$ của $f(x)=\frac{1}{x^2-5x+6}$ thỏa mãn $F(4)=0$.

A. $F(x)=\ln|x-3|+\ln|x-2|+\ln 2$. **B.** $F(x)=\ln\left|\frac{x-3}{x-2}\right|-\ln 2$.

C. $F(x)=\ln\left|\frac{x-3}{x-2}\right|+\ln 2$. **D.** $F(x)=\ln\left|x^2-5x+6\right|-\ln 2$.

24. Cho các mệnh đề sau: (1) $\pi^x<\pi^{2x-1}\Leftrightarrow x>1$. (2) $\left(\sqrt{2}-1\right)^p\geq\left(\sqrt{2}+1\right)^q\Leftrightarrow p+q\leq 0$.

(3) $\ln x^2>0\Leftrightarrow x>1$. (4) $1<\ln x<e\Leftrightarrow e<x<e^e$.

Có bao nhiêu mệnh đề ***đúng*** trong các mệnh đề trên?

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

25. Số nghiệm của phương trình $\log_{\sqrt{2}}\sqrt{x-5}-\log_{0,125}x^3=2\log_2 x-1$ là bao nhiêu?

A. 2. **B.** 1 . **C.** 0. **D.** 3.

26. Cho hình chóp $SABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang, $\widehat{BAD}=\widehat{ABC}=90^0$, $AB=BC=a, AD=2a$, SA vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$ và $SA=2a$. Gọi M,N lần lượt là trung điểm của SA và SD. Tính thể tích khối đa diện $ABCDNM$ theo a.

A. $\dfrac{3a^3}{4}$. **B.** $\dfrac{2a^3}{3}$. **C.** $\dfrac{8a^3}{3}$. **D.** $\dfrac{9a^3}{4}$.

27. Phương trình $z^4-\left(m^2-1\right)z^2-m^2=0 \ \left(m\in\mathbb{R}\right)$ có bao nhiêu nghiệm thực?

A. 1. **B.** 4. **C.** 3. **D.** 2.

28. Tỉ lệ tăng dân số hàng năm ở Việt Nam được duy trì ở mức $1,05\%$. Theo số liệu của Tổng Cục Thống Kê, dân số của Việt Nam năm 2014 là 90.725.500 người. Với tốc độ tăng dân số như thế thì vào năm n với $n\ge 2015, n\in\mathbb{N}$ thì dân số của Việt Nam là P_n người. Hãy thiết lập công thức tính P_n.

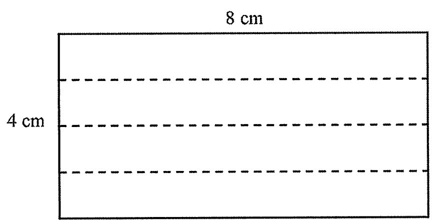
A. $P_n=90.725.500\left(1+0,0105\right)^n$.

B. $P_n=90.725.500\left[1+\left(\dfrac{1,05}{100}\right)^{n-2014}\right]$.

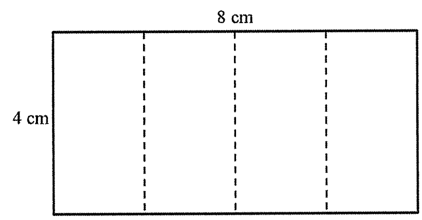
C. $P_n=90.725.500\left(1+\dfrac{1,05}{100}\right)^{n-2014}$.

C. $P_n=90.725.500\left(1+\dfrac{0,05}{100}\right)^{n-2014}$.

29. Cho một tấm bìa hình chữ nhật kích thước $4cm\times 8cm$. Người ta có thể cuộn tấm bìa dọc theo chiều rộng (***hình*** **1**) hoặc theo chiều dài (***hình*** **2**) để tạo thành các hình khối khác nhau. Hỏi trong các cách gấp tấm bìa dưới đây, cách nào cho ta một hình khối có thể tích lớn nhất?



Hình 1



Hình 2

A. Gấp tấm bìa dọc theo chiều rộng của nó để tạo thành một hình hộp chữ nhật có đáy là hình vuông.

B. Gấp tấm bìa dọc theo chiều dài của nó để tạo thành một hình hộp chữ nhật có đáy là hình vuông.

C. Cuộn tấm bìa dọc theo chiều rộng của nó để tạo thành một hình trụ.

D. Cuộn tấm bìa dọc theo chiều dài của nó để tạo thành một hình trụ.

30. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;-2;1), B(2;5;4)$ và đường thẳng $d:\dfrac{x-2}{1}=\dfrac{y-1}{2}=\dfrac{z+3}{-2}$. Gọi (α) là phương trình mặt phẳng chứa đường thẳng d và cách đều hai điểm A,B. Góc lớn nhất tạo thành giữa mặt phẳng (α) và trục Ox ***gần với giá trị nào nhất*** sau đây ?

A. $19^0 28'$. **B.** $68^0 25'$. **C.** $70^0 31'$. **D.** $21^0 24'$.

31. Gọi S là diện tích phần hình phẳng giới hạn bởi đồ thị của hai hàm số $y = x^3 + 5x - 4$ và $y = 6x^2 - 6x + 2$. Nhận định nào dưới đây là ***đúng***?

A. $5\sin^4(S\pi) + 3\cos^4(S\pi) - 2 = 0$.
B. $3\sin^2(S\pi) + \cos(S\pi) - 1 = 0$.
C. $\sin(S\pi) + \sqrt{3}\cos(S\pi) - 2 = 0$.
D. $\sin^2(S\pi) + 3\cos(S\pi) - 1 = 0$.

32. Cho đường thẳng $d: y = k(x-2) + 4$ cắt đường cong (C) $y = x^3 - 3x + 2$ tại 3 điểm phân biệt $A(2;4)$, B và C. Tìm tọa độ trung điểm M của đoạn thẳng BC.

A. $M(-1;-3k+4)$
B. $M(-2;-4k+4)$.
C. $M\left(-\frac{1}{2};-\frac{5}{2}k+4\right)$
D. $M(-1;4)$.

33. Khi tính nguyên hàm $\int \frac{dx}{\sqrt{(2x+1)(x+1)^3}}$ người ta đặt $t = g(x)$ thì nguyên hàm trở thành $\int 2dt$.

Tính giá trị $g(0) - g(1)$.

A. $\sqrt{6} - \sqrt{2}$
B. $\sqrt{2} - \sqrt{6}$
C. $\frac{2+\sqrt{6}}{2}$
D. $\frac{2-\sqrt{6}}{2}$

34. Cho số phức $z = a + bi$ $(a, b \in \mathbb{R})$ thỏa mãn $z = \left(\frac{1+i}{1-i}\right)^{33} + (1-i)^{10} + (2+3i)(2-3i)$. Tính $P = a + b$.

A. $P = 44$.
B. $P = -18$.
C. $P = -20$.
D. $P = 46$.

35. Gọi m là số thực thỏa điều kiện $z.\bar{z} = \frac{1}{2}$ với số phức $z = \frac{i-m}{1-m(m-2i)}$. Hỏi có bao nhiêu giá trị của tham số m ?

A. 2.
B. 0.
C. 1.
D. 4.

36. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta: \frac{x-2}{-1} = \frac{y-2}{2} = \frac{z+1}{1}$ và điểm $M(0;2;5)$. Biết H là điểm thuộc Δ có tọa độ $H(x_0; y_0; z_0)$ sao cho MH nhỏ nhất. Tính $S = x_0 + y_0 + z_0$.

A. $S = \frac{1}{3}$.
B. $S = \frac{185}{3}$.
C. $S = \frac{17}{3}$.
D. $S = \frac{9}{2}$.

37. Trong không gian với hệ tọa độ *Oxyz*, viết phương trình đường thẳng đi qua điểm $A(0;2;-2)$, cắt và vuông góc với đường thẳng $d: \frac{x-3}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z}{1}$.

A. $\begin{cases} x = t \\ y = 2 - 3t \\ z = -2 + t \end{cases}$
B. $\begin{cases} x = 1 \\ y = -3 + 2t \\ z = 1 - 2t \end{cases}$
C. $\begin{cases} x = 3t \\ y = 2 - 2t \\ z = -2 + 2t \end{cases}$
D. $\begin{cases} x = 3 \\ y = -2 + 2t \\ z = 2 - 2t \end{cases}$

38. Cho hàm số $y = \frac{3x-4}{x-2}$ có đồ thị (C). Gọi $M_1(x_1; y_1)$, $M_2(x_2; y_2)$ là hai điểm thuộc (C) cách đều 2 tiệm cận của (C) với $x_1 < x_2$. Tính $S = x_1 - x_2$.

A. 3.
B. -3.
C. -5.
D. 5.

39. Cho hai đường tròn nằm trên hai mặt phẳng vuông góc với nhau lần lượt có bán kính là r_1, r_2 và có chung một dây cung $AB = 2a, a < r_1, a < r_2$. Tìm bán kính R của mặt cầu đi qua cả hai đường tròn.

A. $R = \sqrt{r_2^2 + r_1^2 - 4a^2}$.
B. $R = \sqrt{r_2^2 + r_1^2 - 2a^2}$.
C. $R = \sqrt{r_2^2 + r_1^2 - a^2}$.
D. $R = \sqrt{r_2^2 + r_1^2 - \frac{a^2}{4}}$.

40. Biết $I=\int\limits_0^1 \frac{\ln\left(4x^2+8x+3\right)}{(x+1)^3}dx=\frac{a}{8}\ln 15-\frac{b}{2}\ln 3-c\ln 2$, với a,b,c là các số nguyên dương. Tính tổng $S=a+b+c$.

A. 8. **B.** 22. **C.** 21. **D.** 9.

41. Gọi M,m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất (nếu có) của hàm số $f(x)=\sqrt{1+\sin x}+\sqrt{1+\cos x}$. Tính $M-m$.

A. $4\sqrt{2}$. **B.** $3+2\sqrt{2}$. **C.** $\sqrt{4+2\sqrt{2}}-1$. **D.** Không tồn tại.

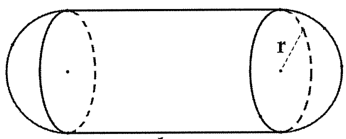
42. Tổng các giá trị nghiệm nguyên x thoả mãn bất phương trình $\left(\log_{25} x\right)^{\log_9 x}\le 1$ với $x>1$ là bao nhiêu?

A. 325. **B.** 324. **C.** 299. **D.** 300.

43. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y=(m-3)x-(2m+1)\cos x$ nghịch biến trên $\mathbb{R}$

A. $-4\le m\le\frac{2}{3}$. **B.** $m\le\frac{2}{3}$. **C.** $m\ge -4$. **D.** $m\le -4\vee m\ge\frac{2}{3}$.

44. Một kĩ sư muốn thiết kế một bồn chứa xăng với thể tích V cho trước, hình dạng như hình vẽ bên, trong đó 2 đầu là hai nửa hình cầu và các kích thước r, h thay đổi được. Xác định kích thước h của bồn để nguyên vật liệu làm bồn xăng là ít nhất.



A. $h=0$. **B.** $h=\frac{\sqrt[3]{V}}{\pi}$. **C.** $h=2\sqrt[3]{V}$. **D.** $h=\frac{\sqrt[3]{V}}{2}$.

45. Cho hàm số $y=\frac{25^x}{\ln 25}-\frac{4.15^x}{\ln 3+\ln 5}+\frac{3^{2x+1}}{2\ln 3}$. Nhận định nào sau đây là ***đúng***?

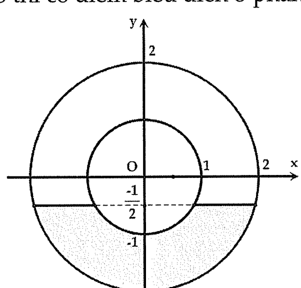
A. Hàm số chỉ có cực tiểu. **B.** Hàm số chỉ có cực đại.

C. Hàm số đơn điệu trên $\mathbb{R}$. **D.** Hàm số có cả cực đại và cực tiểu.

46. Trong không gian với hệ tọa độ *Oxyz*, một hình chóp có đường cao $(d):\frac{x-\frac{1}{2}}{4}=\frac{\frac{23}{13}-y}{3}=\frac{z-\frac{8}{39}}{3}$ và mặt phẳng chứa một mặt bên là $(\alpha): x-2y+5z-6=0$. Biết rằng mặt phẳng đáy đi qua điểm $A(3;1;2)$ và diện tích đáy là $117\sqrt{34}$. Tính thể tích khối chóp.

A. $795\sqrt{34}$. **B.** $265\sqrt{34}$. **C.** 795. **D.** 265.

47. Số phức thoả mãn điều kiện nào thì có điểm biểu diễn ở phần tô màu trong hình bên?



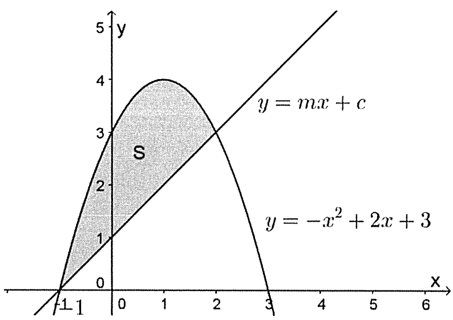
A. Số phức z có phần thực nhỏ hơn hoặc bằng $-\frac{1}{2}$, $1 \le |z| \le 4$.

B. Số phức z có phần ảo nhỏ hơn hoặc bằng $-\frac{1}{2}$, $1 \le |z| \le 2$.

C. Số phức z có phần ảo nhỏ hơn hoặc bằng $-\frac{1}{2}$, $1 \le |z| \le 4$.

D. Số phức z có phần thực nhỏ hơn hoặc bằng $-\frac{1}{2}$, $1 \le |z| \le 2$.

48. Cho hai hàm số $y = mx + c$ và $y = -x^2 + 2x + 3$ có đồ thị như hình vẽ. Tính $m + c$ biết diện tích S phần tô đậm là $\frac{9}{2}$.



A. $2\sqrt{2}$. **B.** $\sqrt{2}$. **C.** 2. **D.** $4\sqrt{2}$.

49. Cho hàm số $y = x^4 - 2(m^2 - m + 1)x^2 + m - 1$ (1), với m là tham số thực.G ọi m_0 là giá trị của m để đồ thị hàm số (1) có khoảng cách giữa hai điểm cực tiểu ngắn nhất. Tính giá trị biểu thức $S = 3^{m_0} + 2017 + 2m_0$ *(kết quả làm tròn đến hàng đơn vị).*

A. 2019. **B.** 2020 . **C.** 2021 . **D.** 2018 .

50. Người ta thả lá bèo vào một hồ nước. Thực nghiệm cho thấy sau 15 giờ, bèo sẽ sinh sôi kín cả mặt hồ. Biết rằng sau mỗi 50 phút, diện tích lá bèo có trên mặt hồ gấp 8 lần trước đó và tốc độ tăng không đổi. Hỏi sau mấy giờ thì số lá bèo phủ kín nửa mặt hồ?

A. $\frac{2650}{3}$ **B.** $\frac{53}{3}$. **C.** $\frac{265}{18}$. **D.** $\frac{110}{9}$.

ĐỀ SỐ 6

1. Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ thỏa các điều kiện $\lim\limits_{x\to+\infty} y=a\in\mathbb{R};\ \lim\limits_{x\to-\infty} y=+\infty;\ \lim\limits_{x\to x_0^-} y=+\infty$. Chọn ***mệnh đề sai*** trong các mệnh đề sau?

A. Đồ thị hàm số $y=f\left(x\right)$ có 2 tiệm cận ngang và 1 tiệm cận đứng.

B. Đồ thị hàm số $y=f\left(x\right)$ có 1 tiệm cận ngang và 1 tiệm cận đứng.

C. Đồ thị hàm số $y=f\left(x\right)$ có tiệm cận ngang $y=a$.

D. Đồ thị hàm số $y=f\left(x\right)$ có tiệm cận đứng $x=x_0$.

2. Tính $\int_0^1\left(a^{2x+1}+bx\right)dx$ với $a>0,\ a\neq 1$.

A. $\dfrac{2a\left(a^2-1\right)+b\ln 2}{2\ln a}$. **B.** $\dfrac{a^3+b\ln a}{2\ln a}$. **C.** $\dfrac{2a^3+b\ln 2}{2\ln a}$. **D.** $\dfrac{a\left(a^2-1\right)+b\ln a}{2\ln a}$.

3. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\begin{cases}x=1+3t\\ y=-1+t,t\in\mathbb{R}\\ z=t\end{cases}$. Trong các vectơ dưới đây vectơ nào là một vectơ chỉ phương của đường thẳng d?

A. $\overrightarrow{u_1}=\left(1;-1;0\right)$. **B.** $\overrightarrow{u_2}=\left(3;1;1\right)$. **C.** $\overrightarrow{u_3}=\left(3;-1;1\right)$. **D.** $\overrightarrow{u_4}=\left(3;1;0\right)$.

4. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng xét dấu $f'(x), f''(x)$ như sau

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
$f'(x)$		0		0	
$f''(x)$		$-$	0	$+$	

Khẳng định nào sau đây ***đúng***?

A. Hàm số có đúng một cực trị.

B. Hàm số có giá trị cực tiểu là $f(-1)$.

C. Hàm số có đúng một cực đại.

D. Hàm số có giá trị nhỏ nhất là $f(-1)$.

5. Cho khối chóp tứ giác *S.ABCD*, chọn nhận định ***đúng***.

A. Một mặt phẳng song song với đáy và cắt cạnh bên SA tại điểm M (M không trùng $S,\ A$) thì chia khối chóp trên thành một khối chóp nhỏ hơn và một khối lăng trụ tứ giác.

B. Một mặt phẳng bất kỳ đi qua đỉnh thì chia khối chóp đã cho thành 2 khối chóp tứ giác.

C. Một mặt phẳng bất kỳ đi qua đỉnh thì chia khối chóp đã cho thành 2 khối chóp tam giác.

D. Một mặt phẳng song song với đáy và cắt cạnh bên SA tại điểm M (M không trùng $S,\ A$) thì chia khối chóp trên thành một khối chóp nhỏ hơn và một khối chóp cụt.

6. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có K là hình chiếu vuông góc của đỉnh A' lên mặt phẳng (ABC). Chọn mệnh đề ***đúng***?

A. $V_{ABC.A'B'C'}=A'K.S_{\Delta ABC}$

B. $V_{ABC.A'B'C'}=\dfrac{1}{3}A'K.S_{\Delta ABC}$.

C. $V_{ABC.A'B'C'} = AA'.S_{\Delta ABC}$ **D.** $V_{ABC.A'B'C'} = \frac{1}{3}AA'.S_{\Delta ABC}$.

7. Tìm nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x) = \frac{1+2^{3x}}{2}$.

A. $F(x) = \frac{x+2^{3x}}{2} + C$. **B.** $F(x) = \frac{x+\frac{2^{3x}}{\ln 2}}{2} + C$.

C. $F(x) = \frac{3x\ln 2 + 2^{3x}}{6\ln 2} + C$. **D.** $F(x) = \frac{x}{2} + \frac{2^{3x}}{3\ln 2} + C$.

8. Tìm phần thực và phần ảo của số phức $z = 5 - 4i$.

A. Phần thực bằng 5 và phần ảo bằng $-4i$. **B.** Phần thực bằng 5 và phần ảo bằng -4

C. Phần thực bằng 5 và phần ảo bằng $4i$. **D.** Phần thực bằng -4 và phần ảo bằng 5.

9. Cho $a, b > 0$ và $a, b \neq 1$. Chọn mệnh đề ***sai*** trong các mệnh đề sau.

A. $a^x = b \Leftrightarrow x = \log_b a$. **B.** $a^{x+1} = b^2 \Leftrightarrow x+1 = \log_a \left(b^2\right)$.

C. $\log_a a^b = b$. **D.** $a^{\log_a b} = b$.

10. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho các phương trình sau:

(1). $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2 = 4$. (2). $(2x-3)^2 + (2y+5)^2 + (7-2z)^2 = 16$

(3). $x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y - 6z + 10 = 0$. (4). $x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 8y + 4z + 5 = 0$.

Có bao nhiêu mặt cầu có bán kính là 2?

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

11. Cho hàm số $y = xe^{-\frac{x^2}{2}}$. Mệnh đề nào sau đây là ***đúng***?

A. $xy' = \left(1+x^2\right)y$. **B.** $xy' = (1+x)y$. **C.** $xy' = \left(1-x^2\right)y$. **D.** $xy' = (1-x)y$.

12. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định và liên tục trên $[a;b]$; đồng thời $y = f(x)$ đồng biến trên $[a;b]$. Nhận xét nào sau đây là ***sai***?

A. Hàm số $y = f(x)$ có giá trị lớn nhất trên nửa đoạn $[a;b)$ là $f(b)$.

B. Hàm số $y = f(x)$ có giá trị nhỏ nhất trên nửa đoạn $[a;b)$ là $f(a)$.

C. Hàm số $y = f(x)$ đạt giá trị nhỏ nhất trên nửa đoạn $[a;b)$ tại $x = a$.

D. Với mọi $x \in [a;b) \Rightarrow f(x) < f(b)$.

13. Biết rằng $m_1, m_2, (m_1, m_2 \in \mathbb{R}, m_1 > m_2)$ là hai giá trị thỏa $\int_1^m (2x-6)\,dx = -\frac{231}{100}$.

Tính tổng $A = 2m_1 - 3m_2$.

A. $\frac{163}{10}$. **B.** $\frac{7}{2}$. **C.** $-\frac{19}{2}$. **D.** $\frac{137}{10}$.

14. Tìm nghiệm của bất phương trình $\log_{\frac{1}{2}}(3x-1) > 3$.

A. $x < \frac{3}{8}$. **B.** $\frac{1}{3} < x < \frac{3}{8}$. **C.** $x > \frac{3}{8}$. **D.** $\frac{1}{3} < x < \frac{5}{8}$.

15. Cho hàm số $y=\frac{1}{3}x^3+\frac{m}{2}x^2-2m^2x+2\ \left(m\neq 0\right)$, tìm nhận định ***đúng***.

A. Hàm số có cả cực đại và cực tiểu, hai điểm cực trị cùng dấu khi $m<0$ và trái dấu khi $m>0$.

B. Hàm số có cả cực đại và cực tiểu, hai điểm cực trị cùng dấu khi $m>0$ và trái dấu khi $m<0$.

C. Hàm số có cả cực đại và cực tiểu, đồng thời hai điểm cực trị luôn cùng dấu với mọi $m\neq 0$.

D. Hàm số có cả cực đại và cực tiểu, đồng thời hai điểm cực trị luôn trái dấu với mọi $m\neq 0$.

16. Cho hai số phức $z_1=2+3i$ và $z_2=-3-2i$. Tìm môđun của số phức $w=iz_1+\left(1+i\right)\overline{z_2}$.

A. $\sqrt{13}$. **B.** 65. **C.** $\sqrt{65}$. **D.** 5.

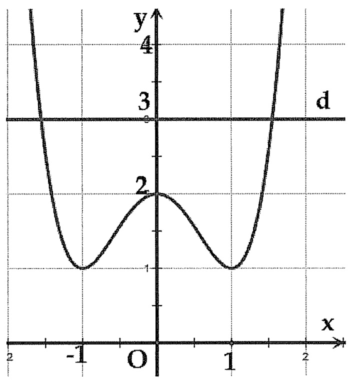
17. Đặt $m=\log_a b,\left(a,b>0,a\neq 1\right)$. Tính giá trị $\log_{\sqrt{a}} b^2-3\log_{a^3} b^5$ theo m.

A. $-m$. **B.** $-4m$. **C.** m. **D.** $4m$.

18. Một hình nón có thiết diện qua trục là tam giác đều cạnh a. Tính thể tích khối nón theo a.

A. $\frac{a^3\pi\sqrt{3}}{3}$. **B.** $a^3\pi\sqrt{3}$. **C.** $\frac{a^3\pi\sqrt{3}}{6}$. **D.** $\frac{2\pi a^3}{3}$.

19. Dựa vào đồ thị (C) của hàm số $y=x^4-2x^2+2$, hãy tìm tập hợp tất cả các giá trị của tham số m để đường thẳng $d:y=m+1$ cắt (C) tại 2 giao điểm.



A. $m\in\left(1;+\infty\right)\cup\left\{0\right\}$. **B.** $m\in\left(1;+\infty\right)$. **C.** $m\in\left\{2\right\}$. **D.** $m\in\left(2;+\infty\right)\cup\left\{1\right\}$

20. Trong không gian với hệ tọa độ *Oxyz*, mặt phẳng $\left(\alpha\right):2x-y+3z-5=0$ chứa đường thẳng nào dưới đây?

A. $\begin{cases}x=4+2t\\y=9-t\\z=2+3t\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}x=6+10t\\y=2+2t\\z=8-6t\end{cases}$. **C.** $\begin{cases}x=-2-5t\\y=-6-t\\z=1-3t\end{cases}$. **D.** $\begin{cases}x=4+5t\\y=9+t\\z=2-3t\end{cases}$.

21. Hỏi hàm số $y=-2x^4+2017$ nghịch biến trên khoảng nào?

A. $\left(-\infty;+\infty\right)$. **B.** $\left(0;+\infty\right)$. **C.** $\left(-\frac{1}{2};+\infty\right)$. **D.** $\left(-\infty;0\right)$.

22. Trong không gian với hệ tọa độ *Oxyz*, tìm tâm *I* của mặt cầu đi qua 2 điểm $A\left(-1;-4;2\right),B\left(-1;0;-2\right)$, biết rằng tâm *I* thuộc trục *Oy*.

A. $I\left(0;-2;0\right)$. **B.** $I\left(-1;-2;0\right)$. **C.** $I\left(0;1;0\right)$. **D.** $I\left(0;2;0\right)$.

23. Gọi $x_1,\ x_2\ \left(x_1<x_2\right)$ là 2 nghiệm của phương trình $\left(2+\sqrt{3}\right)^{2x}+2\left(2-\sqrt{3}\right)^{2x}=3$. Nhận định nào sau đây là ***đúng***?

A. $\left(2+\sqrt{3}\right)^{x_1}+\left(2+\sqrt{3}\right)^{x_2}=3$. **B.** $\left(2-\sqrt{3}\right)^{x_1}.\left(2+\sqrt{3}\right)^{x_2}=1$.

C. $\left(2-\sqrt{3}\right)^{x_1}.\left(2+\sqrt{3}\right)^{x_2}=\frac{1}{2}$. **D.** $\left(2+\sqrt{3}\right)^{x_1}+\left(2+\sqrt{3}\right)^{x_2}=1+\sqrt{2}$.

24. Cho các hàm số sau:

(1) $y=\left(x-2\right)^{\pi}$. (2) $y=\left(x-2\right)^{-2}$. (3) $y=\left(x-2\right)^{\frac{1}{3}}$.

(4) $y=\frac{1}{x-2}$. (5) $y=\frac{1}{\sqrt{x-2}}$. (6) $y=\sqrt[3]{x-2}$.

Hỏi có bao nhiêu hàm số có tập xác định là $D=\left(2;+\infty\right)$?

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

25. Tính thể tích khối chóp tứ giác đều có độ dài đường chéo của đáy là a, góc tạo bởi mỗi cạnh bên và đáy là 45°.

A. $\frac{a^3\sqrt{2}}{6}$. **B.** $\frac{a^3}{4}$. **C.** $\frac{a^3\sqrt{2}}{2}$. **D.** $\frac{a^3}{12}$.

26. Tìm số nghiệm nguyên của bất phương trình $\log_{16}\left[\log_3\left(\log_2 x^{81}\right)\right]<\frac{1}{2}$?

A. 0. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 1.

27. Cho một miếng tôn hình tròn có bán kính $50cm$ .Biết một hình nón có thể tích lớn nhất khi diện tích toàn phần của hình nón bằng diện tích miếng tôn ở trên. Khi đó hình nón có bán kính đáy là bao nhiêu?

A. $10\sqrt{2}cm$. **B.** $25cm$. **C.** $50\sqrt{2}cm$. **D.** $20cm$.

28. Cho $z=\left(4+2\sqrt{3}\right)^2-\left[\left(\sqrt{3}+1\right)i\right]^4+\left[\left(\sqrt{5}-2\right)\left(\sqrt{5}+2\right)i\right]^5$, tính z^{2017}.

A. 1. **B.** -1. **C.** $-i$. **D.** i.

29. Cho hàm số $y=\frac{mx^2-\left(m^2+2\right)x+2m}{x^2-m^2}$, m là tham số thực. Tìm nhận định **đúng**.

A. Đồ thị hàm số có 2 tiệm cận đứng và 1 tiệm cận ngang.

B. Đồ thị hàm số có 2 tiệm cận ngang và 1 tiệm cận đứng.

C. Đồ thị hàm số có 2 tiệm cận và giao điểm của 2 tiệm cận nằm trên đường thẳng $y=x$.

D. Đồ thị hàm số có 2 tiệm cận và giao điểm của 2 tiệm cận nằm trên đường thẳng $y=-x$.

30. Thiết diện qua trục của hình nón (N) là tam giác vuông cân tại đỉnh S có cạnh huyền bằng $2a\sqrt{2}$. Biết rằng 2 điểm B, C trên đường tròn đáy sao cho góc giữa mặt (SBC) và mặt đáy bằng 60^0. Tính diện tích tam giác SBC.

A. $\frac{4a^2\sqrt{2}}{3}$. **B.** $\frac{8a^2\sqrt{2}}{3}$. **C.** $2a^2\sqrt{2}$. **D.** $4a^2\sqrt{2}$.

31. Cho hình chóp $SABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a, cạnh $SD=\frac{a\sqrt{21}}{2}$ hình chiếu vuông góc của đỉnh S trên mặt phẳng ($ABCD$) là trung điểm của cạnh AB. Tìm bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$.

A. $\frac{a\sqrt{481}}{16}$. **B.** $\frac{a\sqrt{353}}{16}$. **C.** $\frac{a\sqrt{353}}{32}$. **D.** $\frac{a\sqrt{481}}{32}$.

32. Gọi z_1, z_2 là 2 nghiệm của phương trình $z^2 - 2mz + m^2 + 1 = 0$ và z_1 có phần ảo âm, với m là số thực. Trong mặt phẳng tọa độ *Oxy*, gọi M là điểm biểu diễn của số phức $z_1^2 - z_2$. Tính tung độ điểm M.

A. $-1-2m$. **B.** $1+2m$. **C.** $-(1+2m)i$. **D.** $(1+2m)i$.

33. Biết $I = \int_0^{\pi} x(1+\cos x)dx = a\pi^2 + b$ với a,b là các số hữu tỉ. Tính $S = ab$.

A. $S = 1$. **B.** $S = 0$. **C.** $S = -1$. **D.** $S = -2$.

34. Cho số phức z thỏa mãn $(2+i)z + \frac{2(3-2i)}{2+3i} = 3i + 2$. Tìm môđun của số phức $w = \frac{zi}{2i+z}$.

A. $|w| = \frac{\sqrt{145}}{5}$. **B.** $|w| = \frac{\sqrt{5}}{5}$. **C.** $|w| = \frac{\sqrt{29}}{9}$. **D.** $|w| = 1$.

35. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d_1 : \frac{x+1}{3} = \frac{y-2}{1} = \frac{z}{1}$ và $d_2 : \begin{cases} x = 2-3t \\ y = 3+2t \\ z = 2+5t \end{cases}$. Tìm phương trình đường thẳng d qua $M(2;1;1)$ vuông góc d_1 và cắt d_2.

A. $d : \begin{cases} x = 2+3m \\ y = 1+m \\ z = 1+m \end{cases} \quad (m \in \mathbb{R})$.

B. $d : \begin{cases} x = 2-\frac{9}{2}m \\ y = 1+5m \\ z = 1+\frac{17}{2}m \end{cases} \quad (m \in \mathbb{R})$.

C. $d : \begin{cases} x = 2-\frac{5}{3}m \\ y = 1+\frac{1}{2}m \\ z = 1+\frac{9}{2}m \end{cases} \quad (m \in \mathbb{R})$.

D. $d : \begin{cases} x = 2+3m \\ y = 1+m \\ z = 1-4m \end{cases} \quad (m \in \mathbb{R})$.

36. Cho hàm số $(C): y = x^3 - 2x^2 + 4mx + 3$ và $d: y = x + 3$. Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của tham số thực m để đồ thị (C) cắt đường thẳng d tại ba điểm phân biệt có hoành độ x_1, x_2, x_3 thỏa mãn $x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 \le 1$.

A. 1. **B.** 2. **C.** 0. **D.** Vô số.

37. Tốc độ tăng trưởng của một giống virus được cho bởi hàm số $y = e^{ax}x^2$ (cá thể/giờ). Hỏi sau 10 giờ kể từ lúc bắt đầu thí nghiệm thì số cá thể virus thay đổi như thế nào?

A. giảm $e^{10a}\left(\frac{2}{a^3} - \frac{20}{a^2} + \frac{100}{a}\right)$ cá thể.

B. giảm $e^{10a}\left(\frac{2}{a^3} - \frac{20}{a^2} + \frac{100}{a}\right) - \frac{2}{a^3}$ cá thể.

C. tăng $e^{10a}\left(\frac{2}{a^3} - \frac{20}{a^2} + \frac{100}{a}\right)$ cá thể.

D. tăng $e^{10a}\left(\frac{2}{a^3} - \frac{20}{a^2} + \frac{100}{a}\right) - \frac{2}{a^3}$ cá thể.

38. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác vuông tại A với $AC = 2AB = 2a$. Hình chiếu của điểm B lên mặt phẳng $(A'B'C')$ trùng với trung điểm $B'C'$. Góc tạo bởi BA' với mặt phẳng đáy là 30°. Tính theo a thể tích của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$.

A. $\frac{5a^3\sqrt{3}}{6}$. B. $\frac{4a^3\sqrt{15}}{3}$. C. $\frac{a^3\sqrt{15}}{18}$. D. $\frac{a^3\sqrt{15}}{6}$.

39. Một xe lửa chuyển động chậm dần đều và dần hẳn sau 20s kể từ lúc bắt đầu hãm phanh. Trong thời gian đó xe chạy được 120m. Cho biết công thức tính vận tốc của chuyển động biến đổi đều là $v = v_o + at$, trong đó $a\left(m/s^2\right)$ là gia tốc và $v\left(m/s\right)$ là vận tốc tại thời điểm $t\left(s\right)$. Hãy tính vận tốc v_o lúc bắt đầu hãm phanh.

A. 12 m/s **B.** 6 m/s. **C.** 30 m/s **D.** 45 m/s.

40. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha): 2x + y + z - 1 = 0$ và đường thẳng $d: \begin{cases} x = 2 + t \\ y = 1 - t \\ z = 2 - 3t \end{cases}$. Gọi M là giao điểm của d và (α). Viết phương trình đường thẳng Δ đi qua M vuông góc với d và nằm trong (α).

A. $\frac{x-5}{-2} = \frac{y-2}{-7} = \frac{z+7}{3}$. B. $\frac{x-5}{3} = \frac{y-2}{2} = \frac{z+7}{7}$.

C. $\frac{x-5}{2} = \frac{y+2}{-7} = \frac{z+7}{3}$. D. $\frac{x-2}{5} = \frac{y+7}{2} = \frac{z-3}{-7}$.

41. Cho các khẳng định sau

(I) : Hàm số $y = \log_{\frac{1}{2}} x - \log_{\frac{1}{2}}(x+1)$ nghịch biến trên tập các số thực dương.

(II) : Cho hàm số $f(x) = \ln x$ khi đó $f''(e) = -\frac{1}{e^2}$.

(III) : Hàm số $y = 2^{-x}.\left(\frac{1}{\sqrt{6}-\sqrt{5}}\right)^x$ đồng biến trên tập xác định.

(IV) : Hàm số $y = \left(\sqrt{11}-\sqrt{10}\right)^x.\left(\sqrt{11}+\sqrt{10}\right)^x$ nghịch biến trên tập xác định.

Trong các khẳng định trên có tất cả bao nhiêu khẳng định ***đúng***.

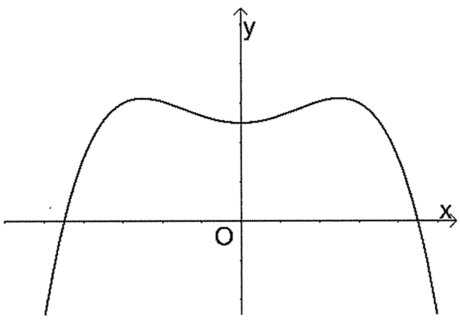
A. 2. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 4.

42. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(4;3;5), B(6;1;5)$ và mặt phẳng $(\alpha): x + y + z + 3 = 0$ .Gọi điểm $M(x_M; y_M; z_M)$ trên mặt phẳng (α) sao cho $\left|\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB}\right|$ đạt giá trị nhỏ nhất. Tính giá trị của $P = x_M + z_M$

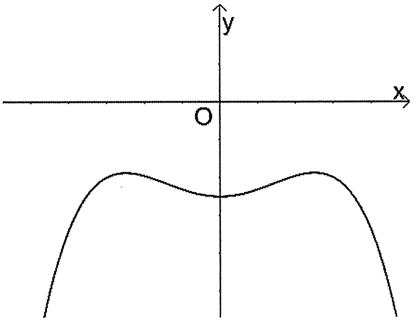
A. -3 . **B.** 0 . **C.** 10 . **D.** 2 .

43. Cho hàm số $y = 2x^4 - 9m^2x^2 + 11m^4 + 1 \ (m \neq 0)$, hình nào dưới đây mô tả chính xác nhất đồ thị hàm số đã cho?

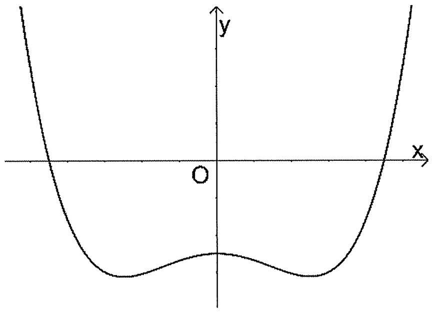
A.



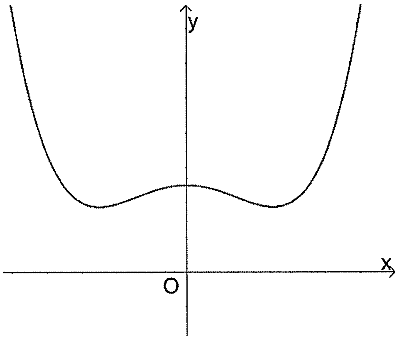
B.



C.



D.



44. Cho các khẳng định sau

(I) : Nếu $\log 3 = p, \log 5 = q$ thì $\log_{15} 30 = \dfrac{1+q}{p+q}$.

(II) : Đồ thị của hai hàm số $y = a^x$ và $y = -\log_a(-x)$ đối xứng nhau qua đường thẳng $y = -x$.

(III) : Hàm số $y = \dfrac{2^x - 2^{-x}}{3}$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

(IV) : Hàm số $f(x) = e^x + e^{-x}$ có $f^{(2017)}(x) = e^x + e^{-x}$.

Trong các khẳng định trên có tất cả bao nhiêu khẳng định ***đúng.***

A. 1. **B.** 2 . **C.** 3. **D.** 4.

45. Tìm tập hợp tất cả các giá trị của tham số thực m để hàm số $y = x^3 - 3mx^2 - 2x + 4$ nghịch biến trên $(0;1)$ và đồng biến trên $(3;4)$.

A. $m \in \left(\dfrac{1}{6}; \dfrac{25}{18}\right)$. **B.** $m \in \left[\dfrac{1}{6}; \dfrac{23}{12}\right]$. **C.** $m \in \left[\dfrac{1}{6}; \dfrac{25}{18}\right]$. **D.** $m \in \left(\dfrac{1}{6}; \dfrac{23}{12}\right)$.

46. Parabol $y = \dfrac{x^2}{2}$ chia hình tròn có tâm là gốc toạ độ, bán kính $2\sqrt{2}$ thành hai phần. Gọi S_1 là diện tích của phần mà hình tròn nằm phía trên và parabol nằm phía dưới, S_2 là diện tích của phần còn lại. Tính tỉ số $\dfrac{S_2}{S_1}$.

A. $\frac{S_2}{S_1}=\frac{3\pi-1}{\pi+1}$. **B.** $\frac{9\pi-2}{3\pi+2}$. **C.** $\frac{9\pi+2}{3\pi-2}$. **D.** $\frac{S_2}{S_1}=\frac{3\pi+1}{\pi-1}$.

47. Trong không gian với hệ tọa độ *Oxyz*, cho điểm $M(2;0;1)$ và đường thẳng $d:\begin{cases}x=2t\\y=5+3t\\z=-3-2t\end{cases}$. Gọi (α) là mặt phẳng chứa đường thẳng d sao cho khoảng cách từ điểm M đến (α) là lớn nhất. Tính khoảng cách lớn nhất đó.

A. $2\sqrt{\frac{101}{17}}$. **B.** $\sqrt{50}$. **C.** $\sqrt{101}$. **D.** $3\sqrt{\frac{39}{17}}$.

48. Có một cái tháp hình trụ có chu vi đáy bằng C. Tại thời điểm nào đó tia mặt trời chếch mặt đất một góc α^0, khi đó diện tích bóng của tháp trên mặt đất là S. Hỏi thể tích của cái tháp chứa nước là bao nhiêu *(coi như độ dày của viên không đáng kể)* ?

A. $V=\frac{CS\pi}{\tan\alpha}$. **B.** $V=\frac{C^2S}{\tan\alpha}$. **C.** $V=\frac{CS}{4\tan\alpha}$. **D.** $V=\frac{C^2S}{4\tan\alpha}$.

49. Cho $M=i+i^2+i^3+i^4+...+i^{2018}$; $N=i-i^2+i^3-i^4+...-i^{2018}$. Tính $M.N$.

A. $2i$. **B.** $-2i$. **C.** -1. **D.** -2.

50. Gọi m là giá trị thực nhỏ nhất sao cho phương trình $(m-1)\log^2_{\frac{1}{2}}(x-2)-(m-5)\log_{\frac{1}{2}}(x-2)+m-1=0$ (1) có nghiệm thuộc $(2;4)$. Giá trị m thuộc khoảng nào sau đây?

A. $m\in\left(-5;-\frac{5}{2}\right)$ **B.** Không tồn tại m. **C.** $m\in\left(1;\frac{10}{3}\right)$ **D.** $m\in\left(-1;\frac{4}{3}\right)$.

ĐỀ SỐ 7

1. Trong không gian với hệ trục toạ độ $Oxyz$,cho hai điểm $A(1;2;3), B(-3;4;9)$. Tìm toạ độ trung điểm I của AB.

   A. $I(-2;6;12)$. B. $I(2;3;6)$. C. $I(-1;6;5)$. D. $I(-1;3;6)$.

2. Cho hình nón có bán kính đáy là r , chiều cao h . Tính thể tích của khối nón tương ứng.

   A. $V=\frac{1}{3}\pi r^2 l$. B. $V=\frac{1}{3}\pi r^2 h$. C. $V=\pi r^2 l$. D. $V=\pi r^2 h$.

3. Cho số phức $z=(1+2i)+(2i-4)i$. Mệnh đề nào sau đây là ***sai?***

   A. $\overline{z}=-1+2i$. B. $|\overline{z}|=\sqrt{5}$. C. $z^2-2z+5=0$. D. $z^2=-3+4i$.

4. Trong các hàm số dưới đây, hàm số nào là hàm số mũ?

   A. $y=\sin 3x$. B. $y=\log_3 x$. C. $y=x^3$. D. $y=3^x$.

5. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho 3 mặt phẳng $(P): x-3y+2z=0$; $(Q): x-3y+2z-2=0$; $(R): x+y+1=0$. Cho các mệnh đề sau:

   (I). Mặt phẳng (P) đi qua gốc tọa độ O. (II). Hai mặt phẳng (P) và (Q) song song.
   (III). Hai mặt phẳng (P) và (R) vuông góc. (IV). Mặt phẳng (R) chứa trục Oz.

   Trong các mệnh đề trên, tổng số mệnh đề ***đúng*** là bao nhiêu ?

   A. 2 B. 3. C. 4. D. 1.

6. Tìm giá trị lớn nhất của hàm số $y=x^3-3x^2-24x+7$ trên đoạn $[-3;5]$

   A. 15. B. 25. C. 35. D. 73.

7. Tìm giá trị cực tiểu y_{CT} của hàm số $y=x^3-3x^2+3$.

   A. $y_{CT}=2$. B. $y_{CT}=-1$. C. $y_{CT}=3$. D. $y_{CT}=0$.

8. Cho hình phẳng (H) giới hạn bởi các đường sau $y=f(x), y=0, x=a, x=b\ (a<b)$. Ta có các khẳng định sau:

   (I). Diện tích hình phẳng (H) là $S=\int_a^b f(x)dx$.

   (II). Thể tích khối tròn xoay tạo bởi (H) xoay quanh Ox là $V=\int_a^b f^2(x)dx$.

   Khẳng định nào sau đây là ***đúng ?***

   A. Cả (I) và (II) đều sai. B. Chỉ có (I) đúng. C. Chỉ có (II) đúng. D. Cả (I) và (II) đều đúng.

9. Cho hình chóp $SABCD$, có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh bằng a . Cạnh SA vuông góc với mặt đáy và $SA=a\sqrt{3}$ .Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$ theo a .

   A. $a^3\sqrt{3}$. B. $a^3\sqrt{2}$. C. $\frac{2\sqrt{3}a^3}{3}$. D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$.

10. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm cấp 2 trên tập xác định. Gọi x_0 là nghiệm của phương trình $f'(x)=0$. Cho các mệnh đề sau:

    (I) Nếu $f''(x_0)<0$ thì hàm $y=f(x)$ đạt cực tiểu tại x_0.

(II) Nếu $f''(x_0)=0$ thì hàm số $y=f(x)$ không đạt cực trị tại x_0.

(III) Nếu $f''(x_0)>0$ thì hàm số $y=f(x)$ đạt cực trị tại x_0.

Trong các mệnh đề trên, tổng số mệnh đề ***sai*** là bao nhiêu?

A. 2. B. 3. C. 1. D. 0.

11. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(1;-1;3)$. Viết phương trình mặt phẳng (α) đi qua các hình chiếu của A trên các trục tọa độ.

A. $\frac{x}{1}+\frac{y}{-1}+\frac{z}{3}=0$. **B.** $x-y+3z=1$. **C.** $3x-3y+z-3=0$. **D.** $3x+3y+z+3=0$.

12. Tổng số các đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của hàm số $y=\frac{x-2}{x^2-2|x|-3}$.

A. 3. **B.** 2. **C.** 5. **D.** 4.

13. Tìm tập xác định D của hàm số $y=\log_{\frac{1}{2017}}(1-3x)$.

A. $D=\left(\frac{1}{3};+\infty\right)$. **B.** $D=\left(-\infty;\frac{1}{3}\right)$. **C.** $D=\left(-\infty;\frac{1}{3}\right]$. **D.** $D=\left[\frac{1}{3};+\infty\right)$.

14. Tìm tập xác định D của hàm số $y=\left(x^2-2x-3\right)^{\sqrt{5}}$.

A. $D=(-\infty;-1]\cup[3;+\infty)$. **B.** $D=(-\infty;-1)\cup(3;+\infty)$.

C. $D=(-1;3)$. **D.** $D=\mathbb{R}\setminus\{-1;3\}$.

15. Biết $I=\int_0^{\frac{\pi}{6}}\sin^2 x dx=\frac{\pi}{a}-\frac{\sqrt{3}}{b}$, với a,b là các số nguyên dương. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào ***đúng***?

A. $a-b<0$. **B.** $a+b>15$. **C.** $a^2+b^2<200$. **D.** $\frac{a}{b}>2$.

16. Cho các số thực dương a,b với $a\neq 1$. Khẳng định nào sau đây là khẳng định ***đúng***?

A. $\log_{a^2}(ab)=\frac{1}{2}\log_a b$. **B.** $\log_{\sqrt{a}}(ab)=2+2\log_a b$.

C. $\log_{a^2}(ab)=2\log_a(ab)$. **D.** $\log_{\sqrt{a}}(ab)=\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\log_a b$.

17. Trong không gian với hệ tọa độ *Oxyz*, cho 2 đường thẳng $d_1:\begin{cases}x=1+2t\\y=-1+3t\\z=5+t\end{cases}$, $d_2:\frac{x-1}{3}=\frac{y+2}{2}=\frac{z+1}{2}$

và mặt phẳng $(P): x-2y+z-8=0$. Xét các mệnh đề sau:

(I) Hai đường thẳng d_1 và d_2 chéo nhau.

(II) Đường thẳng d_1 và mặt phẳng (P) có giao điểm là $M(1;-1;5)$.

(III) Phương trình đường thẳng Δ đi qua gốc tọa độ O và song song với đường thẳng d_2 là:

$$\Delta:\begin{cases}x=3-3t\\y=2-2t\\z=2-2t\end{cases}.$$

Trong các mệnh đề trên, tổng số mệnh đề ***đúng*** là bao nhiêu?

A. 3. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 0.

18. Biết phương trình $3.25^x + 2.49^x = 5.35^x$ có một nghiệm khác 0 dạng $x = \log_{\frac{7}{5}} \frac{a}{b}$, với a, b là các số nguyên dương và $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản. Tính $a - b$.

A. -1. **B.** 1. **C.** 0. **D.** 2.

19. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào ***sai***.

A. Mọi khối chóp và khối lăng trụ luôn có thể phân chia được thành những khối tứ diện.

B. Khối tám mặt đều có số cạnh là 30.

C. Khối đa diện đều thì có mỗi đỉnh là đỉnh chung của cùng một số cạnh.

D. Hai khối đa diện bằng nhau thì có thể tích bằng nhau.

20. Trong không gian, cho tam giác *ABC* vuông tại *A*, có $AB = 3, BC = 5$. Tính thể tích khối cầu có đường kính *AC*.

A. $\frac{32\pi}{3}$. **B.** $\frac{256\pi}{3}$. **C.** $\frac{125\pi}{6}$. **D.** $\frac{9\pi}{2}$.

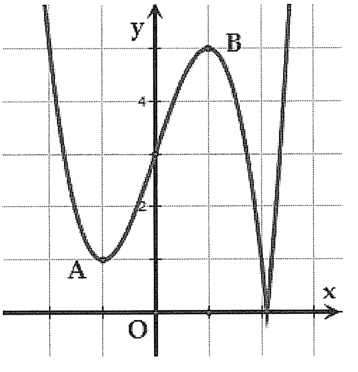
21. Cho 2 số phức $z_1 = 3 - i; z_2 = 2 + 5i$. Tính độ dài OM với M là điểm biểu diễn của số phức $z = \overline{z_1} - z_2^2$ và O là gốc tọa độ.

A. $\sqrt{937}$. **B.** $\sqrt{215}$. **C.** $3\sqrt{113}$. **D.** $3\sqrt{15}$.

22. Tìm họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{1}{\sin^2 x.\cos^2 x}$.

A. $\tan x + \cot x + C$. **B.** $\tan x - \cot x + C$. **C.** $2\cot 2x + C$. **D.** $-2\tan 2x + C$

23. Cho hàm số $y = \left|x^3 - 3x - 3\right|$ có đồ thị như hình vẽ. Trong đó A, B là hai điểm cực trị của hàm số và có tọa độ $A(-1;1), B(1;5)$. Mệnh đề nào sau đây là ***sai?***



A. Đường thẳng $y = 3$ cắt đồ thị tại 4 điểm phân biệt.

B. Đường thẳng $y = 5$ cắt đồ thị tại 3 điểm phân biệt..

C. Đường thẳng $y = \frac{1}{2}$ cắt đồ thị tại 4 điểm phân biệt.

D. Đường thẳng $y = 0$ cắt đồ thị tại duy nhất 1 điểm.

24. Cho hàm số $y = 2\sin^2 x - \sqrt{5}x$. Mệnh đề nào dưới đây ***đúng***?

A. Hàm số nghịch biến trên $(-\infty;0)$ và đồng biến trên $(0;+\infty)$.

B. Hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$.

C. Hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

D. Hàm số đồng biến trên $(-\infty;0)$ và nghịch biến trên $(0;+\infty)$.

25. Gọi S là tập nghiệm của bất phương trình $\left(\frac{2}{3}\right)^{-2x^2+x} > \frac{3}{2}$. Tập nào sau đây là tập con của S?

A. $\left[-2;\frac{-1}{2}\right]$. **B.** $\left(\frac{-1}{2};1\right)$. **C.** $\left[\sqrt{2};3\right]$. **D.** $(-2;3)$.

26. Tìm phần ảo số phức liên hợp của số phức z thỏa mãn $z(2+i)-15i=3$.

A. $-\frac{3}{26}$. **B.** $-\frac{27}{5}$. **C.** $\frac{3}{26}$. **D.** $\frac{27}{5}$.

27. Hỏi có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m trong khoảng $(-5;+\infty)$ sao cho hàm số $y=\frac{8}{3}x^3-(3m+1)x^2-2(m+2)x+2m-3$ có hai điểm cực trị đều nhỏ hơn 2?

A. 10. **B.** 9. **C.** 7. **D.** 6.

28. Cho 2 số phức z_1, z_2 thỏa $|z_1|=|z_2|=1; |z_1+z_2|=\sqrt{3}$. Tính $|z_1-z_2|$.

A. 1. **B.** 0. **C.** 2. **D.** 3.

29. Cho biết tích phân $I=\int_1^2 \frac{1}{x^2-2x+4}dx=\frac{k\pi}{n\sqrt{3}}, m,n\in\mathbb{Z}$ và $\frac{k}{n}$ là phân số tối giản. Tính giá trị $n-k^2$.

A. 5. **B.** -5. **C.** -35. **D.** 35.

30. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho 3 mặt phẳng $(\alpha): 2x+y-z-1=0$, $(\beta): 9x+5y-3z-10=0$, $(\gamma): mx-4y+(n+1)z-2m-n=0$. Hỏi khi 3 mặt phẳng trên có chung một giao tuyến thì giá trị của biểu thức $m+2n$ bằng bao nhiêu?

A. -18. **B.** $\frac{2}{5}$. **C.** -13. **D.** $-\frac{37}{5}$.

31. Tìm tất cả giá trị của tham số m để hàm số $y=\frac{mx-4}{x-m}$ nghịch biến trên $(2;+\infty)$.

A. $m<-2$. **B.** $m\le -2$. **C.** $\left[\begin{array}{l} m<-2 \\ m>2 \end{array}\right.$. **D.** $\left[\begin{array}{l} m\le -2 \\ m\ge 2 \end{array}\right.$.

32. Xét bài toán sau: Anh Ninh gửi tiết kiệm vào ngân hàng X với số tiền là 200 triệu đồng, theo thể thức lãi kép, kì hạn 3 tháng với lãi suất 4,8% một năm. Gửi được sau 1 năm 2 tháng vì lý do đang cần tiền nên anh Ninh đến ngân hàng rút toàn bộ số tiền có được ra. Biết rằng lãi suất ngân hàng không thay đổi trong thời gian gửi, lãi suất không kì hạn là 0,2%/ năm., và trong thời gian gửi anh Ninh không rút lãi. Hỏi số tiền anh Ninh rút ra được gần với giá trị nào sau đây nhất?

A. 220 triệu đồng. **B.** 210 triệu đồng. **C.** 215 triệu đồng. **D.** 205 triệu đồng.

33. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(3;4;5)$. Lập phương trình mặt cầu đi qua A và các hình chiếu của nó trên 3 mặt phẳng tọa độ.

A. $\left(x+\frac{3}{2}\right)^2+(y+2)^2+\left(z+\frac{5}{2}\right)^2=\frac{25}{2}$. **B.** $\left(x+\frac{3}{2}\right)^2+(y+2)^2+\left(z+\frac{5}{2}\right)^2=\frac{5\sqrt{2}}{2}$.

C. $\left(x-\frac{3}{2}\right)^2+(y-2)^2+\left(z-\frac{5}{2}\right)^2=\frac{25}{2}$. **D.** $\left(x-\frac{3}{2}\right)^2+(y+2)^2+\left(z-\frac{5}{2}\right)^2=\frac{25}{2}$.

34. Gọi S_1, S_2 lần lượt là diện tích của hình phẳng giới hạn bởi hai đường cong $f_1(x)=x^3+6x^2-4x-24$ và $f_2(x)=x^2+6x$ với trục hoành. Tính giá trị của S_1-S_2 (kết quả làm tròn tới hàng đơn vị).

A. 168. **B.** 17. **C.** 36. **D.** 92.

35. Khi cho dầu ăn đang sôi ở nhiệt độ 219^0C vào tủ lạnh thì ta có hàm số biểu thị sự giảm nhiệt độ của dầu ăn là $T(t)=k.e^{-0,17t}-6,\ (^0C), t\ge 0$, trong đó k là hằng số. Tìm thời điểm t_0 mà nhiệt độ giảm tới 0^0C.

A. $t_0=0,17\ln 37,5$. **B.** $t_0=0,17\ln\frac{2}{75}$. **C.** $t_0=\frac{100\ln 37,5}{17}$. **D.** $t_0=\frac{100\ln\frac{2}{75}}{17}$

36. Cho số phức $z=a+bi,(a,b\in\mathbb{R})$ thỏa mãn $(z+5i-3)(-i+1)=2i-4$ .Tính $b-a$.

A. 6 . **B.** -6 . **C.** 4 . **D.** -4 .

37. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$, đáy có tâm O và có cạnh là a . Gọi M,N lần lượt là trung điểm của SA,BC . Biết góc giữa MN và $(ABCD)$ là 60^0. Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$ theo a.

A. $\frac{a^3\sqrt{6}}{6}$. **B.** $\frac{a^3\sqrt{30}}{2}$. **C.** $\frac{a^3\sqrt{30}}{6}$. **D.** $\frac{a^3\sqrt{30}}{18}$.

38. Biết $B=\int_1^e x^2.\ln x.dx=\frac{me^3+n}{9}$, với m,n là các số nguyên và e là cơ số của logarit tự nhiên. Trong các khẳng định sau khẳng định nào ***đúng***?

A. $m+n>10$. **B.** $m>n$. **C.** $m-n<0$. **D.** $m^3+n^3>25$.

39. Trong không gian với hệ tọa độ *Oxyz,* hỏi khi đường thẳng $(d):\begin{cases}x=2a-b+(a-3b)t\\ y=a-(a-b)t\\ z=2bt\end{cases},(a;b;t\in\mathbb{R})$ nằm trong mặt phẳng $(\alpha):2x-3y+4z-6=0$ thì nhận định nào sau đây là ***đúng***?

A. $a=5b$. **B.** $b+a=2$. **C.** $b=-5a$. **D.** $b+a=-4$.

40. Cho hàm số $y=\frac{x+2}{x^2-4x+m}$ có đồ thị (C). Trong các khẳng định sau, khẳng định nào ***sai.***

A. (C) có một tiệm cận ngang, hai tiệm cận đứng nếu $\begin{cases}m<4\\ m\ne -12\end{cases}$.

B. (C) chỉ có một tiệm cận ngang, hai tiệm cận đứng với mọi m.

C. (C) có tiệm cận ngang là trục hoành, một tiệm cận đứng nếu $m=4$.

D. (C) chỉ có một tiệm cận ngang nếu $m>4$.

41. Cho tứ diện $S.ABC$ có SA vuông góc (ABC), $SA=2, AB=2, AC=3, BC=4$. Tính diện tích S của mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $S.ABC$.

A. $S=\frac{316\pi}{45}\sqrt{\frac{79}{15}}$. **B.** $S=\frac{316\pi}{45}$. **C.** $S=\frac{316\pi}{15}$. **D.** $S=\frac{79\pi}{15}$.

42. Cho biết $a=\log_2 3, b=\log_2 5$ và $\log_6(21,6)=\frac{m+na+kb}{p+a}, m,n,k,p\in\mathbb{Z}$. Tính giá trị $m+n-k$.

A. 6. **B.** -6. **C.** 2. **D.** -2.

43. Biết rằng đường thẳng $d:y=mx+n$ cắt đồ thị $(C):y=\frac{5x-1}{x-1}$ tại 2 điểm phân biệt *A, B* đối xứng nhau qua đường thẳng $d_1:x+3y-7=0$. Tính m^2+n^2.

A. 10. **B.** 18. **C.** 13. **D.** 17.

44. Cho hai phương trình $3z^2+(m+1)z+2=0$ và $2z^2+mz+1=0$, trong đó tham số $m\in\mathbb{C}$. Biết hai phương trình có nghiệm chung. Tính môđun của số phức m.

A. $|m|=1$. **B.** $|m|=\sqrt{5}$. **C.** $|m|=\sqrt{3}$. **D.** $|m|=2\sqrt{3}$.

45. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có khoảng cách giữa $A'C$ và $C'D'$ là 1 cm. Tính thể tích khối lập phương $ABCD.A'B'C'D'$.

A. $2\sqrt{2}\ cm^3$. **B.** $\dfrac{2\sqrt{2}}{27}\ cm^3$. **C.** $54\sqrt{2}\ cm^3$. **D.** $\dfrac{\sqrt{2}}{27}\ cm^3$.

46. Một câu lạc bộ thể thao quy định lệ phí tham gia thường niên như sau:

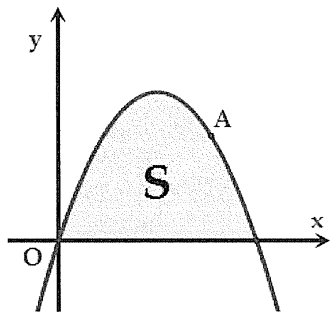
- Lệ phí dành cho người đầu tiên tham gia là 10.000.000 đồng.
- Nếu có người thứ hai tham gia thì lệ phí của mỗi người (kể cả người đầu tiên) sẽ được giảm 0,8% so với lệ phí ban đầu.
- Nếu có người thứ ba tham gia thì lệ phí của tất cả hội viên sẽ được giảm 0,8% so với hội phí khi chỉ có 2 người tham gia.

...

Hỏi tổng số tiền lớn nhất mà câu lạc bộ có thể thu được gần nhất với giá trị nào dưới đây?

A. 315 triệu đồng. **B.** 310 triệu đồng. **C.** 458 triệu đồng. **D.** 464 triệu đồng.

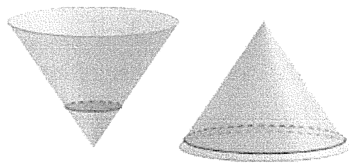
47. Cho hàm số $y=ax(x-2)$, a là tham số âm, có đồ thị như hình vẽ. Biết diện tích S phần tô đậm là 4 đơn vị diện tích. Tìm hoành độ x_A của điểm A trên đồ thị để OA chia phần tô đậm thành hai phần có diện tích bằng nhau.



A. $x_A=\dfrac{3}{2}$. **B.** $x_A=\sqrt{\dfrac{5}{2}}$.

C. $x_A=\sqrt[3]{4}$. **D.** $x_A=\dfrac{\sqrt[3]{33}}{2}$.

48. Một cái phễu có dạng hình nón. Người ta rót một lượng nước vào phễu sao cho chiều cao của lượng nước trong phễu bằng $\dfrac{3}{5}$ chiều cao của phễu. Hỏi nếu bịt kín miệng phễu rồi lộn ngược phễu lên thì chiều cao của nước bằng bao nhiêu? Biết rằng chiều cao của phễu là 20 cm.



A. $18,442\ (cm)$ **B.** $2,765(cm)$. **C.** $4(cm)$ **D.** $1,558\ (cm)$

49. Biết tập nghiệm của bất phương trình $\dfrac{x}{x+2}\left(\log_2\dfrac{2x+5}{4-x}\right)>0$ có dạng $S=\left(a;-\dfrac{1}{3}\right)\cup(0;b)$, với a,b là các số nguyên. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào ***đúng***.

A. $a^2+\sqrt{b}+ab>15$. **B.** $a^3+b^3>35$. **C.** $2^a+2^{\sqrt{b}}-ab<10$. **D.** $a+b>4$.

50. Trong không gian Oxyz, cho 2 đường thẳng d : $\begin{cases}x=3+t\\ y=-2-t\\ z=\sqrt{2}t\end{cases}$ .Phương trình mặt phẳng (β) chứa (d) và tạo với mặt phẳng (Oyz) một góc nhỏ nhất có dạng $ax+by+cz+d=0$, a,b là hai số nguyên tố cùng nhau. Tính $a+b+c-d$.

A. $11+\sqrt{2}$. **B.** $11-\sqrt{2}$. **C.** $5-\sqrt{3}$. **D.** $5+\sqrt{3}$.

ĐỀ SỐ 8

1. Tìm tất cả các khoảng nghịch biến của hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 3x + 2$.

A. Không có khoảng nào. **B.** $(1;+\infty)$. **C.** $(-\infty;1)$. **D.** $\mathbb{R}$.

2. Khẳng định nào dưới đây là ***đúng*** về các đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y = \dfrac{-1}{2017x}$?

A. Đồ thị hàm số có tiệm cận ngang là $y = 1$, tiệm cận đứng là $x = 2017$.

B. Đồ thị hàm số có tiệm cận ngang là $y = -1$, tiệm cận đứng là $x = 2017$.

C. Đồ thị hàm số có tiệm cận ngang là $y = 0$, tiệm cận đứng là $x = 2017$.

D. Đồ thị hàm số có tiệm cận ngang là $y = 0$, tiệm cận đứng là $x = 0$.

3. Rút gọn biểu thức $A = \left(\left(x^m\right)^{\frac{n}{m}}\right)^{2n}$ với $x > 0$, $x \neq 1$ và m, n là các số thực tùy ý.

A. $A = x^{m+\frac{n}{m}+2n}$. **B.** $A = x^{4n}$. **C.** $A = x^{2n^2}$. **D.** $A = x^{3n}$.

4. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$,cho 2 vec tơ $\vec{u} = (u_1;u_2;u_3), \vec{v} = (v_1;v_2;v_3)$. Chọn mệnh đề ***đúng***.

A. $\vec{u}.\vec{v} = (u_1.v_1;u_2.v_2;u_3.v_3)$.

B. $\vec{u} + k\vec{v} = (v_1 + ku_1;v_2 + ku_2;v_3 + ku_3), k \in \mathbb{R}$.

C. $\vec{u} = \vec{v} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 = v_1 \\ u_2 = v_2 \\ u_3 = v_3 \end{cases}$.

D. $\vec{u}, \vec{v}$ cùng phương $\Leftrightarrow \begin{cases} u_1 = v_1 \\ u_2 = v_2 \\ u_3 = v_3 \end{cases}$.

5. Cho số phức z có phần thực là 3, phần ảo là -4. Chọn khẳng định ***đúng***.

A. Số phức $z = -4 + 3i$

B. Số phức $\bar{z} = 3 + 4i$.

C. Trong mặt phẳng (Oxy), điểm biểu diễn của số phức $\bar{z}$ là $M(3;-4)$.

D. Trong mặt phẳng (Oxy), điểm biểu diễn của số phức z là $M(3;4)$.

6. Cho hàm số bậc 4 trùng phương $y = f(x)$ có đạo hàm là hàm số $f'(x) = x(x^2 - a^2)$ $(a \neq 0)$. Hỏi nhận định nào dưới đây là ***đúng***?

A. Hàm số $y = f(x)$ có duy nhất một cực trị.

B. Hàm số $y = f(x)$ có giá trị cực đại là $f(-a)$.

C. Hàm số $y = f(x)$ có giá trị cực tiểu là $f(a)$.

D. Không thể kết luận về số cực trị của hàm số.

7. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho các phương trình sau:

(1) $\begin{cases} x = 2 - t \\ y = 1 + t \\ z = 5 - 2t \end{cases}, t \in \mathbb{R}$ (2) $\dfrac{x-1}{2} + \dfrac{y-2}{3} + \dfrac{z-1}{2} = 1$

(3) $\dfrac{x+1}{-2} = \dfrac{y}{5} = \dfrac{z}{2}$ (4) $\begin{cases} x - 2y + 3 = 0 \\ 2x - y - 1 = 0 \end{cases}$

Hỏi có bao nhiêu phương trình là phương trình đường thẳng cho ở dạng chính tắc?

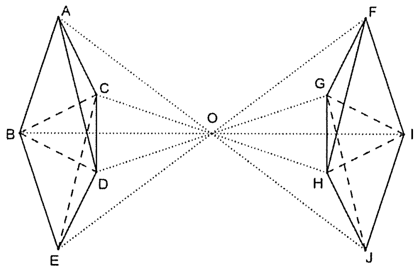
A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

8. Cho $a,b \in \mathbb{R}$, hàm số $y = f(x)$, liên tục trên $\mathbb{R}$ và có một nguyên hàm là hàm số $y = F(x)$. Phát biểu nào sau đây là ***đúng***?

A. $\int_a^b f(x)dx = F(a) - F(b)$.
B. $\int_b^a f(x)dx = F(b) - F(a)$.

C. $\int_a^b f(x)dx = F(b) - F(a)$.
D. $\int_b^a f(x)dx = F(a) + F(b)$

9. Cho các tứ diện $ABCD, EBCD, FGIH, JGIH$ như hình vẽ. Hỏi cặp tứ diện nào sau đây bằng nhau theo phép đối xứng tâm O?



A. $EBCD$ và $JGIH$. **B.** $ABCD$ và $EBCD$. **C.** $ABCD$ và $FGIH$. **D.** $EBCD$ và $FGIH$.

10. Cho $a,b,c > 0$, $a \neq 1, \alpha \in \mathbb{R}$. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào là ***sai?***

A. $a^{\log_a b} = b$.
B. $\log_a\left(\frac{b}{c}\right) = \frac{\log_a b}{\log_a c}$

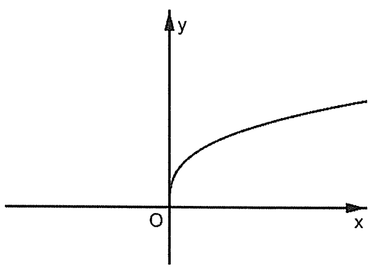
C. $\log_a b^\alpha = \alpha \log_a b$.
D. $\log_a(b.c) = \log_a b + \log_a c$.

11. Tìm phần ảo của số phức z thỏa $(3+2i)\overline{z} = 8 + i$:

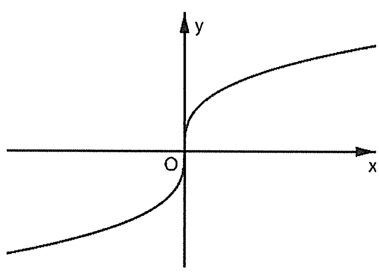
A. $-i$. **B.** i. **C.** -1. **D.** 1.

12. Đồ thị nào dưới đây biểu diễn chính xác nhất hàm số $y = 5x^{\frac{1}{3}}$?

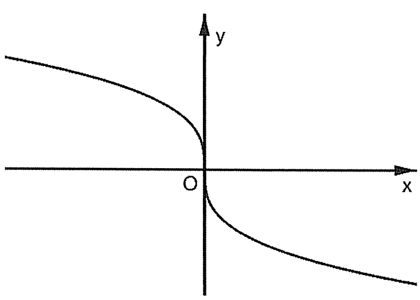
A.



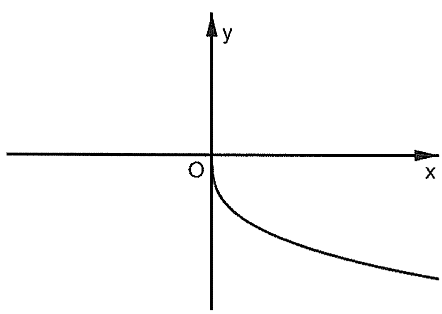
B.



C.



D.



13. Cho hình nón (N) có đỉnh O và tâm của đáy là H. (α) là mặt phẳng qua O. Nên kí hiệu $d(H;(\alpha))$ là khoảng cách từ H đến mặt phẳng (α). Biết chiều cao và bán kính đáy của hình nón lần lượt là h,r. Khẳng định nào sau đây là ***sai?***

A. Nếu $d(H,(\alpha)) > \dfrac{rh}{\sqrt{r^2+h^2}}$ thì $(\alpha)\cap(N)=\varnothing$

B. Nếu $d(H,(\alpha)) < \dfrac{rh}{\sqrt{r^2+h^2}}$ thì $(\alpha)\cap(N)$ là tam giác cân.

C. Nếu $d(H,(\alpha)) = \dfrac{rh}{\sqrt{r^2+h^2}}$ thì $(\alpha)\cap(N)$ là đoạn thẳng.

D. Nếu $d(H,(\alpha)) > \dfrac{rh}{\sqrt{r^2+h^2}}$ thì $(\alpha)\cap(N)$ là một điểm.

14. Cho số phức $z=\left(a-bi^2\right)i-\left(ai+bi^2\right)i$. Tìm $\bar{z}$.

A. $\bar{z}=a-ai$. **B.** $\bar{z}=a-(a-2b)i$. **C.** $\bar{z}=-a-(a+2b)i$. **D.** $\bar{z}=a-(a+2b)i$.

15. Trong mặt phẳng Oxy, tập hợp điểm $M(x;y)$ biểu diễn số phức z thỏa $\left|\bar{z}-2+i\right|\le 1$. Khi đó x,y thỏa điều kiện nào dưới đây?

A. $(x-2)^2+(y+1)^2\le 1$. **B.** $(x-2)^2+(y-1)^2=1$

C. $(x-2)^2+(y-1)^2\le 1$. **D.** $(x-2)^2+(y+1)^2=1$.

16. Cho hình lăng trụ tứ giác đều $ABCD.A'B'C'D'$, có cạnh đáy bằng a. Góc giữa $A'C$ và đáy $(ABCD)$ bằng 45^0. Tính thể tích của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ theo a.

A. $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{2}$. **B.** $a^3\sqrt{3}$. **C.** $a^2\sqrt{2}$. **D.** $\dfrac{a^3\sqrt{2}}{2}$.

17. Trong không gian với hệ tọa độ *Oxyz,* cho tứ giác ABCD có $\overrightarrow{AB}=(m-n+1;0;2-m+2n)$ và $\overrightarrow{DC}=(3m+2;0;n-4)$. Hỏi khi tứ giác ABCD là hình bình hành thì giá trị của biểu thức $P=m-n$ là bao nhiêu?

A. $\dfrac{8}{3}$. **B.** $-\dfrac{8}{3}$. **C.** 6. **D.** -6.

18. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên

x	$-\infty$		0		1		2		$+\infty$
y'		$-$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$+\infty$		↘			↗		↘	$-\infty$

Trong các khẳng định sau, khẳng định nào ***đúng***?

A. Hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-\infty;1)$ và $(2;+\infty)$.

B. Hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-\infty;0)$; $(0;1)$ và $(2;+\infty)$.

C. Hàm số đồng biến trên khoảng $(1;+\infty)$.

D. Hàm số đồng biến trên khoảng $(0;2)$.

19. Tìm tất cả giá trị của tham số thực m sao cho hàm số $y=\frac{x^3}{3}-x^2+\left(2m-m^2\right)x-1$ có 2 điểm cực trị.

A. $m\neq 1$. **B.** $m\in\mathbb{R}$. **C.** $m=1$. **D.** $m\in(-\infty;1)$.

20. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, tìm tọa độ điểm M_1 đối xứng với điểm $M(1;-2;3)$ qua mặt phẳng (Oxz).

A. $M_1(1;0;3)$. **B.** $M_1(-1;-2;-3)$. **C.** $M_1(1;2;3)$. **D.** $M_1(-1;2;-3)$.

21. Hàm số $F(x)$ nào sau đây **không** là một nguyên hàm của hàm số $y=\frac{\ln^3 x}{x}$

A. $F(x)=\frac{\ln^4 x+x}{4}$. **B.** $F(x)=\frac{\ln^4 x-1}{4}$ **C.** $F(x)=\frac{\ln^4 x+1}{4}$. **D.** $F(x)=\frac{\ln^4 x+2}{4}$.

22. Tìm tập xác định D của hàm số $y=f(x)=\begin{cases}\log_2\left(x^2-1\right), x\geq 0\\ 2^{\sqrt{2-x}}, \quad x<0\end{cases}$.

A. $D=(-\infty;-1)\cup(1;+\infty)$. **B.** $D=(-\infty;0)\cup(1;+\infty)$.

C. $D=(-\infty;-1)\cup(1;2]$. **D.** $D=(-\infty;0)\cup(1;2]$.

23. Tính diện tích mặt cầu (S) biết rằng khối cầu (S) tương ứng có thể tích bằng $\frac{\pi}{6}$.

A. $\frac{\pi}{4}$. **B.** $\frac{\pi}{\sqrt[3]{9}}$. **C.** π. **D.** $\frac{\pi}{4\sqrt[3]{9}}$.

24. Cho phương trình $\frac{1}{2}\log_3(x-2)^2-1=0$. Một học sinh thực hiện các bước giải phương trình trên như sau.

Bước 1: Đặt điều kiện: $x-2\neq 0\Leftrightarrow x\neq 2$

Bước 2: $\frac{1}{2}\log_3(x-2)^2-1=0\Leftrightarrow \log_3|x-2|=1$

Bước 3: $\log_3|x-2|=1\Leftrightarrow x-2=3\Leftrightarrow x=5$. So điều kiện suy ra nghiệm của phương trình là 5 .

Bài giải như trên ***đúng** hay **sai***? ***Nếu sai*** thì **sai** ở bước mấy?

A. Bài giải đúng. **B.** Sai ở bước 3. **C.** Sai ở bước 1. **D.** Sai ở bước 2.

25. Biết $I=\int_0^{\pi} x\cos\left(x+\frac{\pi}{4}\right)dx=a(\pi+b)\sqrt{2},(a,b\in\mathbb{Q})$. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào **đúng**?

A. $a+b>5$. **B.** $a^2+b^2>10$. **C.** $a-b<0$. **D.** $a^3+b^3>15$.

26. Tìm tập nghiệm S của bất phương trình $\log\left(x^2+16\right)>\log(8x)$.

A. $S=\mathbb{R}\backslash\{4\}$. **B.** $S=(0;4)\cup(4;+\infty)$. **C.** $S=\mathbb{R}$. **D.** $S=(4;+\infty)$.

27. Số giao điểm nằm phía trên trục hoành của hai đồ thị hàm số $y=f(x)=x^3-3x+1$ và $y=g(x)=-3x^2+x+1$.

A. 3. **B.** 2. **C.** 0. **D.** 1.

28. Cho hàm số $y = 3x^{\frac{1}{3}}$. Tìm đẳng thức ***đúng*** trong các đẳng thức sau.

A. $2(y')^2 - y.y'' = 0$. **B.** $2(y')^2 + y.y'' = 0$. **C.** $9y'.y'' = 2y$. **D.** $9y'.y'' + 2y = 0$.

29. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, mặt phẳng (α) được gọi là mặt phẳng cách đều 2 điểm A, B nếu với mọi điểm M thuộc mặt phẳng (α) ta đều có $MA = MB$. Viết phương trình mặt phẳng (α) cách đều 2 điểm $A(1;2;0)$, $B(5;6;-2)$.

A. $2x + 2y - z - 6 = 0$. B. $2x + 2y - z - 24 = 0$.

C. $2x + 2y - z - 1 = 0$. D. $2x + 2y - z - 15 = 0$.

30. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, tính khoảng cách nhỏ nhất giữa 2 mặt phẳng song song $(P): x - 2y + 3z + m^2 = 0$, $(Q): x - 2y + 3z + 2m - 5 = 0$.

A. $\frac{4}{\sqrt{14}}$. **B.** $\frac{3}{\sqrt{14}}$. **C.** $\frac{2}{\sqrt{14}}$. **D.** $\frac{6}{\sqrt{14}}$.

31. Biết $\int \frac{x^2 + 2x - 1}{(x-1)(x^2 - 4x + 4)} dx = m\ln|x-1| + n\frac{1}{(x-2)^2} + k\ln|x-2| + C$, với m, n, k là các số nguyên và $C \in \mathbb{R}$. Tính $m + n + k$.

A. -11. **B.** 15. **C.** -20. **D.** 13.

32. Cho hình lăng trụ tứ giác đều $ABCD.EFGH$. Tính tỉ số k giữa thể tích khối trụ ngoại tiếp và thể tích khối trụ nội tiếp hình lăng trụ trên.

A. $k = 2$. **B.** $k = \sqrt{2}$. **C.** $k = 2\sqrt{2}$. **D.** $k = 4$.

33. Để tính $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} x.\sin^2\frac{x}{2} dx$, một bạn học sinh làm như sau:

Bước 1: Biến đổi $I = \frac{1}{2}\int_0^{\frac{\pi}{2}} x.(1 - \cos x)dx = \frac{1}{4}x^2\Big|_0^{\frac{\pi}{2}} - \frac{1}{2}\int_0^{\frac{\pi}{2}} x\cos x dx = \frac{\pi^2}{16} - \frac{1}{2}\int_0^{\frac{\pi}{2}} x\cos x dx$.

Bước 2: Đặt $\begin{cases} u = x \\ dv = \cos x dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = dx \\ v = -\sin x dx \end{cases}$.

Bước 3: $\frac{1}{2}\int_0^{\frac{\pi}{2}} x\cos x dx = \left(-\frac{x}{2}\sin x\right)\Big|_0^{\frac{\pi}{2}} + \frac{1}{2}\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin x dx = -\frac{\pi}{4} + \frac{1}{2}\cos x\Big|_0^{\frac{\pi}{2}} = -\frac{\pi}{4} - \frac{1}{2}$.

Suy ra $I = \frac{\pi^2}{16} + \frac{\pi}{4} + \frac{1}{2}$.

Hỏi bài giải trên ***đúng hay sai***? Nếu ***sai*** thì ***sai ở bước nào***?

A. Bài giải đúng. **B.** Sai ở bước 2. **C.** Sai ở bước 1. **D.** Sai ở bước 3.

34. Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên lớn hơn -10 của tham số thực m, sao cho hàm số $y = \frac{mx^3}{3} + 7mx^2 + 14x - m + 2$ nghịch biến trên nửa khoảng $[1; +\infty)$?

A. 11. **B.** 10. **C.** 9. **D.** 8.

35. Cho số phức $z = a + b\sqrt{2}i$ $(a, b \in \mathbb{R}^+)$. Biết $a + b = 8$, tìm giá trị nhỏ nhất của $|z|$.

A. $4\sqrt{2}$. **B.** $\frac{8\sqrt{6}}{3}$. **C.** $4\sqrt{3}$. **D.** 48.

36. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ cạnh a. Gọi M,P lần lượt là trung điểm của AA' và $B'C'$. N là điểm thuộc cạnh $A'D'$ thỏa mãn $3A'N = ND'$. Tính diện tích S_0 của thiết diện của (MNP) với hình lập phương.

A. $S_0 = \frac{3a^2\sqrt{85}}{32}$. **B.** $S_0 = \frac{15a^2}{32}$. **C.** $S_0 = \frac{3a^2\sqrt{21}}{8}$. **D.** $S_0 = \frac{3a^2\sqrt{21}}{16}$.

37. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, tìm các mặt phẳng chứa những điểm cách đều hai mặt phẳng $(P): 2x - y + 2z - 3 = 0; (Q): x + 2y - 2z + 5 = 0$?

A. $\left[\begin{array}{l} x+3y-4z-8=0 \\ 3x+y+2=0 \end{array}\right.$. **B.** $\left[\begin{array}{l} x-3y+4z-8=0 \\ x+3y+2=0 \end{array}\right.$.

C. $\left[\begin{array}{l} x-3y+4z+8=0 \\ 3x+y+2=0 \end{array}\right.$. **D.** $\left[\begin{array}{l} x-3y+4z-8=0 \\ 3x+y+2=0 \end{array}\right.$.

38. Viết phương trình đường thẳng đi qua 2 điểm cực trị của đồ thị hàm số $y = x^3 - 6x^2 + 9x - 4$

A. $y = -2x + 2$. **B.** $y = 6x + 12$. **C.** $y = x - 3$. **D.** $y = -3x + 1$.

39. Ông Ninh mua một chiếc xe máy với giá 69 triệu đồng theo hình thức trả góp với lãi suất 1,5% một tháng. Để mua trả góp ông Ninh phải trả trước 30% số tiền, số tiền còn lại ông sẽ trả dần trong thời gian 6 tháng kể từ ngày mua, mỗi lần trả cách nhau 1 tháng. Số tiền mỗi tháng ông Ninh phải trả là như nhau và tiền lãi được tính theo nợ gốc còn lại ở cuối mỗi tháng. Biết rằng trong thời gian vay nếu ông Ninh trả hết tiền vay *trước thời gian 6 tháng* thì ông Ninh phải trả thêm số tiền là 2% trên *số tiền ban đầu* mà ông Ninh vay.Sau 2 tháng vay, đến đầu tháng thứ 3 do ông Ninh có người thân ở nước ngoài gửi tiền về cho, số tiền này đủ để ông trả hết số tiền còn nợ. Ông quyết định dùng số tiền này để trả hết số nợ còn lại khi mua xe máy. Hỏi số tiền ông Ninh phải trả đầu tháng thứ 3 ***gần với kết quả*** nào sau đây nhất?

A. 30.000.000 đồng. **B.** 35.000.000 đồng. **C.** 34.000.000 đồng. **D.** 36.000.000 đồng.

40. Gọi $x_1, x_2\ (x_1 < x_2)$ là hai nghiệm của phương trình $\left(\sqrt{5}-1\right)^x + \left(\sqrt{5}+1\right)^x = 5.2^{x-1}$. Trong các khẳng định dưới đây, khẳng định nào ***sai***?

A. $(x_1; +\infty) \cap (-1;1) = (-1;1)$. **B.** $(x_1; x_2) \cap (-1;1) = (-1;1)$.

C. $(x_1, x_2) \cap (-1;2) = (-1; x_2)$. **D.** $(x_2; +\infty) \cap (x_1; 1) = (-1;1)$.

41. Tìm giá trị lớn nhất của hàm số $y = \cos x + \sqrt{3}\sin x$ trên đoạn $[30;45]$ *(kết quả làm tròn đến hàng phần nghìn).*

A. 3,732 . **B.** 2,000. **C.** 1,932. **D.** 1,999.

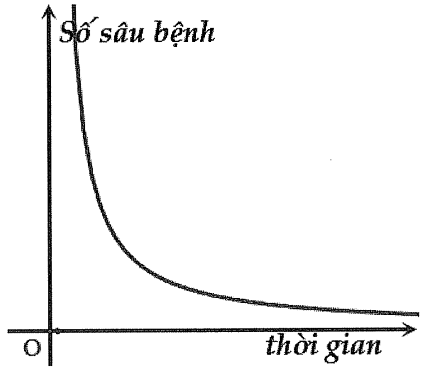
42. Kết quả của tích phân $I = \int_1^e e^x \left(\frac{1}{x^2} - \frac{2}{x^3}\right)dx$ được ghi dưới dạng $e^a - e^b, (a,b \in \mathbb{R}; a,b > 0)$. Khẳng định nào dưới đây là ***đúng***?

A. $\frac{1}{a} + \frac{2}{b} > 3$. **B.** $a + 2b > 3$. **C.** $a + \frac{2}{b} > 3$. **D.** $\frac{2}{a+1} + \frac{1}{b} > 3$.

43. Trong không gian $Oxyz$, cho hình thoi $ABCD$ có $A(-1;2;1)$, $B(2;3;2)$ và tâm I của hình thoi có hoành độ dương nằm trên đường thẳng $d: \frac{x+1}{-1} = \frac{y}{-1} = \frac{z-2}{1}$. Biết $M(a,b,c)$ là trung điểm của CD. Tính $a + b + c$.

A. $\frac{9}{2}$. **B.** 3. **C.** $\frac{-1}{2}$. **D.** $\frac{3}{2}$.

44. Trong buổi báo cáo về sản phẩm thuốc trừ sâu mới, một nhân viên đã trình bày cho ban giám đốc một đồ thị cho thấy sự tương quan giữa số lượng sâu bệnh còn lại theo thời gian sử dụng thuốc như trong hình. Biết rằng hàm số tương ứng với đồ thị đó là một trong bốn hàm số dưới đây, hãy cho biết đó là hàm số nào?



A. $y=\frac{-100}{x+e^{-0,015x}}$.

B. $y=\frac{100}{1+e^{-0,015x}}$.

C. $y=-\frac{100}{1-e^{-0,015x}}$.

D. $y=\frac{100}{x-e^{-0,015x}}$.

45. Cho khối cầu tâm O, bán kính R. Trên mặt cầu này, lấy 3 điểm A, B, C đồng phẳng sao cho $AB=6$; $BC=AC=5cm$. Lấy một điểm S bất kì trên mặt cầu sao cho S không nằm trên mặt phẳng (ABC). Biết giá trị lớn nhất của thể tích khối chóp $S.ABC$ là $\frac{125}{2}$, tính bán kính R. (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)

A. $\frac{125}{16}$. **B.** $\frac{65}{8}$. **C.** $\frac{15}{2}$. **D.** $\frac{125}{8}$.

46. Người ta tạo ra những chiếc nón từ một miếng bìa hình tròn đường kính 32 cm bằng một trong 2 phương án sau:

1) Chia miếng bìa thành 3 hình quạt bằng nhau rồi cuộn mỗi hình quạt lại thành một chiếc nón có thể tích V_1.
2) Chia miếng bìa thành 6 hình quạt bằng nhau rồi cuộn mỗi hình quạt lại thành một chiếc nón có thể tích V_2.

Gọi V, V' lần lượt là tổng thể tích của những chiếc nón tạo ra theo cách 1 và cách 2.
Nhận định nào ***đúng*** trong các nhận định sau?

A. $V=V'$. **B.** $V_1=\frac{1}{3}V_2$. **C.** $V_1=\frac{1}{2}V_2$. **D.** $V>V'$.

47. Cho hàm số $y=\frac{2x-1}{x+2}$ có đồ thị là (C) và một điểm $M(m;y_M)\in(C)$. Gọi $m_0\in(-\infty;3)\cup[4;+\infty)\setminus\{-2\}$ là giá trị của tham số thực m sao cho tổng khoảng cách từ M đến tiệm cận đứng của (C) và đến đường thẳng $(\Delta): y=1$ đạt giá trị nhỏ nhất. Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên trong khoảng $(m_0;2017)$?

A. 2021. **B.** 2020. **C.** 2016. **D.** 2017.

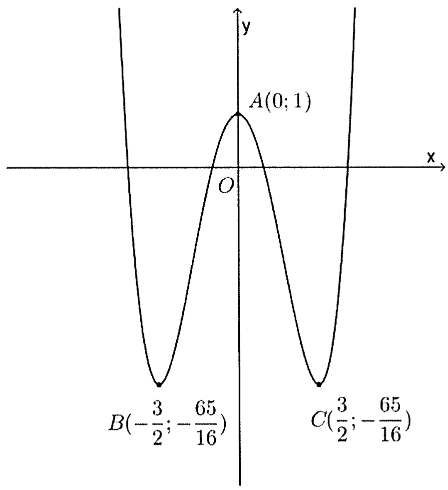
48. Cho họ số phức $z=a+bi$ $(a,b\in\mathbb{R})$ có tập hợp điểm biểu diễn trên mặt phẳng tọa độ Oxy là đường tròn có phương trình $(x-1)^2+(y-2)^2=4$. Tìm tập hợp điểm biểu diễn của $w=z+\bar{z}+2i$.

A. Đường thẳng. **B.** Đoạn thẳng. **C.** Điểm. **D.** Đường tròn.

49. Biết tích phân $I = \int_0^{\pi^2} \sqrt{x}\sin\sqrt{x}dx = m\pi^2 + n, (n \in \mathbb{Z}, m \in \mathbb{R})$. Chọn khẳng định ***đúng***.

A. $m + 2n > 0$. **B.** $n > 0$. **C.** $n < 0$. **D.** $m + n > 0$.

50. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ, các điểm A, B, C là các cực trị của hàm số. Tìm tất cả giá trị thực m để phương trình $|f(x)| = m$ có 4 nghiệm phân biệt.



A. $m = 0; m = \frac{65}{16}$.

B. $\frac{-65}{16} < m < 1$.

C. $m = 0; m = \pm\frac{3}{2}$.

D. $0 \le m$.

ĐỀ SỐ 9

1. Cho $z_1 = a + bi^4$, $z_2 = -ai^2 + bi$ $(a, b \in \mathbb{R})$. Tính $z_1 - z_2$.

A. $2a + b - bi$. **B.** $b - bi$. **C.** $2a + b + bi$. **D.** $-b - bi$.

2. Trong không gian $Oxyz$, cho $A(2;0;0)$, $B(0;3;0)$, $C(0;0;4)$. Viết phương trình mặt phẳng (ABC)

A. $\frac{x}{2} + \frac{y}{3} + \frac{z}{4} = 1$. **B.** $\frac{x}{4} + \frac{y}{3} + \frac{z}{2} = 1$. **C.** $\frac{x}{2} + \frac{y}{4} + \frac{z}{3} = 1$. **D.** $\frac{x}{3} + \frac{y}{2} + \frac{z}{4} = 1$.

3. Tìm tập xác định của hàm số $y = \sqrt{x-2} + (x-2)^{\frac{1}{5}}$.

A. $D = \mathbb{R} \setminus \{2\}$. **B.** $D = \mathbb{R}$. **C.** $D = [2; +\infty)$. **D.** $D = (2; +\infty)$.

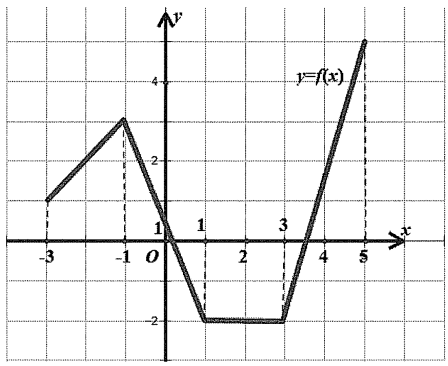
4. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Chọn phát biểu ***đúng***.

A. Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên $(-3;-1) \cup (3;5)$

B. Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên $(3;5)$.

C. Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên $(3;-2)$.

D. Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên $(-1;3)$.



5. Mệnh đề nào sau đây là **đúng**?

A. Hai hàm số $y = \log_2 x^2$ và $y = \log_2 \sqrt{x}$ có đồ thị đối xứng nhau qua đường thẳng $y = x$.

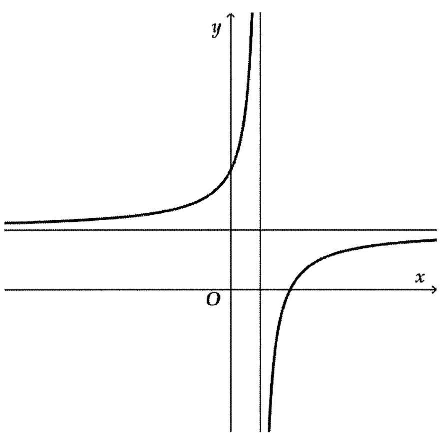
B. Hai hàm số $y = x^2$ và $y = x^{-2}$ có đồ thị đối xứng nhau qua đường thẳng $y = x$.

C. Hai hàm số $y = \log_a x$ và $y = a^x$ với $a > 0, a \neq 1$ có đồ thị đối xứng nhau qua đường thẳng $y = x$

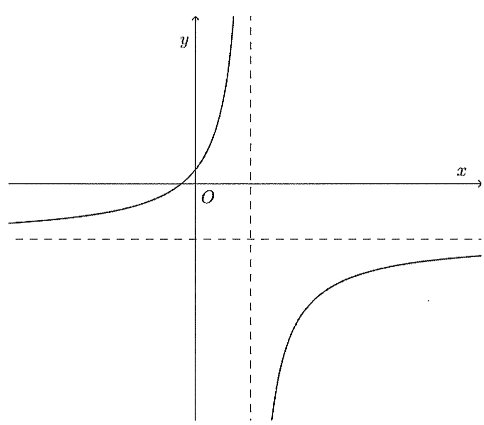
D. Hai hàm số $y = 2^x$ và $y = x^2$ có đồ thị đối xứng nhau qua đường thẳng $y = x$.

6. Hàm số $y = \frac{2x+1}{2-x}$ có đồ thị là hình nào dưới đây?

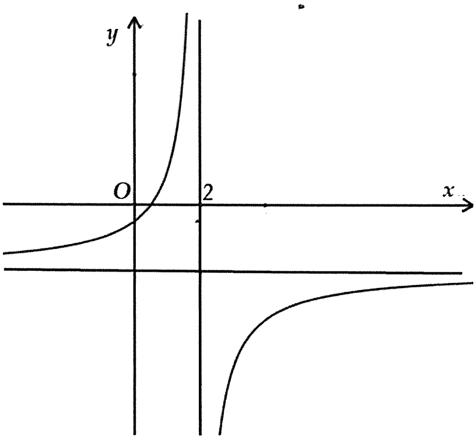
A.



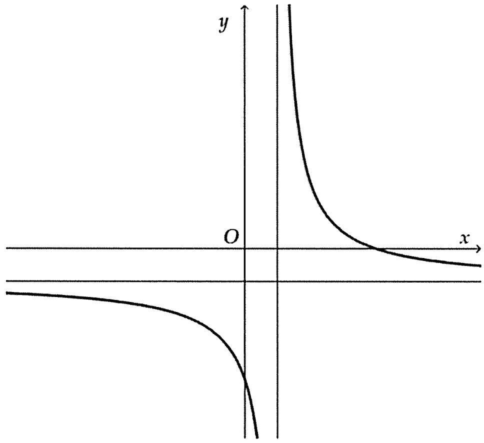
B.



C.



D.



7. Tính nguyên hàm $F(x)=\int\left(\frac{1}{\cos^2 x}+\frac{3}{3x-1}\right)dx$.

A. $F(x)=\tan x+3\ln|3x-1|+C$ **B.** $F(x)=\tan x+\ln(3x-1)+C$

C. $F(x)=\tan x+\ln|3x-1|+C$ **D.** $F(x)=-\tan x+\ln|3x-1|+C$

8. Cho vec tơ $\vec{u}=(-3;2;0)$. Tính độ dài $|\vec{u}|$.

A. 13 **B.** $\sqrt{13}$ **C.** 1 **D.** 2

9. Chọn nhóm gồm những hàm số chỉ có duy nhất một cực trị.

A. $f(x)=3x^4-6$, $g(x)=15-2x^3$, $h(x)=x^4-3x^2+7$.

B. $f(x)=3x^4-6$, $g(x)=x^4-3x^2+7$, $h(x)=(x^2-x)(x^2+x)+x^2+6$.

C. $f(x)=3x^4-6$, $g(x)=15-5x^2-2x^4$, $h(x)=(x^2-x)(x^2+x)+x^2+6$.

D. $f(x)=x^4-3x^2+7$, $g(x)=15-5x^2-2x^4$, $h(x)=15-2x^3$.

10. Cho khối đa diện đều $\{3;3\}$, số cạnh của khối đa diện này là mấy?

A. 4. **B.** 3. **C.** 6. **D.** 8.

11. Tìm tất cả các giá trị thực của m sao cho hàm số $y=-\frac{1}{3}x^3-mx^2+(2m-3)x-m+2017$ nghịch biến trên $\mathbb{R}$?

A. $-3<m<1$. **B.** $m\le 1$. **C.** $-3\le m\le 1$. **D.** $\left[\begin{array}{l} m\le -3 \\ m\ge 1 \end{array}\right.$.

12. Biết rằng $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)=\frac{4x-2}{x^3+2x^2+x+2}$ thỏa $F(-1)=-\ln 2$. Tính giá trị $F(3)$

A. $F(3)=\ln 40$. **B.** $F(3)=\ln 10$. **C.** $F(3)=-\ln 10$. **D.** $F(3)=2\ln 5$.

13. Cho phương trình $\log^2_{\frac{1}{4}} x-\log_2 x-3=0$.Đặt $t=\log_2 x$ thì phương trình đã cho trở thành phương trình nào?

A. $\frac{1}{4}t^2-t-3=0$. B. $2t^2-t-3=0$. **C.** $4t^2-t-3=0$. **D.** $\frac{1}{2}t^2-t-3=0$.

14. Cho các tình huống sau:

(1) Đặt hình lập phương (H) trước gương phẳng ta thu được ảnh (H') của hình lập phương.

(2) Nhúng một phần hình lập phương (H) xuống mặt nước ta thu được ảnh (H') của hình lập phương.

(3) Cắt hình lập phương thành hai phần bởi mặt chéo ta thu được hai phần (H) và (H').

Hỏi có bao nhiêu tình huống mà (H) và (H') luôn bằng nhau theo phép đối xứng mặt phẳng?

A. 2. **B.** 1. **C.** 0. **D.** 3.

15. Với các số phức z thỏa mãn $|\bar{z}-3-4i|=1$. Biết rằng M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của $|z|$. Tính giá trị của $M-m$.

A. $M-m=\sqrt{6}-2$. **B.** $M-m=2$. **C.** $M-m=2-\sqrt{6}$. **D.** $M-m=10$.

16. Cho $a=\ln 2$. Ta biểu diễn được $-\frac{15}{4}\ln\frac{1}{4}+\frac{1}{2}\ln\frac{1}{16}=k+\frac{m}{n}a,(m,n,k\in\mathbb{Z})$, trong đó $\frac{m}{n}$ là phân số tối giản. Chọn khẳng định ***đúng***.

A. $m>2n$. **B.** $m=0$. **C.** $m<2n$. **D.** $n^2-m>0$.

17. Một mặt cầu tâm O nội tiếp một khối lập phương cạnh bằng a. Tính khoảng cách từ tâm của mặt cầu đến một cạnh của khối lập phương.

A. a. **B.** $\frac{a}{2}$. **C.** $\frac{a\sqrt{2}}{2}$. **D.** $a\sqrt{2}$.

18. Cho khối nón (N) đỉnh O có bán kính đáy là r. Biết thể tích khối nón (N) là V_0. Tính diện tích S của thiết diện qua trục của khối nón.

A. $S=\frac{V_0}{\pi r}$. **B.** $S=\frac{3V_0}{\pi r^2}$. **C.** $S=\frac{3V_0}{\pi r}$. **D.** $S=\frac{3\pi r}{V_0}$.

19. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		0		1		$+\infty$
y'		$+$	||	$-$	0	$+$	
y	0	$\nearrow$	$+\infty$ || $+\infty$	$\searrow$	-2	$\nearrow$	0

Tổng số đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của hàm số trên là?

A. 3. **B.** 0. **C.** 1. **D.** 2.

20. Tìm tọa độ điểm H là hình chiếu vuông góc của điểm $M(3;-2;5)$ lên mặt phẳng (Oyz).

A. $H(-3;-2;5)$ **B.** $H(3;0;0)$ **C.** $H(0;-2;5)$ **D.** $H(-3;2;-5)$.

21. Cho tích phân $I=\int_0^{\frac{\pi}{2}}(2-x)\sin x dx$. Đặt $u=2-x,\ dv=\sin x dx$, tìm I.

A. $(2-x)\cos x\Big|_0^{\frac{\pi}{2}}-\int_0^{\frac{\pi}{2}}\cos x dx$. **B.** $-(2-x)\cos x\Big|_0^{\frac{\pi}{2}}+\int_0^{\frac{\pi}{2}}\cos x dx$.

C. $\left.(2-x)\cos x\right|_0^{\frac{\pi}{2}}+\int_0^{\frac{\pi}{2}}\cos xdx$. D. $-\left.(2-x)\cos x\right|_0^{\frac{\pi}{2}}-\int_0^{\frac{\pi}{2}}\cos xdx$.

22. Trong không gian với hệ tọa độ *Oxyz*, cho mặt cầu (S) có bán kính bằng 13, tiếp xúc mặt phẳng tọa độ (*Oxy*) và đi qua hai điểm $A(6;0;1)$, $B(7;-1;25)$. Biết rằng tung độ của tâm mặt cầu là số âm, hỏi mặt cầu (S) đi qua điểm nào trong số các điểm dưới đây?

A. $M(15;-1;9)$. **B.** $N(13;7;1)$. **C.** $P(-15;1;-9)$. **D.** $N(-13;-7;1)$.

23. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	0	1	2	$+\infty$
$f'(x)$	+	0	−	(không xác định)	−	+
$f(x)$	$-\infty \nearrow$	2	$\searrow -\infty$	(không xác định)	$+\infty \searrow -1$	$\nearrow +\infty$

Khẳng định nào sau đây là ***đúng*** về cực trị của hàm số?

A. Hàm số đạt cực đại tại 2. **B.** Hàm số không có cực tiểu.

C. Hàm số đạt cực tiểu tại -1. **D.** Hàm số có hai cực trị.

24. Tìm đạo hàm của hàm số $y=\dfrac{e^x+2e^{-x}}{2e^x+e^{-x}}$.

A. $y'=-\dfrac{6e^{2x}}{\left(2e^{2x}+1\right)^2}$ **B.** $y'=-\dfrac{2e^{2x}}{\left(2e^{2x}+1\right)^2}$ **C.** $y'=-\dfrac{6e^{x}}{\left(2e^{x}+1\right)^2}$ **D.** $y'=-\dfrac{2}{\left(2e^{x}+e^{-x}\right)^2}$

25. Giải phương trình $6.4^{\sin x}-13.6^{\sin x}+6.9^{\sin x}=0$.

A. $x=\dfrac{\pi}{2}+k2\pi, k\in\mathbb{Z}$. **B.** $x=\dfrac{\pi}{2}+k\pi, k\in\mathbb{Z}$.

C. $x=\pi+k\pi, k\in\mathbb{Z}$. **D.** $x=\pi+k2\pi, k\in\mathbb{Z}$.

26. Cho hai số phức $z_1=\left(5-\sqrt{2}\right)i^3+3i$, $z_2=\left(5+\sqrt{2}\right)i^3-3i$. Tính $\overline{z_1}.z_2$.

A. -62. **B.** $-14-6\sqrt{2}$. **C.** $-14+6\sqrt{2}$. **D.** $14-6\sqrt{2}$.

27. Giải phương trình $z^6+7z^3-8=0$ trên tập số phức. Hỏi có bao nhiêu cặp nghiệm là liên hợp của nhau?

A. 0. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 6.

28. Trong mặt phẳng Oxy, tìm tập hợp điểm $M(x;y)$ biểu diễn số phức z thỏa $|z-i|=|(1+i)z|$.

A. Đường tròn tâm $I(0;-1)$, bán kính $R=\sqrt{2}$. **B.** Đường tròn tâm $I(0;-1)$, bán kính $R=2$.

C. Đường tròn tâm $I(0;1)$, bán kính $R=\sqrt{2}$. **D.** Có 2 điểm $z=-1$ và $z=\dfrac{1}{5}+\dfrac{2}{5}i$.

29. Cho $a=10^{\frac{m}{n-\log b}}; b=10^{\frac{m}{n-\log c}}$ với a,b,c,m,n là các số nguyên sao cho các biểu thức có nghĩa. Tính biểu thức $\log c$ theo $\log a$.

A. $\log c = \dfrac{\left(m^2-n\right)\log a - mn}{n\log a - m}$ **B.** $\log c = \dfrac{\left(n^2-m\right)\log a - mn}{n\log a - m}$

C. $\log c = \dfrac{\left(n^2-m\right)\log a - n}{n\log a - mn}$ **D.** $\log c = \dfrac{\left(m^2-n\right)\log a - mn}{m\log a - n}$

30. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho bốn điểm $A(-1;2;0), B(0;1;1)$, $C(-2;-1;-1)$ và $D(-3;-1;4)$. Viết phương trình mặt phẳng (α) cách đều 4 điểm A, B, C, D sao cho (α) song song với cả 2 đường thẳng AB và CD.

A. $(\alpha): 5x+6y+z-5=0$ **B.** $(\alpha): x-z+4=0$

C. $(\alpha): 5x+6y+z+5=0$ **D.** $(\alpha): -15x+6y-3z-15=0$

31. Biết tích phân $I=\int_{-1}^{2}\dfrac{dx}{x^2+2x+4}=\dfrac{m\pi}{n\sqrt{3}},(m,n\in\mathbb{Z}, m>0)$, với $\dfrac{m}{n}$ là phân số tối giản.

Chọn khẳng định ***đúng***.

A. $4m-n^2=0$. **B.** $4m-n^2>0$. **C.** $m^2-2n<0$. **D.** $m^2-4n=0$.

32. Có tất cả bao nhiêu giá trị của tham số m sao cho hàm số $y=mx^3+3x^2+m^2,(m\neq 0)$ đồng biến trên khoảng $(a;b)$ và nghịch biến trên các khoảng $(-\infty;a)$, $(b;+\infty)$ sao cho $|a-b|=2$.

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** Vô số m.

33. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\begin{cases} x=-2t \\ y=t \\ z=-1-2t \end{cases}$ và mặt phẳng $(\alpha): x+y-z+1=0$. Tìm phương trình d' là hình chiếu vuông góccủa d lên (α).

A. $d': \dfrac{x-4}{-2}=\dfrac{y+2}{1}=\dfrac{z-3}{-2}$. **B.** $d': \dfrac{x-4}{1}=\dfrac{y+2}{-4}=\dfrac{z-3}{-3}$.

C. $d': \dfrac{x+4}{7}=\dfrac{y-2}{-2}=\dfrac{z+3}{5}$. **D.** $d': \dfrac{x-4}{7}=\dfrac{y+2}{-2}=\dfrac{z-3}{5}$.

34. Sau khi dừng lại chờ hết đèn đỏ, một người điều khiển xe máy phóng đi với vận tốc được biểu thị bằng biểu thức $v(t)=-t^2+10t$ (đơn vị m/s), t tính bằng giây. Hỏi sau khoảng thời gian 5 giây kể từ khi hết đèn đỏ thì xe máy chạy được quãng đường là bao nhiêu ?

A. 25 m. **B.** 35 m. **C.** $\dfrac{520}{3}$ m. **D.** $\dfrac{250}{3}$ m.

35. Biết rằng $\int_0^{16} f(t)dt=504$ và $\int_0^{10} f(x+6)dx=123$. Tính $I=\int_0^{2} f(3z)dz$

A. $I=127$. **B.** $I=381$. **C.** $I=627$. **D.** $I=1143$

36. Cho hình chóp đều S.ABCD có đáy ABCD là hình vuông. Độ dài $SB=\dfrac{a\sqrt{5}}{2}$. Góc giữa mặt bên và mặt đáy bằng 60^0. Tính thể tích khối nón có đỉnh S và đáy là đường tròn nội tiếp hình vuông ABCD.

A. $\dfrac{a^3\pi\sqrt{3}}{24}$. **B.** $\dfrac{a^3\pi\sqrt{3}}{8}$. **C.** $\dfrac{a^3\pi\sqrt{3}}{27}$. **D.** $a^3\pi\sqrt{3}$.

37. Cho $d:\frac{x}{1}=\frac{y-5}{1}=\frac{2z-1}{-1};\Delta:\frac{x}{m^2+1}=\frac{y+5}{n^2+1}=\frac{-z}{m^2+n^2},(m<0;n>0)$. Cặp $(m;n)$ nào dưới đây làm cho d song song Δ?

A. Không tồn tại $(m;n)$ **B.** $\left(\frac{-1}{\sqrt{3}};\frac{1}{\sqrt{3}}\right)$ **C.** $\left(\frac{-1}{\sqrt{2}};\frac{1}{\sqrt{2}}\right)$ **D.** $(-1;1)$

38. Tính thể tích tứ diện đều ABCD cạnh $2a$.

A. $\frac{a^3\sqrt{2}}{12}$. **B.** $2a^3\sqrt{2}$. **C.** $\frac{2a^3\sqrt{2}}{9}$. **D.** $\frac{2a^3\sqrt{2}}{3}$.

39. Cho hàm số $y=e^{\sin x}$. Khẳng định nào sau đây là ***đúng?***

A. $y''.y=y'^2+y^2\ln y$. **B.** $y''.y=y'^2-y^2\ln y$. **C.** $y''.y=y'^2$. **D.** $y''=y'=y$.

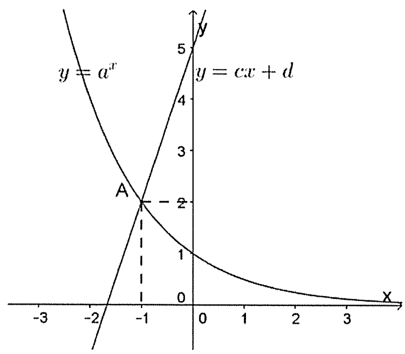
40. Cho hàm số $y=\frac{1}{4}x^4-2\left(m^2-2\right)x^2+2$, hỏi khi đồ thị hàm số có ba điểm cực trị tạo thành một tam giác vuông cân thì giá trị của m^2 là bao nhiêu (*kết quả làm tròn đến hàng phần trăm*)?

A. 2,63. **B.** 1,62 **C.** 2,25. **D.** 1,50.

41. Lưu lượng mưa của tỉnh X trong 5 tháng đầu năm năm 2016 được thể hiện qua công thức $V=5x^4-\frac{2440}{3}x^3+43950x^2-837000x+25.10^6$ trong đó x là thời gian (ngày) và V là lưu lượng mưa (ml). Hỏi trong tháng mấy thì có ngày có lưu lượng mưa thấp nhất?

A. 4. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 5.

42. Cho hai hàm số $y=a^x,1\neq a>0$ và hàm số $y=cx+d,c\neq 0$ có đồ thị như hình vẽ bên. Khẳng định nào sau đây là ***đúng***?



A. $a^x>cx+d\Leftrightarrow x\leq -1$.

B. $a^x=cx+d\Leftrightarrow x=2$.

C. $a^x\leq cx+d\Leftrightarrow x\geq 2$.

D. $a^x<cx+d\Leftrightarrow x>-1$.

43. Gia đình Nhân muốn xây dựng một bồn chứa nước hình trụ có thể tích $100m^3$. Đáy làm bằng bêtông giá 100 nghìn VNĐ/ m^2, thành làm bằng tôn giá 90 nghìn VNĐ/ m^2, nắp bằng nhôm không gỉ giá 120 nghìn VNĐ/ m^2. Biết rằng gia đình Nhân đã sử dụng chi phí thấp nhất để xây bồn chứa nước là P_0. Hỏi P_0 gần nhất với giá trị nào sau đây ?

A. 10.425.000 đồng **B.** 11.476.438 đồng **C.** 10.589.250 đồng **D.** 12.536.259 đồng.

44. Gọi S_1 là tập nghiệm của bất phương trình $\frac{2^{x+1}}{4^x-2^x-2}>-1$, S_2 là tập nghiệm của bất phương trình $\log_x 2<1$. Tìm khẳng định ***đúng*** cho mối quan hệ giữa hai tập S_1 và S_2?

A. $S_1\cap S_2=S_2$. **B.** $.S_1\cap S_2=(2;+\infty)$.. **C.** $S_1\cup S_2=S_1$. **D.** $S_1\backslash S_2=(0;2)$.

45. Cho khối chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có khoảng cách d từ tâm của đáy đến mặt bên cố định. Biết α_0 là giá trị của góc giữa mặt bên và mặt đáy để thể tích khối chóp là nhỏ nhất. Tính $\sin\alpha_0$.

A. $\sin\alpha_0 = \sqrt{\frac{2}{3}}$. **B.** $\sin\alpha_0 = -\sqrt{\frac{2}{3}}$. **C.** $\sin\alpha_0 = \frac{2}{3}$. **D.** $\sin\alpha_0 = \frac{1}{\sqrt{3}}$.

46. Cho ba số phức a, b, c thỏa mãn $a+b+c=0; |a|=|b|=|c|=1$. Xét các khẳng định:

(i). $\bar{a}+\bar{b}+\bar{c}=0$. (ii). $a^2+b^2+c^2=0$. (iii). $a^3=b^3=c^3$.

Hỏi có tất cả bao nhiêu khẳng định ***đúng*** trong các khẳng định trên?

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

47. Cho hàm số $y=x^3-3x^2+2$ có đồ thị (C). Điểm $M(x_M; y_M)$ thuộc đường thẳng $\Delta: y=3x-2$ sao tổng khoảng cách từ M tới hai điểm cực trị của đồ thị (C) nhỏ nhất. Tính x_M+y_M.

A. $\frac{2}{5}$ **B.** $\frac{6}{5}$ **C.** 2 **D.** 4

48. Cho hàm số $y=x^3+3x^2$ có đồ thị (C) và bảng biến thiên tương ứng sau. Tìm tập hợp tất cả các giá trị của m để phương trình $\sqrt{3x^2-3}=\sqrt{-x^3+m}$ có hai nghiệm thực âm phân biệt ?

x	$-\infty$		-2		0		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	4	$\searrow$	0	$\nearrow$	$+\infty$

A. $m \in (-3;4)$. **B.** $m \in (-1;1)$. **C.** $m \in \{-3;1\}$. **D.** $m \in [-1;1)$.

49. Trong không gian với hệ tọa độ *Oxyz*, cho mặt cầu $(S): (x-1)^2+y^2+(z-2)^2=9$ ngoại tiếp khối bát diện (H) được ghép từ 2 khối chóp tứ giác đều *S.ABCD* và *S'.ABCD* (đều có đáy là tứ giác *ABCD*). Biết rằng đường tròn ngoại tiếp của tứ giác *ABCD* là giao tuyến của mặt cầu (S) và mặt phẳng $(P): 2x+2y-z-8=0$. Tính thể tích khối bát diện (H).

A. $\frac{34}{9}$. **B.** $\frac{665}{81}$. **C.** $\frac{68}{9}$. **D.** $\frac{1330}{81}$.

50. Tính thể tích V của vật thể có đáy là một hình Elip giới hạn bởi $\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{9}=1$. Mỗi thiết diện vuông góc với trục *Ox* là một hình vuông.

A. $V=32$ (đvdt). **B.** $V=64$ (đvdt). **C.** $V=48$ (đvdt). **D.** $V=96$ (đvdt).

ĐỀ SỐ 10

1. Cho hàm số $y=ax^4+bx^2+c\ (a\neq 0)$, định điều kiện của a,b,c để hàm số có đúng 3 điểm cực trị.

A. $ab>0$. B. $ab<0$. C. $b=0$. D. $ab\leq 0$.

2. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên đoạn $[a;b]$ và có đạo hàm trên $(a;b)$. Phương trình $f'(x)=0$ có 2 nghiệm $x_1,x_2\in(a;b)$. Chọn phát biểu ***đúng.***

A. Hàm số $y=f(x)$ có giá trị lớn nhất trên $[a;b]$ là $Max\{f(a),f(x_1),f(x_2),f(b)\}$.

B. Hàm số $y=f(x)$ có giá trị nhỏ nhất là $Min\{f(a),f(x_1),f(x_2),f(b)\}$.

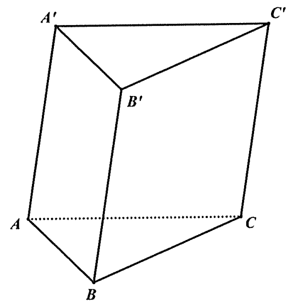
C. Hàm số $y=f(x)$ có giá trị nhỏ nhất trên $[a;b]$ là $f(a)$.

D. Hàm số $y=f(x)$ luôn tồn tại giá trị lớn nhất trên $(a;b)$.

3. Rút gọn biểu thức $A=\left(\left(x^3\right)^{2^3}\right)^{\frac{3}{2}}$ với $x>0$.

A. $A=x^{531441}$. B. $A=x^3$. C. $A=x^{36}$. D. $A=x^{\frac{25}{2}}$.

4. Cho hình lăng trụ ABC.A'B'C'. Công thức nào sau đây là ***đúng.***



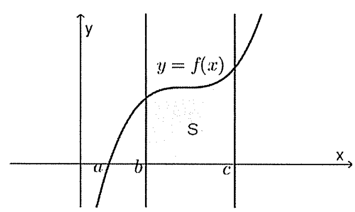
A. $V_{ABC.A'B'C'}=AA'.S_{\Delta ABC}$.

B. $V_{A'.ABC}=\frac{1}{3}S_{\Delta ABC}.d\left(A',(ABC)\right)$

C. $V_{C.A'B'C'}=\frac{1}{3}CC'.S_{\Delta A'B'C'}$

D. $V_{ABC.A'B'C'}=\frac{1}{3}S_{\Delta ABC}.d\left(B',(ABC)\right)$.

5. Tìm công thức tính diện tích miền tô đậm S như hình vẽ sau:



A. $S=\int_a^b|f(x)|dx$. B. $S=\int_a^c|f(x)|dx$.

C. $S=\int_b^c f(x)dx$. D. $S=\int_c^b|f(x)|dx$.

6. Phương trình $\log_{50}(3x+2)=2$ có nghiệm là:

A. $x=834$. B. $x=\frac{2500}{3}$. C. $x=\frac{2498}{3}$. D. $x=650$.

7. Cho số phức $z=3-4i$. Khẳng định nào sau đây là khẳng định ***sai?***

A. Môđun của số phức z là 5. B. Số phức $-z$ là $-3+4i$.

C. Số phức liên hợp của z là $3+4i$. D. Điểm biểu diễn của z là $M(-4;3)$.

8. Cho 2 vec tơ $\vec{u}=(u_1;u_2;u_3),\vec{v}=(v_1;v_2;v_3)$. Cho các khẳng định sau

(I) $k.\vec{u}=(ku_1;ku_2;ku_3),k\in\mathbb{R}$.

(II) $\vec{u}.\vec{v}=(u_1.v_1;u_2.v_2;u_3.v_3)$.

(III) $\vec{u}-\vec{v}=\left(u_1-v_1;u_2-v_2;u_3-v_3\right)$

Trong tất cả các khẳng định trên, tổng số ***khẳng định đúng*** là bao nhiêu?

A. 0. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 2.

9. Cho hàm số $y=f(x)$ xác định và liên tục trên R và $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=1,\ \lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=-1$. Khẳng định nào dưới đây là **đúng**?

A. Đồ thị hàm số chỉ có 1 tiệm cận ngang.

B. Đồ thị hàm số chỉ có 2 tiệm cận ngang.

C. Đồ thị hàm số có 1 tiệm cận đứng và 1 tiệm cận ngang.

D. Đồ thị hàm số có 1 tiệm cận đứng và 2 tiệm cận ngang.

10. Nhận định nào dưới đây là ***đúng***?

A. $x^2+y^2+z^2+2ax+2by+2cz+d=0\ \left(a,b,c,d\in\mathbb{R}\right)$ là phương trình của một mặt cầu.

B. $(x+a)^2+(y+b)^2+(z+c)^2=R^2\ (R>0)$ là phương trình của mặt cầu có tâm $I(a;b;c)$, bán kính R.

C. Điểm $M\left(x_o;y_o;z_o\right)$ được gọi là nằm trong khối cầu tâm $I(a;b;c)$, bán kính R nếu $\sqrt{(x-a)^2+(y-b)^2+(z-c)^2}<R$.

D. $x^2+y^2+z^2+2ax+2by+2cz+d=0\ \left(a^2+b^2+c^2\le d\right)$ là phương trình của một mặt cầu.

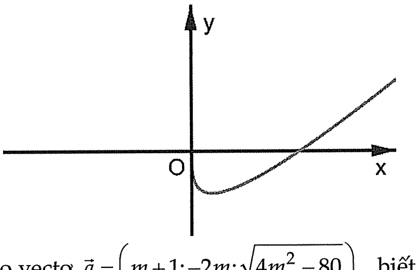
11. Tìm số phức liên hợp của số phức $z=i-i^2+i^3-i^4+....-i^{2016}+i^{2017}$.

A. -1. **B.** 0. **C.** i. **D.** $-i$.

12. Cho hình lăng trụ đều ABC.A'B'C' có đáy ABC là tam giác đều cạnh $2a$. Tính theo a thể tích khối trụ (T) có 2 đáy là 2 đường tròn ngoại tiếp các tam giác đáy ABC và A'B'C', cho biết tỷ số giữa bán kính đáy của hình trụ và chiều cao hình trụ là $\frac{1}{3}$.

A. $\frac{8\pi a^3\sqrt{3}}{9}$. **B.** $\pi a^3\sqrt{3}$. **C.** $\frac{8a^3\sqrt{3}}{27}$. **D.** $\frac{8\pi a^3\sqrt{3}}{3}$.

13. Hỏi hình vẽ bên mô tả chính xác nhất đồ thị của hàm số nào trong các hàm số dưới đây?



A. $y=x-x^{\frac{1}{3}}$.

B. $y=x+x^{\frac{1}{3}}$.

C. $y=x+\sqrt[3]{x}$.

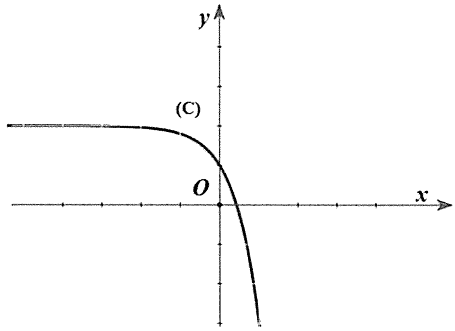
D. $y=x-\sqrt[3]{x}$.

14. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho vectơ $\vec{a}=\left(m+1;-2m;\sqrt{4m^2-80}\right)$, biết $m>8$. Tính độ lớn của vectơ $\vec{a}$.

A. $|\vec{a}|=\sqrt{9m^2+2m-79}$. **B.** $|\vec{a}|=3m+1$.

C. $|\vec{a}|=\sqrt{m^2-79}$. **D.** $|\vec{a}|=\sqrt{m^2+2m-79}$.

15. Cho đồ thị (C) như hình vẽ. Hỏi (C) có thể là đồ thị của hàm số nào dưới đây?



A. $y = 5^x + 2$.

B. $y = 5^x - 2$.

C. $y = \dfrac{1}{5^x}$.

D. $y = 2 - 5^x$.

16. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định và liên tục trên các khoảng $(-\infty;2)$ và $(2;+\infty)$ và có bảng biến thiên.

x	$-\infty$		2		$+\infty$
y'		+	||	+	
y	-1 ↗		$+\infty$ || $-\infty$		↗ -1

Trong các khẳng định sau, khẳng định nào **đúng** ?

A. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-3;3)$. **B.** Hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$.

C. Hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}\setminus\{2\}$. **D.** Hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty;2)$ và $(2;+\infty)$

17. Tính tích phân sau $I = \int_1^5 \dfrac{a\sqrt{2x-1}+2}{4x^2-4x+1}dx$ trong đó a là tham số.

A. $I = \dfrac{a}{3} + \dfrac{11}{9}$. **B.** $I = \dfrac{4a}{5} + \dfrac{24}{25}$. **C.** $I = \dfrac{2a}{3} + \dfrac{8}{9}$. **D.** $I = \dfrac{4a}{9} + \dfrac{4}{3}$.

18. Cho mặt cầu (S) có tâm là I, bán kính $R = a\sqrt{6}$. Một mặt phẳng (P) cắt mặt cầu (S) theo giao tuyến là một đường tròn có bán kính $r = a$. Tính khoảng cách từ tâm I đến mặt phẳng (P)

A. $a\sqrt{5}$. **B.** $a\sqrt{7}$. **C.** $a\sqrt{3}$. **D.** $a\sqrt{2}$.

19. Cho bài toán "Tính đạo hàm của hàm số $y = \sqrt[3]{(x-1)^2}$", một bạn học sinh làm như sau:

Bước 1: Tập xác định: $D = \mathbb{R}$.

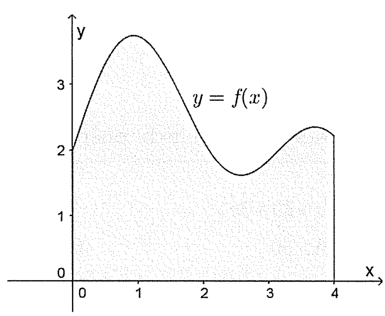
Bước 2: Biến đổi hàm số: $y = \sqrt[3]{(x-1)^2} = (x-1)^{\frac{2}{3}}$.

Bước 3: Tính đạo hàm: $y' = \dfrac{2}{3}(x-1)^{-\frac{1}{3}} = \dfrac{2}{3\sqrt[3]{x-1}}$.

Hỏi bạn học sinh trên làm ***đúng hay sai, nếu sai thì sai*** từ bước nào?

A. Bạn học sinh làm đúng. **B.** Bước 3. **C.** Bước 2. **D.** Bước 1.

20. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Lập công thức tính thể tích của khối tròn xoay tạo bởi hình tô đậm quay quay trục Ox.



A. $V = \pi\int_0^4 (f(x))^2\,dx$.

B. $V = \int_0^4 (f(x))^2\,dx$.

C. $V=\pi\int_0^4\left|f(x)\right|dx$.

D. $V=\pi\int_0^2\left(f(x)\right)^2dx$.

21. Hình hộp chữ nhật $ABCD.EFGH$ **có thể** có bao nhiêu trục đối xứng?

A. $\{0;1;2;3\}$. **B.** $\{0;1;3;6\}$. **C.** $\{0;1;3\}$. **D.** $\{0;1;6\}$.

22. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(1;-2;3)$. Tính tổng khoảng cách từ M đến các mặt phẳng tọa độ Oxy,Oyz,Oxz.

A. $\sqrt{14}$. **B.** 2. **C.** 6. **D.** 14.

23. Tìm các giá trị thực của tham số m sao cho hàm số $y=-x^4+(2m-3)x^2+m$ nghịch biến trên khoảng $(1;2)$.

A. $m\in\left(-\infty;\frac{5}{2}\right]$. **B.** $m\in\left[\frac{5}{2};\frac{11}{2}\right)$ **C.** $m\in[-5;3)$. **D.** $m\in[-\infty;4)$

24. Tìm giá trị nhỏ nhất của tung độ giao điểm giữa hai đồ thị $(C):y=\sqrt{3x+1}$ và $d:y=2x-1$.

A. 0. **B.** -1. **C.** $\frac{5}{2}$. **D.** $\frac{7}{4}$.

25. Trong tập hợp số phức $\mathbb{C}$, tìm nghiệm của phương trình $(z-i)^2+4(z-i)+8=0$.

A. $z=-2+2i,z=-2-2i$. **B.** $z=-2+3i,z=-2-i$.

C. $z=-2-3i,z=-2+i$. **D.** $z=2-3i,\ z=2+i$.

26. Trong tập hợp số phức $\mathbb{C}$, biết rằng z_1, z_2 là 2 nghiệm của phương trình $z^2+2z+5=0$ và z_2 có phần ảo âm. Tính $A=\left|z_1\right|^2+{z_2}^2$

A. $A=-6$. **B.** $A=2+4i$. **C.** $A=2-4i$. **D.** $A=-2+4i$.

27. Cho các số thực dương khác 1 là a,b,c Rút gọn $\log_a\sqrt{b}.\log_{b^2}c^{\pi}.\log_{c\sqrt{2}}a^2$ ta được $\frac{m\pi}{n\sqrt{2}},(m,n\in N)$, với $\frac{m}{n}$ là phân số tối giản. Chọn khẳng định ***đúng***.

A. $m=2n$. **B.** $m-2n<0$. **C.** $m-2n>0$. **D.** $n^2-4m>0$.

28. Cho hình chóp S.ABC có đáy ABC là tam giác vuông tại A, $AC=4a,BC=5a,SB\perp(ABC)$, khoảng cách từ trung điểm M của đoạn AB đến mặt phẳng (SAC) bằng $\frac{3a\sqrt{2}}{4}$. Tính thể tích khối chóp S.ABC.

A. $18a^3$. **B.** $6a^3$. **C.** $3a^3\sqrt{2}$. **D.** $9a^3\sqrt{2}$.

29. Kết quả của tích phân $I=\int_0^{\frac{\pi}{2}}x.\sin^2\left(\frac{x}{2}\right)dx$ được ghi dưới dạng $\frac{\pi^2}{a}-\frac{\pi}{b}+\frac{1}{c},(a;b;c\in N)$. Tính $a+2b+3c$.

A. 30. **B.** 22. **C.** 32. **D.** 14.

30. Tìm tất cả tham số thực a để hàm số $y=\ln\left(x^2-ax+1\right)$ xác định trên $\mathbb{R}$ và có đạo hàm thỏa $y'\le 2, \forall x\in\mathbb{R}$.

A. $-\sqrt{3}\le a\le\sqrt{3}$. **B.** $-2<a<2$. **C.** $-\sqrt{3}<a<\sqrt{3}$. **D.** $-2\le a\le 2$.

31. Để đảm bảo điều kiện sinh sống của người dân tại thành phố X, một nhóm các nhà khoa học cho biết với các điều kiện y tế, giáo dục, cơ sở hạ tầng, ... của thành phố thì chỉ nên có tối đa 60.000 người dân sinh sống. Các nhà khoa học cũng chỉ ra rằng dân số được ước tính theo công thức $S=Ae^{ni}$, trong đó A là dân số của năm được lấy làm mốc tính, S là dân số sau n năm và i là tỉ lệ tăng dân số hằng năm. Biết rằng vào đầu năm 2015, thành phố X có 50.000 người dân và tỉ lệ tăng dân số là 1,3%. Hỏi trong năm nào thì dân số thành phố bắt đầu vượt ngưỡng cho phép, biết rằng số liệu chỉ được lấy vào đầu mỗi năm và giả thiết tỉ lệ tăng dân số không thay đổi ?

A. 2028. **B.** 2029. **C.** 2030 . **D.** 2031.

32. Tìm tất cả giá trị của tham số m sao cho hàm số $y=\dfrac{-2x^2+(m+2)x-3m+1}{x-1}$ nghịch biến trên từng khoảng xác định.

A. $m<\dfrac{1}{2}$. **B.** $m\le\dfrac{1}{2}$. **C.** $m=\dfrac{1}{2}$. **D.** $m\ge\dfrac{1}{2}$.

33. Cho $a=\log_{27}5; b=\log_8 7; c=\log_2 3$. Gọi các số $m,n,k,p\in\mathbb{Z}$ thỏa $\log_6 35=\dfrac{m.ac+n.b}{k+p.c}$. Chọn mệnh đề ***đúng***.

A. $mk<np$. **B.** $mk>np$. **C.** $mk=np$. **D.** $mk-np=3$.

34. Giải phương trình $5x^2+\left(5+2i\sqrt{2}\right)x-\left(1+\sqrt{3}i\right)^3=\left(\sqrt{2}+i\right)^2x$ trên tập số phức thu được hai nghiệm z_1,z_2. Tính tích P các phần thực của z_1,z_2.

A. $P=\dfrac{4}{25}$. **B.** $P=-\dfrac{4}{25}$. **C.** $P=-\dfrac{36}{25}$. **D.** $\dfrac{2\sqrt{10}}{5}$.

35. Cho hàm số $y=f(x)=\dfrac{x^3-3x^2+3x-1}{(x-1)(x-m)}$, hỏi nhận định nào dưới đây là ***đúng***?

A. Đồ thị hàm số có duy nhất một tiệm cận đứng khi $m\ne 1$.

B. Đồ thị hàm số có hai tiệm cận đứng khi $m\ne 1$.

C. Đồ thị hàm số luôn có ít nhất một tiệm cận đứng với mọi giá trị của m.

D. Đồ thị hàm số có một tiệm cận đứng khi $m=1$.

36. Cho hai li nước dạng hình trụ có chiều cao và bán kính đáy lần lượt là (h_1,r_1) và (h_2,r_2). Biết thể tích li thứ hai nhỏ hơn li thứ nhất. Người ta hứng đầy nước li thứ hai sau đó đổ qua li thứ nhất. Hỏi chiều cao h_0 của mực nước trong li thứ nhất lúc đó là bao nhiêu?

A. $h_0=\dfrac{h_2r_2^2}{h_1r_1^2}$. **B.** $h_0=\dfrac{\pi h_2r_2^2}{r_1^2}$. **C.** $h_0=\dfrac{h_1r_1^2}{r_2^2}$. **D.** $h_0=\dfrac{h_2r_2^2}{r_1^2}$.

37. Tìm trên trục Oy điểm M cách đều hai mặt phẳng $(P): x+y-z+1=0, (Q): x-y+z-5=0$

A. $M(0;-3;0)$. **B.** $M(0;3;0)$. **C.** $M(0;-4;0)$. **D.** $M(0;4;0)$.

38. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(2;1;3), B(3;-2;1), C(-1;3;-5)$. Biết $C'(a,b,c)$ là điểm đối xứng của C qua đường thẳng AB. Tính $a+b+c$.

A. 4. **B.** $\frac{209}{25}$. **C.** 0. **D.** 11.

39. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1: \frac{x}{2}=\frac{y-1}{-1}=\frac{z+2}{1}$ và $d_2: \begin{cases} x=-1+2t \\ y=1+t \\ z=3 \end{cases}$. Phương trình đường thẳng vuông góc với $(P): 7x+y-4z=0$ và cắt hai đường thẳng d_1, d_2 là:

A. $\frac{x-7}{2}=\frac{y}{-1}=\frac{z+4}{1}$. **B.** $\frac{x+2}{-7}=\frac{y}{-1}=\frac{z-1}{4}$.

C. $\frac{x-2}{7}=\frac{y}{1}=\frac{z+1}{-4}$. **D.** $\frac{x-2}{2}=\frac{y}{1}=\frac{z+1}{1}$.

40. Có tất cả bao nhiêu giá trị của tham số m sao cho hàm số $y=-x^4-2mx^2+m^2-1$ đồng biến trên khoảng $(a;b)$ sao cho $|a-b|=2$.

A. Vô số. **B.** 2. **C.** Không có m. **D.** 1.

41. Biết $\int \frac{x^2+1}{(x-1)^3(x+3)}dx = m\frac{1}{(x-1)^2}-n\frac{1}{(x-1)}+k.\ln\left|\frac{x-1}{x+3}\right|+C$, với $m,n,k\in\mathbb{Q}$. Tính $S=m+n+k$

A. $\frac{-1}{32}$. **B.** $\frac{25}{32}$. **C.** $\frac{-15}{32}$. **D.** $\frac{9}{32}$.

42. Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=x^2+(1-a)x-a$, a là tham số thực khác -1 và trục hoành.

A. $S=\frac{a^3}{6}+\frac{a^2}{2}+\frac{a}{2}+\frac{1}{6}$. **B.** $S=\frac{|a+1|^3}{6}$.

C. $S=-\frac{a^3}{6}-\frac{a^2}{2}-\frac{a}{2}-\frac{1}{6}$. **D.** $S=\frac{|a-1|^3}{6}$.

43. Cho hàm số $y=f(x)=x^2-25x\cos x$ với $x\ge 0$. Xét hình phẳng (H) giới hạn bởi hàm số $y=f(x)$, trục tung, trục hoành và đường thẳng $x=t$ $(t>25)$. Gọi S_1, S_2 lần lượt là diện tích của phần nằm trên và nằm dưới trục hoành của hình phẳng (H). Tính S_1-S_2.

A. $t^2+25t\cos t$. **B.** $\frac{t^3}{3}+25(t\sin t-\cos t+1)$.

C. $t^2-25t\cos t$. **D.** $\frac{t^3}{3}-25(t\sin t+\cos t-1)$.

44. Trong mặt phẳng phức Oxy, trong các số phức z thỏa $|z+1-i|=1$. Nếu số phức z có môđun lớn nhất thì số phức z có phần thực bằng bao nhiêu ?

A. $\frac{\sqrt{2}-2}{2}$. **B.** $\frac{-\sqrt{2}-2}{2}$. **C.** $\frac{2-\sqrt{2}}{2}$. **D.** $\frac{2+\sqrt{2}}{2}$.

45. Một quả cầu có thể tích $\frac{256}{3}\pi\ (cm^3)$ được đặt vào một chiếc cốc có dạng hình trụ với đường kính đáy là 6cm là và chiều cao là 14cm. Hỏi quả cầu có nhô ra khỏi chiếc cốc hay không? ***Nếu có*** thì chiều cao của phần quả cầu nhô ra khỏi chiếc cốc là bao nhiêu? (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)

A. Quả cầu có nhô ra 6,65 cm. **B.** Quả cầu có nhô ra 4,00 cm.

C. Quả cầu có nhô ra 2,65 cm. **D.** Quả cầu nằm trọn vẹn trong cốc.

46. Cho các số thực dương x,y,z thỏa mãn $x+y+z=3$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức: $P=2\left(x^2+y^2+z^2\right)-4xyz-9x+2027$.

A. $\min P=2020$ **B.** $\min P=2016$. **C.** $\min P=\dfrac{4059}{2}$. **D.** $\min P=\dfrac{2017}{2}$.

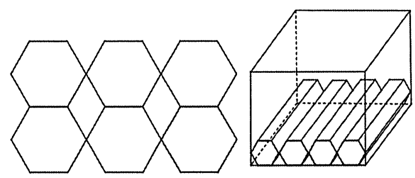
47. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P):\dfrac{x}{2m}+\dfrac{y}{4}+\dfrac{z}{4n-2}=1\left(m\neq 0, n\neq\dfrac{1}{2}\right)$ cắt 3 trục tọa độ Ox, Oy, Oz lần lượt tại ba điểm A, B, C. Biết rằng $m+2n=5$, tìm giá trị nhỏ nhất của bán kính mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $OABC$, với O là gốc tọa độ.

A. 5. **B.** $\dfrac{5\sqrt{3}}{3}$. **C.** 6. **D.** $2\sqrt{3}$.

48. Một người nhảy dù từ máy bay xuống với vận tốc biểu diễn theo hàm số $V(t)=50(1-e^{-0,2t})\ (m/s), t\geq 0$. Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của t để vận tốc của người đó không vượt quá $40m/s$.

A. không có giá trị t. **B.** 9. **C.** 8. **D.** vô số giá trị t.

49. Một chiếc hộp hình hộp chữ nhật có kích thước 10cm × 6cm × 6cm. Người ta xếp những cây bút chì (cùng kích thước và chất liệu) chưa chuốt có hình lăng trụ lục giác đều với chiều dài 10 cm và thể tích mỗi cây bút chì là $2400\sqrt{3}\ \left(mm^3\right)$ vào trong hộp sao cho chúng được xếp sát nhau như hình vẽ. Hỏi có thể chứa được tối đa bao nhiêu cây bút chì?



A. 225. **B.** 49. **C.** 64. **D.** 56.

50. Cho hàm số $y=\dfrac{x+1}{x-1}$ có đồ thị là (C). Có bao nhiêu đường thẳng qua gốc tọa độ, cắt hai tiệm cận của (C) lần lượt tại hai điểm và chúng cùng với tâm đối xứng của (C) tạo thành một tam giác có diện tích là 2?

A. 2. **B.** 1. **C.** 4. **D.** 3.

ĐỀ SỐ 11

1. Phát biểu nào dưới đây là ***sai***?

A. Hàm số $y = x^3$ với $x \in \mathbb{R}$ có đạo hàm là $y' = 3x^2$.

B. Hàm số $y = x^k$ với $x, k \in \mathbb{R}$ có đạo hàm là $y' = kx^{k-1}$.

C. Hàm số $y = \frac{1}{x}$ với $x \neq 0$ có đạo hàm là $y' = -\frac{1}{x^2}$.

D. Hàm số $y = \sqrt{x}$ với $x > 0$ có đạo hàm là $y' = \frac{1}{2}x^{\frac{-1}{2}}$.

2. Cho hàm f xác định và liên tục trên R cùng các phát biểu sau đây:

(I) Hàm $y = f(x)$ được gọi là đồng biến trên khoảng $(a;b)$ nếu $\forall x_1, x_2 \in (a;b) \Rightarrow f(x_1) < f(x_2)$.

(II) Nếu $f'(x) \leq 0, \forall x \in (a;b)$ thì hàm $y = f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(a;b)$.

(III) Cho hàm $y = f(x)$ có tập xác định là $\mathbb{R}$ và $f'(x) = x^2 + 1$. Khi đó hàm $y = f(x)$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Trong tất cả các phát biểu trên, tổng số phát biểu ***đúng*** là bao nhiêu?

A. 3. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 0.

3. Trong không gian $Oxyz$,Phương trình nào sau đây là phương trình trục Ox?

A. $x = 0$. **B.** $y + z = 0$. **C.** $\begin{cases} x = 0 \\ y = t \\ z = t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x = t \\ y = 0 \\ z = 0 \end{cases}$.

4. Có bao nhiêu phép đối xứng qua mặt phẳng biến một tứ diện đều thành chính nó?

A. Ba. **B.** Sáu. **C.** vô số. **D.** Bảy.

5. Với điều kiện $a > 0, f(x) > 0$ thì bất phương trình nào sau đây tương đương?

A. $\log_{a^2+1} g(x) > \log_{a^2+1} f(x) \Leftrightarrow g(x) > f(x)$.

B. $\log_{a^2+1} g(x) \leq \log_{a^2+1} f(x) \Leftrightarrow g(x) \leq f(x)$.

C. $\log_a g(x) \geq \log_a f(x) \Leftrightarrow g(x) \leq f(x)$.

D. $\log_{a^2-1} g(x) < \log_{a^2-1} f(x) \Leftrightarrow g(x) < f(x)$.

6. Cho hàm số $y = ax^4 + bx^2 + c \; (a \neq 0)$, tìm nhận định ***sai*** trong các nhận định sau.

A. Hàm số luôn có ít nhất một điểm cực trị.

B. Hàm số có tối đa 3 điểm cực trị.

C. Hàm số có tối đa 3 giá trị cực trị.

D. Hàm số có ít nhất một giá trị cực trị.

7. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho các phương trình sau:

(1) $\begin{cases} x = 2 \\ y = 3t \\ z = -1 + 2t \end{cases}$ (2) $\begin{cases} x = 3 - t \\ y = -1 + t \\ z = 2 + t^2 \end{cases}$ (3) $\frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{5} = \frac{z}{-3}$ (4) $\begin{cases} x = 2z + 3 \\ y - 1 = 0 \end{cases}$

Hỏi có bao nhiêu phương trình là phương trình đường thẳng cho ở dạng tham số?

A. 0. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 1.

8. Trong các hàm số ở bốn phương án, hàm số nào có bảng biến thiên như hình dưới đây?

x	$-\infty$		-2		2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$				$+$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	0		0	$\nearrow$	$+\infty$

A. $y=\dfrac{1}{\sqrt{x^2-4}}$. **B.** $y=\sqrt{x^2-4}$. **C.** $y=x^2-4$. **D.** $y=\sqrt{4-x^2}$.

9. Cho số phức $z=2-3i$. Chọn khẳng định ***đúng.***

A. Số phức z có phần thực là 2, phần ảo là $-3i$.

B. Trong mặt phẳng (Oxy), số phức z được biểu diễn bởi điểm $M(2;3)$.

C. Trong mặt phẳng (Oxy), số phức z được biểu diễn bởi điểm $M(2;-3)$.

D. Số phức z có phần thực là 2, phần ảo là 3

10. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm là hàm liên tục trên tập hợp $\mathbb{R}$. Phát biểu nào sau đây là ***đúng***?

A. $\int f(x)dx=f'(x)+C$. **B.** $\int f'(x)dx=f(x)$.

C. $\int f'(x)dx=f(x)+C$. **D.** $\int f(x)dx=f'(x)$.

11. Người ta muốn phân chia khối lăng trụ tam giác ABC.A′B′C′ thành những khối đa diện bé hơn, hỏi có bao nhiêu cách phân chia ***đúng*** trong các cách phân chia dưới đây?

(i) Chia thành ba khối tứ diện: A′ABC, A′C′CB, A′C′B′B.

(ii) Chia thành 2 khối chóp: C′CAB, C′.A′B′BA.

(iii) Chia thành 3 khối tứ diện: B′ABC, B′ACC′, B′AA′C.

A. 2. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 0.

12. Trong không gian $Oxyz$,cho mặt cầu $(S):(x-m+1)^2+(y-2)^2+(z+n-3)^2=m^2+1$. Xác định tâm I và bán kính R của mặt cầu (S).

A. $I(-m+1;-2;n-3)$; $R=\sqrt{m^2+1}$. **B.** $I(m+1;2;-n-3)$; $R=\sqrt{m^2+1}$.

C. $I(m-1;2;-n+3)$; $R=\sqrt{m^2+1}$. **D.** $I(m-1;-2;-n+3)$; $R=m^2+1$.

13. Tìm nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x)=(2x+1)^5-3^x+\sin x$.

A. $F(x)=\dfrac{(2x+1)^6}{6}-\dfrac{3^x}{\ln 3}-\cos x+C$. **B.** $F(x)=\dfrac{(2x+1)^6}{12}-3^x-\cos x+C$.

C. $F(x)=\dfrac{(2x+1)^6}{12}-\dfrac{3^x}{\ln 3}-\cos x+C$. **D.** $F(x)=\dfrac{(2x+1)^6}{6}-\dfrac{3^x}{\ln 3}+\cos x+C$.

14. Biết $w=a+bi,(a,b\in R)$ là một căn bậc hai của $z=1-4i\sqrt{3}$. Tính $S=a^2+b^2$.

A. 7. **B.** $2+\sqrt{3}$. **C.** 1. **D.** $2-\sqrt{3}$.

15. Cho $A=\left[\left((x-1)^{\frac{1}{2}}\right)^{\frac{4}{3}}\right]^{\frac{3}{2}}-\left(x^{\frac{1}{2}}-1\right)\left(x^{\frac{1}{2}}+1\right)+\sqrt{x}+2$, tìm nhận định ***đúng***.

A. $A>0,\forall x>0$. **B.** $A<0,\forall x>0$. **C.** $A<0,\forall x>1$. **D.** $A>0,\forall x>1$.

16. Cho $z_1=a-bi,\ z_2=a\sqrt{2}+b\sqrt{2}i\ (a,b\in\mathbb{R})$. Tính $z_1.\overline{z_2}$.

A. $\sqrt{2}\left(a^2-b^2\right)-2\sqrt{2}abi$. **B.** $\sqrt{2}\left(a^2-b^2\right)$.

C. $\sqrt{2}\left(a^2-b^2\right)+2\sqrt{2}abi$. **D.** $2\left(a^2-b^2\right)$.

17. Có bao nhiêu giá trị của tham số thực m sao cho hàm số $y=x^3-3mx^2+1$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

A. Không có m. **B.** Vô số m. **C.** 2 giá trị m. **D.** 1 giá trị m.

18. Cho $a,b>0$. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào là ***đúng***?

A. $\log_3\left(9a^2\sqrt{b}\right)=2+2\log_3 a+\frac{1}{2}\log_3 b$. **B.** $\log_3\left(9a^2\sqrt{b}\right)=2\log_3 a.\log_3 b$

C. $\log_3\left(9a^2\sqrt{b}\right)=2\log_3(ab)$. **D.** $\log_3\left(9a^2\sqrt{b}\right)=3+\frac{1}{2}\log_3 a+2\log_3 b$.

19. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(-1;0;1)$, $B(2;5;-3)$, $C(2;4;-5)$. Biết G là trọng tâm của tam giác ABC. Tính OG.

A. $OG=\sqrt{19}$. **B.** $OG=\frac{\sqrt{139}}{3}$. **C.** $OG=\frac{139}{9}$. **D.** $OG=\sqrt{139}$.

20. Tính thể tích khối trụ tròn biết thiết diện qua trục là hình vuông có chu vi 1 (cm).

A. $\frac{\pi}{4}\,(cm^3)$. **B.** $\frac{\pi}{256}\,(cm^3)$. **C.** $\frac{\pi}{64}\,(cm^3)$. **D.** $\frac{\pi}{128}\,(cm^3)$.

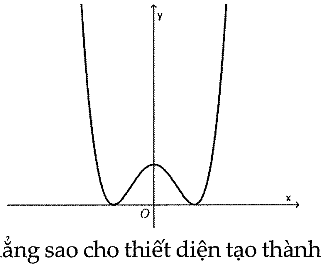
21. Cho hàm số f liên tục trên $\mathbb{R}$ và hai số thực $a<b$. Tính tích phân $\int_{\frac{a}{3}}^{\frac{b}{3}} f(3x)dx$ nếu $\int_a^b f(x)dx=3$.

A. 1. **B.** 9. **C.** 3. **D.** $\frac{1}{3}$.

22. Tìm tất cả giá trị của tham số thực m sao cho hàm số $y=x^3-\frac{3}{2}mx^2+1$ có 2 điểm cực trị.

A. $m=-1$. **B.** $m=0$. **C.** $m>0$. **D.** $m\neq 0$.

23. Hàm số nào dưới đây có đồ thị như hình bên?



A. $y=x^4-2x^3+1$.

B. $y=-x^4+2x^2-1$.

C. $y=x^4-2x^2+1$.

D. $y=x^4+2x^2+1$.

24. Cho một hình cầu bán kính 5 cm, cắt hình cầu này bằng một mặt phẳng sao cho thiết diện tạo thành là một đường tròn đường kính 4cm. Tính thể tích của khối nón có đáy là thiết diện vừa tạo và đỉnh là tâm hình cầu đã cho. (lấy $\pi\approx 3,14$, kết quả làm tròn tới hàng phần trăm)

A. $166,67\ cm^3$. **B.** $114,56\ cm^3$. **C.** $19,19\ cm^3$. **D.** $57,56\ cm^3$.

25. Trong các số phức z thỏa mãn điều kiện $|z-2-4i|=|z-2i|$. Gọi $z=x+yi,(x,y\in\mathbb{R})$ là số phức có môđun nhỏ nhất . Tính x^2+y^2+9xy

A. 28 . **B.** -28 . **C.** 44 . **D.** 33 .

26. Một học sinh tìm đạo hàm của hàm số $y=\log_5\left(3^{\sqrt{x^2-1}}\right)$ như sau:

Bước 1. $y'=\dfrac{\left(3^{\sqrt{x^2-1}}\right)'}{3^{\sqrt{x^2-1}}\ln 5}$. **Bước 2.** $y'=\dfrac{3^{\sqrt{x^2-1}}.\ln 3.\left(\sqrt{x^2-1}\right)'}{3^{\sqrt{x^2-1}}\ln 5}$. **Bước 3.** $y'=\dfrac{\ln 3.\dfrac{\left(x^2-1\right)'}{\sqrt{x^2-1}}}{\ln 5}=\dfrac{2x\log_5 3}{\sqrt{x^2-1}}$

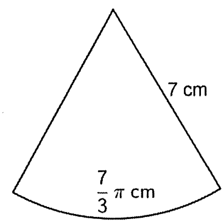
Hỏi học sinh làm ***đúng hay sai, nếu sai*** thì đã làm sai bắt đầu từ bước nào?

A. Bước 1. **B.** Bước 2. **C.** Bước 3. **D.** Học sinh đã làm đúng.

27. Tìm tập xác định D của hàm số $y=\log_3\left[\ln\left(-2x^2+x+1\right)\right]$.

A. $D=\left(\dfrac{-1}{2};1\right)$. **B.** $D=\left(\dfrac{-1}{2};0\right)\cup\left(\dfrac{1}{2};1\right)$. **C.** $D=(-\infty;0)\cup\left(\dfrac{1}{2};+\infty\right)$. **D.** $D=\left(0;\dfrac{1}{2}\right)$.

28. Mô hình của một hình nón được tạo ra bằng cách cuộn một hình quạt có kích thước như trong hình. Tính thể tích của khối nón tương ứng. (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)



A. $29{,}94\ cm^3$.

B. $9{,}98\ cm^3$.

C. $29{,}51\ cm^3$.

D. $9{,}84\ cm^3$.

29. Cho biết $a=\log_2 3; b=\log_2 5$. Phân tích $\log_4^2\dfrac{125}{81}=mb^2+na^2+kab,(m,n,k\in\mathbb{Q})$. Tính giá trị $4m-n+2k$

A. -7 . **B.** $-\dfrac{3}{8}$. **C.** $-\dfrac{3}{2}$. **D.** -2 .

30. Tìm tất cả giá trị thực tham số m để hàm số $y=\ln\dfrac{x^2-mx+3}{x^2+x+1}$ có tập xác định là $\mathbb{R}$.

A. $m\ge 2\sqrt{3}\vee m\le -2\sqrt{3}$. **B.** $-2\sqrt{3}\le m\le 2\sqrt{3}$.

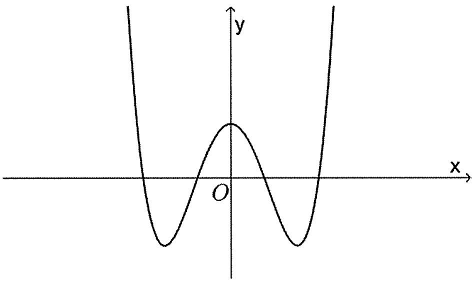
C. $m>2\sqrt{3}\vee m<-2\sqrt{3}$ **D.** $-2\sqrt{3}<m<2\sqrt{3}$.

31. Cho số phức z thỏa mãn $|z-1|=|z|$. Tập hợp các điểm biểu diễn số phức $\omega=iz$ là:

A. Đường thẳng nằm ngang $y=\dfrac{1}{2}$. **B.** Đường thẳng nằm ngang $y=-\dfrac{1}{2}$.

C. Đường thẳng đứng $x=-\dfrac{1}{2}$. **D.** Đường thẳng đứng $x=\dfrac{1}{2}$.

32. Cho hàm số $y = ax^4 + bx^2 + c$ có đồ thị như hình bên dưới.



Hỏi nhận xét nào sau đây là ***đúng?***

A. $a > 0, b < 0, c > 0$. **B.** $a < 0, b > 0, c > 0$.

C. $a > 0, b > 0, c > 0$. **D.** $a > 0, b < 0, c < 0$.

33. Trong không gian $Oxyz$,cho $|\vec{a}| = 2; |\vec{b}| = 3$ và góc giữa 2 vectơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$ là 60^0. Tính độ dài $|\vec{a} - \vec{b}|$.

A. 7. **B.** $\sqrt{7}$. **C.** 1. **D.** $\sqrt{3}$.

34. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có tâm $I(a;b;c)$ nằm trên đường thẳng $(d): \frac{x-1}{3} = \frac{y+2}{-2} = \frac{z-1}{7}$ và tiếp xúc hai mặt phẳng $(\alpha): 6x - 4y + 14z - 5 = 0$, $(\beta): -6x + 4y - 14z + 7 = 0$. Tính $a + b + c$.

A. $\frac{73}{31}$. **B.** $\frac{112}{31}$. **C.** $-\frac{56}{31}$. **D.** $-\frac{44}{31}$.

35. Tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = x^4 - 2x^2 + 5, \ \forall x \in R$. Một học sinh giải theo các bước sau đây:

Bước 1: $y' = 4x^3 - 4x; y' = 0 \Rightarrow x = 0; x = -1; x = 1$

Bước 2: Tính được $y(0) = 5; y(-1) = y(1) = 4$.

Bước 3: $\max y = 5; \min y = 4$.

Học sinh giải ***đúng hay sai, nếu sai*** thì sai ở bước nào?

A. Bước 3. **B.** Bước 1. **C.** Lời giải đúng. **D.** Bước 2.

36. Kết quả tích phân $I = \int_0^{\frac{\sqrt{3}}{2}} \sqrt{3 - x^2}\,dx = m\pi + n\sqrt{3} + k, (m, n, k \in \mathbb{Q})$. Chọn mệnh đề ***đúng.***

A. $m.n = 3$ **B.** $m^2 - 2k < 0$ **C.** $n^2 - 3k = 0$ **D.** $m^2 - n^2 + k^2 < 0$.

37. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm là $f'(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$, $f(0) = 1, f(2) = 3$. Tính tích phân $I = \int_0^1 xf'(2x)\,dx$.

A. $I = 4$. **B.** $I = \frac{1}{2}$. **C.** $I = -\frac{1}{2}$. **D.** $I = -2$.

38. Cho hình lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$, biết cạnh đáy bằng a. Khoảng cách từ tâm O của tam giác ABC đến mặt phẳng $(A'BC)$ bằng $\frac{a}{6}$.Tính thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ theo a.

A. $\frac{a^3\sqrt{2}}{16}$. B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{24}$. C. $\frac{3a^3\sqrt{2}}{16}$. D. $\frac{3a^3\sqrt{3}}{16}$.

39. Một chiếc máy bay chuyển động với vận tốc thay đổi theo thời gian, giả sử độ thay đổi vận tốc của máy bay đó được cho theo công thức $a(t) = 10.t^3 + 2t\left(m/s^2\right)$ và vận tốc ban đầu của nó là 100(m/s). Hỏi sau khi cất cánh 10s thì máy bay đạt được vận tốc là bao nhiêu?

A. 25000(m/s). **B.** 25100(m/s). **C.** 25200(m/s). **D.** 25300(m/s).

40. Một chủ nhà trọ tính toán nếu ông đề xuất tiền thuê phòng hàng tháng là x (triệu đồng) thì lợi nhuận L (triệu đồng) mà ông thu được mỗi tháng sẽ được tính bởi công thức $L = x^6 - \frac{162}{5}x^5 + 270x^4 + 200$.

Hỏi lợi nhuận nhiều nhất mà ông thu được hàng tháng là bao nhiêu, biết rằng giá thuê phòng không được quá 16.000.000 đồng?

A. 685.072.200.000 đồng. **B.** 522.747.200.000 đồng .

C. 455.825.000.000 đồng. **D.** 498.273.600.000 đồng.

41. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\begin{cases} x = 1-3t \\ y = 2-t \\ z = 1+t \end{cases}$ và mặt phẳng $(\alpha): x+3y-2z-13=0$. Tìm phương trình d' là hình chiếu của d lên (α).

A. $d':\frac{x-4}{17} = \frac{y-3}{-5} = \frac{z}{1}$. **B.** $d':\frac{x+4}{17} = \frac{y+3}{-5} = \frac{z}{1}$.

C. $d':\begin{cases} x = 17+4t \\ y = -5+3t \\ z = 1 \end{cases}$. **D.** $d':\frac{x-4}{-17} = \frac{y-3}{-5} = \frac{z}{1}$.

42. Số nghiệm thực của phương trình $2^x.3^{\frac{x+2}{x+1}} = 9$ trên $(0;2017)$ là

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

43. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và $f(x)+f(-x)=\cos^4 x$ với mọi $x \in \mathbb{R}$. Tính $I = \int_{\frac{-\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} f(x)dx$.

A. $\frac{3\pi}{2}$. **B.** $\frac{3\pi}{4}$. **C.** $\frac{3\pi}{8}$. **D.** $\frac{3\pi}{16}$.

44. Trong không gian $Oxyz$,cho 2 điểm $A(3;1;1), B(7;3;9)$ và mặt phẳng $(\alpha): x+y+z+3=0$. Gọi $M(x_M;y_M;z_M)$ là điểm nằm trên mặt phẳng (α) để $\left|\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}\right|$ nhỏ nhất. Tính tổng $x_M + y_M + z_M$

.

A. 4. **B.** -3. **C.** -2. **D.** 6.

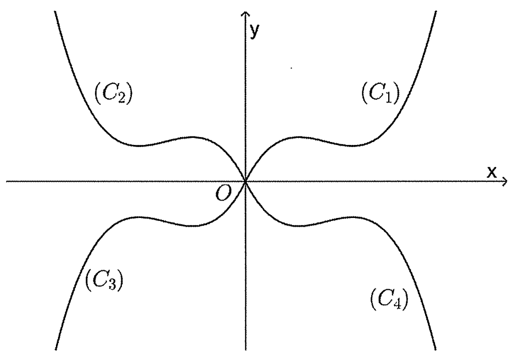
45. Tìm m để bất phương trình $m.4^x + (m-1)2^{x+2} + m - 1 \geq 0$ đúng với $x \in \mathbb{R}$?

A. $m \leq 1$ **B.** $m \geq \frac{4}{3}$ **C.** $m \geq 1$ **D.** $1 \leq m \leq \frac{4}{3}$

46. Tiêm vào máu của một bệnh nhân 10 cm^3 dung dịch chứa $^{24}_{11}Na$ có chu kì bán rã là 15 giờ với nồng độ 10^{-3} mol/lít (*chu kì bán rã là thời gian cần để một đại lượng biến đổi với thời gian theo hàm suy giảm số* *mũ đạt đến lượng bằng một nửa lượng ban đầu*) . Sau 11 giờ, lấy $10\ cm^3$ máu của bệnh nhân đó, ta tìm thấy $1{,}12.10^{-8}$ mol Na24. Coi Na24 phân bố đều. Giả sử số lít máu của một người gần bằng $\frac{1}{13}$ trọng lượng cơ thể của người đó (tính theo kg). Cân nặng của bệnh nhân trên ***gần với giá trị nào nhất*** trong các giá trị sau đây ?

A. $75\left(kg\right)$. **B.** $70\left(kg\right)$. **C.** 65 kg. **D.** 75 kg.

47. Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ liên tục và xác định trên $\mathbb{R}$. Gọi $\left(C\right),\left(C'\right)$ lần lượt là đồ thị của hàm $y=f\left(x\right)$ và $y=f\left(\left|x\right|\right)$. Cho hình vẽ sau với 4 đường cong chứa gốc tọa độ $\left(C_1\right),\left(C_2\right),\left(C_3\right),\left(C_4\right)$. Khẳng định nào sau đây là **đúng**?



A. Nếu $\left(C_1\right)\subset(C)$ thì $\left(C'\right)=\left(C_1\right)\cup\left(C_4\right)$.

B. Nếu $\left(C_1\right)\subset\left(C\right)$ thì $\left(C'\right)=\left(C_1\right)\cup\left(C_2\right)$.

C. Nếu $\left(C_4\right)\subset(C)$ thì $\left(C'\right)=\left(C_2\right)\cup\left(C_4\right)$.

D. Nếu $\left(C_4\right)\subset(C)$ thì $\left(C'\right)=\left(C_1\right)\cup\left(C_4\right)$.

48. Cho họ số phức $z=a+bi\ \left(a,b\in\mathbb{R}\right)$ có tập hợp điểm biểu diễn trên mặt phẳng tọa độ Oxy là elip $\left(E\right)$ có phương trình $\frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{4}=1$. Tìm tập hợp điểm biểu diễn $w=z-\bar{z}+m\ \left(m\in\left[3;5\right]\right)$.

A. Hình Elip. **B.** Điểm. **C.** Đoạn thẳng. **D.** Hình chữ nhật.

49. Cho khối hộp ABCD.A'B'C'D' có tất cả các cạnh đều bằng a, $\widehat{A'AB}=\widehat{BAD}=\widehat{A'AD}=\alpha$ $\left(0^0<\alpha<90^0\right)$. Tính thể tích khối chóp theo a và α .

A. $V_{ABCD.A'B'C'D'}=\frac{2}{3}a^3.\sin\frac{\alpha}{2}\sqrt{\cos^2\frac{\alpha}{2}-\cos^2\alpha}$.

B. $V_{ABCD.A'B'C'D'}=a^3.\sin\frac{\alpha}{2}\sqrt{\cos^2\frac{\alpha}{2}+\cos^2\alpha}$.

C. $V_{ABCD.A'B'C'D'}=\frac{a^3}{3}.\sin\frac{\alpha}{2}\sqrt{\cos^2\frac{\alpha}{2}+\cos^2\alpha}$.

D. $V_{ABCD.A'B'C'D'}=2a^3.\sin\frac{\alpha}{2}\sqrt{\cos^2\frac{\alpha}{2}-\cos^2\alpha}$.

50. Một công ty cơ khí vừa nhận được một đơn đặt hàng là thiết kế một bồn chứa nước hình trụ có nắp với dung tích 500 lít. Để tốn ít nguyên vật liệu nhất, bạn sẽ chọn giá trị nào cho độ cao bồn nước trong các giá trị dưới đây ?

A. 0,86 m. **B.** 0,95 m. **C.** 0,78 m. **D.** 0,67 m.

ĐỀ SỐ 12

1. Cho hàm số $y = f(x) = -x^4 + 2x^2$ có bảng xét dấu của đạo hàm như sau

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
$f'(x) = -4x^3 + 4x$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	

Chọn phát biểu ***đúng***.

A. Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng $(-\infty;-1)\cup(0;1)$.

B. Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(-1;0)\cup(1;+\infty)$.

C. Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên các khoảng $(-\infty;-1)$ và $(0;1)$.

D. Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên các khoảng $(-1;+\infty)$.

2. Cho $x, y > 0$, $x \neq 1, y \neq 1$ và m, n là các số thực tùy ý, tìm đẳng thức ***đúng*** trong các đẳng thức sau.

A. $x^m + x^n = x^{m+n}$. **B.** $\left(x^m\right)^n = \left(x^n\right)^m$. **C.** $x^m.y^n = (xy)^{mn}$. **D.** $\sqrt[m]{x^n} = x^{\frac{m}{n}}$.

3. Cho một mặt phẳng cắt một mặt cầu, thiết diện tạo thành là hình nào?

A. một đường elip. **B.** một đường tròn.

C. một đường parabol. **D.** một đường hypebol

4. Cho hai số phức $z_1 = \sqrt{5} - \left(2+\sqrt{3}\right)i$ và $z_2 = -2\sqrt{5} - \left(2-\sqrt{3}\right)i$. Tính $z_1 + \overline{z_2}$.

A. $3\sqrt{5} - 2\sqrt{3}i$. **B.** $-\sqrt{5} + 2\sqrt{3}i$. **C.** $-\sqrt{5} - 4i$. **D.** $-\sqrt{5} - 2\sqrt{3}i$.

5. Hàm số nào dưới đây có 3 điểm cực trị?

A. $y = x^4 - 16$. **B.** $y = 3x^4 - 6x^2 + 8$. **C.** $y = -2x^4 - 16$. **D.** $y = x^4 + 5x^2 - 7$.

6. Tính nguyên hàm $I = \int\left(x^2 - \cos 2x\right)dx$.

A. $I = \dfrac{x^3}{3} - \sin 2x + C$ **B.** $I = \dfrac{x^3}{3} + \dfrac{1}{2}\sin 2x + C$

C. $I = \dfrac{x^3}{3} - 2\sin 2x + C$ **D.** $I = \dfrac{x^3}{3} - \dfrac{1}{2}\sin 2x + C$

7. Tìm đạo hàm của hàm số $y = 2^{\frac{2x-1}{x+1}}$.

A. $y' = 2^{\frac{2x-1}{x+1}}\ln 2$. **B.** $y' = 2^{\frac{2x-1}{x+1}}\dfrac{3}{(x+1)^2\ln 2}$.

C. $y' = 2^{\frac{2x-1}{x+1}}\dfrac{3}{(x+1)^2}$. **D.** $y' = 2^{\frac{2x-1}{x+1}}\dfrac{\ln 8}{(x+1)^2}$.

8. Cho số phức $z = 8 + 9i$. Số phức liên hợp của z là

A. $\bar{z} = -8 + 9i$. **B.** $\bar{z} = -8 - 9i$. **C.** $\bar{z} = 8 - 9i$. **D.** $\bar{z} = 8 + 9i$.

9. Phương trình nào dưới đây là phương trình của một mặt cầu trong không gian $Oxyz$?

A. $3x^2 + 3y^2 + 3z^2 - 18x + 21y - 6z - 5 = 0$. **B.** $3x^2 + 4y^2 + 3z^2 - 10x + 20y - 8z - 15 = 0$.

C. $x^2 + y^2 + z^2 - 3y + 4z - 6zx + 5 = 0$. **D.** $x^2 - y^2 + z^2 - 6x + 8y - 2z - 10 = 0$.

10. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên D. Ta có các khẳng định sau:

(I) Nếu có $x_0 \in (a;b) \subset D$ sao cho $f(x_0) < f(x), \forall x \in (a;b) \setminus \{x_0\}$ thì $f(x_0)$ là giá trị nhỏ nhất của hàm $y = f(x)$ trên D.

(II) Nếu có số thực M sao cho $f(x) < M, \forall x \in D$ thì M là giá trị lớn nhất của hàm $y = f(x)$ trên D.

(III) Nếu hàm $y = f(x)$ xác định và liên tục trên D thì luôn tồn tại giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất trên D.

Trong tất cả các khẳng định trên, tổng số khẳng định ***đúng*** là mấy? a

A. 3. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 0.

11. Trong tập hợp số phức $\mathbb{C}$, tìm tọa độ điểm biểu diễn của số phức liên hợp với số phức $z = 5 + 4i$?

A. $(5;4)$. **B.** $(5;-4i)$. **C.** $(5;-4)$. **D.** $(5;4i)$.

12. Trong không gian với hệ tọa độ *Oxyz*, cho ba điểm $A(3;5;10)$, $B(1;2;5)$, $C(0;2;1)$. Tìm độ dài của đoạn thẳng dài nhất trong 3 đoạn thẳng *AB, BC ,CA*.

A. $\sqrt{38}$. **B.** $\sqrt{17}$. **C.** $\sqrt{99}$. **D.** $\sqrt{134}$.

13. Trong không gian với hệ toạ độ *Oxyz*, cho tam giác *ABC* có $\overrightarrow{AB} = (1;0;-4)$, $\overrightarrow{BC} = (-1;2;3)$. Tính độ dài trung tuyến AM.

A. $AM = \dfrac{\sqrt{30}}{2}$. **B.** $AM = \dfrac{\sqrt{58}}{2}$. **C.** $\sqrt{31}$. **D.** $\sqrt{3}$.

14. Cho $a,b > 0$. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào là ***đúng*** ?

A. $\log_{\sqrt{5}}\left(\dfrac{25a^4}{\sqrt[4]{b}}\right) = \dfrac{4 + 8\log_5 a}{\frac{1}{2}\log_5 b}$.

B. $\log_{\sqrt{5}}\left(\dfrac{25a^4}{\sqrt[4]{b}}\right) = 4 + 2\log_5 a - \dfrac{1}{8}\log_5 b$

C. $\log_{\sqrt{5}}\left(\dfrac{25a^4}{\sqrt[4]{b}}\right) = \dfrac{4 + 2\log_5 a}{\frac{1}{8}\log_5 b}$.

D. $\log_{\sqrt{5}}\left(\dfrac{25a^4}{\sqrt[4]{b}}\right) = 4 + 8\log_5 a - \dfrac{1}{2}\log_5 b$.

15. Số nghiệm của phương trình $\log_5(25x^2) + \log_{\frac{1}{25}}(25x^2) - 3 = 0$ là :

A. 2 . **B.** 1 . **C.** 0 . **D.** 3 .

16. Cho hình lăng trụ tam giác đều $ABCA'B'C'$ có cạnh đáy bằng $2a$, góc giữa $A'C$ và mặt phẳng (ABC) bằng 45^0. Tính thể tích của khối lăng trụ $ABCA'B'C'$ theo a

A. $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{4}$. **B.** $2a^3\sqrt{3}$ **C.** $\dfrac{2a^3\sqrt{3}}{3}$. **D.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{2}$.

17. Cho z_1 và z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $z^2 - 2z + 5 = 0$. Tính $\left|z_1^2\right| + \left|z_2^2\right|$.

A. $2\sqrt{5}$. **B.** 10. **C.** -6. **D.** 2.

18. Cho đồ thị hàm số $(C): y = x^3 - 3x - 2$, $(P): y = x^2 - 3x - 2$ và $d: y = x - 1$ Gọi m,n,p lần lượt là số giao điểm giữa (C) và (P); (C) và d; d và (P). Tính tổng $m + n + p$.

A. 7 **B.** 6 **C.** 5 **D.** 8

19. Trong không gian với hệ tọa độ *Oxyz*, xác định tọa độ tâm I và bán kính R của mặt cầu có phương trình $x^2+y^2+z^2+10x-3y+6z-5=0$.

A. $I(5;3;3)$, $R=\sqrt{5}$.
B. $I\left(-5;\frac{3}{2};-3\right)$, $R=\sqrt{5}$.
C. $I(5;3;3)$, $R=\frac{\sqrt{165}}{2}$.
D. $I\left(-5;\frac{3}{2};-3\right)$, $R=\frac{\sqrt{165}}{2}$.

20. Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, gọi (P) là mặt phẳng song song với mặt phẳng $(Q): 2x-4y+4z-14=0$ và cách điểm $A(2;-3;4)$ một khoảng $k=3$. Viết phương trình của mặt phẳng (P).

A. $x-2y+2z-25=0$.
B. $2x-4y+4z-41=0$ hoặc $2x-4y+4z-23=0$
C. $x-2y+2z-7=0$.
D. $x-2y+2z-25=0$ hoặc $x-2y+2z-7=0$.

21. Tìm một nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x)=\sin 2x+3x^2$?

A. $F(x)=-\frac{1}{2}\cos 2x+x^3$.
B. $F(x)=2\cos 2x+6x$.
C. $F(x)=\frac{1}{2}\cos 2x+x^3$.
D. $F(x)=-2\cos 2x+6x$.

22. Cho hình chóp tam giác S.ABC có đáy ABC là tam giác đều cạnh $2a$, cạnh bên $SA\perp(ABC)$. Góc giữa (SBC) và đáy (ABC) bằng 60^0. Tính thể tích khối chóp S.ABC theo a.

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$.
B. $a^3\sqrt{3}$.
C. $3a^3\sqrt{3}$.
D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{8}$.

23. Tổng số đường tiệm cận ngang và tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\frac{2x+1}{\sqrt{x^4+1}}$ là:

A. 3.
B. 2.
C. 1.
D. 0.

24. Cho $a=\log_2 5$. Ta phân tích được $\log_4 1000=\frac{ma+n}{k}, (m,n,k\in\mathbb{Z})$. Tính $m^2+n^2+k^2$

A. 13.
B. 10.
C. 22.
D. 14 .

25. Cho hình nón có bán kính đáy là r và chiều cao h. Mặt phẳng (α) qua đỉnh O và cắt hình nón theo thiết diện không qua trục là một tam giác đỉnh O có cạnh đáy là DE. Biết khoảng cách tâm của đáy đến DE là d. Tính diện tích S của thiết diện đó.

A. $S=\sqrt{r^2-d^2}\sqrt{h^2+d^2}$.
B. $S=\frac{1}{2}\sqrt{r^2-d^2}\sqrt{h^2+d^2}$.
C. $S=\sqrt{r^2+d^2}\sqrt{h^2+d^2}$.
D. $S=\frac{1}{2}\sqrt{r^2+d^2}\sqrt{h^2+d^2}$.

26. Cho các mệnh đề sau:

(1) Nếu $f(x_0)=0$ và $f''(x_0)\neq 0$ thì hàm số $y=f(x)$ đạt cực trị tại $x=x_0$.

(2) Nếu $f'(x_0)=0$ và $f''(x_0)<0$ thì hàm số $y=f(x)$ đạt cực tiểu tại $x=x_0$

(3) Nếu $f'(x)$ không xác định tại x_0 thì hàm số $y=f(x)$ **không thể** đạt cực trị tại $x=x_0$

(4) Nếu $f'(x_0)=0$ thì hàm số $y=f(x)$ đạt cực trị tại $x=x_0$.

Có bao nhiêu mệnh đề ***đúng*** trong các mệnh đề trên.

A. 1.
B. 2.
C. 3.
D. 4.

27. Biết tích phân $I=\int_1^2\left(x^2-mx+m^2\right)dx=am^2+bm+c$, m là tham số thực và a,b,c là các hằng số. Tính $S=a+b+c$.

A. $\frac{6}{11}$. **B.** $\frac{11}{6}$. **C.** $\frac{29}{6}$. **D.** $\frac{17}{6}$.

28. Cho lăng trụ đứng ABC.A′B′C′ có đáy tam giác đều cạnh a. Hỏi thể tích khối lăng trụ theo a bằng bao nhiêu nếu khoảng cách từ B đến mặt phẳng (AB′C′) bằng $\frac{a}{\sqrt{3}}$?

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$. **B.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$. **C.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$. **D.** $\frac{3a^3\sqrt{5}}{20}$.

29. Có tất cả bao nhiêu giá trị của tham số thực m sao cho hàm số $y=x^3+3mx+1$ nghịch biến trên khoảng $(a;b)$ sao cho $|a-b|=2$.

A. Không có m. **B.** Vô số m. **C.** 2. **D.** 1 .

30. Cho các mệnh đề sau

(I): Tập xác định của hàm số $y=\frac{2}{\log_4 x-3}$ là $D=\mathbb{R}\setminus\{64\}$

(II): Hàm số $y=\log_a x$ với $a=\frac{1}{5\left(\sqrt{6}-\sqrt{5}\right)}$ nghịch biến trên tập xác định của nó.

(III): Hàm số $f(x)=x\ln x$ xét trong khoảng $(0;+\infty)$ có $f''(x)=-\frac{1}{x}$

Trong các mệnh đề trên có tất cả bao nhiêu mệnh đề ***sai.***

A. 1. **B.** 2. **C.** 0. **D.**3.

31. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha): 5x-y+3z-15=0$ và $d:\frac{x+4}{2}=\frac{y}{7}=\frac{z}{-1}$. Viết phương trình đường thẳng d' là hình chiếu của d trên mặt phẳng (α)

A. $d':\frac{x+3}{-2}=\frac{y+6}{-7}=\frac{z+2}{1}$. **B.** $d':\frac{x-3}{2}=\frac{y-6}{7}=\frac{z+2}{-1}$.

C. $d':\frac{x-3}{-2}=\frac{y-6}{-7}=\frac{z-2}{1}$. **D.** $d':\frac{x-3}{-2}=\frac{6-y}{-7}=\frac{z-2}{1}$.

32. Cho số thực n $(n>1)$. Biết rằng n là giá trị sao cho tích phân $I=\int_0^{\frac{\pi}{2}}(1+\cos x)^n\sin x dx=\frac{32767}{n+1}$. Khi đó giá trị n thuộc đoạn nào sau đây ?

A. $n\in\varnothing$. **B.** $n\in[15;20]$. **C.** $n\in[8;14]$. **D.** $n\in[21;30]$.

33. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $I(1;1;2)$, hai đường thẳng $\Delta_1:\begin{cases}x=3+t\\y=-1+2t\\z=4\end{cases}$ và $\Delta_2:\frac{x+2}{1}=\frac{y}{1}=\frac{z-2}{2}$. Phương trình đường thẳng d đi qua điểm I và cắt hai đường thẳng Δ_1,Δ_2 là phương trình nào?

A. $\frac{x-1}{1}=\frac{y-1}{-1}=\frac{z-2}{2}$.

B. $\begin{cases} x=1+4t \\ y=1-2t \\ z=2-t \end{cases}$.

C. $\begin{cases} x=1+2t \\ y=1+t \\ z=2+t \end{cases}$.

D. $\frac{x-1}{1}=\frac{y-1}{3}=\frac{z-2}{2}$.

34. Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của tham số thực m để phương trình $27^x-18^x-12^x=m8^x$ có đúng hai nghiệm trên đoạn $\left[-1;5\right]$?

A. 374. **B.** 373. **C.** 1. **D.** 0.

35. Biết tích phân $I=\int\limits_{-1}^{0}\frac{x^2}{\sqrt{4-x^2}}dx=m\pi+n\sqrt{3}+k,\left(m,n,k\in\mathbb{Q}\right)$. Tìm n.

A. $-\frac{1}{6}$ **B.** $-\frac{3}{2}$ **C.** $\frac{1}{2}$ **D.** $-\frac{1}{2}$

36. Cho hình chóp tam giác đều $SABC$ có mặt đáy ABC là tam giác đều cạnh $2a$, góc giữa mặt bên với mặt đáy là 60^0. Tính thể tích khối nón ngoại tiếp khối chóp tam giác đều $S.ABC$ theo a.

A. $\frac{4\pi a^3}{3}$. **B.** $\frac{4\pi a^3}{9}$. **C.** $\frac{8\pi a^3}{9}$. **D.** $\frac{\pi a^3}{18}$.

37. Cho hàm số $y=\frac{1}{2}x^4-\left(m-1\right)x^2+1$, hỏi khi đồ thị hàm số có ba điểm cực trị tạo thành một tam giác có diện tích bằng $\frac{243}{2}$ thì giá trị của m thỏa mãn phương trình nào dưới đây?

A. $m^2-11m+10=0$. **B.** $m^2-11m+18=0$

C. $m^2-11m+24=0$. **D.** $m^2-11m+28=0$.

38. Cho bất phương trình: $\log_{\sqrt{2}}\left(\frac{x^3}{2}\right)-\log_4 x.\log_2\left(4x\right)<0$. Nếu đặt $t=\log_2 x$, ta được bất phương trình nào sau đây?

A. $t^2-t+1>0$. **B.** $4t^2+5t+1>0$. **C.** $t^2-10t+4>0$. **D.** $t^2-10t+8>0$.

39. Gọi M,m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=2\sin x-x$ trên đoạn $\left[-2;2\right]$. Tính $P=M^2+m^2$.

A. $P=3-\frac{2\pi\sqrt{3}}{3}+\frac{\pi^2}{9}$. **B.** $P=6-\frac{4\pi\sqrt{3}}{3}+\frac{2\pi^2}{9}$.

C. $P=0$. **D.** $P=2\left(2\sin 2-2\right)^2$.

40. Cho các mệnh đề sau.

(I): Hàm số $y=\ln(4-x^2)$ có tập xác định là $D=\left(-2;2\right)$.

(II): Tập xác định của hàm số $y=(x-1)^{2017}$ là $D=\left(1;+\infty\right)$

(III): Hàm số $y=\ln(x^2-2mx+4)$, với m là tham số thực, có tập xác định $D=\mathbb{R}$ khi và chỉ khi $-2<m<2$

Trong các mệnh đề trên có tất cả bao nhiêu mệnh đề ***đúng***?

A. 0 . **B.** 3 . **C.** 1 . **D.** 2 .

41. Một đám vi trùng có số lượng thay đổi theo thời gian t (ngày). Nếu tốc độ tăng trưởng của đám vi trùng được cho bởi hàm $f(t)=\dfrac{10^5}{1+0.2t}$ và lúc đầu có 10.000 con vi trùng. Hỏi sau 15 ngày thì số vi trùng xấp xỉ bao nhiêu? Kết quả làm tròn đến hàng đơn vị.

A. 693147. **B.** 693148. **C.** 793147. **D.** 703147.

42. Cho số phức $z=\sqrt{3}m+2ni\ (m,n\in\mathbb{R})$. Biết $3m+4n=5\sqrt{7}$, tìm giá trị nhỏ nhất của $|z|$.

A. $5\sqrt{7}$. **B.** 35. **C.** 5. **D.** $\dfrac{5\sqrt{7}}{7}$.

43. Cho phương trình $\log_3\left[x^2+(4a+3)x+2a-1\right]+\log_{\frac{1}{3}}(5x-2)=0,(1)$ với a là tham số thực. Biết phương trình (1) có nghiệm duy nhất thì $\left[\begin{array}{l} a=0 \\ a\le -\dfrac{m}{n}\end{array}\right.$ trong đó m,n là hai số nguyên dương và $\dfrac{m}{n}$ là phân số tối giản. Khẳng định nào trong các khẳng đỉnh sau là khẳng định ***sai***.

A. $m^2+n^2=101$. **B.** $n+13m=23$.

C. $m^3-n=-8$. **D.** $100\sqrt[3]{m}+n^2+2=202$.

44. Tìm mối liên hệ giữa các tham số thực a và b sao cho hàm số $y=2x+a\sin x+b\cos x$ luôn đồng biến trên $\mathbb{R}$?

A. $a^2+b^2\le 4$. B. $a+2b=2\sqrt{3}$. C. $\dfrac{1}{a^2}+\dfrac{1}{b^2}=1$. D. $a+2b\ge 5$.

45. Cho các khẳng định sau:

(i).Tập hợp các điểm biểu diễn số phức z thỏa mãn $\left|\dfrac{z}{\bar{z}}\right|=1$ là toàn bộ mặt phẳng Oxy.

(ii).Tập hợp các điểm biểu diễn số phức z thỏa mãn $\dfrac{1}{|z|}>1$ là phần trong hình tròn tâm O, bán kính bằng 1.

(iii).Tập hợp các điểm biểu diễn số phức z thỏa mãn $z=\dfrac{1-i}{(1+i)\omega};|\omega|=1$ là đường tròn tâm O, bán kính bằng 1.

Có tất cả bao nhiêu khẳng định ***đúng*** trong các khẳng định trên?

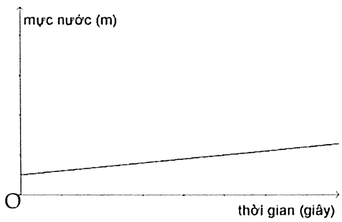
A. 1. **B.** 0. **C.** 3. **D.** 2.

46. Gọi S là diện tích hình phẳng giới hạn bởi Parabol $y=x^2$ và đường thẳng $y=mx+1\ (m\in\mathbb{R})$ Biết rằng tập hợp tất cả các giá trị của tham số thực m sao cho $S\le\dfrac{32}{3}$ có dạng $[a;b]$. Tính giá trị biểu thức $T=b-a$

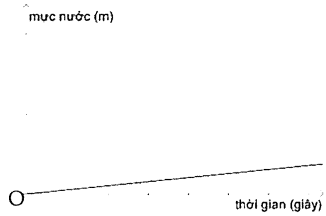
A. $T=4$. **B.** $T=4\sqrt{3}$. **C.** $T=-4$. **D.** $T=-4\sqrt{3}$.

47. Một hồ nước có dạng hình hộp chữ nhật với kích thước 10 m x 5 m x 3 m. Ban đầu trong hồ đã có sẵn 200 lít nước, sau đó người ta bắt đầu bơm tiếp nước vào hồ với tốc độ 10 lít/ giây. Hỏi đồ thị nào dưới đây mô tả đúng nhất sự thay đổi về chiều cao của mực nước trong hồ?

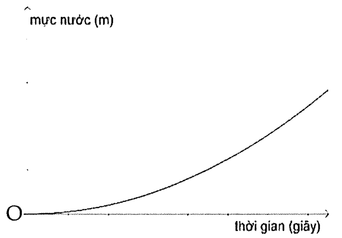
A.



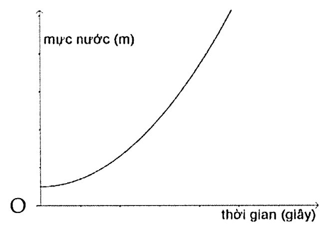
B.



C.



D.



48. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(1;0;-2)$, đường thẳng $d:\begin{cases}x=2+t\\y=1+t\\z=-3-t\end{cases}\ (t\in R)$ và mặt phẳng $(P):x+2y+3z-2=0$. Biết rằng điểm I thuộc đường thẳng d, điểm J thuộc mặt phẳng (P) và $MIJH$ là hình chữ nhật có diện tích bằng $\sqrt{42}$, với H là hình chiếu vuông góc của M trên (P) và điểm I có hoành độ dương. Tìm toạ độ trung điểm K của IJ.

A. $K\left(-\dfrac{13}{4};-\dfrac{5}{2};-\dfrac{13}{4}\right)$. **B.** $K\left(\dfrac{13}{4};\dfrac{5}{2};-\dfrac{13}{4}\right)$. **C.** $K\left(-\dfrac{13}{4};-\dfrac{5}{2};-\dfrac{13}{4}\right)$. **D** $K\left(-\dfrac{13}{4};\dfrac{5}{2};\dfrac{13}{4}\right)$.

49. Cho khối chóp S.ABCD có đáy hình vuông cạnh a, $SA=a;SA\perp(ABCD)$. Trên SD, SB lần lượt lấy hai điểm M, N sao cho $\dfrac{SM}{SD}=m>0;\dfrac{SN}{SB}=n>0$. Giá trị thể tích lớn nhất mà khối chóp S.AMN đạt được là bao nhiêu nếu như $2m^2+3n^2=1$?

A. $\dfrac{a^3}{6}$. **B.** $\dfrac{a^3\sqrt{6}}{72}$. **C.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{24}$. **D.** $\dfrac{a^3}{48}$.

50. Cho hàm số $y=2x^3-3(m+1)x^2+6mx$ (1), với m là tham số thực. Biết rằng có hai giá trị m_1,m_2 của tham số m để đồ thị hàm số (1) có hai điểm cực trị A,B sao cho đường thẳng AB cắt các trục toạ độ Ox,Oy lần lượt tại M,N có diện tích tam giác OMN bằng $\dfrac{1}{2}$. Tính $m_1.m_2$

A. -2. **B.** 1. **C.** 2. **D.** -1.

ĐỀ SỐ 13

1. Cho điểm $M\left(-3;1\right)$ biểu diễn cho số phức z trong mặt phẳng (Oxy). Chọn khẳng định ***đúng***.

A. Số phức z có phần ảo là i
B. Số phức $z = 1 - 3i$
C. Số phức z có phần thực là 1.
D. Số phức $z = -3 + i$.

2. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $[a;b]$. Hình phẳng (H) giới hạn bởi các đường $y = f(x), Ox,\ x = a, x = b$ quay xung quanh trục Ox. Thể tích của khối tròn xoay tạo thành bằng:

A. $V = \pi^2\int\limits_a^b f(x)dx.$
B. $V = \int\limits_a^b \pi^2.f^2(x)dx.$
C. $V = \pi\int\limits_a^b f^2(x)dx.$
D. $V = \int\limits_a^b f^2(x)dx.$

3. Cho các mệnh đề sau đây

(I) $2^x = 3 \Leftrightarrow x = \log_3 2$.

(II) $\log_a\left(b.c\right) = \log_a b.\log_a c$ với $a, b, c > 0$ và $a \neq 1$.

(III) $\log_a\left(\dfrac{b}{c}\right) = \log_a b - \log_a c$ với $a, b, c > 0$ và $a \neq 1$.

(IV) $\log_a x^\alpha = \alpha\log_a x$ với $a, x > 0$ và $a \neq 1, \alpha \in \mathbb{R}$.

Trong số các mệnh đề trên, tổng số mệnh đề ***đúng*** là:

A. 1
B. 2
C. 3
D. 4

4. Trong không gian, khi quay hình chữ nhật ABCD một vòng xung quanh cạnh AB thì tạo thành một khối tròn xoay (H). Khối tròn xoay (H) là khối nào sau đây?

A. Khối nón
B. Khối lăng trụ.
C. Khối trụ
D. Khối hộp chữ nhật.

5. Trong các hàm số sau đây, hàm số nào đồng biến trên $\mathbb{R}$.

A. $y = x^4$.
B. $y = -2x + 1$.
C. $y = x^3 + x^2 + 7x + 1$.
D. $y = \dfrac{x-1}{x+1}$.

6. Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$. Phương trình mặt phẳng (P) đi qua điểm $A(-1;2;0)$ và nhận $\vec{n}(-1;0;2)$ là vec tơ pháp tuyến có phương trình là:

A. $-x + 2y - 3 = 0$.
B. $-x + 2z - 1 = 0$.
C. $-y + 2z - 1 = 0$.
D. $-x + 2z + 1 = 0$.

7. Tính môđun của số phức $z = \left(a + bi\right) - \left(c + di\right)i$ với $a, b, c, d \in \mathbb{R}$.

A. $\left|z\right| = \sqrt{\left(a+bi\right)^2 + \left(c+di\right)^2}$.
B. $\left|z\right| = \sqrt{\left(a+d\right)^2 + \left(b-c\right)^2}$.
C. $\left|z\right| = \sqrt{\left(a-c\right)^2 + \left(b-d\right)^2}$.
D. $\left|z\right| = \sqrt{\left(a-d\right)^2 + \left(b-c\right)^2}$.

8. Cho hàm số $y = f\left(x\right)$ xác định và liên tục trên R, có đồ thị là (C). Khẳng định nào dưới đây là luôn ***đúng***

A. (C) có 1 tiệm cận ngang và 1 tiệm cận đứng.
B. (C) không có tiệm cận ngang.
C. (C) không có tiệm cận đứng.
D. (C) chỉ có tiệm cận đứng.

9. Tìm tập nghiệm S của bất phương trình $\log_{\frac{\sqrt{2}}{2}}\left(\dfrac{3x-1}{4}\right) > 2$

A. $S=(1;+\infty)$. **B.** $S=(-\infty;1)$. **C.** $S=\left(\frac{1}{3};+\infty\right)$. **D.** $S=\left(\frac{1}{3};1\right)$.

10. Tìm tất cả các khoảng đồng biến của hàm số $y=x^3-3x^2+6$.

A. $(-\infty;0)$ và $(2;+\infty)$. **B.** $(2;+\infty)$. **C.** $(-\infty;0)$. **D.** $(0;2)$.

11. Gọi *M, N* lần lượt là các điểm trên các cạnh *SA, SB* trong hình chóp *S.ABC* sao cho M là trung điểm SA, $\overrightarrow{NS}=-2\overrightarrow{NB}$. Tính tỉ số thể tích $\frac{V_{S.CMN}}{V_{C.MNBA}}$.

A. 2 . **B.** $\frac{1}{3}$. **C.** $\frac{1}{2}$. **D.** $\frac{1}{5}$.

12. Biết tích phân $I=\int_1^2 \frac{\sqrt{x+1}}{\sqrt{x^2-1}+x}dx=a+b\sqrt{2}+c\sqrt{3},(a,b,c\in\mathbb{Q})$. Tính $P=abc$.

A. $P=\frac{2}{5}$. **B.** $P=\frac{18}{5}$. **C.** $P=-\frac{832}{1125}$. **D.** $P=\frac{832}{1125}$.

13. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho hàm số $y=x^4-2(m-1)x^2+m-2$ đồng biến trên $(1;3)$?

A. $m\in[-9;2)$. **B.** $m\in(-\infty;2]$. **C.** $m\in(2,+\infty)$. **D.** $m\in(-\infty;10]$.

14. Trong mặt phẳng Oxy, tìm tập hợp điểm M biểu diễn số phức z thỏa $|z-4+3i|=2$:

A. Đường tròn tâm $I(4;-3)$, bán kính $R=\sqrt{2}$. **B.** Đường tròn tâm $I(4;-3)$, bán kính $R=2$.

C. Đường tròn tâm $I(-4;3)$, bán kính $R=2$. **D.** Đường tròn tâm $I(-4;3)$, bán kính $R=\sqrt{2}$.

15. Tính thể tích của khối tứ diện có độ dài cạnh đáy là $\sqrt{3}\ cm$ và có góc giữa mỗi cạnh bên và mặt đáy là 60° .

A. $\frac{\sqrt{3}}{2}\left(cm^3\right)$. **B.** $\frac{3\sqrt{3}}{4}\left(cm^3\right)$. **C.** $\frac{3\sqrt{3}}{8}\left(cm^3\right)$. **D.** $\frac{3}{4}\left(cm^3\right)$.

16. Trong không gian với hệ tọa độ *Oxyz*, cho hai vectơ $\vec{a}=(1;-2;0),\vec{b}=(-2;0;1)$ Tính giá trị của biểu thức $\left|(\vec{a}-\vec{b}).(3\vec{a}+\vec{b})\right|$.

A. -14. **B.** $\sqrt{14}$. **C.** 14 . **D.** ±14.

17. Trong không gian với hệ toạ độ *Oxyz*, Tính góc α tạo bởi hai vectơ $\vec{a}=(-2;1;2)$ và $\vec{b}=\left(\sqrt{2};-\sqrt{2};0\right)$

A. $\alpha=135^o$. **B.** $\alpha=45^o$. **C.** $\alpha=-45^o$. **D.** $\alpha=90^o$.

18. Biết $u=a+bi$, $a,b\in\mathbb{R}$ là một căn bậc hai của $z=-1-2\sqrt{6}i$. Giải phương trình $a^2x^2+b^2x+2=0$ trên tập số phức.

A. Vô nghiệm. **B.** $x=\frac{3}{4}\pm\frac{\sqrt{7}}{4}i$. **C.** $x=-\frac{1}{3}\pm\frac{\sqrt{5}}{3}i$. **D.** $x=-\frac{3}{4}\pm\frac{\sqrt{7}}{4}i$.

19. Trong không gian $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P):5x+my+z-5=0$ và $(Q):nx-3y-2z+7=0$ .Tìm m,n để $(P)//(Q)$.

A. $m=-\frac{3}{2};n=10$. **B.** $m=\frac{3}{2};n=-10$ **C.** $m=-3;n=5$. **D.** $m=5;n=-3$.

20. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai đương thẳng $d:\begin{cases}x=2\\y=-1+t\\z=2-t\end{cases}$ và $d':\dfrac{x-5}{3}=\dfrac{y}{-2}=\dfrac{z}{1}$. Xét vị trí tương đối giữa hai đường thẳng d và d'.

A. Song song. **B.** Chéo nhau. **C.** Trùng nhau. **D.** Cắt nhau.

21. Tính $A=2,7.\left(10^{-10000}\right)^{\frac{5}{10000}}$.

A. $\left(\dfrac{27}{10}\right)^{-5}$. **B.** 27.10^{-6}. **C.** 0. **D.** 27^{-5}.

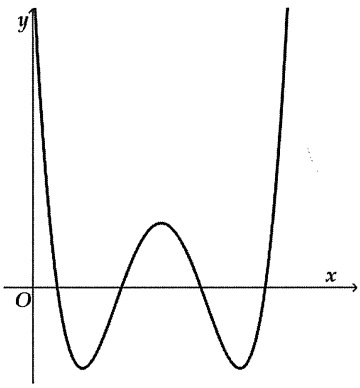
22. Cho khối lập phương có thể tích V_L, cạnh bằng $4a$ và tâm O. Gọi V_C thể tích khối cầu tâm O tiếp xúc với các mặt của hình lập phương. Tính tỉ số $\dfrac{V_C}{V_L}$

A. $\dfrac{V_C}{V_L}=\dfrac{\pi}{24}$. **B.** $\dfrac{V_C}{V_L}=\dfrac{\pi}{6}$. **C.** $\dfrac{V_C}{V_L}=\dfrac{\pi}{3}$. **D.** $\dfrac{V_C}{V_L}=\dfrac{24}{\pi}$.

23. Tìm tọa độ điểm cực đại của đồ thị hàm số $y=2x-6\sqrt[3]{x^2}$.

A. $(0;8)$. **B.** $(8;-8)$. **C.** $(0;0)$. **D.** $(0;-8)$.

24. Đồ thị bên có thể là của hàm số nào dưới đây ?



A. $y=x^4-2x^2+1$.

B. $y=x^3-3x^2-x-1$.

C. $y=x^4+2x^2-3$.

D. $y=x^4-8x^3+21x^2-20x+5$.

25. Cho phương trình $3^{4x+8}-4.3^{2x+5}+27=0(1)$. Nếu đặt $t=3^{2x+4}, t>0$ thì (1) trở thành phương trình nào sau đây?

A. $3t^2-4t+27=0$. **B.** $t^2-12t+27=0$.

C. $9t^2-12t+27=0$. **D.** $t^2-4t+27=0$.

26. Hàm số $y=\dfrac{3}{2}\sqrt{x-1}+2x$ có thể là đạo hàm của hàm số nào dưới đây?

A. $y=(x-1)\sqrt{x-1}+x^2+5$. **B.** $y=\dfrac{3}{4\sqrt{x-1}}+2$.

C. $y=\dfrac{3}{2}(x-1)\sqrt{x-1}+x^2+8$. **D.** $y=\dfrac{3}{2}(x-1)^{\frac{3}{2}}+x^2+7$.

27. Giả sử $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $y=\dfrac{\sin x}{x}$ trên khoảng $(0;+\infty)$. Khi đó $\int_1^2\dfrac{\sin 3x}{x}dx$ có giá trị bằng

A. $F(6)-F(3)$. **B.** $\dfrac{1}{3}[F(6)-F(3)]$. **C.** $F(3)-F(2)$. **D.** $F(2)-F(1)$.

28. Mặt phẳng (α) được gọi là mặt phẳng cách đều 2 điểm A, B nếu với mọi điểm M thuộc mặt phẳng (α) ta đều có $MA = MB$. Viết phương trình mặt phẳng (α) cách đều 2 điểm $A(-3;2;5)$, $B(1;-2;3)$

A. $2x-2y-z+15=0$ **B.** $2x-2y-z+6=0$ **C.** $2x-2y-z-3=0$ **D.** $2x-2y-z-15=0$

29. Cho tích phân $I=\int_1^3 \frac{dx}{x^{10}+10x}=\frac{1}{90}\ln\frac{a}{b}$, với a,b là số nguyên dương và $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào sau đây là ***đúng*** ?

A. $a+b>215215$. **B.** $a-b<188188$. **C.** $a-2b<168168$. **D.** $a+2b<245245$.

30. Cho tích phân $I=\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin 2x.e^{\sin x}dx$. Một học sinh giải như sau:

Bước 1: Đặt $t=\sin x \Rightarrow dt=\cos x dx$. Đổi cận: $\left| \begin{array}{l} x=0 \Rightarrow t=0 \\ x=\frac{\pi}{2} \Rightarrow t=1 \end{array} \right. \Rightarrow I=2\int_0^1 t.e^t dt$.

Bước 2: chọn $\begin{cases} u=t \\ dv=e^t dt \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du=dt \\ v=e^t \end{cases} \Rightarrow \int_0^1 t.e^t dt = t.e^t\Big|_0^1 - \int_0^1 e^t dt = e - e^t\Big|_0^1 = 1$

Bước 3: $I=2\int_0^1 t.e^t dt = 2$.

Hỏi bài giải trên ***đúng hay sai***? Nếu sai thì ***sai từ bước nào*** ?

A. Sai ở bước 1. **B.** Sai ở bước 3. **C.** Lời giải đúng. **D.** Sai ở bước 2.

31. Biết tích phân $I=\int_{-2}^{-\frac{5}{2}} \sqrt{-3-4x-x^2}\,dx = m\pi + n\sqrt{3}+k, (m,n,k\in\mathbb{Q})$. Tính $\frac{1}{m}-\frac{1}{n}+k^2$.

A. -6. **B.** -4. **C.** 4. **D.** 6.

32. Khi tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=x+\sqrt{4-x^2}$, một học sinh làm như sau:

Bước 1: Tập xác định : $D=[-2;2]$ và $y'=\frac{\sqrt{4-x^2}-x}{\sqrt{4-x^2}}$.

Bước 2: $y'=0 \Leftrightarrow \sqrt{4-x^2}-x=0 \Leftrightarrow x^2=2 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=\sqrt{2} \\ x=-\sqrt{2} \end{array} \right.$.

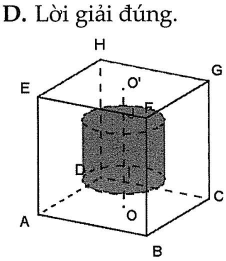
Bước 3: Tính các giá trị : $y(-2)=-2;\ y(2)=2; y(-\sqrt{2})=0;\ y(\sqrt{2})=2\sqrt{2}$

Và kết luận $\underset{[-1;2]}{Min}\,y = y(-2)=-2; \underset{[-1;2]}{Max}\,y = y(\sqrt{2})=2\sqrt{2}$.

Lời giải trên đã **đúng** chưa ? Nếu **sai** thì **sai** từ bước nào ?

A. Sai ở bước (2). **B.** Sai ở bước (1). **C.** Sai ở bước (3). **D.** Lời giải đúng.

33. Một máy giặt có khung hình hộp chữ nhật đứng có đáy là vuông cạnh a, chiều cao là b. Biết lồng giặt có dạng hình trụ, có hai đáy cách đều hai đáy của khung máy giặt và bằng d và khi chưa hoạt động thì trục của hình trụ trùng với OO' như hình vẽ. Khi giặt thì độ lệch lớn nhất của lồng giặt so với vị trí khi đứng yên là k. Tìm thể tích lớn nhất V có thể của lồng giặt để máy hoạt động bình thường.



A. $V=\pi\left(\frac{a}{2}-k\right)^2(b-2d)$. **B.** $V=\pi\left(\frac{a}{2}-k\right)^2(b-d)$

C. $V=\frac{1}{3}\pi\left(\frac{a}{2}-k\right)^2(b-d)$. **D.** $V=\pi(a-k)^2(b-2d)$.

34. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, $\frac{x+1}{2}=\frac{y+2}{1}=\frac{z+2}{1}$ cho ba đường thẳng $d_1:\begin{cases}x=t\\y=4-t\\z=-1+2t\end{cases}$

$d_2:\frac{x}{1}=\frac{y-2}{-3}=\frac{z}{-3}$ và $d_2:\frac{x+1}{5}=\frac{y-1}{2}=\frac{z+1}{1}$. Gọi Δ là đường thẳng cắt d_1,d_2,d_3 lần lượt tại các điểm A,B,C sao cho $AB=BC$. Phương trình đường thẳng Δ là

A. $\frac{x-2}{1}=\frac{y-2}{1}=\frac{z}{1}$. **B.** $\frac{x}{1}=\frac{y-3}{-1}=\frac{z-1}{1}$.

C. $\frac{x}{1}=\frac{y-3}{1}=\frac{z-1}{-1}$. **D.** $\frac{x}{1}=\frac{y-2}{1}=\frac{z}{1}$.

35. Cho biết $a=\log_2 3; b=\log_2 5$. Phân tích $\log_9 10125=m+k.\frac{b}{a},(m,k\in\mathbb{Q})$. Tính giá trị m^2-2k.

A. 1. **B.** 2. **C.** –4. **D.** –2.

36. Cho các mệnh đề sau

(I): Với số thực $a<0$ chỉ có hai căn bậc hai phức là $\pm i\sqrt{|a|}$.

(II): Gọi z_1; z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $z^2+2z+4=0$. Khi đó $P=|z_1|^2+|z_2|^2=8$.

(III): $\frac{z-1}{z+1}$ là số thực khi và chỉ khi z là một số thực khác -1.

Trong các mệnh đề trên có tất cả bao nhiêu mệnh đề **đúng**.

A. 1. **B.** 2. **C.** 0. **D.** 3.

37. Số dân của một thị trấn sau t năm kể từ năm 1970 được ước tính bởi công thức $f(t)=\frac{26t+10}{t+5}$ $f(t)$ tính bằng nghìn người). Xem f là một hàm số xác định trên nửa khoảng $[0;+\infty)$. Đạo hàm của hàm số f biểu thị tốc độ tăng dân số của thị trấn (tính bằng nghìn người/ năm) . (Kết quả tính toán làm tròn đến hàng phần nghìn). Ta xét các khẳng định sau:

(I): Dân số của thị trấn vào năm 1995 là 22000 người.

(II): Tốc độ tăng dân số vào năm 1996 là khoảng 0,125 nghìn người/năm.

(III): Hàm số f đồng biến trên khoảng $(0;+\infty)$.

Trong các khẳng trên có tất cả bao nhiêu khẳng định **đúng**?

A. 0 . **B.** 1 . **C.** 2. **D.** 3 .

38. Cho các khẳng định sau

(I) : Hàm số $y=\log_{\frac{1}{2}}x-\log_{\frac{1}{2}}(x+1)$ nghịch biến trên tập các số thực dương.

(II) : Cho hàm số $f(x)=\ln x$ khi đó $f''(e)=-\frac{1}{e^2}$.

(III) : Hàm số $y=2^{-x}.\left(\frac{1}{\sqrt{6}-\sqrt{5}}\right)^x$ đồng biến trên tập xác định.

(IV) : Hàm số $y=\left(\sqrt{11}-\sqrt{10}\right)^{x}.\left(\sqrt{11}+\sqrt{10}\right)^{x}$ nghịch biến trên tập xác định.

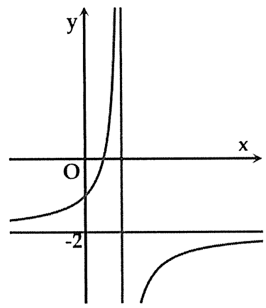
Trong các khẳng định trên có tất cả bao nhiêu khẳng định ***đúng***.

A. 2. **B.** 1 . **C.** 3. **D.** 4.

39. Cho khối lập phương *ABCD.A'B'C'D'*, gọi M là điểm trong đoạn *BB'* sao cho $\frac{BM}{BB'}=k>0$. Gọi (α) là mặt phẳng qua *AM* và song song với *BC*, (α) cắt *CC'* tại *N*. Giá trị của k là bao nhiêu để thể tích khối chóp *A.B'MNC'* bằng $\frac{2}{5}$ thể tích khối lập phương ban đầu?

A. $\frac{1}{5}$ **B.** $\frac{1}{6}$ **C.** $\frac{4}{5}$ **D.** $\frac{5}{6}$

40. Cho hàm số $y=\frac{ax+b}{cx+3}$ trong đó $3a\neq bc; c\neq 0$, có đồ thị như hình bên. Biết đồ thị hàm số có tiệm cận ngang là $y=-2$ và cắt trục hoành tại điểm có hoành độ $x=\frac{1}{2}$ và trục tung tại điểm có tung độ $y=\frac{-1}{3}$ Tính $S=a+b+c$.



A. -2. **B.** $\frac{5}{2}$

C. 0. **D.** $\frac{15}{4}$.

41. Cho biết $a=\log_{15}3$. Phân tích $\log_{25}15=\frac{m}{n+k.a},(m,n,k\in\mathbb{Z},m>0)$. Chọn mệnh đề đúng.

A. $m+n>k$. **B.** $m+n<k$. **C.** $m+n=k$. **D.** $m-n<k$.

42. Tỉ lệ tăng dân số hằng năm ở Việt Nam là 1,05%. Theo số liệu của Tổng Cục Thống Kê, dân số của Việt Nam năm 2016 là 93.421.835 người. Với tốc độ tăng dân số như thế thì dân số Việt Nam năm 2040 sẽ là bao nhiêu?

A.120038350(người) **B.**118791045(người) **C.**120038351(người) **D.**121298754(người)

43. Cho hàm số $y=\frac{1-2x}{1+2x}$ có đồ thị là (C), đường thẳng $d:2x-my-1=0, m\in\mathbb{R}$. Gọi $m_1,m_2\ (m_1<m_2)$ là hai giá trị của tham số m để d cắt (C) tại hai điểm phân biệt A,B nằm ở hai nhánh và tích khoảng cách của A,B đến đường tiệm cận ngang của đồ thị (C) là một số nguyên. Khẳng định nào sau đây là ***đúng*** ?

A. $2m_1+m_2^2=4$ **B.** $m_1^2>5-2m_2$ **C.** $m_2^2>2m_1+3$ **D.** $m_1^2+3=2m_2$

44. Trong không gian *Oxyz*, cho hai mặt phẳng song song $(\alpha):2x-y+2z+2m-5=0$ và $(\beta):2x-y+2z+n+8=0$ (m,n là tham số thực) lần lượt cắt mặt cầu $(S):x^2+y^2+z^2=25$ theo hai đường tròn (C_1), (C_2) sao cho hai đường tròn này là hai đáy của một hình trụ. Tìm giá trị của biểu thức $|2m-n-13|$ khi thể tích của khối trụ tương ứng lớn nhất.

A. $\frac{10\sqrt{3}}{3}$. **B.** $10\sqrt{3}$. **C.** $5\sqrt{3}$. **D.** $\frac{5\sqrt{3}}{3}$.

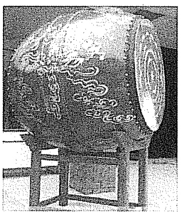
45. Xét một hình lập phương và một mặt cầu. Giả sử hình lập phương có tổng diện tích tất cả các mặt bằng S và mặt cầu có diện tích bằng $2S$. Gọi k là tỉ số thể tích giữa khối cầu và khối lập phương đó $k=\dfrac{V_{cau}}{V_{lap\ phuong}}$. Số k gần với số nào sau đây nhất ?

A. $\dfrac{10}{39}$. **B.** $\dfrac{29}{10}$. **C.** $\dfrac{10}{29}$. **D.** $\dfrac{39}{10}$.

46. Tìm tất cả giá trị của tham số m sao cho đồ thị hàm số $y=2x^3-3(m+1)x^2+6mx$ có 2 điểm cực trị A và B sao cho $AB=\sqrt{2}$.

A. $m=0$. **B.** $m=2$. **C.** Không có m. **D.** $m\in\{0;2\}$.

47. Một cái trống trường mà mỗi mặt trống có đường kính là $0,8$ (mét) và khoảng cách giữa hai mặt trống là $h>0$ (mét). Biết thiết diện vuông góc với trục (đoạn nối 2 tâm của 2 mặt trống) và cách đều hai đáy có bán kính $0,5$ (mét). Biết rằng mặt phẳng chứa trục và cắt mặt xung quanh trống là các đường Parabol và thể tích không khí bên trong trống là $\dfrac{656000\pi}{3}\left(m^3\right)$. Tính h (làm tròn đến 1 chữ số thập phân sau dấu phẩy).



A. $0,5\ m$. **B.** $3,1\ m$. **C.** $1,0\ m$. **D.** $0,7\ m$.

48. Cho số phức $z=\operatorname{Re}(z)+\operatorname{Im}(z).i$ thỏa mãn $\left||z-1|+z-2\right|=\operatorname{Re}z=\operatorname{Im}z$. Hỏi $\left|z\left(1+\bar{z}\right)\right|$ có thể là giá trị nào dưới đây?

A. $\sqrt{10}$ **B.** $\sqrt{2}$ **C.** $\sqrt{5}$ **D.** $3\sqrt{2}$

49. Hiện tại em trai anh Lâm vừa bắt đầu học kì 1 của năm lớp 12 và anh dự định đầu tháng 11 năm 2017 sẽ mở một tài khoản tiết kiệm tại ngân hàng A theo hình thức lãi kép, kỳ hạn một tháng, lãi suất 5,4%/năm, để đến cuối tháng 9 năm 2018 anh chỉ cần góp thêm 4 triệu đồng là có thể vừa vặn đủ khả năng mua cho em trai một chiếc laptop để học đại học.

Cho biết các thông tin sau:

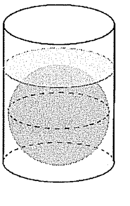
1. Chiếc laptop anh Lâm định mua rớt giá hai lần một năm, một lần vào giữa tháng 2 và một lần vào giữa tháng 9, mỗi lần hạ giá 5%.

2. Trong suốt thời gian gửi tiền, anh Lâm quyết định không rút lãi lần nào, và ngân hàng cho anh biết rằng theo hình thức lãi kép, nếu đến cuối mỗi kỳ hạn mà không rút lãi thì số tiền lãi sẽ được cộng dồn vào vốn cho kỳ kế tiếp.

Hỏi anh Lâm phải gửi vào ngân hàng số tiền tối thiểu là bao nhiêu trong các phương án dưới đây, biết chiếc laptop anh định mua ở thời điểm hiện tại có giá 23.000.000 đồng ?

A. 16.000.000 đồng. **B.** 15.000.000 đồng. **C.** 14.000.000 đồng. **D.** 17.000.000 đồng.

50. Người ta thả một quả bóng hình cầu vào một cốc nước thì mực nước dâng lên tại vị trí cao nhất của quả bóng, nghĩa là mặt nước là mặt phẳng tiếp xúc với quả bóng. Cho biết đường kính đáy cốc là 14 cm và chiều cao mực nước ban đầu là 4 cm. Tính bán kính quả bóng, biết quả bóng không thể chui lọt một ống hình trụ có thiết diện là $50\ cm^2$. (làm tròn tới hàng phần trăm)



A. $2,13\ cm$. **B.** $2,03\ cm$.

C. cả $2,03cm$ và $16,04cm$ đều đúng. **D.** cả $2,13cm$ và $7,31cm$ đều đúng.

ĐỀ SỐ 14

1. Cho số phức $z=6-7i$. Môđun của số phức z là bao nhiêu?

   A. $\sqrt{13}$. **B.** $\sqrt{85}$. **C.** $\sqrt{55}$. **D.** $\sqrt{43}$.

2. Vĩ tuyến của mặt cầu là giao của mặt cầu đó với:

   A. Mặt phẳng đi qua trục của mặt cầu. **B.** Mặt phẳng song song với trục của mặt cầu.

   C. Mặt phẳng vuông góc với trục của mặt cầu. **D.** Nửa mặt phẳng có bờ là trục của mặt cầu.

3. Hàm số $y=\dfrac{2x-1}{1-x}$ có bảng biến thiên nào trong các bảng dưới đây?

A.

x	$-\infty$		1		$+\infty$
y'		$-$	‖	$-$	
y	-2	↘	$-\infty$ ‖ $+\infty$	↘	-2

B.

x	$-\infty$		1		$+\infty$
y'		$+$	‖	$+$	
y	2	↗	$+\infty$ ‖ $-\infty$	↗	2

C.

x	$-\infty$		1		$+\infty$
y'		$+$	‖	$+$	
y	-2	↗	$+\infty$ ‖ $-\infty$	↗	-2

D.

x	$-\infty$		-1		$+\infty$
y'		$+$	‖	$+$	
y	-2	↗	$+\infty$ ‖ $-\infty$	↗	-2

4. Cho $f(x)$ là hàm số bậc 4 trùng phương có đạo hàm là hàm số $g(x)$. Biết rằng $f(x)$ có duy nhất một cực trị, hàm số nào trong các hàm số dưới đây có thể là hàm $g(x)$?

   A. $y=x^4-3x^2+2$. **B.** $y=x^4-16$. **C.** $y=(x-1)^3$. **D.** $y=5x^3$.

5. Cho số phức z có phần thực là 2, phần ảo là -5. Chọn khẳng định ***đúng.***

   A. Số phức $\overline{z}=2-5i$

   B. Số phức $z=-5+2i$

   C. Trong mặt phẳng (Oxy), điểm biểu diễn của số phức z là $M(2;-5)$.

   D. Trong mặt phẳng (Oxy), điểm biểu diễn của số phức z là $M(-5;2)$.

6. Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha):3x-z=0$. Tìm khẳng định ***đúng.***

   A. $(\alpha)//Ox$. **B.** $(\alpha)\supset Oy$. **C.** $(\alpha)//Oy$. **D.** $(\alpha)//(xOz)$.

7. Khẳng định nào dưới đây là đúng về các đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x+2017}{2018-2x}$?

   A. Đồ thị hàm số có tiệm cận ngang là $y=1$, tiệm cận đứng là $x=2018$.

   B. Đồ thị hàm số có tiệm cận ngang là $y=-1$, tiệm cận đứng là $x=2018$.

   C. Đồ thị hàm số có tiệm cận ngang là $y=-1$, tiệm cận đứng là $x=1009$.

   D. Đồ thị hàm số có tiệm cận ngang là $y=1$, tiệm cận đứng là $x=1009$.

8. Tìm tập xác định D của hàm số $y=\log_3\dfrac{\sqrt{x}}{x^2-1}$.

   A. $D=(1;+\infty)$. **B.** $D=(0;\infty)\setminus\{1\}$. **C.** $D=[0;+\infty)\setminus\{1\}$. **D.** $(-\infty;-1)\cup(1;+\infty)$.

9. Tìm khẳng định ***sai*** trong các khẳng định sau ?

A. $\log_{\frac{\sqrt{2}}{3}} a < \log_{\frac{\sqrt{2}}{3}} b \Leftrightarrow a > b$.
B. $\log_2 x < 0 \Leftrightarrow 0 < x < 1$.
C. $\ln(x-2) > 0 \Leftrightarrow x > 3$
D. $\log_{\frac{1}{2}} a = \log_{\frac{1}{2}} b \Leftrightarrow a = b > 0$.

10. Tìm tất cả các hàm số $F(x)$ sao cho $F'(x) = \frac{1}{x^2} + e^{-x}, \forall x \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$.

A. $F(x) = -\frac{1}{x} - e^{-x} + C$.
B. $F(x) = \frac{1}{x} - e^{-x} + C$.
C. $F(x) = -\frac{1}{x} + e^{-x} + C$.
D. $F(x) = -\frac{1}{x} - e^{-x}$.

11. Gọi z_1, z_2 là hai nghiệm của phương trình $z^2 - 2z + 2017 = 0$. Tìm số phức $\omega = z_1 + z_2$?

A. $\omega = 2i$.
B. $\omega = -2$.
C. $\omega = 2017$.
D. $\omega = 2$.

12. Tìm tất cả giá trị của tham số m sao cho hàm số $y = x^3 - 3mx^2 + 12mx - 1$ có đúng 2 điểm cực trị.

A. $m \in (0;4)$.
B. $m \in [0;4]$.
C. $m \in (-\infty;0)$.
D. $m \in (-\infty;0) \cup (4;+\infty)$.

13. Tính thể tích của khối chóp tứ giác đều có cạnh đáy bằng a và góc giữa mặt bên và đáy là $45°$.

A. $\frac{a^3}{3}$.
B. $\frac{a^3\sqrt{2}}{6}$.
C. $\frac{a^3\sqrt{2}}{3}$.
D. $\frac{a^3}{6}$.

14. Trên khoảng $(-\infty;2)$, hàm số $y = \ln(2-x)$ là một nguyên hàm của hàm số sau đây ?

A. $y = \frac{1}{x-2} + C$.
B. $y = \frac{1}{x-2}$.
C. $y = (x-2).\ln(2-x) - x + C$.
D. $y = (x-2).\ln(2-x) - x$.

15. Cho hình nón tròn xoay có thiết diện qua trục là một tam giác đều có diện tích bằng $4\sqrt{3}\,(cm^2)$ Tính thể tích V khối nón trên.

A. $\frac{4\pi\sqrt{3}}{3}\,(cm^3)$.
B. $\frac{8\pi\sqrt{3}}{3}\,(cm^3)$.
C. $4\pi\sqrt{3}\,(cm^3)$.
D. $8\pi\sqrt{3}\,(cm^3)$.

16. Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ (không phải hình lập phương). Cặp hình nào sau đây **không** bằng nhau?

A. $A.A'B'C'D'$ và $C'.ABCD$.
B. $A'ABC$ và $A'ABD$.
C. $BB'DD'$ và $AA'C'C$.
D. $A'AB.D'DC$ và $A'BB'.D'CC'$.

17. Cho tham số thực m $(m > 1)$. Tính theo m giá trị của tích phân $I = \int_1^m \frac{\log x}{x} dx$

A. $I = \frac{m^2 - 1}{2\ln 10}$.
B. $I = \log m$.
C. $I = \frac{\ln^2 m}{2\ln 10}$.
D. $\frac{\ln^2 m}{2}$.

18. Trong không gian với hệ tọa độ *Oxyz*, cặp vectơ nào sau đây ngược hướng ?

A. $\vec{a} = (1;-\log 100;1)$ và $\vec{b} = (-e^{\ln 2};4;-2)$.
B. $\vec{a} = (1;2;1)$ và $\vec{b} = (3;6;3)$.
C. $\vec{a} = \left(1;\log_{\frac{1}{4}} 4;1\right)$ và $\vec{b} = (2;4;e^{\ln 2})$.
D. $\vec{a} = \left(-1;\log_4 \frac{1}{4};1\right)$ và $\vec{b} = (2;4;2)$.

19. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định và liên tục trên các khoảng $(-\infty;-1)$, $(-1;+\infty)$ và có bảng biến thiên

x	$-\infty$		-4		-1		2		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	||	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$ ↗		-11	↘ $-\infty$	|| $+\infty$	↘	1	↗	$+\infty$

Trong các khẳng định sau, khẳng định nào ***đúng***.

A. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-4;2)$.

B. Hàm số đồng biến trên khoảng $(3;6)$.

C. Hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-\infty;-1)$ và $(-1;2)$.

D. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;-4)\cup(2;+\infty)$.

20. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho 5 điểm $A(1;2;3)$, $B(0;-1;2)$, $C(-2;3;1)$, $D(-1;6;2)$ và $E(0;1;0)$. Bốn điểm nào sau đây trong 5 điểm trên đồng phẳng ?

A. A,B,C,D . **B.** A,B,C,E . **C.** B,C,D,E . **D.** A,B,D,E.

21. Giải phương trình $2\sqrt{2}x^2+2\sqrt{5}x-1+2\sqrt{2}=0$ trên tập số phức thu được nghiệm z_1,z_2. Biết z_2 là số phức có phần ảo âm. Tính P là tích phần thực và phần ảo của z_2 .

A. $P=-\dfrac{\sqrt{10}-\sqrt{5}}{8}$. **B.** $P=\dfrac{\sqrt{10}-\sqrt{5}}{8}i$. **C.** $P=\dfrac{\sqrt{10}-\sqrt{5}}{8}$. **D.** $P=-\dfrac{\sqrt{10}-\sqrt{5}}{2}i$.

22. Tọa độ hình chiếu của điểm M(2;3;1) lên trục Ox là:

A. N(2;0;1). **B.** N(2;3;1). **C.** N(1;3;2). **D.** N(2;0;0).

23. Cho đồ thị hàm số $(C): y=\dfrac{2x-1}{x+1}$ và đường thẳng $d: y=x-1$. Biết rằng $A(x_1;y_1)$, $B(x_2;y_2)$,$(x_1>x_2)$ lần lượt là 2 giao điểm giữa (C) và d. Tính giá trị x_1-2y_2.

A. 0. **B.** -2. **C.** 4. **D.** -3.

24. Hàm số $y=\log_2\left(2x^3-3x^2+1\right)$ có tập xác định là gì?

A. $D=(1;\infty)$. **B.** $D=\left(\dfrac{1}{2};1\right)$.

C. $D=\left(-\infty;\dfrac{1}{2}\right)\cup(1;+\infty)$ **D.** $D=\left(\dfrac{-1}{2};+\infty\right)\setminus\{1\}$

25. Rút gọn biểu thức $A=\dfrac{ab-b^2}{a^{\frac{3}{2}}+a.b^{\frac{1}{2}}}$ với $a,b>0$.

A. $A=\dfrac{b}{a}\left(a^{\frac{1}{2}}-b^{\frac{1}{2}}\right)$. **B.** $A=\dfrac{b}{a}\left(a^{\frac{1}{2}}+b^{\frac{1}{2}}\right)$.

C. $A=\dfrac{b}{a^2}\left(a^{\frac{1}{2}}-b^{\frac{1}{2}}\right)$. **D.** $A=\dfrac{b}{a^2}\left(a^{\frac{1}{2}}+b^{\frac{1}{2}}\right)$.

26. Trong không gian với hệ tọa độ *Oxyz*, cho mặt cầu $(S):(x-1)^2+(y-2)^2+(z+1)^2=49$. Hỏi qua điểm $A(3;5;-8)$ có bao nhiêu tiếp tuyến của mặt cầu (S)?

A. 1. **B.** 2. **C.** vô số. **D.** 0.

27. Tính đạo hàm của hàm số $y=\sqrt[5]{\tan(kx)}$ với k là tham số.

A. $y'=\dfrac{1}{5\sqrt[5]{\tan^4 kx}}$.

B. $y'=\dfrac{k}{5}\left(1-\tan^2 kx\right)\sqrt[5]{\tan^4 kx}$.

C. $y'=\dfrac{k\left(1+\tan^2 kx\right)}{5\sqrt[5]{\tan^4 kx}}$.

D. $y'=\dfrac{k}{5}\left(1+\tan^2 kx\right)\sqrt[5]{\tan^4 kx}$.

28. Cho biết $\log_a b=x$. Phân tích $\log_{\frac{\sqrt{b}}{a}}\dfrac{b^3}{a^2}=\dfrac{ax-b}{x-2},(a;b\in N)$.Tính $a-b$.

A. 10. **B.** -2. **C.** 2. **D.** 0.

29. Tính diện tích S hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=\begin{cases} x^2-2x & ,x\le 1\\ k(x-1)-1 & ,x>1\end{cases}$ với tham số $k>0$ và trục Ox.

A. $S=\dfrac{(k+1)^2}{2k}-\dfrac{k}{2}-\dfrac{1}{3}$.

B. $S=\dfrac{(k+1)^2}{2k}-\dfrac{k}{2}-\dfrac{4}{3}$.

C. $S=\dfrac{(k+1)^2}{k}-\dfrac{k}{2}+\dfrac{2}{3}$.

D. $S=\dfrac{(k+1)^2}{k}-\dfrac{k}{2}-\dfrac{4}{3}$.

30. Gọi M,m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=f(x)=\begin{cases}\dfrac{\sqrt{x}}{2x+3}, & x\ge 0\\ x^2+x, & x<0\end{cases}$ trên đoạn $[-1;2]$. Tính $P=M^2-m^2$.

A. $S=\dfrac{-9}{400}$. **B.** $S=\dfrac{1}{24}$. **C.** $S=\dfrac{1}{48}$. **D.** $S=\dfrac{-73}{2304}$.

31. Cho tứ diện $ABCD$ với $A(3;5;-1),B(7;5;3),C(9;-1;5),D(5;3;-3)$. Hỏi có bao nhiêu mặt phẳng cách đều bốn đỉnh của tứ diện đó.

A. 4 . **B.** 6 . **C.** 7 . **D.** 1 .

32. Một vật chuyển động với vận tốc $v(t)=2500-5t\,(m/s)$. Quãng đường vật đi được từ lúc bắt đầu đến khi dừng lại là bao nhiêu ?

A. 500(m). **B.** 25000(m). **C.** 62500(m). **D.** 625000(m)

33. Biết tích phân $I=\int\limits_0^3\dfrac{-7dx}{2(x^2+3)}=\dfrac{m\pi}{n\sqrt{3}},(m,n\in\mathbb{Z},m>0)$, với $\dfrac{m}{n}$ là phân số tối giản. Chọn khẳng định ***đúng***.

A. $m-n^2=0$. **B.** $m-n^2>0$. **C.** $m^2+10n<0$. **D.** $m^2-n=0$.

34. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để đồ thị hàm số $y=\dfrac{\sqrt{x^2+2x+3}-mx}{x+2}$ có đúng hai đường tiệm cận ngang .

A. $\forall m \in \mathbb{R}$. **B.** $m=-1$. **C.** $m=-1; m=1$. **D.** $m=0$.

35. Cho $f(x)=\dfrac{4^x}{4^x+2}$. Tính tổng $S=f\left(\dfrac{1}{2017}\right)+f\left(\dfrac{2}{2017}\right)+.....+f\left(\dfrac{2016}{2017}\right)$

A. 1008 . **B.** 1020 . **C.** 1012 . **D.** 1002 .

36. Cho hàm số $y=f(x)=x^3-3x+1$ có bảng biến thiên sau:

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	2	$\searrow$	-1	$\nearrow$	$+\infty$

Tìm tập hợp các giá trị của tham số thực m để phương trình $f(x)-2m+1=0$ có 2 nghiệm thực dương phân biệt.

A. $m \in \left\{0;\dfrac{3}{2}\right\}$. **B.** $m \in (-1;1)$. **C.** $m \in [0;1)$. **D.** $m \in (0;1)$.

37. Cho khối lăng trụ đứng ABC.A'B'C' có đáy ABC là tam giác vuông cân tại B, $A'A=AB=2a$. Tính bán kính mặt cầu ngoại tiếp khối lăng trụ trên.

A. $3a$. **B.** $2a\sqrt{2}$. **C.** $a\sqrt{7}$. **D.** $2a\sqrt{3}$.

38. Tính thể tích khối lập phương ABCD.A'B'C'D' theo a biết khoảng cách từ A đến mặt phẳng (A'CD) bằng a

A. $\dfrac{a^3}{8}$. **B.** $8a^3$. **C.** $3a^3\sqrt{3}$. **D.** $2a^3\sqrt{2}$.

39. Cho các mệnh đề sau:

(1) Nếu z_1, z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $ax^2+bx+c=0, a\neq 0, a,b,c\in\mathbb{R}$ thì $z_1+z_2=\dfrac{b}{a}$ và $z_1z_2=\dfrac{c}{a}$.

(2) Hai điểm biểu diễn nghiệm phức của phương trình $ax^2+bx+c=0, a\neq 0, a,b,c\in\mathbb{R}$ luôn đối xứng với nhau qua trục Ox.

(3) Phương trình $ax^2+bx+c=0, a\neq 0, a,b,c\in\mathbb{R}$ luôn có hai nghiệm phức phân biệt.

(4) Bốn điểm biểu diễn nghiệm phức của phương trình $x^4=1$ tạo thành 4 đỉnh của một hình vuông.

Có bao nhiêu mệnh đề ***đúng*** trong các mệnh đề trên?

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

40. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(1;-2;-3), B(4;2;-3), C(1;-1;3)$. Biết $C'(a,b,c)$ là tọa độ hình chiếu vuông góc của C lên đường thẳng AB. Tính $a+b+c$.

A. $\dfrac{-128}{25}$. **B.** $\dfrac{-81}{25}$. **C.** 3 . **D.** $\dfrac{-72}{25}$.

41. Giả sử bạn muốn mua một căn nhà trị giá 5 tỷ (đồng) sau 5 năm. Vậy ngay từ bây giờ bạn phải gửi tiết kiệm vào ngân hàng theo thể thức lãi kép số tiền ít nhất là bao nhiêu để có thể đủ mua nhà, biết rằng lãi suất hàng năm trong 3 năm đầu tiên là 8% và 2 năm sau đó là 9%?

A. 2.281 tỷ (đồng). **B.** 3,43 tỷ (đồng) **C.** 3,34 tỷ (đồng). **D.** 2,29 tỷ (đồng).

42. Giả sử bạn gửi vào ngân hàng Vietbank số tiền là m (triệu đồng) kỳ hạn 1 năm. Biết rằng lãi suất 6 tháng đầu là 0,9%/tháng; 6 tháng tiếp theo là 1,1%/tháng. Trong quá trình gửi bạn không rút tiền ra. Hỏi sau một năm để có thể mua một chiếc xe trị giá 30 triệu được giảm giá 20% thì số tiền ban đầu ít nhất bạn cần gửi vào có thể là giá trị nào dưới đây?

A. 19(triệu đồng). **B.** 22 (triệu đồng). **C.** 21 (triệu đồng). **D.** 6 (triệu đồng).

43. Trong một quần thể sinh vật, người ta nghiên cứu hai loài A và B. Tại thời điểm ban đầu, số lượng của A và B lần lượt là N_0 và $2N_0$ con. Biết cứ sau một tháng thì loài A có số lượng tăng lên gấp đôi còn loài B thì có số lượng tăng thêm $6N_0$ con. Hỏi sau bao nhiêu tháng thì số lượng ở hai loài là bằng nhau?

A. 5. **B.** 4. **C.** 3. **D.** 2.

44. Cho các số phức z thỏa mãn $|z|=4$ và số phức w thỏa $w=(3+4i)z+i$. Tìm giá trị lớn nhất của mô đun w.

A. $M=19$. B. $M=21$. C. $M=4$. D. $M=40$.

45. Người ta tạo ra những chiếc nón từ một miếng bìa hình tròn đường kính 32 cm bằng một trong 2 phương án sau:

Phương án 1: Chia miếng bìa thành 3 hình quạt bằng nhau rồi cuộn mỗi hình quạt lại thành một chiếc nón có thể tích V_1.

Phương án 2: Chia miếng bìa thành 6 hình quạt bằng nhau rồi cuộn mỗi hình quạt lại thành một chiếc nón có thể tích V_2.

Gọi V, V' lần lượt là tổng thể tích của những chiếc nón tạo ra theo phương án 1 và phương án 2. Khẳng định nào ***đúng*** trong các khẳng định sau.

A. $V_1=\frac{1}{2}V_2$. **B.** $V=V'$. **C.** $V_1=\frac{1}{3}V_2$. **D.** $V>V'$.

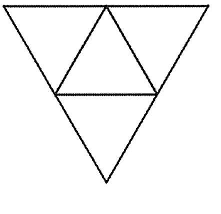
46. Cho hàm số $y=x^3-3x^2+m^2-m+1$ (1), với m là tham số thực. Biết rằng có hai giá trị m_1,m_2 của tham số m để đồ thị hàm số (1) có hai điểm cực trị là A và B sao cho diện tích tam giác ABC bằng 7, với điểm $C(-2;4)$. Hỏi m_1+m_2 bằng bao nhiêu?

A. -1. **B.** -3. **C.** 1. **D.** 2.

47. Trong không gian với hệ tọa độ *Oxyz*, cho mặt cầu $(S):(x-2)^2+(y+1)^2+(z-5)^2=169$ và một điểm $A(6;4;-15)$ nằm ngoài mặt cầu. Tập hợp các tiếp tuyến của (S) qua A tạo thành một mặt nón và tập hợp tiếp điểm tương ứng của (S) là đường tròn (C). Xét hình nón có mặt xung quanh là mặt nón nói trên và đáy là đường tròn (C), tính thể tích khối nón tương ứng *(kết quả làm tròn đến hàng phầm trăm)*.

A. $3716,50$. **B.** $1413,82$. **C.** 11,34. **D.** $339,09$.

48. Người ta gấp một miếng bìa hình tam giác như hình để tạo thành một tứ diện đều. Biết thể tích của khối tứ diện là $\frac{16\sqrt{2}}{3}$ (cm^3). Tính chiều dài cạnh của miếng bìa.



A. $4\ cm$. **B.** $8\ cm$.

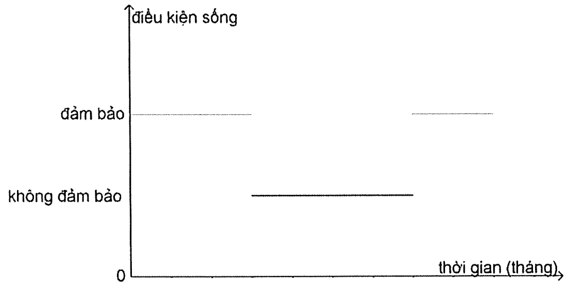
C. $4\sqrt{3}\ cm$. **D.** $8\sqrt{3}\ cm$.

49. Biết $I=\int_0^{\frac{\pi}{4}}\frac{\ln(\sin x+2\cos x)}{\cos^2 x}dx=a\ln 3-b\ln 2-c\frac{\pi}{4}$, với $a,b,c\in\mathbb{Q}$. Tìm khẳng định nào ***đúng***.

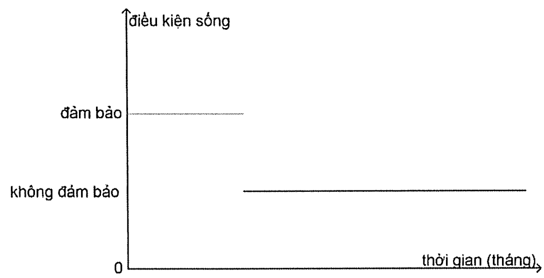
A. $abc>10$ B. $a+b+c>5$ C. $a^2+b^2+c^2>18$ D. $a-b-c>2$

50. Cho một ao cá có đặc điểm cứ sau mỗi tháng thì số cá trong ao tăng gấp đôi số cá trước đó. Để đảm bảo điều kiện sống cho bầy cá, các kỹ sư cho biết ở thời điểm t (tính theo tháng) thì số cá trong ao không được vượt quá giá trị của hàm số y = 3000t + 1500. Biết rằng ở đầu tháng thứ nhất (ứng với t = 0) thì số cá trong ao là 300 con. Biểu đồ nào dưới đây mô tả chính xác nhất về điều kiện sống của bầy cá theo thời gian?

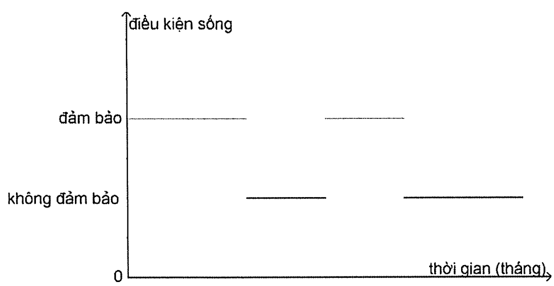
A.



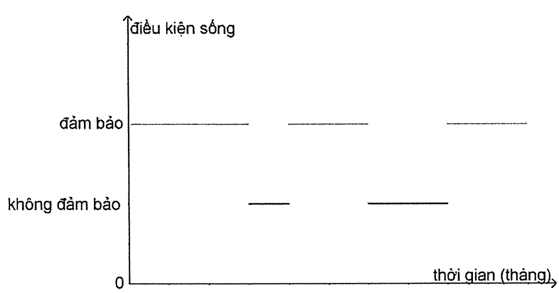
B.



C.



D.



ĐỀ SỐ 15

1. Cho hai số phức $z_1=(a+b)-(c+d)i$ và $z_2=(a-bi)+(c-di)$ với $a,b,c,d\in\mathbb{R}$. Tìm $z=z_1+z_2$

   A. $z=2a-2di$.
   B. $z=(2a+b+c)-(c+b+2d)i$.
   C. $z=(2a+b+c)-(c+b)i$.
   D. $z=(2a+b+c)+(c-b)i$.

2. Tìm số phức $\omega=z+1+i$ biết số phức z thỏa mãn $\bar{z}=-1+i$.

   A. $\omega=2i$. **B.** $\omega=-2$. **C.** $\omega=2+2i$. **D.** $\omega=0$.

3. Cho phương trình : $5^{x^2-3x+8}=25^{2x+1}$, khi đó tìm tập nghiệm của phương trình.

   A. $S=\{1;6\}$.
   B. $S=\varnothing$.
   C. $S=\left\{\frac{7-\sqrt{133}}{6};\frac{7+\sqrt{133}}{6}\right\}$.
   D. $S=\{-1;-6\}$.

4. Cho tam giác ABC vuông tại A $(AB<AC)$. Khi đó thể tích V của khối nón tròn xoay khi quay tam giác CBA quanh trục AC được tính theo công thức nào?

   A. $V=\frac{1}{3}\pi AC^2.AB$.
   B. $V=\pi AC^2AB$.
   C. $V=\frac{1}{3}\pi AB^2.AC$.
   D. $V=\pi AB^2AC$.

5. Trong không gian với hệ tọa độ *Oxyz*, tìm tọa trọng tâm G của tam giác ABC, biết rằng $A(x_A;y_A;z_A)$, $B(x_B;y_B;z_B)$, $C(x_C;y_C;z_C)$.

   A. $G\left(\frac{x_A+x_B+x_C}{2};\frac{y_A+y_B+y_C}{2};\frac{z_A+z_B+z_C}{2}\right)$.
   B. $G\left(\frac{x_A+x_B+x_C}{4};\frac{y_A+y_B+y_C}{4};\frac{z_A+z_B+z_C}{4}\right)$.
   C. $G\left(\frac{x_A+x_B+x_C}{3};\frac{y_A+y_B+y_C}{3};\frac{z_A+z_B+z_C}{3}\right)$.
   D. $G\left(\frac{x_A+x_B+x_C}{6};\frac{y_A+y_B+y_C}{6};\frac{z_A+z_B+z_C}{6}\right)$.

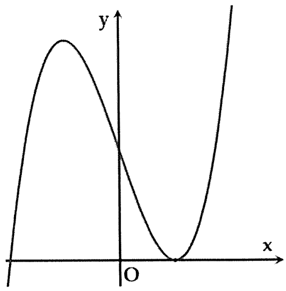
6. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào là ***sai***?

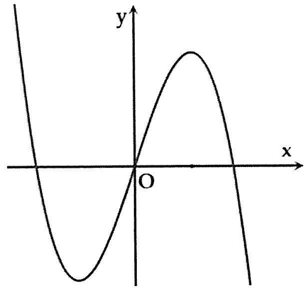
   A. Nếu $a,b>1$ thì $\log_a b$ xác định.
   B. $\log_{a^m} b^n=\frac{n}{m}\log_a b$ với mọi $a,b>0,a\neq1$ và $m,n\in\mathbb{R}$.
   C. $\log_a b.\log_b a=1$ với mọi $a,b\in(0;+\infty)\setminus\{1\}$.
   D. $\log_a(b.c)=\log_a b+\log_a c$ với $a,b,c>0$ và $a\neq1$.

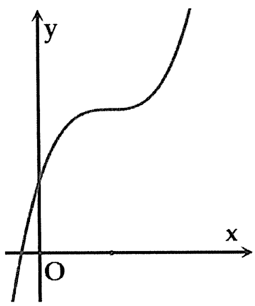
7. Trong các hàm số sau đây, hàm số nào đồng biến trên khoảng $(-1;0)$?

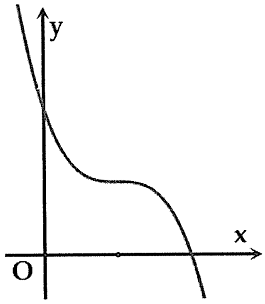
   A. $y=\frac{-x+2}{x}$. **B.** $y=x^4-2x^2+3$. **C.** $y=-x^3+9$. **D.** $y=-3x+2017$.

8. Hàm số $y=-x^3+3x^2-3x+2$ có đồ thị là hình nào dưới đây?

A. 

B. 

C. 

D. 

9. Tính nguyên hàm $F(x)=\int\left(2^{-x}+\sin 2x\right)dx$.

A. $F(x)=\dfrac{2^{-x}}{\ln 2}-\dfrac{1}{2}\cos 2x+C$

B. $F(x)=\dfrac{2^{-x}}{\ln 2}+\cos 2x+C$

C. $F(x)=-\dfrac{2^{-x}}{\ln 2}-\dfrac{1}{2}\cos 2x+C$

D. $F(x)=-\dfrac{2^{-x}}{\ln 2}+2\cos 2x+C$

10. Xét các mệnh đề sau.

(I): Cho hàm số f có đạo hàm trên khoảng $(a;b)$.Nếu $f'(x)>0,\forall x\in(a;b)$ thì hàm số $f(x)$ đồng biến trên $(a;b)$.

(II): Giả sử hàm số f có đạo hàm trên khoảng $(a;b)$. Nếu $f'(x)\ge 0,\forall x\in(a;b)$ và $f'(x)=0$ chỉ tại một số hữu hạn điểm của $(a;b)$ thì hàm số f đồng biến trên khoảng $(a;b)$.

(III) Nếu hàm số f liên tục trên đoạn $[a;b]$ và có đạo hàm $f'(x)<0$ trên khoảng $(a;b)$ thì f sẽ nghịch biến trên đoạn $[a;b]$.

Trong các mệnh đề trên, có tất cả bao nhiêu mệnh đề ***đúng.***

A. 0 . **B.** 1 . **C.** 2 . **D.** 3 .

11. Trong không gian với hệ tọa độ *Oxyz,* cho hình hộp *ABCD.A'B'C'D'* có tọa độ các đỉnh $A(0;0;0)$, $B(1;0;2)$, $D(0;2;0)$, $C'(3;5;2)$. Tìm tọa độ đỉnh A'.

A. $A'(2;3;0)$. **B.** $A'(3;2;0)$. **C.** $A'(2;0;3)$. **D.** $A'(2;2;3)$.

12. Trong mặt phẳng *Oxy*, tìm tập hợp điểm *M* biểu diễn số phức z thỏa $|z-1+i|=|\bar{z}|$:

A. Hai số phức $z=-\dfrac{1}{2}-\dfrac{1}{2}i$ và $z=\dfrac{1}{2}-\dfrac{1}{2}i$.

B. Đường thẳng $x-y-1=0$.

C. Parabol $x=y^2+y+1$.

D. Đường tròn tâm $I(-1;1)$, bán kính 1.

13. Trong không gian với hệ tọa độ *Oxyz*, cho $\overrightarrow{OA}=2\vec{j}-\vec{k};\overrightarrow{OB}=\vec{i}+\vec{j}$ với O là gốc tọa độ. Tìm tọa độ vector $\overrightarrow{AB}$.

A. $\overrightarrow{AB}=(1;1;1)$. **B.** $\overrightarrow{AB}=(-1;-1;-1)$. **C.** $\overrightarrow{AB}=(1;1;-1)$. **D.** $\overrightarrow{AB}=(1;-1;1)$.

14. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, gọi (P) là mặt phẳng chứa trục Ox và vuông góc với mặt phẳng $(Q):x+y+2z-9=0$. Phương trình mặt phẳng (P) là:

A. $2y-z=0$. **B.** $-4y+2z+1=0$. **C.** $y-z-1=0$. **D.** $y-2z=0$.

15. Hàm số $y=\sin 2x+\cos 2x$ đạt cực tiểu tại các điểm nào dưới đây?

A. $x=\frac{-3\pi}{8}+\frac{k\pi}{2},k\in\mathbb{Z}$.

B. $x=\frac{-3\pi}{8}+k\pi,k\in\mathbb{Z}$.

C. $x=\frac{\pi}{8}+k\pi,k\in\mathbb{Z}$.

D. $x=\frac{-3\pi}{4}+k\pi,k\in\mathbb{Z}$.

16. Đường thẳng $x=-1$ là đường tiệm cận của đồ thị hàm số nào sau đây ?

A. $y=\frac{-3x+4}{3+x}$. **B.** $y=\frac{x^2-1}{x+1}$. **C.** $y=\frac{x^2+1}{1-x^2}$. **D.** $y=\frac{-x+2}{x-1}$.

17. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng Δ. Xét các điều kiện sau đây:

(1) Δ đi qua $A(1;2;3)$ và vuông góc với vec tơ $\vec{n}=(3;2;1)$.

(2) Δ đi qua hai điểm $A(1;2;3),B(3;2;1)$.

(3) Δ là đường trung trực của đoạn AB biết $A(1;2;3),B(3;2;1)$.

(4) Δ là nằm trong mặt phẳng (Oyz) và song song với trục Oy.

Có bao nhiêu điều kiện đủ để viết được phương trình đường thẳng Δ?

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

18. Cho số phức $z=a+bi$ và số phức w thỏa mãn $w^2=z$. Khẳng định nào sau đây là **đúng**?

A. $w=\sqrt{a}\pm\sqrt{b}i$.

B. $|w|=\sqrt{|z|}$.

C. $w=a^2-b^2-2abi$.

D. $w=a^2\pm b^2 i$.

19. Với $x\in(2;+\infty)$, hàm số $y=\ln\left(x^2-4\right)$ là một nguyên hàm của hàm số nào sau đây ?

A. $y=\frac{2x}{x^2-4}+C\,(C>0)$.

B. $y=x\ln\left(x^2-4\right)-2x+\frac{1}{2}\ln\left(\frac{x-2}{x+2}\right)+C$.

C. $y=x\ln\left(x^2-4\right)-2x+\frac{1}{2}\ln\left(\frac{x-2}{x+2}\right)$.

D. $y=\frac{2x}{x^2-4}$.

20. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên

x	$-\infty$		-3		1		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	31	$\searrow$	-1	$\nearrow$	$+\infty$

Trong các khẳng định sau, khẳng định nào ***sai***?

A. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(2;5)$.

B. Hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty;-3);(1;+\infty)$.

C. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-3;1)$.

D. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-10;-1)$.

21. Gọi D tập xác định của hàm số $y=\log_5\left(9-3^{\sqrt{x-1}}\right)$. Biết $D=[a,b)$, tính $H=b-a$.

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

22. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B, $BC=a$, đường thẳng $A'B$ tạo với đáy một góc $30°$ và tam giác $A'BC$ có diện tích bằng $a^2\sqrt{3}$. Tính thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ theo a.

A. $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{2}$. **B.** $3a^3\sqrt{3}$. **C.** $\dfrac{3a^3\sqrt{3}}{2}$. **D.** $\dfrac{2a^3\sqrt{3}}{3}$.

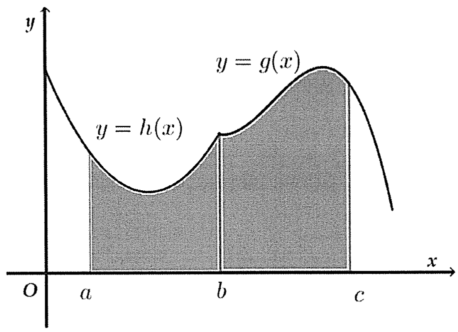
23. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Biết rằng thể tích của khối chóp $ACB'D'$ bằng V. Tính thể tích của khối lập phương $ABCD.A'B'C'D'$.

A. $6V$. **B.** $3V$. **C.** $2V$. **D.** $\dfrac{V}{3}$.

24. Rút gọn $A=\dfrac{a^{\frac{3}{2}}-b^{\frac{3}{2}}}{a+(ab)^{\frac{1}{2}}+b}-\dfrac{a^{\frac{3}{2}}+b^{\frac{3}{2}}}{a-(ab)^{\frac{1}{2}}+b}$ với $a,b>0$.

A. $-b$. **B.** $-2b^{\frac{1}{2}}$. **C.** $2a^{\frac{1}{2}}$. **D.** a.

25. Cho hàm số $y=f(x)=\begin{cases}h(x), x<b\\ g(x), x\ge b\end{cases}$ có đồ thị như hình vẽ. Viết công thức tính thể tính phần hình phẳng tô đậm khi quay quanh trục Ox.



A. $V=\int_a^b|h(x)|dx+\int_b^c|g(x)|dx$

B. $V=\pi\int_a^c\left(h(x)+g(x)\right)^2dx$.

C. $V=\pi\int_a^b\left(h(x)\right)^2dx+\pi\int_b^c\left(g(x)\right)^2dx$.

D. $V=\pi\int_a^c\left(\left(h(x)\right)^2+\left(g(x)\right)^2\right)dx$.

26. Tính thể tích khối trụ (T). Biết thiết diện qua trục của (T) là hình vuông ABCD có đường chéo bằng $4a\sqrt{2}$.

A. $16\pi a^3$. **B.** $\dfrac{16\pi a^3}{3}$. **C.** $64\pi a^3$. **D.** $\dfrac{64\pi a^3}{3}$.

27. Tìm đạo hàm của hàm số $y=x.3^{\sin x}$.

A. $y'=3^{\sin x}+x.3^{\sin x}\ln 3$. **B.** $y'=3^{\sin x}-x.3^{\sin x}\ln 3.\cos x$.

C. $y'=3^{\sin x}+x.3^{\sin x}\cos x$ **D.** $y'=3^{\sin x}+x.3^{\sin x}\ln 3.\cos x$.

28. Giả sử bạn có hộp quà hình nón không nắp hình dạng và kích thước cố định, bên trong chứa vừa khít một ống trụ đựng đầy các hạt phát quang hình cầu đồng chất, kích cỡ như nhau và không bị biến dạng khi va chạm. Hãy ước lượng thể tích ống trụ đó sao cho số hạt phát quang chứa được là nhiều nhất để tặng người mà bạn thích. Kết quả làm tròn đến chữ số thứ hai sau dấu phẩy. Biết rằng hộp quà hình nón diện tích phần vật liệu làm bề mặt là $8\pi\left(cm^2\right)$, đồng thời đường cao nón bằng $\sqrt{3}$ lần bán kính đáy.

A. $3,51\left(cm^3\right)$. **B.** $11,17\left(cm^3\right)$. **C.** $6,45\left(cm^3\right)$. **D.** $6,08\left(cm^3\right)$.

29. Cho hàm số $f\left(x\right)=\dfrac{\log_2 x}{\log_2 x+1}$.

Tính tổng: $S=f\left(2^{-100}\right)+f\left(2^{-99}\right)+...+f\left(2^{-2}\right)+f\left(2^{0}\right)+f\left(2^{1}\right)+...+f\left(2^{98}\right)$.

A. $S=99$. **B.** $S=100$. **C.** $S=200$. **D.** $S=198$.

30. Cho hàm số $y=\dfrac{x+3}{x-3}$ có đồ thị là $\left(C\right)$. Gọi $M\left(a;b\right)$ là điểm nằm trên $\left(C\right)$ sao cho tổng khoảng cách từ M đến hai tiệm cận bằng tích khoảng cách từ M đến hai trục tọa độ. Tìm khẳng định ***đúng*** trong các khẳng định dưới đây cho mối quan hệ của a,b ?

A. $2a^2-3b^2=12$ **B.** $3a-2b=12$ **C.** $2a-3b=12$ **D.** $3a^2-2b^2=12$

31. Cho hàm số $y=\dfrac{2x-1}{x+2}$ có đồ thị là $\left(H\right)$. Chỉ ra một phép biến hình biến $\left(H\right)$ thành $\left(H'\right)$ có tiệm cận ngang là $y=3$ và có tiệm cận đứng $x=-3$.

A. Ta tịnh tiến $\left(H\right)$ song song với trục Oy lên trên 1 đơn vị, sau đó tịnh tiến song song với trục Ox về bên trái 1 đơn vị .

B. Ta tịnh tiến $\left(H\right)$ song song với trục Oy xuống dưới 1 đơn vị, sau đó tịnh tiến song song với trục Ox về bên phải 1 đơn vị.

C. Ta tịnh tiến $\left(H\right)$ song song với trục Oy lên trên 1 đơn vị, sau đó tịnh tiến song song với trục Ox về bên trái 5 đơn vị .

D. Ta tịnh tiến $\left(H\right)$ song song với trục Oy xuống dưới 1 đơn vị, sau đó tịnh tiến song song với trục Ox về bên trái 1 đơn vị .

32. Kết quả của tích phân $I=\displaystyle\int_{\frac{2016^{4032}+1}{2016^{4032}-1}}^{\frac{2017^{4034}+1}{2017^{4034}-1}}\sqrt{\frac{x+1}{\left(x-1\right)^5}}dx$ là:

A. $-\dfrac{1}{3}\left(2017^{6051}-2016^{6048}\right)$ **B.** $-\dfrac{4}{3}\left(2017^{6051}-2016^{6048}\right)$

C. $-\dfrac{2}{3}\left(2017^{4034}-2016^{4032}\right)$ **D.** $-\dfrac{4}{3}\left(2017^{2017}-2016^{2016}\right)$

33. Trong không gian *Oxyz*, cho tứ diện đều $SABC$ có tọa độ các đỉnh là $A\left(3;-3;1\right),B\left(0;0;1\right)$, $C\left(0;-3;4\right)$ và $S\left(3;0;4\right)$. Biết rằng $S.ABC$ ngoại tiếp mặt cầu (*R*). Viết phương trình mặt cầu $\left(R\right)$.

A. $\left(R\right):\left(x-\dfrac{3}{2}\right)^2+\left(y+\dfrac{3}{2}\right)^2+\left(z-\dfrac{5}{2}\right)^2=\dfrac{27}{4}$. **B.** $\left(R\right):\left(x-\dfrac{1}{2}\right)^2+\left(y+\dfrac{5}{2}\right)^2+\left(z-\dfrac{3}{2}\right)^2=\dfrac{3}{4}$.

C. $\left(R\right):\left(x-\dfrac{3}{2}\right)^2+\left(y+\dfrac{3}{2}\right)^2+\left(z-\dfrac{5}{2}\right)^2=\dfrac{3}{4}$. **D.** $\left(R\right):\left(x-\dfrac{1}{2}\right)^2+\left(y+\dfrac{5}{2}\right)^2+\left(z-\dfrac{3}{2}\right)^2=\dfrac{27}{4}$.

34. Biết rằng số phức z thỏa mãn $|z+1-5i|=|\overline{z}+3-i|$ và $|z-4-10i|$ có mô đun nhỏ nhất. Tìm phần ảo của số phức liên hợp của $w=5z^2-4z$?

A. 6 . **B.** -1 . **C.** -6. **D.** 1

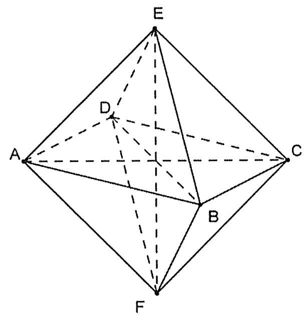
35. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông cân đỉnh C , $A'C=a$. Gọi x là góc giữa hai mặt phẳng $(A'CB)$ và (ABC) để thể tích khối chóp $A'.ABC$ lớn nhất . Tính thể tích lớn nhất của khối chóp $A'.ABC$ theo a .

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$. **B.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{9}$. **C.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{27}$. **D.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{81}$.

36. Biết $\int\frac{3x-4}{2x^2+3x-5}dx=m.\ln|x-1|+n.\ln|2x+5|+C$, m,n là số hữu tỉ. Tính $m+n$

A. $\frac{3}{2}$ **B.** $\frac{25}{14}$ **C.** $\frac{5}{3}$ **D.** $\frac{22}{7}$.

37. Cho khối bát diện đều $ABCDEF$ cạnh a như hình vẽ. Gọi G,H lần lượt là trung điểm của ED và AD. Tính diện tích S của thiết diện của mặt phẳng (BGH) với khối bát diện.



A. $S=\frac{a^2\sqrt{19}}{48}$. **B.** $S=\frac{a^2\sqrt{19}}{24}$.

C. $S=\frac{7a^2\sqrt{19}}{24}$. **D.** $S=\frac{7a^2\sqrt{19}}{48}$.

38. Tính giá trị $c^{\log_{\sqrt{c}}\left(\log_{\sqrt{a}}\left(a\sqrt{b}\sqrt[3]{c}\right)\right)}$, biết rằng $\log_a b=5;\log_a c=3$.

A. 81 **B.** $\frac{3}{2}$ **C.** 9 **D.** 27

39. Sự tăng trưởng của một loài vi khuẩn được cho bởi công thức $f(t)=A.e^{\lambda t}$, trong đó A là số vi khuẩn ban đầu, λ là tỷ lệ tăng trưởng ($\lambda>0$), t (tính theo giờ) là thời gian tăng trưởng. Biết số lượng vi khuẩn ban đầu là 2000 con, sau 15 giờ là 42000 con. Hỏi sao bao nhiêu giờ số lượng vi khuẩn lên đến 1 triệu con?

A. 1486(giờ) **B.** 1487(giờ) **C.** 2464(giờ) **D** .2463(giờ)

40. Trong không gian với hệ trục $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P):\frac{x}{a}+\frac{y}{b}+\frac{z}{c}=1$ với a,b,c là các số thực dương thay đổi và thoả điều kiện $a^2+b^2+c^2=3$,mặt phẳng $(Q):\frac{1}{a}x+\frac{1}{b}y+\frac{1}{c}z=0$. Biết khoảng cách giữa hai mặt phẳng (P) và (Q) lớn nhất. Tính $a+b+c$

A. $\frac{3}{2}$. **B.** 2. **C.** 3 . **D.** $\frac{5}{3}$.

41. Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để đồ thị (C_m) của hàm số $y=x^3-3x^2-9x+m$ cắt trục hoành tại ba điểm phân biệt.

A. 30 . **B.** 32 . **C.** 33 . **D.** 31.

42. Cho hàm số $y=f(x)=\frac{x^2-2x+2m}{(x-1)(x+m)}$, hỏi có mấy giá trị của m để đồ thị hàm số có duy nhất một tiệm cận đứng?

A. 4. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 3.

43. Một vật di chuyển trong 5 giây với vận tốc được biểu diễn dạng hàm số $v(t)=\frac{t^3}{3}-\frac{3t^2}{2}+2t\ \ cm/s$. Trong khoảng thời gian nào thì vật đó di chuyển chậm dần?

A. $(1;2)$. **B.** $(0;1)$. **C.** $(2;3)$. **D.** $\left(\frac{3}{2};\frac{5}{2}\right)$.

44. Tìm tập nghiệm của bất phương trình $\log_2 2x+\log_{\sqrt{2}} x^2-\log_2 x\log_8 2x+4\ge 0$.

A. $S=(-\infty;-1]\cup[15;+\infty)$

B. $S=\left(0;\frac{1}{2}\right]\cup[32768;+\infty)$

C. $S=\left(0;2^{\frac{5-\sqrt{85}}{2}}\right]\cup\left[2^{\frac{5+\sqrt{85}}{2}};+\infty\right)$

D. $S=\left(-\infty;\frac{1}{2}\right]\cup[32768;+\infty)$

45. Trong không gian với hệ tọa độ *Oxyz*, cho $d:\frac{x-1}{-2}=\frac{2y-1}{2}=\frac{z+1}{1};\Delta:\frac{x-1}{m}=\frac{y}{n+1}=\frac{z}{1}(m\ne 0;n\ne -1)$, cặp $(m;n)$ nào dưới đây làm cho d song song Δ?

A. $(-2;1)$ **B.** $(-2;0)$ **C.** $(1;-2)$ **D.** $(0;-2)$

46. Kết quả của tích phân $I=\int_1^e xe^{2017x}dx$ là:

A. $\frac{1}{2017^2}\left[e^{2017e}(e-2017)-2016e^{2017}\right]$

B. $\frac{1}{2017^2}\left[e^{2017e}(2017e-1)-2016e^{2017}\right]$

C. $\frac{1}{2017^2}\left[e^{2017e}(2017e-1)-2018e^{2017}\right]$

D. $\frac{1}{2017^2}\left[e^{2017e}(2017e^{2016}-1)-2016e^{2017}\right]$

47. Diện tích mặt cầu nội tiếp khối lập phương có thể tích 64 (cm^3) là:

A. $64\pi(cm^2)$ **B.** $16\pi(cm^2)$ **C.** $32\pi(cm^2)$ **D.** $8\pi(cm^2)$

48. Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=\frac{x^3+2x^2}{x-1}$, $y=0$.

A. $S=-\frac{8}{3}+3\ln 3$. **B.** $S=\frac{4}{3}$. **C.** $S=\frac{44}{3}$. **D.** $S=\frac{8}{3}-3\ln 3$.

49. Cho 2 số $a,b>0$ thỏa $a^2+4b^2=12ab$. Chọn đẳng thức ***đúng.***

A. $2\log_{2017} a+8\log_{2017} b=12(\log_{2017} a+\log_{2017} b)$

B. $\log_{2017} a^2+\log_{2017}(4b^2)=12(\log_{2017} a+\log_{2017} b)$

C. $\log_{2017}(a+2b)+2\log_{2017} 2=\frac{1}{4}(\log_{2017} a+\log_{2017} b)$

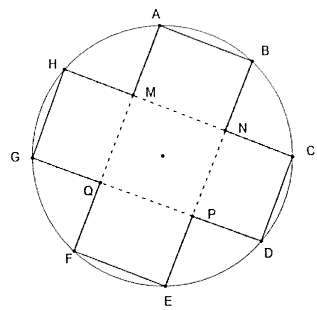
D. $\log_{2017}(a+2b)-2\log_{2017} 2=\frac{1}{2}(\log_{2017} a+\log_{2017} b)$

50. Giả sử z_1,z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $z^2-2z+5=0$ với z_1 có phần ảo là số âm và *A*, *B* lần lượt là các điểm biểu diễn của $z_1,-z_2$. Tìm tọa độ trung điểm *I* của đoạn thẳng *AB*.

A. $I(0;1)$ **B.** $I(-2;1)$ **C.** $I(1;0)$ **D.** $I(0;-2)$.

TUYỂN TẬP CÂU HỎI HAY LẠ KHÓ

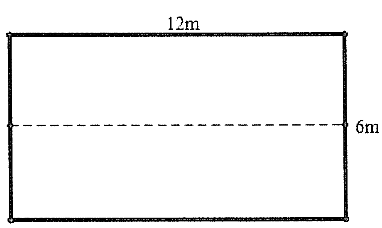
1. Một miếng bìa hình tròn có bán kính là 20 cm. Trên biên của miếng bìa, ta xác định 8 điểm A,B,C,D,E,F,G,H theo thứ tự chia đường tròn thành 8 phần bằng nhau. Cắt bỏ theo các nét liền như hình vẽ để có được hình chữ thập $ABNCDPEFQGHM$ rồi gấp lại theo các nét đứt MN, NP, PQ, QM tạo thành một khối hộp không nắp. Thể tích của khối hộp thu được là: (***THPT Chuyên Lam Sơn, Thanh Hóa***)

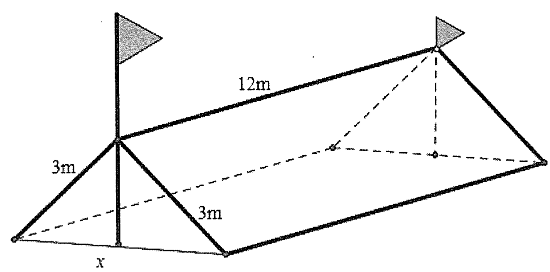


A. $\dfrac{4000\left(2-\sqrt{2}\right)\sqrt{4-2\sqrt{2}}}{\sqrt{2}}$. **B.** $\dfrac{4000\left(\sqrt{2-\sqrt{2}}\right)^3}{\sqrt{2}}$.

C. $4000\left(2-\sqrt{2}\right)\sqrt{4-2\sqrt{2}}$. **D.** $4000\left(\sqrt{2-\sqrt{2}}\right)^3$.

2. Trong đợt chào mừng ngày 26/03/2016, trường THPT Lương Tài số 2 có tổ chức cho học sinh các lớp tham quan dã ngoại ngoài trời, trong số đó có lớp 12A11. Để có thể có chỗ nghỉ ngơi trong quá trình tham quan dã ngoại, lớp 12A11 đã dựng trên mặt đất bằng phẳng 1 chiếc lều bằng bạt từ một tấm bạt hình chữ nhật có chiều dài là 12m và chiều rộng là 6m bằng cách: Gập đôi tấm bạt lại theo đoạn nối trung điểm hai cạnh là chiều rộng của tấm bạt sao cho hai mép chiều dài còn lại của tấm bạt sát đất và cách nhau x m (xem hình vẽ). Tìm x để khoảng không gian phía trong lều là lớn nhất? (***THPT Lương Tài số 2, lần*** 2)





A. $x=4$ **B.** $x=3\sqrt{3}$ **C.** $x=3$ **D.** $x=3\sqrt{2}$

3. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $(C): y=\left(x^7+7x^4-4\right)\left(\sqrt{x}+\sqrt{x-1}\right)^3$ (***sưu tầm***)

A. 2 **B.** 3 **C.** 5 **D.** 4

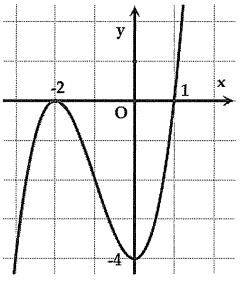
4. Để đảm bảo an toàn khi lưu thông trên đường, các xe ô tô khi dừng đèn đỏ phải cách nhau tối thiểu 1m. Một ô tô A đang chạy với vận tốc $16m/s$ bỗng gặp ô tô B đang dừng đèn đỏ nên ô tô A hãm phanh và chuyển động chậm dần đều với vận tốc được biểu thị bởi công thức $v_A(t) = 16 - 4t$ (đơn vị tính bằng m/s), thời gian tính bằng giây. Hỏi rằng để 2 ô tô A và B đạt khoảng cách an toàn khi dừng lại thì ô tô A phải hãm phanh khi cách ô tô B một khoảng ít nhất là bao nhiêu ? (***THPT Hậu Lộc, Thanh Hóa***)

A. 33 **B.** 31 **C.** 32 **D.** 12

5. Cho $\int_0^9 f(x)dx = 729$, $\int_0^3 f(x+6) = 513$. Tính $I = \int_0^2 f(3x)dx$ (***THPT Hậu Lộc, Thanh Hóa***)

A. 414 **B.** 72 **C.** 342 **D.** 216

6. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định và có đạo hàm $f'(x)$. Biết rằng hình vẽ bên là đồ thị của hàm số $f'(x)$. Khẳng định nào sau đây là ***đúng*** về cực trị của hàm số $f(x)$? (***THPT Hậu Lộc, Thanh Hóa***)



A. Hàm số $f(x)$ đạt cực đại tại $x = -1$

B. Hàm số $f(x)$ đạt cực tiểu tại $x = 1$

C. Hàm số $f(x)$ đạt cực tiểu tại $x = -2$

D. Hàm số $f(x)$ đạt cực đại tại $x = -2$

7. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(0;1;1)$, $B(3;0;-1)$, $C(0;21;-19)$ và mặt cầu $(S):(x-1)^2+(y-1)^2+(z-1)^2=1$. Điểm $M(a;b;c)$ là điểm thuộc mặt cầu (S) sao cho biểu thức $T = 3MA^2 + 2MB^2 + MC^2$ đạt giá trị nhỏ nhất. Tính tổng $a+b+c$ (***THPT Hậu Lộc, Thanh Hóa***)

A. $a+b+c=0$ **B.** $a+b+c=12$ **C.** $a+b+c=\frac{12}{5}$ **D.** $a+b+c=\frac{14}{5}$

8. Cho ba số thực a,b,c thỏa mãn $a>b>c>1$. Khẳng định nào sau đây là ***đúng***? (***THPT Hậu Lộc, Thanh Hóa***)

A. Phương trình $a^x+b^x=c^x$ vô nghiệm **B.** Phương trình $b^x+c^x=a^x$ có hai nghiệm

C. Phương trình $a^x+c^x=b^x$ vô nghiệm **D.** Phương trình $a^x+b^x+c^x=0$ có nghiệm duy nhất

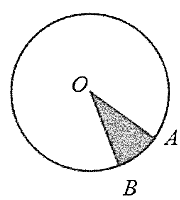
9. Tìm tất cả các giá trị của tham số thực m để bất phương trình $\left(x\sqrt{x}+\sqrt{x+12}\right) \le m\log_{5-\sqrt{4-x}} 3$ có nghiệm. (***THPT Chuyên Thái Bình***)

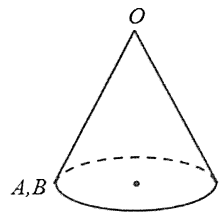
A. $m>2\sqrt{3}$ **B.** $m\ge 2\sqrt{3}$ **C.** $m\ge 12\log_3 5$ **D.** $2\sqrt{3}\le m\le 12\log_3 5$

10. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng (P) đi qua điểm $M(9;1;1)$ cắt tia Ox, Oy, Oz lần lượt tại A,B,C (A, B, C không trùng với gốc tọa độ). Thể tích tứ diện $OABC$ đạt giá trị nhỏ nhất là: (***THPT Chuyên Thái Bình***)

A. $\frac{81}{6}$ **B.** $\frac{243}{2}$ **C.** 243 **D.** $\frac{81}{2}$

11. Cho miếng tôn tròn tâm O bán kính R. Cắt miếng tôn một hình quạt OAB và gò phần còn lại thành một hình nón đỉnh O không đáy (OA trùng với OB). Gọi S, S' lần lượt là diện tích của miếng tôn hình tròn ban đầu và diện tích của miếng tôn còn lại. Tìm tỉ số $\frac{S'}{S}$ để thể tích khối nón lớn nhất. ***(THPT Chuyên Thái Bình)***





A. $\frac{1}{4}$ **B.** $\frac{\sqrt{6}}{3}$ **C.** $\frac{\sqrt{2}}{3}$ **D.** $\frac{1}{3}$

12. Một công ty dự kiến làm một đường ống thoát nước thải hình trụ dài 1 km, đường kính trong của ống (không kể lớp bê tông) bằng 1m; độ dày của lớp bê tông bằng 10 cm. Biết rằng cứ một mét khối bê tông phải dùng 10 bao xi măng. Số bao xi măng công ty phải dùng để xây dựng đường ống thoát nước gần đúng với số nào nhất sau đây ? ***(THPT Chuyên Thái Bình)***

A. $3456\,(bao)$ **B.** $3450\,(bao)$ **C.** $4000\,(bao)$ **D.** $3000\,(bao)$.

13. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$, biết $A(0;0;0)$, $B(1;0;0)$, $D(0;1;0)$ và $A'(0;0;1)$. Phương trình mặt phẳng (P) chứa đường thẳng CD' và tạo với mặt phẳng $(BB'D'D)$ một góc lớn nhất là: ***(Sở GD&ĐT tỉnh Hà Tĩnh)***

A. $x-y+z=0$ **B.** $x-y+z-2=0$ **C.** $x+2y+z-3=0$ **D.** $x+3y+z-4=0$

14. Giải bất phương trình $\frac{1}{x+1} > \frac{1+\log_3(x+3)}{x}$ ta được tập nghiệm là ***(THPT Nguyễn Đình Chiểu, Bình Định)***

A. $S=(-3;0)\setminus\{-1\}$ **B.** $S=(-1;0)$ **C.** $S=(-2;-1)$ **D.** $S=(0;+\infty)$

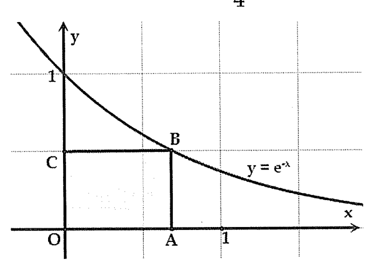
15. Trong các nghiệm $(x;y)$ thỏa mãn bất phương trình $\log_{x^2+2y^2}(2x+y)\ge 1$. Giá trị lớn nhất của biểu thức $2x+y$ bằng: ***(THPT Nguyễn Đình Chiểu, Bình Định)***

A. $\frac{9}{4}$ **B.** 9 **C.** $\frac{9}{2}$ **D.** $\frac{9}{8}$

16. Cho các hàm số $y=f(x)$, $y=g(x)$, $y=\frac{f(x)}{g(x)}$. Nếu các hệ số góc của các tiếp tuyến của các đồ thị các hàm số đã cho tại điểm có hoành độ $x=0$ bằng nhau và khác 0 thì: ***(Toán học & Tuổi Trẻ, lần 3)***

A. $f(0)<\frac{1}{4}$ **B.** $f(0)\le\frac{1}{4}$ **C.** $f(0)>\frac{1}{4}$ **D.** $f(0)\ge\frac{1}{4}$

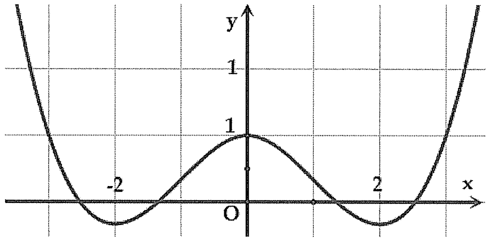
17. Cho hệ tọa độ Oxy và đồ thị hàm số $y=e^{-x}$. Người ta dựng các hình chữ nhật $OABC$ trong góc phần tư thứ nhất của hệ tọa độ như hình vẽ, với A thuộc trục hoành, C thuộc trục tung, B thuộc đồ thị $y=e^{-x}$. Tìm diện tích lớn nhất của hình chữ nhật có thể vẽ được bằng cách trên. ***(THPT Hàn Thuyên, Bắc Ninh)***



A. $\frac{1}{2}e^{-\frac{1}{2}}$ **B.** e

C. $\frac{2}{e}$ **D.** $\frac{1}{e}$

18. Đồ thị trong hình bên là đồ thị của hàm số nào sau đây ? (***THPT Hàn Thuyên, Bắc Ninh***)



A. $y = x^4 + 2x^2 + 1$ **B.** $y = \left|x^2 - 1\right|$ **C.** $y = \frac{1}{3}|x|^3 - x^2 + 1$ **D.** $y = -\frac{1}{4}x^4 + 2x^2 + 1$

19. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $D = \mathbb{R}\backslash\{-2;2\}$, liên tục trên mỗi khoảng xác định và có bảng biến thiên sau: (***THPT Hàn Thuyên, Bắc Ninh***)

x	$-\infty$		-2		0		2		$+\infty$
y'		$+$	‖	$+$		$-$	‖	$-$	
y	0	↗	$+\infty$ ‖ $-\infty$	↗	0	↘	$-\infty$ ‖ $+\infty$	↘	0

Hỏi khẳng định nào sau đây là ***đúng*** **?**

A. Đồ thị hàm số có 2 tiệm cận **B.** Hàm số đạt giá trị lớn nhất bằng 0

C. Hàm số có đạo hàm tại mọi điểm trên D **D.** Đồ thị hàm số có 3 tiệm cận.

20. Cho hình chóp đều $S.ABC$ có cạnh đáy bằng a, góc giữa đường thẳng SA và mặt phẳng (ABC) bằng 60^0. Gọi A', B', C' tương ứng là các điểm đối xứng của A, B, C qua S. Thể tích của khối bát diện có các mặt $ABC, A'B'C', A'BC, B'CA, C'AB, AB'C', CA'B'$ là (***THPT Chuyên ĐHSP Hà Nội, lần 1***)

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$ **B.** $\frac{2a^3\sqrt{3}}{3}$ **C.** $2a^3\sqrt{3}$ **D.** $\frac{4a^3\sqrt{3}}{3}$

21. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho các điểm $A(1;-1;1)$, $B(0;1;-2)$ và điểm M thay đổi trên mặt phẳng tọa độ (Oxy). Giá trị lớn nhất của biểu thức $T = |MA - MB|$ là: (***THPT Chuyên ĐHSP Hà Nội, lần 1***)

A. $\sqrt{6}$ **B.** $\sqrt{12}$ **C.** $\sqrt{14}$ **D.** $2\sqrt{2}$

22. Cho các số thực a, b, c thỏa mãn $\begin{cases} -8 + 4a - 2b + c > 0 \\ 8 + 4a + 2b + c < 0 \end{cases}$. Số giao điểm của đồ thị hàm số $y = x^3 + ax^2 + bx + c$ và trục hoành Ox là (***THPT Chuyên ĐHSP Hà Nội, lần 1***)

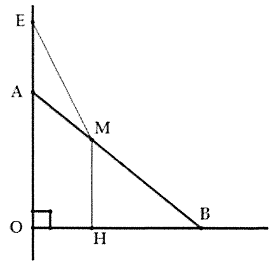
A. 3 **B.** 0 **C.** 1 **D.** 2

23. Tập hợp các giá trị của tham số thực m để đồ thị của hàm số $y = \dfrac{2x - 1}{(mx^2 - 2x + 1)(4x^2 + 4mx + 1)}$ có đúng 1 tiệm cận là : (***THPT Chuyên ĐHSP Hà Nội, lần 1***)

A. $\{0\}$ **B.** $(-\infty;-1) \cup \{0\} \cup (1;+\infty)$

C. $(-\infty;-1) \cup (1;+\infty)$ **D.** $\varnothing$

24. Trên một đoạn đường giao thông có 2 con đường vuông góc với nhau tại *O* như hình vẽ. Một địa danh lịch sử có vị trí đặt tại *M*, vị trí *M* cách vị trí đường OE 125 m và cách đường OH 1km. Vì lý do thực tiễn, người ta muốn làm một đoạn đường thẳng AB đi qua vị trí M, biết rằng giá để làm 100m đường là 150 triệu đồng. Chọn vị trí A và B để hoàn thành con đường với chi phí thấp nhất. Hỏi chi phí thấp nhất để hoàn thành con đường là bao nhiêu ? ***(THPT Lương Thế Vinh, Hà Nội, lần 1)***

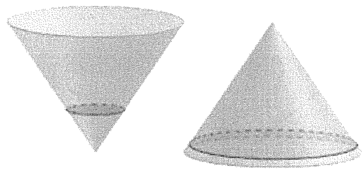


A. 1,9603 (tỷ đồng) **B.** 2,3965 (tỷ đồng) **C.** 2,0963 (tỷ đồng) **D.** 3(tỷ đồng)

25. Cho $f(x)=\dfrac{2016^x}{2016^x+\sqrt{2016}}$. Tính giá trị biểu thức $S=f\left(\dfrac{1}{2017}\right)+f\left(\dfrac{2}{2017}\right)+...+f\left(\dfrac{2016}{2017}\right)$ ***(THPT Lương Thế Vinh, Hà Nội, lần 1)***

A. $S=2016$ **B.** $S=2017$ **C.** $S=1008$ **D.** $S=\sqrt{2016}$

26. Một cái phễu có dạng hình nón. Người ta đổ một lượng nước vào phễu sao cho chiều cao của lượng nước trong phễu bằng $\dfrac{1}{3}$ chiều cao của phễu. Hỏi nếu bịt kín miệng phễu rồi lộn ngược phễu lên thì chiều cao của nước bằng bao nhiêu ? Biết rằng chiều cao của phễu là 15 cm. ***(THPT Lương Thế Vinh, Hà Nội, lần 1)***



A. $0,188\,(cm)$ **B.** $0,188\,(cm)$ **C.** $0,188\,(cm)$ **D.** $0,188\,(cm)$

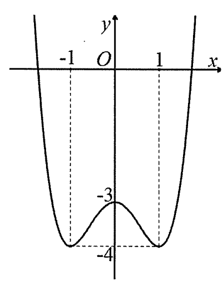
27. Trong không gian với hệ trục tọa độ *Oxyz*, cho $M(1;2;1)$. Viết phương trình mặt phẳng (*P*) qua *M* cắt các trục *Ox, Oy, Oz* lần lượt tại *A, B, C* sao cho $\dfrac{1}{OA^2}+\dfrac{1}{OB^2}+\dfrac{1}{OC^2}$ đạt giá trị nhỏ nhất. ***(THPT Lương Thế Vinh, Hà Nội, lần 1)***

A. $(P):x+2y+3z=8$ **B.** $(P):x+y+z=4$ **C.** $(P):x+2y+z=6$ **D.** $(P):\dfrac{x}{1}+\dfrac{y}{2}+\dfrac{z}{1}=1$

28. Cho tứ diện đều $ABCD$ có cạnh bằng a, *G* là trọng tâm của tứ diện $ABCD$. Tính theo a khoảng cách từ *G* đến các mặt của tứ diện. ***(KSCL Sở GD&ĐT tỉnh Vĩnh Phúc)***

A. $\dfrac{a\sqrt{6}}{9}$ **B.** $\dfrac{a\sqrt{6}}{6}$ **C.** $\dfrac{a\sqrt{6}}{3}$ **D.** $\dfrac{a\sqrt{6}}{12}$.

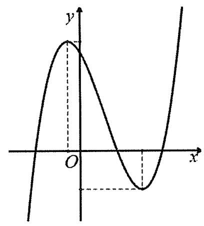
29. Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Xác định tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $|f(x)|=m$ có 6 nghiệm thực phân biệt. ***(KSCL Sở GD&ĐT tỉnh Vĩnh Phúc)***



A. $0<m<4$ **B.** $0<m<3$

C. $3<m<4$ **D.** $m>4$

30. Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị như hình bên. Khẳng định nào sau đây ***đúng*** ? (***KSCL Sở GD&ĐT tỉnh Vĩnh Phúc***)



A. $a,d > 0; b,c < 0$ **B.** $a,b,c < 0; d > 0$ **C.** $a,c,d > 0; b < 0$ **D.** $a,b,d > 0; c < 0$

31. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a, SA vuông góc với mặt phẳng đáy $(ABCD)$ và $SA = a$. Điểm M thuộc cạnh SA sao cho $\dfrac{SM}{SA} = k$. Xác định k sao cho mặt phẳng (MBC) chia khối chóp $S.ABCD$ thành hai phần có thể tích bằng nhau. (***KSCL Sở GD&ĐT tỉnh Vĩnh Phúc***)

A. $k = \dfrac{-1+\sqrt{3}}{2}$ **B.** $k = \dfrac{-1+\sqrt{5}}{2}$ **C.** $k = \dfrac{-1+\sqrt{2}}{2}$ **D.** $k = \dfrac{1+\sqrt{5}}{4}$

32. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}\setminus\{0\}$, liên tục trên mỗi khoảng xác định và có bảng biến thiên như sau (***THPT Phạm Văn Đồng, Phú Yên***)

x	$-\infty$		0		1		$+\infty$
y'		$-$	‖	$+$	0	$-$	
y	$+\infty$ ↘		-1 ‖ $-\infty$	↗	2	↘	$-\infty$

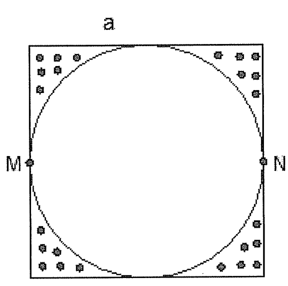
Tìm tập hợp tất cả các giá trị của tham số m sao cho phương trình $f(x) = m$ có đúng 2 nghiệm thực?

A. $(-\infty;-1)\cup\{2\}$ **B.** $(-\infty;2)$ **C.** $(-\infty;2]$ **D.** $(-\infty;-1]\cup\{2\}$

33. Số nguyên tố dạng $M_p = 2^p - 1$, trong đó p là một số nguyên tố được gọi là số nguyên tố Mec-xen (M.Mersenne, 1588-1648, người Pháp). Năm 1876, E.Lucas phát hiện ra M_{127}. Hỏi nếu viết M_{127} trong hệ thập phân thì M_{127} có bao nhiêu chữ số? (***THPT Phạm Văn Đồng, Phú Yên***)

A. 38 **B.** 39 **C.** 40 **D.** 41

34. Cho đường tròn nội tiếp hình vuông cạnh a (như hình vẽ bên). Gọi S là hình phẳng giới hạn bởi đường tròn và hình vuông (phần nằm bên ngoài đường tròn và bên trong hình vuông). Tính thể tích vật thể tròn xoay khi quay S quanh trục MN. (***THPT Phạm Văn Đồng, Phú Yên***)



A. $V = \dfrac{\pi a^3}{6}$ **B.** $V = \dfrac{\pi a^3}{12}$

C. $V = \dfrac{\pi a^3}{3}$ **D.** $V = \pi a^3$

35. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có $A(a;0;0)$, $B(-a;0;0)$, $C(0;1;0)$, $B'(-a;0;b)$ với a,b dương thay đổi thỏa mãn $a+b=4$. Khoảng cách lớn nhất giữa hai đường thẳng $B'C$ và AC' là ***(THPT Phạm Văn Đồng, Phú Yên)***

A. 1 **B.** 2 **C.** $\sqrt{2}$ **D.** $\frac{\sqrt{2}}{2}$.

36. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho hàm số $y=\frac{m\cos x-4}{\cos x-m}$ nghịch biến trên khoảng $\left(\frac{\pi}{3};\frac{\pi}{2}\right)$ ***(THPT Xuân Trường, Nam Định)***

A. $1\le m<2$ **B.** $\left[\begin{array}{l}-2<m\le 0\\ \frac{1}{2}\le m<2\end{array}\right.$ **C.** $m\ge 2$ **D.** $-2<m\le 0$

37. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a, $SA=a\sqrt{3}$, và SA vuông góc với mặt phẳng đáy. Mặt phẳng (P) đi qua điểm A và vuông góc SC chia khối chóp thành hai khối đa diện. Gọi V_1 là thể tích của khối chứa đỉnh S và V_2 là khối còn lại. Tính tỉ số $\frac{V_1}{V_2}$ ***(THPT Thanh Hà, Hải Dương)***

A. $\frac{V_1}{V_2}=\frac{9}{7}$ **B.** $\frac{V_1}{V_2}=\frac{11}{9}$ **C.** $\frac{V_1}{V_2}=\frac{9}{11}$ **D.** $\frac{V_1}{V_2}=\frac{27}{53}$

38. Cho lăng trụ $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy là hình vuông cạnh a, hình chiếu vuông góc của điểm A' lên mặt phẳng $(ABCD)$ trùng với tâm đáy. Biết khoảng cách giữa hai đường thẳng AA' và BC bằng $\frac{a\sqrt{6}}{3}$. Chiều cao khối lăng trụ $ABCD.A'B'C'D'$ là ***(THPT Thanh Hà, Hải Dương)***

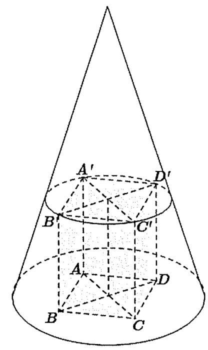
A. $\frac{a\sqrt{2}}{2}$ **B.** $a\sqrt{2}$ **C.** $\frac{a\sqrt{2}}{4}$ **D.** a

39. Phương trình $4^{x^2+mx+m+1}-4^{2x^2+(m+2)x+2m}=x^2+2x+m-1$. Chọn khẳng định ***đúng*** ? ***(Thi thử Off lần 3, Đoàn Trí Dũng)***

A. Vô nghiệm với mọi $m\in\mathbb{R}$. **B.** Có ít nhất 1 nghiệm thực với mọi $m\in\mathbb{R}$.

C. Có ít nhất một nghiệm thực với $m\le 2$. **D.** Có thể có nhiều hơn hai nghiệm thực.

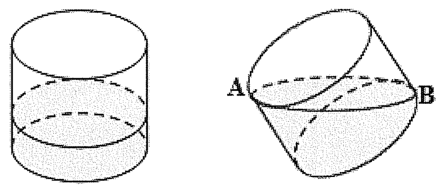
40. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có thể tích bằng 1. Gọi (ξ) là một hình nón có tâm đường tròn đáy trùng với tâm của hình vuông $ABCD$, đồng thời các điểm $A'B'C'D'$ nằm trên các đường sinh của hình nón như hình vẽ bên. Giá trị nhỏ nhất thể tích của (ξ) là bao nhiêu? ***(Thi thử Off lần 3, Đoàn Trí Dũng)***



A. $\frac{9\pi}{8}$ **B.** $\frac{9\pi}{16}$

C. $\frac{2\pi}{3}$ **D.** $\frac{\pi}{3}$

41. Một chiếc thùng đựng nước hình trụ có bán kính đáy 20cm, bên trong đựng một lượng nước. Biết rằng khi nghiêng thùng sao cho đường sinh của hình trụ tạo với mặt đáy góc 45^0 cho đến khi nước lặng, thì mặt nước chạm vào hai điểm A và B nằm trên hai mặt đáy như hình vẽ bên. Hỏi thùng đựng nước có thể tích là bao nhiêu cm³? (***Off lần 3, Đoàn Trí Dũng***)



A. 16000π **B.** 12000π **C.** 8000π **D.** 6000π

42. Theo di chúc, bốn người con được hưởng số tiền là 1,05 tỷ đồng chia với tỷ lệ như sau: Người con đầu và người con thứ hai là $\frac{2}{3}$; Người con thứ hai và người con thứ ba là $\frac{4}{5}$; Người con thứ ba và người con thứ tư là $\frac{6}{7}$. Với mỗi số tiền nhận được, cả bốn người con đều gửi tiết kiệm ngân hàng trong thời hạn 5 năm với mức lãi suất như sau: Người con đầu gửi lãi suất 6% mỗi năm, người con thứ hai gửi lãi suất 3% mỗi 6 tháng, người con thứ ba gửi lãi suất $1,5\%$ mỗi quý và người con thứ tư gửi lãi suất $0,5\%$ mỗi tháng. Tổng số tiền của bốn anh em sau 5 năm là bao nhiêu? (***Off lần 3, Đoàn Trí Dũng***)

A. 1.412.810.079 đồng **B.** 1.174.365.010 đồng

C. 1.405.136.856 đồng **D.** 1.411.112.198 đồng

43. Giả sử hàm số $f(x)=\left(ax^2+bx+c\right)e^{-x}$ là một nguyên hàm của hàm số $g(x)=x(1-x)e^{-x}$. Tính tổng $A=a+2b+3c$, ta được (***THPT Ninh Giang, Hải Dương***)

A. 6 **B.** 3 **C.** 9 **D.** 4

44. Cho hai số thực $x;y$ thỏa mãn $x^2+y^2-6x-2y+5=0$. Gọi M,m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của $S=x+2y$. Khi đó M^2-m^2 bằng: (***THPT Ninh Giang, Hải Dương***)

A. 10 **B.** 100 **C.** 25 **D.** 75

45. Rút gọn biểu thức $T=C_n^0+\frac{1}{2}C_n^1+\frac{1}{3}C_n^2+...+\frac{1}{n+1}C_n^n,\ n\in N^*$ (***Toán học và Tuổi Trẻ - lần 4***)

A. $T=\frac{2^n}{n+1}$ **B.** $T=2^{n+1}$ **C.** $T=\frac{2^n-1}{n+1}$ **D.** $T=\frac{2^{n+1}-1}{n+1}$

46. Cho khối chóp $S.ABC$ có $SA=9,\ SB=4, SC=8$ và đôi một vuông góc. Các điểm A',B',C' thỏa mãn $\overrightarrow{SA}=2\overrightarrow{SA'},\ \overrightarrow{SB}=3\overrightarrow{SB'},\ \overrightarrow{SC}=4\overrightarrow{SC'}$. Thể tích của khối chóp $S.A'B'C'$ là (***Toán học và Tuổi Trẻ - lần 4***)

A. 24 **B.** 16 **C.** 2 **D.** 12

47. Cho $x,\ y,\ z$ là các số thực dương thỏa mãn $xyz=1$. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $A=(9x+y)(9y+z)\left(z-\sqrt{xz}+x\right)$ là: (***THPT Thanh Miện, Hải Dương***)

A. 85 **B.** 100 **C.** $\frac{343}{4}$ **D.** $\frac{341}{4}$

48. Một công ty bất động sản có 50 căn hộ cho thuê. Biết rằng nếu cho thuê mỗi căn hộ với giá 2000 000 đồng một tháng thì mọi căn hộ đều được thuê và cứ mỗi lần tăng giá cho thuê mỗi căn hộ 100 000 đồng một tháng thì có thêm 2 căn hộ bị bỏ trống.

Hỏi muốn có thu nhập cao nhất, công ty đó phải cho thuê mỗi căn hộ với giá bao nhiêu một tháng? Khi đó có bao nhiêu căn hộ cho thuê? (***THPT Thanh Miện, Hải Dương***)

A. Cho thuê 40 căn hộ với giá mỗi căn hộ là 2250 000 đồng.
B. Cho thuê 5 căn hộ với giá mỗi căn hộ là 2250 000 đồng.
C. Cho thuê 45 căn hộ với giá mỗi căn hộ là 2250 000 đồng.
D. Cho thuê 50 căn hộ với giá mỗi căn hộ là 2000 000 đồng.

49. Cho $a > b > 0$. Đường elip (E) có phương trình: $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$. Tính diện tích của hình elip (E). (***THPT Thanh Miện, Hải Dương***)

A. πab (đvdt) **B.** $2\pi ab$ (đvdt) **C.** $4\pi ab$ (đvdt) **D.** $\frac{1}{2}\pi\left(a^2+b^2\right)$ (đvdt)

50. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m thỏa hàm số $y=\frac{\sin x-2m}{1-\sin^2 x}$ đồng biến trên khoảng $\left(0;\frac{\pi}{6}\right)$ (***THPT Thạch Thành, Thanh Hóa***)

A. $m\le\frac{5}{8}$ **B.** $\left[\begin{array}{l} m<0 \\ \frac{1}{4}<m\le\frac{5}{8}\end{array}\right.$ **C.** $\frac{-1}{2}\le m\le\frac{1}{2}$ **D.** $m\le 1$

51. Có một học sinh lập luận tìm các điểm cực trị của hàm số $y=f\left(x\right)=\frac{x^5}{5}-\frac{x^4}{2}$ như sau

Bước 1: hàm số có tập xác định là $D=R$

Ta có: $y'=x^4-2x^3$, cho $y'=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=2\end{array}\right.$

Bước 2: đồng thời $y''=4x^3-6x^2\Rightarrow f''\left(0\right)=0$ và $f''\left(2\right)=8>0$

Bước 3: Vậy hàm số đạt cực tiểu tại điểm $x=2$ và không đạt cực trị tại $x=0$

Qua các bước giải ở trên, hãy cho biết học sinh đó giải **đúng** hay **sai**, nếu **sai** thì sai ở bước nào? (***THPT Thạch Thành, Thanh Hóa***)

A. Lời giải đúng **B.** sai ở bước 3 **C.** sai ở bước 2 **D.** sai ở bước 1

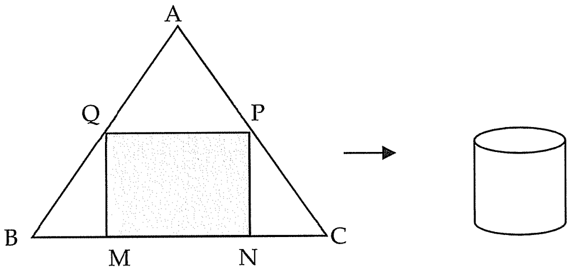
52. Bạn An có một cốc uống nước có dạng một hình nón cụt, đường kính miệng cốc là 8 (cm), đường kính đáy cốc là 6 (cm), chiều cao của cốc là 12 (cm). An dùng cốc đó để đong 10 lít nước. Hỏi An phải đong ít nhất bao nhiêu lần ? (***THPT Thạch Thành, Thanh Hóa***)

A. 24 lần **B.** 26 lần **C.** 20 lần **D.** 22 lần

53. Cho đồ thị (C): $y=\frac{2x+1}{2x-m}$ và $A\left(-2;3\right);C\left(4;1\right)$. Tìm m để đường thẳng *(d)* $y=3x-1$ cắt đồ thị (C) tại 2 điểm phân biệt *B, D* sao cho tứ giác *ABCD* là hình thoi. (***THPT Lương Đắc Bằng, Thanh Hóa***)

A. $m=\frac{8}{3}$ **B.** $m=1$ **C.** $m=2$ **D.** $\left[\begin{array}{l} m=0 \\ m=-1\end{array}\right.$

54. Bạn A muốn làm một chiếc thùng hình trụ không đáy từ nguyên liệu là mảnh tôn hình tam giác đều ABC có cạnh bằng 90 (cm). Bạn muốn cắt mảnh tôn hình chữ nhật *MNPQ* từ mảnh tôn nguyên liệu (với *M, N* thuộc cạnh *BC; P* và *Q* tương ứng thuộc cạnh *AC* và *AB*) để tạo thành hình trụ có chiều cao bằng *MQ*. Thể tích lớn nhất của chiếc thùng mà bạn *A* có thể làm được là: (***THPT Lương Đắc Bằng, Thanh Hóa***)



A. $\frac{91125}{4\pi}(cm^3)$ **B.** $\frac{91125}{2\pi}(cm^3)$ **C.** $\frac{108000\sqrt{3}}{\pi}(cm^3)$ **D.** $\frac{13500.\sqrt{3}}{\pi}(cm^3)$

55. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng a, một mặt phẳng (α) cắt các cạnh AA'; BB';CC'; DD' lần lượt tại M, N, P, Q. Biết $AM=\frac{1}{3}a$, $CP=\frac{2}{5}a$. Thể tích khối đa diện $ABCD.MNPQ$ là: ***(THPT Lương Đắc Bằng, Thanh Hóa)***

A. $\frac{11}{30}a^3$ **B.** $\frac{a^3}{3}$ **C.** $\frac{2a^3}{3}$ **D.** $\frac{11}{15}a^3$

56. Sự tăng trưởng của một loại vi khuẩn theo công thức $S=A.e^{rt}$ trong đó A là số lượng vi khuẩn ban đầu, r là tỉ lệ tăng trưởng $(r>0)$, t là thời gian tăng trưởng. Biết rằng số lượng vi khuẩn ban đầu là 100 con và sau 5 giờ có 300 con. Khi đó sau thời gian bao lâu thì số lượng vi khuẩn tăng gấp 10 lần so với số lượng ban đầu ***(THPT Lạng Giang 2, Bắc Giang)***

A. $t=\frac{3}{log5}$ (giờ) **B.** $t=\frac{3\ln 5}{\ln 10}$ (giờ) **C.** $t=\frac{5}{\log 3}$ (giờ) **D.** $t=\frac{5\ln 3}{\ln 10}$ (giờ)

57. Một công ty thời trang vừa tung ra thị trường một mẫu quần áo mới và họ tổ chức quảng cáo trên truyền hình mỗi ngày. Một nghiên cứu thị trường uy tín cho thấy, nếu sau t lần quảng cáo được phát trên truyền hình thì số phần trăm người xem quảng cáo mua sản phẩm này là: $P(t)=\frac{100}{1+49e^{-0,015t}}$ (%). Hỏi cần phát quảng cáo trên truyền hình tối thiểu bao nhiêu lần để số người xem mua sản phẩm đạt hơn 80% ? ***(THPT Lý Thái Tổ, Bắc Ninh)***

A. 348 lần **B.** 356 lần **C.** 344 lần **D.** 352 lần

58. Cho hàm số $y=\frac{mx^2-2x+m-1}{2x+1}$. Đường thẳng nối hai điểm cực trị của đồ thị hàm số này vuông góc với đường phân giác của góc phần tư thứ nhất khi m bằng ***(Chuyên KHTN Hà Nội)***

A. 0 **B.** 1 **C.** -1 **D.** -2

59. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $\left(x^2-1\right)\sqrt{4-x^2}+m=0$ có nghiệm. ***(THPT Lý Thái Tổ, Bắc Ninh)***

A. $0\le m\le 2$ **B.** $-2\le m\le 2$ **C.** $|m|\ge 2$ **D.** $-2\le m\le 0$

60. Một công ty sản xuất khoai tây chiên cần sản xuất hộp đựng khoai tây chiên hình trụ sao cho tổng chiều dài l của hộp khoai tây chiên và chu vi đường tròn đáy không vượt quá 30 cm (để phù hợp với phương thức vận chuyển và chiều dài truyền thống của dòng sản phẩm). Công ty đang tìm kích thước để thiết kế chiếc hộp sao cho thể tích đựng khoai tây chiên là lớn nhất, thể tích đó là: ***(THPT Lý Thái Tổ, Bắc Ninh)***

A. $\frac{500}{\pi}(cm^3)$ **B.** $\frac{750}{\pi}(cm^3)$ **C.** $\frac{1250}{\pi}(cm^3)$ **D.** $\frac{1000}{\pi}(cm^3)$

61. Nếu số phức z thỏa mãn $|z|=1$ thì phần thực của $\frac{1}{1-z}$ bằng (***Chuyên KHTN Hà Nội***)

A. $\frac{1}{2}$ **B.** $-\frac{1}{2}$ **C.** 2 **D.** -2

62. Cho *a, b, c* là các số thực và $z=-\frac{1}{2}+i\frac{\sqrt{3}}{2}$. Giá trị của biểu thức $T=\left(a+bz+cz^2\right)\left(a+bz^2+cz\right)$ bằng (***Chuyên KHTN Hà Nội***)

A. $T=a+b+c$. **B.** $T=a^2+b^2+c^2-ab-bc-ac$.

C. $T=a^2+b^2+c^2+ab+bc+ca$ **D.** $T=0$

63. Gọi z_1,z_2,z_3 là các số phức thỏa mãn $z_1+z_2+z_3=0$ và $|z_1|=|z_2|=|z_3|=1$. Khẳng định nào dưới đây là khẳng định **sai**? (***Chuyên KHTN Hà Nội***)

A. $\left|z_1^3+z_2^3+z_3^3\right|=|z_1|^3+|z_2|^3+|z_3|^3$. **B.** $\left|z_1^3+z_2^3+z_3^3\right|\le|z_1|^3+|z_2|^3+|z_3|^3$.

C. $\left|z_1^3+z_2^3+z_3^3\right|\ge|z_1|^3+|z_2|^3+|z_3|^3$ **D.** $\left|z_1^3+z_2^3+z_3^3\right|\ne|z_1|^3+|z_2|^3+|z_3|^3$

64. Cho $n>1$ là một số nguyên dương. Giá trị của $\frac{1}{\log_2 n!}+\frac{1}{\log_3 n!}+...+\frac{1}{\log_n n!}$ bằng (***Chuyên KHTN Hà Nội***)

A. 0 **B.** n **C.** n! **D.** 1

65. Nếu $\log_2\left(\log_8 x\right)=\log_8\left(\log_2 x\right)$ thì $\left(\log_2 x\right)^2$ bằng(***Chuyên KHTN Hà Nội***)

A. 3 **B.** $3\sqrt{3}$ **C.** 27 **D.** 3^{-1}

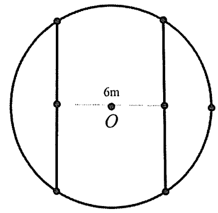
66. Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho ba điểm $A(2;3;1)$, $B(1;1;0)$ và $M(a;b;0)$ sao cho $P=\left|\overrightarrow{MA}-2\overrightarrow{MB}\right|$ đạt giá trị nhỏ nhất . Khi đó $a+2b$ bằng : **(*THPT Quảng Xương, Thanh Hóa, lần 2*)**

A. 1 . **B.** -2 . **C.** 2 . **D.** -1 .

67. Khi cắt mặt cầu *S(O, R)* bởi một mặt kính, ta được hai nửa mặt cầu và hình tròn lớn của mặt kính đó gọi là mặt đáy của mỗi nửa mặt cầu. Một hình trụ gọi là nội tiếp nửa mặt cầu *S(O, R)* nếu một đáy của hình trụ nằm trong đáy của nửa mặt cầu, còn đường tròn đáy kia là giao tuyến của hình trụ với nửa mặt cầu . Biết $R=1$,tính bán kính đáy r và chiều cao h của hình trụ nội tiếp nửa mặt cầu *S(O, R)* để khối trụ có thể tích lớn nhất. **(*THPT Quảng Xương, Thanh Hóa, lần 2*)**

A. $r=\frac{\sqrt{3}}{2}$, $h=\frac{\sqrt{6}}{2}$. **B.** $r=\frac{\sqrt{6}}{2}$, $h=\frac{\sqrt{3}}{2}$. **C.** $r=\frac{\sqrt{6}}{3}$, $h=\frac{\sqrt{3}}{3}$. **D.** $r=\frac{\sqrt{3}}{3}$, $h=\frac{\sqrt{6}}{3}$.

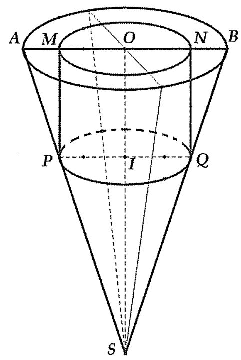
68. Một mảnh vườn hình tròn tâm *O* bán kính 6m. Người ta cần trồng cây trên dải đất rộng 6m nhận *O* làm tâm đối xứng, biết kinh phí trồng cây là 70000 đồng / m^2 . Hỏi cần bao nhiêu tiền để trồng cây trên dải đất đó (số tiền được làm tròn đến hàng đơn vị) **(*THPT Quảng Xương, Thanh Hóa, lần 2*)**



A. 8412322 đồng . **B.** 8142232 đồng .

C. 4821232 đồng . **D.** 48213122 đồng .

69. Một bình đựng nước dạng hình nón (không đáy) đựng đầy nước. Biết rằng chiều cao của bình gấp 3 lần bán kính đáy của nó. Người ta thả vào đó một khối trụ và đo được thể tích nước tràn ra ngoài là $\frac{16\pi}{9}dm^3$. Biết rằng một mặt của khối trụ nằm trên mặt trên của hình nón, các điểm trên đường tròn đáy còn lại đều thuộc các đường sinh của hình nón (như hình vẽ) và khối trụ có chiều cao bằng đường kính đáy của hình nón. Diện tích xung quanh S_{xq} của bình nước là: ***(THPT Quảng Xương, Thanh Hóa, lần 2)***



A. $S_{xq}=\frac{9\pi\sqrt{10}}{2}dm^2$. **B.** $S_{xq}=4\pi\sqrt{10}\ dm^2$.

C. $S_{xq}=4\pi\ dm^2$. **D.** $S_{xq}=\frac{3\pi}{2}\ dm^2$.

70. Tất cả các giá trị của *m* để bất phương trình $(3m+1)12^x+(2-m)6^x+3^x<0$ có nghiệm đúng $\forall x>0$ là: ***(THPT Quảng Xương, Thanh Hóa, lần 2).***

A. $(-2;+\infty)$. **B.** $(-\infty;-2]$. **C.** $\left(-\infty;-\frac{1}{3}\right)$. **D.** $\left(-2;-\frac{1}{3}\right)$.

71. Cho hàm số $y=\frac{x}{x-1}(C)$ và đường thẳng $(d): y=-x+m$. Khi đó số giá trị của *m* để đường thẳng *(d)* cắt đồ thị *(C)* tại hai điểm phân biệt A, B sao cho tam giác *OAB* (O là gốc tọa độ) có bán kính đường tròn ngoại tiếp bằng $2\sqrt{2}$ là (***Khảo sát chất lượng, THPT Triệu Sơn, Thanh Hóa***)

A. 0 **B.** 1 **C.** 2 **D.** 3

72. Lãi suất tiền gửi tiết kiệm của một số ngân hàng trong thời gian vừa qua liên tục thay đổi. Ông A gửi tiết kiệm vào ngân hàng với số tiền ban đầu là 5 triệu đồng với lãi suất 0,7% tháng chưa đầy một năm thì lãi suất tăng lên 1,15% tháng trong nửa năm tiếp theo và ông A tiếp tục gửi; sau nửa năm đó lãi suất giảm xuống còn 0,9% tháng, ông A tiếp tục gửi thêm một số tháng nữa, khi rút tiền ông A thu được cả vốn lẫn lãi là 5 747 478,359 đồng (chưa làm tròn). Khi đó tổng số tháng mà ông A gửi là (***Khảo sát chất lượng, THPT Triệu Sơn, Thanh Hóa***)

A. 13 tháng **B.** 14 tháng **C.** 15 tháng **D.** 16 tháng.

73. Một tấm đề can hình chữ nhật được cuộn tròn lại theo chiều dài, được một khối trụ đường kính 50 *cm*. Người ta trải ra 250 vòng để cắt chữ và in tranh cổ động, khối còn lại là một khối trụ có đường kính 45 *cm*. Hỏi phần đã trải ra dài bao nhiêu mét (làm tròn đến hàng đơn vị) ? (***Khảo sát chất lượng, THPT Triệu Sơn, Thanh Hóa***)

A. 373 *m* **B.** 119 *m* **C.** 187 *m* **D.** 94 *m*

74. Cho tứ diện $S.ABC$ trên đoạn SA,SB,SC lần lượt lấy các điểm M,N,P sao cho $SM=5MA$, $SN=2NB$ và $SP=kPC$. Kí hiệu V_T là thể tích của khối đa diện T. Biết rằng $V_{SMNP}=\frac{1}{2}V_{SABC}$. Tìm k? (***THPT Đoan Hùng, Phú Thọ***)

A. $k=\frac{1}{2}$ **B.** $k=9$ **C.** $k=5$. **D.** $k=4$.

75. Một người nông dân có một tấm cót hình chữ nhật có chiều dài $12\pi(dm)$, chiều rộng $1(m)$. Người nông dân muốn quây tấm cót thành một chiếc bồ đựng thóc không có đáy, không có nắp đậy, có chiều cao bằng chiều rộng của tấm cót theo các hình dáng sau: (***THPT Đoan Hùng Phú Thọ***)

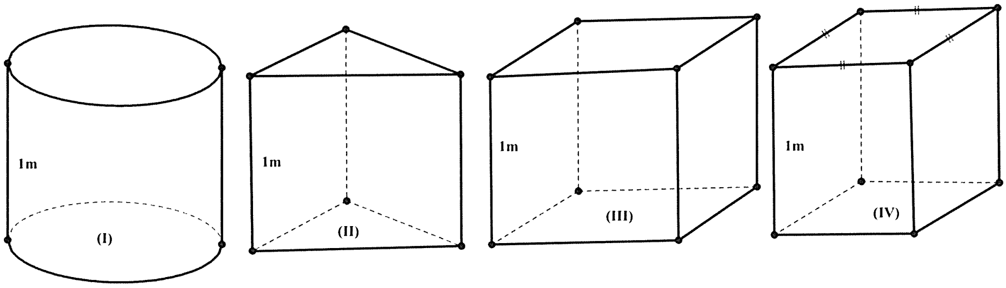
(I). Hình trụ.

(II). Hình lăng trụ tam giác đều.

(III). Hình hộp chữ nhật có đáy là hình chữ nhật có chiều dài gấp đôi chiều rộng.

(IV). Hình hộp chữ nhật có đáy là hình vuông.

Hỏi theo phương án nào trong các phương án trên thì bồ đựng được nhiều thóc nhất (Bỏ qua riềm, khớp nối).



A. (I) **B.** (II) **C.** (III) **D.** (IV)

76. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a, góc giữa SA và (ABC) bằng 45^0. Hình chiếu vuông góc của S lên (ABC) là điểm H thuộc BC sao cho $BC = 3BH$. Gọi M là trung điểm của SC. Tính khoảng cách từ M đến (SAB)? (***THPT Đoan Hùng Phú Thọ***)

A. $\frac{2a\sqrt{5}}{5}$. **B.** $\frac{a\sqrt{5}}{5}$. **C.** $\frac{a\sqrt{651}}{62}$. **D.** $\frac{a\sqrt{651}}{31}$.

77. Cho hàm số $y = mx^3 - 4x^2 + 9mx - \frac{2}{3}$ (1), với m là tham số thực. Gọi m_0 là giá trị của tham số m để hàm số (1) đạt cực trị tại hai điểm x_1, x_2 sao cho biểu thức $P = \frac{9}{x_1^2} + \frac{9}{x_2^2} - 8x_1 - 8x_2$ đạt giá trị nhỏ nhất. Tìm mệnh đề đúng. (***THPT Trần Quốc Tuấn***)

A. $m \in (0;\,1)$ **B.** $m \in (-1;\,0)$ **C.** $m_0 \in (1;3)$ **D.** $m_0 \in (-3;-1)$

78. Xét một hình lập phương và một mặt cầu. Giả sử mặt cầu có diện tích bằng S và hình lập phương có tổng diện tích tất cả các mặt bằng cũng bằng S; Gọi k là tỉ số thể tích giữa khối cầu và khối lập phương đó. Số k gần với số nào sau đây nhất? (***THPT Trần Quốc Tuấn***)

A. $\frac{69}{50}$ **B.** $\frac{50}{69}$ **C.** $\frac{7}{5}$ **D.** $\frac{5}{7}$

79. Một ngôi biệt thự nhỏ có 10 cây cột nhà hình trụ tròn, tất cả đều có chiều cao bằng $4{,}2m$. Trong đó, 4 cây cột trước đại sảnh có đường kính bằng 40cm, 6 cây cột còn lại bên thân nhà có đường kính bằng $26cm$. Chủ nhà dùng loại ***sơn giả đá*** để sơn 10 cây cột đó. Nếu giá của một loại sơn giả đá là $380.000đ / m^2$ (kể cả phần thi công) thì người chủ phải chi ít nhất bao nhiêu tiền để sơn cột 10 cây cột nhà đó (đơn vị đồng)? (***THPT Trần Quốc Tuấn***)

A. 15.835.000 **B.** 13.627.000 **C.** 16.459.000 **D.** 14.647.000

80. Hình hộp chữ nhật (không phải là hình lập phương) có bao nhiêu mặt phẳng đối xứng? (***THPT Chuyên Vĩnh Phúc)***

A. 3 **B.** 2 **C.** 1 **D.** 4

81. Tìm tất cả giá trị của tham số m để hàm số $y=\dfrac{mx+1}{x+m^2}$ có giá trị lớn nhất trên đoạn $[2;3]$ bằng $\dfrac{5}{6}$. ***(THPT Chuyên Vĩnh Phúc***)

A. $m=3$ hay $m=\dfrac{3}{5}$ **B.** $m=3$ hay $m=\dfrac{2}{5}$ **C.** $m=3$ **D.** $m=2$ hay $m=\dfrac{2}{5}$

82. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ thỏa $f(-x)+2f(x)=\cos x$. Tính giá trị của tích phân $I=\int\limits_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} f(x)dx$. ***(sưu tầm group Nhóm Toán)***

A. $I=\dfrac{4}{3}$ **B.** $I=\dfrac{1}{3}$ **C.** $I=\dfrac{2}{3}$ **D.** $I=1$

83. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$, $f(0)=1,\ f(2)=3$ và $\int\limits_0^2 f(x)dx=3$. Tính tích phân $I=\int\limits_0^1 xf'(2x)dx$ ***(sưu tầm group Nhóm Toán)***

A. $I=\dfrac{3}{4}$ **B.** $I=\dfrac{3}{2}$ **C.** $I=0$ **D.** $I=2$

84. Trong không gian với hệ tọa độ *Oxyz*, xét khối chóp tứ giác *S.ABCD* có đỉnh $S(1;2;-3)$, $ABCD$ là hình bình hành có $AB=b, AD=c, \measuredangle BAD=30^0$, đáy $ABCD$ nằm trong mặt phẳng có phương trình $2x-y+2z+3=0$. Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$. ***(Theo Thầy Đoàn Quỳnh)***

A. bc **B.** $\dfrac{bc}{2}$ **C.** $\dfrac{bc\sqrt{2}}{2}$ **D.** $\dfrac{bc\sqrt{3}}{2}$

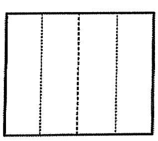
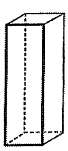
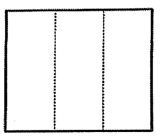
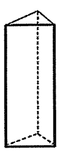
85. Ba tia Ox, Oy, Oz đôi một vuông góc. *C* là điểm cố định trên *Oz*, đặt $OC=1$; *A,B* thay đổi trên *Ox*, *Oy* sao cho $OA+OB=OC$. Tìm giá trị bé nhất của bán kính mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $O.ABC$. ***(Theo Thầy Đoàn Quỳnh)***

A. $\dfrac{\sqrt{6}}{4}$ **B.** $\dfrac{\sqrt{6}}{3}$ **C.** $\dfrac{\sqrt{6}}{2}$ **D.** $\sqrt{6}$

86. Cho hình chóp tứ giác đều *S.ABCD* có các cạnh cùng bằng 1. Tính bán kính mặt cầu nội tiếp hình chóp đều đó.

A. $\dfrac{\sqrt{2}}{4(1+\sqrt{3})}$ **B.** $\dfrac{\sqrt{2}}{2(1+\sqrt{3})}$ **C.** $\dfrac{\sqrt{3}}{2(1+\sqrt{3})}$ **D.** $\dfrac{\sqrt{3}}{4(1+\sqrt{3})}$

87. Từ một mảnh giấy hình vuông cạnh là *a*, người ta gấp nó thành 4 phần đều nhau rồi dựng lên thành một hình lăng trụ tứ giác đều (như hình vẽ).
Từ một mảnh giấy hình vuông khác cũng có cạnh là *a*, người ta gấp nó thành 3 phần đều nhau rồi dựng lên thành một hình lăng trụ tam giác đều (như hình vẽ). Gọi V_1, V_2 lần lượt là thể tích của lăng trụ tứ giác đều và lăng trụ tam giác đều. So sánh V_1 và V_2.

A. $V_1>V_2$ **B.** $V_1=V_2$ **C.** $V_1<V_2$ **D.** không so sánh được

88. Cho tứ diện đều *S.ABC* có thể tích là *V*, độ dài cạnh là *a*. Trên các cạnh SA, SB, SC lấy các điểm M, N, P sao cho $SM = 3MA, SN = \frac{1}{5}SB, \frac{SP}{2SP + PC} = \frac{1}{3}$. Gọi V' là thể tích của hình chóp *S.MNP*. Khi đó giá trị của V' tính theo *a* là:

A. $\frac{a^3\sqrt{2}}{160}$ **B.** $\frac{a^3\sqrt{2}}{12}$ **C.** $\frac{\sqrt{2}}{160}$ **D.** $\frac{a^3\sqrt{2}}{16}$

89. Biết thể tích khí CO_2 năm 1998 là $V\left(m^3\right)$. 10 năm tiếp theo, thể tích CO_2 tăng $m\%$, 10 năm tiếp theo nữa, thể tích CO_2 tăng $n\%$. Tính thể tích CO_2 năm 2016 ?

A. $V_{2016} = V\frac{\left((100+m)(100+n)\right)^{10}}{10^{20}}\left(m^3\right)$ **B.** $V_{2016} = V.\frac{(100+m)^{10}.(100+n)^{8}}{10^{36}}\left(m^3\right)$

C. $V_{2016} = V + V.(1+m+n)^{18}\left(m^3\right)$ **D.** $V_{2016} = V.(1+m+n)^{18}\left(m^3\right)$

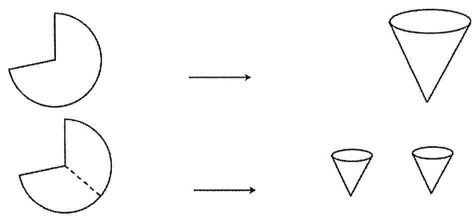
90. Một bác thợ xây bơm nước vào bể chứa nước. Gọi $h(t)$ là thể tích nước bơm được sau t giây. Cho $h'(t) = 3at^2 + bt$ và ban đầu bể không có nước. Sau 5 giây thì thể tích nước trong bể là $150m^3$. Sau 10 giây thi thể tích nước trong bể là $1100m^3$. Tính thể tích nước trong bể sau khi bơm được 20 giây.

A. 8400 m^3 **B.** 2200 m^3 **C.** 600 m^3 **D.** 4200 m^3.

91. Từ cùng một tấm kim loại dẻo hình quạt như hình vẽ có kích thước bán kính $R = 5$ và chu vi của hình quạt là $P = 8\pi + 10$, người ta gò tấm kim loại thành những chiếc phễu theo hai cách:

1. Gò tấm kim loại ban đầu thành mặt xung quanh của một cái phễu
2. Chia đôi tấm kim loại thành hai phần bằng nhau rồi gò thành mặt xung quanh của hai cái phễu

Gọi V_1 là thể tích của cái phễu thứ nhất, V_2 là tổng thể tích của hai cái phễu ở cách 2. Tính $\frac{V_1}{V_2}$?



A. $\frac{V_1}{V_2} = \frac{21}{\sqrt{7}}$ **B.** $\frac{V_1}{V_2} = \frac{2\sqrt{21}}{7}$

C. $\frac{V_1}{V_2} = \frac{2}{\sqrt{6}}$ **D.** $\frac{V_1}{V_2} = \frac{\sqrt{6}}{2}$

92. Thể tích của khối lăng trụ đứng *n* giác đều có các cạnh bằng *a*

A. $\frac{1}{4}na^3\cot\frac{\pi}{n}$ **B.** $\frac{1}{8}na^3\cot\frac{\pi}{n}$ **C.** $\frac{1}{4}na^3\cot\frac{\pi}{2n}$ **D.** $\frac{1}{8}na^3\cot\frac{\pi}{2n}$

93. Người ta thí nghiệm đo sự phân bố của 1 loại tảo có hại cho cá trong hồ rộng, và nhận thấy sự phân bố của loại tảo này là theo hàm $f(h)$ theo độ sâu tính từ mặt nước. Tức là ở độ sâu h (mét), sẽ có $f(h)\left(kg/m^3\right)$ tảo. Cho $f(h) = \frac{h^4}{4} - 2.h^2 + 7$, tìm độ sâu mà ở đó nồng độ của tảo là lớn nhất, biết hồ sâu nhất là 4m.

A. $7(kg/m^3)$ **B.** $3(kg/m^3)$ **C.** $39(kg/m^3)$ **D.** $45(kg/m^3)$

94. Cho hàm số $f(x) = \frac{1}{3+2^x} + \frac{1}{3+2^{-x}}$. Trong các khẳng định sau khẳng định nào **đúng?**

1. $f'(x) \neq 0$ với mọi $x \in \mathbb{R}$.
2. $f(1) + f(2) + ... + f(2017) = 2017$

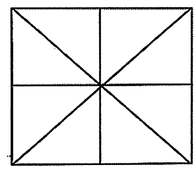
3. $f(x^2)=\dfrac{1}{3+4^x}+\dfrac{1}{3+4^{-x}}$

A. Khẳng định 1 **B.** Khẳng định 2 **C.** Khẳng định 3 **D.** Không có

95. Trong một khối cầu có bán kính R ,người ta tiến hành khoét hai phần,mỗi phần là một khối cầu sao cho tổng bán kính hai khối cầu bị khoét đúng bằng bán kính khối cầu ban đầu.Hỏi thể tích phần còn lại lớn nhất bằng bao nhiêu

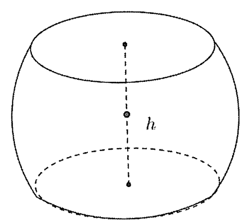
A. πR^3 **B.** $2R^3$ **C.** $2\pi R^3$ **D.** $\dfrac{\pi R^3}{2}$

96. Vào ngày tết ở Việt Nam,người ta thường chia một cái bánh chưng (coi như là một hình hộp với hai mặt trên dưới là hình vuông còn chiều cao bằng nửa cạnh hình vuông) thành 8 phần bằng nhau (bằng những lát cắt là những mặt phẳng vuông góc với đáy và trên mặt phẳng đáy chúng có vết cắt như hình vẽ sau).Hỏi tổng diên tích toàn phần của tất cả 8 phần so với diện tích toàn phần của cái bánh tăng lên bao nhiêu lần?



A. $2+\dfrac{2\sqrt{2}}{3}$ **B.** $3+\dfrac{2\sqrt{2}}{3}$ **C.** $2+\dfrac{2\sqrt{3}}{3}$ **D.** $\dfrac{3+\sqrt{2}}{2}$

97. Coi cái trống trường là vật thể giới hạn bởi một mặt cầu bán kính R = 0,5 m và hai mặt phẳng song song cách đều tâm (như hình vẽ). Biết chiều cao của trống là $h = 0{,}8$ m. Tính thể tích của cái trống.



A. $\dfrac{59}{375}\pi\ (m^3)$ **B.** $\dfrac{472}{3}\pi\ (m^3)$

C. $\dfrac{472000}{3}(m^3)$ **D.** $\dfrac{375}{59}(m^3)$

98. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $\sqrt{4-x}+\sqrt{2+x}=\sqrt{m+2x-x^2+1}$ có hai nghiệm phân biệt. (***Cục khảo thí và kiểm định, Bắc Ninh***)

A. $m\in[10;13)\cup\{14\}$ **B.** $m\in[10;13]$ **C.** $m\in(10;13)\cup\{14\}$ **D.** $m\in[10;14]$

99. Cho hàm số $f(x)=x^3-3x^2+1$. Số nghiệm của phương trình $f(f(x))=0$ là? (***Cục khảo thí và kiểm định, Bắc Ninh***)

A. 3. **B.** 6. **C.** 9. **D.** 7.

100. Trong không gian với hệ tọa độ *Oxyz,* cho ba điểm $A(a;0;0);B(0;b;0);C(0;0;c)$ với a,b,c là những số dương thay đổi sao cho $a^2+b^2+c^2=3$. Khoảng cách d từ O đến mặt phẳng (ABC) lớn nhất là:

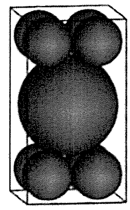
A. 1. **B.** $\dfrac{1}{3}$. **C.** $\dfrac{1}{\sqrt{3}}$. **D.** 3.

101. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $[0;1]$ và thỏa mãn: $\int_0^1 x(f'(x)-2)dx=f(1)$. Tính giá trị của $I=\int_0^1 f(x)dx$.

A. 0. **B.** 1. **C.** -1. **D.** không tính được.

102. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho 5 điểm $A(1;2;3)$; $B(0;0;2)$; $C(1;0;0)$; $D(0;-1;0)$; $E(2015;2016;2017)$. Hỏi từ 5 điểm này tạo thành bao nhiêu mặt phẳng ?

A. 10. **B.** 5. **C.** 3. **D.** 4.

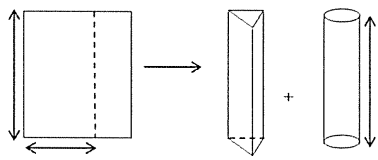


103. Một hình hộp chữ nhật có kích thước $6\times6\times h$ chứa một khối cầu lớn có bán kính bằng 3 và 8 khối cầu nhỏ bán kính bằng $\frac{3}{2}$. Biết rằng các khối cầu đều tiếp xúc nhau và tiếp xúc với các mặt của hình hộp (như hình vẽ). Thể tích của khối hộp là ***(THPT Ninh Giang, Hải Dương)***

A. $64+32\sqrt{7}$ **B.** $108+36\sqrt{7}$

C. $108+108\sqrt{7}$ **D.** $32+32\sqrt{7}$

104. Cắt một miếng tôn hình vuông cạnh $1m$ thành 2 hình chữ nhật, trong đó 1 hình có chiều rộng là $x(m)$, gọi miếng tôn này là miếng tôn thứ nhất. Người ta gò miếng tôn tứ nhất thành 1 hình lăng trụ tam giác đều, miếng còn lại gò thành một hình trụ (như hình vẽ). Tính x để tổng thể tích khối lăng trụ và khối trụ thu được là nhỏ nhất. ***(THPT Nguyễn Đăng Đạo, lần 2)***



A. $x=\frac{9}{\sqrt{3\pi}+9}$ **B.** $x=\frac{1}{3\sqrt{3\pi}+1}$ **C.** $x=\frac{9\pi}{9\pi+\sqrt{3}}$ **D.** $x=\frac{1}{\pi+\sqrt{3}}$

105. Biết rằng phương trình $ax^3+bx^2+cx+d=0\ (a\neq0)$ có đúng 2 nghiệm thực phân biệt. Hỏi đồ thị hàm số sau có bao nhiêu điểm cực trị: $y=\left|ax^3+bx^2+cx+d\right|$. ***(THPT Nguyễn Đăng Đạo, lần 2)***

A. 3 **B.** 5 **C.** 2 **D.** 4

106. Gọi x_1,x_2 là các nghiệm của phương trình: $\log_2\left(\frac{x^2+2x+2}{3x^2+x+2}\right)=x^2-3x-3$. Tính giá trị của biểu thức $T=x_1^2+x_2^2$. ***(THPT Nguyễn Đăng Đạo, lần 2)***

A. $T=15$ **B.** $T=13$ **C.** $T=\frac{25}{4}$ **D.** $T=\frac{33}{4}$

107. Cho hình nón đỉnh S, đáy là hình tròn tâm O, góc ở đỉnh nón bằng 150^0. Trên đường tròn đáy, lấy một điểm A cố định. Có bao nhiêu mặt phẳng chứa SA cắt nón theo một thiết diện có diện tích lớn nhất. ***(THPT Chuyên Lam Sơn, Thanh Hóa)***

A. có 3 mặt phẳng **B.** có 1 mặt phẳng **C.** có 2 mặt phẳng **D.** có vô số mặt phẳng

108. Một đội xây dựng cần hoàn thiện một hệ thống cột tròn của một cửa hàng kinh doanh gồm 10 chiếc. Trước khi hoàn thiện mỗi chiếc cột là một khối bê tông cốt thép hình lăng trụ lục giác đều có cạnh 20 cm; sau khi hoàn thiện (bằng cách trát thêm vữa tổng hợp vào xung quanh) mỗi cột là một khối trụ có đường kính đáy bằng 42 cm. Chiều cao của mỗi cột trước và sau khi hoàn thiện là 4m. Biết lượng xi măng cần dùng chiếm 80% lượng vữa và cứ một bao xi măng 50kg thì tương đường với $64000\,cm^3$ xi măng. Hỏi cần ít nhất bao nhiêu bao xi măng loại 50kg để hoàn thiện toàn bộ hệ thống cột ? ***(THPT Chuyên Lam Sơn, Thanh Hóa)***

A. $25(bao)$ **B.** $18(bao)$ **C.** $28(bao)$ **D.** $22(bao)$

109. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho bốn điểm $A(1;0;0)$, $B(0;3;0)$, $C(0;0;2)$, $D(1;3;-2)$. Hỏi có tất cả bao nhiêu mặt phẳng cách đều 5 điểm O, A, B, C, D (O là gốc tọa độ) ? ***(THPT Hậu Lộc, Thanh Hóa)***

A. 5 mặt phẳng **B.** 4 mặt phẳng **C.** vô số mặt phẳng **D.** 7 mặt phẳng

110. Một công ty muốn thiết kế hộp đựn sữa với thể tích $1dm^3$ đã giao cho hai nhóm thiết kế.

Nhóm 1: thiết kế vỏ hộp là hình hộp chữ nhật với đáy là hình vuông.

Nhóm 2: thiết kế vỏ hộp là hình trụ.

Biết rằng để tiết kiệm nguyện vật liệu thì vỏ hộp phải có diện tích toàn phần nhỏ nhất, do đó các nhóm phải tìm cách thiết kế sao cho diện tích vỏ hộp nhỏ nhất. Kí hiệu S_1, S_2 lần lượt là diện tích vỏ hộp nhỏ nhất theo phương án của nhóm 1 và nhóm 2. Tính tỉ số $\frac{S_1}{S_2}$? (***THPT Hậu Lộc, Thanh Hóa***)

A. $\frac{S_1}{S_2}=\sqrt[3]{\frac{4}{\pi}}$ **B.** $\frac{S_1}{S_2}=\sqrt[3]{\frac{\pi}{4}}$ **C.** $\frac{S_1}{S_2}=\sqrt[3]{\frac{1}{2\pi}}$ **D.** $\frac{S_1}{S_2}=\sqrt{\frac{4}{\pi}}$

111. Cho biết $\int_0^{\sqrt{2}} xf(x^2)dx = 4; \int_2^3 f(z)dz = 2; \int_9^{16} \frac{f\left(\sqrt{t}\right)}{\sqrt{t}}dt = 3$. Tính $I = \int_0^4 f(x)dx$?

A. $\frac{23}{2}$ **B.** 9 **C.** $\frac{11}{2}$ **D.** 16

112. Cho số phức thỏa mãn điều kiện $|z| = \frac{1}{|z|} = |z-1|$. Khi đó $|z+1|$ bằng bao nhiêu ?

A. $|z+1| = \sqrt{5}$ **B.** $|z+1| = 5$ **C.** $|z+1| = 1$ **D.** $|z+1| = \sqrt{3}$

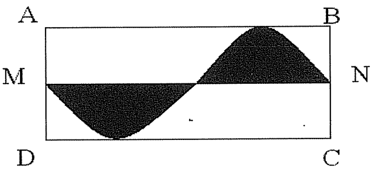
113. Khi tính nguyên hàm $\int \frac{dx}{\sqrt{(2x+1)(x+1)^3}}$ người ta đặt $t = g(x)$ thì nguyên hàm trở thành $\int 2dt$. Tính giá trị $g(0)+g(1)$ là

A. $\frac{1+\sqrt{6}}{2}$ **B.** $\frac{2+3\sqrt{6}}{2}$ **C.** $\frac{3+\sqrt{6}}{2}$ **D.** $\frac{2+\sqrt{6}}{2}$

114. Một hộp giấy hình hộp chữ nhật có thể tích $2\,dm^3$. Nếu tăng mỗi cạnh của hộp giấy thêm $\sqrt[3]{2}$ dm thì thể tích của hộp giấy là $16\,dm^3$. Hỏi nếu tăng mỗi cạnh của hộp giấy ban đầu lên $2\sqrt[3]{2}$ dm thì thể tích hộp giấy mới là: (***Cục khảo thí và kiểm định, Bắc Ninh***)

A. $32dm^3$. **B.** $64dm^3$. **C.** $72dm^3$. **D.** $54dm^3$.

115. Người ta trồng hoa vào phần đất được tô màu đen được giới hạn bởi cạnh AB, CD, đường trung bình MN của mảnh đất hình chữ nhật ABCD và một đường cong hình sin (như hình vẽ). Biết $AB = 2\pi(\text{m})$, $AD = 2(\text{m})$. Tính diện tích phần còn lại.



A. $4\pi - 1$ **B.** $4(\pi-1)$ **C.** $4\pi - 2$ **D.** $4\pi - 3$

ĐÁP ÁN ĐỀ MINH HỌA LẦN 1

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
D	C	B	D	A	A	C	B	D	C
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
A	B	B	A	C	D	A	A	C	D
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
B	A	A	C	C	C	A	D	D	A
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
B	B	C	C	A	D	D	B	D	C
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
A	B	D	A	C	B	A	D	B	C

1. Các hàm trên là các hàm đa thức, đầu tiên ta quan sát hệ số a để biết được hướng lên xuống của đồ thị (tính từ bên trái của đồ thị). Và ta dựa vào hình dạng của đồ thị hàm bậc 3, bậc 4, bậc 2. Từ đó có cách chọn đáp án hợp lý nhất.

Loại đáp án A, B vì đường cong đồ thị theo hướng lên - xuống - lên nên hệ số $a > 0$

Loại đáp án C vì đó là hàm trùng phương nhận trục Oy làm trục đối xứng.

A	Sai vì hàm bậc 2.
B	Sai vì hàm trùng phương.
C	Sai vì hàm bậc 3 có hệ số $a < 0$.

2. Các em nắm chắc định nghĩa về tiệm cận đứng của đồ thị:

Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên một khoảng vô hạn có dạng $(a;+\infty)$ hoặc $(-\infty;a)$ hoặc $(-\infty;+\infty)$.

Đường thẳng $y = y_0$ là **đường tiệm cận ngang** (hay **tiệm cận ngang**) của đồ thị hàm số $y = f(x)$ nếu ít nhất một trong các điều kiện sau được thỏa mãn: $\lim\limits_{x\to+\infty} y = y_0$; $\lim\limits_{x\to-\infty} y = y_0$.

Vì $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = 1$ và $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x) = -1$ từ đó suy ra đồ thị hàm số đã cho có hai tiệm cận ngang là các đường thẳng $y = 1$ và $y = -1$.

A	Sai vì kết luận đồ thị hàm số không có tiệm cận ngang.
B	Sai vì kết luận đồ thị hàm số có đúng một tiệm cận ngang.
D	Sai vì kết luận sai thành $x = 1$ và $x = -1$.

3. Bài toán tìm khoảng đồng biến nghịch biến.

Bước 1: Tìm tập xác định, tìm đạo hàm. **Bước 2:** Lập bảng biến thiên, từ đó ta kết luận.

Tập xác định: $D = \mathbb{R}$, $y' = 8x^3 \xrightarrow{y'=0} x = 0 \Rightarrow y(0) = 1$ và $\lim\limits_{x\to-\infty} y = +\infty$; $\lim\limits_{x\to+\infty} y = +\infty$.

x	$-\infty$		0		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	$\searrow$	1	$\nearrow$	$+\infty$

Vậy hàm số đồng biến trên khoảng $(0;+\infty)$

A	Sai vì hiểu sai khi lập bảng biến thiên: $y=0 \Rightarrow 2x^4+1=0 \Leftrightarrow x^4=-\frac{1}{2}$, từ đó lập bảng biến thiên và kết luận sai.
C	Sai vì hiểu sai khi lập bảng biến thiên: $y=0 \Rightarrow 2x^4+1=0 \Leftrightarrow x^4=-\frac{1}{2}$, từ đó lập bảng biến thiên và kết luận sai.
D	Sai vì kết luận nhầm qua hàm số nghịch biến.

4. Các em cần nắm chắc định lí sau:

Giả sử hàm số f liên tục trên khoảng (a;b) chứa điểm x_0 và có đạo hàm trên các khoảng $(a;x_0)$ và $(x_0;b)$ và

- Nếu $f'(x)$ đổi dấu từ (+) sang $(-)$ tại x_0 thì *f* đạt cực đại tại x_0 .
- Nếu $f'(x)$ đổi dấu từ $(-)$ sang $(+)$ tại x_0 thì *f* đạt cực tiểu tại x_0 .

$\boxed{\text{Nhận xét: f đạt cực trị tại}}\, x_0 \Leftrightarrow f'(x) \boxed{\text{đổi dấu tại } x_0}$.

Từ bảng biến thiên ta thấy ngay hàm số đạt cực đại tại $x=0$ và đạt cực tiểu tại $x=1$.

A	sai vì hàm số có 2 điểm cực trị
B	sai vì hàm số có giá trị cực tiểu $y=-1$ khi $x=0$
C	sai vì hàm số không có GTLN và GTNN trên $\mathbb{R}$.

5. **Bước 1:** Tìm tập xác định, tính đạo hàm. **Bước 2:** Lập bảng biến thiên, từ đó kết luận.

Tập xác định: $D=\mathbb{R}$, $y'=3x^2-3 \xrightarrow{y'=0} 3x^2-3=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1 \Rightarrow y(1)=0 \\ x=-1 \Rightarrow y(-1)=4 \end{array}\right.$. Giới hạn: $\lim\limits_{x\to-\infty} y=-\infty$; $\lim\limits_{x\to+\infty} y=+\infty$.

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	4	$\searrow$	0	$\nearrow$	$+\infty$

Vậy hàm số đạt cực đại tại $x=-1,\ y_{CD}=4$.

B	Nhầm y_{CD} với x_{CT} do thấy $1>-1$.
C	Nhầm y_{CD} với y_{CT}
D	Nhầm y_{CD} với x_{CD}

6. Thuật toán tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=f(x)$ liên tục trên đoạn $[a,b]$:

- Tính đạo hàm y'

- Tìm các điểm $x_1,\ x_2,\ ..\in(a,b)$ là nghiệm của $y'=0$ hoặc không có đạo hàm .
- Tính các giá trị $f(a);\ f(b);\ f(x_1);\ f(x_2);\ \dots$
- So sánh và kết luận :

$$\max_{x\in[a,b]} f(x)=\max\{f(a);f(x_1);\ f(x_2);...;f(b)\}$$

$$\min_{x\in[a,b]} f(x)=\min\{f(a);f(x_1);\ f(x_2);...;f(b)\}$$

Xét hàm số $y=\dfrac{x^2+3}{x-1}$ liên tục trên đoạn $[2;4]$

Ta có $y'=\dfrac{x^2-2x-3}{(x-1)^2}\xrightarrow{y'=0}\left[\begin{array}{l}x=3\Rightarrow f(3)=6\\ x=-1\ (ktm)\end{array}\right.$ và $f(2)=7,\ f(4)=\dfrac{19}{3}$

So sánh các giá trị ta có $\min\limits_{x\in[2;4]} y=6\Leftrightarrow x=3$.

***Cách giải nhanh*: sử dụng máy tính cầm tay :** $\xrightarrow{MODE+7} f(X)=\dfrac{X^2+3}{X-1}\xrightarrow[End:X=4,\ Step:0,5]{Start:X=2}$

Sau khi ta bằng thì máy tính ở cột $f(x)$ sẽ có giá trị nhỏ nhất là 6 .

7. Xét phương trình hoành độ giao điểm ta có: $-2x+2=x^3+x+2\Leftrightarrow x^3+3x=0\Leftrightarrow x=0\Rightarrow y_o=2$.

8. Hàm số bậc 4 trùng phương $y=f(x)=a.x^4+b.x^2+c\ (a\neq 0)$, Tập xác định: D = R

Đạo hàm $y'=f'(x)=4a.x^3+2b.x\ \ (a\neq 0)$

- Hàm số có 1 cực trị $\Leftrightarrow ab>0$ hoặc $b=0$
- Hàm số có 3 cực trị $\Leftrightarrow ab<0$. Khi đó:
  - với $a>0$, hàm số có 1 cực đại và 2 cực tiểu
  - với $a<0$, hàm số có 1 cực tiểu và 2 cực đại

Đồ thị hàm số có 3 điểm cực trị *A, B, C* tạo thành tam giác cân tại điểm cực trị $A(0;c)\in Oy$ với $\widehat{BAC}=2\varphi$, ta có $\boxed{\tan^2\varphi=-\dfrac{8a}{b^3}}$.

$y=x^4+2mx^2+1$. Tập xác định: $D=\mathbb{R}$

Ta có: $y'=4x^3+4mx;y'=0\Leftrightarrow 4x^3+4mx=0\Leftrightarrow 4x\left(x^2+m\right)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\ x^2=-m\ (*)\end{array}\right.$

Hàm số có 3 cực trị khi và chỉ khi phương trình $y'=0$ có 3 nghiệm phân biệt nghĩa là phương trình $(*)$ có 2 nghiệm phân biệt khác $0\Leftrightarrow -m>0\Leftrightarrow m<0$. (loại đáp án C và D)

Vậy tọa độ 3 điểm lần lượt là: $A(0;1);B\left(-\sqrt{-m};1-m^2\right);C\left(\sqrt{-m};1-m^2\right)$

Ta có $\overrightarrow{AB}=\left(-\sqrt{-m};-m^2\right);\overrightarrow{AC}=\left(\sqrt{-m};-m^2\right)$

Vì ΔABC vuông cân tại $A\Rightarrow\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC}=0\Leftrightarrow\Leftrightarrow m+m^4=0\Leftrightarrow m=-1$ do $m<0$

***Cách giải nhanh*:** Áp dụng kết quả trên ta có tam giác *ABC* vuông cân tại $A\Rightarrow\widehat{BAC}=2\varphi=90^0\Rightarrow\varphi=45^0$

$$\tan^2\varphi=-\frac{8a}{b^3}\Leftrightarrow 1=-\left(\frac{8}{8m^3}\right)\Leftrightarrow m=-1.$$

9. Ta có: $\lim\limits_{x\to-\infty} y = \lim\limits_{x\to-\infty} \dfrac{x+1}{\sqrt{mx^2+1}} = \dfrac{-\left(1+\dfrac{1}{x}\right)}{\sqrt{m+\dfrac{1}{x^2}}} = -\dfrac{1}{\sqrt{m}}$

và $\lim\limits_{x\to+\infty} y = \lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{x+1}{\sqrt{mx^2+1}} = \lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{1+\dfrac{1}{x}}{\sqrt{m+\dfrac{1}{x^2}}} = \dfrac{1}{\sqrt{m}}$

Vậy hàm số có hai tiệm cận ngang là : $y = \dfrac{1}{\sqrt{m}}; y = -\dfrac{1}{\sqrt{m}} \Rightarrow m > 0$

10. Đây là bài toán thực tế liên quan vấn đề giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của hàm số.

Ta có : $h = x\,(cm) > 0$ là đường cao hình hộp.

Vì tấm nhôm được gấp lại tạo thành hình hộp nên cạnh đáy của hình hộp là: $12-2x\,(cm)$

Vậy diện tích đáy hình hộp $S = (12-2x)^2\,(cm^2)$. Ta có: $\begin{cases} x>0 \\ 12-2x>0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x>0 \\ x<6 \end{cases} \Leftrightarrow x\in(0;6)$

Thể tích của hình hộp là: $V = S.h = x.(12-2x)^2$

Xét hàm số: $y = x.(12-2x)^2, \forall x\in(0;6) \Rightarrow y' = (12-2x)(12-6x) \xrightarrow{y'=0} \left[\begin{array}{l} x=2\ (tm) \\ x=6\ (ktm) \end{array}\right.$

x	0		2		6
$f'(x)$		+	0	−	
$f(x)$		↗	128	↘	

Vậy thể tích lớn nhất của hình hộp là $128\,(cm^3)$ khi $x = 2\,(cm)$.

11. Đặt $t=\tan x$, vì $x\in\left(0;\dfrac{\pi}{4}\right) \Rightarrow t\in(0;1)$. Xét hàm số $f(t) = \dfrac{t-2}{t-m}\ \forall t\in(0;1)$.

Tập xác định: $D=\mathbb{R}\setminus\{m\}$. Ta có $f'(t) = \dfrac{2-m}{(t-m)^2}$.

Để hàm số y đồng biến trên khoảng $\left(0;\dfrac{\pi}{4}\right)$ khi và chỉ khi: $f'(t)>0\ \forall t\in(0;1)$

$\Leftrightarrow \dfrac{2-m}{(t-m)^2} > 0\ \forall t\in(0;1) \Leftrightarrow \begin{cases} 2-m>0 \\ m\notin(0;1) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m<2 \\ \left[\begin{array}{l} m\le 0 \\ m\ge 1 \end{array}\right. \end{cases} \Leftrightarrow m\in(-\infty;0]\cup[1;2)$

B, C	Sai vì chưa xét hết trường hợp.
D	Sai vì sai điều kiện $y\le 0, \forall t\in(0;1) \Leftrightarrow \dfrac{2-m}{(t-m)^2} \le 0\ \forall t\in(0;1) \Leftrightarrow \begin{cases} 2-m\le 0 \\ m\notin(0;1) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m\ge 2 \\ \left[\begin{array}{l} m\le 0 \\ m\ge 1 \end{array}\right. \end{cases} \Leftrightarrow m\ge 2$.

12. Giải phương trình logarit nhớ đặt điều kiện.

Điều kiện: $x-1>0 \Leftrightarrow x>1$, $\log_4(x-1)=3 \Leftrightarrow x-1=4^3 \Leftrightarrow x=65$

A	Sai vì vì quên đổi dấu -1 khi chuyển vế $\log_4(x-1)=3 \Leftrightarrow x-1=4^3 \Leftrightarrow x=64-1 \Leftrightarrow x=63$.

13. Nhắc lại công thức đạo hàm: $y=a^x \Rightarrow y=a^x \ln a, (0<a\neq 1)$

Ta có: $y'=\left(13^x\right)'=13^x.\ln 13$

A	Sai vì áp dụng nhầm công thức $\left(x^n\right)'=n.x^{n-1}$.
C	Sai vì áp dụng nhầm công thức $\left(e^x\right)'=e^x$.
D	Sai vì nhầm qua công thức nguyên hàm.

14. Khi giải bất phương trình logarit cần chú ý đặt điều kiện và chú ý cơ số lớn hơn 1 hay nhỏ hơn 1

Điều kiện: $3x-1>0 \Leftrightarrow x>\frac{1}{3}$, $\log_2(3x-1)>3 \Leftrightarrow 3x-1>2^3 \Leftrightarrow 3x>9 \Leftrightarrow x>3$

B	Sai vì giải sai BPT $\log_2(3x-1)>3 \Leftrightarrow 3x-1<2^3 \Leftrightarrow 3x<9 \Leftrightarrow x<3 \Rightarrow \frac{1}{3}<x<3$
C	Sai vì giải sai BPT $\log_2(3x-1)>3 \Leftrightarrow 3x-1<2^3 \Leftrightarrow 3x<9 \Leftrightarrow x<3$ và không kết hợp điều kiện.
D	Sai vì giải sai BPT $\log_2(3x-1)>3 \Leftrightarrow 3x-1>3^2 \Leftrightarrow 3x>10 \Leftrightarrow x>\frac{10}{3}$

15. Hàm số $y=\log_a x$ xác định khi và chỉ khi $\begin{cases} x>0 \\ 0<a\neq 1 \end{cases}$

Hàm số xác định khi và chỉ khi $x^2-2x-3>0 \Leftrightarrow x<-1$ hoặc $x>3$

Vậy tập xác định: $D=(-\infty;-1)\cup(3;+\infty)$

A	Sai vì áp dụng điều kiện $x^2-2x-3\geq 0$.
B	Sai vì áp dụng sai điều kiện và giải sai $x^2-2x-3\geq 0 \Leftrightarrow -1\leq x\leq 3$.
D	Sai vì giải sai $x^2-2x-3>0 \Leftrightarrow -1<x<3$.

16. Bài toán này yêu cầu các em cần hiểu và nắm chắc công thức về logarit.

$\log_a bc=\log_a b+\log_a c; \log_a b^m=m\log_a b$ với a,b,c là các số nguyên dương và $a\neq 1, m\in\mathbb{R}$.

A	Đáp án A đúng vì $f(x)<1 \Leftrightarrow \log_2 f(x)<\log_2 1 \Leftrightarrow \log_2\left(2^x.7^{x^2}\right)<0 \Leftrightarrow \log_2 2^x+\log_2 7^{x^2}<0$ $\Leftrightarrow x+x^2.\log_2 7<0$
B	Đáp án B đúng vì $f(x)<1 \Leftrightarrow \ln f(x)<\ln 1 \Leftrightarrow \ln\left(2^x.7^{x^2}\right)<0 \Leftrightarrow \ln 2^x+\ln 7^{x^2}<0$ $\Leftrightarrow x.\ln 2+x^2.\ln 7<0$
C	Đáp án C đúng vì $f(x)<1 \Leftrightarrow \log_7 f(x)<\log_7 1 \Leftrightarrow \log_7\left(2^x.7^{x^2}\right)<0 \Leftrightarrow \log_7 2^x+\log_7 7^{x^2}<0$ $\Leftrightarrow x.\log_7 2+x^2<0$

D	Vậy D sai vì $f(x)<1 \Leftrightarrow \log_2 f(x)<\log_2 1 \Leftrightarrow \log_2\left(2^x.7^{x^2}\right)<0 \Leftrightarrow \log_2 2^x+\log_2 7^{x^2}<0$ $\Leftrightarrow x+x^2\log_2 7<0$

17. Ta có : $\log_{a^2}(ab)=\log_{a^2}a+\log_{a^2}b=\frac{1}{2}.\log_a a+\frac{1}{2}.\log_a b=\frac{1}{2}+\frac{1}{2}.\log_a b$.

B	HS sai khi biến đổi $\log_{a^2}(ab)=\frac{1}{2}\log_a(ab)=\frac{1}{2}\log_a a.\log_a b=\frac{1}{2}\log_a b$
C	HS sai biến đổi $\log_{a^2}(ab)=2\log_a(ab)=2(\log_a a+\log_a b)=2+2\log_a b$
D	HS sai biến đổi $\log_{a^2}(ab)=(\log_{a^2}a).(\log_{a^2}b)$ $=\left(\frac{1}{2}\log_a a\right).\left(\frac{1}{2}\log_a b\right)=\frac{1}{4}\log_a b$

18. $y'=\dfrac{(x+1)'.4^x-(x+1).(4^x)'}{(4^x)^2}=\dfrac{4^x-(x+1).4^x.\ln 4}{(4^x)^2}$

$=\dfrac{4^x.(1-x.\ln 4-\ln 4)}{(4^x)^2}=\dfrac{1-x.2\ln 2-2\ln 2}{4^x}=\dfrac{1-2\ln 2(x+1)}{2^{2x}}$

CASIO: Shift– tích phân: $\left.\dfrac{d}{dx}\left(\dfrac{x+1}{4^x}\right)\right|_{x=?}$

Nhập một giá trị của x bất kỳ ví dụ bằng 2:

Ta có: $\left.\dfrac{d}{dx}\left(\dfrac{x+1}{4^x}\right)\right|_{x=2}$ trừ đi một trong số các đáp án . Nếu kết quả bằng 0 thì đáp án tương ứng đúng.

Ở đáp án A: $\left.\dfrac{d}{dx}\left(\dfrac{x+1}{4^x}\right)\right|_{x=2}-\dfrac{1-2\left(\boxed{2}+1\right)\ln 2}{2^{2\boxed{2}}}=-2{,}94.10^{-13}$ sau đó bấm "độ" kết quả bằng 0.

(Chú ý gán $x=2$ chỗ đóng khung)

B	HS sai công thức đạo hàm $\left(\dfrac{u}{v}\right)'=\dfrac{u'v+uv'}{v^2}$.
C	HS nhầm mẫu $4^x=2^{2x}=2^{x^2}$.
D	Kết hợp nhiều B và C.

19. Ta có: $\log_6 45=\log_6 9+\log_6 5$

$\log_6 9=\dfrac{1}{\log_{3^2}(2.3)}=\dfrac{1}{\frac{1}{2}.(\log_3 2+\log_3 3)}=\dfrac{2}{\frac{1}{\log_2 3}+1}=\dfrac{2}{\frac{1}{a}+1}=\dfrac{2a}{a+1}(1)$

$\log_6 5=\dfrac{1}{\log_5(2.3)}=\dfrac{1}{\log_5 2+\log_5 3}=\dfrac{1}{\log_5 2+b}$ mà $\log_5 2=\dfrac{\log_3 2}{\log_3 5}=\dfrac{\frac{1}{\log_2 3}}{\frac{1}{\log_5 3}}=\dfrac{\frac{1}{a}}{\frac{1}{b}}=\dfrac{b}{a}$

$\Rightarrow \log_6 5 = \dfrac{1}{\dfrac{b}{a}+b} = \dfrac{a}{ab+b}(2)$.

Từ (1) và (2) suy ra:

$$\log_6 45 = \frac{2a}{a+1} + \frac{a}{ab+b} = \frac{2a^2b+2ab+a^2+a}{(a+1)(ab+b)} = \frac{(a+1)2ab+(a+1)a}{(a+1)(ab+b)} = \frac{(a+1)(a+2ab)}{(a+1)(ab+b)} = \frac{a+2ab}{ab+b}$$

CASIO: Sto\Gán $A = \log_2 3, B = \log_5 3$ bằng cách: Nhập $\log_2 3$ \shift\Sto\A tương tự B

Thử từng đáp án: $\dfrac{A+2AB}{AB} - \log_6 45 \approx 1,34$ (Loại)

Thử đáp án: $\dfrac{A+2AB}{AB+B} - \log_6 45 = 0$ (chọn)

20. Cách 1: Vì $b > a > 1 \Rightarrow \begin{cases} \log_a b > \log_a a \\ \log_b b > \log_b a \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \log_a b > 1 \\ 1 > \log_b a \end{cases} \Rightarrow \log_b a < 1 < \log_a b$

Cách 2: Đặt $a = 2; b = 3 \Rightarrow \log_3 2 < 1 < \log_2 3 \Rightarrow$ D

A	Sai vì nhầm $\log_a b < \log_b b = 1 = \log_a a < \log_b a$ với $b > a > 1$.
B	Sai vì nhầm $\log_a b < \log_b a$ với $b > a > 1$
C	Sai vì nhầm $\log_b a < \log_a b$ và $\log_a b < \log_b b = 1$.

21. Cách 1: Công thức: Vay số tiền A lãi suất $r\%$ / tháng. Hỏi trả số tiền a là bao nhiêu để n tháng hết nợ : $a = \dfrac{A.r.(1+r)^n}{(1+r)^n - 1} = \dfrac{100.0,01.(1+0,01)^3}{(1+0,01)^3 - 1}$.

Cách 2: Theo đề ta có: ông A trả hết tiền sau 3 tháng vậy ông A hoàn nợ 3 lần

Với lãi suất 12%/năm suy ra lãi suất một tháng là 1%

- Hoàn nợ lần 1:

-Tổng tiền cần trả (gốc và lãi) là : $100.0,01 + 100 = 100.1,01$ (triệu đồng)

- Số tiền dư : $100.1,01 - m$ (triệu đồng)

- Hoàn nợ lần 2:

- Tổng tiền cần trả (gốc và lãi) là :

$(100.1,01 - m).0,01 + (100.1,01 - m) = (100.1,01 - m).1,01 = 100.(1,01)^2 - 1,01.m$ (triệu đồng)

- Số tiền dư: $100.(1,01)^2 - 1,01.m - m$ (triệu đồng)

- Hoàn nợ lần 3:

- Tổng tiền cần trả (gốc và lãi) là:

$\left[100.(1,01)^2 - 1,01.m - m\right].1,01 = 100.(1,01)^3 - (1,01)^2 m - 1,01m$ (triệu đồng)

- Số tiền dư: $100.(1,01)^3 - (1,01)^2 m - 1,01m - m$ (triệu đồng)

$$\Rightarrow 100.(1,01)^3 - (1,01)^2 m - 1,01m - m = 0 \Leftrightarrow m = \frac{100.(1,01)^3}{(1,01)^2 + 1,01 + 1}$$

$$\Leftrightarrow m = \frac{100.(1,01)^3.(1,01-1)}{\left[(1,01)^2 + 1,01 + 1\right].(1,01-1)} = \frac{(1,01)^3}{(1,01)^3 - 1} \text{ (triệu đồng)}$$

A	Nhầm khi áp dụng công thức số tiền nợ ngân hàng sau 3 tháng chia đều cho 3: $m=\dfrac{a(1+r)^3}{3}=\dfrac{100.(1,01)^3}{3}$.
C	Áp dụng sai công thức lãi đơn sau 3 tháng $m=\dfrac{a(1+3r)}{3}=\dfrac{100\times 1,03}{3}$
D	Áp dụng sai lãi suất theo năm $r=12\%$ năm $a=\dfrac{A.r.(1+r)^n}{(1+r)^n-1}=\dfrac{100.0,12.(1+0,12)^3}{(1+0,12)^3-1}=\dfrac{120.(1,12)^3}{(1,12)^3-1}$.

22.

B	Quên nhân π.
C	Quên bình phương hàm $y=f(x)$.
D	Nhầm công thức tính diện tích hình phẳng.

23. $\int f(x)dx=\int\sqrt{2x-1}dx=\int(2x-1)^{\frac{1}{2}}dx=\dfrac{1}{2}.\dfrac{(2x-1)^{\frac{3}{2}}}{\frac{3}{2}}+C=\dfrac{1}{2}.\dfrac{2}{3}.\sqrt{(2x-1)^3}+C=\dfrac{1}{3}.(2x-1).\sqrt{2x-1}+C$

B	Sai công thức $\int(ax+b)^\alpha dx=\dfrac{(ax+b)^{\alpha+1}}{\alpha+1}+C$.
C	Sai công thức $\int(ax+b)^\alpha dx=\dfrac{1}{a}.\dfrac{(ax+b)^\alpha}{\alpha+1}+C$.
D	Sai công thức $\int(ax+b)^\alpha dx=\dfrac{1}{a}.(ax+b)^\alpha+C$

24. **Cách 1:** Quãng đường vật di chuyển $s(t)=\int v(t)dt=\int(-5t+10)dt=\dfrac{-5t^2}{2}+10t+C$

Tại thời điểm $t=0$ thì $s(t)=0$, do đó $C=0$ và $s(t)=\dfrac{-5t^2}{2}+10t=\dfrac{-5}{2}(t-2)^2+10\le 10$

Xe dừng hẳn khi được quãng đường $10\,(m)$ kể từ lúc đạp phanh

Cách 2: Khi vật dừng lại thì $v=0\Rightarrow -5t+10=0\Leftrightarrow t=2(s)$

Quãng đường vật đi được trong thời gian này là :

$$s(t)=\int_0^2 v(t)dt=\int_0^2(-5t+10)dt=\left.\left(\frac{-5t^2}{2}+10t\right)\right|_0^2=10(m)$$

A	HS sai $v=0\Rightarrow -5t+10=0\Leftrightarrow t=2(s)\Rightarrow\dfrac{2}{10}=0,2$ mét.
B	HS sai $v=0\Rightarrow -5t+10=0\Leftrightarrow t=2$ mét.
D	HS sai $v=0\Rightarrow -5t+10=0\Leftrightarrow t=2\,(s)\Rightarrow 2.10=20$ mét.

25. Đặt $t=\cos x\Rightarrow dt=-\sin xdx\Leftrightarrow -dt=\sin xdx$

Đổi cận: với $x=0\Rightarrow t=1$; với $x=\pi\Rightarrow t=-1$. Vậy $I=-\int_1^{-1}t^3dt=\int_{-1}^1 t^3dt=\left.\dfrac{t^4}{4}\right|_{-1}^1=\dfrac{1^4}{4}-\dfrac{(-1)^4}{4}=0$

A	HS quên đổi cận $I=-\int_0^{\pi} t^3dt=-\left.\frac{t^4}{4}\right\|_0^{\pi}=-\frac{1}{4}\pi^4$.
B	HS quên đổi cận và sai công thức nguyên hàmv $I=-\int_0^{\pi} t^3dt=\left(-t^4\right)_0^{\pi}=-\pi^4$.
D	Đổi sai cận $x=\pi\Rightarrow t=0$ và sai vi phân $dt=\sin xdx$: $I=\int_1^0 t^3dt=\left.\frac{t^4}{4}\right\|_1^0=-\frac{1}{4}$.

26. $I=\int_1^e xlnxdx$. Đặt $\begin{cases}u=lnx\\dv=xdx\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}du=\frac{1}{x}dx\\v=\frac{x^2}{2}\end{cases}$.

$$\Rightarrow I=\left.\frac{x^2}{2}lnx\right|_0^e-\int_0^e\frac{1}{x}.\frac{x^2}{2}dx=\frac{e^2}{2}-\frac{1}{2}\int_0^e xdx=\frac{e^2}{2}-\left.\frac{x^2}{4}\right|_0^e=\frac{e^2}{2}-\frac{e^2}{4}+\frac{1}{4}=\frac{e^2+1}{4}.$$

A	Sai công thức nguyên hàm $\Rightarrow I=\frac{e^2}{2}-\frac{1}{2}\int_0^e xdx=\frac{e^2}{2}-\left.\frac{x^2}{2}\right\|_0^e=\frac{e^2}{2}-\frac{e^2}{2}+\frac{1}{2}=\frac{1}{2}$.
D	Sai dấu $I=\frac{e^2}{2}-\frac{1}{2}\int_0^e xdx=\frac{e^2}{2}-\left.\frac{x^2}{4}\right\|_0^e=\frac{e^2}{2}-\frac{e^2}{4}-\frac{1}{4}=\frac{e^2-1}{4}$.

27. Phương trình hoành độ giao điểm $x^3-x=x-x^2\Leftrightarrow x^3+x^2-2x=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=1\\x=-2\end{array}\right.$

Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=x^3-x$ và đồ thị hàm số $y=x-x^2$ là:

$$S=\int_{-2}^1\left|x^3-x-\left(x-x^2\right)\right|dx=\int_{-2}^0\left(x^3+x^2-2x\right)dx-\int_0^1\left(x^3+x^2-2x\right)dx$$

$$=\left.\left(\frac{x^4}{4}+\frac{x^3}{3}-x^2\right)\right|_{-2}^0-\left.\left(\frac{x^4}{4}+\frac{x^3}{3}-x^2\right)\right|_0^1=-\left(\frac{16}{4}-\frac{8}{3}-4\right)-\left(\frac{1}{4}+\frac{1}{3}-1\right)=\frac{37}{12}.$$

B	Sai công thức diện tích $S=\int_{-2}^1\left(x^3-x-\left(x-x^2\right)\right)dx=\frac{9}{4}$.

28. Phương trình hoành độ giao điểm $2(x-1)e^x=0\Leftrightarrow x=1$

Thể tích của khối tròn xoay thu được khi quay hình (H) xung quanh trục Ox là:

$V=\pi\int_0^1\left[2(x-1)e^x\right]^2dx=4\pi\int_0^1(x-1)^2e^{2x}dx$. Đặt $\begin{cases}u=(x-1)^2\\dv=e^{2x}dx\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}du=2(x-1)\\v=\frac{e^{2x}}{2}\end{cases}$

$$\Rightarrow V=4\pi(x-1)^2\left.\frac{e^{2x}}{2}\right|_0^1-4\pi\int_0^1 2(x-1)\frac{e^{2x}}{2}dx=4\pi(x-1)^2\left.\frac{e^{2x}}{2}\right|_0^1-4\pi\int_0^1(x-1)e^{2x}dx$$

Gọi $V_1=\int_0^1(x-1)e^{2x}dx$. Đặt $\begin{cases}u=x-1\Rightarrow du=dx\\dv=e^{2x}dx\Rightarrow v=\frac{e^{2x}}{2}\end{cases}$

$$\Rightarrow V_1 = 4\pi(x-1)\frac{e^{2x}}{2}\Bigg|_0^1 - 4\pi\int_0^1 \frac{e^{2x}}{2}dx = 2\pi - \pi e^{2x}\Big|_0^1 = 2\pi - \pi e^2 + \pi = 3\pi - \pi e^2$$

Vậy $V = 4\pi(x-1)^2\frac{e^{2x}}{2}\Bigg|_0^1 - V_1 = -2\pi - \left(3\pi - \pi e^2\right) = \pi\left(e^2 - 5\right)$.

A	Sai công thức $V = \int_0^1 \left|2(x-1)e^x\right|dx$.
B	Sai công thức $V = \pi\int_0^1 \left|2(x-1)e^x\right|dx$.
C	Sai công thức $V = \int_0^1 \left[2(x-1)e^x\right]^2 dx$.

29. Cho số phức $z = a + bi\ (a,b \in \mathbb{R})$ thì $\overline{z} = a - bi$. Đáp án D.

30. Ta có $z_1 + z_2 = (1+i)+(2-3i) = 3-2i \Rightarrow |z_1+z_2| = \sqrt{3^2+2^2} = \sqrt{13}$

CASIO: Đưa về chế độ số phức.(mode 2)\ Nhập shift ABS$(1+i+2-3i) = \sqrt{13}$

B	Sai $z_1 + z_2 = 3-2i \Rightarrow |z_1+z_2| = \sqrt{3^2+(-2i)^2} = \sqrt{5}$.
C	Sai $z_1 + z_2 = 3-2i \Rightarrow |z_1+z_2| = \sqrt{3+(-2)} = 1$.
D	$z_1 + z_2 = 3-2i \Rightarrow |z_1+z_2| = 3^2+(-2i)^2 = 5$.

31. $(1+i)z = 3-i \Leftrightarrow z = \dfrac{3-i}{1+i} = \dfrac{(3-i)(1-i)}{(1+i)(1-i)} = \dfrac{2-4i}{2} = 1-2i$. Vậy điểm biểu diễn của z là $Q(1;-2)$.

A	Nhầm với $z = -1-2i$.
C	Nhầm với $z = 1+2i$.
D	Nhầm với $z = -1+2i$.

32. $z = 2+5i \Rightarrow \overline{z} = 2-5i$; $w = iz + \overline{z} = i(2+5i)+(2-5i) = 2i+5i^2+2-5i = -3-3i$. Vậy $w = -3-3i$.

33. $z^4 - z^2 - 12 = 0$.

Đặt $t = z^2$. Phương trình trở thành $t^2 - t - 12 = 0 \Leftrightarrow t = 4$ hoặc $t = -3 = 3i^2$

Với $t = 4 \Rightarrow z^2 = 4 \Leftrightarrow z_{1,2} = \pm 2$

Với $t = -3 = 3i^2 \Rightarrow z^2 = 3i^2 \Leftrightarrow z_{3,4} = \pm\sqrt{3}i$

Vậy tổng $T = |z_1|+|z_2|+|z_3|+|z_4| = \sqrt{2^2} + \sqrt{(-2)^2} + \sqrt{\left(\sqrt{3}\right)^2} + \sqrt{\left(-\sqrt{3}\right)^2} = 4+2\sqrt{3}$

A	HS nhầm phương trình $z^2 = -3$ vô nghiệm $\Rightarrow T = 4$.

34. **Bước 1:** Đặt $z = a+bi$; $w = x+yi$; $(a,b,x,y \in \mathbb{R})$ rồi tìm mối liên hệ giữa a,b.

Bước 2: Từ $w = (3+4i)z+i$ tìm mối liên hệ giữa x,y với a,b.

Đặt $z = a+bi$; $w = x+yi$; $(a,b,x,y \in \mathbb{R})$. Ta có $|z| = 4$ suy ra $a^2+b^2 = 16$.

Từ $w = (3+4i)z+i$ ta suy ra $\begin{cases} x = 3a-4b \\ y = 3b+4a+1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3a-4b \\ y-1 = 4a+3b \end{cases}$.

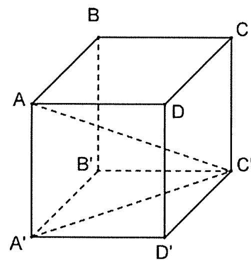
Ta có $x^2+(y-1)^2=(3a-4b)^2+(4a+3b)^2=25a^2+25b^2=25(a^2+b^2)=400$.

Vậy bán kính đường tròn là $r=\sqrt{400}=20$.

A	Sai vì nhầm với bán kính đường tròn biểu diễn số phức z.

35. **Bước 1:** Đặt cạnh khối lập phương là $x>0$.

Bước 2: Tìm x dựa vào các tính chất vuông góc của khối lập phương và $AC'=a\sqrt{3}$.



Đặt cạnh khối lập phương là x. Khi đó AC' là đường chéo của khối lập phương, do đó $AC'=\sqrt{x^2+x^2+x^2}=x\sqrt{3}\Leftrightarrow a\sqrt{3}=x\sqrt{3}\Leftrightarrow x=a$.

Thể tích của khối lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ là $V=a^3$.

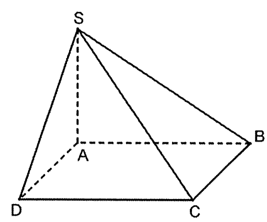
B	Sai vì hiểu nhầm tam giác $AA'C'$ vuông cân tại A' nên ra $x=\dfrac{a\sqrt{3}}{\sqrt{2}}$.
C	Sai vì nhầm AC' là cạnh của hình lập phương.
D	Sai vì nhầm công thức tính thể tích khối lập phương là $V=\dfrac{1}{3}(\text{canh})^3$.

36. **Bước 1:** Xác định và tính đường cao và diện tích đáy của hình chóp.

Bước 2: Từ công thức tính thể tích khối chóp.

Ta có $SA\perp(ABCD)$ nên SA là đường cao của hình chóp.

Thể tích khối chóp là $V_{S.ABCD}=\dfrac{1}{3}SA.S_{ABCD}=\dfrac{1}{3}a\sqrt{2}aa^2=\dfrac{a^3\sqrt{2}}{3}$.



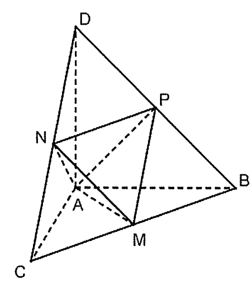
A	Sai vì nhầm công thức tính diện tích hình vuông $ABCD$ là $\dfrac{a^2}{2}$.
C	Sai vì nhầm công thức thể tích khối chóp là $V=Bh$.

37. **Bước 1:** Tính thể tích tứ diện $ABCD$.

Bước 2: Tìm mối liên hệ giữa thể tích $A.MNP$ và thể tích $ABCD$.

Ta có . $V_{ABCD}=\dfrac{1}{3}AB.\dfrac{1}{2}AD.AC=\dfrac{1}{6}6a.7a.4a=28a^3$.

Ta nhận thấy $S_{MNP}=\dfrac{1}{2}S_{MNPD}=\dfrac{1}{4}S_{BCD}\Rightarrow V_{AMNP}=\dfrac{1}{4}V_{ABCD}=7a^3$.



A	Sai vì tính ra tỉ lệ thể tích là $\dfrac{1}{8}$.
B	Sai vì tính ra tỉ lệ thể tích là $\dfrac{1}{2}$.
C	Sai vì tính ra tỉ lệ thể tích là $\dfrac{1}{2}$.

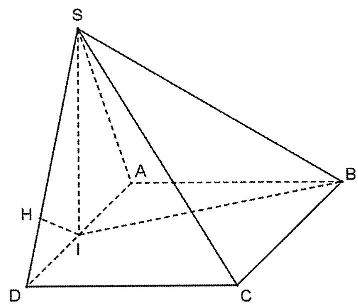
38. **Bước 1:** Từ thể tích của khối chóp, tìm ra đường cao của khối chóp.

Bước 2: Tính khoảng cách từ B đến mặt phẳng (SCD) thông qua khoảng cách từ chân đường cao tới (SCD).

Gọi I là trung điểm của AD.

Ta có $SI \perp AD \Rightarrow SI \perp (ABCD)$

$V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} SI.S_{ABCD} \Rightarrow SI = \frac{3V_{S.ABCD}}{S_{ABCD}} = 2a$.



Gọi H là hình chiếu vuông góc của I lên SD. Ta có $CD \perp AD, CD \perp SI \Rightarrow CD \perp (SAD) \Rightarrow CD \perp IH$, mặt khác $IH \perp SD$ nên $IH \perp (SCD) \Rightarrow IH = d(I,(SCD))$.

IH là đường cao tam giác vuông SID ta có:

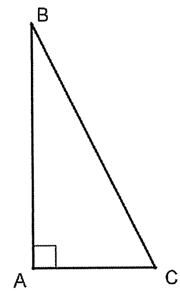
$\frac{1}{IH^2} = \frac{1}{SI^2} + \frac{1}{ID^2} = \frac{1}{4a^2} + \frac{4}{2a^2} \Rightarrow IH = \frac{2a}{3}$.

Vì $AB // CD$ nên $d(B,(SCD)) = d(A,(SCD)) = 2d(I,(SCD)) = \frac{4a}{3}$.

A	Sai vì chưa nhân 2 với $d(I,(SCD))$.
C	Sai vì lập luận nhầm gây nên khoảng cách cần tình gấp 4 lần $d(I,(SCD))$

39. Xác định đường sinh đó là BC rồi đi tính BC.

Đường sinh của hình nón cũng chính là BC. Tam giác ABC vuông tại A ta có $BC^2 = AC^2 + AB^2 = 4a \Leftrightarrow BC = 2a$.



A	Sai vì nhầm đường sinh là AB.
B	Sai vì học sinh sử dụng định lý Pytago sai: $BC^2 = AC^2 - AB^2$.
C	Sai vì nhầm đường sinh là AC.

40. Tính thể tích V_1, V_2 rồi lập tỉ số.

Gọi R là bán kính đáy của thùng làm theo cách 1. Thì $V = \pi R^2 h$.

Sau khi cắt ra thì bán kính đáy của mỗi thùng làm theo cách thứ hai là $\frac{R}{2}$. Vậy tổng thể tích lúc này là $V_2 = 2\pi\left(\frac{R}{2}\right)^2 h = \frac{\pi R^2 h}{2}$. Vậy ta có $\frac{V_1}{V_2} = 2$.

A	Sai vì lấy tỉ lệ ngược lại $\frac{V_2}{V_1} = \frac{1}{2}$

41. **Bước 1:** Xác định và tính bán kính và chiều cao của hình trụ.

Bước 2: Tính diện tích toàn phần của hình trụ.

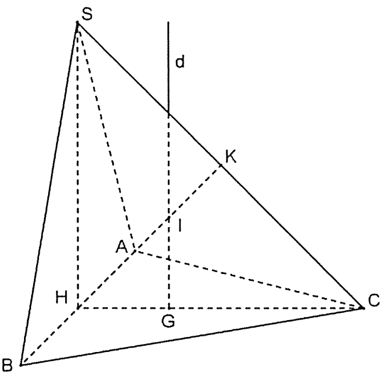
Quay hình chữ nhật $ABCD$ xung quanh MN nên hình trụ có bán kính $r = AM = \frac{AD}{2} = 1$

Vậy diện tích toàn phần của hình trụ $S_{tp} = 2\pi r.AB + 2\pi r^2 = 2\pi + 2\pi = 4\pi$.

B	Sai vì trong công thức không có số 2.
C	Sai vì nhầm AB với AD.

42. **Bước 1:** Xác định tâm của mặt cầu ngoại tiếp.

Bước 2: Tính bán kính và thể tích của khối cầu ngoại tiếp.



Gọi H là trung điểm của AB. Vì ΔSAB đều nên $SH \perp AB$ Mà $(SAB)\perp(ABC) \Rightarrow SH \perp (ABC) \Rightarrow SH$ là đường cao của hình chóp $S.ABC$

Qua G là tâm của ΔABC kẻ đường thẳng d song song với $SH \Rightarrow d \perp (ABC)$.

Gọi K là trung điểm của SC, vì ΔSHC vuông cân tại $H(SH = HC) \Rightarrow HK$ là đường trung trực ứng với SC.

Gọi $I = d \cap HK$ ta có $\begin{cases} IA = IB = IC \\ IS = IC \end{cases} \Rightarrow IA = IB = IC = IS$

$\Rightarrow I$ là tâm khối cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$

Xét hai tam giác đều $\Delta ABC = \Delta SAB$ có độ dài các cạnh bằng 1. G là trọng tâm $\Delta ABC \Rightarrow CG = \dfrac{2}{3}CH = \dfrac{\sqrt{3}}{3}$. Xét ΔHIG vuông tại G ta có $IG = HG = \dfrac{\sqrt{3}}{6} \Rightarrow IC = \dfrac{\sqrt{15}}{6}$

Vậy thể tích của khối cầu ngoại tiếp hình chóp $V = \dfrac{4}{3}\pi IC^3 = \dfrac{4}{3}\pi\left(\dfrac{\sqrt{15}}{6}\right)^3 = \dfrac{5\pi\sqrt{15}}{54}$.

B	Sai vì nhầm với giá trị cực tiểu.
C	Sai vì nhầm với điểm cực đại.
D	Sai vì nhầm với điểm cực tiểu.

43. Xác định vectơ của mặt phẳng.

Vector pháp tuyến của mặt phẳng $(P): 3x - z + 2 = 0$ là $\overrightarrow{n_2} = (3;0;-1)$.

44. Dựa vào phương trình tổng quát của mặt cầu xác định tọa độ tâm I và tính bán kính R của (S).

Tâm $I(-1;2;1), R = \sqrt{9} = 3$.

B	Sai vì học sinh lấy tâm sai dấu.
C, D	Sai vì học sinh quên lấy căn bậc 2 của 9.

45. Áp dụng công thức tính khoảng cách từ điểm đến mặt phẳng $d(A,(P))$.

Áp dụng công thức $d(A,(P)) = \dfrac{|3x_A + 4y_A + 2z_A + 4|}{\sqrt{3^2+4^2+2^2}} = \dfrac{5}{\sqrt{29}}$.

A	Sai do sử dụng công thức $d(A,(P)) = \dfrac{\lvert 3x_A + 4y_A + 2z_A + 4\rvert}{3+4+2} = \dfrac{5}{9}$.
B	Sai do sử dụng công thức $d(A,(P)) = \dfrac{\lvert 3x_A + 4y_A + 2z_A + 4\rvert}{3^2+4^2+2^2} = \dfrac{5}{29}$.
D	Sai do sử dụng công thức $d(A,(P)) = \sqrt{\dfrac{\lvert 3x_A + 4y_A + 2z_A + 4\rvert}{3+4+2}} = \dfrac{\sqrt{5}}{3}$.

46. **Bước 1:** Xác định vectơ chỉ phương của Δ và vectơ pháp tuyến của (P).

Bước 2: Sử dụng điều kiện đường vuông góc với mặt để tìm m.

Vectơ chỉ phương của Δ là $\vec{a} = (5;1;1)$ và vectơ pháp tuyến của (P) là $\vec{n} = (10;2;m)$. Để mặt phẳng (P) vuông góc với đường thẳng Δ thì $\vec{a}$ phải cùng phương với $\vec{n}$ nghĩa là $\dfrac{10}{5} = \dfrac{2}{1} = \dfrac{m}{1} \Leftrightarrow m = 2$.

C	Sai vì sử dụng điều kiện là $\vec{a}.\vec{n}=0 \Leftrightarrow m=-52$.

47. **Bước 1**: Xác định điểm đi qua và vectơ pháp tuyến của (P).

Bước 2: Viết phương trình mặt phẳng (P).

Mặt phẳng (P) đi qua $A(0;1;1)$ và nhận vecto $\overrightarrow{AB}=(1;1;2)$ là vectơ pháp tuyến

$(P): 1(x-0)+1(y-1)+2(z-1)=0 \Leftrightarrow x+y+2z-3=0$.

B	Sai do tính toán khi rút gọn (P).
C	Sai do tính vectơ $\overrightarrow{AB}=(x_B+x_A;y_B+y_A;z_B+z_A)$.

48. **Bước 1:** Sử dụng công thức $R^2=r^2+d^2$ để tìm R. **Bước 2**: Viết phương trình mặt cầu.

Gọi R,r lần lượt là bán kính của mặt cầu (S) và đường tròn giao tuyến. Ta có

$$R^2=r^2+\left(d\left(I,(P)\right)\right)^2=1+\left(\frac{|2.2+1.1+2.1+2|}{\sqrt{2^2+1+2^2}}\right)^2=10$$

Mặt cầu (S) tâm $I(2;1;1)$ bán kính $R=\sqrt{10}$ là $(x-2)^2+(y-1)^2+(z-1)^2=10$. Chọn đáp án là D.

A	Sai tâm và tính sai bán kính.	B	Sai tâm.	C	Sai vì tính sai bán kính.

49. **Bước 1:** Xác định giao điểm của của Δ và d. **Bước 2:** Viết phương tình đường thẳng Δ.

Vectơ chỉ phương của đường thẳng d là $\vec{u}=(1;1;2)$. Gọi $H(1+t;t;-1+2t)$ là giao điểm của Δ và d. Ta có $\overrightarrow{AH}=(t;t;2t-3)$ vuông góc với $\vec{u}$ nên $\overrightarrow{AH}.\vec{u}=0 \Rightarrow t=1$. Từ đó suy ra $\overrightarrow{AH}=(1;1;-1)$.

Ta có đường thẳng Δ đi qua A và nhận vectơ $\overrightarrow{AH}=(1;1;-1)$ làm chỉ phương là $\Delta: \frac{x-1}{1}=\frac{y}{1}=\frac{z-2}{-1}$.

C	Sai vì giải ra $t=2$.	D	Học sinh chọn vì nhìn thấy $\vec{a}_\Delta=(1;-3;1)$ vuông với $\vec{u}$.

50. **Bước 1:** Xác định vị trí tương đối giữa các điểm.

Bước 2: Tìm các trường hợp có mặt phẳng cách đều bốn điểm đó.

Ta có: $\overrightarrow{AB}=(-1;1;1),\overrightarrow{AC}=(1;3;-1),\overrightarrow{AD}=(2;3;4)\Rightarrow\left[\overrightarrow{AB};\overrightarrow{AC}\right].\overrightarrow{AD}=-24\neq 0$. Suy ra A,B,C và D là 4 đỉnh của một tứ diện. Các mặt phẳng cách đều 4 đỉnh của tứ diện $ABCD$ gồm:

TH1. Mặt phẳng đó chia không gian làm hai miền, một miền chứa 1 điểm và miền còn lại chứa 3 điểm của tứ diện. Có tất cả C_4^1 trường hợp như vậy.

TH2. Mặt phẳng đó chia không gian làm hai miền, mỗi miền chứa 2 điểm của tứ diện. Có tất cả $\frac{C_4^2}{2}=3$ trường hợp như vậy.

Vậy có tất cả 7 mặt phẳng thỏa mãn yêu cầu bài toán.

B	Sai vì học sinh chỉ mới xét tới trường hợp 1.
D	Sai vì vô số mặt phẳng xảy ra khi 4 điểm A,B,C,D là đồng phẳng.

ĐÁP ÁN ĐỀ MINH HỌA LẦN 2

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
D	D	B	A	B	D	D	D	A	D
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
A	A	C	C	B	A	C	A	B	C
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
D	A	A	B	B	B	D	B	C	D
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
A	B	C	D	D	A	B	D	A	B
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
C	C	B	A	C	C	A	A	B	A

1. **Bước 1:** Tìm tập xác định $D=\mathbb{R}\setminus\{-1\}$. **Bước 2:** Tính các giới hạn một bên tại điểm không xác định của hàm số.

TXĐ: $D=\mathbb{R}\setminus\{-1\}$. Ta có $\lim\limits_{x\to -1^+} y=\lim\limits_{x\to -1^+}\frac{2x+1}{x+1}=-\infty$; $\lim\limits_{x\to -1^-} y=\lim\limits_{x\to -1^-}\frac{2x+1}{x+1}=+\infty$ suy ra đường thẳng $x=-1$ là đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\frac{2x+1}{x+1}$.

A	Sai vì nhầm dấu.	B	Sai vì nhầm x, y.	C	nhầm với tiệm cận ngang của hàm số.

2. **Bước 1**: Lập phương trình hoành độ giao điểm hai đồ thị hàm số.

Bước 2: Giải phương trình, số nghiệm phân biệt chính là số giao điểm của hai đồ thị.

Ta có phương trình hoành độ giao điểm: $x^4-2x^2+2=-x^2+4 \Leftrightarrow x^4-x^2-2=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=\sqrt{2} \\ x=-\sqrt{2}\end{array}\right.$.

Vậy hai đồ thị có tất cả 2 giao điểm.

A	Sai vì chuyển vế hệ số tự do bị sai.
B	Sai vì không loại nghiệm $x^2=-1$.
C	Sai vì mới tìm được nghiệm $x^2=2$ hoặc giải thiếu nghiệm $x=-\sqrt{2}$.

3. **Bước 1:** Xem điểm tới hạn khi hàm số đi lên rồi đi xuống (từ trái qua phải).

Bước 2: Xác định rõ hoành độ và tung độ điểm đó.

Nhìn đồ thị ta thấy tại điểm $(-1;2)$ thì đồ thị hàm số đổi chiều biến thiên từ đi lên sang đi xuống. Do đó hàm số đạt cực đại tại điểm $x=-1$.

A	Sai vì nhầm với giá trị cực tiểu.
C	Sai vì nhầm với điểm cực tiểu.
D	Sai vì nhầm với giá trị cực đại.

4. **Bước 1:** Tìm đạo hàm của hàm số đã cho.

Bước 2: Tìm nghiệm của đạo hàm, xét dấu đạo hàm từ đó tìm được khoảng đơn điệu của hàm số.

TXĐ: $D=\mathbb{R}$. Ta có $y'=3x^2-4x+1 \Rightarrow y'=0 \Leftrightarrow x=1$ hoặc $x=\frac{1}{3}$.

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$		$\frac{1}{3}$		1		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	$\nearrow$		$\searrow$		$\nearrow$	$+\infty$

5. **Bước 1:** Phương trình $f(x)=m$ chính là phương trình hoành độ giao điểm của hai đồ thị hàm số $\begin{cases} y=f(x) \\ y=m \end{cases}$

Bước 2: Biết đồ thị $y=m$ là một đường thẳng song song với trục Ox. Chỉ ra điều kiện m.

Dựa vào bảng biến thiên, phương trình có 3 nghiệm phân biệt khi và chỉ khi đường thẳng $y=m$ cắt đồ thị hàm số $y=f(x)$ tại 3 điểm phân biệt, do đó $-1<m<2$.

6. **Bước 1**: Tìm đạo hàm cấp 1 và cấp 2 của hàm số đã cho.
Bước 2: Tìm nghiệm của đạo hàm, xét dấu đạo hàm cấp 2 tại hai nghiệm của đạo hàm và tìm giá trị cực tiểu của hàm số.

TXĐ: $D=\mathbb{R}\setminus\{-1\}$. Ta có: $y'=\frac{x^2+2x-3}{(x+1)^2}$; $y'=0 \Leftrightarrow x^2+2x-3=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-3 \\ x=1 \end{array}\right.$.

$y''=\frac{8}{(x+1)^3}$. Ta có $y''(1)>0, y''(-3)<0$. Hàm số đạt cực tiểu tại $x=1$ và giá trị cực tiểu $y(1)=2$.

A	Sai vì nhầm với điểm cực đại.	B	Sai vì nhầm với điểm cực tiểu.	C	Sai vì nhầm với giá trị cực đại.

7. **Bước 1:** Từ phương trình chuyển động suy ra phương trình vận tốc bằng cách đạo hàm.
Bước 2: Tìm giá trị lớn nhất của phương trình vận tốc trong đoạn $[0;10]$.

Vận tốc tại thời điểm t là $v(t)=s'(t)=-\frac{3}{2}t^2+18t$. Ta có $v'(t)=-3t+18=0 \Leftrightarrow t=6$.

Tính $v(0)=0, v(6)=54, v(10)=30$. Do đó vận tốc lớn nhất của vật đạt được là $54(m/s)$.

A	Sai vì sau khi tính $t=6$ thì lại thay vào phương trình chuyển động nên ra được 216.
B	Sai vì chọn nhầm giá trị lớn nhất là $30m/s$ khi $t=10s$.
C	Sai vì tính nhầm quảng đường lớn nhất đi được là $400m$.

8. **Bước 1:** Tìm tập xác định. **Bước 2:** Tính các giới hạn một bên tại điểm không xác định của hàm số.

TXĐ: $D=\mathbb{R}\setminus\{2;3\}$.

$$\lim_{x\to 2^+}\frac{2x-1-\sqrt{x^2+x+3}}{x^2-5x+6}=\lim_{x\to 2^+}\frac{(2x-1)^2-(x^2+x+3)}{(x^2-5x+6)\left(2x-1+\sqrt{x^2+x+3}\right)}$$

$$= \lim_{x\to 2^+} \frac{(2x-1)^2-\left(x^2+x+3\right)}{\left(x^2-5x+6\right)\left(2x-1+\sqrt{x^2+x+3}\right)} = \lim_{x\to 2^+} \frac{(3x+1)}{(x-3)\left(2x-1+\sqrt{x^2+x+3}\right)} = -\frac{7}{6}$$

Tương tự $\lim\limits_{x\to 2^-} \frac{2x-1-\sqrt{x^2+x+3}}{x^2-5x+6} = -\frac{7}{6}$. Suy ra đường thẳng $x=2$ không là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho.

Ta có $\lim\limits_{x\to 3^+} \frac{2x-1-\sqrt{x^2+x+3}}{x^2-5x+6} = +\infty$; $\lim\limits_{x\to 3^-} \frac{2x-1-\sqrt{x^2+x+3}}{x^2-5x+6} = -\infty$.

Suy ra đường thẳng $x=3$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho.

A	Sai vì tìm sai tập xác định và không đi tính giới hạn.
B	Sai vì nhầm khi chuyển từ giới hạn qua đường tiệm cận.
C	Sai vì không đi tính giới hạn.

9. **Bước 1:** Tìm đạo hàm của hàm số đã cho.

Bước 2: Tìm điều kiện để hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;+\infty)$. Từ đó tìm điều kiện của m.

Ta có: $y' = \frac{2x}{x^2+1} - m$. Hàm số $y = \ln\left(x^2+1\right) - mx + 1$ đồng biến trên khoảng $(-\infty;+\infty) \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow g(x) = \frac{2x}{x^2+1} \ge m, \forall x \in (-\infty;+\infty)$. Mà ta có $g(x) = \frac{2x}{x^2+1} \ge \frac{-2|x|}{x^2+1} \ge \frac{-2|x|}{2|x|} = -1$ .cVậy $m \le -1$.

B	Sai vì không xét đầu mút.
C	Sai vì nhầm với bài toán tương giao tìm m để đồ thị hàm số có nghiệm.
D	Sai vì nhầm xét nhầm là nghịch biến trên $(-\infty;+\infty)$.

10. **Bước 1:** Xác định các điều kiện $\begin{cases} y'(0)=0 \\ y'(2)=0 \end{cases}$ và $\begin{cases} y(0)=2 \\ y(2)=-2 \end{cases}$.

Bước 2: Giải các điều kiện tìm a,b,c,d rồi thay vào tìm $y(-2)$.

TXĐ: $D=\mathbb{R}$. Ta có: $y' = 3ax^2+2bx+c$.

Vì $M(0;2)$, $N(2;-2)$ là các điểm cực trị của đồ thị hàm số nên:

$\begin{cases} y'(0)=0 \\ y'(2)=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} c=0 \\ 12a+4b+c=0 \end{cases}$ (1) và $\begin{cases} y(0)=2 \\ y(2)=-2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} d=2 \\ 8a+4b+2c+d=-2 \end{cases}$ (2)

Từ (1) và (2) suy ra: $a=1; b=-3; c=0; d=2 \Rightarrow y = x^3-3x^2+2 \Rightarrow y(-2) = -18$.

A	Sai vì thay nhầm thành $\begin{cases} y'(2)=0 \\ y'(-2)=0 \end{cases}$ và $\begin{cases} y(2)=0 \\ y(-2)=2 \end{cases}$
B	Sai vì thay nhầm thành $\begin{cases} y(2)=0 \\ y(-2)=2 \end{cases}$
C	Sai vì thay nhầm thành $\begin{cases} y'(2)=0 \\ y'(-2)=0 \end{cases}$.

11. Nhìn dáng điệu và các vị trí của điểm cực trị từ đó suy ra dấu của hệ số.
Đồ thị là dạng của hàm bậc 3 có hệ số $a<0$. Loại được phương án C. Hai điểm cực trị nằm hai bên trục tung do đó $ac<0 \Rightarrow c>0$. Loại được phương án D. Điểm uốn của đồ thị nằm phía trên của trục hoành do đó $x_1+x_2>0 \Rightarrow \frac{-2b}{3a}>0 \Rightarrow b>0$.

12. Sử dụng các công thức của logarit để kiểm tra, chú ý điều kiền xác định.
Ta có với các số thực dương a,b bất kì thì $\ln(ab)=\ln a+\ln b$ và $\ln\frac{a}{b}=\ln a-\ln b$.

13. Giải phương trình bằng cách đưa về cùng cơ số. Ta có $3^{x-1}=27 \Leftrightarrow 3^{x-1}=3^3 \Leftrightarrow x-1=3 \Leftrightarrow x=4$.

B	Sai vì không để ý $x-1$.	D	Sai vì giải kiểu $3^{x-1}=27 \Leftrightarrow x-1=\frac{27}{3} \Leftrightarrow x=10$.

14. **Bước 1:** Tính $s(0)$. **Bước 2:** Tìm t để $s(t)=10.000.000$.

Ta có $s(3)=625.000 \Rightarrow s(0).2^3=625.000 \Rightarrow s(0)=\frac{625.000}{2^3}$.

Thời điểm số lượng vi khuẩn A là 10 triệu con là nghiệm của: $s(t)=10.000.000$

$\Leftrightarrow s(0)2^t=10.000.000 \Leftrightarrow 2^t=\frac{10.000.000}{\frac{625.000}{2^3}}=128 \Rightarrow t=7$ (phút).

A	Sai vì sử dụng quy tắc tam suất $t=\frac{10.000.000\times 3}{625.000}=48$.
D	Sai vì tính $s(0)=\frac{625.000}{3} \Rightarrow t=\log_2\frac{10.000.000}{\frac{625.000}{3}}=12$.

15. sử dụng công thức $\sqrt[n]{x^m}=x^{\frac{m}{n}}$ và $x^m.x^n=x^{m+n}$ để rút gọn biểu thức:

$$P=\sqrt[4]{x.\sqrt[3]{x^2.\sqrt{x^3}}}=\left(x\left(x^2.x^{\frac{3}{2}}\right)^{\frac{1}{3}}\right)^{\frac{1}{4}}=x^{\frac{13}{24}}$$

16. Sử dụng công thức logarit để biến đổi biểu thức.

$$\log_2\left(\frac{2a^3}{b}\right)=\log_2\left(2a^3\right)-\log_2 b=\log_2 2+\log_2 a^3-\log_2 b=1+3\log_2 a-\log_2 b.$$

B	Sai vì sử dụng công thức sai là $\log_c a^n=\frac{1}{n}\log_c a$.
C	Sai vì sử dụng công thức sai là $\log_c\frac{a}{b}=\log_c a+\log_c b$.
D	Sai vì sử dụng công thức sai là $\log_c\frac{a}{b}=\log_c a+\log_c b$ và $\log_c a^n=\frac{1}{n}\log_c a$

17. ĐKXĐ: $\begin{cases}x+1>0\\2x-1>0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}x>-1\\x>\frac{1}{2}\end{cases} \Rightarrow x>\frac{1}{2}$ (*)

$\log_{\frac{1}{2}}(x+1)<\log_{\frac{1}{2}}(2x-1) \Leftrightarrow x+1>2x-1 \Leftrightarrow x-2<0 \Leftrightarrow x<2$. Kết hợp $(*) \Rightarrow S=\left(\frac{1}{2};2\right)$.

A	Sai chiều bất phương trình $\log_{\frac{1}{2}}(x+1)<\log_{\frac{1}{2}}(2x-1)\Leftrightarrow x+1<2x-1\Leftrightarrow x-2>0\Leftrightarrow x>2$.
B	Không kết hợp điều kiện $x>\frac{1}{2}$.
D	Chỉ đặt điều kiện: $x>-1$.

18. Áp dụng công thức: $(\ln u)'=\frac{u'}{u}$.

$$\Rightarrow y'=\left(\ln\left(1+\sqrt{x+1}\right)\right)'=\frac{\left(1+\sqrt{x+1}\right)'}{1+\sqrt{x+1}}.\ \text{Mà}\ \left(1+\sqrt{x+1}\right)'=\frac{1}{2\sqrt{x+1}}\Rightarrow y'=\frac{1}{2\sqrt{x+1}\left(1+\sqrt{x+1}\right)}.$$

B	Nhầm công thức $(\ln x)'=\frac{1}{x}$.
C	Nhầm công thức $\left(1+\sqrt{x+1}\right)'=\frac{1}{\sqrt{x+1}}$.
D	Nhầm công thức $\left(1+\sqrt{x+1}\right)'=\frac{2}{\sqrt{x+1}}$.

19. Từ đồ thị suy ra $\begin{cases}0<a<1\\ b>1,c>1\ \text{ khi } x>0\\ b^x>c^x\end{cases}$ nên $b>c$. Vậy $a<c<b$.

B	Nhiễu hoán đổi vị trí a, b, c.
C	HS nhìn phần đồ thị bên trái trục Oy để kết luận. $b^x<c^x<a^x\Rightarrow b<c<a$.
D	Nhiễu hoán đổi vị trí a, b, c.

20. Ta có: $6^x+(3-m)2^x-m=0,\ (1)\Leftrightarrow\frac{6^x+3.2^x}{2^x+1}=m$

Xét hàm số $f(x)=\frac{6^x+3.2^x}{2^x+1}$ xác định trên $\mathbb{R}$, có $f'(x)=\frac{12^x.\ln3+6^x.\ln6+3.2^x.\ln2}{\left(2^x+1\right)^2}>0,\forall x\in\mathbb{R}$ nên

hàm số $f(x)$ đồng biến trên $\mathbb{R}$

Suy ra $0<x<1\Leftrightarrow f(0)<f(x)<f(1)\Leftrightarrow 2<f(x)<4$ vì $f(0)=2, f(1)=4$

Vậy phương trình (1) có nghiệm thuộc khoảng $(0;1)$ khi $m\in(2;4)$.

B	Nhầm $0\le x\le1\Leftrightarrow f(0)\le f(x)\le f(1)\Leftrightarrow 2\le f(x)\le 4$.

21. Với điều kiện đề bài, ta có

$$P=\log^2_{\frac{a}{b}}(a^2)+3\log_b\left(\frac{a}{b}\right)=\left[2\log_{\frac{a}{b}}a\right]^2+3\log_b\left(\frac{a}{b}\right)=4\left[\log_{\frac{a}{b}}\left(\frac{a}{b}.b\right)\right]^2+3\log_b\left(\frac{a}{b}\right)=4\left[1+\log_{\frac{a}{b}}b\right]^2+3\log_b\left(\frac{a}{b}\right)$$

Đặt $t=\log_{\frac{a}{b}}b>0$ (vì $a>b>1$), ta có $P=4(1+t)^2+\frac{3}{t}=4t^2+8t+\frac{3}{t}+4=f(t)$.

Ta có $f'(t)=8t+8-\frac{3}{t^2}=\frac{8t^3+8t^2-3}{t^2}=\frac{(2t-1)(4t^2+6t+3)}{t^2}$

Vậy $f'(t)=0\Leftrightarrow t=\frac{1}{2}$. Khảo sát hàm số, ta có $P_{\min}=f\left(\frac{1}{2}\right)=15$.

B	Nhầm $0\le x\le 1 \Leftrightarrow f(0)\le f(x)\le f(1)\Leftrightarrow 2\le f(x)\le 4$.

22. Áp dụng công thức $\int \cos(ax+b)\mathrm{d}x=\frac{1}{a}\sin(ax+b)+C$ với $a\neq 0$; thay $a=2$ và $b=0$ để có kết quả.

23. $I=\int_1^2 f'(x)\mathrm{d}x=f(x)\Big|_1^2=f(2)-f(1)=2-1=1$.

B	Nhiễu $I=\int_1^2 f'(x)\mathrm{d}x=f(1)-f(2)$.	C	Nhiễu $I=\int_1^2 f'(x)\mathrm{d}x=f(2)+f(1)$.

24. $F(x)=\int f(x)\mathrm{d}x=\int\frac{1}{x-1}\mathrm{d}x=\ln|x-1|+C$. $F(2)=1\Leftrightarrow \ln 1+C=1\Leftrightarrow C=1$.

Vậy $F(x)=\ln|x-1|+1$. Suy ra $F(3)=\ln 2+1$.

B	Tính được $\int_2^3 f(x)dx=\ln 2$ và nhầm $\ln 2=F(3)+F(2)\Rightarrow F(3)=\ln 2-F(2)=\ln 2-1$
C	Nhầm $F(3)=f(3)=\frac{1}{3-1}=\frac{1}{2}$.

25. $I=\int_0^2 f(2x)\mathrm{d}x$, Đặt $t=2x\Rightarrow dt=2dx$. Đổi cận: $x=0\Rightarrow t=0; x=2\Rightarrow t=4$. Khi đó:

$I=\frac{1}{2}\int_0^4 f(t)\mathrm{d}t=\frac{1}{2}\int_0^4 f(x)\mathrm{d}x=8.$

A	Nhầm $I=\int_0^2 f(2x)\mathrm{d}x=2\int_0^2 f(x)\mathrm{d}x=2\int_0^4 f(x)\mathrm{d}x=32$.
C	Nhầm $I=\int_0^2 f(2x)\mathrm{d}x=\int_0^4 f(x)\mathrm{d}x=16$.
D	Nhầm $I=\int_0^2 f(2x)\mathrm{d}x=\frac{1}{4}\int_0^4 f(x)\mathrm{d}x=4$.

26. $I=\int_3^4\frac{\mathrm{d}x}{x^2+x}$. Ta có: $\frac{1}{x^2+x}=\frac{1}{x(x+1)}=\frac{1}{x}-\frac{1}{x+1}$.

Khi đó: $I=\int_3^4\frac{\mathrm{d}x}{x^2+x}=\int_3^4\left(\frac{1}{x}-\frac{1}{x+1}\right)\mathrm{d}x=\left(\ln x-\ln(x+1)\right)\Big|_3^4=(\ln 4-\ln 5)-(\ln 3-\ln 4)=4\ln 2-\ln 3-\ln 5$

Suy ra: $a=4, b=-1, c=-1$. Vậy $S=2$.

A	Nhầm $I=4\ln 2-\ln 3-\ln 5\Rightarrow a=4, b=c=1\Rightarrow S=6$.
C	Nhầm $I=\int_3^4\frac{\mathrm{d}x}{x^2+x}=\int_3^4\left(-\frac{1}{x}+\frac{1}{x+1}\right)\mathrm{d}x=-4\ln 2+\ln 3+\ln 5\Rightarrow S=-2$.
D	Nhầm $I=\int_0^2 f(2x)\mathrm{d}x=\frac{1}{4}\int_0^4 f(x)\mathrm{d}x=4$.

27. Ta có $S_1=\int_0^k e^x\mathrm{d}x=e^x\Big|_0^k=e^k-1$ và $S_2=\int_k^{\ln 4} e^x\mathrm{d}x=e^x\Big|_k^{\ln 4}=4-e^k$.

Ta có $S_1=2S_2\Leftrightarrow e^k-1=2(4-e^k)\Leftrightarrow k=\ln 3$.

A	Nhầm $S_1 = 2S_2 \Rightarrow k - 0 = 2(\ln 4 - k) \Rightarrow k = \frac{2}{3}\ln 4$. Chỉ tính độ dài trục Ox.
B	Nhầm $S_2 = 2S_1 \Leftrightarrow 4 - e^k = 2(e^k - 1) \Leftrightarrow k = \ln 2$.
C	Nhầm $S_1 = 2S_2 \Rightarrow k - 0 = 2(\ln 4 - k) \Rightarrow k = \frac{2}{3}\ln 4 = \ln\left(4.\frac{2}{3}\right) = \ln\frac{8}{3}$.

28. Giả sử elip có phương trình $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$.

Từ giả thiết ta có $2a = 16 \Rightarrow a = 8$ và $2b = 10 \Rightarrow b = 5$

Vậy phương trình của elip là $\frac{x^2}{64} + \frac{y^2}{25} = 1 \Rightarrow \left[\begin{array}{l} y = -\frac{5}{8}\sqrt{64 - y^2} \ (E_1) \\ y = \frac{5}{8}\sqrt{64 - y^2} \ (E_2) \end{array}\right.$

Khi đó diện tích dải vườn được giới hạn bởi các đường (E_1); (E_2); $x = -4$; $x = 4$ và diện tích của dải vườn là $S = 2\int_{-4}^{4} \frac{5}{8}\sqrt{64 - x^2}\,dx = \frac{5}{2}\int_0^4 \sqrt{64 - x^2}\,dx$

Tính tích phân này bằng phép đổi biến $x = 8\sin t$, ta được $S = 80\left(\frac{\pi}{6} + \frac{\sqrt{3}}{4}\right)$

Khi đó số tiền là $T = 80\left(\frac{\pi}{6} + \frac{\sqrt{3}}{4}\right).100000 = 7652891,82 \simeq 7.653.000$.

29. Nhắc lại: *Trên mặt phẳng phức, số phức* $z = x + yi$ *được biểu diễn bởi điểm* $M(x;y)$.

Điểm M trong hệ trục Oxy có hoành độ $x = 3$ và tung độ $y = -4$.

Vậy số phức z có phần thực là 3 và phần ảo là -4.

A	Nhầm hoành độ là phần ảo và tung độ là phần thực.
B	Nhầm phần ảo trong số phức $z = a + bi$ là bi.
D	Kết hợp nhiều A và B.

30. Ta thấy $z = i(3i + 1) = 3i^2 + i = -3 + i$, suy ra $\bar{z} = -3 - i$.

A	Nhầm $\bar{z} = -z$.
B	Nhầm $\bar{z} = z$.
D	Nhầm số phức liên hợp của a $z = a + bi$ là $z = -a + bi$.

31. $z(2 - i) + 13i = 1 \Leftrightarrow z = \frac{1 - 13i}{2 - i} \Leftrightarrow z = \frac{(1 - 13i)(2 + i)}{(2 - i)(2 + i)} \Leftrightarrow z = 3 - 5i$. $|z| = \sqrt{3^2 + (-5)^2} = \sqrt{34}$.

B	Nhầm $\lvert z\rvert = a^2 + b^2$.
D	Sai $z = \frac{(1 - 13i)(2 + i)}{(2 - i)(2 + i)} = \frac{3 - 5i}{2 - i^2} = \frac{3 - 5i}{3} \Leftrightarrow \lvert z\rvert = \frac{\sqrt{34}}{3}$

32. Xét phương trình $4z^2 - 16z + 17 = 0$ có $\Delta' = 64 - 4.17 = -4 = (2i)^2$.

Phương trình có hai nghiệm $z_1 = \frac{8 - 2i}{4} = 2 - \frac{1}{2}i$, $z_2 = \frac{8 + 2i}{4} = 2 + \frac{1}{2}i$.

Do z_o là nghiệm phức có phần ảo dương nên $z_0 = 2 + \frac{1}{2}i$.

Ta có $w = iz_0 = -\frac{1}{2} + 2i$. Điểm biểu diễn $w = iz_0$ là $M_2\left(-\frac{1}{2};2\right)$.

A	Nhầm $z_0 = 2 - \frac{1}{2}i \Rightarrow w = iz_0 = 2 - \frac{1}{2}i = \frac{1}{2} + 2i \Rightarrow M_1\left(\frac{1}{2};2\right)$
C	Nhầm công thức nghiệm $z_1 = \frac{8-2i}{2.4} = 1 - \frac{1}{4}i,\ z_2 = \frac{8+2i}{2.4} = 1 + \frac{1}{4}i$ $\Rightarrow iz_2 = -\frac{1}{4} + i \Rightarrow M_3\left(-\frac{1}{4};1\right)$
D	Nhầm công thức nghiệm $z_1 = \frac{8-2i}{2.4} = 1 - \frac{1}{4}i,\ z_2 = \frac{8+2i}{2.4} = 1 + \frac{1}{4}i \Rightarrow iz_1 = \frac{1}{4} + i \Rightarrow M_4\left(\frac{1}{4};1\right)$.

33. $(1+i)z + 2\bar{z} = 3 + 2i.(1)$. Ta có: $z = a + bi \Rightarrow \bar{z} = a - bi.$

Thay vào (1) ta được $(1+i)(a+bi) + 2(a-bi) = 3 + 2i$

$$\Leftrightarrow (a-b)i + (3a-b) = 3 + 2i \Leftrightarrow (a-b)i + (3a-b) = 3 + 2i \Leftrightarrow \begin{cases} a-b=2 \\ 3a-b=3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = \frac{1}{2} \\ b = -\frac{3}{2} \end{cases} \Rightarrow P = -1$$

C	Giải sai hệ $\begin{cases} a-b-2=0 \\ 3a-b-3=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -\frac{1}{2} \\ b = \frac{3}{2}. \end{cases} \Rightarrow P = 1.$

34. Bài này toán các em lưu ý công thức: $z^{-1} = \frac{1}{|z|^2}\bar{z}$. và $z_1 = z_2 \Rightarrow |z_1| = |z_2|$

Ta có $z^{-1} = \frac{1}{|z|^2}\bar{z}.$

Vậy $(1+2i)|z| = \frac{\sqrt{10}}{z} - 2 + i \Leftrightarrow (|z|+2) + (2|z|-1)i = \left(\frac{\sqrt{10}}{|z|^2}\right).\bar{z} \Rightarrow \left|(|z|+2) + (2|z|-1)i\right| = \left|\left(\frac{\sqrt{10}}{|z|^2}\right).\bar{z}\right|$

$$\Rightarrow (|z|+2)^2 + (2|z|-1)^2 = \left(\frac{10}{|z|^4}\right).|z|^2 = \frac{10}{|z|^2}.$$ Đặt $|z|^2 = a > 0.$

$$\Rightarrow (a+2)^2 + (2a-1)^2 = \left(\frac{10}{a^2}\right) \Leftrightarrow a^4 + a^2 - 2 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} a^2 = 1 \\ a^2 = -2 \end{array}\right. \Rightarrow a = 1 \Rightarrow |z| = 1.$$

35. Bài toán này các em nắm vững công thức tính thể tích khối chóp $V = \frac{1}{3}h.B$ với B là diện tích đáy, h là chiều cao của hình chóp.

Do đáy là tam giác đều cạnh $2a$ nên $S_{\Delta ABC} = \frac{(2a)^2\sqrt{3}}{4} = a^2\sqrt{3}$.

Mà $V = \frac{1}{3}S_{\Delta ABC}.h \Rightarrow h = \frac{3V}{S_{\Delta ABC}} = \frac{3a^3}{a^2\sqrt{3}} = \sqrt{3}a$.

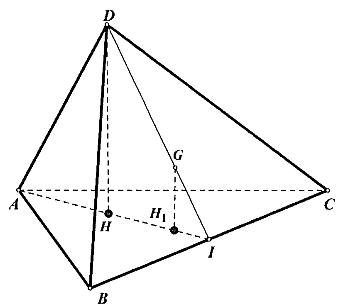
A	Sai vì nhầm công thức tính diện tích tam giác và thể tích khối chóp.

	$S_{\Delta ABC}=\dfrac{(2a)^2\sqrt{3}}{2}=\dfrac{4a^2\sqrt{3}}{2}=2a^2\sqrt{3}$, $V=S_{\Delta ABC}.h\Rightarrow h=\dfrac{3V}{S_{\Delta ABC}}=\dfrac{a^3}{2a^2\sqrt{3}}=\dfrac{\sqrt{3}a}{6}$
B	Sai vì nhầm công thức tính đường cao tam giác đều $\dfrac{a.\sqrt{3}}{2}$.
C	Sai vì nhầm công thức thể tích $V=S_{\Delta ABC}.h\Rightarrow h=\dfrac{V}{S_{\Delta ABC}}=\dfrac{a^3}{a^2\sqrt{3}}=\dfrac{\sqrt{3}a}{3}$

36. Phần này các em coi lại kiến thức ở chương 1 hình học trong sách giáo khoa.

A	Sai vì tứ diện đều không có tâm đối xứng
B	Đúng vì bát diện đều có tâm đối xứng
C	Đúng vì hình lập phương có tâm đối xứng.
D	Đúng vì lăng trục lục giác đều có tâm đối xứng.

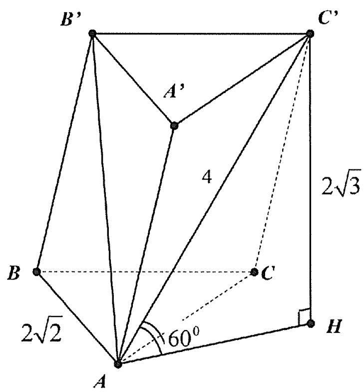
37. Bài toán này các em nắm vững công thức tính thể tích khối chóp $V=\dfrac{1}{3}h.B$ với B là diện tích đáy, h là chiều cao của hình chóp. Trong bài toán này các em cũng chú ý một tính chất sau: $V_{A.GBC}=V_{G.ABC}$.



Áp dụng công thức tỉ số khoảng cách ta có:
$\dfrac{d(G,(ABC))}{d(D,(ABC))}=\dfrac{GI}{DI}=\dfrac{1}{3}\Rightarrow d(G,(ABC))=\dfrac{1}{3}d(D,(ABC))$.

Nên $V_{G.ABC}=\dfrac{1}{3}d(G,(ABC)).S_{\Delta ABC}=\dfrac{1}{3}.V_{DABC}=4.$

38. Bài toán này tính thể tích của khối đa diện bằng phương pháp cộng trừ.



Tính thể tích của khối đa diện $ABCB'C'$ bằng thể tích khối của lăng trụ $ABC.A'B'C'$ trừ đi thể tích của khối chóp $A.A'B'C'$. Giả sử đường cao của lăng trụ là $C'H$.

Khi đó góc giữa $\measuredangle[AC';(ABC)]=\measuredangle C'AH=60^0$

Ta có:

$\sin 60°=\dfrac{C'H}{AC'}\Rightarrow C'H=2\sqrt{3}; S_{\Delta ABC}=\dfrac{1}{2}AC.AB=\dfrac{1}{2}(2\sqrt{2})^2=4$

$V_{ABB'C'C}=V_{ABC.A'B'C'}-V_{A.A'B'C'}=\dfrac{2}{3}V_{ABC.A'B'C'}=\dfrac{16\sqrt{3}}{3}$.

B	Sai vì nhầm $\sin 60°=\dfrac{C'H}{AC'}\Rightarrow C'H=2$, $\sin 60^0=\dfrac{1}{2}$.

39. Bài này yêu cầu các em phải nắm vững các công thức về tính diện tích của hình nón và thể tích của khối nón.

Gọi l là đường sinh của hình nón, ta có $l=\sqrt{R^2+h^2}$.

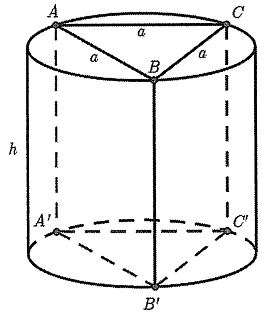
Diện tích xung quanh của hình nón là 15π, suy ra $15\pi=\pi Rl\Leftrightarrow 15=3.\sqrt{3^2+h^2}\Leftrightarrow h=4$

Thể tích khối nón là $V=\dfrac{1}{3}\pi R^2h=\dfrac{1}{3}\pi.3^2.4=12\pi$ (đvtt).

C	Sai vì nhầm công thức $V = \pi R^2 h = \pi.3^2.4 = 36\pi$

40. Thể tích của khối trụ $V = \pi R^2 h$

Khối trụ ngoại tiếp lăng trụ tam giác đều có hình tròn đáy là hình tròn ngoại tiếp tam giác đáy của lăng trụ, và chiều cao bằng chiều cao lăng trụ.

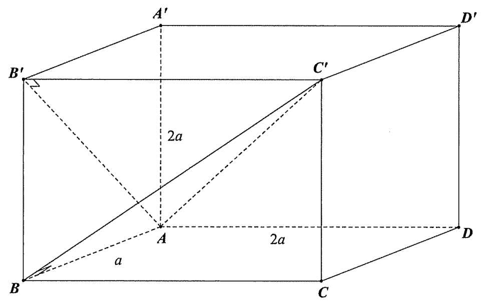


Tam giác đều cạnh a có bán kính đường tròn ngoại tiếp bằng $\frac{\sqrt{3}a}{3}$.

Vậy thể tích của khối trụ cần tìm là $V = h.S = h.\pi.\left(\frac{\sqrt{3}a}{3}\right)^2 = \frac{\pi a^2 h}{3}$ (đvtt).

A	Sai vì nhầm công thức bán kính thành $\frac{a\sqrt{3}}{2}$.
D	Sai vì công thức $V = \frac{1}{3}h.S = \frac{1}{3}h.\pi.\left(\frac{\sqrt{3}a}{3}\right)^2 = \frac{\pi a^2 h}{9}$

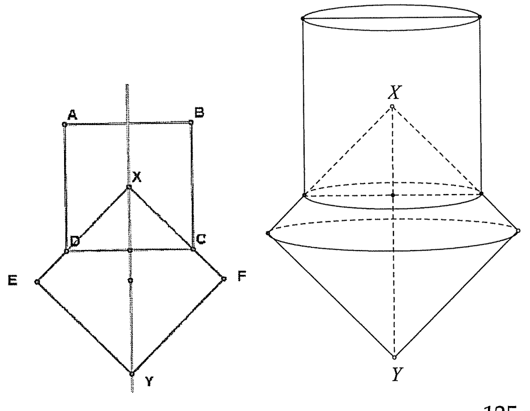
41. Dùng phương pháp chứng minh các đỉnh của tứ diện cùng nhìn 1 cạnh dưới 1 góc vuông.



Ta có $\widehat{AB'C'} = \widehat{ABC'} = 90°$ nên mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $ABB'C'$ có đường kính AC'. Do đó bán kính là $R = \frac{1}{2}\sqrt{AB^2 + AD^2 + AA'^2} = \frac{1}{2}\sqrt{a^2 + (2a)^2 + (2a)^2} = \frac{3a}{2}$.

A	Sai vì nhầm qua $R = AC'$
B	Sai vì nhầm $R = \frac{1}{4}AC'$

42. Bài toán này đòi hỏi các em biết cách phân tích lắp ghép các khối, đồng thời nắm vững công thức tính thể tích của khối nón và khối trụ.



Thể tích hình trụ được tạo thành từ hình vuông $ABCD$ là $V_T = \pi R^2 h = \frac{125\pi}{4}$

Thể tích khối tròn xoay được tạo thành từ hình vuông $XEYF$ là $V_{2N}=\frac{2}{3}\pi R^2h=\frac{125\pi\sqrt{2}}{6}$

Thể tích khối tròn xoay được tạo thành từ tam giác XDC là $V_{N'}=\frac{1}{3}\pi R^2h=\frac{125\pi}{24}$

Thể tích cần tìm $V=V_T+V_{2N}-V_{N'}=125\pi\frac{5+4\sqrt{2}}{24}$.

43. Áp dụng công thức trung điểm

Tọa độ trung điểm I của đoạn AB với $A(3;-2;3)$ và $B(-1;2;5)$ được tính bởi

$$\begin{cases} x_I=\frac{x_A+x_B}{2}=1 \\ y_I=\frac{y_A+y_B}{2}=0 \Rightarrow I(1;0;4) \\ z_I=\frac{z_A+z_B}{2}=4 \end{cases}$$

A, D	Sai số thông thường.
C	Sai vì không chia đôi.

44. Đường thẳng $d:\begin{cases} x=x_0+at \\ y=y_0+bt \\ z=z_0+ct \end{cases}$ $(t\in\mathbb{R})$ nhận véc tơ $\vec{u}=(a;b;c)$ làm VTCP.

Đường thẳng $d:\begin{cases} x=1 \\ y=2+3t \\ z=5-t \end{cases}$ $(t\in\mathbb{R})$ nhận véc tơ $\vec{u}=(0;3;-1)$ làm VTCP.

45. Áp dụng công thức phương trình mặt phẳng theo đoạn chắn

Phương trình mặt phẳng theo đoạn chắn đi qua 3 điểm A, B, C là: $\frac{x}{1}+\frac{y}{-2}+\frac{z}{3}=1$

46. Bài toán này các em nắm điều kiện tiếp xúc của mặt phẳng với mặt cầu.

Gọi mặt cầu cần tìm là (S). Ta có (S) là mặt cầu có tâm $I(1;2;-1)$ và bán kính R.

Vì (S) tiếp xúc với mặt phẳng $(P): x-2y-2z-8=0$ nên ta có $R=d\left[I;(P)\right]=\frac{|1-2.2-2.(-1)-8|}{\sqrt{1^2+(-2)^2+(-2)^2}}=3$

Vậy phương trình mặt cầu cần tìm là $(x-1)^2+(y-2)^2+(z+1)^2=9$.

A	Sai vì toạ độ tâm I.
B	Sai vì quên bình phương bán kính.
D	Sai toạ độ tâm I.

47. Bài toán liên quan vị trí tương đối giữa đường thẳng và mặt phẳng.

Ta có đường thẳng d đi qua $M(-1;0;5)$ có vtcp $\vec{u}=(1;-3;-1)$ và mặt phẳng (P) có vtpt $\vec{n}=(3;-3;2)$

B	$\vec{n},\vec{u}$ không cùng phương $\Rightarrow$ loại đáp án B.
C	$\vec{n}.\vec{u}=10$ $\Rightarrow \vec{n},\vec{u}$ không vuông góc $\Rightarrow$ loại đáp án C.
D	$M\notin(P)\Rightarrow$ loại đáp án D.

48. Bài toán này liên quan đến điều kiện 3 điểm thẳng hàng.

$M \in (Oxz) \Rightarrow M(x;0;z), \overrightarrow{AB}=(7;3;1) \Rightarrow AB=\sqrt{59}, \overrightarrow{AM}=(x+2;-3;z-1)$.

A,B,M thẳng hàng $\Rightarrow \overrightarrow{AM}=k.\overrightarrow{AB}\ (k\in\mathbb{R}) \Leftrightarrow \begin{cases} x+2=7k \\ -3=3k \\ z-1=k \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=-9 \\ -1=k \\ z=0 \end{cases} \Rightarrow M(-9;0;0)$

$\overrightarrow{BM}=(-14;-6;-2) \Rightarrow BM=\sqrt{118}=2.AB$

49. Liên quan viết phương trình mặt phẳng.

Ta có: d_1 đi qua điểm $A(2;0;0)$ và có VTCP $\vec{u}_1=(-1;1;1)$, d_2 đi qua điểm $B(0;1;2)$ và có VTCP $\vec{u}_2=(2;-1;-1)$

Vì (P) song song với hai đường thẳng d_1 và d_2 nên VTPT của (P) là $\vec{n}=[\vec{u}_1,\vec{u}_2]=(0;1;-1)$. Khi đó (P) có dạng $y-z+D=0 \Rightarrow$ loại đáp án A và C.

Lại có (P) cách đều d_1 và d_2 nên (P) đi qua trung điểm $M\left(0;\frac{1}{2};1\right)$ của AB

Do đó $(P): 2y-2z+1=0$

50. Với bài toán liên quan đến các yếu tố cố định mà có tham số, ta cần tìm cách triệt tiêu tham số, để kết quả tạo ra là hằng số.

Phương trình theo đoạn chắn của mặt phẳng $(ABC): \frac{x}{m}+\frac{y}{n}+z=1 \Leftrightarrow nx+my+mnz-mn=0$

Gọi mặt cầu (S) có tâm $I(a;b;c)$, bán kính R

Mặt khác $d(I,(ABC))=\frac{|na+mb+mnc-mn|}{\sqrt{m^2+n^2+m^2n^2}}=R \Leftrightarrow \frac{\left|\frac{a}{m}+\frac{b}{n}+c-1\right|}{\sqrt{\frac{1}{n^2}+\frac{1}{m^2}+1}}=R$

Vì $m+n=1 \Rightarrow \frac{1}{n^2}+\frac{1}{m^2}+1=\left(\frac{1}{n}+\frac{1}{m}-1\right)^2$. Do đó $R=\left|\frac{\frac{a}{m}+\frac{b}{n}+c-1}{\frac{1}{n}+\frac{1}{m}-1}\right|$

Vì mặt cầu (S) cố định nên $R=\left|\frac{\frac{a}{m}+\frac{b}{n}+c-1}{\frac{1}{n}+\frac{1}{m}-1}\right|=|\alpha|$, Với α là hằng số không đổi

Từ đó suy ra $\frac{a}{m}+\frac{b}{n}+c-1=\frac{\alpha}{n}+\frac{\alpha}{m}-\alpha, \forall m,n \Rightarrow \begin{cases} a=\alpha \\ b=\alpha \\ c-1=-\alpha \end{cases} \Rightarrow I(\alpha;\alpha;1-\alpha)$

Mặt khác, $D\in(S) \Rightarrow ID=R \Rightarrow ID^2=R^2 \Leftrightarrow \alpha^2=(\alpha-1)^2+(\alpha-1)^2+\alpha^2 \Rightarrow \alpha=1 \Rightarrow I(1;1;0); R=1$

ĐÁP ÁN ĐỀ 3

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
C	A	D	D	D	A	A	B	D	C
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
C	D	B	B	B	B	B	D	D	A
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
A	A	A	A	A	C	C	B	A	B
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
A	A	C	B	B	B	D	D	C	D
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
A	A	C	D	A	D	B	A	A	C

1. $z=(2-i)2i+2=4i+2+2=4+4i \Rightarrow \overline{z}=4-4i$.

A	sai vì đồng nhất z và $\overline{z}$	B	tương tự phương án A nhưng sai thêm khi gắn thêm phần tử đơn vị ảo vào	D	biết suy ra số phức liên hợp nhưng lại gắn thêm phần tử đơn vị ảo vào.

2. **Bước 1:** Tìm đạo hàm của hàm số đã cho. **Bước 2:** Lập bảng biến thiên.

TXĐ: $D=\mathbb{R}$. Ta có: $y'=3x^2-6x=3x(x-2)$ suy ra $y'=0 \Leftrightarrow x=0 \vee x=2$.

Đạo hàm y′ là hàm số bậc hai do đó theo quy tắc "trong trái ngoài cùng", ta dễ dàng có được dấu của đạo hàm.

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
y'		+	0	−	0	+	

Suy ra điểm cực đại là 0 và giá trị cực đại là $y(0)=6$.

B	nhầm với giá trị cực tiểu.	C	nhầm với điểm cực đại.	D	nhầm với điểm cực tiểu.

3. Câu D sai vì những điểm thuộc khối đa diện nhưng không thuộc hình đa diện thì mới là điểm trong.

4. Câu hỏi nhận biết về các tính chất của hai số phức liên hợp với nhau.

Số phức thỏa mãn $z=\overline{z} \Leftrightarrow a+bi=a-bi \Rightarrow b=-b \Rightarrow b=0$, khẳng định A đúng.

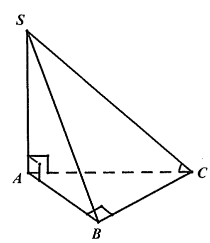
Khẳng định B và C cũng đúng theo tính chất của hai số phức liên hợp.

Khẳng định D sai vì (a,b) và $(a;-b)$ là hai điểm đối xứng nhau qua trục hoành.

5. Đáp án D.

6. $\int(8x^3+\sin x)dx=2x^4-\cos x+C$.

7. Hình chiếu của SC lên (ABC) là $AC \Rightarrow$ Góc giữa SC và (ABC) là $\widehat{SCA}=30^0$



$V_{S.ABC}=\frac{1}{3}.S_{ABC}.SA; AB=4a, S_{ABC}=6a^2$

$SA=\frac{5a\sqrt{3}}{3}$; $V_{S.ABC}=\frac{1}{3}6a^2.\frac{5a\sqrt{3}}{3}=\frac{10\sqrt{3}.a^3}{3}$

8. Hai đáp án A với D là hiển nhiên sai. Cần chú ý rằng ở đây đề chỉ cho a, b > 0 chứ a, b chưa chắc đã khác 1 nên đáp án C trong trường hợp này là sai. Suy ra đáp án đúng là B.

9. Bài toán chỉ yêu cầu thuộc công thức nguyên hàm: $\int \sin(ax+b)dx = -\frac{1}{a}\cos(ax+b)+C$.

10. Đồ thị hàm số $y=\frac{ax+b}{cx+d}\left(ad-bc\neq 0, x\neq -\frac{d}{c}\right)$ có tiệm cận đứng là $x=-\frac{d}{c}$ và tiệm cận ngang là $y=\frac{a}{c}$

A	Nửa ý đầu đúng và nửa ý sau sai suy ra sai.	B	Nhầm tiệm cận đứng thành tiệm cận ngang.	D	Nhầm tiệm cận ngang thành tiệm cận đứng.

11. Dựa vào đồ thị ta thấy được đây là hàm bậc 3 có hệ số $a<0$ có 2 điểm cực trị là $A(0;1), B(1;2)$.

A	Nhầm vì thay tọa độ $A(0;1)$ thỏa nên nhận (mà chưa kiểm tra dấu của hệ số a)	B	Thay tọa độ $A(0;1)$ kiểm tra đúng nhưng nhầm vì dựa vào dấu của hệ số $a>0$. Nếu không để ý kỹ HS có thể loại luôn cả đáp án đúng C.	D	Thỏa mãn $A(0;1)$ và $a<0$ nhưng lại không qua điểm $B(1;2)$

12. Câu hỏi nhằm trọng tâm vào khái niệm và tính chất của cực trị, cụ thể là cực đại.

Khẳng định A là sai vì giá trị cực đại thì chưa chắc là giá trị lớn nhất của hàm số $f(x)$ trên $[a,b]$.

Khẳng địng B là sai vì nếu tồn tại đạo hàm cấp hai tại x_0 thì muốn hàm số đạt cực đại tại x_0 thì cần $f''(x_0)<0$.

Khẳng định C là sai vì $f'(x_0)=0$ chỉ là một điều kiện cần để tồn tại cực trị của hàm số. Ngoài ra còn có $f'(x_0)$ không xác định cũng là điều kiện cần.

13. Ta có $\log_{2017}x = 4\log_{2017}a + 7\log_{2017}b = \log_{2017}a^4 + \log_{2017}b^7 = \log_{2017}\left(a^4b^7\right) \Rightarrow x = a^4b^7$.

14. Tập xác định: $D=[-1;2]$, tuy nhiên đề bài hỏi trên đoạn $[-1;0]$ chứ không phải trên tập xác định. Do đó, ta làm như sau:

$y'=\frac{-2x+1}{2\sqrt{-x^2+x+2}}; y'=0 \Rightarrow x=\frac{1}{2}\notin[-1;0]$; $y(-1)=0; y(0)=\sqrt{2} \Rightarrow M=\sqrt{2}, m=0$.

A,B,C	"quên" loại đi $x=\frac{1}{2}$.

15. Góc giữa đường với mặt là góc giữa đường với hình chiếu của đường lên mặt. Bài toán đưa về tìm độ dài cạnh đáy cũng như chiều cao khối chóp.

Gọi $x>0$ là độ dài cạnh hình vuông. Do H là hình chiếu của S lên đáy, C là hình chiếu của chính nó lên đáy nên HC là hình chiếu của SC lên (ABCD), nên góc giữa SC và (ABCD) là góc giữa SC và HC, chính là góc SCH và bằng 45⁰. Tam giác SHC vuông tại H có một góc 45 độ, và $SC=a$ suy ra $SH=HC=\frac{a}{\sqrt{2}}$.

Sử dụng Pytagore cho tam giác HDC ta có $x^2=\frac{2a^2}{5}$. $V_{S.ABCD}=\frac{1}{3}.SH.S_{ABCD}=\frac{1}{3}.\frac{a}{\sqrt{2}}.\frac{2a^2}{5}=\frac{a^3\sqrt{2}}{15}$.

A	chưa nhân một phần ba	C, D	không chú ý HD bằng một nửa cạnh hình vuông và sai như A.

16. Một điểm nằm bên trong mặt cầu khi khoảng cách từ nó đến tâm mặt cầu nhỏ hơn bán kính.
Vì vậy bài toán đưa về so sánh khoảng cách giữa tâm của mặt cầu và điểm cần xét với bán kính mặt cầu đó.
Gọi I, R lần lượt là tâm và bán kính của mặt cầu (S). Ta có $I(1;-1;0), R=3$.
Thông qua tính toán độ dài và so sánh ta đi đến điều sau: $IN < R; IM = R; IP = R; IQ > R$. Suy ra N nằm bên trong mặt cầu.

17. Bài toán đòi hỏi học sinh hiểu rõ định lí về điều kiện đủ để hàm số đạt cực đại hoặc cực tiểu tại một điểm.

Dựa vào đồ thị hàm $f'(x)$ ta thấy giá trị $f'(x)$ chỉ đổi dấu từ âm sang dương tại điểm $x=1$ nên hàm số $f(x)$ đạt cực tiểu tại $x=1$. Ngoài ra giá trị $f'(x)$ không đổi dấu tại điểm nào khác. Vậy đồ thị hàm số $f(x)$ chỉ có 1 điểm cực tiểu và không có điểm cực đại.

A,B,C	học sinh nhầm đồ thị hình bên thành đồ thị của hàm $f(x)$.

18. Xét các trường hợp:

TH1. Nếu $a=0$. Khi đó hàm số trở thành $y=2x^2$. Dễ thấy hàm số có đúng 1 cực tiểu.

TH2. Nếu $a \neq 0$. Khi đó đạo hàm của hàm số là: $y' = 4ax^3 + 2(2-a-a^2)x$. Phương trình $y'=0$ có nghiệm duy nhất khi và chỉ khi $a(2-a-a^2) \leq 0$. Với điều kiện $a \neq 0$, giải bất phương tình trên ta thu được: $a \in (-\infty;-2] \cup (0;1]$. Để hàm số có một cực tiểu thì $a>0$. Do đó ta có: $a \in (0;1]$.
Vậy $a \in [0;1]$.

19. Kiểm tra công thức bất phương trình loga và giải bất phương trình đơn giản.

$$\log_{\frac{1}{2}}\left(x^2-3x+2\right) \geq -1 \Leftrightarrow \begin{cases} x^2-3x+2 \leq \left(\dfrac{1}{2}\right)^{-1} \\ x^2-3x+2>0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2-3x \leq 0 \\ x^2-3x+2>0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x \in [0;3] \\ x \in (-\infty;1) \cup (2;+\infty) \end{cases} \Leftrightarrow x \in [0;1) \cup (2;3].$$

A	quên đặt điều kiện $x^2-3x+2>0$.
B	sai công thức $\log_a b \geq \log_a c \Leftrightarrow b \geq c, (0<a<1)$.
C	bấm máy tính SHIFT SOLVE chỉ tìm được 2 nghiệm của phương trình $\log_{\frac{1}{2}}\left(x^2-3x+2\right)=-1$.

20. Tập xác định $x^3-3x^2+4 \geq 0 \Leftrightarrow x \in [-1;+\infty)$.

Đạo hàm $y' = \dfrac{3x^2-6x}{2\sqrt{x^3-3x^2+4}}$, $y'=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=2 \end{array}\right.$.

Lập bảng xét dấu ta có hàm số đồng biến trên $(-1;0)$ và $(2;+\infty)$.

21. Hai loại hàm số chính được nêu ra là hàm mũ và hàm logarit.

Câu A: $y' = 5 - \dfrac{1}{2^x}.\ln\dfrac{1}{2} > 0,\ \forall x \in \mathbb{R}$. **Câu B:** $y' = \dfrac{1}{2} - 5^x.\ln 5$. Suy ra $y'=0 \Leftrightarrow x = \ln_5 \dfrac{1}{2\ln 5}$.

Câu C, D: $y' = \dfrac{1}{x\ln\dfrac{1}{2}} < 0, \forall x > 0$.

22. Phương trình mũ dạng đẳng cấp, tiến hành chia 2 vế cho 8^x.

Chia 2 vế phương trình cho 8^x:

$\left(\dfrac{3}{2}\right)^{3x} - 2.\left(\dfrac{3}{2}\right)^{2x} - \left(\dfrac{3}{2}\right)^{x} + 2 = 0 \Leftrightarrow \left(\dfrac{3}{2}\right)^{x} = 1$ hay $\left(\dfrac{3}{2}\right)^{x} = -1$ (loại) hay $\left(\dfrac{3}{2}\right)^{x} = 2$.

Vậy phương trình có hai nghiệm phân biệt.

23. Gọi $F(x)$ là nguyên hàm của $f(x)$. Ta có: $\int\limits_a^b f(x)dx = F(b) - F(a)$.

Gọi $F(x)$ là nguyên hàm của $f(x)$. Ta có: $F(2) - F(0) = \int\limits_0^2 f(x)dx = 5$.

Tương tự $F(4) - F(2) = \int\limits_2^4 f(x)dx = 9$.

Trừ vế theo vế:

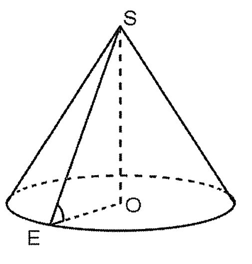
$F(4) - F(2) - F(2) + F(0) = 9 - 5 \Leftrightarrow F(4) + F(0) - 2F(2) = 4 \Leftrightarrow 3F(2) - 2F(2) = 4 \Leftrightarrow F(2) = 4$.

B	Sai vì giải ra thành $3F(2) = 4$.	C	Sai vì giải ra thành $3F(2) = 14$ do cộng vế theo vế.	D	Sai vì giải ra thành $F(2) = 14$ do cộng vế theo vế.

24. Tỉ số giữa chiều cao và bán kính đáy chính là giá trị tan của góc giữa đường sinh và đáy.

Theo hình vẽ, góc tạo bởi đường sinh SE và mặt đáy chính là góc SEO. Gọi α_1, α_2 lần lượt là số đo của góc SEO lúc đầu và lúc sau.

Ta có: $\begin{cases} \tan\alpha_1 = \dfrac{a\sqrt{3}}{a} = \sqrt{3} \Rightarrow \alpha_1 = 60^\circ \\ \tan\alpha_2 = \dfrac{a\sqrt{3}}{3a} = \dfrac{\sqrt{3}}{3} \Rightarrow \alpha_2 = 30^\circ \end{cases}$. Vậy lúc sau số đo góc giảm 30°.



25. **Bước 1:** Kiểm tra đường thẳng nào đi qua I. **Bước 2:** Kiểm tra tọa độ tâm mặt cầu.
Nếu điểm I không phải tâm mặt cầu thì đường kính đi qua I sẽ vuông góc với đường thẳng AB.
Nếu điểm I là tâm mặt cầu thì bài toán kết thúc ở bước 1.

$(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4z - 20 = 0 \Leftrightarrow (x-1)^2 + y^2 + (z+2)^2 = 49$. Suy ra tâm $M(1;0;-2)$, $R = 5$.

Ta có $\overrightarrow{MI} = (4;3;4)$ như vậy VTCP của đường thẳng sẽ vuông góc với MI.

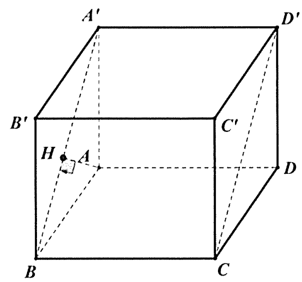
B	Đúng VTCP, sai điểm gốc.	C, D	Đúng điểm gốc, sai VTCP.

26. Ta có: $\begin{cases} A \in Oy \\ B \in Ox \\ C \in Oz \end{cases}$ thì (ABC) chính là mặt phẳng chắn 3 trục tọa độ.

Khi đó: $(ABC): \dfrac{x}{x_B} + \dfrac{y}{y_A} + \dfrac{z}{z_C} = 1 \Leftrightarrow \dfrac{x}{2} + \dfrac{y}{1} + \dfrac{z}{3} = 1 \Leftrightarrow 3x + 6y + 2z = 6 \Rightarrow \overrightarrow{n_P} = (3;6;2)$.

A	Nhầm theo thứ tự chữ $A,B,C \Rightarrow \frac{x}{1}+\frac{y}{2}+\frac{z}{3}=1$	B	Hiểu đúng công thức nhưng lại chọn luôn hệ số dưới mẫu mà chưa quy đồng.	D	Không sử dụng kiến thức "mặt phẳng theo đoạn chắn", tính tích có hướng bình thường (nhưng bị sai tung độ)

27. Gọi H là hình chiếu của A lên cạnh A'B $\Rightarrow AH \perp \left(A'BCD'\right) \Rightarrow AH = \frac{a\sqrt{3}}{2}$



Gọi $AA' = x > 0$. Áp dụng hệ thức về cạnh và đường cao trong tam giác AA'B: $\frac{1}{AH^2}=\frac{1}{AA'^2}+\frac{1}{AB^2} \Leftrightarrow \frac{4}{3a^2}=\frac{1}{x^2}+\frac{1}{a^2} \Rightarrow x = a\sqrt{3}$

$V_{ABCD.A'B'C'D'} = AA'.AB.AD = a\sqrt{3}.a.a = a^3\sqrt{3}$

A	sai độ dài đường cao AA' qua công thức $\frac{1}{AA'^2}=\frac{1}{AH^2}+\frac{1}{AB^2}$	B	Nhầm hình chiếu H chính là trung điểm AB' dẫn đến tính sai $AA' = a\sqrt{2}$	D	Tính đúng đường cao nhưng nhầm công thức tính thể tích khối chóp.

28. Câu hỏi yêu cầu tìm giá trị của x để diện tích miếng đất là lớn nhất. Do đó ta cần thiết lập mối quan hệ giữa diện tích và x.

Đặt S là diện tích miếng đất. Khi đó ta có: $S=\frac{(60-x)}{2}x=\frac{1}{2}.(60-x)x \overset{Cosi}{\le} \frac{1}{2}\frac{(60-x+x)^2}{2}=900m^2$. Dấu đẳng thức xảy ra khi $60-x=x$, nghĩa là $x=30$.

A	đoán là hình vuông	D	sử dụng bất đẳng thức và giải dấu bằng là $60-x=\frac{x}{2}$

29. Điều kiện $x^2-3>1 \Rightarrow x \in (-\infty;-2)\cup(2;+\infty)$. Phương trình tương đương với:

$\log_8(x^2-3) \le 2^{-1} \Leftrightarrow x^2-3 \le \sqrt{8} \Leftrightarrow x^2 \le 3+2\sqrt{2} \Leftrightarrow x \in \left[-1-\sqrt{2};1+\sqrt{2}\right]$.

Kết hợp với điều kiện: $x \in \left[-1-\sqrt{2};-2\right)\cup\left(2;1+\sqrt{2}\right]$.

B	quên giải điều kiện	C	biến đổi nhầm chiều dấu bất đẳng thức	D	chỉ giải điều kiện $x^2-3>0$

30. Ta có điểm đi qua và vectơ chỉ phương của đường thẳng d lần lượt là $B(1;2;-2), \vec{v}=(2;1;-1)$. Từ $[\vec{u},\vec{v}]$=(-1;5;3) ta có d và Δ không song song.

Theo công thức khoảng cách giữa hai đường thẳng chéo nhau ta có: $d(d,\Delta)=\frac{|[\vec{u}\vec{v}].\overrightarrow{AB}|}{|[\vec{u}\vec{v}]|}$.

Ta có $\overrightarrow{AB}=(1-a^2,3-a,3a-2)$. Thay vào công thức ta có: $d(d,\Delta)=\frac{|a^2+4a+8|}{\sqrt{35}}=\frac{(a+2)^2+4}{\sqrt{35}} \ge \frac{4}{\sqrt{35}}$.

31. Đồ thị $\left(C_m\right)$ có tiệm cận đứng là $x=m$ và tiệm cận ngang là $y=m$. Khi đó $M\left(m;m\right)$ với $m \ne \pm 1$. Vậy tập hợp các điểm M khi m thay đổi là:đường thẳng $y=x$ bỏ đi hai điểm $\left(-1;-1\right)$ và $\left(1;1\right)$.

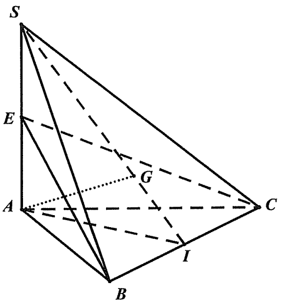
32. Tam giác ABC vuông cân tại A :

$AB^2 + AC^2 = BC^2 \Rightarrow 2AB^2 = 4^2 \Rightarrow AB = AC = 2\sqrt{2}$.

Tam giác SAC vuông tại A

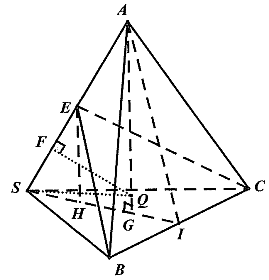
nên $SA^2 + AC^2 = SC^2 \Rightarrow SA^2 = 8 \Rightarrow SA = 2\sqrt{2}$

$SB = 2\sqrt{2} \Rightarrow$ tam giác SBC là tam giác đều.



Gọi I là trung điểm BC, G là trọng tâm tam giác ABC vì $AB = AC = AS = 2\sqrt{2} \Rightarrow AG \perp (SBC)$. Từ đó suy ra AG là trục của đường tròn ngoại tiếp tam giác SBC. (1)

Gọi F là trung điểm của SE, dựng đường trung trực Fx của đoạn SE và Fx cắt AG tại Q (2)



Từ (1) và (2) suy ra Q là tâm mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $SBCE$ và bán kính $R = SQ$.

$SF = \frac{1}{2}SE = \frac{1}{4}SA = \frac{\sqrt{2}}{2}$;

$SI = \frac{4\sqrt{3}}{2} = 2\sqrt{3}; SG = \frac{2}{3}SI = \frac{4\sqrt{3}}{3}; AG = \sqrt{SA^2 - SG^2} = \frac{2\sqrt{6}}{3}$

Đặt $\widehat{SAG} = \widehat{FAQ} = \alpha$. Tam giác FAQ vuông tại F ta có $\tan\alpha = \frac{QF}{AF}$.

Tam giác SAG vuông tại G ta có $\tan\alpha = \frac{SG}{AG} \Rightarrow \frac{SG}{AG} = \frac{QF}{AF} \Rightarrow QF = 3$.

Vậy $SQ = \sqrt{\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 + (3)^2} = \frac{\sqrt{38}}{2} \Rightarrow S = 38\pi$.

33. Do $(Q)//(P)$ nên (Q) có phương trình $2x + 2y - z + m = 0, (m \neq 17)$.

(S) có tâm $I(1;-2;3)$, bán kính $R = 5$. Đường tròn có chu vi 6π nên có bán kính $r = 3$.

Khoảng cách từ I tới (Q) là $h = \sqrt{R^2 - r^2} = \sqrt{5^2 - 3^2} = 4$.

$$\frac{|2.1 + 2(-2) - 3 + m|}{\sqrt{2^2 + 2^2 + (-1)^2}} = 4 \Leftrightarrow |-5 + m| = 12 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m = -7 \\ m = 17 \text{ (loai)} \end{array}\right.$$

Vậy (Q) có phương trình $2x + 2y - z - 7 = 0$.

34. Nhắc lại: $\sin x \pm \cos x = \sqrt{2}\sin\left(x \pm \frac{\pi}{4}\right) \Rightarrow \sin\left(x \pm \frac{\pi}{4}\right) = \frac{\sin x \pm \cos x}{\sqrt{2}}$; $(\sin x \pm \cos x)^2 = 1 \pm \sin 2x$

Chúng ta sẽ gặp khó khăn ở bài toán này nếu bỏ qua hai điều trên. Ta biến đổi tích phân đề bài:

$$I = \frac{1}{4e}\int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{4}} e^{1+\sin 2x}(\cos x - \sin x)(\sin x + \cos x)^3 dx = \frac{1}{4e}\int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{4}} e^{(\sin x + \cos x)^2}(\cos x - \sin x)(\sin x + \cos x)^3 dx.$$

Đặt $t = \sin x + \cos x \Rightarrow dt = (\cos x - \sin x)dx$. Suy ra $I = \frac{1}{4e}\int_{\frac{1+\sqrt{3}}{2}}^{\sqrt{2}} e^{t^2} t^3 dt$.

Đặt $h = t^2 \Rightarrow dh = 2tdt$. Suy ra $I = \dfrac{1}{8e}\displaystyle\int_{1+\frac{\sqrt{3}}{2}}^{2} e^h h\,dh$.

Đặt $\begin{cases} u = h \Rightarrow du = dh \\ dv = e^h dh \Rightarrow v = e^h \end{cases}$, ta có $I = \dfrac{1}{8e}\left(he^h\Big|_{1+\frac{\sqrt{3}}{2}}^{2} - \displaystyle\int_{1+\frac{\sqrt{3}}{2}}^{2} e^h dh \right) = \dfrac{1}{8}\left(e - \dfrac{\sqrt{3}}{2}e^{\frac{\sqrt{3}}{2}} \right)$.

35. Nhắc lại: $i^2 = -1$, $z = a + bi \Rightarrow \overline{z} = a - bi$

Bài toán đề cập đến sự bằng nhau giữa hai số phức. Hai số phức được xem là bằng nhau nếu như phần thực bằng phần thực, phần ảo bằng phần ảo.

$z = 1 + 3i \Rightarrow \overline{z} = 1 - 3i$; $w = a + (b-1)i \Rightarrow \overline{w} = a - (b-1)i$

$\overline{z}.w = (1-3i)(a + (b-1)i) = (a + 3b - 3) + (-3a + b - 1)i$; $z + \overline{w} = 1 + 3i + a - (b-1)i = (1+a) + (4-b)i$

$\overline{z}.w = z + \overline{w} \Leftrightarrow \begin{cases} a + 3b - 3 = 1 + a \\ -3a + b - 1 = 4 - b \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -\dfrac{7}{9} \\ b = \dfrac{4}{3} \end{cases}$.

A, C, D	lấy sai số phức liên hiệp, hay quên mất đổi dấu khi cho $i^2 = -1$.

36. Bài toán trên sẽ được hiểu là tìm tất cả giá trị của m để phương trình hoành độ giao điểm của (d) và (C) có đúng hai nghiệm phân biệt,và khoảng cách giữa hai giao điểm nhỏ hơn $\sqrt{2017}$. Sau đó ta đếm số giá trị nguyên của m.

Phương trình hoành độ giao điểm của (d) và (C):

$x - m + 1 = \dfrac{4x - 2m}{x+1} \Leftrightarrow x^2 - x(m+2) + m + 1 = 0, x \neq -1$

Đặt $g(x) = x^2 - x(m+2) + m + 1$, (d) cắt (C) tại điểm phân biệt nghĩa là

$\begin{cases} \Delta_{g(x)} > 0 \\ g(-1) \neq 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} m^2 > 0 \\ m \neq -2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} m \neq 0 \\ m \neq -2 \end{cases} (*)$

Gọi $A(x_A; y_A), B(x_B; y_B)$ là hai giao điểm trong đó x_A, x_B là hai nghiệm của phương trình $g(x) = 0$

Theo định lý Vi-et ta có: $\begin{cases} x_A + x_B = m + 2 \\ x_A x_B = m + 1 \end{cases}$. Do A, B thuộc (d) nên suy ra:

$A(x_A; x_A - m + 1), B(x_B; x_B - m + 1)$

$\Rightarrow AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (x_B - x_A)^2} = \sqrt{2(x_B - x_A)^2} = \sqrt{2\left((x_A + x_B)^2 - 4x_A x_B\right)}$

$\Rightarrow AB = \sqrt{2}|m|$. Theo giả thiết ta có $AB < \sqrt{2017} \Rightarrow -\dfrac{\sqrt{2017}}{\sqrt{2}} \approx -31{,}76 < m < \dfrac{\sqrt{2017}}{\sqrt{2}} \approx 31{,}76$

Từ yêu cầu bài toán và $(*)$ ta có $m \in [-31; -30; ...; 30; 31] \setminus \{-2; 0\}$.

Do đó, có 61 giá trị nguyên của tham số m.

A	quên "cộng 1" trong việc đếm nghiệm nguyên trên đoạn [-31;31].	C	quên việc m khác 0, hoặc chưa xét điều kiện x phải khác trừ -1.	D	quên cả hai việc ở đáp án C.

37. Bài toán tổng hợp các kiến thức điều kiện hàm số đồng biến trên khoảng và vận dụng của việc tìm giá trị lớn nhất - giá trị nhỏ nhất của hàm số.

Đạo hàm $y' = -\cos 2x - 2(m+2)\sin x + 4m + 9 = 2\sin^2 x - 2(m+2)\sin x + 4m + 8$.

Hàm số đồng biến trên $(-\infty;+\infty)$ khi và chỉ khi

$y' \ge 0, \forall x \in (-\infty;+\infty) \Leftrightarrow 2\sin^2 x - 2(m+2)\sin x + 4m + 8 \ge 0, \forall x \in (-\infty;+\infty) (*)$

Đặt $t = \sin x, x \in (-\infty;+\infty) \Rightarrow t \in [-1;1]$.

Từ (*) ta có $t^2 - (m+2)t + 2m + 4 \ge 0, \forall t \in [-1;1]$

$\Leftrightarrow t^2 - 2t + 4 \ge m(t-2), \forall t \in [-1;1]$ (Chú ý vì $t \in [-1;1]$ nên $t - 2 < 0$)

$\Leftrightarrow \dfrac{t^2-2t+4}{t-2} \le m, \forall t \in [-1;1] (**)$.

Xét hàm số $g(t) = \dfrac{t^2-2t+4}{t-2}, \forall t \in [-1;1]$.

Đạo hàm $g'(t) = 1 - \dfrac{4}{(t-2)^2}, \forall t \in [-1;1]$; $g'(t) = 0 \Leftrightarrow (t-2)^2 = 4 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t = 0(nhân) \\ t = 4(loại) \end{array}\right.$.

$g(0) = -2; g(1) = -3; g(-1) = -\dfrac{7}{3} \Rightarrow \underset{t\in[-1;1]}{Max}\, g(t) = -2$. Vậy $(**) \Rightarrow m \ge \underset{t\in[-1;1]}{Max}\, g(t) = -2 \Leftrightarrow m \ge -2$.

A	$t^2 - 2t + 4 \ge m(t-2), \forall t \in [-1;1]$ $\Leftrightarrow \dfrac{t^2-2t+4}{t-2} \ge m, \forall t \in [-1;1]$.	B	Học sinh không loại $t = 4$.	C	Sai điều kiện của t.

38. Bài toán yêu cầu học sinh biết giải phương trình bậc 2 hệ số thực, nghiệm phức. Đồng thời, nắm được ý nghĩa hình học của số phức.

$z^2 - 6z + 13 = 0 \Leftrightarrow z = 3 \pm 2i \Rightarrow z_1 = 3 - 2i \Rightarrow (-1+2i).z_1 = 1 + 8i \Rightarrow OH = 1$.

A	Tính sai OH	B, C	Chọn $z_1 = 3 + 2i$

39. Đặt $x = 2t \Rightarrow dx = 2dt \Rightarrow dt = \dfrac{dx}{2} \Rightarrow \int\limits_{-2}^{4} f(2t)dt = \dfrac{1}{2}\int\limits_{-1}^{2} f(x)dx \Rightarrow \int\limits_{-1}^{2} f(x)dx = 3$

$I = \int\limits_{-1}^{2} [f(x) + 2]dx = \int\limits_{-1}^{2} f(x)dx + (2x)\Big|_{-1}^{2} = 3 + (4+2) = 9$

A	Học sinh tính như sau $\int\limits_{-1}^{2} 2dx = 2$	B	quên hệ số $\dfrac{1}{2}$ nhưng phần tính toán sau thì đúng.	D	Cả A và B

40. Gọi $OI = x(0 < x < h) \Rightarrow O'I = h - x$. Gọi S là diện tích hình tròn đáy.

Thể tích khối nón (N1) là: $V_1 = \dfrac{1}{3}S.h_1 = \dfrac{1}{3}S.x$; Thể tích khối nón (N2) là: $V_2 = \dfrac{1}{3}S.h_2 = \dfrac{1}{3}S.(h-x)$.

Ta có $V_2 = 2V_1 \Leftrightarrow \dfrac{1}{3}S.(h-x) = 2.\dfrac{1}{3}S.x \Leftrightarrow h - x = 2x \Leftrightarrow x = \dfrac{h}{3}$.

A	tính nhầm thành độ dài OI'.	B	nhớ công thức thể tích sang công thức diện tích xung quanh $V_1 = \pi.r.l_1 = \pi.r.\sqrt{x^2+r^2}$; $V_2 = \pi.r.l_2 = \pi.r.\sqrt{(h-x)^2+r^2}$.

41. Đặt $z=a+bi\ (a,b\in\mathbb{R})\Rightarrow \bar{z}=a-bi\Rightarrow z+\bar{z}=2\text{a}$.

$$\frac{3+2i}{4-i}\left(z+\bar{z}\right)=\frac{25}{17}+\frac{55}{34}i\Leftrightarrow\frac{3+2i}{4-i}.2\text{a}=\frac{25}{17}+\frac{55}{34}i\Leftrightarrow\left(\frac{10}{17}+\frac{11}{17}i\right).2\text{a}=\frac{25}{17}+\frac{55}{34}i$$

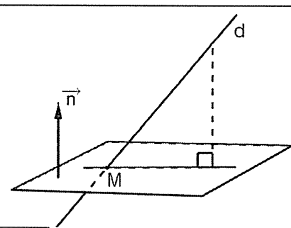
$$\Leftrightarrow 2\text{a}=\frac{\frac{25}{17}+\frac{55}{34}i}{\frac{10}{17}+\frac{11}{17}i}=\frac{5}{2}\Leftrightarrow a=\frac{5}{4}.$$

B	Sai vì khi tìm ra 2a thì quên chia 2.	C, D	Sai dấu.

42. Nhận xét điểm $(1;-1;-2)$ nằm trên mặt phẳng (P).

Bước 1: Kiểm tra điểm $(1;-1;-2)$ có nằm trên các đường thẳng được cho hay không.

Bước 2: Gọi $\vec{u}$ là VTCP của đường thẳng hình chiếu thì tích có hướng của $\vec{u}$ và VTCP của đường thẳng (d) phải vuông góc với VTPT của (P).



Đường thẳng (d) đi qua điểm $M(1;-1;-2)$ và có VTCP $\overrightarrow{a_d}=(2m-3;3-m;3m+3)$.

Mặt phẳng (P) chứa điểm M và có VTPT $\vec{n}=(2;-1;3)$.

Gọi $\vec{u}$ là VTCP của đường thẳng hình chiếu. Khi đó $\left[\vec{u},\overrightarrow{a_d}\right].\vec{n}=0$.

B	Đúng VTCP, sai điểm gốc.	C, D	Đúng điểm gốc, sai VTCP.

43. Điều kiện $\begin{cases}x^3+1>0\\x+1>0\\(2x-1)^2\neq 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x>-1\\x\neq\dfrac{1}{2}\end{cases}(^*)$

$$bpt\Leftrightarrow \log_2\left(x^3+1\right)\le\log_2|2x-1|+\log_2(x+1)\Leftrightarrow\log_2\left(x^3+1\right)\le\log_2\left[|2x-1|(x+1)\right]\ (1-2x)(x+1)$$

$$\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x^3+1\le 2x^2+x-1\Leftrightarrow x^3-2x^2-x+2\le 0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x\le -1\\1\le x\le 2\end{array}\right.\xrightarrow{(^*)}1\le x\le 2\\x^3+1\le -2x^2-x+1\Leftrightarrow x^3+2x^2+x\le 0\Leftrightarrow x\le 0\xrightarrow{(^*)}-1<x\le 0\end{array}\right.\Rightarrow S=(-1;0]\cup[1;2]$$

A	Có làm điều kiện, nhưng sót một trường hợp dẫn đến sai	B	Sai vì không làm điều kiện	D	Đổi chiều bất phương trình sai, dẫn đến so điều kiện sai.

44. Bài toán yêu cầu học sinh biết cách vận dụng công thức tính diện tích hình phẳng để giải tìm tham số thỏa điều kiện cho trước.

Diện tích hình phẳng (H) được tính theo công thức: $S=\int_0^k\sqrt{e^x}\,\text{dx}=\left(2e^{\frac{x}{2}}\right)\Bigg|_0^k=2\left(e^{\frac{k}{2}}-1\right)$.

Theo giả thiết ta có $S=\pi R^2\Leftrightarrow 2\left(e^{\frac{k}{2}}-1\right)=\pi R^2\Leftrightarrow e^{\frac{k}{2}}=\frac{\pi R^2}{2}+1\Leftrightarrow k=2\ln\left(\frac{\pi R^2}{2}+1\right)$.

A	sai $\int_0^k\sqrt{e^x}\,\text{dx}=\left(\frac{1}{2}e^{\frac{x}{2}}\right)\Bigg\|_0^k$	B	sai $\int_0^k\sqrt{e^x}\,dx=\left(e^{\frac{x}{2}}\right)\Bigg\|_0^k$	C	nhầm công thức diện tích hình phẳng và thể tích khối tròn xoay.

45. Gọi S_1 là phần diện tích giới hạn bởi $y = x^2 + k, x = 0, x = 2$ và trục Ox.

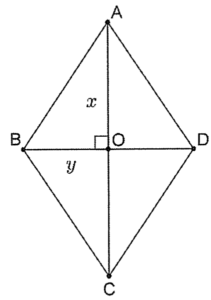
Ta có: $S_1 = \int_0^2 (x^2 + k)dx = \left(\frac{x^3}{3} + kx\right)\Bigg|_0^2 = \frac{8}{3} + 2k$.

Diện tích hình chữ nhật là: $S_{OABC} = OC.OA = 2(2^2 + k) = 8 + 2k$.

Yêu cầu bài toán tương đương $S_1 = \frac{S_{OABC}}{2} \Leftrightarrow 2k + \frac{8}{3} = \frac{8 + 2k}{2} \Leftrightarrow k = \frac{4}{3}$.

B	học sinh không để ý $k \geq 0$.	C	hiểu sai là Parabol đi qua gốc O.

46. Gọi x, y lần lượt như hình, ta có điều kiện $x^2 + y^2 = a^2$. Khi quay hình thoi quanh trục AC sẽ tạo thành 2 khối nón tròn xoay có mỗi khối có thể tích là: $V_n = \frac{1}{3}\pi y^2 x$. Do đó ta có: $V_1 = \frac{2}{3}\pi y^2 x = \frac{2}{3}\pi(a^2 - x^2)x = \frac{2\pi}{3}\left(a^2 x - x^3\right)$. Xét hàm số $V_1(x) = \frac{2\pi}{3}\left(a^2 x - x^3\right)$ trên khoảng $(0; a)$.



Ta có: $V_1'(x) = \frac{2\pi}{3}\left(a^2 - 3x^2\right) = 0 \Leftrightarrow x = \pm\frac{a}{\sqrt{3}} \Rightarrow x = \frac{a}{\sqrt{3}}$ vì $x \in (0, a)$.

x	0		$\frac{a}{\sqrt{3}}$		a
$V_1'(x)$		$+$	0	$-$	
$V_1(x)$		$\nearrow$	$\frac{4\pi a^3\sqrt{3}}{27}$	$\searrow$	

Vậy $V_1 = \frac{4\pi a^3\sqrt{3}}{27}$. Khi đó $V_2 = \frac{2\pi}{3}x^2 y = \frac{2\pi}{3}\frac{a^2}{3}a\sqrt{\frac{2}{3}} = \frac{2\pi a^3\sqrt{6}}{27}$. Tỷ số $\frac{V_1}{V_2} = \sqrt{2}$.

47. Lưu ý là bạn đã trả trước 7 triệu, nên số tiền thực phải trả còn lại là 13,5 triệu (sẽ tính thêm lãi). Tiếp theo, số tiền "dư" ra hàng tháng hiển nhiên phải lớn hơn hay bằng số tiền phải trả góp mỗi tháng. Chúng ta thường chọn sai đáp án do quên mất hai điều trên. Ta sẽ giải bài toán ở dạng tổng quát như sau:

Gọi A là số tiền còn nợ ở TGDĐ với lãi suất r(%) mỗi tháng, x là số tiền phải trả hàng tháng đến khi góp xong trong n tháng.

Cuối tháng thứ 1, số tiền còn nợ là: $T_1 = A(1+r) - x$

Cuối tháng thứ 2, số tiền còn nợ là:

$$T_2 = T_1(1+r) - x = \left[A(1+r) - x\right](1+r) - x = A(1+r)^2 - x\left[(1+r) + 1\right] = A(1+r)^2 - x\frac{\left[(1+r)^2 - 1\right]}{r}$$

Từ đó, ta quy nạp đến tháng thứ n, $T_n = A(1+r)^n - x\frac{\left[(1+r)^n - 1\right]}{r}$

Để trả hết nợ trong n tháng thì $T_n = 0 \Leftrightarrow A(1+r)^n - x\frac{\left[(1+r)^n - 1\right]}{r} = 0 \Leftrightarrow x = \frac{Ar(1+r)^n}{\left[(1+r)^n - 1\right]}$

Áp dụng công thức trên với A = 13,5; r=0,012; n=12. Ta tính được $x = 1,215$.

A	1,21 < 1,215, không đủ tiền để góp hàng tháng.	B, C	lấy A = 20,5 mà quên mất mình đã trả trước 7 triệu.

48. Giải phương trình (*) ta được: $z=\frac{\sqrt{3}}{2}+\frac{1}{2}i$ hay $z=\frac{\sqrt{3}}{2}-\frac{1}{2}i$.

Ta có $i^{4n+2}=-1;\quad i^{4n}=1$. Khi đó $|w|=\left|\frac{z_1}{i^{4n+2}}+\frac{z_2}{i^{4n}}\right|=|i|=1$.

49. Nhận xét: mặt phẳng (α) sẽ song song với đường thẳng d, và từ chi tiết (α) vuông góc với (P) ta tìm được 1 VTPT của (α).

Vectơ pháp tuyến của (P) là $\vec{n}=(3;1;-4)$ là một vectơ chỉ phương của (α).

Theo đề bài, (α) cách đều A và d, như vậy ta có thể kết luận đường thẳng d song song với (α).

Suy ra vectơ chỉ phương $\overrightarrow{a_d}=(2;3;1)$ của đường thẳng d là một vectơ chỉ phương của (α).

Suy ra một VTPT của (α) là $\overrightarrow{n_\alpha}=\left[\vec{n},\overrightarrow{a_d}\right]=(13;-11;7)$. Do đó $(\alpha): 13x-11y+7z+d=0$.

Khoảng cách từ d đến (α) cũng là khoảng cách từ điểm $B(1;0;4)$ nằm trên d đến (α).

Theo đề bài : $\frac{|13.1-11.0+7.4+d|}{\sqrt{13^2+11^2+7^2}}=\frac{|13.2-11.(-1)+7.4+d|}{\sqrt{13^2+11^2+7^2}}$

$\Leftrightarrow |d+41|=|d+65| \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} d+41=d+65 \\ -d-41=d+65 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 0.d=24(loai) \\ d=-53 \end{array}\right.$. Vậy $(\alpha): 13x-11y+7z-53=0$.

B	Sai vì nhầm VTPT của (α) cũng là VTPT của (P).	C	Tính sai ở bước tìm hệ số d.	D	Sai vì nhầm VTPT của (α) cũng là VTPT của (P), sau đó sai thêm ở bước tìm hệ số.

50. Vì $7x^2+7>0, \forall x$ nên $bpt \Leftrightarrow 7x^2+7<mx^2+4x+m \Leftrightarrow m>\frac{7x^2-4x+7}{x^2+1}$

Xét hàm $g(x)=\frac{7x^2-4x+7}{x^2+1}, \forall x>0$ và $g'(x)=\frac{4x^2-4}{\left(x^2+1\right)^2}=0 \Leftrightarrow x=1$

Lại có $g(0)=7, g(1)=5$, $\lim_{x\to+\infty} f(x)=7$ nên với yêu cầu $m>g(x), \forall x>0 \Rightarrow m\geq 7$.

A	"quên" xét tại $m=7$	B	Quên đổi chiều bất phương trình dẫn đến giải sai suy ra $m<5$.	D	Tương tự phương án B, giải sai và quên xét tại $m=5$.

ĐÁP ÁN ĐỀ 4

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
B	C	C	B	A	D	A	C	D	D
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
A	C	C	B	C	B	A	D	D	B
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
A	C	B	C	A	D	A	B	D	A
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
B	A	C	A	B	C	A	C	D	B
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
D	D	B	A	D	C	D	A	B	C

1. Nếu hàm số $f(x)$ đạt cực đại tại x_0 thì x_0 gọi là ***điểm cực đại*** của hàm số.

A	thiếu chữ "điểm" trong "điểm cực trị".	C	có thể là điểm cực tiểu.	D	Cả A và C

2. **Bước 1:** Tìm tập xác định. **Bước 2:** Tính giới hạn vô cực của hàm số

Tập xác định: $D = \mathbb{R}\setminus\{2\}$.

$$\lim_{x\to+\infty} y = \lim_{x\to+\infty}\frac{\sqrt{4x^2+2x+1}}{x-2} = \lim_{x\to+\infty}\frac{|x|\sqrt{4+\frac{2}{x}+\frac{1}{x^2}}}{x\left(1-\frac{2}{x}\right)} = \lim_{x\to+\infty}\frac{\sqrt{4+\frac{2}{x}+\frac{1}{x^2}}}{\left(1-\frac{2}{x}\right)} = 2$$

$$\lim_{x\to-\infty} y = \lim_{x\to-\infty}\frac{\sqrt{4x^2+2x+1}}{x-2} = \lim_{x\to-\infty}\frac{|x|\sqrt{4+\frac{2}{x}+\frac{1}{x^2}}}{x\left(1-\frac{2}{x}\right)} = \lim_{x\to-\infty}\frac{-\sqrt{4+\frac{2}{x}+\frac{1}{x^2}}}{\left(1-\frac{2}{x}\right)} = -2$$

Vậy đồ thị hàm số có hai tiệm cận ngang là $y=2$ và $y=-2$.

B	Sai vì chỉ tính ở dương vô cực hoặc sai vì quên phá giá trị tuyệt đối.
D	Sai vì tính thêm tiệm cận đứng $x=2$

3. **Bước 1:** Chú ý công thức $\log_a b^{2n} = 2n\log_a|b|$ với $1\neq a>0, b\neq 0$.

Bước 2: Sử dụng công thức trên để biến đổi biểu thức của $\ln$.

$\ln\left(a^2b^4\right) = \ln a^2 + \ln b^4 = 2\ln|a| + 2\ln b^2$.

A	Sai vì khi đặt nhân tử quên rút thừa số của hạng tử phía sau.
B	Sai vì chưa có điều kiện $a>0$ mà quên đặt dấu trị tuyệt đối cho a.
D	Sai vì chưa có điều kiện $a,b>0$ mà quên đặt dấu trị tuyệt đối cho a và b.

4. Ta có: $\int\left(e^{2x}+5\sin x\right)dx = \frac{e^{2x}}{2} - 5\cos x + C \quad (C\in R)$.

A	Sai vì hiểu ngược tính sang đạo hàm.
C	Sai nguyên hàm cơ bản $\int\cos x dx = -\sin x + C$.
D	Sai nguyên hàm cơ bản $\int e^{ax}dx = \frac{1}{a}e^{ax} + C$.

5. **Bước 1:** Áp dụng công thức tích phân $\int_0^1 f'(x)dx = f(1) - f(0)$.

Bước 2: Thế số vào công thức và suy ra kết quả.

Áp dụng công thức ta có $\int_0^1 f'(x)dx = f(1) - f(0) \Rightarrow 3 = f(1) - (-1) \Rightarrow f(1) = 2$.

B	nhầm $f(1) = 3 - (-1)$.	C	nhầm $f(1) = -1 - 3$	D	nhầm $f(1) = 3.(-1)$

6. Số phức $z = a + bi$ có phần thực là $\mathrm{Re}(z) = a$ và phần ảo là $\mathrm{Im}(z) = b$

A	nhầm phần ảo thành bi.	B	lấy phần thực và phần ảo không đi kèm dấu.	C	nhầm giữa số thực và số thuần ảo.

7. Hình đa diện đều là hình có tất cả các mặt là các đa giác đều bằng nhau và các cạnh của hình đa diện bằng nhau.

Hình chóp tứ giác đều có đáy là hình vuông, các mặt bên là tam giác cân nên **không** là hình đa diện đều.

Tứ diện có các cạnh bằng nhau là một đa diện đều vì 4 mặt đều là tam giác đều.

Hình hộp chữ nhật có các cạnh bằng nhau là hình lập phương. Suy ra 6 mặt đều là hình vuông nên đây là hình đa diện đều.

Hình bát diện đều có 8 mặt đều là tam giác đều.

8. Nhận xét: khối lăng trụ và khối chóp có cùng chiều cao và cùng diện tích đáy.

Suy ra $V_1 = S_{\Delta ABC}.h$ và $V_2 = \frac{1}{3}S_{\Delta ABC}.h$. Do đó $\frac{V_1}{V_2} = 3$.

A	Sai vì học sinh nhầm khối chóp là $A'.BCC'B$.
B	Sai vì học sinh nhầm $V_{A'BCC'B}$ và $V_{A'ABC}$
D	Sai vì tính nhầm $\frac{V_2}{V_1}$.

9. Phương trình tham số của d thỏa $\begin{cases} d \text{ qua } A(x_0; y_0; z_0) \\ \vec{u} = (a;b;c) \neq \vec{0} \end{cases}$ là $\begin{cases} x = x_0 + at \\ y = y_0 + bt \\ z = z_0 + ct \end{cases} \ (t \in \mathbb{R})$.

A	nhầm phương trình thành $\begin{cases} x = a + x_0 t \\ y = b + y_0 t \\ z = c + z_0 t \end{cases}$.	B	Sai dấu tung độ điểm gốc.	C	Cả A và B

10. $y' = 3x^2 - 6x + 2$ suy ra $y' = 0 \Leftrightarrow x = \frac{3-\sqrt{3}}{3}$ hay $x = \frac{3+\sqrt{3}}{3}$. Xét dấu trên $(-3;1)$ ta thu được y' đổi dấu 1 lần.

<u>**Máy tính bỏ túi :**</u> Dùng chức năng TABLE: Nhập $f(x)$ là y', $START = -3$, $END = 1$, $STEP = 0,3$; quan sát sự thay đổi về dấu của đạo hàm để kết luận.

A	Sai vì nhầm đơn điệu trên khoảng $(-3;1)$ với đơn điệu trên toàn tập xác định.

11. Dựa vào định lí về điều kiện đủ để hàm số đạt cực trị tại x_0 :

Nếu đạo hàm $f'(x)$ đổi dấu từ âm sang dương tại x_0 thì hàm $f(x)$ đạt cực tiểu tại x_0.

Nếu đạo hàm $f'(x)$ đổi dấu từ dương sang âm tại x_0 thì hàm $f(x)$ đạt cực đại tại x_0.

Chú ý rằng hàm $f(x_0)$ tồn tại, và $f'(x)$ ***có thể xác định (hoặc không xác định) tại*** x_0.

- $f'(x)$ đổi dấu ***từ dương sang âm*** tại $x=-2$ nên hàm số $f(x)$ đạt cực đại tại $x=-2$.
- $f'(x)$ đổi dấu ***từ dương sang âm*** tại $x=0$ nên hàm số $f(x)$ đạt cực đại tại $x=0$.
- $f'(x)$ đổi dấu từ ***âm sang dương*** tại $f'(x)$ tại $x=-1$, $f'(x)$ không xác định tại $x=-1$ và $f(-1)=3$, suy ra hàm số $f(x)$ đạt cực tiểu tại $x=-1$.
- $f'(x)$ không đổi dấu tại $x=1$ nên hàm số $f(x)$ không đạt cực trị tại $x=1$.

B	Sai vì nhầm $f'(x)$ không xác định tại $x=-1$ nên $f(x)$ không đạt cực trị tại $x=-1$.
C	Sai vì nhầm cả 4 điểm trên bảng xét dấu đều là 4 điểm cực trị.
D	Sai hãy xem lại khái niệm điểm cực đại của đồ thị và của hàm số khác nhau như thế nào – xem SGK 12 cơ bản trang 14.

12. **Bước 1:** Biến đổi $\sin^2 x = \frac{1-\cos 2x}{2}$. Đặt ẩn phụ và tìm điều kiện của ẩn.

Bước 2: Tìm Min – Max của hàm số theo biến mới.

Biến đổi: $y = \frac{\sin^2 x + 1}{\cos 2x - 1} = \frac{3-\cos 2x}{2\cos 2x - 2}$. Đặt $t=\cos 2x$, $t \in [-1;1]$.

Xét hàm số $g(t) = \frac{3-t}{2t-2}$ trên $[-1;1)$. Đạo hàm $g'(t) = -\frac{1}{(t-1)^2} < 0, \forall t \in [-1;1)$.

Vậy $M = g(-1) = -1$. Vì $\lim\limits_{t\to 1} g(t) = -\infty$, do đó không tồn tại giá trị nhỏ nhất.

A	Sai vì không để ý $t \neq 1$.	B	Sai vì đánh giá nhầm hàm $g(t)$ là đồng biến.

13. Để đồ thị hàm số cắt đường thẳng $y=\frac{1}{2}$ thì ta cần đường thẳng $y=\frac{1}{2}$ cắt hai nhánh của đồ thị hàm số. Từ đó suy ra điều kiện của m. Chú ý hàm số xác định trên $\mathbb{R} \setminus (-2;2]$

Điều kiện để đường thẳng $y=\frac{1}{2}$ cắt nhánh thứ nhất là $-3+m \le \frac{1}{2} \Rightarrow m \le \frac{7}{2}$

Điều kiện để đường thẳng $y=\frac{1}{2}$ cắt nhánh thứ hai là $7+2m > \frac{1}{2} \Rightarrow m > -\frac{13}{4}$ Vậy $-\frac{13}{4} < m \le \frac{7}{2}$.

14. Dùng công thức tổng quát $(x^a)' = ax^{a-1}$.

$f(x) = 3x^{\frac{65}{14}} + x^{\frac{1}{2}} \Rightarrow f'(x) = \frac{195}{14}x^{\frac{51}{14}} + \frac{1}{2}x^{-\frac{1}{2}}$

A	Lỗi sai: $(x^a)' = x^{a-1}$.	C	Lỗi sai: $(x^a)' = x^{a-1}$.	D	Sai vì quên hệ số 3.

15. **Bước 1:** Biến đổi $\log_{b^2c}\sqrt[3]{a^2}$ theo $\log_a b$ và $\log_c a$.

Bước 2: Thay số vào biểu thức.

$$\log_{b^2c}\sqrt[3]{a^2} = \log_{b^2c} a^{\frac{2}{3}} = \frac{2}{3}\log_{b^2c} a = \frac{2}{3}\frac{1}{\log_a(b^2c)} = \frac{2}{3}\frac{1}{2\log_a b + \log_a c} = \frac{2}{3\left(2\log_a b + \frac{1}{\log_c a}\right)}$$

Thay $\log_a b = 2$ và $\log_c a = 3$ vào ta có: $\log_{b^2c}\sqrt[3]{a^2} = \frac{2}{13}$

Cách khác: Giả sử $a=2, b=4 \Rightarrow c=\sqrt[3]{2}$. Thay vào $\log_{b^2c}\sqrt[3]{a^2}=\dfrac{2}{13}$

A	Sai vì học sinh mới biến đổi tới $\dfrac{2}{3}\dfrac{1}{2\log_a b+\log_a c}$ mà đã thay số.
B	Sai vì học sinh nhớ nhầm công thức log của tích.
D	Sai vì nhớ nhầm công thức căn thức $\sqrt[n]{a^m}$.

16. Dùng công thức tổng quát $\left(u^n\right)'=nu^{n-1}.u'$, $\left(\log_a u\right)'=\dfrac{1}{\ln a}.\dfrac{u'}{u}$.

$$f'(x)=3\log_5^2(6x-9).\frac{6}{(6x-9)\ln 5}=\frac{6\log_5^2(6x-9)}{(2x-3)\ln 5}.$$

A	Đặt $u(x)=\log_5(6x-9)$ và quên tính $u'(x)$.	C	quên lấy đạo hàm của $(6x-9)$.	D	nhầm với đạo hàm của logarit tự nhiên.

17. **Bước 1:** Nhận ra $5^{2x-4}-4.5^{x-2}-5=0$ là phương trình mũ có dạng bậc 2 theo biến số $t=5^{x-2}$, đưa về phương trình $t^2-4t-5=0$.

Bước 2: Giải tìm t và chú ý điều kiện $t=5^{x-2}$. Suy ra giá trị cần tìm.

$$5^{2x-4}-4.5^{x-2}-5=0 \Leftrightarrow \left(5^{x-2}\right)^2-4.5^{x-2}-5=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{ll}5^{x-2}=-1<0 & (ktm)\\ 5^{x-2}=5>0 & (tm)\end{array}\right..$$

B	Không xét $5^{x-2}>0$.	C	nhầm $5^{x-2}=5 \Leftrightarrow x=3$.	D	không loại giá trị âm.

18. Điều kiện: $x>0$.

$$\log_{\sqrt{5}}x.\log_5 x.\log_{25}x.\log_{125}x^3 \le 625 \Leftrightarrow \log_{5^{\frac{1}{2}}}x.\log_5 x.\log_{5^2}x.\log_{5^3}x^3 \le 625$$

$$\Leftrightarrow (2\log_5 x).\log_5 x.\left(\frac{1}{2}\log_5 x\right).\left(3.\frac{1}{3}.\log_5 x\right) \le 625$$

$$\Leftrightarrow \log_5^4 x \le 625 \Leftrightarrow -5 \le \log_5 x \le 5 \Leftrightarrow \frac{1}{3125} \le x \le 3125$$

Vậy bất phương trình có 3125 nghiệm nguyên.

A	Lỗi: $\log_{a^n}b=n\log_a b$	B	giải đến bước $-5\le\log_5 x\le 5$ thì nhầm lẫn thành $-5\le x\le 5$.	C	Tương tự B và quên xét điều kiện.

19. $I=\int_0^1\left(x^2-mx\right)e^x dx=\left(x^2-mx\right)e^x\Big|_0^1-\int_0^1(2x-m)e^x dx=\left(x^2-mx\right)e^x\Big|_0^1-(2x-m)e^x\Big|_0^1+\int_0^1 2e^x dx$

$=\left(x^2-(m+2)x+m+2\right)e^x\Big|_0^1=e-m-2$. Từ đây ta suy ra $m=5$.

A	Khi thay cận quên mất e^x do đó tính ra tích phân là $-m-1$.
B	$I=\int_0^1\left(x^2-mx\right)e^x dx=\left(x^2-mx\right)e^x\Big\|_0^1-\int_0^1(2x-m)e^x dx$ $=\left(x^2-mx\right)e^x\Big\|_0^1-(2x-m)e^x\Big\|_0^1-\int_0^1 2e^x dx$ $=\left(x^2-(m+2)x+m-2\right)e^x\Big\|_0^1=-3e-m+2 \Rightarrow \boxed{m=-4e+9}$

20. $(a+b-i)\left[a+(b-1)i\right]=a(a+b)-(-1).(b-1)+\left[(a+b)(b-1)-a\right]i=a^2+ab+b-1+\left(ab+b^2-2a-b\right)i$.

21. **Bước 1:** Diện tích tam giác vuông tại A: $S_{\Delta ABC}=\frac{1}{2}.AB.AC$.

Bước 2: Tính độ dài đường cao $SB=\sqrt{SC^2-BC^2}$.

Bước 3: Thể tích khối chóp $V_{S.ABC}=\frac{1}{3}.S_{\Delta ABC}.SB$.

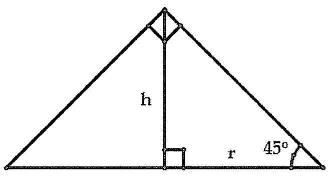
Diện tích đáy $S_{\Delta ABC}=\frac{1}{2}.AB.AC=6a^2$.

Độ dài đường cao $SB=\sqrt{SC^2-BC^2}=\sqrt{SC^2-AB^2-AC^2}=5a$.

Thể tích khối chóp $V_{S.ABC}=\frac{1}{3}.S_{\Delta ABC}.SB=10a^3$ (đvtt).

B	Sai công thức thể tích $V_{S.ABC}=S_{\Delta ABC}.SB=30a^3$.	C	nhầm đường cao SC: $V_{S.ABC}=\frac{1}{3}.S_{\Delta ABC}.SC=10a^3\sqrt{2}$	D	Sai công thức như sau $V_{S.ABC}=\frac{1}{3}.AB.AC.SC$

22. Thiết diện qua trục của hình nón sẽ là một tam giác cân, từ giả thiết suy ra tam giác vuông cân. Đường cao từ đỉnh có góc vuông của thiết diện chính là đường cao của hình nón và độ dài cạnh huyền chính là đường kính đáy của hình nón. Do đó ta có: $r=\frac{a}{2}$ và $h=\frac{a}{2}$. Vậy $V=\frac{1}{3}\pi\left(\frac{a}{2}\right)^3=\frac{a^3\pi}{24}cm^3$.



A	Sai vì nhớ nhầm công thức tính thể tích khối nón là $V=\pi r^2h$.	B	Sai vì tính lấy đường kính để tính thể tích.	D	Sai vì lấy $r=h=a$.

23. $\begin{cases} x_C=3x_G-x_A-x_B=3.2-(-3)-0=9 \\ y_C=3y_G-y_A-y_B=3.6-5-2=11 \\ z_C=3z_G-z_A-z_B=3.2-4-(-7)=9 \end{cases} \Rightarrow C(9;11;9)$.

24. **Bước 1:** Xác định các điều kiện của phương trình mặt cầu.
Bước 2: Xem từng phương trình xem có thỏa mãn hay không?

Phương trình (1) là phương trình mặt cầu vì đúng dạng tổng quát.

Phương trình (2) là phương trình mặt cầu vì $pt\Leftrightarrow\left(x+\frac{1}{2}\right)^2+\left(y+\frac{3}{2}\right)^2+\left(z+\frac{5}{2}\right)^2=\frac{1}{4}$.

Phương trình (3) không là phương trình mặt cầu vì các hệ số trước x,y,z không bằng nhau.

Phương trình (4) là phương trình mặt cầu vì thỏa mãn điều kiện $a^2+b^2+c^2-d>0$.

A	Sai vì chỉ thấy phương trình (1) hoặc (4) là phương trình mặt cầu.
B	Sai vì chỉ thấy phương trình (1) và (4) là phương trình mặt cầu.
D	Sai vì phương trình (3) cũng có thể biến đổi được như phương trình (2).

25. **Bước 1:** $(P)//(\alpha)\Rightarrow 3x-2y-z+m=0\ (m\neq 5)$

Bước 2: Mặt phẳng (P) đi qua $M(0;-2;1)$ và có vecto pháp tuyến $\overrightarrow{n_P}=(3;-2;-1)$.

Mặt phẳng (P) song song với mặt phẳng $(\alpha):3x-2y-z+5=0$ nên mặt phẳng (P) có phương trình $(P):3x-2y-z+m=0\ (m\neq 5)$.

Lại có $M(0;-2;1)\in(P)\Rightarrow m=-3(tm)\Rightarrow(P):3x-2y-z=3$

B	Sai vì nhầm tính toán $m=3$.
C	nhầm phương trình mặt phẳng đi qua $M(x_M;y_M;z_M)$ và có VTPT $\vec{n}=(n_1;n_2;n_3)$ thành $(P):x_M(x-n_1)+y_M(y-n_2)+z_M(z-n_3)=0$.
D	Sai vì chỉ thế tọa độ M thỏa phương trình mặt phẳng nhưng VTPT bị sai.

26. Cần lưu ý hàm số thể hiện quãng đường vật đi được chính là một nguyên hàm của $f(t)$. Như vậy nếu gọi t_0 là thời điểm vật đạt vận tốc lớn nhất thì quãng đường vật đi được tính đến thời điểm t_0 là $\int_0^{t_0} f(t)dt$.

Để xác định thời điểm vật đạt vận tốc lớn nhất sau 5 giây đầu tiên, ta chỉ cần tìm giá trị lớn nhất của hàm số $f(t)$ trong đoạn $[0;5]$.

Ta có $f'(t)=6t^2-30t+24=6(t-1)(t-4)$ suy ra $f'(t)=0 \Leftrightarrow t=1 \vee t=4$.

Xét: $f(0)=20; f(1)=31; f(4)=4; f(5)=15$, dễ thấy $\max\limits_{t\in[0;5]} f(t)=31$ (m/s) ứng với $t=1(s)$.

Từ đây ta có quãng đường vật đi được đến thời điểm $t=1(s)$ là:

$$\int_0^1 f(t)dt=\int_0^1\left(2t^3-15t^2+24t+20\right)dt=\left.\left(\frac{1}{2}t^4-5t^3+12t^2+20t\right)\right|_0^1=\frac{55}{2}\ (m).$$

A	nhầm quãng đường đi được là $f(1)-f(0)$.	B	nhầm quãng đường đi được là $\int_0^5 f(t)dt$.	C	nhầm quãng đường đi được là $\int_0^4 f(t)dt$.

27. **Bước 1:** Tìm tập xác định của hàm số $D=[3;+\infty)\setminus\{4\}$.

Bước 2: Tính các giới hạn của hàm số $\lim\limits_{x\to+\infty} y=?, \lim\limits_{x\to4^+} y=?; \lim\limits_{x\to4^-} y=?$;

Tập xác định của hàm số là $D=[3;+\infty)\setminus\{4\}$.

$\lim\limits_{x\to+\infty} y=0 \Rightarrow y=0$ là tiệm cận ngang.

$\lim\limits_{x\to4^+} y=+\infty; \lim\limits_{x\to4^-} y=-\infty \Rightarrow x=4$ là tiệm cận đứng.

$\lim\limits_{x\to-\infty} y$ và $\lim\limits_{x\to1} y$ không tồn tại.

Vậy tổng số đường tiệm cận của đồ thị hàm số đã cho là 2.

B	Sai vì nhầm mẫu có 2 nghiệm $x^2-5x+4=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=1\\x=4\end{array}\right.$ nên suy ra 2 tiệm cận đứng. Và $y=0$ là tiệm cận ngang.
C	Nhầm $x=1$, $x=4$ là 2 tiệm cận đứng; và nhầm khi tính $\lim\limits_{x\to-\infty} y; \lim\limits_{x\to+\infty} y$ suy ra có 2 tiệm cận ngang.
D	Nhầm $x=1, x=3, x=4$ là các tiệm cận đứng; và có 2 tiệm cận ngang.

28. **Bước 1:** Xét phương trình hoành độ giao điểm của (C_m) và Ox.

Bước 2: Đối với phương trình bậc 3, ta thường nhẩm xem phương trình có một nghiệm đẹp là bao nhiêu, sau đó tiến hành phân tích đa thức thành nhân tử.

Bước 3: Từ đó ta sử dụng điều kiện (C_m) cắt Ox tại 3 điểm phân biệt và xử lý tiếp yêu cầu của bài toán. Bạn đọc coi lời giải phía dưới.

Phương trình hoành độ giao điểm của (C_m) và Ox :

$$\frac{1}{3}x^3 - mx^2 - x + m + \frac{2}{3} = 0\ (1) \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 1 \\ x^2 + (1-3m)x - 3m - 2 = 0 \quad (2) \end{array}\right.$$

$ycbt \Leftrightarrow$ (1) có 3 nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow$ (2) có 2 nghiệm phân biệt khác 1.

$$\Leftrightarrow \begin{cases} (1-3m)^2 + 4(3m+2) > 0 \\ 1 + (1-3m) - 3m - 2 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 9m^2 + 6m + 9 > 0 \\ -6m \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow m \neq 0 \quad (*)$$

Khi đó (1) có 3 nghiệm x_1, x_2 và $x_3 = 1$ trong đó x_1, x_2 là hai nghiệm của (2) và

$$\begin{cases} S = x_1 + x_2 = -\dfrac{b}{a} = 3m - 1 \\ P = x_1.x_2 = \dfrac{c}{a} = -3m - 2 \end{cases}$$

$$x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 > 15 \Leftrightarrow x_1^2 + x_2^2 + 1^2 > 15 \Leftrightarrow 1 + S^2 - 2P > 15 \Leftrightarrow m^2 - 1 > 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m < -1 \\ m > 1 \end{array}\right..$$

Đối chiếu lại điều kiện (*) suy ra $\left[\begin{array}{l} m < -1 \\ m > 1 \end{array}\right.$.

Cách giải (MTCT): Thử với $m = 0 \Rightarrow f(x) = \frac{1}{3}x^3 - x + \frac{2}{3} \xrightarrow{f(x)=0} \left[\begin{array}{l} x = -2 \\ x = 1 \end{array}\right.(ktm)$

(loại phương án A và C)

Thử với $m = \frac{1}{2} \Rightarrow f(x) = \frac{1}{3}x^3 - \frac{1}{2}x^2 - x + \frac{7}{6} \xrightarrow{f(x)=0} \left[\begin{array}{l} x = 1 \\ x = \dfrac{1 \pm \sqrt{57}}{4} \end{array}\right. \Rightarrow x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 < 15\ (ktm)$

(Loại D).

A	Sai do giải sai bất phương trình $m^2 - 1 > 0 \Leftrightarrow -1 < m < 1$ và không so điều kiện (*)
C	Sai do dùng công thức $x_1^2 + x_2^2 = S^2 - 4P$ và $bpt \Leftrightarrow 9m^2 + 6m - 5 > 0$ và không so điều kiện (*)
D.	Sai do dùng $x_1^2 + x_2^2 = S^2 - 4P$ dẫn đến $bpt \Leftrightarrow 1 + S^2 - 4P > 15 \Leftrightarrow 9m^2 + 6m - 5 > 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m < \dfrac{-1-\sqrt{6}}{3} \\ m > \dfrac{-1+\sqrt{6}}{3} \end{array}\right.$

29. Từng bước tính y' và y'' rồi thay vào kiểm chứng.

TXĐ: $D = (-1; +\infty)$.

Ta có $y' = \dfrac{1}{\dfrac{2}{x+1}} \cdot \dfrac{-2}{(x+1)^2} = \dfrac{-1}{x+1} \Rightarrow y'' = \dfrac{1}{(x+1)^2}$. Nhận xét: $\begin{cases} y'' > 0,\ \forall x \in D \\ y' < 0,\ \forall \in D \end{cases} \Rightarrow$ loại B, C.

Lại có: $e^y = \dfrac{2}{x+1} \Rightarrow \begin{cases} y' = -\dfrac{1}{2}e^y \Rightarrow e^y = -2y' \\ y'' = \dfrac{1}{4}e^{2y} \Rightarrow e^{2y} = 4y'' \end{cases}$. Suy ra $2y''+y'.e^y = 0$

30. **Bước 1:** Số tiền cả gốc và lãi thu được sau 6 tháng gửi đầu tiên là $T = a.(1+r_1)^6$.

Bước 2: Lãi suất tăng lên $r_2 = \dfrac{8}{1200} = \dfrac{1}{150}$, số tiền thu được sau m tháng tiếp theo là $S = a.(1+r_1)^6.(1+r_2)^m$.

Bước 3: Số tiền thu được tối thiểu 11 triệu nên ta có $a.(1+r_1)^6.(1+r_2)^m \ge 11 \Rightarrow m$

Bước 4: Tổng số tháng gửi là $m+6$.

Trong 6 tháng đầu: gửi số tiền $a = 10$ (triệu), lãi suất $r_1 = \dfrac{7,5}{1200}$.

Số tiền gốc và lãi sau 6 tháng gửi đầu tiên là $T = a.(1+r_1)^6$.

Trong m tháng tiếp theo: gửi số tiền là $T = a.(1+r_1)^6$, lãi suất $r_2 = \dfrac{8}{1200} = \dfrac{1}{150}$. Số tiền gốc và lãi sau m tháng tiếp theo là $S = T.(1+r_2)^m = a.(1+r_1)^6.(1+r_2)^m$.

Số tiền thu được ít nhất là

$$S \ge 11 \Leftrightarrow a.(1+r_1)^6.(1+r_2)^m \ge 11 \Leftrightarrow (1+r_2)^m \ge \frac{11}{a.(1+r_1)^6} \Leftrightarrow m \ge \log_{(1+r_2)} \frac{11}{a.(1+r_1)^6} \approx 8,718.$$

Chọn $m = 9$. Vậy gửi tối thiểu 15 tháng.

B	Sai vì chọn $m=8$ nên ổng số tháng là 14.	C	Sai vì kết luận số tháng gửi là $m=9$ tháng.	D	Sai vì kết luận số tháng gửi khi chọn $m=8$ tháng.

31. Tích phân này sử dụng phương pháp đổi biến số, cụ thể như sau

Bước 1: Ta thấy dấu hiệu: biểu thức trong dấu tích phân có chứa căn, ta nghĩ ngay đến đặt $t = \sqrt{1+x^2}$

Bước 2: Lưu ý khi tính tích phân bằng phương pháp đổi biến số ta nhớ đổi cận.

Đặt $t = \sqrt{1+x^2} \Rightarrow t^2 = 1+x^2 \Rightarrow tdt = xdx$. Khi $x = 1 \Rightarrow t = \sqrt{2}$, $x = \sqrt{3} \Rightarrow t = 2$

$$I = \int_{\sqrt{2}}^{2} t^2 dt = \left.\left(\frac{t^3}{3}\right)\right|_{\sqrt{2}}^{2} = \frac{8-2\sqrt{2}}{3} \Rightarrow a = 8, b = 2$$

<u>**Cách giải bằng MTBT:**</u> $I = \int_1^{\sqrt{3}} x\sqrt{1+x^2}dx = ans \xrightarrow{Shift+RCL+A} A$

Ta có $A = \dfrac{a-b\sqrt{2}}{3} \Rightarrow a = 3A + b\sqrt{2} \xrightarrow[Start:-1,\ End:5,\ Step:1]{TABLE} \begin{cases} b = 2 \\ a = 8 \end{cases}$

A	Sai do $b = 2 < 5$.	C	Sai do $a = 8 < 10$.	D	Sai do $a+b = 12 < 15$.

32. **Bước 1:** Phân tích $\dfrac{x+2}{2x^2-7x+5} = \dfrac{x+2}{(x-1)(2x-5)} = \dfrac{A}{x-1} + \dfrac{B}{2x-5}$.

Bước 2: Quy đồng. Tìm hệ số A, B thỏa $A(2x-5) + B(x-1) = x+2$.

Bước 3: Khi đó, áp dụng công thức tính tích phân $\int_{-3}^{-1} \left(\dfrac{A}{x-1} + \dfrac{B}{2x-5}\right)dx$

Ta có phân tích $\dfrac{x+2}{2x^2-7x+5}=\dfrac{x+2}{(x-1)(2x-5)}=\dfrac{A}{x-1}+\dfrac{B}{2x-5}$

Tìm hệ số A, B thỏa $A(2x-5)+B(x-1)=x+2$. Cho $x=1\Rightarrow A=-1$. Cho $x=\dfrac{5}{2}\Rightarrow B=3$.

$$\int_{-3}^{-1}\frac{x+2}{2x^2-7x+5}dx=\int_{-3}^{-1}\left(\frac{-1}{x-1}+\frac{3}{2x-5}\right)dx=\left(-\ln|x-1|+\frac{3}{2}\ln|2x-5|\right)\Bigg|_{-3}^{-1}$$

$$=\ln 2+\frac{3}{2}\ln 7-\frac{3}{2}\ln 11\Rightarrow a=1,b=c=\frac{3}{2}\Rightarrow a+b+c=4.$$

B	Sai vì nhầm $a=1,b=\frac{3}{2},c=-\frac{3}{2}\Rightarrow a+b+c=1$.
C	Sai công thức nguyên hàm $\left(-\ln\|x-1\|+3\ln\|2x-5\|\right)\Big\|_{-3}^{-1}=\ln 2+3\ln 7-3\ln 11\Rightarrow a=1,b=c=3\Rightarrow a+b+c=7$.
D	Sai khi tính ra kết quả $-\ln 2+\ln 4+\frac{3}{2}\ln 7-\frac{3}{2}\ln 11\Rightarrow a=-1,b=c=\frac{3}{2}\Rightarrow a+b+c=2$

33. **Bước 1:** Ta biết rằng $v(t)=s'(t)$.

Do đó ta có công thức quãng đường đi đương từ t_1 đến thời điểm t_2 là $\int_{t_1}^{t_2}v(t)dt=s(t_2)-s(t_1)$.

Bước 2: Tính tích phân và tìm ra quãng đường đi được.

Ta có quãng đường đi được trong giây thứ hai nghĩa là tính từ $t=1$ đến $t=2$:

$$S=\int_1^2\left(16t-4t^3\right)dt=\left(8t^2-t^4\right)\Big|_1^2=9cm.$$

A	Sai vì tính trong hai giây đầu tiên.

34. **Bước 1:** Giải phương trình $(1+2i)\bar{z}+(i-3)^2=16-5i\Rightarrow \bar{z}=\dfrac{16-5i-(i-3)^2}{1+2i}$

Bước 2: Có $\bar{z}=a+bi\Rightarrow z=a-bi$. Tính số phức $z+i\bar{z}$.

Bước 3: Độ dài $OM=\left|z+i\bar{z}\right|$.

$$(1+2i)\bar{z}+(i-3)^2=16-5i\Rightarrow \bar{z}=\frac{16-5i-(i-3)^2}{1+2i}=\frac{8+i}{1+2i}=2-3i$$

$$\bar{z}=2-3i\Rightarrow z=2+3i\Rightarrow z+i\bar{z}=5+5i\Rightarrow OM=\left|z+i\bar{z}\right|=5\sqrt{2}.$$

B	nhầm thành $z=2-3i$.	C	nhầm $OM=5$ là phần thực hoặc phần ảo của $z+i\bar{z}$	D	Nhầm công thức $OM=x^2+y^2$.

35. Bài toán liên quan đến điểm biểu diễn của số phức và phép chia hai số phức.

1. Số phức $z=a+bi,(a,b\in\mathbb{R})$ được biểu diễn bởi điểm $M(a;b)$ hay bởi vecto $\vec{u}=(a;b)$ trong mặt phẳng toạ độ Oxy (mặt phẳng phức)

2. Phép chia hai số phức: $\dfrac{a+bi}{c+di}=\dfrac{(a+bi)(c-di)}{(c+di)(c-di)}$.

$A(-1;1),B(-1;-1),C(0;2),D(2;-2)$

$\overrightarrow{AC}=(1;1)\Rightarrow z_1=1+i;\ \overrightarrow{AD}=(3;-3)\Rightarrow z_2=3-3i,\ \overrightarrow{BC}=(1;3)\Rightarrow z_3=1+3i;\ \overrightarrow{BD}=(3;-1)\Rightarrow z_4=3-i$

Khi đó $\frac{z_1}{z_2}=\frac{1+i}{3-3i}=\frac{(1+i)(3+3i)}{(3-3i)(3+3i)}=\frac{1}{3}i,\frac{z_3}{z_4}=\frac{1+3i}{3-i}=\frac{(1+3i)(3+i)}{(3-i)(3+i)}=i\Rightarrow\frac{z_1}{z_2}+\frac{z_3}{z_4}=\frac{4}{3}i$

A	nhầm $\frac{z_1}{z_2}=\frac{3-3i}{1+i}=-3i,\frac{z_3}{z_4}=\frac{3-i}{1+3i}=-i\Rightarrow\frac{z_1}{z_2}+\frac{z_3}{z_4}=-4i$
C	Sai do tính nhầm toạ độ các điểm A,B,C,D (tính ngược lại) $A(1;-1),B(-1;-1),C(2;0),D(-2;2)$

36. **Bước 1:** Giải phương trình bậc 4. Xếp 4 nghiệm theo thứ tự tổng phần thực và ảo tăng dần.

Bước 2: Tính $T=z_1+2z_2+3z_3+4z_4$.

$$z^4+4z^2+16=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}z^2=-2+2\sqrt{3}i=1+2\sqrt{3}i+3i^2=\left(1+\sqrt{3}i\right)^2\\ z^2=-2-2\sqrt{3}i=1-2\sqrt{3}i+3i^2=\left(1-\sqrt{3}i\right)^2\end{array}\right..$$

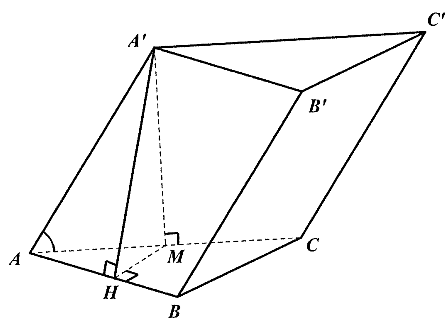
Suy ra phương trình có 4 nghiệm là: $1+\sqrt{3}i\vee-1-\sqrt{3}i\vee1-\sqrt{3}i\vee-1+\sqrt{3}i$. Xếp theo thứ tự tổng phần thực và phần ảo tăng dần ta có: $z_1=-1-i\sqrt{3},z_2=1-i\sqrt{3},z_3=-1+i\sqrt{3},z_4=1+i\sqrt{3}$.

Tính $T=z_1+2z_2+3z_3+4z_4=2+4\sqrt{3}i$.

A, B	xếp sai vị trí các nghiệm.	D	xếp ngược thứ tự các nghiệm

37. **Bước 1:** Nhận xét CC′ song song (ABB′A′) nên

$d\left(C',\left(ABA'\right)\right)=d\left(C,\left(ABA'\right)\right)=\frac{3V_{C.ABA'}}{S_{\Delta ABA'}}=\frac{3V_{A'.ABC}}{S_{\Delta ABA'}}$



Bước 2: Góc giữa cạnh bên và mặt đáy bằng góc $\measuredangle A'AM=60^0$. Tính được đường cao A′M.

Bước 3: Tính được thể tích $V_{A'.ABC}$.

Bước 4: Gọi H là hình chiếu vuông góc của M lên AB. Chứng minh được A′H vuông góc AB. Tính diện tích $S_{\Delta ABA'}$.

Bước 5: Tính được khoảng cách:

$$d\left(C',\left(ABA'\right)\right)=\frac{3V_{C.ABA'}}{S_{\Delta ABA'}}=\frac{3V_{A'.ABC}}{S_{\Delta ABA'}}$$

Vì $CC'\,//\,(ABB'A')$

$\Rightarrow d\left(C';\left(ABB'A'\right)\right)=d\left(C;\left(ABB'A'\right)\right)$ và $A'M\perp\left(ABC\right)\Rightarrow\measuredangle\left(AA';\left(ABC\right)\right)=\measuredangle A'AM=60^0$

$\Delta A'AM$ vuông tại M có $A'M=AM.\tan60^0=a\sqrt{3}$.

Do đó Thể tích $V_{A'.ABC}=\frac{1}{3}.S_{\Delta ABC}.A'M=\frac{1}{3}.\frac{AB^2\sqrt{3}}{4}.a\sqrt{3}=a^3$.

Gọi H là hình chiếu của M lên AB: $\begin{cases}AB\perp HM\\ AB\perp A'M\end{cases}\Rightarrow AB\perp A'H$.

$S_{\Delta ABA'}=\frac{1}{2}.AB.A'H=\frac{1}{2}.AB.\sqrt{A'M^2+HM^2}=a.\sqrt{\left(a\sqrt{3}\right)^2+\left(AM\sin60^0\right)^2}=\frac{a^2\sqrt{15}}{2}$

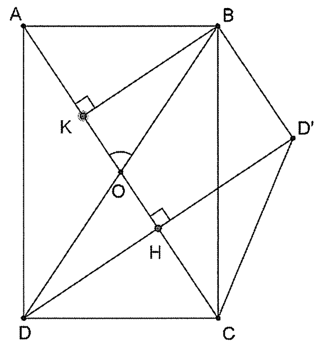
$d\left(C,\left(ABA'\right)\right)=\frac{3V_{C.ABA'}}{S_{\Delta ABA'}}=\frac{3V_{A'.ABC}}{S_{\Delta ABA'}}=\frac{2a\sqrt{15}}{5}$.

B	Tính sai $S_{\Delta ABC}=\dfrac{a^2\sqrt{3}}{2}$.	C	Sai công thức thể tích $V_{A'.ABC}=S_{\Delta ABC}.A'M$.	D	Tính sai $S_{\Delta ABC}=\dfrac{a^2\sqrt{3}}{4}$

38. **Bước 1:** Xác định các khối tròn xoay được tạo thành, tính các số đo.

Bước 2: Tính thể tích từng khối nón, trụ tạo thành rồi cộng lại.

Gọi D' là điểm đối xứng của D qua AC. Thể tích khối tròn xoay cần tìm chính là thể tích của khối tròn xoay được tạo thành khi quay hình thang $ABD'C$ quanh trục AC.



Gọi V_1 và V_2 lần lượt là thể tích khối tròn xoay tạo thành khi quay tam giác vuông ABK và hình chữ nhật $KBD'H$ quanh trục AC.

Khi đó $V=2V_1+V_2=2.\frac{1}{3}\pi KB^2AK+\pi KB^2KH$.

Xét ΔABC vuông có KB là đường cao nên $\frac{1}{KB^2}=\frac{1}{AB^2}+\frac{1}{BC^2}\Rightarrow KB^2=\frac{16}{5}$.

$AK^2=AB^2-KB^2=\frac{4}{5}\Rightarrow AK=\frac{2\sqrt{5}}{5}$

và $KH=AC-2AK=\sqrt{2^2+4^2}-2.\frac{2\sqrt{5}}{5}=\frac{6\sqrt{5}}{5}$.Thay vào ta có: $V=\frac{352\pi\sqrt{5}}{75}$.

A	nhầm hình chữ nhật ABCD quanh trục AB.	B	Nhầm hình chữ nhật ABCD quanh trục AD.	D	chỉ xét tam giác ABC quay quanh AC.

39. Mặt cầu bán kính R, có giao tuyến với mặt phẳng (α) là đường tròn bán kính r thì khoảng cách từ tâm mặt cầu đến mặt phẳng (α) là $\sqrt{R^2-r^2}$.

Gọi r (cm) là bán kính của đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC.

Tam giác ABC là đều nên ta tìm được độ dài một đường trung tuyến của nó là: $\frac{3\sqrt{3}}{2}\ (cm)$.

Từ đây ta có: $r=\frac{2}{3}.\frac{3\sqrt{3}}{2}=\sqrt{3}\ (cm)$.

Do vậy ta có khoảng cách từ tâm I của mặt cầu đến mặt phẳng (α) là $\sqrt{5^2-3}=\sqrt{22}\ (cm)$.

A	Tính thành $\sqrt{5^2-3^2}$.	B	tính $r=\frac{3\sqrt{3}}{2}\ (cm)$.	C	tính $r=\frac{1}{3}.\frac{3\sqrt{3}}{2}\ (cm)$.

40. Sử dụng kiến thức về sự tương giao của hai đường thẳng, cụ thể:

1. $d\cap\Delta=B\Leftrightarrow\begin{cases}B\in d\\ B\in\Delta\end{cases}$ 2. $d\perp\Delta\Leftrightarrow\vec{u}_d.\vec{u}_\Delta=0$

---

d qua $I(3;-2;-1)$ có vtcp $\vec{u}_d=(2;1;-1)$. Phương trình tham số của d là $d:\begin{cases}x=3+2t\\ y=-2+t,t\in\mathbb{R}\\ z=-1-t\end{cases}$

Ta có $\Delta\cap d=B\Rightarrow B\in d\Rightarrow B(3+2t;-2+t;-1-t)$. $\overrightarrow{AB}=(4+2t;-3+t;-2-t)$

$\Delta\perp d\Leftrightarrow\overrightarrow{AB}.\vec{u}_d=0\Leftrightarrow 8+2t-3+t+2+t=0\Leftrightarrow t=-\frac{7}{6}\Rightarrow\overrightarrow{AB}=\left(\frac{5}{3};-\frac{25}{6};-\frac{5}{6}\right)\Rightarrow\frac{5}{6}\overrightarrow{AB}=(2;-5;-1)$

Δ qua A , có $\frac{5}{6}\overrightarrow{AB}$ là một vtcp. Vậy phương trình tham số của Δ là $\Delta:\begin{cases} x=-1+2t \\ y=1-5t \\ z=1-t \end{cases}, t\in\mathbb{R}$.

A	Nhầm lẫn điểm mà đường thẳng đi qua với VTCP khi viết phương trình.	C	Học sinh sai như sau: d đi qua $I(2;1;-1)$ có vtcp $\vec{u}_d=(3;-2;-1)$.

41. $\left(P_{\Delta MAB}\right)_{\min}=MA+MB+AB\xrightarrow{AB=2\sqrt{11}}\left(MA+MB\right)_{\min}$

Gọi $M\in\Delta\Rightarrow M(2t-1;1-t;2t)\Rightarrow AM+MB=\sqrt{9t^2+20}+\sqrt{(3t-6)^2+20}$

Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, xét hai vectơ: $\vec{u}=\left(3t;2\sqrt{5}\right)$, $\vec{v}=\left(6-3t;2\sqrt{5}\right)$

Khi đó $AM+MB=\left|\vec{u}\right|+\left|\vec{v}\right|\geq\left|\vec{u}+\vec{v}\right|\xrightarrow{\vec{u}+\vec{v}=\left(6;4\sqrt{5}\right)}AM+MB\geq2\sqrt{29}$

Đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi $\vec{u},\vec{v}$ cùng hướng: $\frac{3t}{-3t+6}=\frac{2\sqrt{5}}{2\sqrt{5}}=1\Rightarrow t=1\Rightarrow M(1;0;2)$

Suy ra $a=1,b=0,c=2\Rightarrow b+a^2<c^3$

42. Gọi d là khoảng cách giữa hai mặt phẳng (α) và (β). Ta có: $V=d.S\Rightarrow d=\frac{5\sqrt{14}}{5}=\sqrt{14}$ (đvđd). (1)

Lấy $M(x_o;y_o;z_o)\in(\alpha)$: $d=d(M;(\beta))=\frac{\left|3x_o-6y_o+9z_o+b\right|}{\sqrt{3^2+6^2+9^2}}=\frac{\left|3(x_o-2y_o+3z_o)+b\right|}{3\sqrt{14}}=\frac{|3a+b|}{3\sqrt{14}}$.

Thay vào (1), ta có: $\frac{|3a+b|}{3\sqrt{14}}=\sqrt{14}\Leftrightarrow|3a+b|=42\Leftrightarrow\left|a+\frac{b}{3}\right|=14$.

A	quên chia cho độ lớn VTCP khi tính khoảng cách giữa 2 mp.	B	khi chia 2 vế cho 3 thì không chia 42 cho 3.	C	thay nhầm độ lớn của VTPT của (α).

43. CÁCH 1: (PHƯƠNG PHÁP CHIỀU BIẾN THIÊN)

Tập xác định: $D=\mathbb{R}, y'=3x^2+6x-m$.

Hàm số (1) đồng biến trên khoảng $(-\infty;0)\Leftrightarrow y'\geq0,\forall x\in(-\infty;0)$

$\Leftrightarrow 3x^2+6x-m\geq0,\forall x\in(-\infty;0)\Leftrightarrow 3x^2+6x\geq m,\forall x\in(-\infty;0)$

Xét $g(x)=3x^2+6x$ với $x\in(-\infty;0)$. Ta có $g'(x)=6x+6; g'(x)=0\Leftrightarrow x=-1$

x	$-\infty$		-1		0
$g'(x)$		$-$	0	$+$	
$g(x)$	$-\infty$	$\searrow$	-3	$\nearrow$	0

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy yêu cầu của bài toán được thỏa mãn $\Leftrightarrow m\leq g(-1)\Leftrightarrow m\leq-3$

Do đó ta có $-9<m\leq-3$ mà $m\in\mathbb{Z}\Rightarrow m\in\{-8;-7;-6;-5;-4;-3\}$

CÁCH 2: (PHƯƠNG PHÁP TAM THỨC BẬC 2): $\Delta'=3(m+3)$.

- Nếu $m\leq-3$ thì $\Delta'\leq0\Rightarrow y'\geq0,\forall x\in\mathbb{R}$ suy ra hàm số đồng biến trên R $\Rightarrow$ Hàm số (1) đồng biến trên khoảng $(-\infty;0)\Rightarrow m\leq-3$ **thoả YCBT.**
- Nếu $m>-3$ thì $\Delta'>0\Rightarrow y'=0$ có 2 nghiệm phân biệt $x_1,x_2\ (x_1<x_2)$. Khi đó hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty;x_1),(x_2;+\infty)$.

Do đó hàm số (1) đồng biến trên khoảng $(-\infty;0)$

$\Leftrightarrow$ PT $y'=0$ có 2 nghiệm $x_1,x_2\,(x_1<x_2)$ thỏa $0\le x_1<x_2 \Leftrightarrow \begin{cases}\Delta'>0\\P\ge 0\\S>0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}m>-3\\-m\ge 0\\-2>0\end{cases}$ (Vô nghiệm)

Vậy $m\le -3$ là giá trị cần tìm.

A	Sai do lấy thêm $m=-9$.	C	Sai do không lấy $m=-3$.

44. Đạo hàm $y'=3x^2-6(m+1)x+6m+3 \xrightarrow{y'=0} \left[\begin{array}{l}x=1\\x=2m+1\end{array}\right.$. $ycbt \Leftrightarrow 2m+1\ne 1 \Leftrightarrow m\ne 0$ y

Đặt $y=f(x)=x^3-3(m+1)x^2+(6m+3)x-m$.

Phương trình tiếp tuyến tại 2 điểm cực trị lần lượt là $y=f(1)$ và $y=f(2m+1)$.

Vì 2 đường tiếp tuyến song song với trục hoành nên khoảng cách giữa 2 tiếp tuyến được tính theo công thức $d=\left|f(1)-f(2m+1)\right|=4\left|m^3\right|$.Theo giả thiết $d=\frac{1}{2}\Leftrightarrow 4\left|m^3\right|=\frac{1}{2}\Leftrightarrow |m|=\frac{1}{2}\Leftrightarrow m=\pm\frac{1}{2}$.

45. TXĐ: $D=(-\infty;0)$. Ta có $y'=\frac{1}{\frac{b}{x}.\ln a}.\frac{-b}{x^2}=\frac{-1}{x\ln a}>0$. Vậy hàm số đồng biến trên tập xác định.

A	Sai vì nhầm $b>0$.	B	Sai vì nhầm $0<a<1,b>0$	C	Sai vì nhầm $0<a<1,b<0$

46. **Bước 1:** Đặt điều kiện và biến đổi và đặt ẩn phụ $t=\ln x$.

Bước 2: Quy phương trình về theo ẩn t.

Bước 3: Chuyển điều kiện cấp số nhân về thành cấp số cộng.

Điều kiện $x>0$. Biến đổi phương trình tương đương $\ln^3 x+3\ln x^2+(m+2)\ln x+m=0$.

Đặt $t=\ln x$ khi đó $t\in\mathbb{R}$. Phương trình trở thành: $t^3+3t^2+(m+2)t+m=0$.

Giả sử $x_1<x_2<x_3$ là 3 nghiệm của phương trình ban đầu. Giả sử lập thành một cấp số nhân nghĩa là $x_2^2=x_1x_3$. Lấy logarit hai vế ta có $2\ln x_1=\ln x_2+\ln x_3$. Do đó bài toán trở thành tìm m để $t^3+3t^2+(m+2)t+m=0$ có 3 nghiệm phân biệt lập thành một cấp số cộng.

$t^3+3t^2+(m+2)t+m=0 \Leftrightarrow (t+1)(t^2+2t+m)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}t=-1\\t^2+2t+m=0\end{array}\right.$.

Điều kiện để PT có 3 nghiệm phân biệt là: $\begin{cases}\Delta'=1-m>0\\1-2+m\ne 0\end{cases}\Leftrightarrow m<1$.

Gọi t_1,t_3 là nghiệm của $t^2+2t+m=0$. Ta có $t_{1,3}=-1\pm\sqrt{1-m}$, dễ thấy $t_1<-1<t_3$.

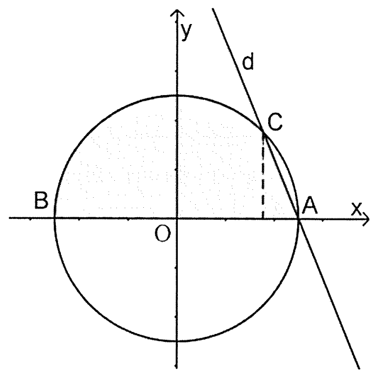
Để 3 nghiệm phân biệt lập thành một cấp số cộng thì $t_1+t_3=-2$.

Theo định lý Viete thì $t_1+t_3=-2$ là hiển nhiên đúng với mọi m. Kết hợp điều kiện thì $m<1$.

A	quên xét điều kiện 3 nghiệm.	B	giải ngược dấu điều kiện.	D	giải sai điều kiện thứ 2.

47. **Bước 1:** $\{?\} = (C) \cap d$

Bước 2: Tính diện tích hình phẳng theo công thức $S = \int_{x_1}^{x_2} |f(x)| dx$.



$d \cap Ox = A \Rightarrow A(R:0)$, $(C) \cap Ox = \{A;B\} \Rightarrow B(-R;0)$

$(C) \cap d = C \Rightarrow C\left(\frac{R}{\sqrt{2}};\frac{R}{\sqrt{2}}\right)$

Xét nửa đường tròn (C) nằm phía trên trục hoành:

$\begin{cases} x^2 + y^2 = R^2 \\ y \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y^2 = R^2 - x^2 \\ y \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow y = \sqrt{R^2 - x^2} \geq 0$.

Diện tích hình phẳng: $S = S_1 + S_2$.

Với $S_1 = \frac{\pi R^2}{4} + \int_0^{\frac{R}{\sqrt{2}}} \sqrt{R^2 - x^2} dx$ và $S_2 = (\sqrt{2}+1)\int_{\frac{R}{\sqrt{2}}}^{R} (-x+R)dx$.

Đặt $x = R\sin u \Rightarrow dx = R\cos u du$, khi $x = 0 \Rightarrow u = 0,\ x = \frac{R}{\sqrt{2}} \Rightarrow u = \frac{\pi}{4}$

$$\int_0^{\frac{R}{\sqrt{2}}} \sqrt{R^2 - x^2} dx = \int_0^{\frac{\pi}{4}} R^2 \cos^2 u du = \frac{R^2}{2}\int_0^{\frac{\pi}{4}} (\cos 2u + 1) du = \frac{R^2}{2}\left(\frac{1}{2}\sin 2u + u\right)\Bigg|_0^{\frac{\pi}{4}} = \frac{R^2}{4} + \frac{\pi R^2}{8}$$

Suy ra $S_1 = \frac{3}{8}\pi R^2 + \frac{R^2}{4}$;

$$S_2 = (\sqrt{2}+1)\int_{R/\sqrt{2}}^{R} (-x+R)dx = (\sqrt{2}+1)\left(-\frac{x^2}{2} + Rx\right)\Bigg|_{\frac{R}{\sqrt{2}}}^{R} = (\sqrt{2}+1)\left(\frac{3}{4} - \frac{1}{\sqrt{2}}\right)R^2.$$

Suy ra $S = S_1 + S_2 \approx 1,532R^2$.

A	Sai vì tính luôn cả nửa đường tròn nằm dưới trục hoành.	B	Sai vì chỉ tính S_1.	C	Sai vì khi tính S_1 quên mất diện tích của một phần tư hình tròn.

48. **Bước 1:** Đặt $\overline{z} = x + iy, x, y \in \mathbb{R} \Rightarrow z = x - iy$ thay vào phương trình $|z - 2 - 4i| = |z - 2i|$.

Áp dụng công thức môđun của số phức, biến đổi và rút gọn ta được $d: x - y - 4 = 0$.

Bước 2: Số phức $\overline{z}$ được biểu diễn bằng điểm $M(x;y)$ trong Oxy. Suy ra $|\overline{z}|$ nhỏ nhất khi và chỉ khi độ dài OM nhỏ nhất $\Leftrightarrow$ M là hình chiếu vuông góc của O lên đường thẳng d.

Đặt $\overline{z} = x + iy, x, y \in \mathbb{R} \Rightarrow z = x - iy$. $|z - 2 - 4i| = |z - 2i| \Leftrightarrow |(x-2) - (y+4)i| = |x - (y+2)i|$

$\Leftrightarrow \sqrt{(x-2)^2 + (y+4)^2} = \sqrt{x^2 + (y+2)^2} \Leftrightarrow x - y - 4 = 0$.

Gọi M là điểm biểu diễn cho số phức $\overline{z}$ cần tìm.

$|\overline{z}|$ nhỏ nhất $\Leftrightarrow$ Độ dài OM nhỏ nhất $\Leftrightarrow$ M là hình chiếu vuông góc của O lên đường thẳng $d: x - y - 4 = 0$.

Phương trình đường thẳng OM: $x + y = 0$. Tọa độ điểm M thỏa hệ $\begin{cases} x - y - 4 = 0 \\ x + y = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = -2 \end{cases} \Rightarrow \overline{z} = 2 - 2i$.

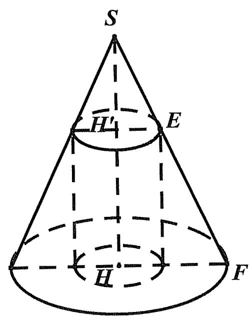
B	Nhầm đề yêu cầu tìm $z=2+2i$.
C	$\lvert z-2-4i\rvert=\lvert z-2i\rvert \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} z-2-4i=z-2i \\ z-2-4i=-(z-2i)\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 0z-2-2i=0(vn) \\ z=1+3i\end{array}\right. \Rightarrow \bar{z}=1-3i$.
D	$\lvert z-2-4i\rvert=\lvert z-2i\rvert \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} z-2-4i=z-2i \\ z-2-4i=-(z-2i)\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 0z-2-2i=0(vn) \\ z=1+3i\end{array}\right. \Rightarrow z=1+3i$.

49. Đây là bài toán liên quan đến hình trụ, hình nón nên bạn đọc cần lưu ý:

1. Nắm chắc các công thức tính diện tích xung quanh, diện tích toàn phần và thể tích.
2. Bài toán này liên quan đến max - min thông thường tập thiết lập hàm, tìm các mối liên hệ giữa các ẩn để qui thành hàm một biến, từ đó tiến hành khảo sát hàm số tìm max – min.

Giả sử hình nón có đỉnh là S, chiều cao là SH, bán kính đáy $R=HF$.

Hình trụ nội tiếp có chiều cao là HH', bán kính $r=H'E$.



Ta có $\dfrac{SH'}{SH}=\dfrac{r}{R}\Leftrightarrow\dfrac{SH'}{40}=\dfrac{r}{10}\Rightarrow SH'=4r; HH'=SH-SH'=40-4r$

Hình trụ cần tìm có bán kính đáy là r, chiều cao $h'=HH'=40-4r$, đường sinh $l'=h'=40-4r$

Diện tích toàn phần của hình trụ là:

$S_{tp}=S_{xq}+2S_d=2\pi rh'+2\pi r^2=2\pi\left(-3r^2+40r\right)$

Ta cần tìm r $(0<r<10)$ để S_{tp} lớn nhất. Khi coi r thay đổi thì

$S'_{tp}=2\pi(-6r+40)\Rightarrow S'_{tp}=0\Leftrightarrow r=\dfrac{20}{3}$

Lập bảng biến thiên ta suy ra diện tích toàn phần lớn nhất khi $r=\dfrac{20}{3}$

A	Sai do áp dụng sai công thức diện tích toàn phần: $S_{tp}=S_{xq}+S_d=2\pi rh'+\pi r^2=\pi\left(80r-7r^2\right)$ Ta cần tìm r $(0<r<10)$ để S_{tp} lớn nhất. Khi coi r thay đổi thì $S'_{tp}=\pi(-14r+80)\Rightarrow S'_{tp}=0\Leftrightarrow r=\dfrac{40}{7}$

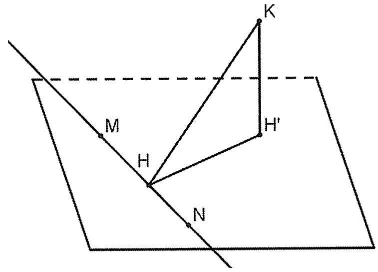
50. **Bước 1:** Viết phương trình đường thẳng MN. Tìm hình chiếu H của K lên MN

Bước 2: Biện luận khoảng cách $K(0;0;2)$ đến (P) đạt giá trị lớn nhất khi $(P)\perp KH$.

Bước 3: Viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua M và nhận $\overrightarrow{KH}$ làm vectơ pháp tuyến.

Ta có $\overrightarrow{MN}=(-1;2;1)$. Phương trình đường thẳng MN là: $\dfrac{x}{-1}=\dfrac{y+1}{2}=\dfrac{z-2}{1}$.

Gọi $H(t;2t-1;t+2)$ là hình chiếu vuông góc của K trên đt MN. Từ $\overrightarrow{KH}\perp\overrightarrow{MN}\Rightarrow t=\dfrac{1}{3}\Rightarrow\overrightarrow{KH}=\left(\dfrac{-1}{3};\dfrac{-1}{3};\dfrac{1}{3}\right)$.



Gọi H' là hình chiếu của K lên (P). Suy ra $\Delta KHH'$ vuông tại H'. Do đó $KH'\le KH=const$.

Vậy để $d(K,(P))$ lớn nhất thì $H'\equiv H$, hay $(P)\perp KH$.

Phương trình mặt phẳng (P) là: $x+y-z+3=0$.

ĐÁP ÁN ĐỀ 5

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
A	C	D	B	B	D	A	C	D	B
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
A	D	A	C	D	D	D	B	B	A
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
D	A	C	C	B	B	D	C	D	C
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
D	A	A	B	A	C	A	B	C	B
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
C	B	A	A	D	D	B	C	B	C

1. **Bước 1:** Cần nhớ lại định nghĩa về điểm cực trị (cực đại và cực tiểu) của hàm số hoặc đồ thị hàm số.
   Bước 2: Vận dụng định nghĩa để phân biệt các mệnh đề đúng, sai.

   Mệnh đề A sai, phát biểu đúng:" Hàm số đạt cực đại tại $x=2$".
   Các phương án B, C, D đúng theo định nghĩa.

2. Tìm số phức $\overline{z}$. Rồi suy ra z và điểm biểu diễn của nó.

   $\overline{z}=\left(1+i\sqrt{3}\right)^2=-2+2\sqrt{3}i \Rightarrow z=-2-2\sqrt{3}i$. Vậy điểm biểu diễn của z là $P\left(-2;-2\sqrt{3}\right)$.

A, B	Không để ý dấu bình phương.	D	Chưa lấy liên hợp.

3. Thể tích khối lăng trụ bằng tích của diện tích đáy và chiều cao: $\frac{Bh}{3}$.

A	Sai vì nhầm với công thức diện tích khối chóp.	C	Sai vì lấy ngay công thức tổng quát mà không xem kỹ đề.	D	Sai vì nghĩ rằng diện tích nên cần bình phương.

4. Ta thấy đáp án A,B,D là các đáp án đúng vì khối chóp và khối lăng trụ là các khối đa diện lồi. Từ đó chọn đáp án sai là C.

5. $I=\int_3^4\left[1+f'(x)\right]dx=x\Big|_3^4+f(x)\Big|_3^4=4-3+f(4)-f(3)=2$.

A	$x\Big\|_3^4+f(x)\Big\|_3^4=3-4+f(3)-f(4)$
C	$x\Big\|_3^4+f(x)\Big\|_3^4=3+4+f(3)+f(4)$
D	$I=\int_3^4\left[1+f'(x)\right]dx=f(x)\Big\|_3^4$

6. Chỉ cần nắm vững kiến thức về hai đường tiệm cận của đồ thị hàm số dạng $\frac{ax+b}{cx+d}$.

   Đồ thị hàm số có một đường TCĐ là $x=-\frac{1}{2}$ và một đường TCN là $y=\frac{3}{2}$.

   Vậy giao điểm hai đường tiệm cận là $\left(-\frac{1}{2};\frac{3}{2}\right)$.

A	nhầm tiệm cận ngang là $x=\frac{2}{3}$.	C	nhầm tiệm cận ngang là $x=\frac{2}{3}$ và nhầm hoành độ với tung độ.	D	nhầm hoành độ và tung độ.

7. Mệnh đề B sai, công thức đúng là $\left[\cos(ax+b)\right]'=-a\sin(ax+b),(a,b\in\mathbb{R},a\neq 0)$.

Mệnh đề C sai, vì không có tính chất: Tích phân của tích bằng tích các tích phân.

Mệnh đề D sai, công thức đúng là $\int_b^a f'(x)dx=f(a)-f(b)$.

8. **Bước 1:** Tìm vectơ chỉ phương và điểm đi qua. **Bước 2:** Sử dụng công thức rồi viết phương trình đường thẳng.

Vectơ chỉ phương của phương trình đường thẳng AB là $\overrightarrow{AB}=(2;0;-2)$.

Ta có thể chọn $(-1;0;1)$ làm vectơ chỉ phương từ đó phương trình đường thẳng AB là:

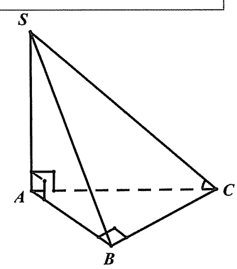
$$\begin{cases}x=3-t\\y=2\\z=1+t\end{cases},t\in\mathbb{R}.$$

A	Sai vì thiếu $y=2$.	B, D	Sai khi tính vectơ chỉ phương.

9. Biểu thức có nghĩa khi và chỉ khi $\begin{cases}2x-3>0\\2x-3\neq 1\\(4x-7)^2>0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x>\frac{3}{2}\\x\neq 2,\ x\neq\frac{7}{4}\end{cases}$.

A	Sai vì nhầm rằng cơ số phải lớn hơn 1.	B	Sai vì nhầm $x^2>0\Leftrightarrow x>0$ và không xét điều kiện cơ số khác 1.	C	Sai vì nhầm $x^2>0\Leftrightarrow x>0$.

10. Hình chiếu của SC lên (ABC) là $AC\Rightarrow\measuredangle(SC;(ABC))=\measuredangle SCA=30^0$



$V_{S.ABC}=\frac{1}{3}.S_{ABC}.SA;\ AB=\sqrt{AC^2-BC^2}=4a, S_{ABC}=\frac{1}{2}BA.BC=6a^2$

$\tan\widehat{SCA}=\frac{SA}{AC}\Rightarrow SA=5a.\tan 30^0=\frac{5a\sqrt{3}}{3}$

suy ra $V_{S.ABC}=\frac{1}{3}6a^2.\frac{5a\sqrt{3}}{3}=\frac{10\sqrt{3}.a^3}{3}$.

A	sai thể tích $V_{S.ABC}=SA.S_{ABC}$	C	sai diện tích tam giác ABC	D	tính sai $SA=\frac{AC}{\tan 30^0}=5\sqrt{3}a$

11. **Bước 1:** Nếu mũ α nguyên âm thì hàm số $y=\left[u(x)\right]^\alpha$ xác định $\Leftrightarrow u(x)\neq 0$.

Bước 2: Giải bất phương trình $-x^2+2x\neq 0$, suy ra kết quả.

Hàm số xác định $-x^2+2x\neq 0\Leftrightarrow\begin{cases}x\neq 0\\x\neq 2\end{cases}\Rightarrow D=\mathbb{R}\setminus\{0;2\}$

B	Sai vì nhầm điều kiện $-x^2+2x>0$.	C	Sai yêu cầu đề bài tìm tập xác định, không phải tìm điều kiện của x.	D	Sai điều kiện của x.

12. Đường kính của đáy là $2a$ suy ra chiều cao khối nón là $6a$. Thể tích khối nón là $\frac{1}{3}\pi a^2.6a=2\pi a^3$.

A	Cả B và C.	B	không nhân π.	C	nhầm chiều cao dài gấp 3 lần bán kính.

13. **Bước 1:** Mặt cầu đã có tâm $I(-2;1;0)$, cần tìm bán kính R.

Bước 2: Mặt cầu tiếp xúc mặt phẳng $(Oyz) \Leftrightarrow R = d(I,(Oyz)) = |x_I|$. Áp dụng công thức suy ra phương trình mặt cầu cần tìm.

Mặt cầu tiếp xúc mặt phẳng $(Oyz) \Leftrightarrow R = d(I,(Oyz)) = 2$.

Phương trình mặt cầu: $(x+2)^2 + (y-1)^2 + z^2 = 4$.

B	Sai vì nhầm công thức $(x-a)^2 + (y-b)^2 + (z-c)^2 = R$.
C	Sai vì nhầm công thức $(x+a)^2 + (y+b)^2 + (z+c)^2 = R^2$.
D	Sai vì nhầm công thức $(x+a)^2 + (y+b)^2 + (z+c)^2 = R$.

14. Xem đồ thị ta thấy trên hai khoảng $(-3;-2)$ và $(0;2)$ đồ thị đi lên.

A, D	trên $(-2;0)$ hàm số không đổi.	B	Sai khi học sinh nhìn vào trục tung.

15. <u>**Cách 1:**</u> Đặt phương trình mặt cầu dạng khai triển là

$$x^2 + y^2 + z^2 - 2ax - 2by - 2cz + d = 0 \ \left(a^2 + b^2 + c^2 - d > 0\right)$$

Lần lượt thay tọa độ ba điểm A, B, C vào phương trình mặt cầu ta được một hệ phương trình bậc nhất bốn ẩn, tuy nhiên lúc này ta mới chỉ có 3 phương trình.

Thay tiếp tọa độ tâm mặt cầu là $(a;b;c)$ vào phương trình khoảng cách ta được phương trình thứ 4. Từ đây ta giải và tìm ra a, b, c, d.

<u>**Cách 2:**</u> Với mỗi phương án, xác định tâm của mặt cầu tương ứng và kiểm tra điều kiện về khoảng cách. Sau đó thay tọa độ 3 điểm A, B, C, vào phương trình mặt cầu để tìm ra đáp án. Lưu ý nhớ kiểm tra điều kiện của phương trình mặt cầu $a^2 + b^2 + c^2 - d > 0$.

A, B	Mặt cầu qua 3 điểm A, B, C nhưng không thỏa điều kiện khoảng cách.
C	Mặt cầu qua hai điểm A, B, có tâm thỏa điều kiện khoảng cách nhưng không đi qua C.

16. Xét phương trình hoành độ giao điểm, giải được phương trình tương đương là $x^3 - 7x + 6 = 0$ có 3 nghiệm phân biệt.

17. Ta có $y' = 4x^3 - 10x = 2x(2x^2 - 5)$ từ đây ta tìm được 2 điểm cực tiểu của hàm số là $x = \pm\dfrac{\sqrt{10}}{2}$ và điểm cực đại là $x = 0$. Dựa vào đặc điểm của hàm số bậc bốn trùng phương, ta kết luận giá trị nhỏ nhất của hàm số trên tập xác định cũng là giá trị cực tiểu và bằng $y\left(\dfrac{\sqrt{10}}{2}\right) = -\dfrac{9}{4}$.

B	nhầm giữa giá trị cực đại và giá trị lớn nhất.	C	nhầm giữa giá trị nhỏ nhất với điểm cực tiểu.

18. Từ phương trình $(P): 3x + 2y - z - 5 = 0$ ta suy ra một vectơ pháp tuyến của (P) là: $\vec{n} = (3;2;-1)$

A	Sai vì nhầm hoành độ với tung độ.	C	Sai dấu tung độ.	D	Sai vì dấu tung độ và cao độ .

19. Ta có: $y' = 3x^2 + 6x - 9$. Cho $y' = 0 \Leftrightarrow 3x^2 + 6x - 9 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 1 \\ x = -3 \end{array}\right.$

x	$-\infty$		-3		1		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	31	$\searrow$	-1	$\nearrow$	$+\infty$

Hàm số đạt cực đại tại $x=-3$ với giá trị cực đại là: $y_{CD}=y(-3)=31$.

<u>**Cách khác:**</u> $y=x^3+3x^2-9x+4 \Rightarrow y'=3x^2+6x-9 \xrightarrow[a=1>0]{y'=0} x_{CD}=-3$

A	nhầm qua giá trị cực đại.	C	nhầm qua điểm cực tiểu của hàm số.	D	nhầm qua giá trị cực tiểu.

20. **Bước 1:** Cần ôn lại tính biến thiên của hàm số mũ và logarit.

Bước 2: Chú ý điều kiện cơ số $c\in(0;1)$ và $a>b>c$ để có kết luận đúng.

Từ giả thiết suy ra $2^a>2^b>2^c \Rightarrow \log_c 2^a<\log_c 2^b<\log_c 2^c \Rightarrow A$ đúng.

B	Phương án B sai vì $a<1$ nhưng $1-a$ chưa biết nhỏ hơn hay lớn hơn 1.	C	Chưa biết cơ số b nhỏ hơn hay lớn hơn 1.	D	Chưa biết cơ số $1-b$ nhỏ hơn hay lớn hơn 1.

21. Nhận xét $x>0$ do trong biểu thức có $\log_3 x$. Ngoài ra $\log_9 x^2=\log_{27}x^3=\log_{81}x^4=\log_3 x$.

Rút gọn biểu thức được $A=0$.

A	Sai dấu.	C	Sai vì nhầm thành $\log_{a^n} b^n=n^2\log_a b\ (a,b>0;a\neq 1)$

22. **Bước 1:** Đề cho $\bar{z}-i(3-2i)=(i-2)^2 \Rightarrow$ Tính được $\bar{z}$. **Bước 2:** Suy ra z, suy ra phần ảo.

Tính được $\bar{z}=(i-2)^2+i(3-2i)=5-i \Rightarrow z=5+i \Rightarrow$ Phần ảo là 1.

B	Sai vì nhầm phần ảo của $\bar{z}$.	C	Hiểu sai phần ảo.	D	Kết hợp sai của B và C.

23. **Bước 1:** Phân tích hàm số $f(x)$ về các hạng tử có thể lấy nguyên hàm.

Bước 2: Lấy nguyên hàm của $f(x)$ và giải điều kiện tìm C.

Phân tích $f(x)=\dfrac{1}{x^2-5x+6}=\dfrac{1}{x-3}-\dfrac{1}{x-2}$.

Vậy họ nguyên hàm của $f(x)$ là $F(x,C)=\ln|x-3|-\ln|x-2|+C=\ln\left|\dfrac{x-3}{x-2}\right|+C$.

Ta có $F(4)=\ln\dfrac{1}{2}+C=0 \Rightarrow C=\ln 2$. Vậy $F(x)=\ln\left|\dfrac{x-3}{x-2}\right|+\ln 2$.

A	Sai vì nhầm dấu.	B	Sai vì giải C sai.	D	Sai công thức là $\int \dfrac{1}{x^2-5x+6}dx=\ln\left|x^2-5x+6\right|+C$

24. Mệnh đề (1) đúng vì $\pi>1$ nên bất phương trình không đổi chiều. Do đó $x<2x-1 \Leftrightarrow x>1$.

Mệnh đề (2) đúng vì $\sqrt{2}-1<1$ nên

$\left(\sqrt{2}-1\right)^p \geq \left(\sqrt{2}+1\right)^q \Leftrightarrow \left(\sqrt{2}-1\right)^p \geq \left(\sqrt{2}-1\right)^{-q} \Leftrightarrow p\leq -q \Leftrightarrow p+q\leq 0$.

Mệnh đề (3) là sai vì $\ln x^2 > 0 \Leftrightarrow x^2 > 1 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x > 1 \\ x < -1 \end{array}\right.$.

Mệnh đề (4) là đúng.

25. **Bước 1:** Đặt điều kiện cho phương trình. Chú ý: $\log_a x$ có nghĩa khi và chỉ khi $\begin{cases} 0 < a \neq 1 \\ x > 0 \end{cases}$.

Bước 2: Biến đổi phương trình để đưa về các dạng cơ bản thường gặp.

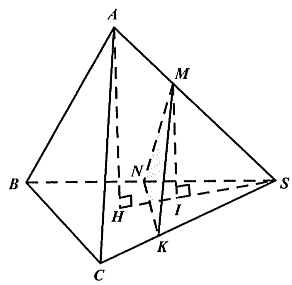
Đk $\begin{cases} x - 5 > 0 \\ x^3 > 0 \\ x > 0 \end{cases} \Leftrightarrow x > 5$. Ta có:

$$\log_{\sqrt{2}} \sqrt{x-5} - \log_{0.125} x^3 = 2\log_2 x - 1 \Leftrightarrow \log_2(x-5) + \log_2 x = \log_2 x^2 - \log_2 2$$

$$\Leftrightarrow \log_2\left[x(x-5)\right] = \log_2 \frac{x^2}{2} \Leftrightarrow x^2 - 5x = \frac{x^2}{2} \Leftrightarrow x^2 - 10x = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 10\ (tm) \\ x = 0\ (ktm) \end{array}\right.(do\ x > 5) \Rightarrow S = \{10\}$$

A	Sai vì không so điều kiện để loại nghiệm $x = 0$.	C	Sai vì áp dụng công thức sai $\log_2 x^2 - \log_2 2 = \log_2 2x^2$.

26. Khi đứng trước bài toán tính thể tích khối đa diện, mà ta ***không sử dụng trực tiếp các công thức tính thể tích*** đã có được thì khi đó các em chú ý một số hướng sau:



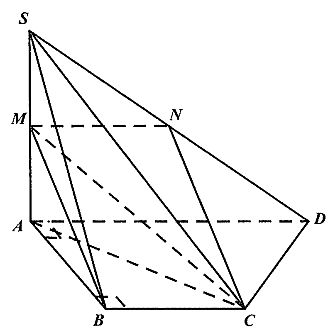
Hướng 1: Phân chia khối đa diện thành tổng hoặc hiệu các khối cơ bản (hình chóp hoặc hình lăng trụ) mà các khối này dễ tính hơn.

Hướng 2: Hoặc so sánh thể tích khối cần tính với một khối đa diện khác đã biết trước thể tích.

Hướng 3: Cho khối chóp $S.ABC$, trên các đoạn thẳng SA, SB, SC lần lượt lấy các điểm M, N, K khác điểm S. Chứng minh rằng: $\frac{V_{S.MNK}}{V_{S.ABC}} = \frac{SM}{SA}.\frac{SN}{SB}.\frac{SK}{SC}$

(Công thức 1) (CT1)

Áp dụng **công thức (1)** ta có



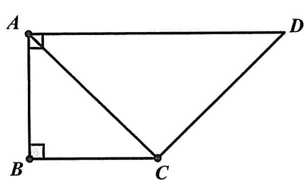
$$\frac{V_{S.BCM}}{V_{S.BCA}} = \frac{SB}{SB}.\frac{SC}{SC}.\frac{SM}{SA} = \frac{SM}{SB} = \frac{1}{2} \Rightarrow V_{S.BCM} = \frac{1}{2}V_{S.BCA}$$

$$\frac{V_{S.CMN}}{V_{S.CAD}} = \frac{SC}{SC}.\frac{SM}{SA}.\frac{SN}{SD} = \frac{1}{4} \Rightarrow V_{S.CMN} = \frac{1}{4}V_{S.CAD}$$

Suy ra $V_{S.BCNM} = V_{S.BCM} + V_{S.CMN} = \frac{1}{2}V_{S.BCA} + \frac{1}{4}V_{S.CAD}\ (*)$

Ngoài ra ta có

$$S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2}BA.BC = \frac{a^2}{2}, S_{ABCD} = \frac{(AD + BC)AB}{2} = \frac{3a^2}{2}$$



$$\Rightarrow V_{S.ABC} = \frac{1}{3}V_{S.ABCD} \Rightarrow V_{S.ACD} = \frac{2}{3}V_{S.ABCD}$$

Thể tích khối chóp $V_{SABCD} = \frac{1}{3}SA.S_{ABCD} = \frac{1}{3}2a.\frac{3a^2}{2} = a^3$

Do đó $V_{S.BCNM} == \frac{1}{6}V_{S.ABCD} + \frac{1}{6}V_{S.ABCD} = \frac{2}{3}V_{S.ABCD} = \frac{2a^3}{3}$

A	Sai vì nhầm tính thể tích của $S.BCNM$: $\frac{V_{S.BCNM}}{V_{S.BCDA}} = \frac{SB}{SB}.\frac{SC}{SC}.\frac{SM}{SA}.\frac{SN}{SD} = \frac{1}{4} \Rightarrow V_{S.BCNM} = \frac{1}{4}V_{S.BCDA} = \frac{a^3}{4}$
C	Sai vì tính nhầm công thức thể tích khối chóp: $V_{SABCD} = SA.S_{ABCD} = 2a.\frac{3a^2}{2} = 3a^3$
D	Sai vì tính nhầm công thức thể tích khối chóp: $V_{SABCD} = SA.S_{ABCD} = 2a.\frac{3a^2}{2} = 3a^3$ Và sai thể tích của $S.BCNM$ như sau $\frac{V_{S.BCNM}}{V_{S.BCDA}} = \frac{SB}{SB}.\frac{SC}{SC}.\frac{SM}{SA}.\frac{SN}{SD} = \frac{1}{4} \Rightarrow V_{S.BCNM} = \frac{1}{4}V_{S.BCDA} = \frac{3a^3}{4}$.

27. $\Delta = \left(m^2+1\right)^2 > 0, \forall m$. Từ đây tìm được 4 nghiệm của phương trình là $z = \pm m; z = \pm i$.

B	Học sinh nhầm phương trình bậc 4 thì sẽ luôn có 4 nghiệm thực.

28. **Bước 1**. Thiết lập mối quan hệ tăng dân số theo từng năm. **Bước 2**. Đi đến công thức tổng quát.

Tỉ lệ tăng dân số hàng năm là $r\%$ thì dân số sau năm sẽ tính theo công thức: $P_{sau} = P_{truoc}\left(1+\frac{r}{100}\right)$.

Do đó ta có: Sau $n-2014$ năm thì dân số sẽ là: $P_n = 90.725.500\left(1+\frac{1,05}{100}\right)^{n-2014}$.

29. Khi cuộn tấm bìa dọc theo một cạnh của hình chữ nhật thì độ dài cạnh đó chính là chu vi đáy của hình trụ tạo thành. Từ chu vi đáy, ta tìm ngược lại bán kính đáy.

Đối với hình hộp chữ nhật có đáy là hình vuông cạnh a, chiều cao b thì thể tích là a^2b . **Đối với hình trụ** có chu vi đáy là $C = 2\pi r$ (r là đường tròn đáy, chiều cao là b thì thể tích là $V = h.\pi r^2 = \frac{C^2 b}{4\pi}$

A	Độ dài đáy là 1 cm, chiều cao là 8 cm. Thể tích là 8 cm^3	B	Độ dài đáy là 2 cm, chiều cao là 4 cm. Thể tích là 16 cm^3	C	Chu vi đáy là 4 cm, chiều cao là 8 cm. Thể tích là $\frac{32}{\pi} \approx 10,19\ cm^3$

30. **Bước 1.** Công thức tổng quát phương trình mặt phẳng chứa đường thẳng.
Bước 2. Từ điều kiện cách đều A, B từ đó suy ra phương trình mặt phẳng.

Đường thẳng d được viết lại thành $\begin{cases} \frac{x-2}{1} = \frac{y-1}{2} \\ \frac{y-1}{2} = \frac{z+3}{-2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x-y-3=0 \\ y+z+2=0 \end{cases}$.

Phương trình chùm mặt phẳng chứa d là: $m\left(y+z+2\right)+n\left(2x-y-3\right)=0, m^2+n^2 \neq 0$.

Mặt phẳng cần tìm cách đều A, B ta có: $|m+n| = |11m-4n| \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} n=2m \\ n=4m \end{array}\right.$.

Từ đây suy ra hai trường hợp:

TH1. $n = 2m \Rightarrow \overrightarrow{n_1} = (4;-1;1)$.

Xét $\sin[(\alpha);Ox] = \left|\cos\left(\overrightarrow{n_1};\vec{i}\right)\right| = \frac{4}{\sqrt{18}} \Rightarrow \measuredangle[(\alpha);Ox] = \arcsin\frac{4}{\sqrt{18}} \approx 70^0 31'$

TH2. $n = 4m \Rightarrow \overrightarrow{n_2} = (8;-3;1)$.

Xét $\sin[(\alpha);Ox] = \left|\cos\left(\overrightarrow{n_2};\vec{i}\right)\right| = \frac{8}{\sqrt{74}} \Rightarrow \measuredangle[(\alpha);Ox] = \arcsin\frac{4}{\sqrt{74}} \approx 62^0 17'$.

Từ 2 trường hợp ta có $\max\measuredangle[(\alpha);Ox] \approx 70^0 31'$.

A	Nhầm vì tính theo cosin	B	Nhầm vì chọn TH2	D	Sai theo ý A và B

31. Giải phương trình hoành độ giao điểm được $x = 1;\ x = 2;\ x = 3$.

$S = \int_1^3 \left|x^3 - 6x^2 + 11x - 6\right| dx = \int_1^2 \left|x^3 - 6x^2 + 11x - 6\right| dx + \int_2^3 \left|x^3 - 6x^2 + 11x - 6\right| dx = \frac{1}{2}$.

A	Học sinh giải ra $S = \frac{1}{4}$.
B	Học sinh không chia thành 2 khoảng, do vậy tính ra $S = 0$. Hoặc học sinh giải ra $S = \frac{1}{2}$ nhưng lại tính $S\pi = 2\pi$.

32. **Bước 1:** Lập phương trình hoành độ giao điểm của d và (C): $x^3 - 3x + 2 = k(x-2) + 4$

Bước 2: Phân tích và tách thành phương trình $(x-2)(x^2 + 2x + 1 - k) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 2 \Rightarrow A(2;4) \\ x^2 + 2x + 1 - k = 0\ (*) \end{array}\right.$

Bước 3: x_B, x_C là 2 nghiệm phân biệt của pt(*).

Tọa độ trung điểm M tính theo công thức $\begin{cases} x_M = \dfrac{x_B + x_C}{2} \\ y_M = k(x_M - 2) + 4 \end{cases}$.

Xét phương trình hoành độ giao điểm

$x^3 - 3x + 2 = k(x-2) + 4 \Leftrightarrow (x-2)(x^2 + 2x + 1 - k) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 2 \Rightarrow A(2;4) \\ x^2 + 2x + 1 - k = 0\ (*) \end{array}\right.$

Tọa độ $B(x_B;y_B), C(x_C;y_C)$ có x_B, x_C là 2 nghiệm phân biệt của pt(*).

$x_B + x_C = -2 \Rightarrow x_M = -1 \Rightarrow y_M = k(x_M - 2) + 4 = -3k + 4 \Rightarrow M(-1;-3k+4)$.

Chú ý: Đề bài yêu cầu tìm trung điểm M nên các em không cần tìm điều kiện của k.

B	Nhầm $x_M = x_B + x_C = -2 \Rightarrow y_M = k(x_M - 2) + 4 = -4k + 4 \Rightarrow M(-2;-4k+4)$
C	Sai công thức tổng 2 nghiệm $x_B + x_C = -\frac{b}{2a} = -1 \Rightarrow x_M = \frac{x_B + x_C}{2} = -\frac{1}{2}$ $\Rightarrow y_M = k(x_M - 2) + 4 = -\frac{5}{2}k + 4 \Rightarrow M\left(-\frac{1}{2};-\frac{5}{2}k + 4\right)$

33. $\int \frac{dx}{\sqrt{(2x+1)(x+1)^3}} = \int \frac{dx}{(x+1)^2\sqrt{\frac{2x+1}{x+1}}}$. Đặt $t = \sqrt{\frac{2x+1}{x+1}} \Rightarrow t^2 = \frac{2x+1}{x+1} \Rightarrow 2tdt = \frac{dx}{(x+1)^2}$

Vậy $\int \frac{dx}{\sqrt{(2x+1)(x+1)^3}} = \int \frac{2tdt}{t} = \int 2dt$. Vậy $g(x) = \sqrt{\frac{2x+1}{x+1}} \Rightarrow \begin{cases} g(0) = 1 \\ g(1) = \frac{\sqrt{6}}{2} \end{cases} \Rightarrow g(0) - g(1) = \frac{2-\sqrt{6}}{2}$.

34. Dùng các phép toán về cộng trừ nhân chia về số phức ta thu gọn số phức thành $z = a + bi \ (a, b \in \mathbb{R})$. Từ đó suy ra được $a + b$.

Ta có $\frac{1+i}{1-i} = i \Rightarrow i^{33} = i^{8.4+1} = i^{4.8}.i = i$; $(1-i)^2 = -2i \Rightarrow (1-i)^{10} = (-2i)^5 = -32.i^5 = -32i$;

$(2+3i)(2-3i) = 13$.

Vậy $z = 13 - 31i \Rightarrow a = 13, b = -31 \Rightarrow P = a + b = -18$

A	Học sinh chọn $a = 13, b = 31 \Rightarrow P = 44$
C	Học sinh tính $i^{33} = -i \Rightarrow z = 13 - 33i \Rightarrow P = -20$
D	Học sinh tính $i^5 = -i \Rightarrow z = 13 + 33i \Rightarrow P = 46$

35. **Bước 1:** Biến đổi số phức $z = \frac{i-m}{1-m(m-2i)}$ đưa về dạng $z = a + bi$.

Bước 2: Giải phương trình $z.\bar{z} = \frac{1}{2} \Rightarrow m$.

$$z = \frac{i-m}{1-m^2+2mi} = \frac{(i-m)(1-m^2-2mi)}{(1-m^2+2mi)(1-m^2-2mi)} = \frac{m}{1+m^2} + \frac{1}{1+m^2}i \Rightarrow \bar{z} = \frac{m}{1+m^2} - \frac{1}{1+m^2}i.$$

Ta có $z.\bar{z} = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \frac{1+m^2}{(1+m^2)^2} = \frac{1}{2} \Leftrightarrow 1 + m^2 = 2 \Leftrightarrow m = \pm 1$.

B	Học sinh đoán phương trình $z.\bar{z} = \frac{1}{2}$ vô nghiệm m.	C	Giải sai phương trình $m^2 = 1 \Leftrightarrow m = 1$.	D	Học sinh đoán phương trình $z.\bar{z} = \frac{1}{2}$ có 4 nghiệm m phân biệt.

36. **Bước 1.** Gọi tọa độ điểm $H \in \Delta$. **Bước 2.** Tính MH và biện luận để MH là nhỏ nhất.

Ta có $H \in \Delta$ nên $H(2-t; 2+2t; -1+t)$.

Đoạn thẳng $MH = \sqrt{(2-t)^2 + 4t^2 + (t-6)^2} = \sqrt{6t^2 - 16t + 40} = \sqrt{6\left(t - \frac{4}{3}\right)^2 + \frac{88}{3}} \geq \sqrt{\frac{88}{3}}$.

Dấu bằng xảy ra khi $t = \frac{4}{3}$. Vậy tọa độ $H\left(\frac{2}{3}; \frac{14}{3}; \frac{1}{3}\right)$. Suy ra $S = \frac{17}{3}$.

Lưu ý:

Ở bước tìm min MH $f(t) = 6t^2 - 16t + 40 \xrightarrow{MTCT} VINACAL \xrightarrow{SHIFT+6} f(X) \Rightarrow \begin{cases} \max f = \frac{88}{3} \\ X_o = \frac{4}{3} \end{cases}$

Hoặc ghi nhớ $y = ax^2 + bx + c\,(a \neq 0) \xrightarrow{a>0} \text{miny} = f\left(-\frac{b}{2a}\right)$

A	Giải ra $t = \frac{-4}{3}$.	B	Giải ra $t = \frac{88}{3}$.	D	Giải ra $t = \frac{3}{4}$.

37. **Bước 1:** Gọi $H(3+2t; t; t)$ là hình chiếu vuông góc của A lên d.

Giải phương trình $\overrightarrow{AH}.\overrightarrow{u_d} = 0 \Rightarrow$ Tọa độ điểm H.

Bước 2: Viết phương trình đường thẳng qua A và có VTCP $\overrightarrow{AH}$.

Gọi $H(3+2t;t;t) \in d$ là hình chiếu vuông góc của A lên d. Khi đó $\overrightarrow{AH} = (3+2t;t-2;t+2)$, đường thẳng d có VTCP $\overrightarrow{u_d} = (2;1;1)$.

Ta có $\overrightarrow{AH}.\overrightarrow{u_d} = 0 \Leftrightarrow 2(3+2t)+1.t+1.t = 0 \Leftrightarrow t = -1 \Rightarrow \overrightarrow{AH} = (1;-3;1)$.

Phương trình đường thẳng đi qua $A(0;2;-2)$ và có VTCP $\overrightarrow{AH} = (1;-3;1)$: $\begin{cases} x = t \\ y = 2-3t \\ z = -2+t \end{cases}$.

Cách khác: Sử dụng ***"phương pháp loại suy"***. Do đường thẳng đi qua điểm $A(0;2;-2)$ nên $x = 0$ (loại B và D do $x = 1$, $x = 3$). Lại có $\Delta \perp d \Rightarrow \overrightarrow{u_\Delta}.\overrightarrow{u_d} = 0$ (kiểm tra phương án C không thỏa (loại).

B	Nhầm công thức phương trình đường thẳng, thế số ngược.	C	Nhầm khi dựa vào phương trình $d: \frac{x-3}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z}{1}$ suy ra tọa độ hình chiếu $H(3;0;0) \Rightarrow \overrightarrow{AH} = (3;-2;2)$.	D	Kết hợp sai của B và C.

38. Tiệm cận đứng của đồ thị (C) là: $x = 2 \Leftrightarrow x-2 = 0$. Tiệm cận ngang của đồ thị (C) là: $y = 3 \Leftrightarrow y-3 = 0$.

Gọi $M(x;y) \in (C)$ và cách đều 2 tiệm cận của đồ thị (C).

Ta có: $|x-2| = |y-3| \Leftrightarrow |x-2| = \left|\frac{3x-4}{x-2} - 2\right| \Leftrightarrow |x-2| = \left|\frac{x}{x-2}\right| \Leftrightarrow \frac{x}{x-2} = \pm(x-2) \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 1(y=1) \\ x = 4(y=6) \end{array}\right.$

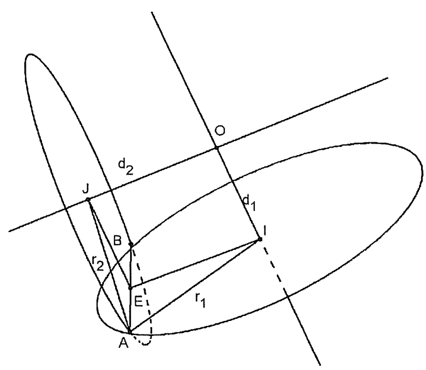
Vậy có 2 điểm thoả mãn đề bài là : $M_1(1;1), M_2(4;6)$. Suy ra $x_1 - x_2 = 1-4 = -3$

Lưu ý: tinh ý $x_1 < x_2 \Rightarrow S = x_1 - x_2 < 0$ (loại phương án nhiễu A và D).

A	Sai vì nhầm chọn $x_1 = 4, x_2 = 1 \Rightarrow S = 4-1 = 3$
C	Sai vì nhầm chọn $x_1 = 1, x_2 = 6 \Rightarrow S = 1-6 = -5$

39. Ta chứng minh đường luôn có một mặt cầu đi qua hai đường tròn đó. Tìm mối liên hệ. Sau đó tính R.

Gọi I, J lần lượt là tâm của hai đường tròn và d_1, d_2 là trục đường tròn ngoại tiếp của hai đường tròn đó. E là trung điểm AB. Tâm của mặt cầu chính là giao điểm của $d_1 \cap d_2 \equiv O$. Vì hai đường tròn nằm trên 2 mặt phẳng vuông góc nên $d_1 \perp d_2$ Suy ra $IEJO$ là hình chữ nhật.



$R = OA = \sqrt{JA^2 + JO^2} = \sqrt{r_2^2 + \text{EI}^2} = \sqrt{r_2^2 + IA^2 - EA^2}$
$= \sqrt{r_2^{\ 2} + r_1^2 - a^2}$

40. **Cách 1:** Chọn hệ số C hợp lý.

Đặt $\begin{cases} u = \ln\left(4x^2+8x+3\right) \\ dv = \dfrac{1}{(x+1)^3}dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = \dfrac{8x+8}{4x^2+8x+3}dx \\ v = \dfrac{-1}{2(x+1)^2}\boxed{+2} = \dfrac{4x^2+8x+3}{2(x+1)^2} \end{cases}$ ở đây chọn $C=2$

$$I = \frac{4x^2+8x+3}{2(x+1)^2}\ln\left(4x^2+8x+3\right)\Big|_0^1 - \int_0^1 \frac{4x^2+8x+3}{2(x+1)^2}.\frac{8x+8}{4x^2+8x+3}dx = \frac{15}{8}\ln 15 - \frac{3}{2}\ln 3 - \int_0^1 \frac{4}{x+1}dx$$

$$= \frac{15}{8}\ln 15 - \frac{3}{2}\ln 3 - 4\ln|x+1|\Big|_0^1 = \frac{15}{8}\ln 15 - \frac{3}{2}\ln 3 - 4\ln 2 \Rightarrow a=15, b=3, c=4 \Rightarrow S=a+b+c=22$$

Nhận xét:

1. Khi tính tích phân I , ta chọn $C=2$. Nhưng tại sao ta biết chọn $C=2$,thì ở đây ta phân tích như sau: $dv = \dfrac{1}{(x+1)^3}dx \Rightarrow v = \dfrac{-1}{2(x+1)^2} + C = \dfrac{2Cx^2+4Cx+2C-1}{2(x+1)^2}$

và $vdu = \dfrac{\boxed{2C}x^2+4Cx+2C-1}{2(x+1)^2}.\dfrac{8x+8}{\boxed{4}x^2+8x+3}dx$ nên ta sẽ chọn C sao cho phân số này tối giản được, nghĩa là chọn $2C=4 \Leftrightarrow C=2$

Cách 2: Giải bài này bằng phương pháp thông thường như sau

Đặt $\begin{cases} u = \ln\left(4x^2+8x+3\right) \\ dv = \dfrac{1}{(x+1)^3}dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = \dfrac{8x+8}{4x^2+8x+3}dx \\ v = \dfrac{-1}{2(x+1)^2} \end{cases}$ (ở đây chọn $C=0$)

$$I = \frac{-1}{2(x+1)^2}\ln\left(4x^2+8x+3\right)\Big|_0^1 - \int_0^1 \frac{-1}{2(x+1)^2}.\frac{8x+8}{4x^2+8x+3}dx = -\frac{1}{8}\ln 15 + \frac{1}{2}\ln 3 + 4\int_0^1 \frac{1}{(x+1)\left(4x^2+8x+3\right)}dx$$

Tính tích phân $K = \displaystyle\int_0^1 \frac{1}{(x+1)\left(4x^2+8x+3\right)}dx$.

Đặt: $\dfrac{1}{(x+1)\left(4x^2+8x+3\right)} = \dfrac{1}{(x+1)(2x+1)(2x+3)} = \dfrac{A}{x+1} + \dfrac{B}{2x+1} + \dfrac{C}{2x+3}$

$\Rightarrow 1 = A(2x+1)(2x+3) + B(x+1)(2x+3) + C(x+1)(2x+1)$ (*)

Chọn x lần lượt là $x=-1; x=-\dfrac{1}{2}; x=-\dfrac{3}{2}$ thay vào (*) ta được: $A=-1, B=C=1$

Khi đó : $\dfrac{1}{(x+1)\left(4x^2+8x+3\right)} = \dfrac{1}{(x+1)(2x+1)(2x+3)} = \dfrac{-1}{x+1} + \dfrac{1}{2x+1} + \dfrac{1}{2x+3}$

$$K = \int_0^1 \left(\frac{-1}{x+1} + \frac{1}{2x+1} + \frac{1}{2x+3}\right)dx = \left(-\ln|x+1| + \frac{1}{2}\ln|2x+1| + \frac{1}{2}\ln|2x+3|\right)\Big|_0^1 = \frac{1}{2}\ln\frac{15}{3} - \ln 2$$

Vậy $I = \dfrac{15}{8}\ln 15 - \dfrac{3}{2}\ln 3 - 4\ln 2$

Qua các làm thông thường này , ta thấy được việc chọn C = 2 thì cách làm đơn giản và dễ dàng hơn rất nhiều.

A	Sai vì nhầm chọn $a=15, b=-3, c=-4 \Rightarrow S=8$

41. **Bước 1.** Bình phương biểu thức hàm số, đặt ẩn phụ và tìm điều kiện ẩn phụ. **Bước 2.** Tìm Min – Max rồi kết luận.

Ta có $f(x) \geq 0, \forall x \in \mathbb{R}$ do đó bình phương hai lên ta có:

$f^2(x) = 2 + \sin x + \cos x + 2\sqrt{1+\sin x}\sqrt{1+\cos x} = 2 + \sin x + \cos x + 2\sqrt{1+\sin x+\cos x+\sin x\cos x}$

Đặt $t = \sin x + \cos x \Rightarrow \sin x\cos x = \dfrac{t^2-1}{2}$ và có $t \in \left[-\sqrt{2};\sqrt{2}\right]$.

Xét hàm số $F(t) = 2 + t + 2\sqrt{1+\dfrac{t^2-1}{2}+t} = 2 + t + \sqrt{2}\left|t+1\right|$. Ta có bảng biến thiên sau:

t	$-\sqrt{2}$		-1		$\sqrt{2}$
$F'(t)$		$-$	||	$+$	
$F(t)$	$4-2\sqrt{2}$	$\searrow$	1	$\nearrow$	$4+2\sqrt{2}$

A	Sai khi kết luận $M = 4+2\sqrt{2}, m = 4-2\sqrt{2}$.	B	Sai vì chưa khai căn.

42. Lưu ý một số phương pháp giải phương trình , bất phương trình logarit:

1. Phương pháp biến đổi đưa về cùng cơ số.

2.Phương pháp đặt ẩn phụ.

3. Phương pháp logarit hoá.

Trong bài toán này ta sử dụng phương pháp logarit hoá.

Khi $x > 1$:

$\left(\log_{25} x\right)^{\log_9 x} \leq 1 \Leftrightarrow \ln\left[\left(\log_{25} x\right)^{\log_9 x}\right] \leq \ln 1 \Leftrightarrow \log_9 x.\ln\left(\log_{25} x\right) \leq 0 \Leftrightarrow \ln\left(\log_{25} x\right) \leq 0$

$\Leftrightarrow \log_{25} x \leq 1 \Leftrightarrow 1 < x \leq 25$

Tổng các nghiệm nguyên là: $S = 2+3+4+.....+25 = 324$

A	Sai vì nhầm tính thêm nghiệm $x = 1 \Rightarrow S = 325$	C	Sai vì không tính nghiệm $x = 25 \Rightarrow S = 299$	D	Sai vì không tính nghiệm $x = 25$, và dư nghiệm $x = 1 \Rightarrow S = 300$

43. **Bước 1:** tính đạo hàm và dùng phương pháp cô lập m để khảo sát hàm kết hợp đổi biến

Bước 2: dựa vào điều kiện của biến mới, biện luận max – min suy ra giá trị m thích hợp.

TXĐ: $D = R$, $y' = m - 3 + (2m+1)\sin x = (2\sin x + 1)m + \sin x - 3$.

Đặt $t = \sin x \in [-1;1]$ ta có $y' = (2t+1)m + t - 3$.

- Khi $2t+1 = 0 \Rightarrow t = -\dfrac{1}{2} \Rightarrow y' = -\dfrac{7}{2} \leq 0 \Rightarrow$ HS nghịch biến trên R.

- Khi $-1 \leq t < -\dfrac{1}{2}$, ta có $ycbt \Leftrightarrow y' \leq 0, \forall t \in \left[-1;-\dfrac{1}{2}\right) \Leftrightarrow \mathrm{m} \geq \dfrac{3-t}{2t+1}$.

  Đặt $g_1(t) = \dfrac{3-t}{2t+1} \Rightarrow g_1'(t) = \dfrac{-7}{(2t+1)^2} < 0 \Rightarrow m \geq \max g_1(t) = g_1(t) = g(-1) = -4$.

- Khi $-\dfrac{1}{2} < t \leq 1$ ta có $ycbt \Leftrightarrow y' \leq 0, \forall t \in \left[-1;-\dfrac{1}{2}\right) \Leftrightarrow \mathrm{m} \leq \dfrac{3-t}{2t+1}$.

Đặt $g_1(t)=\dfrac{3-t}{2t+1}\Rightarrow g_1'(t)=\dfrac{-7}{(2t+1)^2}<0\Rightarrow m\ge \min g_1(t)=g_1(t)=g(1)=\dfrac{2}{3}$.

Do đó từ các trường hợp trên ta kết luận $-4\le m\le\dfrac{2}{3}$.

44. **Bước 1:** Ta có thể tích $V=V_{Tru}+2V_{nua\ cau}=V_{Tru}+V_{cau}=\pi r^2h+\frac{4}{3}\pi r^3$ (biểu thức cho ta quan hệ giữa 2 biến r,h thông qua thể tích V. **Bước 2:** yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow S_{xq}=S_{xq_{tru}}+S_{xqcau}=2\pi rh+4\pi r^2$ (tính h theo r) và xét hàm tìm min của S. (Lưu ý $h\ge 0$)

$$V=V_{Tru}+2V_{nua\ cau}=V_{Tru}+V_{cau}=\pi r^2h+\frac{4}{3}\pi r^3\Rightarrow h=\frac{V-\frac{4}{3}\pi r^3}{\pi r^2}=\frac{V}{\pi r^2}-\frac{4r}{3}.$$

$$ycbt\Leftrightarrow S_{xq}=S_{xq_{tru}}+S_{xqcau}=2\pi rh+4\pi r^2=2\pi r(h+2r)=\frac{2V}{r}-\frac{4}{3}\pi r^2.$$

Xét hàm số $f(r)=\dfrac{2V}{r}-\dfrac{4}{3}\pi r^2\Rightarrow f'(r)=\dfrac{-2V}{r^2}-\dfrac{8}{3}\pi r\xrightarrow{f'(r)=0}r=\sqrt[3]{\dfrac{3V}{4\pi}}$.

Lập bảng biến thiên ta suy ra $\min S=\min f(r)=f\left(\sqrt[3]{\dfrac{3V}{4\pi}}\right)$. Khi đó $h=0$.

B	Sai vì nhầm công thức tính thể tích khối trụ thành tính diện tích xung quanh.
C	Sai vì nhầm công thức tính diện tích xung quanh khối cầu thành khối nón.

45. $y'=25^x-4.15^x+3.9^x$, phương trình $y'=0$ có 2 nghiệm phân biệt.

46. Giao điểm của đường cao và mặt phẳng (α) là đỉnh của hình chóp, có tọa độ $\left(\frac{139}{78};\frac{21}{26};\frac{7}{6}\right)$. VTCP của đường cao cũng là VTPT của mặt đáy, từ đó viết được phương trình mặt đáy là $4x-3y+3z-15=0$.

A	Tính thể tích không chia cho độ lớn VTPT, và cũng không chia 3.	B	Tính thể tích không chia cho độ lớn VTPT.	C	Tính thể tích không chia 3.

47. **Bước 1:** Gọi số phức $z=x+yi,(x,y\in\mathbb{R})$ có điểm biểu diễn là $M(x;y)$

Bước 2: Từ hình vẽ đề bài cho, ta xác định được phần gạch chéo trên hình giới hạn bởi hai đường tròn và đường thẳng. Từ đó ta suy ra được điều kiện của số phức z.

Gọi số phức $z=x+yi,(x,y\in\mathbb{R})$ có điểm biểu diễn là $M(x;y)$. Từ hình vẽ ta thấy phần gạch chéo giới hạn xung quanh bởi hai đường tròn có tâm là O, bán kính lần lượt là và 2 và đường thẳng $y=-\dfrac{1}{2}$.

A, C	Sai vì $1\le\lvert z\rvert\le 4$ suy ra giới hạn bởi đường tròn có bán kính là 16
D	Sai vì phần ảo của z nhỏ hơn hoặc bằng $-\dfrac{1}{2}$

48. **Bước 1.** Tìm điều kiện giữa m và c. **Bước 2.** Giải phương trình tọa độ giao điểm. **Bước 3.** Áp dụng công thức tính tích diện tích bằng tích phân.

Đồ thị hàm số $y=mx+c$ đi qua điểm $(-1;0)$ nên $0=-m+c\Rightarrow m=c$.

Phương trình hoành độ giao điểm là: $mx+m=-x^2+2x+3\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=-1\\x=3-m\end{array}\right.$.

Hoành độ giao điểm thứ hai của hai đồ thị là $x = 3 - m$.

Do diện tích phần tô đậm bằng $\frac{9}{2}$ nên ta có phương trình:

$$\int_{-1}^{3-m} \left[-x^2 + (2-m)x + 3 - m\right]dx = \frac{9}{2} \Leftrightarrow \left[\frac{-x^3}{3} + \frac{(2-m)x^2}{2} + (3-m)x\right]_{-1}^{3-m} = \frac{9}{2}$$

$$\Leftrightarrow \left[\frac{-(3-m)^3}{3} + \frac{(2-m)(3-m)^2}{2} + (3-m)^2\right] - \left[\frac{1}{3} + \frac{(2-m)}{2} + m - 3\right] = \frac{9}{2}$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{6}\left(-m^3 + 12m^2 - 45m + 54\right) - \left(\frac{-10+3m}{6}\right) = \frac{9}{2} \Leftrightarrow -m^3 + 12m^2 - 48m + 37 = 0 \Leftrightarrow m = 1$$

49. **Bước 1**. Tính đạo hàm y' cho $y' = 0$. **Bước 2**. Tìm điều kiện để đồ thị hàm số có 3 cực trị và tìm toạ độ các điểm cực trị của đồ thị hàm số. **Bước 3**. Xử lý yêu cầu bài toán.

Tập xác định: $D = \mathbb{R}$. $y' = 4x^3 - 4(m^2 - m + 1)x$; $y' = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x_2 = 0 \\ x_3 = \sqrt{m^2 - m + 1} \\ x_1 = -\sqrt{m^2 - m + 1} \end{array}\right.$ $(x_1 < x_2 < x_3)$

Vì hệ số $a = 1 > 0$ nên hàm số đạt cực tiểu tại x_1, x_3 (hoặc lập BBT)

Khoảng cách giữa các điểm cực tiểu: $d = 2\sqrt{m^2 - m + 1} = 2\sqrt{\left(m - \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{3}{4}}$

$\Rightarrow \min d = \sqrt{3} \Leftrightarrow m - \frac{1}{2} = 0 \Leftrightarrow m = \frac{1}{2}$. Vậy $S = 3^{\frac{1}{2}} + 2017 + 2.\frac{1}{2} = 2019{,}732051 \approx 2020$.

50. **Bước 1.** Diện tích lá bèo tăng theo thời gian. **Bước 2.** Diện tích cả mặt hồ. **Bước 3.** Tính thời gian khi diện tích bèo bằng nửa diện tích mặt hồ.

Gọi $a > 0$ là diện tích lá bèo đầu tiên. Khi đó cứ sau 50 phút thì diện tích bèo tăng 8 lần. Do đó diện tích bèo ở thời điểm t (phút) chính là hàm mũ: $a.8^{\frac{t}{50}}$.

Vậy sau 15 giờ thì diện tích là: $a.8^{\frac{15\times60}{50}} = a.8^{18}$.

Thời điểm khi diện tích bèo bằng nửa diện tích mặt hồ là nghiệm của phương trình:

$a.8^{\frac{t}{50}} = \frac{1}{2}a.8^{18} \Leftrightarrow 8^{\frac{t}{50}} = \frac{8^{18}}{2} \Leftrightarrow t = \frac{2650}{3}$ phút. Vậy là $\frac{265}{18}$ giờ.

A	Sai vì chưa đổi ra giờ.	B	Sai vì chưa nhân 50 phút.	D	Sai vì tính sai diện tích cả mặt hồ $a.8^{15}$

ĐÁP ÁN ĐỀ 6

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
A	D	B	C	D	A	C	B	A	C
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
C	A	B	B	D	C	A	A	A	D
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
B	A	D	C	D	A	B	D	D	A
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
B	A	C	C	B	C	D	D	A	C
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
B	B	D	B	C	B	A	C	D	A

1. $\lim\limits_{x\to+\infty} y = a \in \mathbb{R} \Rightarrow y = a$ là 1 đường tiệm cận ngang.

$\lim\limits_{x\to-\infty} y = +\infty$ nên ta không kết luận được về tiệm cận ngang và đứng.

$\lim\limits_{x\to x_0^-} y = +\infty \Rightarrow x = x_0$ là tiệm cận đứng.

2. 2 nguyên hàm cơ bản: $\int a^{mx+n}dx = \dfrac{a^{mx+n}}{m\ln a}$ và $\int bxdx = \dfrac{bx^2}{2}$.

A	Sai nguyên hàm hàm mũ.	B	Tính toán sai ở cận 0.	C	Sai nguyên hàm hàm mũ và tính toán sai ở cận 0.

3. Một vectơ chỉ phương của d là $\overrightarrow{u_2} = (3;1;1)$.

A	chọn nhầm vị trí điểm đi qua.	C, D	nhìn nhầm vị trí.

4. Dựa vào bảng xét dấu ta có: $\begin{cases} f'(-1) = 0 \\ f''(-1) < 0 \end{cases}$ và $\begin{cases} f'(1) = 0 \\ f''(1) > 0 \end{cases}$.

Do đó $x = -1$ là cực đại của hàm số và $x = 1$ là cực tiểu của hàm số.

A	Sai vì học sinh nhìn $f''(x)$ có một số 0 khi đó sẽ nhận thấy có 1 cực trị.	B	Sai vì nhận biết nhầm $f''(x_0) < 0$ thì x_0 là cực tiểu.	D	Nhầm giá trị nhỏ nhất với giá trị cực tiểu.

5. A sai vì khối chóp S.ABCD sẽ được chia thành 1 khối chóp nhỏ hơn và 1 khối chóp cụt. B là phản ví dụ của C và ngược lại.

A	Chia thành 1 khối chóp cụt và 1 khối chóp.	B	Có thể chia thành 2 khối chóp tam giác.	C	Có thể chia thành 2 khối chóp tứ giác.

6. Dựa vào công thức tính thể tích khối lăng trụ, suy ra A đúng.

7. $F(x) = \int f(x)dx = \dfrac{x + \dfrac{2^{3x}}{3\ln 2}}{2} = \dfrac{3x\ln 2 + 2^{3x}}{6\ln 2} + C$.

Cách khác: Các em có thể dùng MTCT để tính đạo hàm $F'(x_0)$ so sánh với $f(x_0)$. Ở đây ta có thể chọn $x_o = 2$

A	Sai vì nhớ nhầm công thức của e^x.	B	Sai vì quên hệ số $\dfrac{1}{3}$.

8. $z = 5 - 4i$. Vậy phần thực bằng 5 và phần ảo bằng -4.

A	nhầm phần ảo là $-4i$.	C	nhầm phần ảo là $4i$	D	nhầm phần thực và phần ảo.

9. Công thức mệnh đề A sai vì $a^x = b \Leftrightarrow x = \log_a b$.

10. (S) $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2 = 4$ có bán kính là 2.

(Q) $(2x-3)^2 + (2y+5)^2 + (7-2z)^2 = 16 \Leftrightarrow \left(x - \frac{3}{2}\right)^2 + \left(y + \frac{5}{2}\right)^2 + \left(\frac{7}{2} - z\right)^2 = 4$ có bán kính là 2.

(R) $x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y - 6z + 10 = 0$ có bán kính $\sqrt{1^2 + 2^2 + 3^2 - 10} = 2$.

(T) $x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 8y + 4z + 5 = 0$ có bán kính $\sqrt{1^2 + 4^2 + 2^2 - 5} = 4$.

A	Sai vì xem các phương trình còn lại không phải là PT mặt cầu.	B	Sai vì xem (2) không phải là phương trình mặt cầu.	D	Sai vì tính bán kính ra 4 mà tưởng chưa khai căn.

11. **Bước 1:** Vận dụng công thức $(uv)' = u'v + uv'$ và $\left(e^u\right)' = u'.e^u$ để tính đạo hàm. **Bước 2:** Tính xy' rồi xem mối quan hệ.

Ta có $y' = e^{-\frac{x^2}{2}} - x^2 e^{-\frac{x^2}{2}} = \left(1 - x^2\right)e^{-\frac{x^2}{2}} \Rightarrow xy' = \left(1 - x^2\right)y$.

Cách khác: Dùng MTCT thử tại $x = 1$ loại được A, B. Thử tiếp tại $x = -1$ ta loại được A, D. Suy ra còn C.

A	Nhầm công thức $(uv)' = u'v - uv'$	D	Nhầm công thức $(uv)' = u'v'$.

12. **Bước 1:** Nhận xét khi hàm số $y = f(x)$ xác định và liên tục trên $[a;b]$ thì hàm số $y = f(x)$ có giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất trên $[a;b]$.

Bước 2: Chú ý rằng 4 kết luận A, B, C, D chỉ kết luận trên tập $[a;b)$.

Hàm $y = f(x)$ liên tục và đồng biến trên $[a;b)$ nên ta có $f(a) \le f(x) < f(b), \forall x \in [a;b)$. Suy ra trên nửa đoạn $[a;b)$: hàm số có giá trị nhỏ nhất là $f(a)$, nhưng không có giá trị lớn nhất.

13. Ta có $\int\limits_1^m (2x-6)dx = \left(x^2 - 6x\right)\Big|_1^m = \left(m^2 - 6m\right) - (1-6) = m^2 - 6m + 5$.

Theo bài ra, có $m^2 - 6m + 5 = -\frac{231}{100} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m_1 = \frac{43}{10} \\ m_2 = \frac{17}{10} \end{array}\right.$. Do đó ta có $2m_1 - 3m_2 = \frac{7}{2}$

14. Khi giải bất phương trình logarit chú ý đặt điều kiện và cơ số lớn hơn hay nhỏ hơn 1.

Điều kiện: $3x - 1 > 0 \Leftrightarrow x > \frac{1}{3}$; $\log_{\frac{1}{2}}(3x-1) > 3 \Leftrightarrow 3x - 1 < \frac{1}{8} \Leftrightarrow x < \frac{3}{8}$.

Kết hợp điều kiện suy ra nghiệm của bất phương trình là $\frac{1}{3} < x < \frac{3}{8}$.

Cách khác: Có thể sử dụng MTCT để giải nhanh bài toán này. Nhập MODE + 7 (TABLE)

Nhập $f(X)=\log_{\frac{1}{2}}(3X-1)-3 \longrightarrow \begin{cases} Start: X=\dfrac{1}{3} \\ End: X=\dfrac{5}{8} \\ Step: X=\dfrac{1}{15}\left(\dfrac{5}{8}-\dfrac{1}{3}\right) \end{cases} \Rightarrow f(x)>0, \forall x\in\left(\dfrac{1}{3};\dfrac{3}{8}\right).$

A	quên kết hợp điều kiện.	C	$\log_{\frac{1}{2}}(3x-1)>3 \Leftrightarrow 3x-1>\frac{1}{8} \Leftrightarrow x>\frac{3}{8}$.	D	Nhiễu đáp án nếu thử đáp án lên

15. $y'=x^2+mx-2m^2$, $\Delta=9m^2>0$ $(\forall m\neq 0)$ suy ra hàm số có cực đại và cực tiểu. Ngoài ra $\frac{c}{a}=-2m^2<0$ nên hai điểm cực trị trái dấu.

A	nhầm $m^2>0 \Leftrightarrow m<0$.	B	nhầm $m^2>0 \Leftrightarrow m>0$.	C	sai khi dùng định lý Viette.

16. Đưa z_2 về số phức liên hợp rồi tiến hành tính toán.

Ta có $\overline{z_2}=-3+2i$. Từ đó tính $w=i(2+3i)+(1+i)(-3+2i)=-8+i$. Vậy $|w|=\sqrt{65}$.

A	đưa z_2 về số phức liên hợp là $3-2i$.	B	Chưa khai căn khi tính môđun	D	quên đưa z_2 về số phức liên hợp.

17. $\log_{\sqrt{a}} b^2-3\log_{a^3} b^5=4\log_a b-\frac{3}{3}.5\log_a b=-\log_a b=-m$.

Cách khác: Có thể thử lại với $a=b=2 \Rightarrow m=1$. Khi đó $\log_{\sqrt{a}} b^2-3\log_{a^3} b^5=-1=-m$. Ta chọn được đáp án A.

B	$\log_{\sqrt{a}} b^2-3\log_{a^3} b^5=\frac{1}{2}.2\log_a b-\frac{3}{3}.5\log_a b=-4\log_a b=-4m$.

18. **Bước 1:** Khối nón có bán kính đáy $r=a$, đường cao $h=a\sqrt{3}$.

Bước 2: Áp dụng công thức tính thể tích khối nón $V=\frac{1}{3}.\pi.r^2.h$.

Tính nhanh $V=\frac{1}{3}.\pi.r^2.h=\frac{1}{3}.\pi.a^2.a\sqrt{3}=\frac{a^3\pi\sqrt{3}}{3}$.

B	Sai công thức thể tích $V=\pi.r^2.h$	C	Sai độ dài đường cao $h=\frac{a\sqrt{3}}{2}$	D	Sai công thức $V=\frac{1}{3}.\pi.r^2.l$

19. Dựa vào đồ thị nhận ra điều kiện $\left[\begin{array}{l} m+1=1 \\ m+1>2 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m=0 \\ m>1 \end{array}\right.$.

B	chỉ thấy điều kiện: $m+1>2 \Leftrightarrow m>1$	C	nhầm $m+1=3 \Leftrightarrow m=2$.	D	nhầm $\left[\begin{array}{l} m=1 \\ m>2 \end{array}\right.$.

20. VTCP của đường thẳng phải vuông góc với VTPT của mặt phẳng (kiểm tra bằng tích vô hướng), đồng thời một điểm bất kì nằm trên đường thẳng (chọn điểm gốc) phải nằm trên mặt phẳng.

A	Điểm gốc thỏa, VTCP lấy nhầm là VTPT của mặt phẳng.	B	VTCP thỏa, điểm gốc không thỏa.	C	Điểm gốc thỏa, VTCP không thỏa.

21. $y=-2x^4+2017$. Tập xác định: $D=\mathbb{R}$. Ta có: $y'=-8x^3$; $y'=0 \Leftrightarrow -8x^3=0 \Leftrightarrow x=0$

x	$-\infty$ 0 $+\infty$
y'	$+$ 0 $-$
y	↗ ↘

Vậy hàm số nghịch biến trên khoảng $(0;+\infty)$.

A	Sai vì nhầm $y' \le 0, \forall x \in \mathbb{R}$.	D	Sai vì chọn nhầm qua đồng biến.

22. **Bước 1:** Gọi tọa độ tâm $I(0;a;0)$. **Bước 2:** Giải phương trình $IA = IB \Rightarrow a \Rightarrow I$.

$IA = IB \Leftrightarrow (-1-0)^2 + (-4-a)^2 + (2-0)^2 = (-1-0)^2 + (0-a)^2 + (-2-0)^2 \Leftrightarrow -2a = 4 \Leftrightarrow I(0;-2;0)$.

B	Nhầm I là trung điểm AB.	C	Hiểu sai tâm I thuộc trục Oy, suy ra $I(0;1;0)$.	D	$2a = 4 \Leftrightarrow a = 2 \Leftrightarrow I(0;2;0)$.

23. $pt \Leftrightarrow \left(\dfrac{2+\sqrt{3}}{2-\sqrt{3}}\right)^{2x} - \dfrac{3}{\left(2-\sqrt{3}\right)^{2x}} + 2 = 0 \Leftrightarrow \left(2+\sqrt{3}\right)^{4x} - 3\left(2+\sqrt{3}\right)^{2x} + 2 = 0$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \left(2+\sqrt{3}\right)^{2x} = 1 \\ \left(2+\sqrt{3}\right)^{2x} = 1 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x_1 = 0 \\ x_2 = \log_{2+\sqrt{3}} \sqrt{2} \end{array}\right.$$

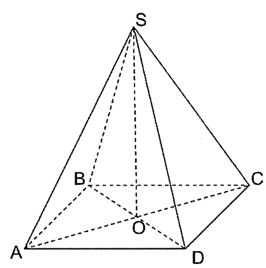
Suy ra $\left(2+\sqrt{3}\right)^{x_1} + \left(2+\sqrt{3}\right)^{x_2} = 1 + \sqrt{2}$.

A	Tính sai $\left(2+\sqrt{3}\right)^{\frac{1}{2}\log_{2+\sqrt{3}} 2} = 2$.
B	Học sinh nhầm $\left(2-\sqrt{3}\right)^{x_1} . \left(2+\sqrt{3}\right)^{x_2} = \left(2-\sqrt{3}\right)\left(2+\sqrt{3}\right) = 1$.
C	Tính sai $\left(2+\sqrt{3}\right)^{\frac{1}{2}\log_{2+\sqrt{3}} 2} = \dfrac{1}{2}$.

24. Sử dụng các kiến thức về tập xác định của hàm lũy thừa để tìm nhanh tập xác định của hàm số.

Các hàm số (1) (3) (5) có tập xác định là $D = (2;+\infty)$; các hàm số (2) (4) có tập xác định là $\mathbb{R} \setminus \{2\}$; hàm số (6) có tập xác định là $\mathbb{R}$.

25. $AC = a \Rightarrow AO = \dfrac{a}{2}; AB = \dfrac{a\sqrt{2}}{2} \Rightarrow SO = \dfrac{a}{2} \Rightarrow V = \dfrac{1}{3}.AB^2.SO = \dfrac{a^3}{12}$.

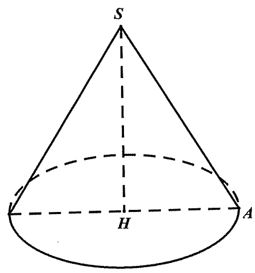


A	Nhầm cạnh $AB = a; AC = a\sqrt{2}; SO = \dfrac{a\sqrt{2}}{2}; V = \dfrac{1}{3}.AB^2.SO = \dfrac{a^3\sqrt{2}}{6}$.
B	Sai công thức thể tích $V = AB^2.SO = \dfrac{a^3}{4}$.
C	Nhầm cạnh $AB = a$ và sai công thức thể tích $V = AB^2.SO = \dfrac{a^3\sqrt{2}}{2}$

26. ĐKXĐ: $\begin{cases} x^{81} > 0 \\ \log_2 x^{81} > 0 \\ \log_3\left(\log_2 x^{81}\right) > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 0 \\ x > 1 \\ x^{81} > 2 \end{cases} \Leftrightarrow x > \sqrt[81]{2}$.

Ta có bpt $\Leftrightarrow \log_3\left(\log_2 x^{81}\right) < 4 \Leftrightarrow \log_2 x^{81} < 81 \Leftrightarrow \sqrt[81]{2} < x < 2$.

27. Xét bài toán tổng quát, đặt bán kính của miếng tôn là $a = 50cm$



Gọi bán kính đáy và chiều cao của hình nón lần lượt là $x, y\left(x, y > 0\right)$. Ta có $SA = \sqrt{SH^2 + AH^2} = \sqrt{x^2 + y^2}$

Khi đó diện tích toàn phần của hình nón là $S_{tp} = \pi x^2 + \pi x\sqrt{x^2 + y^2}$

Theo giả thiết ta có $\pi x^2 + \pi x\sqrt{x^2 + y^2} = \pi a^2 \Leftrightarrow x\sqrt{x^2 + y^2} + x^2 = a^2$

$$\Leftrightarrow x\sqrt{x^2 + y^2} = a^2 - x^2 \Leftrightarrow x^2\left(x^2 + y^2\right) = a^4 + x^4 - 2a^2x^2, \left(DK : x < a\right) \Leftrightarrow x^2 = \frac{a^4}{y^2 + 2a^2}$$

Khi đó thể tích khối nón là $V = \frac{1}{3}\pi.\frac{a^4}{y^2 + 2a^2}.y = \frac{1}{3}\pi a^4.\frac{y}{y^2 + 2a^2}$.

V đạt giá trị lớn nhất khi và chỉ khi $\frac{y^2 + 2a^2}{y}$ đạt giá trị nhỏ nhất. Ta có

$$\frac{y^2 + 2a^2}{y} = y + \frac{2a^2}{y} \geq 2\sqrt{y.\frac{2a^2}{y}} = 2\sqrt{2}a$$

Vậy V đạt giá trị lớn nhất khi và chỉ khi $y = \frac{2a^2}{y}$, tức là $y = a\sqrt{2} \Rightarrow \boxed{x = \frac{a}{2}} = 25cm$.

28. $z = \left(\sqrt{3} + 1\right)^4 - \left(\sqrt{3} + 1\right)^4.1 + \left(1.i\right)^5 = i$, mà 2017 chia 4 dư 1 nên $i^{2017} = i$.

A	Nhầm với trường hợp chia hết cho 4.	B	Nhầm với trường hợp chia 4 dư 2.	C	Nhầm với trường hợp chia 4 dư 3.

29. $y = \frac{mx^2 - \left(m^2 + 2\right)x + 2m}{x^2 - m^2} = \frac{\left(x - m\right)\left(mx - 2\right)}{\left(x - m\right)\left(x + m\right)} = \frac{mx - 2}{x + m}$. Tính các giới hạn và suy ra đồ thị hàm số có 1 tiệm cận đứng là $x = -m$ và 1 tiệm cận ngang là $y = m$.

Suy ra giao điểm 2 đường tiệm cận $I\left(-m; m\right)$.

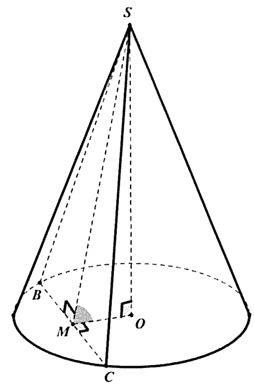
A	Học sinh xem đường thẳng $x = m$ cũng là 1 tiệm cận đứng.	C	Sai phương trình đường thẳng chứa giao điểm 2 tiệm cận.

30. **Bước 1:** Gọi M là trung điểm dây cung BC. Chứng minh được $BC \perp \left(SMO\right)$. Suy ra $BC \perp SM \Rightarrow S_{\Delta SBC} = \frac{1}{2}SM.BC$.

Bước 2: Chứng minh được góc giữa mặt (SBC) và đáy bằng góc $\widehat{SMO} = 60^0$. Suy ra độ dài $SM = \frac{SO}{\sin 60^0}; OM = \frac{SO}{\tan 60^0}$.

Bước 3: Tính được $S_{\Delta SBC}=\frac{1}{2}.\frac{SO}{\sin 60^0}.2MC=\frac{SO}{\sin 60^0}.\sqrt{r^2-OM^2}=\frac{h}{\sin 60^0}.\sqrt{r^2-\frac{h^2}{\tan^2 60^0}}$.

Thiết diện qua trục là tam giác vuông cân cạnh huyền bằng $2a\sqrt{2}$. Suy ra hình nón có đường sinh $l=\frac{2a\sqrt{2}}{\sqrt{2}}=2a$, đường cao $h=r=a\sqrt{2}$.



Gọi M là trung điểm BC. Ta có: $\begin{cases} BC\perp OM \\ BC\perp SM \end{cases}\Rightarrow BC\perp (SMO)\Rightarrow BC\perp SM$.

Góc giữa mặt (SBC) và đáy bằng góc $\widehat{SMO}=60^0$. Suy ra $SM=\frac{h}{\sin 60^0};OM=\frac{h}{\tan 60^0}$.

Diện tích cần tính:

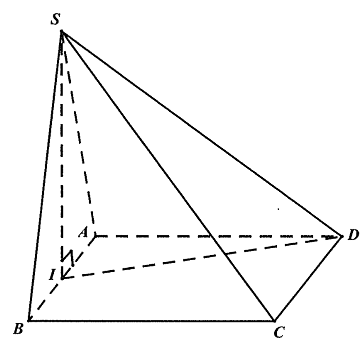
$$S_{\Delta SBC}=\frac{1}{2}.SM.BC=\frac{1}{2}.\frac{SO}{\sin 60^0}.2MC=\frac{SO}{\sin 60^0}.\sqrt{r^2-OM^2}$$

$$=\frac{SO}{\sin 60^0}.\sqrt{r^2-\left(\frac{SO}{\tan 60^0}\right)^2}=\frac{h}{\sin 60^0}.\sqrt{r^2-\frac{h^2}{\tan^2 60^0}}=\frac{4a^2\sqrt{2}}{3}.$$

B	Sai bán công thức diện tích $S_{\Delta SBC}=SM.BC=\frac{8a^2\sqrt{2}}{3}$.	C	Nhầm diện tích của tam giác thiết diện qua trục $S_{\Delta SBC}=\frac{1}{2}\left(2a\sqrt{2}\right)^2=2a^2\sqrt{2}$

31. Gọi I là trung điểm của AB. Ta có SI ⊥ (ABCD)

Hình chóp $SABC$ có mặt bên (SAB) vuông góc với mặt đáy (ABC).



Gọi R là bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $SABC$, khi đó ta có $R=\sqrt{R_{day}^2+R_{mb}{}^2-\left(\frac{d}{2}\right)^2}$ với R_{day} là bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC. Vì tam giác ABC vuông tại B nên $R_{day}=\frac{AC}{2}=\frac{a\sqrt{2}}{2}$

d là đoạn giao tuyến của hai mặt phẳng (SAB) và (ABC) nên ta có $d=AB=a$

R_{mb} là bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác SAB. Ta tính R_{mb} dựa vào công thức sau:

$S_{SAB}=\frac{SA.SB.AB}{4R_{mb}}$; $ID=\sqrt{AI^2+AD^2}=\frac{a\sqrt{5}}{2}$, $SI=\sqrt{SD^2-ID^2}=2a$.

$S_{SAB}=\frac{1}{2}SI.AB=\frac{1}{2}2a.a=a^2;SA=SB=\sqrt{SI^2+IA^2}=\frac{\sqrt{17}}{2}a$.

Ta có $S_{SAB}=\frac{SA.SB.AB}{4R_{mb}}\Leftrightarrow a^2=\frac{\frac{\sqrt{17}}{2}a.\frac{\sqrt{17}}{2}a.a}{4R_{mb}}\Rightarrow R_{mb}=\frac{17}{16}a$.

Vậy $R=\sqrt{R_{day}^2+R_{mb}{}^2-\left(\frac{d}{2}\right)^2}=\sqrt{\left(\frac{17a}{16}\right)^2+\left(\frac{\sqrt{2}a}{2}\right)^2-\left(\frac{a}{2}\right)^2}=\frac{a\sqrt{353}}{16}$.

32. **Bước 1:** Công thức nghiệm của z_1, z_2. **Bước 2:** Tính $z_1^2 - z_2 \Rightarrow$ Phần ảo là tung độ điểm M.

$z^2 - 2mz + m^2 + 1 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} z_1 = m - i \\ z_2 = m + i \end{array}\right.$; $z_1^2 - z_2 = (m-i)^2 - (m+i) = m^2 - m - 1 - (1+2m)i$.

Phần ảo: $-(1+2m)$

B	Nhầm $1+2m$	C	Nhầm $-(1+2m)i$	D	Nhầm $(1+2m)i$

33. **Bước 1:** Tính tích phân bằng phương pháp từng phần. **Bước 2:** Tính tích S.

Đặt $\begin{cases} u = x \\ dv = (1+\cos x)dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = dx \\ v = x + \sin x \end{cases}$.

Ta được $I = \left[x(x+\sin x)\right]_0^\pi - \int_0^\pi (x+\sin x)dx = \pi^2 - \left(\frac{x^2}{2} - \cos x\right)\Big|_0^\pi = \frac{\pi^2}{2} - 2$. Vậy $a = \frac{1}{2}, b = -2$. Suy ra $S = -1$.

Cách khác: Sử dụng MTCT tính $\int_0^\pi x(1+\cos x)dx \approx 2,9348 \xrightarrow{SHIFT+RCL+A} A = a\pi^2 + b \Rightarrow a = \frac{A-b}{\pi^2}$

Xét $a = f(X = b) = \frac{A-X}{\pi^2} \longrightarrow \begin{cases} Start: X = -8 \\ End: X = 8 \\ Step: X = 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} X = -2 = b \\ f(-2) = \frac{1}{2} = a \end{cases}$

A	Sai vì sai nguyên hàm của sin, từ đó $I = \pi^2 - \left(\frac{x^2}{2} + \cos x\right)\Big|_0^\pi = \frac{\pi^2}{2} + 2$.

34. **Bước 1:** Dựa vào biểu thức tìm z. **Bước 2:** Thay vào tìm w. Rồi tính $|w|$.

$(2+i)z + \frac{2(3-2i)}{2+3i} = 3i + 2 \Leftrightarrow z = \frac{9+8i}{5}$. Suy ra $\overline{z} = \frac{9-8i}{5}$. Tính $w = \frac{zi}{2i + z} = \frac{2}{9} + \frac{5}{9}i$. Vậy $|w| = \frac{\sqrt{29}}{9}$.

A	Sai vì tính môđun của z.	B	Sai vì chuyển vế quên đổi dấu.

35. Giả sử $d \cap d_2 = N \Rightarrow N(2-3t; 3+2t; 2+5t) \Rightarrow \overrightarrow{MN} = (-3t; 2+2t; 1+5t)$

$d \perp d_1 \Leftrightarrow \overrightarrow{MN} \perp \overrightarrow{u_1}$ (với $\overrightarrow{u_1} = (3;1;1)$ là vtcp của d_1) $\Leftrightarrow \overrightarrow{MN}.\overrightarrow{u_1} = 0$

$\Leftrightarrow -9t + 2 + 2t + 1 + 5t = 0 \Leftrightarrow t = \frac{3}{2}$

d qua M và có vtcp là $\overrightarrow{MN} = \left(-\frac{9}{2}; 5; \frac{17}{2}\right) \Rightarrow d: \begin{cases} x = 2 - \frac{9}{2}m \\ y = 1 + 5m \\ z = 1 + \frac{17}{2}m \end{cases} (m \in \mathbb{R})$

A	Sai vì mới đi qua điểm và vuông góc với d_1	C	Phương án nhiễu thông thường mới chỉ vuông góc d_1 và qua điểm.

36. **Bước 1:** Tìm điều kiện để đồ thị hàm số cắt đường thẳng tại 3 điểm phân biệt.

Bước 2: Tìm điều kiện để $x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 \le 1$.

Phương trình hoành độ giao điểm là: $x^3 - 2x^2 + 4mx + 3 = x + 3$.

$$\Leftrightarrow x^3-2x^2+4mx-x=0 \Leftrightarrow x\left(x^2-2x+4m-1\right)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x_1=0 \\ x^2-2x+4m-1=0(*) \end{array}\right.$$

Để đồ thị hàm số cắt đường thẳng tại 3 điểm phân biệt $(*)$ có hai nghiệm phân biệt khác 0, nghĩa là $\begin{cases} \Delta'>0 \\ 4m-1\neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m<\dfrac{1}{2} \\ m\neq \dfrac{1}{4} \end{cases}$. Khi đó theo định lí Viete ta có: $\begin{cases} x_2+x_3=2 \\ x_2x_3=4m-1 \end{cases}$.

Ta có $x_1^2+x_2^2+x_3^2\le 1 \Leftrightarrow \left(x_2+x_3\right)^2-2x_2x_3\le 1 \Leftrightarrow 4-2(4m-1)\le 1 \Leftrightarrow m\ge \dfrac{5}{8}$.

So sánh điều kiện trên thì không có giá trị m nào thỏa mãn.

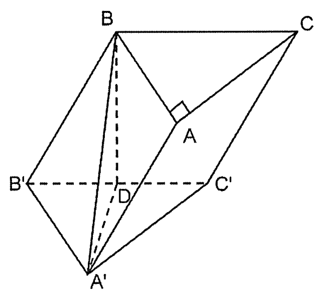
37. $\int\left(e^{ax}x^2\right)dx = e^{ax}\left(\dfrac{x^2}{a}-\dfrac{2x}{a^2}+\dfrac{2}{a^3}\right)+C$, ngoài ra $e^{ax}x^2>0, \forall x>0$ nên nguyên hàm của nó đồng biến trên $(0;+\infty)$.

A	Xét sai tính tăng giảm của nguyên hàm và quên trừ cho $F(0)$.	B	Xét sai tính tăng giảm của nguyên hàm.	C	Quên trừ cho $F(0)$.

38. $B'C'=BC=\sqrt{a^2+4a^2}=a\sqrt{5} \Rightarrow A'D=\dfrac{a\sqrt{5}}{2}$.

$\xrightarrow{(BA';(A'B'C'))=\measuredangle BAD=60^0} BD=\dfrac{a\sqrt{15}}{6}$

$S_{ABC}=\dfrac{1}{2}.a.2a=a^2 \Rightarrow V=BD.S_{ABC}=\dfrac{a^3\sqrt{15}}{6}$.



A	Tính ra $BC=5a$.
B	Học sinh nhầm AB = 2a, AC = 4a
C	Nhầm sang công thức thể tích khối chóp.

39. **Bước 1:** Theo giả thiết, xe dừng hẳn sau 20s : $v(20)=0 \Rightarrow v_o=-20a$. Để tính vận tốc ban đầu ta phải đi tìm gia tốc a. **Bước 2:** Dựa theo ý nghĩa vật lý của đạo hàm thì ta có $S=\int_0^{20} v(t)dt$, tính được S theo a. **Bước 3:** Sử dụng giả thiết quãng đường đề bài cho từ đó tính được a và suy ra v_o

---

$v(20)=0 \Rightarrow v_o=-20a$.

Đồng thời $S=\int_0^{20} v(t)dt=\int_0^{20}\left(v_o+at\right)dt = a\int_0^{20}(-20+t)dt = a\left(-20t+\dfrac{t^2}{2}\right)\Bigg|_0^{20}=-200a$

Ta có $S=120 \Leftrightarrow a=-0,6\left(m/s^2\right) \Rightarrow v_o=12(m/s)$

B	Sai do lấy quãng đường chia thời gian

40. **Bước 1:** Tìm M. **Bước 2:** Tìm vectơ chỉ phương. Rồi viết phương trình đường thẳng.

Xét phương trình $2(2+t)+(1-t)+(2-3t)-1=0 \Leftrightarrow t=3$. Vậy $M(5;-2;-7)$ Đường thẳng Δ vuông góc với d và nằm trong (α) nên $\overrightarrow{a_\Delta}\perp \vec{a}_d, \vec{a}_\Delta \perp \vec{n}_\alpha$. Do đó $\overrightarrow{a_\Delta}=\left[\vec{a}_d,\vec{n}_\alpha\right]=(2;-7;3)$. Vậy phương trình đường thẳng Δ là $\dfrac{x-5}{2}=\dfrac{y+2}{-7}=\dfrac{z+7}{3}$.

D	Lẫn lộn giữa vectơ chỉ phương và điểm đi qua.

41. (I) : Tập xác định $D=(0;+\infty)$. Ta có $y'=\dfrac{1}{x\ln\frac{1}{2}}-\dfrac{1}{(x+1)\ln\frac{1}{2}}=\dfrac{1}{x(x+1)\ln\frac{1}{2}}<0,\forall x\in(0;+\infty)$

Vậy hàm số nghịch biến trên tập các số thực dương.

(II) : $f'(x)=\dfrac{1}{x};f''(x)=-\dfrac{1}{x^2}\Rightarrow f''(e)=-\dfrac{1}{e^2}$

(III) : Hàm số $y=2^{-x}.\left(\dfrac{1}{\sqrt{6}-\sqrt{5}}\right)^x=\left(\dfrac{\sqrt{6}+\sqrt{5}}{2}\right)^x$ đồng biến trên tập xác định vì $\dfrac{\sqrt{6}+\sqrt{5}}{2}>1$

(IV) : $y=\left(\sqrt{11}-\sqrt{10}\right)^x.\left(\sqrt{11}+\sqrt{10}\right)^x=1$ suy ra (IV) sai.

42. $\vec{n}=(1;1;1)$ là một VTPT của (α). Gọi I là trung điểm của $AB\Rightarrow I(5;2;5)$

Ta có $\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}=2\overrightarrow{MI}\Rightarrow\left|\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}\right|=2MI$

$\left|\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}\right|$ đạt giá trị nhỏ nhất $\Leftrightarrow MI$ nhỏ nhất $\Leftrightarrow M$ là hình chiếu của I lên (α)

Gọi Δ là đường thẳng đi qua I và vuông góc (α)

$\Rightarrow\Delta$ đi qua I và nhận $\vec{n}=(1,1,1)$ làm VTCP $\Rightarrow(\Delta):\begin{cases}x=5+t\\y=2+t\\z=5+t\end{cases}$

Gọi M là hình chiếu của I lên $(\alpha)\Rightarrow M=\Delta\cap(\alpha)$

Tọa độ M thỏa : $5+t+2+t+5+t+3=0\Rightarrow t=-5\Rightarrow M(0;-3;0)\Rightarrow P=0$

A	Sai vì chọn nhầm x_M,z_M	C	Sai vì chọn nhầm qua điểm I.

43. Dễ dàng kiểm chứng hàm số có 3 cực trị và hàm số luôn dương trên $\mathbb{R}$.

$y'=8x^3-18m^2x;y'=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x^2=\dfrac{9m^2}{4}\end{array}\right.$.

Hàm số có 2 điểm cực trị $\Leftrightarrow y'=0$ có 3 nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow x^2=\dfrac{9m^2}{4}>0\Leftrightarrow m\neq 0$.

Mặt khác: $y=2x^4-9m^2x^2+11m^4+1=2\left(x^2-\dfrac{9m^2}{4}\right)^2+\dfrac{7m^4}{8}+1>0,\forall m$. Suy ra đồ thị nằm phía trên trục hoành.

A	Xét sai tính đơn điệu.	B, C	Xét sai dấu của hàm số.

44. (I) : Nếu $\log 3=p,\log 5=q$ thì $\log 3=\dfrac{1+q}{p+q}$.

Ta có $\log_{15}30=\dfrac{\log 30}{\log 15}=\dfrac{1+\log 3}{\log 3+\log 5}=\dfrac{1+p}{p+q}$. Suy ra **khẳng định (I) sai.**

(II) : Đồ thị của hai hàm số $y=a^x$ và $y=-\log_a(-x)$ đối xứng nhau qua đường thẳng $y=-x$.

Gọi (G_1) và (G_2) lần lượt là đồ thị của các hàm số $y=a^x$ và $y=-\log_a(-x)$. $M_0(x_0;y_0)$ là một điểm bất kì. Khi đó điểm đối xứng của M qua đường thẳng $y=-x$ là $M'(-y_0;-x_0)$. Ta có

$M \in (G_1) \Leftrightarrow y_0 = a^{x_0} \Leftrightarrow x_0 = \log_a y_0 \Leftrightarrow -x_0 = -\log_a[-(-y_0)] \Rightarrow M' \in (G_2)$

Điều đó chứng tỏ (G_1) và (G_2) đối xứng nhau qua đường thẳng $y=-x$. **Khẳng định (II) đúng.**

(III) : Hàm số $y = \dfrac{2^x - 2^{-x}}{3}$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Tập xác định $D = \mathbb{R}$. Ta có $y' = \dfrac{1}{3}2^x \ln 2 + \dfrac{1}{3}2^{-x}\ln 2 > 0, \forall x \in \mathbb{R}$

Vậy hàm số $y = \dfrac{2^x - 2^{-x}}{3}$ đồng biến trên $\mathbb{R}$. **Khẳng định (III) đúng.**

(IV) : Hàm số $f(x) = e^x + e^{-x}$ có $f^{(2017)}(x) = e^x + e^{-x}$.

Ta có $f'(x) = e^x - e^{-x}, f''(x) = e^x + e^{-x}, f'''(x) = e^x - e^{-x}, \ldots, f^{(2017)}(x) = e^x - e^{-x}$

Vậy khẳng định (IV) sai.

45. **Bước 1:** Tìm điều kiện để hàm số nghịch biến trên $(0;1)$.

Bước 2: Tìm điều kiện để hàm số đồng biến trên $(3;4)$.

Đạo hàm $y' = 3x^2 - 6mx - 2$. Để hàm số nghịch biến trên $(0;1)$ khi và chỉ khi $y' \le 0, \forall x \in (0;1)$

$\Leftrightarrow \dfrac{3x^2-2}{6x} \le m, \forall x \in (0;1) \Leftrightarrow m \ge \dfrac{1}{6}$.

Để hàm số đồng biến trên $(3;4)$ khi và chỉ khi $y' \ge 0, \forall x \in (3;4)$

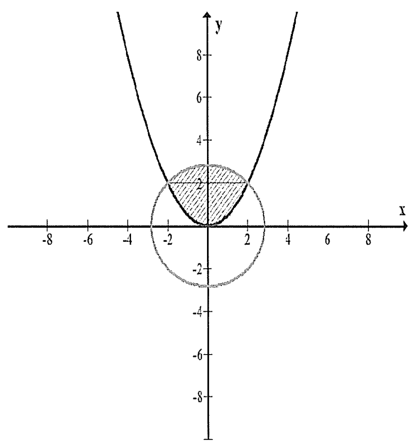
$\Leftrightarrow \dfrac{3x^2-2}{6x} \ge m, \forall x \in (3;4) \Leftrightarrow m \le \dfrac{25}{18}$. Vậy $\dfrac{1}{6} \le m \le \dfrac{25}{18}$.

A	không để ý các đầu mút khi giải.	B	sai điều kiện thứ hai.

46. Phương trình của đường tròn có dạng $x^2 + y^2 = 8$. Nửa đường tròn phía trên trục hoành có phương trình là: $y = \sqrt{8-x^2}$. Diện tích hình tròn là $S = \pi R^2 = 8\pi$

Ta tính diện tích S_1 (Phần gạch chéo trên hình vẽ).

Phương trình hoành độ giao điểm của Parabol và nửa đường tròn phía trên trục hoành là:



$\sqrt{8-x^2} = \dfrac{x^2}{2} \Rightarrow x = \pm 2$

$S_1 = \displaystyle\int_{-2}^{2}\left(\sqrt{8-x^2} - \frac{x^2}{2}\right)dx = 2\int_0^2\left(\sqrt{8-x^2} - \frac{x^2}{2}\right)dx$

Ta có $\displaystyle\int_0^2 -\frac{x^2}{2}dx = -\frac{1}{6}x^3\Big|_0^2 = -\frac{4}{3}$

Đặt $x = 2\sqrt{2}\sin t \Rightarrow dx = 2\sqrt{2}\cos t dt$.

$\displaystyle\int_0^2 \sqrt{8-x^2}dx = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \sqrt{8-8\sin^2 t}\,2\sqrt{2}\cos t dt = 8\int_0^{\frac{\pi}{4}} \cos^2 t dt$

$\displaystyle = 8\int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{1+\cos 2t}{2}dt = 8\left(\frac{1}{2}t + \frac{1}{4}\sin 2t\right)\Big|_0^{\frac{\pi}{4}} = \pi + 2$

Vậy $S_1 = 2\left(\pi + 2 - \frac{4}{3}\right) = 2\pi + \frac{4}{3}$. Ta có $S_2 = S - S_1 = 8\pi - 2\pi - \frac{4}{3} = 6\pi - \frac{4}{3}$, vậy $\frac{S_2}{S_1} = \frac{9\pi - 2}{3\pi + 2}$

A	Sai vì tính sai $\int_0^2 -\frac{x^2}{2}dx = -\frac{1}{4}x^2\Big\|_0^2 = -1$; $S_1 = 2\pi + 2 \Rightarrow S_2 = 6\pi - 2 \Rightarrow \frac{S_2}{S_1} = \frac{3\pi - 1}{\pi + 1}$

47. **Bước 1:** Giả sử tìm được mặt phẳng (α) thỏa đề. Gọi K là hình chiếu vuông góc của điểm M lên mặt phẳng (α). Gọi H là hình chiếu vuông góc của điểm M lên đường thẳng d. Chứng minh được $MH \geq MK$. Suy ra mặt phẳng (α) cần tìm chứa d và vuông góc với MH.

Bước 2: Tìm tọa độ điểm H. Tính độ dài MH là khoảng cách lớn nhất cần tìm.

Với 2 điểm M, K như trên ta có tam giác MHK vuông tại K.

$\Rightarrow MH \geq MK \Rightarrow d\left(M,(\alpha)\right) \leq MH \Rightarrow d\left(M,(\alpha)\right)_{\max} = MH$.

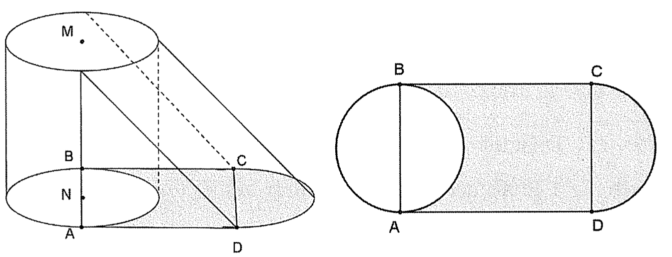
Gọi tọa độ $H(2t;5+3t;-3-2t) \in d \Rightarrow \overrightarrow{MH} = (2t-2;5+3t;-4-2t)$

$\overrightarrow{MH}.\overrightarrow{u_d} = 0 \Leftrightarrow 2.(2t-2) + 3(5+3t) - 2(-4-2t) = 0 \Leftrightarrow t = -\frac{19}{17} \Rightarrow \overrightarrow{MH} = \left(\frac{-72}{17};\frac{28}{17};\frac{-30}{17}\right)$.

$d\left(M,(\alpha)\right)_{\max} = \sqrt{\left(\frac{-72}{17}\right)^2 + \left(\frac{28}{17}\right)^2 + \left(\frac{-30}{17}\right)^2} = 2\sqrt{\frac{101}{17}}$.

B	HS chọn $t = 0 \Rightarrow H(0;5;-3) \Rightarrow MH = 3\sqrt{5}$.	C	HS chọn $t = 1 \Rightarrow MH = 10$.

48. **Bước 1:** Tính bán kính đáy của tháp nước. **Bước 2:** Thiết lập công thức tính diện tích cái bóng của tháp từ số suy ra chiều cao. **Bước 3:** Tính thể tích.



Gọi h là chiều cao của tháp nước. Khi đó $AD = h\cot\alpha$ và $AB = \frac{C}{\pi}$. Xem hình bên ta thấy khi thêm bớt hình bán nguyệt thì diện tích cái bóng của tháp nước chính là diện tích hình chữ nhật $ABCD$.

Vậy ta có: $S = AB.AD \Rightarrow h = \frac{S\pi}{C.\cot\alpha}$.

Suy ra: $V = \pi r^2 h = \pi\left(\frac{C}{2\pi}\right)^2 \frac{S\pi}{C.\cot\alpha} = \frac{CS}{4.\cot\alpha}$.

49. $M = i + i^2 + i^3 + i^4 + ... + i^{2018} = 0 + i^{2017} + i^{2018} = i - 1$.

$N = i - i^2 + i^3 - i^4 + ... - i^{2018} = 0 + i^{2017} - i^{2018} = i + 1$.

A	Nhầm thành $M+N$.	B	Tính thành $N = -i - 1$.	C	Tính sai thành $M = 1, N = -1$.

50. **Bước 1:** Nhận ra phương trình bậc 2 đối với biến số $t=\log_{\frac{1}{2}}(x-2)$. Biến đổi phương trình theo t, tìm điều kiện ẩn phụ $t>-1$. **Bước 2:** Bài toán trở thành tìm giá trị m nhỏ nhất sao cho phương trình $(m-1)t^2-(m-5)t+m-1=0, t\in(-1;+\infty)$ có nghiệm $t>-1$. **Bước 3:** Biến đổi phương trình thành $m=\dfrac{t^2-5t+1}{t^2-t+1}=f(t), t\in(-1;+\infty)$. Khảo sát hàm $f(t)=\dfrac{t^2-5t+1}{t^2-t+1}, t\in(-1;+\infty)$.

Đặt $t=\log_{\frac{1}{2}}(x-2)$, do $2<x<4 \Rightarrow 0<x-2<2 \Rightarrow t>-1$.

Ta có phương trình $(m-1)t^2-(m-5)t+m-1=0, t\in(-1;+\infty) \Leftrightarrow m=\dfrac{t^2-5t+1}{t^2-t+1}=f(t), t\in(-1;+\infty)$.

$f'(t)=\dfrac{4t^2-4}{\left(t^2-t+1\right)^2}=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t=-1 \\ t=1 \end{array}\right.$. $\lim\limits_{t\to+\infty} f(t)=1$.

t	-1		1		$+\infty$
$f'(t)$		$-$	0	$+$	
$f(t)$	$\frac{7}{3}$		-3		1

Dựa vào bảng biến thiên suy ra điều kiện để phương trình (1) có 2 nghiệm $x_1, x_2 \in (2;4)$ thì $-3\le m<1 \Rightarrow$ Giá trị nhỏ nhất là $m=-3\in\left(-5;-\dfrac{5}{2}\right)$.

B	Sai điều kiện của t: $2<x<4 \Rightarrow 0<x-2<2 \Rightarrow t<-1$
C	Nhầm $m=f(-1)=\dfrac{7}{3}$.
D	Nhầm $m=\lim\limits_{t\to+\infty} f(t)=1$.

ĐÁP ÁN ĐỀ 7

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
D	B	C	D	A	C	B	A	D	A
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
C	A	B	B	B	B	A	B	B	A
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
A	B	C	C	C	B	D	A	A	D
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
A	B	C	D	C	B	C	B	D	B
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
C	A	A	C	A	D	C	D	B	B

1. Ta có toạ độ điểm I là : $\begin{cases} x_I = \dfrac{x_A + x_B}{2} = -1 \\ y_I = \dfrac{y_A + y_B}{2} = 3 \\ z_I = \dfrac{z_A + z_B}{2} = 6 \end{cases} \Rightarrow I(-1;3;6)$.

A	Sai công thức trung điểm (không chia đôi).	B	Sai vì nhầm tính toán sai hoành độ.

2. Áp dụng công thức tính thể tích.

3. Tính z rồi xác định tính đúng sai các phương án. Ta có $z = -1 - 2i \Rightarrow z^2 - 2z + 5 \neq 0$.

4. Hàm số mũ có dạng $y = a^x \left(a > 0, a \neq 1, x \in \mathbb{R}, y \in \mathbb{R}^+\right)$

A	hàm lượng giác.	B	hàm logarit.	C	hàm đa thức.

5. Tọa độ O thỏa phương trình $(P): x - 3y + 2z = 0$ nên (I) đúng.

(P) và (Q) song song vì cùng vec tơ pháp tuyến và khác hệ số tự do.

$\overrightarrow{n_Q} = (1;-3;2); \overrightarrow{n_R} = (1;1;0) \Rightarrow \overrightarrow{n_Q} . \overrightarrow{n_R} = (1;1;0) = -2 \Rightarrow$ (III) sai.

Mặt phẳng (R) không chứa gốc tọa độ O nên (IV) sai.

6. Tìm nghiệm của đạo hàm rồi lập bảng biến thiên để tìm Min – Max.

Ta có $y' = 3x^2 - 6x - 24$. Xét $y' = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = -2 \in [-3;5] \\ x = 4 \in [-3;5] \end{array}\right.$.

Tính $y(-3) = 25, y(-2) = 35, y(4) = -73, y(5) = -63$. Vậy $\max\limits_{[-3;5]} y = 35$.

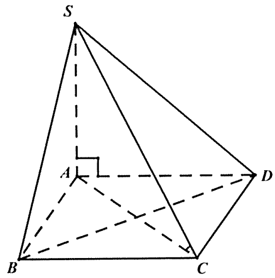
7. **Cách 1:** Lập bảng biến thiên. **Cách 2:** Dùng đạo hàm cấp 2.
Cách 3 (sử dụng dạng đồ thị)

Ta có: $y = x^3 - 3x^2 + 3 \Rightarrow y' = 3x^2 - 6x \xrightarrow[a=1>0]{y'=0} x_{CT} = 2 \Rightarrow y_{CT} = -1$

A	Sai vì nhầm qua x_{CT}.	B	Sai vì nhầm qua cực đại.	C	Sai số vì nhầm qua cực đại.

8. Công thức diện tích hình phẳng (H) là $S = \int_a^b |f(x)| dx \Rightarrow$ Mệnh đề (I) sai.

Công thức thể tích khối tròn xoay $V = \pi\int_a^b f^2(x)dx \Rightarrow$ Mệnh đề (II) sai.



9. Dựa vào công thức tính thể tích khối chóp.

$SA \perp (ABCD) \Rightarrow SA$ là chiều cao của hình chóp $SABCD$

Ta có $S_{ABCD} = a^2$, $V_{S.ABCD} = \frac{1}{3}S_{ABCD}.SA = \frac{1}{3}.a^2.a\sqrt{3} = \frac{a^3\sqrt{3}}{3}$

A	Sai vì chọn nhầm công thức thể tích

10. Mệnh đề (I) sai vì nếu $f''(x_0) < 0$ thì hàm $y = f(x)$ đạt cực đại tại x_0.

Mệnh đề (II) sai vì nếu $f''(x_0) = 0$ thì hàm số có thể đạt cực trị tại x_0 hoặc không đạt cực trị tại x_0. (lấy ví dụ là $y = x^4$ đạt cực tiểu tại $x = 0$ nhưng $y'(0) = 0,\ y''(0) = 0$

Mệnh đề (III) đúng theo định lí.

11. **Bước 1:** Xác định hình chiếu của nó trên 3 trục tọa độ. **Bước 2:** Viết phương trình mặt phẳng chắn.

Các hình chiếu của A lần lượt trên Ox, Oy, Oz là $B(1;0;0), C(0;-1;0), D(0;0;3)$ Phương trình mặt phẳng chắn đi qua (BCD) là $\frac{x}{1} + \frac{y}{-1} + \frac{z}{3} = 1 \Leftrightarrow 3x - 3y + z - 3 = 0$.

A	Quên số 1.	B	Sử dụng công thức sai $ax + by + cz = 1$.	D	Biến đổi sai.

12. **Bước 1:** Tìm tập xác định: $x^2 - 2|x| - 3 \neq 0 \Leftrightarrow |x| \neq 3 \Leftrightarrow x \neq \pm 3$. **Bước 2:** Tính các giới hạn $\lim\limits_{x\to\pm\infty} y;\ \lim\limits_{x\to 3^-} y;\ \lim\limits_{x\to 3^+} y;\ \lim\limits_{x\to -3^-} y;\ \lim\limits_{x\to -3^+} y$. Suy ra các đường tiệm cận.

$\lim\limits_{x\to\pm\infty} y = 0 \Rightarrow y = 0$ là tiệm cận ngang.

$\lim\limits_{x\to 3^-} y = -\infty;\ \lim\limits_{x\to 3^+} y = +\infty \Rightarrow x = 3$ là tiệm cận đứng. $\lim\limits_{x\to -3^-} y = -\infty;\ \lim\limits_{x\to -3^+} y = +\infty \Rightarrow x = -3$ là tiệm cận đứng.

B	Giải sai $|x| = 3 \Leftrightarrow x = 3$.	C	Giải sai $x^2 - 2|x| - 3 \neq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} |x| \neq 3 \\ |x| \neq -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq \pm 3 \\ x \neq \pm 1 \end{cases}$.

13. Điều kiện: $1 - 3x > 0 \Leftrightarrow x < \frac{1}{3} \Rightarrow D = \left(-\infty; \frac{1}{3}\right)$.

A	Sai vì giải sai $1 - 3x > 0 \Leftrightarrow x > \frac{1}{3}$	C	Sai điều kiện.	D	Sai điều kiện và giải sai BPT

14. Tập xác định của $y = x^\alpha, \alpha \in \mathbb{R}$ phụ thuộc vào giá trị của $y = x^\alpha, \alpha \in \mathbb{R}$. Cụ thể,

- $\alpha \in \mathbb{Z}^+$ (nguyên dương) thì tập xác định $D = \mathbb{R}$.
- $\left[\begin{array}{l} \alpha \in \mathbb{Z}^- \\ \alpha = 0 \end{array}\right.$ (nguyên âm hoặc bằng 0) thì tập xác định $D = \mathbb{R} \backslash \{0\}$.
- $\alpha \notin \mathbb{Z}$ (không nguyên) thì tập xác định $D = \mathbb{R}^+ = (0; +\infty)$.

Hàm số xác định khi $x^2 - 2x - 3 > 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x < -1 \\ x > 3 \end{array}\right.$. Vậy tập xác định: $D = (-\infty; -1) \cup (3; +\infty)$

A	Sai vì dư dấu bằng.	C	Sai vì giải sai bất phương trình $x^2-2x-3>0 \Leftrightarrow -1<x<3$.	D	Sai vì xác định sai điều kiện: $x^2-2x-3\neq 0$.

15. Để tính tích phân này ta sử dụng công thức hạ bậc $\sin^2 u=\dfrac{1-\cos 2u}{2}$.

$$I=\int_0^{\frac{\pi}{6}}\sin^2 x\mathrm{d}x=\int_0^{\frac{\pi}{6}}\frac{1-\cos 2x}{2}\mathrm{d}x=\frac{1}{2}\int_0^{\frac{\pi}{6}}(1-\cos 2x)\mathrm{d}x=\frac{1}{2}\left(x-\frac{1}{2}\sin 2x\right)\Bigg|_0^{\frac{\pi}{6}}$$

$$=\frac{1}{2}\left(\frac{\pi}{6}-\frac{1}{2}\sin\frac{\pi}{3}\right)=\frac{\pi}{12}-\frac{\sqrt{3}}{8}.\Rightarrow \mathrm{a}=12,\mathrm{b}=8$$

Cách khác (Sử dụng MTCT) Bấm $I=\int_0^{\frac{\pi}{6}}\sin^2 x\mathrm{d}x\approx 0{,}0452\xrightarrow{SHIFT+RCL+A}A$

Khi đó $A=\dfrac{\pi}{a}-\dfrac{\sqrt{3}}{b}\Rightarrow a=\dfrac{\pi}{A+\dfrac{\sqrt{3}}{b}}$. Đặt $a=f(X=b)=\dfrac{\pi}{A+\dfrac{\sqrt{3}}{X}}\longrightarrow\begin{cases}Start: X=-8\\ End: X=8\\ Step: X=1\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}X=8=b\\ f(X)=12=a\end{cases}$

16. Ta có: $\log_{\sqrt{a}}(ab)=\log_{a^{\frac{1}{2}}}a+\log_{a^{\frac{1}{2}}}b=2.\log_a a+2.\log_a b=2+2.\log_a b$

A	sai công thức $\log_a bc=\log_a b+\log_a c$.	C	sai công thức $\log_{a^m} b=\dfrac{1}{m}\log_a b$

17. Hai đường thẳng d_1,d_2 có VTCP lần lượt là $\overrightarrow{u_1}=(2;3;1),\overrightarrow{u_2}=(3;2;2)$, $\left[\overrightarrow{u_1},\overrightarrow{u_2}\right]=(4;-1;-5)\neq\vec{0}$. Mặt khác, d_1,d_2 lần lượt đi qua $A(1;-1;5),B(1;-2;-1)$, $\overrightarrow{AB}=(0;-1;-6)$. $\left[\overrightarrow{u_1},\overrightarrow{u_2}\right].\overrightarrow{AB}=31\neq 0\Rightarrow d_1,d_2$ chéo nhau.

Ta thấy tọa độ điểm $M(1;-1;5)$ thỏa phương trình d_1 và (P) nên (II) đúng.

Đường thẳng d_2 đi qua gốc tọa độ O và có VTCP $\vec{u}=(-3;-2;-2)$ cùng phương với $\overrightarrow{u_2}=(3;2;2)$ nên $\Delta // d_2$.

18. Dùng phương pháp đặt ẩn phụ dạng: Phương trình $\alpha_1 a^{2f(x)}+\alpha_2 a^{f(x)}.b^{f(x)}+\alpha_3 b^{2f(x)}=0$ (3)

Chia 2 vế của phương trình (3) cho $b^{f(x)}$, ta có: $\alpha_1\left(\dfrac{a}{b}\right)^{2f(x)}+\alpha_2\left(\dfrac{a}{b}\right)^{f(x)}+\alpha_3=0$.

Đặt $t=\left(\dfrac{a}{b}\right)^{f(x)}$,$t>0$, phương trình trở thành $\alpha_1 t^2+\alpha_3 t+\alpha_2=0$.

$$3.25^x+2.49^x=5.35^x\Leftrightarrow 3.\left(5^x\right)^2+2.\left(7^x\right)^2=5.5^x.7^x\Leftrightarrow 3+2.\left(\frac{7}{5}\right)^{2x}=5.\left(\frac{7}{5}\right)^x$$

Đặt $t=\left(\dfrac{7}{5}\right)^x$,$(t>0)$. Ta có phương trình $2t^2-5t+3=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}t=1(nhan)\Rightarrow\left(\dfrac{7}{5}\right)^x=1\Rightarrow x=0\\ t=\dfrac{3}{2}(nhan)\end{array}\right.$

Với $t=\dfrac{3}{2}\Leftrightarrow\left(\dfrac{7}{5}\right)^x=\dfrac{3}{2}\Leftrightarrow x=\log_{\frac{7}{5}}\dfrac{3}{2}\Rightarrow\dfrac{a}{b}=\dfrac{3}{2}\Rightarrow a=3,b=2\Rightarrow a-b=1$.

A	Sai vì $a-b=2-3=-1$ (nhìn nhầm số)	C	Sai vì chọn $a=b=1 \Rightarrow a-b=0$ (chọn nghiệm $x=0$)

19. Phần này yêu cầu các em đọc kỹ lý thuyết trong sách giáo khoa hình học 12 chương 1. Khối tám mặt đều có số cạnh là 12.

20. **Bước 1**: Tính bán kính $R=\frac{AC}{2}=\frac{\sqrt{BC^2-AB^2}}{2}$. **Bước 2:** Tính thể tích khối cầu $V=\frac{4}{3}\pi R^3$.

Thể tích khối cầu $V=\frac{4}{3}\pi\left(\frac{\sqrt{BC^2-AB^2}}{2}\right)^3=\frac{32\pi}{3}$.

B	Sai vì nhầm $R=AC=4 \Rightarrow V=\frac{4}{3}\pi R^3=\frac{256\pi}{3}$	C	Nhầm đường kính BC	D	Nhầm đường kính AB

21. **Bước 1:** Tính số phức $z=\overline{z_1}-z_2^2=24-19i$. **Bước 2:** Tính mô đun $|z|=OM$.

Tính được $z=\overline{z_1}-z_2^2=24-19i \Rightarrow OM=|z|=\sqrt{24^2+(-19)^2}=\sqrt{937}$.

B	Sai công thức $OM=|z|=\sqrt{24^2+(-19i)^2}=\sqrt{215}$
C	Nhầm $z=z_1-z_2^2=24-21i \Rightarrow |z|=3\sqrt{113}$
D	Nhầm $z=z_1-z_2^2=24-21i \Rightarrow |z|=3\sqrt{15}$.

22. $\int f(x)dx=\int\frac{1}{\sin^2 x.\cos^2 x}dx=\int\frac{\sin^2 x+\cos^2 x}{\sin^2 x.\cos^2 x}dx=\int\left(\frac{1}{\cos^2 x}+\frac{1}{\sin^2 x}\right)dx=\tan x-\cot x+C$.

Cách khác: $\int f(x)dx=\int\frac{1}{\sin^2 x.\cos^2 x}dx=\int\frac{4}{\sin^2 2x}dx=-2\cot 2x+C$

A	Sai vì lấy sai nguyên hàm của $\frac{1}{\sin^2 x}$.	C	Sai vì thiếu dấu trừ trước $-2\cot 2x$.

23. Xác định $y_A=1$ và $y_B=5$ từ đó căn cứ để tìm số giao điểm của đường thẳng $y=m$ với đồ thị hàm số.

Ta có các trường hợp sau tương ứng với số giao điểm của đường thẳng với đồ thị hàm số.

TH1. $m<0$ thì số giao điểm là 0. **TH2.** $m=0$ thì số giao điểm là 1.

TH3. $m>5$ hoặc $0<m<1$ thì số giao điểm là 2. **TH4.** $m=1$ hoặc $m=5$ thì số giao điểm là 3.

TH5. $1<m<5$ thì số giao điểm là 4.

24. TXĐ: $D=\mathbb{R}$. Biến đổi $y=2\sin^2 x-\sqrt{5}x=1-\cos 2x-\sqrt{5}x$. Ta có $y'=2\sin 2x-\sqrt{5}<0, \forall x\in\mathbb{R}$.

Vậy hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

B	Sai vì đánh giá nhầm dấu của đạo hàm.

25. Ta có $\left(\frac{2}{3}\right)^{-2x^2+x}>\frac{3}{2}\Leftrightarrow\left(\frac{2}{3}\right)^{-2x^2+x}>\left(\frac{2}{3}\right)^{-1}\Leftrightarrow -2x^2+x<-1\Leftrightarrow -2x^2+x+1<0$.

Giải ra ta có $\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l} x<\frac{-1}{2} \\ x>1\end{array}\right.$. Vậy $S=\left(-\infty;\frac{-1}{2}\right)\cup(1;+\infty)$.

B	Giải ngược dấu.	D	Hai đầu mút thỏa mãn bất phương trình.

26. $z(2+i)-15i=3 \Leftrightarrow z=\dfrac{3+15i}{2+i} \Leftrightarrow z=\dfrac{(3+15i)(2-i)}{(2-i)(2+i)} \Leftrightarrow z=\dfrac{21}{5}+\dfrac{27}{5}i. \Rightarrow \bar{z}=\dfrac{21}{5}-\dfrac{27}{5}i.$

A	Sai vì tính sai $z=\dfrac{2+i}{3+15i} \Leftrightarrow z=\dfrac{7}{38}-\dfrac{3}{26}i$ và không đọc kỹ đề.
C	Sai vì tính sai $z=\dfrac{2+i}{3+15i} \Leftrightarrow z=\dfrac{7}{38}-\dfrac{3}{26}i \Rightarrow \bar{z}=\dfrac{7}{38}+\dfrac{3}{26}i.$
D	Sai vì không đọc kỹ đề.

27. $y'=2\left(4x^2-(3m+1)x-m-2\right);\ \Delta=9m^2+22m+33>0, \forall m \in \mathbb{R}$

Suy ra $y'=0$ luôn có 2 nghiệm phân biệt x_1, x_2.

$$x_1, x_2<2 \Leftrightarrow \begin{cases} y'(2)>0 \\ x_1+x_2<4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2(-7m+12)>0 \\ \dfrac{3m+1}{4}<4 \end{cases} \Leftrightarrow m<\dfrac{12}{7}\approx 1,27.$$

Do đó: $-5<m<\dfrac{12}{7} \xrightarrow{m\in Z} m\in\{-4;-3;-2;-1;0;1\}$. Do đó có 6 giá trị thỏa mãn.

Cách giải khác: Đặt $x=t+2$, chuyển về phương trình theo ẩn t và định điều kiện để phương trình có 2 nghiệm phân biệt đều dương.

A	Lấy $\dfrac{3m+1}{8}\le 2 \Leftrightarrow m\le 5$.	B	Lấy $\dfrac{3m+1}{8}<2 \Leftrightarrow m<5$.	C	Lấy luôn $m=-5$.

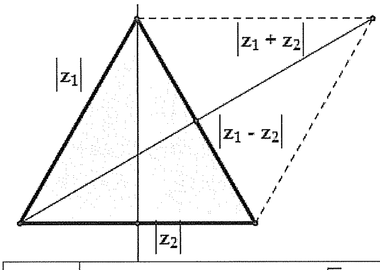
28. **Bước 1:** Đổi sang dạng đại số $z_1=a_1+b_1i; z_2=a_2+b_2i; a_1, b_1, a_2, b_2 \in \mathbb{R}$.

Bước 2: $|z_1|=|z_2|=1 \Rightarrow a_1^2+b_1^2=a_2^2+b_2^2=1;$

$|z_1+z_2|=\sqrt{3} \Rightarrow (a_1+a_2)^2+(b_1+b_2)^2=3 \Rightarrow 2(a_1b_1+a_2b_2)=1$

Bước 3: $|z_1-z_2|=\sqrt{(a_1-a_2)^2+(b_1-b_2)^2}$.

Đặt $z_1=a_1+b_1i; z_2=a_2+b_2i; a_1, b_1, a_2, b_2 \in \mathbb{R}$.



Ta có $\begin{cases} a_1^2+b_1^2=a_2^2+b_2^2=1 \\ (a_1+a_2)^2+(b_1+b_2)^2=3 \end{cases} \Rightarrow 2(a_1b_1+a_2b_2)=1$.

$\Rightarrow (a_1-a_2)^2+(b_1-b_2)^2=1 \Rightarrow |z_1-z_2|=1$

Cách khác ta có thể sử dụng hình học để giải.

Ta có $|z_1-z_2|=|z_1|=|z_2|=1$

B	HS hiểu sai $|z_1+z_2|=\sqrt{3} \Rightarrow z_1^2+z_2^2+2z_1z_2=3 \Rightarrow 2z_1z_2=1$ $|z_1-z_2|^2=(z_1-z_2)^2=z_1^2+z_2^2-2z_1z_2=|z_1|^2+|z_2|^2-2z_1z_2=0$

29. $\mathrm{I}=\displaystyle\int_1^2 \frac{1}{x^2-2x+4}dx=\int_1^2 \frac{1}{(x-1)^2+3}dx.$

Đặt $x-1=\sqrt{3}\tan t,\ t\in\left(\dfrac{-\pi}{2};\dfrac{\pi}{2}\right) \Rightarrow dx=\dfrac{\sqrt{3}}{\cos^2 t}dt=\sqrt{3}(1+\tan^2 t)dt$.

Đổi cận: $x=1 \Rightarrow t=0; x=2 \Rightarrow t=\dfrac{\pi}{6}$.

Vậy $I=\int_0^{\pi/6}\frac{1}{\left(\sqrt{3}\tan t\right)^2+3}\sqrt{3}(1+\tan^2 t)dt=\int_0^{\pi/6}\frac{1}{3\left(\tan^2 t+1\right)}\sqrt{3}(1+\tan^2 t)dt$

$=\int_0^{\pi/6}\frac{1}{\sqrt{3}}=dt=\frac{\pi}{6\sqrt{3}}\Rightarrow k=1,\text{n}=6\Rightarrow n-k^2=5$.

Cách khác: sử dụng MTCT ta có: $I=\int_1^2\frac{1}{x^2-2x+4}dx\approx 0,30229\xrightarrow{SHIFT+RCL+A}A$

Khi đó $A=\frac{k\pi}{n\sqrt{3}}\Rightarrow\frac{k}{n}=\frac{1}{6}\Rightarrow k=1,\text{n}=6$

30. Tìm ra được giao tuyến của (α), (β) là $(d):\begin{cases}x=1+2t\\y=2-3t\\z=3+t\end{cases}$.

$(d)\subset(\gamma)\Leftrightarrow\begin{cases}A(1;2;3)\in(\gamma)\\\overrightarrow{u_d}.\overrightarrow{n_\gamma}=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m.1-4.2+(n+1).3-2m-n=0\\m.2-4.(-3)+(n+1).1=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}-m+2n=5\\2m+n=-13\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m=-\frac{31}{5}\\n=-\frac{3}{5}\end{cases}$.

A	Khi thay tọa độ điểm $(1;2;3)$ vào mặt phẳng (γ) thì quên mất " $-2m-n$ ": $\begin{cases}m+3n=5\\2m+n=-13\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m=-\frac{44}{5}\\n=\frac{23}{5}\end{cases}$. Sau đó sai tính toán: $-\frac{44}{5}-\frac{2.23}{5}=-18$
B	Khi thay tọa độ điểm $(1;2;3)$ vào mặt phẳng (γ) thì quên mất " $-2m-n$ " $\begin{cases}m+3n=5\\2m+n=-13\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m=-\frac{44}{5}\\n=\frac{23}{5}\end{cases}$
C	Nhầm thành $n+2m$.

31. **Bước 1:** Tìm tập xác định và tính đạo hàm $y'=\frac{-m^2+4}{(x-m)^2}$

Bước 2: Điều kiện bài toán dẫn đến $y'<0,\forall x\in(2;+\infty)\Leftrightarrow\begin{cases}-m^2+4<0\\m\le 2\end{cases}$. Giải tìm tham số m.

Tập xác định $D=\mathbb{R}\backslash\{m\}$. Đạo hàm $y'=\frac{-m^2+4}{(x-m)^2}$.

Hàm số nghịch biến trên $(2;+\infty)\Leftrightarrow y'<0,\forall x\in(2;+\infty)\Leftrightarrow\begin{cases}-m^2+4<0\\m\notin(2;+\infty)\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}\left[\begin{array}{l}m<-2\\m>2\end{array}\right.\\m\le 2\end{cases}\Leftrightarrow m<-2$.

B	Sai ở dấu bằng $y'<0,\forall x\in(2;+\infty)\Leftrightarrow\begin{cases}-m^2+4<0\\m\le 2\end{cases}\Leftrightarrow m\le -2$

C	Sai ở đặt điều kiện $y'<0,\forall x\in(2;+\infty)\Leftrightarrow -m^2+4<0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m<-2\\m>2\end{array}\right.$
D	$y'\le 0,\forall x\in(2;+\infty)\Leftrightarrow -m^2+4\le 0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m\le -2\\m\ge 2\end{array}\right.$

32. Khi xử lý bài toán này, các em đọc kỹ đề và dùng các kiến thức về bài toán lãi đơn để xử lý.

1 năm 2 tháng $=4$ quí 2 tháng.

Số tiền anh Ninh có được sau 1 năm là $P_4=200.\left(1+\frac{4,8\%}{4}\right)^4=209,7741865$ triệu đồng

Còn 2 tháng còn lại, không đủ kì hạn 3 tháng nên số tiền sau 1 năm được tính với lãi suất không kỳ hạn là 0,2% một năm.

Vậy số tiền thu được sau 1 năm 2 tháng là $209,7741865+209,7741865\times\frac{0,2\%}{6}=209,8441113$ triệu đồng.

33. **Bước 1:** Xác định hình chiếu của nó trên 3 mặt phẳng tọa độ. **Bước 2:** Viết phương trình mặt cầu.

Các hình chiếu của A lần lượt trên Oyz,Oxz,Oxy là $B(0;4;5),C(3;0;5),D(3;4;0)$. Gọi phương trình mặt cầu là: $x^2+y^2+z^2-2ax-2by-2cz+d=0$.

$$A,B,C,D\in(S)\Leftrightarrow\begin{cases}-6a-8b-10c+d=-50\\-8b-10c+d=-41\\-6a-10c+d=-34\\-6a-8b+d=-25\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=\frac{3}{2}\\b=2\\c=\frac{5}{2}\\d=0\end{cases}.\text{ Suy ra } R=\sqrt{a^2+b^2+c^2-d}=\frac{5\sqrt{2}}{2}$$

Vậy phương trình mặt cầu là: $\left(x-\frac{3}{2}\right)^2+(y-2)^2+\left(z-\frac{5}{2}\right)^2=\frac{25}{2}$.

A	Sai dấu.	B, D	Sai dấu và Chưa bình phương R.

34. $f_1(x)=0\Leftrightarrow x=-6\ \vee\ x=\pm 2$, ta có: $S_1=\int_{-6}^{-2}|f_1(x)|dx+\int_{-2}^{2}|f_1(x)|dx$.

x	$-\infty$ $\quad -6 \quad -2 \quad 2 \quad +\infty$
$f_1(x)$	$-\quad 0\quad +\quad 0\quad -\quad 0\quad +$

$$S_1=\int_{-6}^{-2}\left(x^3+6x^2-4x-24\right)dx+\int_{-2}^{2}\left(-x^3-x^2+4x+4a\right)dx$$
$$=\left(\frac{x^4}{4}+2x^3-2x^2-24x\right)\Bigg|_{-6}^{-2}+\left(-\frac{x^4}{4}-2x^3+2x^2+24x\right)\Bigg|_{-2}^{2}=128$$

$f_2(x)=0\Leftrightarrow x=-6\ \vee\ x=0$, ta có: $S_2=\int_{-6}^{0}|f_2(x)|dx$.

x	$-\infty \quad -6 \quad 0 \quad +\infty$
$f_2(x)$	$+\quad 0\quad -\quad 0\quad +$

$$S_2=\int_{-6}^{0}\left(-x^2-6x\right)dx=\left(-\frac{x^3}{3}-3x^2\right)\Bigg|_{-6}^{0}=36.\text{ Suy ra } S_1-S_2=128-36=92.$$

A	Nhầm với diện tích hình phẳng giới hạn bởi 2 đường cong. $f_1(x)-f_2(x)=x^3+5x^2-10x-24$.

<table>
<tr><td></td><td>

$f_1(x)=f_2(x) \Leftrightarrow f_1(x)-f_2(x)=0 \Leftrightarrow (x+6)\left(x^2-x-4\right)=0$.

<table>
<tr><td>x</td><td>$-\infty \quad -6 \quad \dfrac{1-\sqrt{17}}{2} \quad \dfrac{1+\sqrt{17}}{2} \quad +\infty$</td></tr>
<tr><td>$f_1(x)-f_2(x)$</td><td>$- \quad 0 \quad + \quad 0 \quad - \quad 0 \quad +$</td></tr>
</table>

Học sinh giải như sau:

$$S_1-S_2=\int_{-6}^{\frac{1-\sqrt{17}}{2}}\left|f_1(x)-f_2(x)\right|dx+\int_{\frac{1-\sqrt{17}}{2}}^{\frac{1+\sqrt{17}}{2}}\left|f_1(x)-f_2(x)\right|dx$$

$$=\int_{-6}^{\frac{1-\sqrt{17}}{2}}\left(x^3+5x^2-10x-24\right)dx+\int_{\frac{1-\sqrt{17}}{2}}^{\frac{1+\sqrt{17}}{2}}\left(-x^3-5x^2+10x+24\right)dx$$

$$=\left(\frac{x^4}{4}+\frac{5}{3}x^3-5x^2-24x\right)\Bigg|_{-6}^{\frac{1-\sqrt{17}}{2}}+\left(-\frac{x^4}{4}-\frac{5}{3}x^3+5x^2+24x\right)\Bigg|_{\frac{1-\sqrt{17}}{2}}^{\frac{1+\sqrt{17}}{2}}\approx 168$$

</td></tr>
<tr><td>B</td><td>

Nhầm với diện tích hình phẳng giới hạn bởi 2 đường cong nhưng tính sai.

$$\left(\frac{x^4}{4}+\frac{5}{3}x^3-5x^2-24x\right)\Bigg|_{-6}^{\frac{1-\sqrt{17}}{2}}+\left(\frac{x^4}{4}+\frac{5}{3}x^3-5x^2-24x\right)\Bigg|_{\frac{1-\sqrt{17}}{2}}^{\frac{1+\sqrt{17}}{2}}\approx 17$$

</td></tr>
<tr><td>C</td><td>Tính ra $S_1=0$.</td></tr>
</table>

35. **Bước 1:** Tìm hằng số k. **Bước 2:** Tìm t_0.

Nhiệt độ ban đầu 219^0C ứng với $t=0$. Ta có: $k.e^0-6=219 \Leftrightarrow k=225$.

Thời điểm nhiệt độ giảm tới 0^0C chính là nghiệm của phương trình:

$$225e^{-0,17t}-6=0 \Leftrightarrow e^{-0,17t}=\frac{2}{75} \Leftrightarrow t_0=\frac{100\ln\frac{75}{2}}{17}.$$

36. $(z+5i-3)(-i+1)=2i-4 \Leftrightarrow z+5i-3=\dfrac{2i-4}{-i+1} \Leftrightarrow z+5i-3=-i-3 \Leftrightarrow \boxed{z=-6i} \Rightarrow \begin{cases} a=0 \\ b=-6 \end{cases} \Rightarrow b-a=-6$.

37. **Bước 1:** Xác định góc giữa MN và $(ABCD)$. **Bước 2:** Tính chiều cao SO và thể tích.

Ta có $SO \perp (ABCD); SO \subset (SAC) \Rightarrow (SAC) \perp (ABCD)$.

Kẻ $MH \perp AC \Rightarrow MH \perp (ACBD)$.

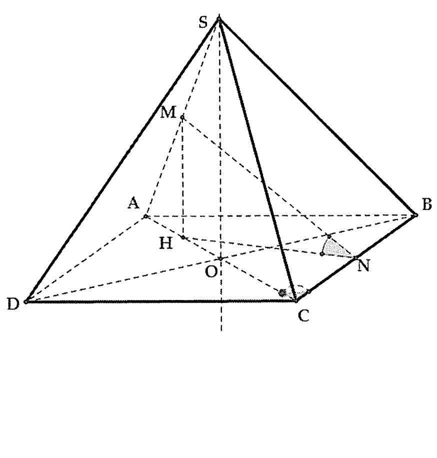
Do đó MN và $(ABCD)$ là $\widehat{MNH}=60^0$.

Tam giác SAO có MH là đường trung bình. Nên

$$HO=\frac{1}{2}OA=\frac{a\sqrt{2}}{4} \Rightarrow CH=\frac{3a\sqrt{2}}{4}$$

Trong tam giác CNH áp dụng định lí cosin ta có

$$NH^2=CN^2+CH^2-2CN.CH.\cos 45^0 \Rightarrow NH=\frac{a\sqrt{10}}{4}$$



Suy ra $MH=NH.\tan 60^0=\dfrac{a\sqrt{30}}{4}$. $SO=2MH=\dfrac{a\sqrt{30}}{2}$.

Vậy $V=\frac{1}{3}a^2.\frac{a\sqrt{30}}{2}=\frac{a^3\sqrt{30}}{6}$.

A	HS ra $CH=\frac{a\sqrt{2}}{4}$.	B	HS nhầm sang V lăng trụ	D	Học sinh sai $MH=NH.\cot 60^0=\frac{a\sqrt{30}}{12}$.

38. Dùng phương pháp nguyên hàm từng phần.

Đặt $u=\ln x\Rightarrow du=\frac{dx}{x}$, $dv=x^2dx\Rightarrow v=\frac{x^3}{3}$.

$$B=\left(\frac{x^3\ln x}{3}\right)\Bigg|_1^e-\frac{1}{3}\int_1^e x^2dx=\frac{e^3}{3}-\left(\frac{x^3}{9}\right)\Bigg|_1^e=\frac{2e^3+1}{9}\Rightarrow a=2,b=1$$

<u>Cách khác sử dụng MTCT:</u> giải tìm a,b $B=\int_1^e x^2\ln xdx\xrightarrow{SHIFT+RCL+A}A$

Khi đó $9A=ae^3+b\Rightarrow b=9A-ae^3\xrightarrow{TABLE}\begin{cases}Start: a=-8\\ End: a=8\\ step: 1\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}a=2\\ b=1\end{cases}$

39. $d\subset(\alpha)\Leftrightarrow\begin{cases}M(2a-b;a;0)\in(\alpha)\\ \overrightarrow{a_d}\perp\overrightarrow{n_\alpha}\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}2(2a-b)-3a-6=0\\ 2(a-3b)+3(a-b)+8b=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=-\frac{2}{3}\\ b=-\frac{10}{3}\end{cases}$.

A	Nhầm giá trị của a và b.	B, C	Sai dấu.

40. Yêu cầu các em phải nắm vững khái niệm về tiệm cận đứng và tiệm cận ngang.

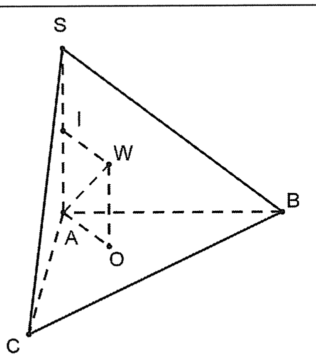
$\lim\limits_{x\to\infty}\frac{x+2}{x^2-4x+m}=0\Rightarrow y=0$ luôn là tiệm cận ngang của (C).

Phương trình $x^2-4x+m=0$ có 2 nghiệm phân biệt x_1,x_2 khác -2 $\Leftrightarrow\begin{cases}\Delta'=4-m>0\\ 4+8+m\neq 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m<4\\ m\neq -12\end{cases}$.

Suy ra (C) có 2 tiệm cận đứng. Vậy B là kết luận sai.

41. **Bước 1:** Xác định tâm và bán kính mặt cầu ngoại tiếp tứ diện. **Bước 2.** Tính bán kính và diện tích mặt cầu.

Gọi O là tâm đường tròn ngoại tiếp của tam giác ABC. Gọi I là trung điểm của SA. Trục đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC giao với mặt trung trực của SA tại W. Khi đó W chính là tâm mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $S.ABC$.



Tính $S_{\Delta ABC}=\frac{abc}{4R}=\sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$. $\Rightarrow R=\frac{8\sqrt{15}}{15}$.

Vậy $OA=\frac{8\sqrt{15}}{15}$. $WA=\sqrt{OA^2+OW^2}=\sqrt{OA^2+AI^2}=\sqrt{\frac{79}{15}}$.

Diện tích mặt cầu ngoại tiếp là: $S=4\pi WA^2=\frac{316\pi}{15}$.

A	Tính nhầm qua thể tích.	B	Nhớ nhầm công thức $S=\frac{4}{3}\pi r^2$.	D	Tính thành diện tích hình tròn.

42. $\log_6(21,6)=\dfrac{\log_2(21,6)}{\log_2 6}=\dfrac{\log_2\left(\dfrac{2^2.3^3}{5}\right)}{\log_2(2.3)}=\dfrac{2+3\log_2 3-\log_2 5}{1+\log_2 3}=\dfrac{2+3a-b}{1+a}\Rightarrow m+n-k=6$.

43. **Bước 1:** $d\perp d_1\Rightarrow m.\left(-\dfrac{1}{3}\right)=-1\Rightarrow m=3\Rightarrow d:y=3x+n$.

Bước 2: Lập phương trình hoành độ giao điểm của d và (C):

$$\frac{2x-1}{x-1}=3x+n\Leftrightarrow 3x^2+(n-5)x-n+1=0\ (*)$$

Bước 3: Hai giao điểm $A(x_A;3x_A+n),B(x_B;3x_B+n)$ đối xứng nhau qua d_1 khi và chỉ khi trung điểm I của AB thuộc d_1. Chú ý x_A,x_B là 2 nghiệm của (*).

Theo giả thiết suy ra $d\perp d_1\Rightarrow m.\left(-\dfrac{1}{3}\right)=-1\Rightarrow m=3\Rightarrow d:y=3x+n$.

Phương trình hoành độ giao điểm của d và (C): $\dfrac{5x-1}{x-1}=3x+n,\ (x\neq 1)$

$\Leftrightarrow 3x^2+(n-5)x-n+1=0\ (*)$

Tọa độ giao điểm $A(x_A;3x_A+n),B(x_B;3x_B+n)$ với x_A,x_B là 2 nghiệm của (*)

Trung điểm của AB là I với $\begin{cases}x_I=\dfrac{x_A+x_B}{2}=\dfrac{5-n}{6}\\ y_I=\dfrac{3}{2}(x_A+x_B)+n=\dfrac{5+n}{2}\end{cases}$.

Điểm $I\left(\dfrac{5-n}{6};\dfrac{5+n}{2}\right)\in d_1\Rightarrow\dfrac{5-n}{6}+3.\dfrac{5+n}{2}-7=0\Leftrightarrow n=-1$.

Thử lại $n=-1$ vào pt(*) ta có $3x^2-6x+2=0$ có 2 nghiệm phân biệt. Vậy $m=3,n=-1\Rightarrow m^2+n^2=10$.

44. **Bước 1:** Tìm phương trình hệ quả không còn chứa m.
Bước 2: Giải phương trình hệ quả để tìm nghiệm.
Bước 3. Tìm m và môđun của nó.

Lấy hai phương trình trừ nhau ta thu được $z^2+z+1=0\Leftrightarrow z=\dfrac{-1\pm i\sqrt{3}}{2}$.

$z^2+z+1=0$ là PT hệ quả do đó nghiệm chung của hai phương trình chỉ nằm trong các nghiệm $z=\dfrac{-1\pm i\sqrt{3}}{2}$.

__TH1.__ Nghiệm chung là $z=\dfrac{-1+i\sqrt{3}}{2}$. Khi đó thay vào một trong hai phương trình ban đầu ta thu được $m=\dfrac{3-i\sqrt{3}}{2}$. Vậy $|m|=\sqrt{3}$.

__TH2.__ Nghiệm chung là $z=\dfrac{-1-i\sqrt{3}}{2}$. Khi đó thay vào một trong hai phương trình ban đầu ta thu được $m=\dfrac{3+i\sqrt{3}}{2}$. Vậy $|m|=\sqrt{3}$.

A	Tính nhầm môđun của nghiệm chung.	D	Quên chia 2.

45. **Bước 1:** Lập luận khoảng cách giữa 2 đường A′C và C′D′: $d\left(C'D',A'C\right)=d\left[C'D',\left(CA'B'\right)\right]=d\left[D',\left(CA'B'\right)\right]$

Bước 2: Tính khoảng cách $d\left[D',\left(CA'B'\right)\right]$ bằng phương pháp thể tích:

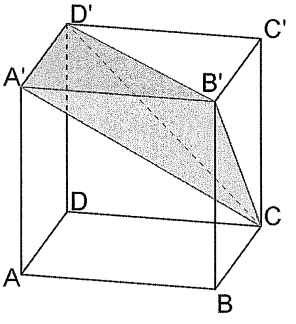
$$d\left[D',\left(CA'B'\right)\right]=\frac{3V_{D'CA'B'}}{S_{CA'B'}}(*).$$

Bước 3: Đặt $AB=a$. Tính $V_{D'CA'B'}$ và $S_{CA'B'}$ theo a. Thay vào công thức giải tìm a. Từ đó suy ra thể tích hình lập phương.

Để tìm khoảng cách giữa A′C và C′D′, ta dựng một mặt phẳng chứa A′C và song song với C′D′. Dễ thấy đó là mặt phẳng (CA′B′).

Gọi a là độ dài cạnh của khối lập phương, lúc này ta có:

$d\left(C'D',A'C\right)=d\left[C'D',\left(CA'B'\right)\right]=d\left[D',\left(CA'B'\right)\right]$



Để tính khoảng cách từ điểm D′ đến mặt phẳng (CA′B′), ta xét khối tứ diện D′CA′B′.

$V_{D'CA'B'}=\frac{1}{3}.CC'.S_{B'A'D'}=\frac{1}{3}.a.\frac{a^2}{2}=\frac{a^3}{6}\ \left(cm^3\right)$

$S_{CA'B'}=\frac{1}{2}.CB'.B'A'=\frac{1}{2}.a\sqrt{2}.a=\frac{\sqrt{2}}{2}a^2\ \left(cm^2\right)$ (do tam giác CA′B′ vuông tại B′)

Suy ra: $d\left[D',\left(CA'B'\right)\right]=\frac{3V_{D'CA'B'}}{S_{CA'B'}}=\frac{\frac{a^3}{2}}{\frac{\sqrt{2}}{2}a^2}=\frac{\sqrt{2}}{2}a\ \left(cm\right)\Rightarrow a=\sqrt{2}$ (cm). Do đó $V=a^3=2\sqrt{2}\ cm^3$.

B	Nhầm công thức khoảng cách $d\left[D',\left(CA'B'\right)\right]=\frac{V_{D'CA'B'}}{S_{CA'B'}}\Rightarrow a=\frac{\sqrt{2}}{3}$. Suy ra thể tích $V=a^3=\frac{2\sqrt{2}}{27}$
C	Sai công thức thể tích $V_{D'CA'B'}=CC'.S_{B'A'D'}=a.\frac{a^2}{2}=\frac{a^3}{2}\ \left(cm^3\right)$ $\Rightarrow a=3\sqrt{2}\Rightarrow V=a^3=54\sqrt{2}$

46. Gọi x (người) là số hội viên của câu lạc bộ $\left(x\in\mathbb{N}\right)$.

Tổng doanh thu của câu lạc bộ được cho bởi hàm số $y=10^7x.0,992^{x-1}$.

Ta có $y'=10^7.0,992^{x-1}\left(1+x\ln 0,992\right)$ suy ra $y'=0\Leftrightarrow x=\frac{-1}{\ln 0,992}\approx 124,5$.

Ta dễ dàng kiểm tra được doanh thu của câu lạc bộ là lớn nhất khi câu lạc bộ có 124 hoặc 125 hội viên (trong cả 2 trường hợp, tổng doanh thu là như nhau và bằng 461.697.326,9 (đồng)).

A	Học sinh nhầm thành cứ mỗi người mới vào thì sẽ giảm thêm 0,8% so với giá ban đầu. Hàm số học sinh lập ra: $y=x.\left(10^7-80.000x\right)=-8.10^4x^2+10^7x$. Hàm số này đạt giá trị lớn nhất khi $x=62,5$ và cụ thể trong bài toán này thì học sinh sẽ tìm ra số thành viên thỏa mãn yêu cầu là 62 hoặc 63.

	Khi đó tổng doanh thu là 312.480.000 đồng.
B	Nhiễu thông thường theo A.
C	Nhầm thành hàm số $y = 10^7 x.0,992^x$

47. **Bước 1:** Tìm giao điểm đồ thị hàm số với trục hoành. **Bước 2:** Dựa vào điều kiện $S = 4$ để tìm a. **Bước 3.** Gọi A và viết phương trình OA. **Bước 4.** Dựa vào điều kiện OA chia phần tô đậm thành hai phần có diện tích bằng nhau giải ra x_A.

Hàm số $y = ax(x-2)$ cắt trục hoành tại hai điểm có hoành độ $x = 0$ và $x = 2$.

Diện tích phần tô màu xanh có diện tích là 4 ta có phương trình.

$$\int_0^2 (ax^2 - 2ax)dx = 4 \Leftrightarrow \left(\frac{ax^3}{3} - ax^2\right)\Bigg|_0^2 = 4 \Leftrightarrow \frac{8a}{3} - 4a = 4 \Leftrightarrow -\frac{4a}{3} = 4 \Leftrightarrow a = -3.$$

Gọi $A\left(x_A; -3x_A(x_A - 2)\right)$. Ta có phương trình OA là: $\frac{x}{x_A} = \frac{y}{y_A} \Rightarrow y = -3(x_A - 2)x$.

Diện tích hình phẳng phần giới hàn bởi đồ thị hàm số và đường thẳng OA bằng 2 nên ta có phương trình:

$$\int_0^{x_A} \left(-3x(x-2) - (-3(x_A - 2)x)\right)dx = 2 \Leftrightarrow \int_0^{x_A} (3x_A x - 3x^2)dx = 2 \Leftrightarrow \left(\frac{3x_A x^2}{2} - x^3\right)\Bigg|_0^{x_A} = 2 \Rightarrow x_A = \sqrt[3]{4}$$

48. Gọi R là bán kính đáy phễu.

<u>**Lúc đầu:**</u> Chiều cao của khối nước hình nón là $\frac{3}{5}.20 = 12\ (cm)$.

Bán kính đáy của khối nước bằng 3/5 bán kính đáy của cái phễu (theo hệ quả định lý Thales), suy ra thể tích nước là $\frac{1}{3}\pi\frac{3^2.R^2}{5^5}.12 = \frac{36}{25}\pi R^2\ \left(cm^3\right)$.

<u>**Lúc sau:**</u> Thể tích phần không gian còn trống bằng hiệu thể tích khối nón và thể tích nước: $\frac{20\pi}{3}R^2 - \frac{36\pi}{25}R^2 = \frac{392}{75}\pi R^2\ \left(cm^3\right)$.

Gọi $h(cm)$ và $R'\ (cm)$ lần lượt là chiều cao và bán kính đáy của phần không gian trống. Ta có: $\frac{h}{20} = \frac{R'}{R} \Rightarrow R' = \frac{h}{20}.R\ (cm)$.

Suy ra thể tích phần không gian trống là: $\frac{1}{3}\pi\left(\frac{h^2}{400}R^2\right).h = \frac{1}{1200}.\pi h^3 R^2\ \left(cm^3\right)$.

Ta có: $\frac{h^3\pi}{1200}.R^2 = \frac{392}{75}\pi R^2 \Leftrightarrow h^3 = 6272 \Leftrightarrow h = 4\sqrt[3]{98}$ (cm).

Suy ra chiều cao khối nước lần sau là $20 - 4\sqrt[3]{98} \approx 1,558\ (cm)$.

A	Lấy nhầm chiều cao phần không gian trống.
B	Tính sai ở chỗ: Bán kính đáy của khối nước bằng 3/5 bán kính đáy của cái phễu (theo hệ quả định lý Thales), suy ra thể tích nước là $\frac{1}{3}\pi\frac{3.R^2}{5}.12 = \frac{12}{5}\pi R^2\ \left(cm^3\right)$. Từ đó học sinh giải tiếp như sau

<table>
<tr><td></td><td><u>Lúc sau:</u> Thể tích phần không gian còn trống bằng hiệu thể tích khối nón và thể tích nước: $\frac{20\pi}{3}R^2-\frac{12\pi}{5}R^2=\frac{64}{15}\pi R^2\ \left(cm^3\right)$.
Gọi $h(cm)$ và $R'\ (cm)$ lần lượt là chiều cao và bán kính đáy của phần không gian trống. Ta có: $\frac{h}{20}=\frac{R'}{R}\Rightarrow R'=\frac{h}{20}.R\ (cm)$.
Suy ra thể tích phần không gian trống là: $\frac{1}{3}\pi\left(\frac{h^2}{400}R^2\right).h=\frac{1}{1200}.\pi h^3R^2\ \left(cm^3\right)$.
Ta có: $\frac{h^3\pi}{1200}.R^2=\frac{64}{15}\pi R^2\Leftrightarrow h^3=5120\Leftrightarrow h=4\sqrt[3]{80}$ (cm).
Suy ra chiều cao khối nước lần sau là $20-4\sqrt[3]{80}\approx 2,765\ (cm)$.</td></tr>
<tr><td>C</td><td>Tương tự B nhưng suy ra thể tích phần không gian trống là:
$\frac{1}{3}\pi\left(\frac{h}{20}R^2\right).h=\frac{1}{60}.\pi h^2R^2\ \left(cm^3\right)$.
Ta có: $\frac{h^2\pi}{60}.R^2=\frac{64}{15}\pi R^2\Leftrightarrow h^2=256\Leftrightarrow h=16$ (cm).
Suy ra chiều cao khối nước lần sau là $20-16\approx 4\ (cm)$.</td></tr>
</table>

49. Trong bài toán này ta sử dụng một công thức sau: $A.B>0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\begin{cases}A>0\\B>0\end{cases}\\\begin{cases}A<0\\B<0\end{cases}\end{array}\right.$

$$(1)\Leftrightarrow x(x+2)\left(\log_2\frac{2x+5}{4-x}\right)>0\Leftrightarrow\begin{cases}x(x+2)>0\\\log_2\frac{2x+5}{4-x}>0\end{cases}(1)\ \text{ hay }\begin{cases}x(x+2)<0\\\log_2\frac{2x+5}{4-x}<0\end{cases}(2)$$

$$(1)\Leftrightarrow\begin{cases}x<-2\ \ hay\ \ x>0\\\frac{2x+5}{4-x}>1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x<-2\ \ hay\ x>1\\(4-x)(3x+1)>0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x<-2\ \ hay\ \ x>0\\-\frac{1}{3}<x<4\end{cases}\Leftrightarrow 0<x<4$$

$$(2)\Leftrightarrow\begin{cases}x(x+2)<0\\(2x+5)(4-x)>0\\(4-x)(3x+1)<0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}-2<x<0\\-\frac{5}{2}<x<4\\x<-\frac{1}{3}\ \ hay\ \ x>4\end{cases}\Leftrightarrow -2<x<-\frac{1}{3}$$

Vậy $S=\left(-2;-\frac{1}{3}\right)\cup(0;4)\Rightarrow a=-2,b=4$.

50. Bài toán này liên quan đến góc giữa hai mặt phẳng và bài toán tìm giá trị nhỏ nhất.

Giả sử (β): $Ax+By+Cz+D=0$ (đk: $A^2+B^2+C^2>0$), (β) có vtpt là $\vec{n}=(A;B;C)$

$$d\subset(\beta)\Leftrightarrow\begin{cases}A\in(\beta)\\\vec{n}.\vec{a}=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}3A-2B+D=0\\A-B+C\sqrt{2}=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}D=-A+2C\sqrt{2}\\B=A+C\sqrt{2}\end{cases}$$

$$\cos(\widehat{(\beta),(Oyz)}) = \left|\cos(\vec{n}, \vec{i})\right| = \frac{|A|}{\sqrt{A^2 + (A + C\sqrt{2})^2 + C^2}}$$

TH1: A = 0 (không thoả đb hoặc $\widehat{(\beta),(Oyz)}$ không nhỏ nhất)

TH2: $A \neq 0$, ta có :

$$\cos(\widehat{(\beta),(Oyz)}) = \frac{1}{\sqrt{1 + (1 + \frac{C}{A}\sqrt{2})^2 + (\frac{C}{A})^2}} = \frac{1}{\sqrt{(\frac{C}{A}\sqrt{3})^2 + 2.\frac{C}{A}\sqrt{2} + (\frac{\sqrt{6}}{3})^2 + \frac{12}{9}}} = \frac{1}{\sqrt{(\frac{C}{A}\sqrt{3} + \frac{\sqrt{6}}{3})^2 + \frac{12}{9}}}$$

$\widehat{(\beta),(Oyz)}$ nhỏ nhất $\Leftrightarrow \cos(\widehat{(\beta),(Oyz)})$ lớn nhất $\Leftrightarrow (\frac{C}{A}\sqrt{3} + \frac{\sqrt{6}}{3})^2$ nhỏ nhất $\Leftrightarrow \frac{C}{A}\sqrt{3} + \frac{\sqrt{6}}{3} = 0$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} A = 1 \text{ (chon)} \\ C = -\frac{\sqrt{2}}{3} \end{cases} \text{ nên } \begin{cases} B = \frac{1}{3} \\ D = -\frac{7}{3} \end{cases}$$

Vậy : (β) : $3x + y - \sqrt{2}z - 7 = 0$.

ĐÁP ÁN ĐỀ 8

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
A	D	C	C	B	C	B	C	D	B
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
D	A	A	D	C	D	C	A	A	C
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
A	B	C	B	C	B	D	B	D	A
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
A	A	B	C	B	D	D	A	C	D
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
B	A	D	D	B	D	B	B	C	A

1. **Bước 1:** Tìm đạo hàm của hàm số. **Bước 2**: Tìm nghiệm của đạo hàm, vẽ bảng xét dấu đạo hàm và nhận xét.

TXĐ: $D = \mathbb{R}$. Ta có: $y' = 3x^2 - 6x + 3 = 3(x-1)^2$ suy ra $y' = 0 \Leftrightarrow x = 1$.

y'	+ 0 +

Suy ra hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$.

B, C, D	Sai vì nhầm dấu y'.

2. **Bước 1.** Tập xác định $D = R\setminus\{0\}$. **Bước 2.** Tính giới hạn của hàm số khi x tiến đến vô cực ta được tiệm cận ngang, và khi tiến đến 0 ta được tiệm cận đứng.

$\lim\limits_{x\to\pm\infty} \dfrac{-1}{2017x} = 0 \Rightarrow y = 0$ là tiệm cận ngang; $\lim\limits_{x\to 0^-} \dfrac{-1}{2017x} = -\infty \Rightarrow x = 0$ là tiệm cận đứng.

3. Ta có: $A = \left(\left(x^m\right)^{\frac{n}{m}}\right)^{2n} = x^{2n^2}$.

4. Nhắc lại các công thức tích vô hướng của 2 vectơ, tổng hiệu vectơ, vectơ nhân với 1 số, hai vectơ cùng phương, 2 vectơ bằng nhau.

5. Nhắc lại định nghĩa phần thực, phần ảo, số phức liên hợp, tọa độ điểm biểu diễn của số phức z.

Số phức $z = 3 - 4i$ có phần thực là 3, phần ảo là -4, số phức liên hợp $\overline{z} = 3 + 4i$, điểm biểu diễn của z là $M(3;-4)$.

A	HS nhầm phần thực và ảo.	C	HS nhầm số phức liên hợp.	D	HS sai điểm biểu diễn.

6. Xét $g(x) = x\left(x^2 - a^2\right) = x^3 - a^2x$, như vậy có thể thấy hệ số của x^4 của hàm số $f(x)$ là số dương. Ngoài ra, kết hợp với điều kiện $a \neq 0$ ta thấy ngay $g(x) = 0$ có 3 nghiệm phân biệt, như vậy hàm số $f(x)$ đạt cực tiểu tại $x = \pm a$ và đạt cực đại tại $x = 0$.

A, D	Sai vì không để ý điều kiện $a \neq 0$.	B	Sai vì không xét dấu của hệ số bậc cao nhất.

7. Phương trình đường thẳng dạng chính tắc là $\dfrac{x - x_0}{a} = \dfrac{y - y_0}{b} = \dfrac{z - z_0}{c}$.

C	Sai vì thấy (2) có dạng 3 phân số nên nhầm.	D	Sai vì tìm phương trình đường thẳng (1) (3) (4).

8. Áp dụng định nghĩa tích phân ta có $\int_a^b f(x)dx = F(b) - F(a)$.

A, B	Sai vì nhầm cận	D	Sai vì nhầm công thức

9. Xác định các đỉnh qua đối xứng qua tâm O từ đó xác định được tứ diện.

Ta có các cặp đỉnh đối xứng qua O là $A \leftrightarrow J, B \leftrightarrow I, C \leftrightarrow H, D \leftrightarrow G, E \leftrightarrow F$.

A,C	Sai vì nhầm đối xứng trục hoặc mặt phẳng.	B	Sai vì nhầm đối xứng mặt.

10. A, C, D đúng. Công thức B sai, sửa lại đúng $\log_a\left(\frac{b}{c}\right) = \log_a b - \log_a c$.

11. **Bước 1:** Suy ra công thức $\bar{z} = \frac{8+i}{3+2i}$. **Bước 2:** Tính ra dạng đại số, suy ra số phức z, suy ra phần ảo.

Ta có $(3+2i)\bar{z} = 8+i \Leftrightarrow \bar{z} = \frac{8+i}{3+2i} = \frac{(8+i)(3-2i)}{(3+2i)(3-2i)} = 2-i \Rightarrow z = 2+i$. Suy ra phần ảo của z là 1.

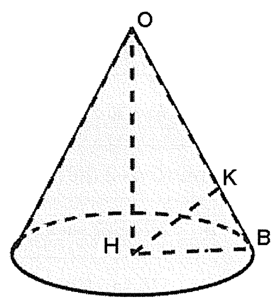
A	nhầm phần ảo của $\bar{z}$ và có chứa i.	B	nhầm phần ảo của z chứa i.	C	nhầm phần ảo của $\bar{z}$

12. TXĐ: $D = (0; +\infty)$. Ngoài ra ta có $\lim\limits_{x\to+\infty} y = +\infty$.

B	quên tập xác định của hàm lũy thừa số mũ không nguyên.	C	Kết hợp B và D.	D	không xét đúng dấu của y.

13. Xét các vị trí tương đối giữa mặt phẳng qua đỉnh với hình nón.

Xét tam giác OBH vuông tại H có đường cao HK ta có $\frac{1}{HK^2} = \frac{1}{h^2} + \frac{1}{r^2} \Rightarrow HK = \frac{rh}{\sqrt{r^2+h^2}}$. Do đó ta có các vị trí tương đối giữa mặt phẳng qua đỉnh và hình nón là:



Nếu $d(H,(\alpha)) < \frac{rh}{\sqrt{r^2+h^2}}$ thì $(\alpha)\cap(N)$ là tam giác cân.

Nếu $d(H,(\alpha)) = \frac{rh}{\sqrt{r^2+h^2}}$ thì $(\alpha)\cap(N)$ là đoạn thẳng.

Nếu $d(H,(\alpha)) > \frac{rh}{\sqrt{r^2+h^2}}$ thì $(\alpha)\cap(N)$ là một điểm là O.

14. $z = ai + bi + a + bi = a + (a+2b)i$. Suy ra $\bar{z} = a - (a+2b)i$

A	Sai vì nhầm $z = ai + bi + a - bi = a + ai$.
B	Sai vì nhầm $z = ai - bi + a - bi = a + (a-2b)i$
C	Sai vì nhầm $z = ai + bi - a + bi = -a - (a-2b)i$

15. **Bước 1:** Đặt $z = x + y.i; x, y \in \mathbb{R} \Rightarrow \bar{z} = x - y.i$. Thay vào $|\bar{z} - 2 + i| \le 1$

Bước 2: Nhắc lại định nghĩa mô đun của số phức, khai triển bất phương trình và kết luận.

Đặt $z = x + y.i; x, y \in \mathbb{R} \Rightarrow \bar{z} = x + y.i$. Ta có:

$\left|\bar{z}-2+i\right| \le 1 \Leftrightarrow \left|x-yi-2+i\right| \le 1 \Leftrightarrow \left|(x-2)+(1-y)i\right| \le 1 \Leftrightarrow \sqrt{(x-2)^2+(1-y)^2} \le 1$

$\Leftrightarrow (x-2)^2+(y-1)^2 \le 1$.

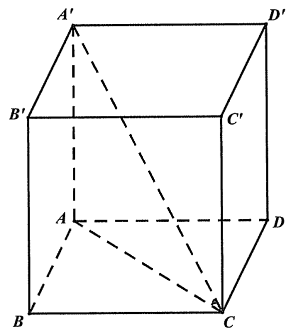
A	$\left|\bar{z}-2+i\right| \le 1 \Leftrightarrow \left|x+yi-2+i\right| \le 1 \Leftrightarrow \left|(x-2)+(1+y)i\right| \le 1 \Leftrightarrow (x-2)^2+(1+y)^2 \le 1$
B	Nhầm bất phương trình thành phương trình

16. Lăng trụ tứ giác **đều** $ABCD.A'B'C'D'$ là lăng trụ **đứng** và có đáy là **hình vuông**.

Góc giữa $A'C$ và đáy $(ABCD)$ là $\widehat{A'CA} = 45^0$

Ta có $S_{ABC} = \frac{1}{2}a^2, AC = a\sqrt{2}, AA' = AC.\tan\widehat{A'CA} = a\sqrt{2}$

Vậy $V_{ABC.A'B'C'} = AA'.S_{ABC} = a\sqrt{2}.\frac{a^2}{2} = \frac{a^3\sqrt{2}}{2}$



C	Nhầm qua thể tích $ABCD.A'B'C'D'$

17. Tứ giác ABCD là hình bình hành nếu $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$.

Ta có: $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC} \Leftrightarrow \begin{cases} m-n+1=3m+2 \\ 0=0 \\ 2-m+2n=n-4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m=\frac{5}{3} \\ n=-\frac{13}{3} \end{cases}$ suy ra $m-n=6$.

A	Tính thành $-m-n$.	B	Tính thành $m+n$.	D	Tính thành $n-m$.

18. Bài toán này các em chú ý định lý sau: Nếu $f'(x) \ge 0, \forall x \in K$ (hoặc $f'(x) \le 0, \forall x \in K$) và $f'(x)=0$ chỉ tại một số điểm hữu hạn của K thì hàm số đồng biến trên khoảng K (hoặc nghịch biến trên khoảng K).

19. **Bước 1:** Tìm đạo hàm của hàm số đã cho.

Bước 2: Hàm số có 2 điểm cực trị $\Leftrightarrow y'=0$ có 2 nghiệm phân biệt, giải tìm m.

TXĐ: $D=\mathbb{R}$. Ta có: $y' = x^2-2x+2m-m^2 = (x-m)(x+m-2); y'=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=m \\ x=2-m \end{array}\right.$.

Hàm số có 2 điểm cực trị $\Leftrightarrow y'=0$ có 2 nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow m \ne 2-m \Leftrightarrow m \ne 1$.

B	HS giải sai $\Delta' = (m-1)^2 > 0 \Leftrightarrow m \in \mathbb{R}$.
C	HS sai điều kiện: $y' \ge 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \Delta' = (m-1)^2 \le 0 \Leftrightarrow m=1$.
D	HS thay tùy ý giá trị $m \in (-\infty;1)$ thỏa điều kiện bài toán nên chọn.

20. **Bước 1:** Định nghĩa điểm đối xứng qua mặt phẳng: " Điểm M_1 gọi là đối xứng với điểm M qua mặt phẳng (α) nếu (α) đi qua trung điểm I của MM_1 và (α) vuông góc MM_1.

Bước 2: Ghi công thức điểm đối xứng qua mặt phẳng đặc biệt (Oxz).

Điểm đối xứng với điểm $M(1;-2;3)$ qua mặt phẳng (Oxz) là $M_1(1;2;3)$.

21. Ta có: $\int \frac{\ln^3 x}{x}dx \xrightarrow{t=\ln x \Rightarrow dt=\frac{dx}{x}} \int t^3 dt = \frac{t^4}{4}+C = \frac{\ln^4 x}{4}+C$ (theo 4 phương án ta chọn A).

22. Tìm điều kiện của hàm số trên từng miền cho trước.

Xét $x \ge 0$ ta có điều kiện là $x^2-1>0 \Leftrightarrow x>1 \vee x<-1$ vậy $x>1$.

Xét $x<0$ ta có điều kiện là $2-x\ge 0\Leftrightarrow 2\ge x$. Vậy $x<0$. Do đó tập xác định của hàm số $D=(1;+\infty)\cup(-\infty;0)$.

A,C,D	Sai vì không xét các trường hợp.

23. **Bước 1:** Đề cho thể tích $V=\frac{4}{3}\pi R^3$ suy ra bán kính R. **Bước 2:** Tính diện tích khi biết bán kính R.

Gọi R là bán kính mặt cầu (S). Ta có thể tích khối cầu $V=\frac{4}{3}\pi R^3\Rightarrow R=\sqrt[3]{\frac{3V}{4\pi}}=\frac{1}{2}$.

Diện tích mặt cầu là $S=4\pi R^2=4\pi\left(\frac{1}{2}\right)^2=\pi$.

A	HS nhầm $S=\pi R^2=\pi\left(\frac{1}{2}\right)^2=\frac{\pi}{4}$.
B	HS nhầm $V=4\pi R^3\Rightarrow R=\sqrt[3]{\frac{V}{4\pi}}=\frac{1}{2\sqrt[3]{3}}\Rightarrow S=4\pi R^2=4\pi\left(\frac{1}{2\sqrt[3]{3}}\right)^2=\frac{\pi}{\sqrt[3]{9}}$.
D	HS nhầm $V=4\pi R^3\Rightarrow R=\sqrt[3]{\frac{V}{4\pi}}=\frac{1}{2\sqrt[3]{3}}\Rightarrow S=\pi R^2=\pi\left(\frac{1}{2\sqrt[3]{3}}\right)^2=\frac{\pi}{4\sqrt[3]{9}}$.

24. Với bài toán giải phương trình logarit, nhưng các em chú ý công thức sau $\log_a b^2=2\log_a|b|$ với $0<a\ne 1, b\ne 0$.

Điều kiện: $x\ne 2$. Ta có $\frac{1}{2}\log_3(x-2)^2-1=0\Leftrightarrow \log_3|x-2|=1\Leftrightarrow |x-2|=3\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x-2=3\\x-2=-3\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=5\\x=-1\end{array}\right.$.

25. Dùng phương pháp từng phần.

Đặt $u=x\Rightarrow du=dx, \mathrm{d}v=\cos\left(x+\frac{\pi}{4}\right)dx\Rightarrow v=\sin\left(x+\frac{\pi}{4}\right)$.

$$\int_0^\pi x\cos\left(x+\frac{\pi}{4}\right)dx=\left[x\sin\left(x+\frac{\pi}{4}\right)\right]_0^\pi-\int_0^\pi\sin\left(x+\frac{\pi}{4}\right)dx=\pi\sin\left(\frac{5\pi}{4}\right)+\left[\cos\left(x+\frac{\pi}{4}\right)\right]_0^\pi$$
$$=-\frac{\pi\sqrt{2}}{2}+\cos\left(\frac{5\pi}{4}\right)-\cos\left(\frac{\pi}{4}\right)=-\frac{(\pi+2)\sqrt{2}}{2}.\Rightarrow \mathrm{a}=-\frac{1}{2}, b=2$$

26. **Bước 1**: Đặt điều kiện $x>0$, Kiểm tra cơ số của bất phương trình log từ đó biến đổi.
Bước 2: Giải bất phương trình (xét dấu tam thức bậc hai).
Bước 3: So điều kiện đầu bài và kết luận tập nghiệm.

$\log(x^2+16)>\log(8x)\xleftrightarrow{10>1}\begin{cases}x^2+16>8x\\x>0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}(x-4)^2>0\\x>0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x\ne 4\\x>0\end{cases}$. Vậy $S=(0;4)\cup(4;+\infty)$.

A	không đặt điều kiện (dẫn đến chưa so điều kiện).	C	nhầm $(x-4)^2>0$ (luôn đúng)	D	nhầm $(x-4)^2>0\Leftrightarrow x-4>0$

27. **Bước 1:** Giải phương trình hoành độ giao điểm $f(x)=g(x)$

Bước 2: Tìm các giao điểm có tung độ dương (do nằm phía trên trục hoành).

Xét phương trình $x^3-3x=-3x^2+x\Leftrightarrow x^3+3x^2-4x=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\Rightarrow y=1>0\\x=1\Rightarrow y=-1<0\\x=-4\Rightarrow y=-51<0\end{array}\right.$

Như vậy có 1 giao điểm có tung độ dương nên nằm phía trên trục hoành.

A	Sai vì chỉ giải đúng phương trình mà không chú ý đến điều kiện giao điểm nằm phía trên trục hoành.	B	Sai vì hiểu nhầm sang có hoành độ dương.	C	Sai vì bấm máy tính theo phương trình bậc 2 và suy ra 2 tung độ đều âm.

28. TXĐ: $D=(0;+\infty)$. Ta có $y'=x^{-\frac{2}{3}}$ và $y''=-\frac{2}{3}x^{-\frac{5}{3}}$ suy ra $y.y''=-2x^{-\frac{4}{3}}=-2(y')^2$.

A	Sai dấu.	C	Học sinh đã tính như sau: $y'=x^{\frac{2}{3}}$ và $y''=\frac{2}{3}x^{-\frac{1}{3}}$.	D	Sai như C và sai dấu.

29. **Bước 1:** Mặt phẳng (α) cần tìm là mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB, tức là (α) đi qua trung điểm I của AB và $(\alpha)\perp AB$. **Bước 2:** Tìm tọa độ trung điểm I của AB, $\overrightarrow{AB}$ là vectơ pháp tuyến của mặt (α). Suy ra phương trình mặt phẳng (α).

Mặt phẳng (α) đi qua trung điểm $I(3;4;-1)$, và có vectơ pháp tuyến $\overrightarrow{AB}=(4;4;-2)$.

Phương trình mặt phẳng (α): $4(x-3)+4(y-4)-2(z+1)=0 \Leftrightarrow 2x+2y-z-15=0$.

A	Mặt phẳng đi qua A và VTPT $\overrightarrow{AB}=(4;4;-2)$.	B	Mặt phẳng đi qua B và VTPT $\overrightarrow{AB}=(4;4;-2)$.

30. **Bước 1:** Định nghĩa khoảng cách giữa 2 mặt phẳng song song: "Là khoảng cách từ điểm M tùy ý thuộc mặt phẳng (P) đến mặt phẳng (Q)".

Bước 2: Gọi điểm $M(x_M;y_M;z_M)\in(P)\Rightarrow x_M-2y_M+3z_M+m^2=0$.

Bước 3: Viết công thức khoảng cách $d(M,(Q))$, chú ý $x_M-2y_M+3z_M+m^2=0$.

Bước 4: Lập luận khoảng cách nhỏ nhất.

Gọi điểm $M(x_M;y_M;z_M)\in(P)\Rightarrow x_M-2y_M+3z_M+m^2=0\Rightarrow x_M-2y_M+3z_M=-m^2$.

Ta có $d(M,(Q))=\frac{|x_M-2y_M+3z_M+2m-5|}{\sqrt{1^2+(-2)^2+3^2}}=\frac{|-m^2+2m-5|}{\sqrt{14}}=\frac{|(m-1)^2+4|}{\sqrt{14}}=\frac{(m-1)^2+4}{\sqrt{14}}\geq\frac{4}{\sqrt{14}}$

Khoảng cách $d(M,(Q))$ nhỏ nhất $\Leftrightarrow (m-1)^2+4$ nhỏ nhất $\Leftrightarrow m=1$.

Vậy khoảng cách nhỏ nhất giữa 2 mặt phẳng là $\frac{4}{\sqrt{14}}$ đạt được khi $m=1$.

A	HS chọn số nhỏ nhất.

31. Bài toán liên quan đến nguyên hàm của hàm phân thức hữu tỉ. Các em chú ý công thức "tách" như sau:

$$\frac{P(x)}{(ax+b)^2\underbrace{(cx^2+dx+e)}_{V.N^0}(mx+n)}=\frac{A_1}{(ax+b)^2}+\frac{A_2}{ax+b}+\frac{A_3x+A_4}{cx^2+dx+e}+\frac{A_5}{mx+n}$$

$$f(x)=\frac{x^2+2x-1}{(x-1)(x^2-4x+4)}=\frac{x^2+2x-1}{(x-1)(x-2)^2}=\frac{A}{x-1}+\frac{B}{(x-2)^2}+\frac{C}{x-2}=\frac{A(x-2)^2+B(x-1)+C(x-1)(x-2)}{(x-1)(x-2)^2}$$

$$\Rightarrow x^2+2x-1=A(x-2)^2+B(x-1)+C(x-1)(x-2),(*)$$

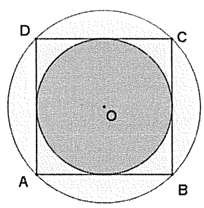
Thay $x=2,x=1,x=0$ vào (*) ta có $\begin{cases}7=B\\2=A\\-1=9A-B+2C\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}7=B\\2=A\\C=-6\end{cases}$

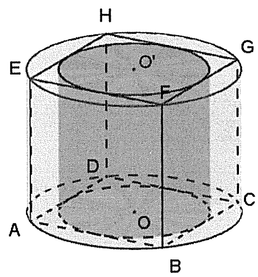
Khi đó $\frac{x^2+2x-1}{(x-1)(x-2)^2}=\frac{2}{x-1}+\frac{7}{(x-2)^2}-\frac{6}{x-2}$

$$\int\frac{x^2+2x-1}{(x-1)(x^2-4x+4)}dx=\int\left(\frac{2}{x-1}+\frac{7}{(x-2)^2}-\frac{6}{x-2}\right)dx=2\ln|x-1|-7\frac{1}{(x-2)^2}-6\ln|x-2|+C$$

$$=2\ln|x-1|+(-7)\frac{1}{(x-2)^2}+(-6)\ln|x-2|+C\Rightarrow m=2,n=-7,k=-6$$

32. Hai khối trụ có chung đường cao nên cần xác định bán kính đường tròn nội tiếp và ngoại tiếp hai đáy.





Bán kính đường tròn nội tiếp đáy là $r=\frac{AB}{2}$.

Bán kính đường tròn ngoại tiếp đáy là $R=\frac{AC}{2}=\frac{AB\sqrt{2}}{2}$.

Vậy tỉ lệ thể tích là $k=\frac{V_{ngoai}}{V_{noi}}=\frac{\pi R^2h}{\pi r^2h}=\left(\frac{R}{r}\right)^2=2$.

33. Ta có $\int\cos xdx=\sin x+C$.

34. Bài toán này liên quan đến hàm bậc 3 nghịch biến trên khoảng $(a;b)$.

Tập xác định $D=\mathbb{R}$, $y'=mx^2+14mx+14$

Hàm số nghịch biến trên nửa khoảng $[1;+\infty)\Leftrightarrow y'\le 0,\forall x\in[1;+\infty)$

$\Leftrightarrow mx^2+14mx+14\le 0,\forall x\in[1;+\infty)\Leftrightarrow m(x^2+14x)+14\le 0,\forall x\in[1;+\infty)$

$\Leftrightarrow g(x)=\frac{-14}{x^2+14x}\ge m,\forall x\in[1;+\infty)$ (*)

Xét hàm số $g(x)=\dfrac{-14}{x^2+14x}, x\in[1;+\infty), g'(x)=\dfrac{14(2x+14)}{\left(x^2+14x\right)^2}>0, \forall x\in[1;+\infty)$, suy ra hàm số $y=g(x)$ là hàm số đồng biến trên nửa khoảng $[1;+\infty)$, suy ra $\min\limits_{x\geq 1} g(x)=g(1)=-\dfrac{14}{15}$.

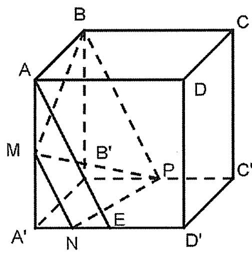
Vậy $(*)$ $\Leftrightarrow \min\limits_{x\geq 1} g(x)\geq m \Leftrightarrow -\dfrac{14}{15}\geq m$. So điều kiện ban đầu suy ra $-10<m<-\dfrac{14}{15}$.

35. $|z|=\sqrt{a^2+2b^2}=\sqrt{a^2+b^2+b^2}\geq \dfrac{a+\frac{b}{2}+\frac{b}{2}}{\sqrt{\frac{3}{2}}}=\dfrac{8\sqrt{6}}{3}$, đẳng thức xảy ra khi $a=2b=\dfrac{16}{3}$.

A	Sai vì dùng bất đẳng thức BCS bằng cách lấy $a+b$ chia cho $\sqrt{1^2+1^2}$.
C	Sai vì nghĩ $\|z\|$ đặt giá trị nhỏ nhất khi $a=b=4$.
D	Sai như C, ngoài ra không lấy căn bậc hai khi tìm module.

36. Xác định thiết diện và tính diện tích của thiết diện đó.

Gọi E là trung điểm của $A'D'$. Khi đó $MN//AE//BP$. Do đó thiết diện cần tìm là hình thang $MNPB$. Dựa vào các tam giác vuông thì $BP=\sqrt{BB'^2+B'P^2}=\dfrac{a\sqrt{5}}{2}$ và $MN=\dfrac{1}{2}AE=\dfrac{a\sqrt{5}}{4}$.



$MB=\dfrac{a\sqrt{5}}{2}; NP=\sqrt{a^2+\dfrac{a^2}{16}}=\dfrac{a\sqrt{17}}{4}$;

$MP=\sqrt{PA'^2+A'M^2}=\sqrt{A'B'^2+B'P^2+A'M^2}=\dfrac{a\sqrt{6}}{2}$.

Sử dụng công thức Hê-rông để tính $S_{\Delta MPB}=\dfrac{a^2\sqrt{21}}{8}$.

Ta có chiều cao hình thang là $h=\dfrac{2S_{\Delta MBP}}{BP}=\dfrac{2.\dfrac{a^2\sqrt{21}}{8}}{\dfrac{a\sqrt{5}}{2}}=\dfrac{a\sqrt{105}}{10}$. Vậy $S_0=\dfrac{h(MN+BP)}{2}=\dfrac{3a^2\sqrt{21}}{16}$.

A	nhầm NP là đường cao hình thang.	B	nhầm MB là đường cao.	C	quên hệ số $\dfrac{1}{2}$ trong công thức.

37. Gọi $M(x,y,z)$. Ta có:

$$d(M,(P))=d(M,(Q))\Leftrightarrow \dfrac{|2x-y+2z-3|}{\sqrt{2^2+(-1)^2+2^2}}=\dfrac{|x+2y-2z+5|}{\sqrt{2^2+1^2+(-2)^2}}\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x-3y+4z-8=0\\ 3x+y+2=0\end{array}\right.$$

38. **Bước 1:** Tìm đạo hàm của hàm số đã cho. Giải phương trình $y'=0$ tìm nghiệm.

Bước 2: Tìm tọa độ 2 điểm cực trị A và B.

Bước 3: Viết phương trình đường thẳng đi qua 2 điểm A và B.

Tính $y'=3x^2-12x+9; y'=0\Leftrightarrow 3x^2-12x+9=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1\\ x=3\end{array}\right.$.

Ta có tọa độ 2 điểm cực trị A(1;0), B(3;-4).

Phương trình đường thẳng đi qua 2 điểm A, B là $\frac{x-x_A}{x_B-x_A}=\frac{y-y_A}{y_B-y_A} \Leftrightarrow y=-2x+2$.

B	HS sai khi tính $y''=6x+12$.

39. Bài toán liên quan ứng dụng của mũ – logarit.

Bài toán: Một người vay số tiền là a đồng, kì hạn 1 tháng với lãi suất cho số tiền chưa trả là r% một tháng (hình thức này gọi là tính lãi trên dư nợ giảm dần nghĩa là tính lãi trên số tiền mà người vay còn nợ ở thời điểm hiện tại), số tháng vay là n tháng, số tiền đều đặn trả vào ngân hàng là x đồng. Tìm công thức tính x ? Biết rằng lãi suất ngân hàng không thay đổi trong thời gian vay.

Sau tháng thứ $n-1$, số tiền còn lại đầu tháng thứ n là:

$$P_{n+1}=ad^n-x\frac{d^n-1}{d-1} \Leftrightarrow P_{n+1}=a(1+r)^n-x\frac{(1+r)^n-1}{r}(5a) \text{ với } d=1+r.$$

Số tiền đều đặn trả vào ngân hàng là $x=\frac{a(1+r)^n.r}{(1+r)^n-1}\ (5b)$

Trước hết ta gọi x là số tiền mà ông Ninh phải trả hàng tháng.

Ông B phải trả trước 30% số tiền nên số tiền ông B cần phải vay là: $69-69\times 30\%=48,3$ triệu đồng.

Áp dụng công thức 5b: Ta tính được số tiền háng tháng ông B phải trả là:

$$x=\frac{a(1+r)^n.r}{(1+r)^n-1} \Rightarrow x=\frac{48,3(1+1,5\%)^6\times 1,5\%}{(1+1,5\%)^6-1}=8,477867867 \text{ (triệu đồng)}$$

Sau tháng thứ 2, số tiền còn nợ lại vào đầu tháng thứ 3 là:

$$P_3=48,3(1+1,5\%)^2-8,477867867\frac{(1+1,5\%)^2-1}{1,5\%}=32,67696375 \text{ triệu đồng}$$

Do đầu tháng thứ 3, ông Ninh trả hết số tiền nợ, nên theo qui định ông Ninh phải trả thêm 2% trên số tiền vay ban đầu từ đó suy ra số tiền ông Ninh phải trả thêm là: $48,3\times 2\%=0,966$ triệu đồng.

Vậy tổng số tiền ông Ninh phải trả vào đầu tháng thứ 3 là: $32,67696375+0,966=33,642963375$ triệu đồng.

40. Đây là bài toán liên quan đến phương trình mũ, giải bằng phương pháp đặt ẩn phụ. Ngoài ra các em phải nắm vững cách tìm giao của hai tập hợp.

$$\left(\sqrt{5}-1\right)^x+\left(\sqrt{5}+1\right)^x=5.2^{x-1} \Leftrightarrow \left(\frac{\sqrt{5}-1}{2}\right)^x+\left(\frac{\sqrt{5}+1}{2}\right)^x=\frac{5}{2}(1).$$

Nhận xét: $\left(\frac{\sqrt{5}-1}{2}\right)^x\left(\frac{\sqrt{5}+1}{2}\right)^x=1^x=1 \Rightarrow \left(\frac{\sqrt{5}-1}{2}\right)^x=\left(\frac{\sqrt{5}+1}{2}\right)^{-x}$

Đặt $t=\left(\frac{\sqrt{5}-1}{2}\right)^x>0,(1) \Leftrightarrow t+\frac{1}{t}=\frac{5}{2} \Rightarrow x_1=\log_{\frac{\sqrt{5}-1}{2}}2, x_2=\log_{\frac{\sqrt{5}-1}{2}}\frac{1}{2}$.

41. $y'=-\sin x+\sqrt{3}\cos x$ suy ra $y'=0 \Leftrightarrow \tan x=\sqrt{3} \Leftrightarrow x=\frac{\pi}{3}+k\pi$.

Xét $30<\frac{\pi}{3}+k\pi<45 \Leftrightarrow 9,22<k<13,99 \Leftrightarrow k\in\{10;11;12;13\}$. Lại có $f(30)\approx -1,557, f(45)\approx 1,999$.

$$f\left(\frac{\pi}{3}+10\pi\right)=f\left(\frac{\pi}{3}+12\pi\right)=2,\ f\left(\frac{\pi}{3}+11\pi\right)=f\left(\frac{\pi}{3}+13\pi\right)=-2.$$

C	Sai vì nhầm thành 45° nên học sinh nhận xét điểm cực trị không nằm trong khoảng đang xét.	D	Sai vì học sinh chọn $f(45)$ là giá trị lớn nhất.

42. $I=\int_1^e e^x\left(\frac{1}{x^2}-\frac{2}{x^3}\right)dx=\int_1^e e^x.\frac{1}{x^2}\left(1-\frac{2}{x}\right)dx=\int_1^e e^{x-2\ln x}\left(1-\frac{2}{x}\right)dx$

Đặt $t=e^{x-2\ln x}\Rightarrow dt=\left(1-\frac{2}{x}\right)e^{x-2\ln x}dx$, tích phân trở thành $I=\int_e^{e^{e-2}}dt=e^{e-2}-e\Rightarrow a=e-2;b=1$.

43. Dựa vào tính chất của tâm hình thoi để tìm I.

$I\in d\Rightarrow I(-1-t;-t;2+t)$. $ABCD$ là hình thoi nên $IA\perp IB\Rightarrow 3t^2+9t+6=0\Rightarrow\left[\begin{array}{l}t=-1\\t=-2\end{array}\right.$. Vậy ta có hai điểm $I_1(0;1;1)$ và $I_2(1;2;0)$. Vì $a>0$ nên nhận I_2. Trung điểm AB là $N\left(\frac{1}{2};\frac{5}{2};\frac{3}{2}\right)$ suy ra $M\left(\frac{3}{2};\frac{3}{2};-\frac{3}{2}\right)$. Do đó $a+b+c=\frac{3}{2}$.

A	nhầm trung điểm của AB.	C	nhầm tổng tọa độ của I.	D	lấy nhầm điểm I_1.

44. TXĐ: $D=[0;+\infty)$.

Câu a: $y<0,\forall x\ge 0$.

Câu b: $y'=\frac{1,5e^{-0,015x}}{\left(1+e^{-0,015x}\right)^2}>0,\forall x\ge 0$ suy ra hàm số đồng biến trên $(0;+\infty)$.

Câu c: $y'=\frac{1,5e^{-0,015x}}{\left(1-e^{-0,015x}\right)^2}>0,\forall x\ge 0$ suy ra hàm số đồng biến trên $(0;+\infty)$.

45. $S_{ABC}=\frac{1}{2}.AB\sqrt{BC^2-\left(\frac{AB}{2}\right)^2}==\frac{1}{2}.6.4=12\left(cm^2\right)$.

Gọi r là bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC $\Rightarrow r=\frac{AB.BC.CA}{4S_{ABC}}=\frac{25}{8}\ (cm)$.

Gọi d là khoảng cách từ O đến (ABC) thì $d=\sqrt{R^2-r^2}=\sqrt{R^2-\frac{625}{64}}$.

Thể tích khối chóp S.ABC lớn nhất khi S, O và hình chiếu của O lên (ABC) thẳng hàng, đồng thời S, O nằm cùng một phía với mặt phẳng (ABC).

Khi đó chiều cao h của khối chóp là $h=R+d=R+\sqrt{R^2-\frac{625}{64}}$. Suy ra $h=\frac{3V_{\max}}{S_{ABC}}=\frac{3.\frac{125}{2}}{12}=\frac{125}{8}$.

Xét: $R+\sqrt{R^2-\frac{625}{64}}=\frac{125}{8}\Leftrightarrow\begin{cases}R\le\frac{125}{8}\\R^2-\frac{625}{64}=\frac{15625}{64}+R^2-\frac{125}{4}R\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}R\le 125/8\\R=\frac{65}{8}\end{cases}\Leftrightarrow R=\frac{65}{8}$.

A	Sai vì nhầm $h=2R$.
C	Giải phương trình sai. $\begin{cases}R\le\frac{125}{8}\\R^2-\frac{625}{64}=\frac{15625}{64}+R^2-\frac{125}{4}R\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}R\le 125/8\\\frac{125}{4}R=\frac{15625}{64}-\frac{625}{64}\end{cases}\Leftrightarrow R=\frac{15}{2}$

D	Sai vì nghĩ $R = h$.

46. **Phương án 1**: Chia hình tròn thành 3 phần.

Độ dài đường sinh của mỗi chiếc nón cũng là bán kính hình tròn ban đầu, tức 16 cm.

Bán kính của mỗi chiếc nón sẽ bằng 1/3 bán kính ban đầu, tức $\frac{16}{3}(cm)$.

Ta tìm được chiều cao của mỗi chiếc nón: $\sqrt{16^2-\left(\frac{16}{3}\right)^2}=\frac{32\sqrt{2}}{3}(cm)$.

Thể tích V_1 của mỗi chiếc nón: $V_1=\frac{1}{3}.\left(\pi.\left(\frac{16}{3}\right)^2\right).\frac{32\sqrt{2}}{3}=\frac{8192\sqrt{2}}{81}\pi\ (cm^3)\approx 449,33(cm^3)$

Tổng thể tích V của 3 chiếc nón: $V=3V_1=1348,00\ (cm^3)$.

Phương án 2: Chia hình tròn thành 6 phần.

Bán kính của mỗi chiếc nón sẽ bằng 1/6 bán kính ban đầu, tức $\frac{8}{3}(cm)$.

Ta tìm được chiều cao của mỗi chiếc nón: $\sqrt{16^2-\left(\frac{8}{3}\right)^2}=\frac{8\sqrt{35}}{3}(cm)$.

Thể tích V_2 của mỗi chiếc nón: $V_2=\frac{1}{3}.\left(\pi.\left(\frac{8}{3}\right)^2\right).\frac{8\sqrt{35}}{3}=\frac{512\sqrt{35}}{81}\pi\ (cm^3)\approx 117,48(cm^3)$

A	Sai vì cho rằng cùng là một miếng bìa thì tổng thể tích các nón tạo ra là như nhau.
C	Sai vì cho rằng thể tích có tương quan với số phần mà miếng bìa được chia ra.

47. $M\left(m;\frac{2m-1}{m+2}\right)\in(C)$. Tiệm cận đứng của (C) là $d_1: x=-2$. Suy ra $d(M,d_1)=|m+2|$; $d(M,\Delta)=\frac{|m-3|}{|m+2|}$

Tổng khoảng cách: $f(m)=|m+2|+\frac{|m-3|}{|m+2|}$.

Lập Bảng xét dấu:

m	$-\infty$		-2		3		$+\infty$
$m-3$		-		-	0	+	
$m+2$		-	0	+		+	

Khảo sát hàm trên $(-\infty;-2);(-2;3);[4;+\infty)$ ta được $\min f(m)=1+2\sqrt{5}$ khi $m_0=-2-\sqrt{5}$.

A	Quên loại đi $m=-2$	C	Nhầm $m_0=2+\sqrt{5}$ và tính sai số giá trị nguyên	D	Nhầm $m_0=2+\sqrt{5}$ và tính sai số giá trị nguyên

48. Ta có $w=z+\bar{z}=2a+2i$. Nhận xét số phức $z=a+bi$ có $a\in[-1;3]$ nên $2a\in[-2;6]$.

Như vậy tập hợp điểm biểu diễn của w là đoạn thẳng có 2 mút là $(-2;2)$ và $(6;2)$.

A	Sai vì không tìm khoảng giới hạn của a.	D	Sai vì mình thấy tập hợp điểm biểu diễn số phức thì mình chọn đường tròn thôi.	C	Sai vì nhầm tưởng a là hằng số.

49. **Bước 1**: Đặt $t=\sqrt{x}$, biến đổi tích phân theo biến t, đưa về dạng tích phân từng phần.

Bước 2: Biến đổi tích phân từng phần.

Đặt $t=\sqrt{x}\Rightarrow t^2=x\Rightarrow dx=2tdt$. Đổi cận: $x=0\Rightarrow t=0; x=\pi^2\Rightarrow t=\pi$. Ta có: $I=\int\limits_0^{\pi}2t^2\sin tdt$.

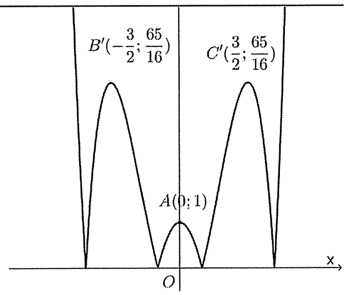
Đặt $\begin{cases}u=2t^2\\dv=\sin tdt\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}du=4tdt\\v=-\cos t\end{cases}$. Ta có $I=-2t^2\cos t\Big|_0^{\pi}+\int\limits_0^{\pi}4t\cos tdt=2\pi^2+\int\limits_0^{\pi}4t\cos tdt$.

Đặt $\begin{cases}u=4t\\dv=\cos tdt\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}du=4dt\\v=\sin x\end{cases}$. Ta có $I=2\pi^2+4t\sin t\Big|_0^{\pi}-4\int\limits_0^{\pi}\sin tdt=2\pi^2-8\Rightarrow n=-8$.

50. **Bước 1.** Tìm đồ thị hàm số $y=\left|f(x)\right|$ bằng cách lấy đối xứng phần bên dưới trục Ox qua trục Ox.

Bước 2. Từ đó suy ra giá trị của m.

Từ đồ thị hàm số $y=f(x)$ ta lấy đối xứng qua trục Ox ta thu được đồ thị hình bên. Từ đó số nghiệm của phương trình $\left|f(x)\right|=m$ là số giao điểm của đồ thị $y=\left|f(x)\right|$ và $y=m$. Ta có $m=0\vee m=\frac{65}{16}$ thì có bốn giao điểm.



B	Sai vì không để ý dấu giá trị tuyệt đối $\left|f(x)\right|=m$
C	Sai vì lấy nhầm tung độ .
D	Sai vì nhầm với có nghiệm.

ĐÁP ÁN ĐỀ 9

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
B	A	D	B	C	D	C	B	C	C
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
C	C	A	A	B	A	C	C	D	C
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
D	A	D	A	B	D	B	A	B	A
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
C	B	D	D	A	A	B	D	B	A
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
C	D	B	B	A	D	B	D	C	D

1. Ta có: $z_1 = a + bi^4 = a + b;\ z_2 = -ai^2 + bi = a + bi \Rightarrow z_1 - z_2 = b - bi$.

A	Sai vì tính $i^2 = 1$.	C	Sai vì tính thành $z_1 + z_2$.	D	Sai vì tính $i^4 = -1$.

2. Phương trình mặt phẳng chắn các trục tọa độ tại các điểm A, B, C là $(\alpha): \frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1$. Ở đây (α) cắt các trục tọa độ tại các điểm $(a;0;0)$, $(0;b;0)$, $(0;0;c)$ với $abc \neq 0$.

Áp dụng công thức phương trình mặt phẳng theo đoạn chắn ta có $(ABC): \frac{x}{2} + \frac{y}{3} + \frac{z}{4} = 1$

3. Hàm số xác định $\Leftrightarrow x - 2 > 0 \Leftrightarrow x > 2$.

C	Sai vì nhầm với điều kiện của hàm $y = \sqrt{x-2}$.

4. **Bước 1:** Dấu hiệu nhận biết sự đồng biến, nghịch biến của hàm số thông qua đồ thị. Nếu đồ thị dạng "đi lên" trong khoảng nào thì hàm số đồng biến trên khoảng ấy. Ngược lại, nếu đồ thị dạng "đi xuống trong khoảng nào thì hàm số nghịch biến trên khoảng ấy.

Bước 2: Dựa vào đồ thị và nhận xét.

Dựa vào đồ thị nhận xét hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên các khoảng $(-3;-1)$ và $(3;5)$; hàm số nghịch biến trên khoảng $(-1;1)$.

A	Sai vì không thể kết luận hàm số đồng biến trên tập $(-3;-1) \cup (3;5)$.
C	Sai vì kết luận nghịch biến trên khoảng giá trị của $y \in (3;-2)$.
D	Sai vì trên khoảng $(1;3)$ hàm số không đổi.

5. Hai hàm số $y = \log_a x$ và $y = a^x$ với $a > 0, a \neq 1$ là hai hàm ngược nhau.

6. TXĐ: $D = R \setminus \{2\}$. Ta có $y' = \frac{5}{(2-x)^2} > 0$. Hàm số đồng biến trên từng khoảng xác định nên loại D.

Ta có $x = 2$ là tiệm cận đứng nằm bên phải trục tung, $y = -2$ là tiệm cận ngang nằm dưới trục hoành, suy ra loại đáp án A.

Mặt khác, đồ thị hàm số giao với Ox tại điểm có hoành độ âm $x = -\frac{1}{2}$, giao với Oy tại điểm có tung độ dương $y = \frac{1}{2}$ nên loại C. Vậy chọn đáp án B.

7. **Bước 1:** Nhắc lại công thức nguyên hàm $\int \frac{1}{\cos^2 x}dx$ và $\int \frac{1}{ax+b}dx$. **Bước 2:** Vận dụng và nhận ra đáp án đúng.

$F(x)=\int\left(\frac{1}{\cos^2 x}+\frac{3}{3x-1}\right)dx=\tan x+\ln|3x-1|+C$.

A, D	HS sai hệ số.	B	HS sai dấu trị tuyệt đối.

8. Nhắc lại công thức tính độ dài vectơ.

$|\vec{u}|=\sqrt{(-3)^2+2^2+0^2}=\sqrt{13}$.

A	$\lvert\vec{u}\rvert=(-3)^2+2^2+0^2=13$.

9. Trong bài ta thấy xuất hiện của hàm đa thức bậc 3 và hàm bậc 4 trùng phương.

Ta đã biết hàm số bậc 3 chỉ có thể có 2 cực trị hoặc không có cực trị nào, do vậy những câu có sự xuất hiện của hàm số bậc 3 đều bị loại bỏ. Như vậy lúc này còn lại hai phương án B và C.

Ở phương án B: $y=x^4-3x^2+7\xrightarrow{a=1,b=-3}ab<0$ rõ ràng hàm số này có 3 điểm cực trị.

Ở phương án C: $y=15-5x^2-2x^4\xrightarrow{a=-2,b=-5}ab>0$, hàm số này có 1 cực trị.

Ngoài ra $h(x)=(x^2-x)(x^2+x)+x^2+6=x^4-x^2+x^2+6=x^4+6$ cũng có duy nhất 1 cực trị.

10. Khối tứ diện đều có 4 đỉnh, 6 cạnh và 4 mặt.

A	Nhầm qua số cạnh và mặt.	B	Nhầm qua số cạnh của một mặt.

11. Cho hàm số $y=ax^3+bx^2+cx+d,(a\neq 0)$. Hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}$ $\Leftrightarrow$ $y'\le 0,\ \forall x\in\mathbb{R}\Leftrightarrow\begin{cases}a_{y'}<0\\ \Delta'_{y'}\le 0\end{cases}$

Tập xác định: $D=\mathbb{R}$. Ta có $y'=-x^2-2mx+2m-3$.

Hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}$

$\Leftrightarrow y'\le 0,\ \forall x\in\mathbb{R}\Leftrightarrow -x^2-2mx+2m-3\le 0,\ \forall x\in\mathbb{R}\Leftrightarrow\begin{cases}a_{y'}<0\\ \Delta'\le 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}-1<0\ \text{(ld)}\\ m^2+2m-3\le 0\end{cases}\Leftrightarrow -3\le m\le 1$

A	Sai vì thiếu điều kiện $y'\le 0,\ \forall x\in\mathbb{R}\Leftrightarrow\begin{cases}a_{y'}<0\\ \Delta'_{y'}<0\end{cases}$ thiếu dấu bằng của Δ
D	Sai vì sai điều kiện $y'\le 0,\ \forall x\in\mathbb{R}\Leftrightarrow\begin{cases}a_{y'}<0\\ \Delta'_{y'}\ge 0\end{cases}$

12. $\int f(x)dx=\int\frac{4x-2}{x^3+2x^2+x+2}dx=\int\frac{4x-2}{(x^2+1)(x+2)}dx=\int\left(\frac{2x}{x^2+1}-\frac{2}{x+2}\right)dx$

$\Rightarrow F(x)=\ln|x^2+1|-2\ln|x+2|+C,\quad F(-1)=-\ln 2\Leftrightarrow \ln 2+C=-\ln 2\Rightarrow C=-2\ln 2$

Lại có: $F(3)=\ln 10-2\ln 5-2\ln 2=-\ln 10$.

Cách khác: Dùng MTCT bấm tích phân $\int_{-1}^{3}f(x)dx=k=F(3)-F(-1)\Rightarrow F(3)=k+F(-1)=k-\ln 2$, đối chiếu với các đáp án, ta chọn C.

13. Bài toán này liên quan phương pháp đặt ẩn phụ khi giải phương trình. Các em chú ý một công thức trong bài toán này là: $\log_a^n b=(\log_a b)^n$.

Điều kiện: $x>0$.

Ta có $\log_{\frac{1}{4}}^2 x-\log_2 x-3=0 \Leftrightarrow \left(\frac{-1}{2}\log_2 x\right)^2-\log_2 x-3=0 \Leftrightarrow \frac{1}{4}(\log_2 x)^2-\log_2 x-3=0$

Đặt $t=\log_2 x$, thì phương trình đã cho trở thành $\frac{1}{4}t^2-t-3=0$.

B	Sai vì nhầm $\log_{\frac{1}{4}}^2 x-\log_2 x-3=0 \Leftrightarrow 2(\log_2 x)^2-\log_2 x-3=0 \Leftrightarrow 2t^2-t-3=0$
C	Sai vì nhầm $\log_{\frac{1}{4}}^2 x-\log_2 x-3=0 \Leftrightarrow (-2\log_2 x)^2-\log_2 x-3=0 \Leftrightarrow 4t^2-t-3=0$

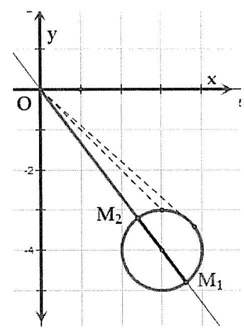
14. Xác định các hình (H) và (H') trong từng tình huống.

<u>Tình huống 1.</u> Hai hình $(H),(H')$ đối xứng qua mặt phẳng gương.

<u>Tình huống 2</u>. Hai hình $(H),(H')$ **không** đối xứng qua mặt nước vì phần hình lập phương bị nhúng trong nước không thu được ảnh.

<u>Tình huống 3.</u> Hai hình $(H),(H')$ đối xứng qua mặt chéo của hình lập phương. Chọn A.

15. Ta có tập hợp điểm biểu diễn số phức z là đường tròn $(3;-4)$ và $R=1$



Do đó $\begin{cases}\max|z|=|3-4i|+1=\sqrt{3^2+4^2}+1=6\\ \min|z|=|3-4i|-1=\sqrt{3^2+4^2}-1=4\end{cases}$. Đáp án B

Cách khác:

$|\bar{z}-3-4i|=1 \xleftrightarrow{z=x-yi} |x-3-(y+4)i|=1 \Leftrightarrow (x-3)^2+(y+4)^2=1$

Khi đó ta vẽ hình ta sẽ được: $\begin{cases}|z|_{\max}=OM_1=OM_2+M_2M_1=4+2=6\\ |z|_{\min}=OM_2=4\end{cases}$

A	Sai vì nhầm khai căn $M-m=\sqrt{6}-2$

16. **Bước 1:** Biến đổi $\ln\frac{1}{4}$ và $\ln\frac{1}{16}$ đưa về được $\ln 2$. **Bước 2:** Rút gọn thành dạng $k+\frac{m}{n}a$.

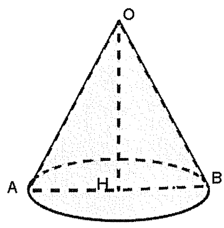
$-\frac{15}{4}\ln\frac{1}{4}+\frac{1}{2}\ln\frac{1}{16}=\frac{15}{2}\ln 2-2\ln 2=\frac{11}{2}\ln 2 \Rightarrow m=11, n=2 \Rightarrow$ Chọn đáp án A.

B	$-\frac{15}{4}.\frac{\ln 1}{\ln 4}+\frac{1}{2}.\frac{\ln 1}{\ln 16}=0.\ln 2$.

17. Khối lập phương là một khối đa diện đều nên tâm mặt cầu ngoại tiếp và nội tiếp trùng nhau, và là giao điểm các đường chéo của khối lập phương.

Dễ thấy khoảng cách từ tâm mặt cầu đến một cạnh sẽ bằng một nửa độ dài một đường chéo nào đó của một mặt khối lập phương. Nghĩa là $d=\frac{a\sqrt{2}}{2}$.

B	Học sinh nhầm với khoảng cách đến mỗi mặt.
D	Học sinh tìm được mối liên hệ với đường chéo một mặt nhưng lại quên chia 2.



18. Ta có công thức $V_0 = \frac{1}{3}\pi r^2 h \Rightarrow h = \frac{3V_0}{\pi r^2}$.

Từ đó diện tích thiết diện qua trục $S = \frac{1}{2}AB.OH = \frac{1}{2}2r.\frac{3V_0}{\pi r^2} = \frac{3V_0}{\pi r}$.

A	Sai vì sai công thức tính thể tích khối nón.
B	Sai vì chưa rút gọn r.
D	Sai vì chuyển vế nhầm bên.

19. $\lim\limits_{x\to 0} y = +\infty \Rightarrow x = 0$ là tiệm cận đứng. $\lim\limits_{x\to\pm\infty} y = 0$, suy ra tiệm cận ngang là y = 0.

20. **Bước 1:** Định nghĩa hình chiếu vuông góc của điểm lên mặt phẳng: " Điểm H gọi là hình chiếu vuông góc của điểm M lên mặt phẳng (α) nếu $MH \perp (\alpha)$ tại giao điểm H.

Bước 2: Công thức điểm hình chiếu vuông góc của M lên mặt phẳng đặc biệt (Oyz).

Hình chiếu vuông góc của điểm $M(3;-2;5)$ lên mặt phẳng (Oyz) là $H(0;-2;5)$.

21. Đặt $\begin{cases} u = 2 - x \\ dv = \sin x dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = -dx \\ v = -\cos x \end{cases}$. Vậy $I = -(2-x)\cos x\Big|_0^{\frac{\pi}{2}} - \int\limits_0^{\frac{\pi}{2}} \cos x dx$.

A	lấy $du = dx, v = \cos x$	B	lấy $du = -dx, v = \cos x$	C	lấy $du = dx, v = -\cos x$

22. Do mặt cầu tiếp xúc với mặt phẳng (Oxy) và có bán kính bằng 13 nên ta dễ dàng suy ra được tâm của mặt cầu có dạng $I = (a;b;13)$ hoặc $I = (a;b;-13)$.

Nhận xét: vì mặt cầu tiếp xúc mặt phẳng (Oxy) nên nó chỉ có thể nằm trọn vẹn về cùng một phía của mặt phẳng này, do vậy tất cả các điểm nằm trên và nằm trong mặt cầu đều sẽ có cao độ cùng dấu với nhau (trừ tiếp điểm có cao độ bằng 0). Vậy rõ ràng nhìn vào hai điểm A và B, ta có thể chọn ngay $I(a;b;13)$.

Thay tọa độ A, B, ta có hệ sau:

$$\begin{cases} (6-a)^2 + b^2 + 144 = 169 \\ (7-a)^2 + (b+1)^2 + 144 = 169 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (6-a)^2 + b^2 + 144 = 169 \\ (7-a)^2 + (b+1)^2 + 144 = 169 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 10 \\ b = 3 \end{cases} \vee \begin{cases} a = 3 \\ b = -4 \end{cases}.$$

Xét điều kiện tung độ của tâm là số âm, ta có: $(x-3)^2 + (y+4)^2 + (z-13)^2 = 169$. Mặt cầu này đi qua điểm $M(15;-1;9)$.

B	Sai vì chọn $I(10;3;13)$.

23. Dựa vào bảng biến thiên để xác định cực đại và cực tiểu.

TXĐ: $D = R$. Ta có hàm số đạt cực đại tại $x = -1$, giá trị cực đại là 2; và hàm số đạt cực tiểu tại $x = 2$, giá trị cực tiểu là -1 .

A	nhầm giữa cực đại và giá trị cực đại.	B	Sai vì học sinh thấy đạo hàm không xác định tại $x = 2$.	C	Sai vì nhầm giữa cực đại và giá trị cực tiểu.

24. $y = \frac{e^x + 2e^{-x}}{2e^x + e^{-x}} = \frac{e^{2x} + 2}{2e^{2x} + 1} \Rightarrow y' = \frac{(e^{2x}+2)'.(2e^{2x}+1) - (2e^{2x}+1)'.(e^{2x}+2)}{(2e^{2x}+1)^2} = -\frac{6e^{2x}}{(2e^{2x}+1)^2}$

25. Giải phương trình mũ bằng phương pháp đặt ẩn phụ

$$6.4^{\sin x} - 13.6^{\sin x} + 6.9^{\sin x} = 0 \Leftrightarrow 6\left(\frac{3}{2}\right)^{2\sin x} - 13\left(\frac{3}{2}\right)^{\sin x} + 6 = 0$$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \left(\dfrac{3}{2}\right)^{\sin x} = \dfrac{3}{2} \\ \left(\dfrac{3}{2}\right)^{\sin x} = \dfrac{2}{3} \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \sin x = 1 \\ \sin x = -1 \end{array}\right. \Leftrightarrow \cos x = 0 \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{R} .$$

26. $z_1 = -\left(2-\sqrt{2}\right)i,\ z_2 = -\left(8+\sqrt{2}\right)i \Rightarrow \overline{z_1}.z_2 = 14 - 6\sqrt{2}$.

A	Sai vì nhầm với $\left[\left(5-\sqrt{2}\right)i^3 - 3i\right]\left[\left(5+\sqrt{2}\right)i^3 - 3i\right]$.
B	Sai vì nhầm với $\left[\left(5-\sqrt{2}\right)i^3 - 3i\right]\left[\left(5+\sqrt{2}\right)i^3 + 3i\right]$.
C	Sai vì nhầm với $z_1.z_2$ hoặc $\overline{z_1.z_2}$

27. **Bước 1:** Giải nghiệm của phương trình. **Bước 2:** Xác định các cặp nghiệm liên hợp của nhau.

$z^6 + 7z^3 - 8 = 0 \Rightarrow \left[\begin{array}{l} z^3 = 1 \\ z^3 = -8 \end{array}\right.$. Từ phương trình $z^3 = 1 \Leftrightarrow z = 1 \vee z = -\frac{1}{2} \pm \frac{\sqrt{3}}{2}i$ và phương trình $z^3 = -8 \Leftrightarrow z = -2 \vee z = 1 \pm \sqrt{3}i$. Vậy phương trình có hai cặp nghiệm liên hợp của nhau.

A	Sai vì không hiểu rõ khái niệm nghiệm liên hợp.	C	Sai vì tưởng ra 6 nghiệm thì có 3 cặp liên hợp.	D	Sai vì tưởng hỏi số nghiệm của phương trình.

28. **Bước 1**: Đặt $z = x + y.i; x, y \in \mathbb{R}$. Thay vào $|z - i| = |(1+i)z|$

Bước 2: Nhắc lại định nghĩa mô đun của số phức, khai triển phương trình và kết luận.

Đặt $z = x + y.i; x, y \in \mathbb{R}$.

Ta có $|z-i| = |(1+i)z| \Leftrightarrow |x + yi - i| = |(1+i)(x+yi)| \Leftrightarrow |x + (y-1)i| = |(x-y) + (x+y)i|$

$\Leftrightarrow \sqrt{x^2 + (y-1)^2} = \sqrt{(x-y)^2 + (x+y)^2} \Leftrightarrow x^2 + (y+1)^2 = 2$.

Vậy tập hợp điểm $M(x;y)$ là đường tròn tâm $I(0;-1)$, bán kính $R = \sqrt{2}$.

B	HS sai bán kính.	C	HS sai tâm	D	$\lvert z-i\rvert = \lvert(1+i)z\rvert \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} z - i = (1+i)z \\ z - i = -(1+i)z \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} z = -1 \\ z = \frac{1}{5} + \frac{2}{5}i \end{array}\right.$.

29. **Bước 1:** Từ $a = 10^{\frac{m}{n - \log b}}$, biểu diễn $\log b$ theo $\log a$.

Bước 2: $b = 10^{\frac{m}{n - \log c}}$, biểu diễn $\log b$ theo $\log c$.

Bước 3: So sánh 2 biểu thức bước 1 và 2, suy ra $\log c$ theo $\log a$.

$$a = 10^{\frac{m}{n-\log b}} \Leftrightarrow \log a = \frac{m}{n - \log b} \Leftrightarrow n - \log b = \frac{m}{\log a} \Leftrightarrow \log b = \frac{n\log a - m}{\log a};$$

$$b = 10^{\frac{m}{n-\log c}} \Leftrightarrow \log b = \frac{m}{n - \log c}$$

Ta có $\log b = \dfrac{m}{n - \log c} = \dfrac{n\log a - m}{\log a} \Leftrightarrow n - \log c = \dfrac{m\log a}{n\log a - m} \Leftrightarrow \log c = \dfrac{(n^2 - m)\log a - mn}{n\log a - m}$

30. **Bước 1**: Kiểm tra 4 điểm A, B, C, D tạo thành tứ diện.

Bước 2: Mặt phẳng (α) song song với cả 2 đường thẳng AB và CD, suy ra mặt phẳng (α) có vectơ pháp tuyến là $\vec{n}=\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{CD}\right]$. Viết phương trình mặt phẳng (α)

Bước 3: Vì mặt phẳng (α) cách đều 4 điểm A, B, C, D nên $d(A,(\alpha))=d(B,(\alpha))=d(C,(\alpha))=d(D,(\alpha))$

Bước 4: Lập phương trình, giải và suy ra phương trình (α).

$\overrightarrow{AB}=(1;-1;1),\overrightarrow{AC}=(-1;-3;-1),\overrightarrow{AD}=(-2;-3;4),\overrightarrow{CD}=(-1;0;5)$.

$\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right]=(4;0;-4)\Rightarrow\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right].\overrightarrow{AD}=-24\neq 0\Rightarrow$ A, B, C, D tạo thành tứ diện.

Phương trình mặt phẳng (α) có vectơ pháp tuyến $\vec{n}=\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{CD}\right]=(-5;-6;-1)$ là $(\alpha):5x+6y+z+m=0$

$$d(A,(\alpha))=d(C,(\alpha))\Leftrightarrow\frac{|5.(-1)+6.2+0+m|}{\sqrt{5^2+6^2+1^2}}=\frac{|5.(-2)+6.(-1)-1+m|}{\sqrt{5^2+6^2+1^2}}$$

$$\Leftrightarrow|m+7|=|m-17|\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m+7=m-17\,(vn)\\m+7=-m+17\end{array}\right.\Leftrightarrow m=5\Rightarrow(\alpha):5x+6y+z+5=0.$$

A	Mặt phẳng chỉ song song với AB và CD.	C	Mặt phẳng song song với (ABC) và cách đều 4 điểm A, B, C, D.	D	Mặt phẳng song song với (ACD) và cách đều 4 điểm A, B, C, D.

31. **Bước 1**: Biến đổi $I=\int_{-1}^{2}\frac{dx}{x^2+2x+4}=\int_{-1}^{2}\frac{dx}{(x+1)^2+3}$.

Đặt $x+1=\sqrt{3}\tan t,t\in\left(-\frac{\pi}{2};\frac{\pi}{2}\right)$, tính dx và đổi cận.

Bước 2: Thay biểu thức mới, cận mới, biến đổi và tính toán.

$$I=\int_{-1}^{2}\frac{dx}{x^2+2x+4}=\int_{-1}^{2}\frac{dx}{(x+1)^2+3}$$

Đặt $x+1=\sqrt{3}\tan t,t\in\left(-\frac{\pi}{2};\frac{\pi}{2}\right)\Rightarrow dx=\frac{\sqrt{3}}{\cos^2 t}dt$. Đổi cận: $x=-1\Rightarrow t=0;x=2\Rightarrow t=\frac{\pi}{3}$.

$$I=\int_{-1}^{2}\frac{dx}{(x+1)^2+3}=\int_{0}^{\frac{\pi}{3}}\frac{1}{3\tan^2 t+3}.\frac{\sqrt{3}}{\cos^2 t}dt=\frac{1}{\sqrt{3}}\int_{0}^{\frac{\pi}{3}}dt=\frac{\pi}{3\sqrt{3}}\Rightarrow m=1,n=3\Rightarrow m^2-2n<0.$$

32. **Bước 1:** Tìm đạo hàm y' của hàm số đã cho. Nhẩm được 2 nghiệm $x_1;x_2$ của $y'=0$.

Bước 2: Nhận xét hệ số trước x^2 của biểu thức y' là $a=3m$. Vẽ bảng xét dấu y' trong 2 trường hợp $a>0$ và $a<0$. Trường hợp $a>0$ bị loại. Trường hợp $a<0$ nhận ra hàm số đồng biến trên khoảng $(x_1;x_2)$.

Bước 3: Theo yêu cầu bài toán ta giải phương trình $|x_2-x_1|=2$ tìm m.

TXĐ: $D=\mathbb{R}$. Ta có: $y'=3mx^2+6x$; $y'=0\Leftrightarrow 3mx^2+6x=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x_1=0\\x_2=-\frac{2}{m}\end{array}\right.$. Điều kiện $m\neq 0$.

Vẽ bảng xét dấu đạo hàm y' ta cần biết dấu của hệ số $a = 3m$. Ta có nhận xét sau:

Nếu $a = 3m > 0 \Rightarrow x_2 < x_1$ thì ta có bảng xét dấu

x	$-\infty$		x_2		x_1		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	

Khi đó, hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty; x_2)$ và $(x_1; +\infty)$. Không thỏa đề nên loại trường hợp $a = 3m > 0$.

Nếu $a = 3m < 0 \Leftrightarrow m < 0 \Rightarrow x_1 < x_2$, ta có bảng xét dấu

x	$-\infty$		x_1		x_2		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	

Dựa vào bảng xét dấu ta nhận thấy hàm số chỉ luôn đồng biến trên khoảng $(x_1; x_2)$.

Yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow |x_2 - x_1| = 2 \Leftrightarrow \left|-\dfrac{2}{m} - 0\right| = 2 \Leftrightarrow -\dfrac{1}{m} = 1 \Leftrightarrow m = -1$.

A	HS nhầm $|x_2 - x_1| = 2 \Leftrightarrow \left|-\dfrac{2}{m} - 0\right| = 2 \Leftrightarrow \dfrac{1}{m} = 1 \Leftrightarrow m = 1$.
C	HS nhầm $|x_2 - x_1| \ge 2 \Leftrightarrow \left|-\dfrac{2}{m} - 0\right| \ge 2 \Leftrightarrow \dfrac{1}{-m} \ge 1 \Leftrightarrow m \ge 1$.
D	HS giải không loại m: $|x_2 - x_1| = 2 \Leftrightarrow \left|-\dfrac{2}{m} - 0\right| = 2 \Leftrightarrow |m| = 1 \Leftrightarrow m = \pm 1$.

33. **Bước 1:** Tìm giao điểm nếu có của d và (α).

Bước 2: Tìm vectơ chỉ phương của đường thẳng hình chiếu.

$(-2t) + t - (-1 - 2t) + 1 = 0 \Rightarrow t = -2$. Tọa độ giao điểm là $M(4; -2; 3)$.

Vectơ chỉ phương của d' là $\overrightarrow{u_{d'}} = \left[\left[\overrightarrow{u_d}, \vec{n}\right], \vec{n}\right] = (7; -2; 5)$.

Vậy phương trình $d': \dfrac{x-4}{7} = \dfrac{y+2}{-2} = \dfrac{z-3}{5}$.

A	nhầm là $d' // d$.	B	nhầm là $\overrightarrow{u_{d'}} = \left[\overrightarrow{u_d}, \vec{n}\right]$.	C	nhầm công thức.

34. **Bước 1:** Đề bài hỏi quãng đường đi được trong 5 giây, cần biết quãng đường là nguyên hàm của vận tốc xe chạy.

Bước 2: Để tính quãng đường đi được trong khoảng thời gian nào ta sẽ tính tích phân của hàm vận tốc trong khoảng thời gian đó.

Quãng đường xe máy đi được trong khoảng thời gian 5 giây kể từ khi hết đèn đỏ (t = 0) là: $\int_0^5 v(t)dt = \int_0^5 \left(-t^2 + 10t\right)dt = \dfrac{250}{3}$ (m)

A	Nhầm $v(5) = 25m$.

35. Tích phân không phụ thuộc vào biến số nghĩa là $\int_a^b f(x)dx = \int_a^b f(t)dt$

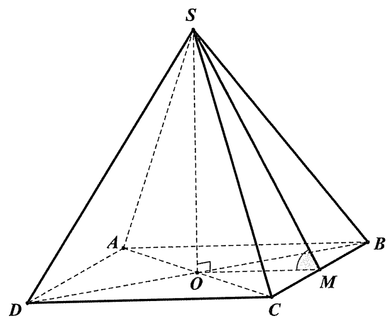
Đặt $t = x + 6 \Rightarrow dt = dx$, $\int_0^{10} f(x+6)dx = \int_6^{16} f(t)dt = 123 \Rightarrow \int_0^6 f(t)dt = 504 - 123 = 381$

$$I=\int_0^2 f(3z)dz \xrightarrow{t=3z\Rightarrow \frac{dt}{3}=dz} I=\int_0^6 f(t)\frac{dt}{3}\Rightarrow I=\frac{381}{3}=127.$$

B	Sai vì nhầm vì $I=\int_0^2 f(3z)dz=\int_0^6 f(t)dt$
C	$\int_0^{16} f(t)dt+\int_0^{10} f(x+6)dx=\int_0^2 f(3z)dz=504+123=627$
D	Sai vì nhầm $I=\int_0^2 f(3z)dz=3\int_0^6 f(t)dt=381.3=1143$

36. **Bước 1:** Lập luận góc giữa mặt bên và mặt đáy, dựa vào độ dài cạnh bên suy ra cạnh đáy và độ dài đường cao SO. **Bước 2**: Xác định các yếu tố và Tính thể tích khối nón.

Gọi M là trung điểm BC. Ta chứng minh được góc giữa mặt bên (SBC) và đáy (ABCD) bằng góc $\widehat{SMO}=60^0$.



Đặt $AB=x$. Độ dài $SO=OM.\tan 60^0=\frac{x\sqrt{3}}{2}$.

$$\Rightarrow SB=\sqrt{SO^2+OB^2}=\sqrt{\left(\frac{x\sqrt{3}}{2}\right)^2+\left(\frac{x\sqrt{2}}{2}\right)^2}=\frac{x\sqrt{5}}{2}\Rightarrow x=a$$

Khối nón có chiều cao $h=SO=\frac{a\sqrt{3}}{2}$, bán kính đáy $R=OM=\frac{a}{2}$.

Thể tích $V=\frac{1}{3}S_{đáy}.h=\frac{1}{3}\pi R^2.h=\frac{1}{3}\pi\left(\frac{a}{2}\right)^2.\frac{a\sqrt{3}}{2}=\frac{a^3\pi\sqrt{3}}{24}$.

B	HS nhầm $V=S_{đáy}.h=\pi R^2.h=\pi\left(\frac{a}{2}\right)^2.\frac{a\sqrt{3}}{2}=\frac{a^3\pi\sqrt{3}}{8}$.

37. $d:\frac{x}{1}=\frac{y-5}{1}=\frac{2z-1}{-1}\Leftrightarrow d:\frac{x}{1}=\frac{y-5}{1}=\frac{z-\frac{1}{2}}{\frac{-1}{2}}$;

$$\Delta:\frac{x}{m^2+1}=\frac{y+5}{n^2+1}=\frac{-z}{m^2+n^2}\Leftrightarrow \Delta:\frac{x}{m^2+1}=\frac{y+5}{n^2+1}=\frac{z}{-(m^2+n^2)}$$

Để d song song Δ thì $\frac{m^2+1}{1}=\frac{n^2+1}{1}=\frac{-\left(m^2+n^2\right)}{\frac{-1}{2}}\Rightarrow m=\frac{-1}{\sqrt{3}};n=\frac{1}{\sqrt{3}}$.

A, D	Tính sai VTCP

38. **Bước 1:** Gọi O là tâm tam giác đều. Tính độ dài đường cao SO.

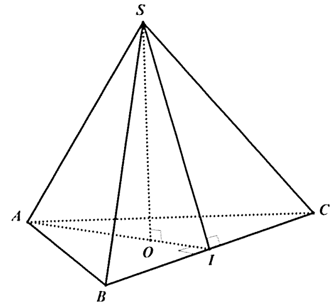
Bước 2: Tính thể tích $V_{S.ABC}=\frac{1}{3}.SO.S_{\Delta ABC}$.

Gọi I là trung điểm BC, O là tâm tam giác đều ABC.

$AO = \frac{2}{3}AI = \frac{2}{3}.\frac{2a\sqrt{3}}{2} = \frac{2a\sqrt{3}}{3}$;

$SO = \sqrt{SA^2 - AO^2} = \sqrt{(2a)^2 - \left(\frac{2a\sqrt{3}}{3}\right)^2} = \frac{2a\sqrt{6}}{3}$.

$V_{S.ABC} = \frac{1}{3}.SO.S_{\Delta ABC} = \frac{1}{3}.\frac{2a\sqrt{6}}{3}.\frac{(2a)^2\sqrt{3}}{4} = \frac{2a^3\sqrt{2}}{3}$.



A	HS nhầm tứ diện đều cạnh bằng a. $V_{S.ABC} = \frac{a^3\sqrt{2}}{12}$
B	sai công thức $V_{S.ABC} = SO.S_{\Delta ABC} = \frac{2a\sqrt{6}}{3}.\frac{(2a)^2\sqrt{3}}{4} = 2a^3\sqrt{2}$.

39. **Bước 1:** Tìm đạo hàm cấp 1 và 2 của hàm số đã cho. **Bước 2:** Tìm mối liên hệ giữa các đại lượng.

Ta có $y = e^{\sin x} \Rightarrow \sin x = \ln y$. Xét $y' = \cos x.e^{\sin x}$ và $y'' = \cos^2 x.e^{\sin x} - \sin x.e^{\sin x}$.

Suy ra $y'' = \frac{y'^2}{y} - y\ln y \Rightarrow y''.y = y'^2 - y^2\ln y$.

A	Sai vì tính $y'' = \cos^2 x.e^{\sin x} + \sin x.e^{\sin x}$.
C	Sai vì tính $y'' = \cos^2 x.e^{\sin x}$
D	Sai vì không sử dụng công thức $(e^u)' = u'e^u$.

40. Ta có: $y' = x^3 - 4(m^2-2)x = x\left[x^2 - 4(m^2-2)\right]$. Đồ thị hàm số có 3 điểm cực trị khi $m > \sqrt{2}$ hoặc $m < -\sqrt{2}$.

Khi đó 3 điểm cực trị là $A(0;2)$, $B\left(2\sqrt{m^2-2}; 2-4(m^2-2)^2\right)$, $C\left(-2\sqrt{m^2-2}; 2-4(m^2-2)^2\right)$.

Ta có: $\overrightarrow{AB} = \left(2\sqrt{m^2-2}; -4(m^2-2)^2\right)$; $\overrightarrow{AC} = \left(-2\sqrt{m^2-2}; -4\left(m^2-2\right)^2\right)$.

Tam giác ABC vuông cân tại A khi $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC} = 0 \Leftrightarrow -4(m^2-2) + 16(m^2-2)^4 = 0$

$\Leftrightarrow m^2 - 2 = 0$ (loại) hay $m^2 - 2 = \frac{1}{\sqrt[3]{4}} \Leftrightarrow m^2 = 2 + \frac{1}{\sqrt[3]{4}}$.

Cách khác: áp dụng công thức giải nhanh phần cực trị hình học của hàm trùng phương như sau:

$\cos\widehat{BAC} = \cos 90^0 = \frac{b^3 + 8a}{b^3 - 8a} \Leftrightarrow b^3 + 8a = 0 \Leftrightarrow -8(m^2-2)^3 + 8\frac{1}{4} = 0 \Leftrightarrow m^2 - 2 = \frac{1}{\sqrt[3]{4}} \Leftrightarrow m^2 = 2 + \frac{1}{\sqrt[3]{4}}$

B	Sai vì đưa ra kết quả là m.	C	Sai vì giải thành $m^2 - 2 = \frac{1}{4} \Leftrightarrow m^2 = \frac{9}{4}$	D	Kết hợp B và C

41. TXĐ: $D = [1;151]$. $V' = 20x^3 - 2440x^2 + 87900x - 837000 = 20(x-62)(x-45)(x-15)$.

Ta có: $V(1) = 24.206.141,67$; $V(15) = 19.841.575$; $V(45) = 22.721.875$; $V(62) = 22.091.373,33$.

$V(151) = 699.878.141,7$.

42. Nhìn đồ thị ta có đồ thị giao nhau tại $x=-1, y=2$ và hàm $y=a^x$ nằm trên đồ thị hàm $y=cx+d$ khi $x<-1$; nằm dưới khi $x>-1$.

A	Sai vì không để ý đầu mút.	B, C	Sai vì nhầm tung độ giao điểm.

43. **Bước 1:** Ta xuất phát từ câu hỏi định hướng làm sao để tốn ít nguyên vật liệu nhất ?

Bước 2: Ta nhận thấy để ít tốn nguyên vật liệu nhất thì diện tích xung quanh của phần vỏ bao bên ngoài bồn chứa nước cùng với diện tích của đáy và nắp phải nhỏ nhất. Hay chính xác hơn ta cần tìm diện tích xung quanh nhỏ nhất ứng với thể tích mà đề bài cho. Mà ta đã biết $S_{tp}=S_{xq}+2S_{day}=2\pi rh+2\pi r^2$ (với r, h lần lượt bán kính đáy và chiều cao của bồn nước hình trụ). Ta nhận thấy diện tích phụ thuộc theo 2 biến r và h. Và đến đây ta hiểu vì sao đề bài lại cho sẵn dung tích $V=\pi r^2 h=\text{const}$ tức là đang cho mối liên hệ giữa bán kính đáy r và chiều cao h của hình trụ. Từ $V=\pi r^2 h \Rightarrow h=\dfrac{V}{\pi r^2}$.

Như vậy ta có thể tìm $\min S_{tp}$ phụ thuộc theo 1 trong 2 biến r hoặc h. Khi đó, ta có thể tính được chi phí thấp nhất để xây dựng bồn nước khi biết diện tích của mỗi mặt bồn.

Gọi r,h lần lượt là bán kính đáy và chiều cao của bình chứa hình trụ $(r,h>0)$.

Khi đó: $V=\pi r^2 h=100m^3 \Rightarrow h=\dfrac{100}{\pi r^2}$

Tổng chi phí xây dựng là $P(r)=100.S_{day\,binh}+90S_{xq}+120.S_{nap\ binh}$

$\Rightarrow P(r)=220S_{day}+90S_{xq}=220\pi r^2+90(2\pi rh)=220\pi r^2+\dfrac{18000}{r}$

Bài toán trở thành tìm $\min P(r)=?$ với $r>0$

Ta có $P'(r)=440\pi r-\dfrac{18000}{r^2}, P'(r)=0 \Leftrightarrow r_o=\sqrt[3]{\dfrac{450}{11\pi}}$

Lập bảng biến thiên, ta được:

r	0		r_o		$+\infty$
$P'(r)$		$-$	0	$+$	
$P(r)$		$\searrow$	$P_{\min}$	$\nearrow$	

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow r_o=\sqrt[3]{\dfrac{450}{11\pi}}$ và $h=\dfrac{100}{\pi\left(\sqrt[3]{\dfrac{450}{11\pi}}\right)^2}$.

Chi phí thấp nhất để xây bồn nước là $P(r_0)\approx 11.476.438$.

A	HS chọn số nhỏ nhất.

44. Ta có $\dfrac{2^{x+1}}{4^x-2^x-2}>-1 \Leftrightarrow \dfrac{4^x+2^x-2}{4^x-2^x-2}>0 \xrightarrow{t=2^x>0} \dfrac{t^2+t-2}{t^2-t-2}>0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}0<t<1\\ t>2\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x<0\\ x>1\end{array}\right.$

$\Rightarrow S_1=(-\infty,0)\cup(1,+\infty)$

Mặt khác

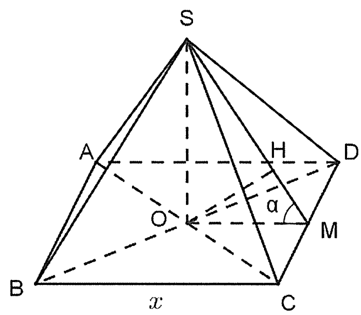
$$\log_x 2<1 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \xrightarrow{x>1} \log_x 2<1 \Leftrightarrow x>2 \\ \xrightarrow{0<x<1} \log_x 2<1 \Leftrightarrow x<2 \Rightarrow 0<x<1 \end{array}\right. \Rightarrow S_2=(0;1)\cup(2;+\infty) \Rightarrow S_1\cap S_2=(2;+\infty).$$

A	Sai vì nhầm xét dấu tam thức đối với bpt $\dfrac{2^{x+1}}{4^x-2^x-2}>-1 \Leftrightarrow \dfrac{4^x+2^x-2}{4^x-2^x-2}>0 \xrightarrow{t=2^x>0} \dfrac{t^2+t-2}{t^2-t-2}>0 \Leftrightarrow \begin{cases} t^2+t-2>0 \\ t^2-t-2>0 \end{cases} \Leftrightarrow t>2 \Leftrightarrow x>1$ $\Rightarrow S_1=(1;+\infty)$ Và đồng thời $\log_x 2<1 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \xrightarrow{x>1} \log_x 2<1 \Leftrightarrow x>2 \\ \cancel{\xrightarrow{0<x<1} \log_x 2<1 \Leftrightarrow x<2 \Rightarrow 0<x<1} \end{array}\right. \Rightarrow S_2=(2;+\infty)$ $S_1\cap S_2=(2;+\infty)=S_2$
C	Sai vì quy đồng bỏ mẫu đối với bất phương trình $\dfrac{2^{x+1}}{4^x-2^x-2}>-1 \Leftrightarrow 2.2^x>-2^{2x}+2^x+2 \Leftrightarrow 2^{2x}+2^x-2>0 \Leftrightarrow 2^x>1 \Leftrightarrow x>0 \Rightarrow S_1=(0;+\infty)$ $\Rightarrow S_1\cup S_2=S_1$
D	Sai vì sót trường hợp $\dfrac{2^{x+1}}{4^x-2^x-2}>-1 \Leftrightarrow 2.2^x>-2^{2x}+2^x+2 \Leftrightarrow 2^{2x}+2^x-2>0 \Leftrightarrow 2^x>1 \Leftrightarrow x>0 \Rightarrow S_1=(0;+\infty)$ $\log_x 2<1 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \xrightarrow{x>1} \log_x 2<1 \Leftrightarrow x>2 \\ \cancel{\xrightarrow{0<x<1} \log_x 2<1 \Leftrightarrow x<2 \Rightarrow 0<x<1} \end{array}\right. \Rightarrow S_2=(2;+\infty)$ $\Rightarrow S_1 \setminus S_2=(0;2)$

45. **Bước 1:** Tìm thể tích của chóp tứ giác theo d,α, trong đó α là góc giữa mặt bên với đáy.

Bước 2: Biện luận để thể tích khối chóp là nhỏ nhất.

Gọi O là tâm của đáy, H là hình chiếu của O lên trung tuyến SM của tam giác SCD. Ta có $d(O,(SDC))=OH=d=const$ và góc giữa mặt bên với đáy là $\widehat{SMO}=\alpha$. Tam giác SOM vuông tại O, đường cao OH ta có: $OM=\dfrac{OH}{\sin\alpha}=\dfrac{d}{\sin\alpha}$; $SO=OM.\tan\alpha=\dfrac{d}{\cos\alpha}$.



Vậy $V_{S.ABCD}=\dfrac{1}{3}SO.BC^2=\dfrac{1}{3}SO.4.OM^2=\dfrac{4}{3}\dfrac{d^3}{\sin^2\alpha.\cos\alpha}$.

Xét hàm số $y=\sin^2\alpha.\cos\alpha=\cos\alpha\left(1-\cos^2\alpha\right)$, đặt $t=\cos\alpha \Rightarrow t\in(0;1)$.

Hàm số trở thành $g(t)=t-t^3$ có đạo hàm $g'(t)=1-3t^2=0 \Rightarrow t=\dfrac{1}{\sqrt{3}}$.

t	0		$\frac{1}{\sqrt{3}}$		1
$g'(t)$		$+$	0	$-$	
$g(t)$	0	$\nearrow$	$g\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)$	$\searrow$	0

Vậy $V_{S.ABCD}$ nhỏ nhất khi chỉ khi $y(\alpha)$ lớn nhất $\Leftrightarrow g(t)$ lớn nhất $\Leftrightarrow t=\frac{1}{\sqrt{3}}$. Suy ra $\sin\alpha_0=\sqrt{\frac{2}{3}}$.

B	nhầm dấu trừ khi khai căn $\sin^2\alpha_0=\frac{2}{3}$.	C	chưa khai căn.	D	lấy giá trị của $\cos\alpha_0$.

46. (i). Đúng là hiển nhiên, có thể kiểm tra bằng cách dùng định nghĩa số phức liên hợp.

(ii). $\bar{a}+\bar{b}+\bar{c}=0\Rightarrow\frac{a.\bar{a}}{a}+\frac{b\bar{b}}{b}+\frac{c\bar{c}}{c}=0\Rightarrow\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}=0\Rightarrow\frac{ab+bc+ca}{abc}=0\Rightarrow ab+bc+ca=0$

Mặt khác, $a+b+c=0\Leftrightarrow a^2+b^2+c^2+2(ab+bc+ca)=0\Rightarrow a^2+b^2+c^2=0$. Nên (ii) đúng.

(iii). Ta có $\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}=0\Rightarrow c=\frac{-ab}{a+b}\Rightarrow a+b-\frac{ab}{a+b}=0\Leftrightarrow a^2+ab+b^2=0\Rightarrow a^3=b^3$.

Tương tự cho b và c. Suy ra (iii) đúng.

47. Đây là bài toán liên quan đến cực trị của đồ thị hàm bậc 3.

$y=x^3-3x^2+2\Rightarrow y'=3x^2-6x\Rightarrow y'=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0(y=2)\\x=2(y=-2)\end{array}\right.$.

Tọa độ 2 điểm cực trị của (C) là $A(0;2)$, $B(2;-2)$.

Xét biểu thức $P=3x-y-2$.

Thay tọa độ điểm $A(0;2)$ vào $P=3x-y-2\Rightarrow P=-4<0$, thay tọa độ điểm $B(2;-2)\Rightarrow P=6>0$

Vậy 2 điểm cực đại và cực tiểu nằm về hai phía của đường thẳng $\Delta: y=3x-2$

Ta có $MA+MB\ge AB$ suy ra $MA+MB$ nhỏ nhất $\Leftrightarrow$ 3 điểm A,M,B thẳng hàng

Phương trình đường thẳng AB: $y=-2x+2$

Tọa độ điểm M là nghiệm của hệ: $\begin{cases}y=3x-2\\y=-2x+2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=\frac{4}{5}\\y=\frac{2}{5}\end{cases}\Rightarrow M\left(\frac{4}{5};\frac{2}{5}\right)$

48. **Bước 1:** Từ phương trình $\sqrt{3x^2-3}=\sqrt{-x^3+m}\,(*)$ biến đổi sao cho có 1 vế là hàm số $y=x^3+3x^2$.

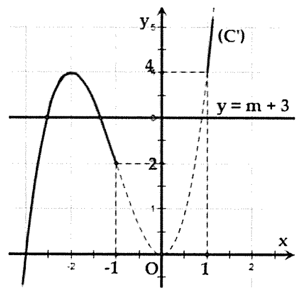
Sử dụng điều kiện về số giao điểm của (C) để biện luận số nghiệm của phương trình $(*)$

Bước 2: Chú ý điều kiện mới phát sinh là $3(x^2-1)\ge 0$, ta bắt buộc xóa đi phần đồ thị không thỏa.

Bước 3: Dựa vào bảng biến thiên mới (đồ thị mới) biện luận số nghiệm phương trình.

$$\sqrt{3x^2-3}=\sqrt{-x^3+m}\Leftrightarrow\begin{cases}3x^2-3\ge 0\\3x^2-3=-x^3+m\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x\le -1\vee x\ge 1\\\underbrace{x^3+3x^2}_{(C)}=\underbrace{m+3}_{d(d//Ox\text{ hay } d\equiv Ox)}\end{cases}\quad(*)$$

Xem phương trình (*) là phương trình hoành độ giao điểm giữa (C') và đường thẳng d.

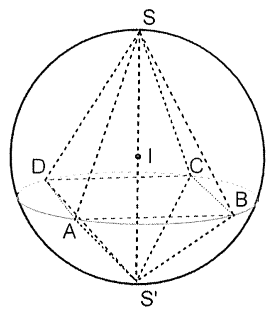


Lưu ý phần đồ thị tương ứng với $x\in(-1;1)$ ta phải xóa đi. Kết hợp với yêu cầu bài toán phươn trình có 2 nghiệm thực phải âm.

Ta suy ra $2\le m+3<4\Leftrightarrow -1\le m<1\Rightarrow m\in[-1;1)$.

A	Sai vì giữ nguyên đồ thị ban đầu, không xóa phần $-1<x<1$ Khi đó $0<m+3<4\Leftrightarrow -3<m<4\Rightarrow m\in(-3;4)$
B	Sai vì không xét tại $x=-1$. Khi đó $2<m+3<4\Rightarrow m\in(-1;1)$
C	Sai vì đọc không kỹ đề có 2 nghiệm thực "âm" chỉ nhận tại $\left[\begin{array}{l} y=0 \\ y=4 \end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l} m=-3 \\ m=1 \end{array}\right.\Rightarrow m\in\{-3;1\}$

49. Mặt cầu (S) có tâm $I=(1;0;2)$ và bán kính $R=3$.



Nhận xét: *S, I, S'* thẳng hàng và $SS'\perp(ABCD)$.

$V_{(H)}=V_{S.ABCD}+V_{S'.ABCD}=\dfrac{1}{3}.SS'.S_{ABCD}=2S_{ABCD}$.

Gọi a là độ dài cạnh hình vuông ABCD thì $\dfrac{a\sqrt{2}}{2}$ chính là bán kính r' đường tròn ngoại tiếp hình vuông.

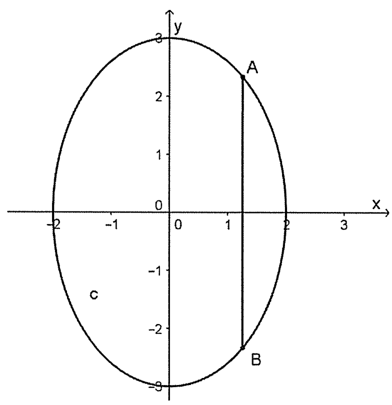
$r'=\sqrt{R^2-d^2}=\sqrt{3^2-\left(\dfrac{8}{3}\right)^2}=\dfrac{\sqrt{17}}{3}$ với $d(I;(P))=\dfrac{8}{3}$

Suy ra $\dfrac{a\sqrt{2}}{2}=\dfrac{\sqrt{17}}{3}\Rightarrow a=\dfrac{\sqrt{34}}{3}\Rightarrow S_{ABCD}=a^2=\dfrac{34}{9}$. Vậy $V_{(H)}=2S_{ABCD}=\dfrac{68}{9}$.

A	Sai vì lấy $a=r'$.	B	Sai vì tính $d'=\dfrac{\lvert -8\rvert}{2^2+2^2+1^2}=\dfrac{8}{9}$.	D	Sai cả A và B.

50. Tìm diện tích $S(x)$ của thiết diện và tính thể tích theo công thức $\int_a^b S(x)dx$.

Thiết diện tại $x\in[-2;2]$ là hình vuông có cạnh là AB.



Trong đó $A(x,y)$ với $y=3.\sqrt{1-\dfrac{x^2}{4}}$. Khi đó $AB=6\sqrt{1-\dfrac{x^2}{4}}$

Diện tích thiết diện là $S(x)=36\left(1-\dfrac{x^2}{4}\right)=36-9x^2$.

Vậy $V=\int_{-2}^{2}S(x)dx=\int_{-2}^{2}\left(36-9x^2\right)dx=96$.

A,B	Sai quay quanh trục Oy.
C	Sai vì quên nhân 2 khi tính AB.

ĐÁP ÁN ĐỀ 10

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
B	A	C	B	C	C	D	D	B	C
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
D	D	A	A	D	D	C	A	C	A
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
C	C	A	C	B	B	B	B	A	A
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
B	B	C	A	A	D	A	D	C	D
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
D	B	D	B	A	B	D	B	D	D

1. $y' = 4ax^3 + 2bx = 2x\left(2ax^2 + b\right)$. (1)

Hàm số có 3 điểm cực trị $\Leftrightarrow$ (1) có 3 nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow ab < 0$.

Các câu A, C, D đều là những điều kiện để hàm số có duy nhất một điểm cực trị.

2. **Bước 1:** Nắm vững các bước tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số trên đoạn, khoảng. Nắm định lí điều kiện đủ để tồn tại giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số.
Bước 2: Dựa vào các kiến thức trên và nhận xét.

Phương án A là phát biểu đúng theo phương pháp xác định Max của hàm số trên đoạn

B	Sai vì không chú ý giá trị nhỏ nhất trên tập nào ?
C	Sai vì nhầm $a < x_1 < x_2 < b$ nên giá trị nhỏ nhất là $f(a)$.
D	Sai vì nhầm định lí trên khoảng $(a;b)$.

3. Ta có: $A = \left(\left(x^3\right)^{2^3}\right)^{\frac{3}{2}} = \left(x^{24}\right)^{\frac{3}{2}} = x^{36}$.

4. **Một:** Nhớ lại công thức tính thể tích khối chóp và khối lăng trụ. **Hai:** Quan sát hình vẽ và nhận ra công thức đúng.

Công thức A và C sai vì AA′ và CC′ không chắc là đường cao.

Công thức D sai vì công thức thể tích khối lăng trụ không có hệ số $\frac{1}{3}$.

5. Tìm điều kiện của hàm số trên từng miền cho trước.

Hàm số $y = f(x)$ dương trên đoạn $[b,c]$ nên diện tích hình phẳng giới hạn bởi $\begin{cases} y = f(x) \\ y = 0 \\ x = b, x = c \end{cases}$ là

$S = \int_b^c f(x)dx$.

A	Sai vì nhìn không kĩ giao hình vẽ.	B	Sai vì không chú ý giới hạn của hình tô đậm.	D	Sai vì không để ý cận của tích phân.

6. Bài toán về phương trình logarit cơ bản.

$$\log_{50}(3x+2)=2 \Leftrightarrow \begin{cases}3x+2>0\\3x+2=50^2\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}x>-\dfrac{3}{2}\\x=\dfrac{2498}{3}\end{cases} \Leftrightarrow x=\dfrac{2498}{3}.$$

7. Xem lại lí thuyết trong sách giáo khoa.

A	$z=3-4i \Leftrightarrow \lvert z\rvert=\sqrt{3^2+4^2}=5$	B	$z=3-4i \Leftrightarrow -z=-3+4i$
C	$z=3-4i \Leftrightarrow \bar{z}=3+4i$	D	Điểm biểu diễn của z là $M(3;-4)$

8. **Bước 1:** Nhắc lại các công thức tích vô hướng của 2 vectơ, tổng hiệu vectơ, vectơ nhân với 1 số.

Bước 2: Nhận ra đáp án đúng.

Khẳng định (I), (III) đúng ; và (II) sai.

9. Bước 1. hàm số $y=f(x)$ xác định và liên tục trên R nên đồ thị hàm số không thể có tiệm cận đứng. Loại hai phương án C và D. Do $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=1,\ \lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=-1$ nên đồ thị hàm số có hai tiệm cận ngang.

10. Phương trình $x^2+y^2+z^2+2ax+2by+2cz+d=0$ là phương trình của một mặt cầu khi $a^2+b^2+c^2>d$.

$(x+a)^2+(y+b)^2+(z+c)^2=R^2\ (R>0)$ là phương trình mặt cầu có tâm $I(-a;-b;-c)$, bán kính R.

A, D	Sai điều kiện phương trình khai triển	B	Sai cách xác định tâm.

11. Ta có: $z=\left(i+i^3+...+i^{2015}\right)+(-i^2-i^4-...-i^{2016})+i^{2017}=i$. (do $2015\equiv 4\ (mod\ 3)$ và $2016\vdots 4$).

Có thể dùng tổng của cấp số nhân $S=i\dfrac{(-i)^{2017}-1}{-i-1}=i\dfrac{i(i)^{2016}+1}{i+1}=i$.

12. **Bước 1:** Tính bán kính R của đường tròn đáy. Suy ra độ dài đường cao vì $\dfrac{R}{h}=\dfrac{1}{3}$.

Bước 2: Tính thể tích khối trụ.

Gọi O là trọng tâm tam giác ABC đều. Ta có $AO=\dfrac{2}{3}.\dfrac{AB\sqrt{3}}{2}=\dfrac{2a\sqrt{3}}{3}$.

Khối trụ (T) có bán kính $R=AO=\dfrac{2a\sqrt{3}}{3}$, chiều cao $h=3R=2a\sqrt{3}$.

Thể tích khối trụ $V=S_{đáy}.h=\pi R^2.h=\pi\left(\dfrac{2a\sqrt{3}}{3}\right)^2.2a\sqrt{3}=\dfrac{8\pi a^3\sqrt{3}}{3}$.

A	HS nhầm $V=\dfrac{1}{3}S_{đáy}.h=\dfrac{8\pi a^3\sqrt{3}}{3}$.	B	nhầm cạnh tam giác đều bằng a $\Rightarrow V=\pi a^3\sqrt{3}$	C	HS nhầm $h=\dfrac{R}{3}=\dfrac{2a\sqrt{3}}{9}\Rightarrow V=\dfrac{8a^3\sqrt{3}}{27}$.

13. TXĐ: $D=(0;+\infty)$ và rõ ràng ta thấy đồ thị có cắt trục hoành, do vậy không thể nào là câu B.

B	Sai vì bỏ sót yếu tố đồ thị có giao với trục hoành.	C,D	Sai vì không nắm vững kiến thức về tập xác định của hàm lũy thừa.

14. Bước 1: Ôn lại $\vec{a}=(x_a,y_a,z_a)$ suy ra $\lvert\vec{a}\rvert=\sqrt{x_a^2+y_a^2+z_a^2}$.

$\lvert\vec{a}\rvert=\sqrt{(1+m)^2+(-2m)^2+(4m^2-80)}=\sqrt{9m^2+2m-79}$.

B,D	Nhiễu thông thường.	C	Sai vì tính $(-2m)^2 = -4m^2$

15. Đạo hàm các hàm số để biết tính đơn điệu, từ đó tìm được hàm số tương ứng.

Ta có hàm số của đồ thị (C) nghịch biến, loại được hai phương án A và B. Phương án C $y = \frac{1}{5^x} > 0, \forall x \in \mathbb{R}$ nên loại.

A, B	Sai vì nhầm với tịnh tiến đồ thị hàm số.	C	Sai vì nhầm với điểm đi qua và tính đơn điệu.

16. lý thuyết tính đơn điệu của hàm số

17. Ôn lại các phương pháp tính tích phân.

$I = \int_1^5 \frac{a\sqrt{2x-1}+2}{4x^2-4x+1}dx = \int_1^5 \frac{a\sqrt{2x-1}+2}{(2x-1)^2}dx$ đặt $t = \sqrt{2x-1} \Rightarrow t^2 = 2x-1 \Rightarrow tdt = dx$.

Đổi cận $x = 1 \to t = 1, x = 5 \to t = 3$. Vậy $I = \int_1^3 \frac{at+2}{t^4}tdt = \int_1^3 \left(\frac{a}{t^2}+\frac{2}{t^3}\right)dt = \left(-\frac{a}{t}-\frac{1}{t^2}\right)\Big|_1^3 = \frac{2a}{3}+\frac{8}{9}$.

A	Sai vì khi thử $a = 1$ thì đúng kết quả.	B	Sai vì chưa đổi cận tích phân.	D	Sai vì khi tính $tdt = dx$ bị thiếu mất chữ t.

18. Bài toán này các em coi lại bài vị trí tương đối giữa mặt phẳng và mặt cầu.

Ta có $d(I;(P)) = \sqrt{R^2 - r^2} = a\sqrt{5}$

B	Sai vì nhầm $d(I;(P)) = \sqrt{R^2 + r^2} = a\sqrt{7}$.

19. Tập xác định của hàm số $y = \sqrt[3]{(x-1)^2}$ là $\mathbb{R}$, trong khi đó tập xác định của hàm số $y = (x-1)^{\frac{2}{3}}$ là $D = (1;+\infty)$. Như vậy bạn học sinh này sai từ bước 2.

20. Công thức tính thể tích khối tròn xoay quay quanh trục Ox.

Quan sát đồ thị ta thấy phần hình phẳng giới hạn bởi các đường $x = 0$; $x = 4$, $y = f(x)$ và trục Ox. Suy ra $V = \pi\int_0^4 (f(x))^2 dx$.

B	Sai vì thiếu π.	C	nhầm với công thức tính diện tích.	D	nhìn theo trục tung thấy cận từ $0 \to 2$.

21. Xác định các trục đối xứng dựa vào định nghĩa: "Nếu phép đối xứng trục *d* biến hình (H) thành hình (H) thì *d* là trục đối xứng của hình (H).

Trường hợp *ABCD.EFGH* không có mặt nào là hình vuông thì *ABCD.EFGH* không có trục đx.
Trường hợp *ABCD.EFGH* có duy nhất 1 cặp mặt là hình vuông thì *ABCD.EFGH* có một trục đối xứng *(đường thẳng đi qua tâm của hai mặt hình vuông).*
Trường hợp *ABCD.EFGH* có hai hoặc ba mặt là hình vuông thì suy *ABCD.EFGH* là hình lập phương do đó có ba trục đối xứng.

A	Sai vì nhầm với hai mặt vuông và 3 mặt vuông là khác nhau.
B, D	Sai vì nhầm khi là hình lập phương thì đường chéo cũng là trục đx.

22. Điểm $M(x_M, y_M, z_M)$ có khoảng cách $d(M;(Oxy)) = |z_M|$, tương tự các mặt phẳng còn lại khác.

Tổng khoảng cách từ M đến $|x_M|+|y_M|+|z_M|=1+2+3=6$.

A	Sai vì nhầm với công thức $\sqrt{1^2+(-2)^2+3^2}$
B	Sai vì nhầm không có giá trị tuyệt đối $1+(-2)+3=2$.
D	Sai vì nhầm $1^2+(-2)^2+3^2$.

23. Hàm số nghịch biến trên $(1;2) \Leftrightarrow y' \le 0, \forall x \in (1;2)$.

Tập xác định $D=\mathbb{R}$. Ta có $y'=-4x^3+2(2m-3)x=2x\left(-2x^2+2m-3\right)$.

Hàm số nghịch biến trên $(1;2)$

$\Leftrightarrow y' \le 0, \forall x \in (1;2) \Leftrightarrow 2x\left(-2x^2+2m-3\right) \le 0, \forall x \in (1;2) \Leftrightarrow -2x^2+2m-3 \le 0, \forall x \in (1;2)$

$\Leftrightarrow m \le x^2+\dfrac{3}{2}=g(x), \forall x \in (1;2)$

Lập bảng biến thiên của $g(x)$ trên $(1;2)$. $g'(x)=2x=0 \Leftrightarrow x=0$.

x	1		2
$g'(x)$		+	
$g(x)$	$\dfrac{5}{2}$	$\nearrow$	$\dfrac{11}{2}$

Dựa vào bảng biến thiên, ta suy ra giá trị m cần tìm là $m \le \dfrac{5}{2}$.

24. Ta có phương trình hoành độ giao điểm (C) và d là:

$$\sqrt{3x+1}=2x-1 \Leftrightarrow \begin{cases} x \ge \dfrac{1}{2} \\ 3x+1=4x^2-4x+1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \ge \dfrac{1}{2} \\ \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=\dfrac{7}{4} \end{array}\right. \end{cases} \Leftrightarrow x=\frac{7}{4} \Rightarrow y=\frac{5}{2}.$$

A	Sai vì không đặt điều kiện và bị nhầm sang hoành độ.	B	Sai vì không đặt điều kiện dẫn đến chọn tung độ.	D	Sai vì nhầm giữa hoành độ và tung độ.

25. $(z-i)^2+4(z-i)+8=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} z-i=-2+2i \\ z-i=-2-2i \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} z=-2+3i \\ z=-2-i \end{array}\right.$

Hoặc thay nghiệm từ các phương án để kiểm tra.

A	Sai vì nhầm do đổi biến $t=z-i \Rightarrow t^2+4t+8=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t=-2+2i \\ t=-2-2i \end{array}\right.$ (chưa chuyển về z)

26. Giải phương trình, tìm z_2 và tính giá trị biểu thức A.

$z^2+2z+5=0 \xrightarrow{\mathrm{Im}(z_2)<0} \left[\begin{array}{l} z_1=-1+2i \\ z_2=-1-2i \end{array}\right.$. Khi đó ta có $A=|z_1|^2+{z_2}^2=5+(-1-2i)^2=2+4i$

A	Sai vì nhầm lẫn giữa môđun và trị tuyệt đối $|z_1|^2={z_1}^2$ dẫn đến $A={z_1}^2+{z_2}^2=S^2-2P=4-2.5=-6$

C	Sai vì xác định nhầm giữa z_1 và z_2 dẫn đến $A=\left\|z_1\right\|^2+{z_2}^2=5+(-1+2i)^2=2-4i$
D	Sai vì hiểu sai cách tính môđun của số phức z_1 $A=\left\|z_1\right\|^2+{z_2}^2=\left[(-1)^2+(2i)^2\right]^2+(-1-2i)^2=-2+4i$

27. **Bước 1:** Biến đổi $\log_a\sqrt{b};\log_{b^2}c^{\pi};\log_{c\sqrt{2}}a^2$ lần lượt về $\log_a b;\log_b c;\log_c a$.

Bước 2: Dùng công thức $\log_a b.\log_b c.\log_c a=1$ ta đưa về được kết quả dạng $\frac{m\pi}{n\sqrt{2}}$.

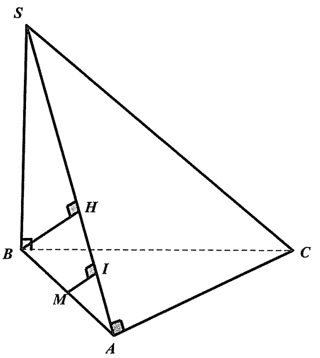
$$\log_a\sqrt{b}.\log_{b^2}c^{\pi}.\log_{c\sqrt{2}}a^2=\left(\log_a b^{\frac{1}{2}}\right).\left(\frac{\pi}{2}.\log_b c\right).\left(\frac{2}{\sqrt{2}}\log_c a\right)=\left(\frac{1}{2}\log_a b\right).\left(\frac{\pi}{2}.\log_b c\right).\left(\frac{2}{\sqrt{2}}\log_c a\right)$$

$$=\frac{1}{2}.\frac{\pi}{2}.\frac{2}{\sqrt{2}}(\log_a b)(\log_b c)(\log_c a)=\frac{\pi}{2\sqrt{2}}\Rightarrow m=1,n=2.$$

28. **Bước 1**: Dựa vào khoảng cách d(M, (SAC)), tính khoảng cách d(B, (SAC)).

Bước 2: Tính độ dài đường cao SB. **Bước 3:** Tính thể tích $V_{S.ABC}$.

Tính $AB=\sqrt{BC^2-AC^2}=3a$. Ta có $\begin{cases}AC\perp AB\\AC\perp SB\end{cases}\Rightarrow AC\perp(SAB)$



Gọi H là hình chiếu vuông góc của B lên SA, và I là hình chiếu vuông góc của M lên SA.

$\begin{cases}BH\perp SA\\BH\perp AC\end{cases}\Rightarrow BH\perp(SAC)\Rightarrow d(B,(SAC))=BH$.

Mặt khác:

$\begin{cases}MI\perp SA\\MI\perp AC\end{cases}\Rightarrow MI\perp(SAC)\Rightarrow d(M,(SAC))=MI=\frac{3a\sqrt{2}}{4}$.

Suy ra $d(B,(SAC))=BH=2MI=\frac{3a\sqrt{2}}{2}$.

Ta có $\frac{1}{BH^2}=\frac{1}{BA^2}+\frac{1}{BS^2}\Rightarrow BS=\frac{BH.BA}{\sqrt{BA^2-BH^2}}=3a$.

Vậy $V_{S.ABC}=\frac{1}{3}.S_{\Delta ABC}.SB=\frac{1}{3}.\frac{1}{2}AB.AC.SB=6a^3$.

A	HS nhầm $V_{S.ABC}=S_{\Delta ABC}.SB=\frac{1}{3}.\frac{1}{2}AB.AC.SB=18a^3$.
C	HS nhầm $V_{S.ABC}=\frac{1}{3}.S_{\Delta ABC}.MI=3a^3\sqrt{2}$.
D	HS nhầm $V_{S.ABC}=S_{\Delta ABC}.MI=9a^3\sqrt{2}$.

29. $I=\int_0^{\frac{\pi}{2}}x.\sin^2\left(\frac{x}{2}\right)dx=\frac{1}{2}\int_0^{\frac{\pi}{2}}x.(1-\cos x)dx=\left.\frac{x^2}{4}\right|_0^{\frac{\pi}{2}}-\frac{1}{2}\int_0^{\frac{\pi}{2}}x.\cos xdx=\frac{\pi^2}{16}-\frac{\pi}{4}+\frac{1}{2}\Rightarrow a=16;b=4;c=2$

30. Sử dụng điều kiện để xác định a.

Để tập xác định là $\mathbb{R}$ thì $x^2-ax+1>0,\forall x\in\mathbb{R}\Leftrightarrow\Delta=a^2-4<0\Leftrightarrow-2<a<2$.

$y'=\frac{2x-a}{x^2-ax+1}\le 2,\forall x\in\mathbb{R}\Leftrightarrow 2x^2-2(1+a)x+(2+a)\ge 0,\forall x\in\mathbb{R}$ vì $x^2-ax+1>0,\forall x\in\mathbb{R}$.

Do đó ta có $\Delta' = (1+a)^2 - 2(2+a) \le 0 \Leftrightarrow -\sqrt{3} \le a \le \sqrt{3}$.

B, D	Sai vì chưa giải điều kiện $y' \ge 1, \forall x \in \mathbb{R}$.	C	Sai vì giải $\Delta' < 0$.

31. Bài toán liên quan đến ứng dụng của hàm số mũ.

Giải phương trình: $50.000 \times e^{1,3\% n} = 60.000$ trong đó n là số năm.

Ta tìm được $n \approx 14,025$ suy ra 2015 + 14,025 = 2029,025 là một thời điểm nào đó trong năm 2029.

Chứng thực lại, ta xét hai năm 2029 và 2030 ứng với n lần lượt là 14 và 15 thì ta có:

Đầu năm 2029, dân số thành phố xấp xỉ 59.981 người.

Đầu năm 2030, dân số thành phố xấp xỉ 60.765 người.

Như vậy thời điểm mà dân số vượt ngưỡng cho phép chắc chắn nằm trong năm 2029.

32. **Bước 1:** Tìm tập xác định và tính đạo hàm y'.

Bước 2: Hàm số nghịch biến trên từng khoảng xác định $\Leftrightarrow y' \le 0, \forall x \in D$. Giải tìm m.

TXĐ: $D = \mathbb{R} \setminus \{1\}$. Đạo hàm $y' = \dfrac{-2x^2 + 4x + 2m - 3}{(x-1)^2}$.

Hàm số nghịch biến trên TKXĐ $\Leftrightarrow y' \le 0, \forall x \in D \Leftrightarrow -2x^2 + 4x + 2m - 3 \le 0, \forall x \in D$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a = -2 < 0 \\ \Delta'_{y'} \le 0 \end{cases} \Leftrightarrow 4 - (-2)(2m-3) \le 0 \Leftrightarrow 4m - 2 \le 0 \Leftrightarrow m \le \frac{1}{2}.$$

A	HS nhầm $y' < 0, \forall x \in D \Leftrightarrow m < \dfrac{1}{2}$.	C	HS nhầm $y' = 0$ có 2 nghiệm phân biệt.	D	HS nhầm $y' \ge 0, \forall x \in D \Leftrightarrow m \ge \dfrac{1}{2}$.

33. $$\begin{cases} a = \log_{27} 5 = \dfrac{\log_2 5}{\log_2 27} = \dfrac{\log_2 5}{3\log_2 3} = \dfrac{\log_2 5}{3c} \Rightarrow \log_2 5 = 3ac \\ b = \log_8 7 = \dfrac{\log_2 7}{\log_2 8} = \dfrac{\log_2 7}{3} \Rightarrow \log_2 7 = 3b \end{cases}.$$

$$\log_6 35 = \frac{\log_2 35}{\log_2 6} = \frac{\log_2 5 + \log_2 7}{\log_2 2 + \log_2 3} = \frac{3ac + 3b}{1+c} \Rightarrow m = n = 3; k = p = 1.$$

34. Thu gọn phương trình rồi giải phương trình bậc hai hệ số thực.

$5x^2 + (5 + 2i\sqrt{2})x - (1 + \sqrt{3}i)^3 = (\sqrt{2} + i)^2 x \Leftrightarrow 5x^2 + 4x + 8 = 0 \Leftrightarrow x = \dfrac{-2}{5} \pm \dfrac{6}{5}i$. Khi đó $P = \left(-\dfrac{2}{5}\right)^2 = \dfrac{4}{25}$

B	Sai vì nhầm dấu.	C	Sai vì nhầm tính tích hai phần ảo.	D	Sai vì nhầm tính tích hai nghiệm.

35. Ta có: $f(x) = \dfrac{(x-1)^3}{(x-1)(x-m)} = \dfrac{(x-1)^2}{x-m}$, vậy khi $m = 1$ thì đồ thị hàm số không có tiệm cận đứng nào, nếu $m \ne 1$ thì đồ thị hàm số có duy nhất một tiệm cận đứng $x = m$.

B,C,D	Sai vì không biến đổi tử thức.

36. Sử dụng hai thể tích bằng nhau để tìm h_0.

Thể tích nước trong li nước thứ hai khi được đổ đầy là $V_2 = \pi r_2^2 h_2$. Khi đổ qua li thứ nhất thì ta có $V_0 = \pi r_1^2 h_0 = V_2 \Leftrightarrow h_0 = \dfrac{h_2 r_2^2}{r_1^2}$.

B	Sai vì quên rút gọn π.	C	Sai vì đổ nhầm li nước thứ nhất qua li thứ 2.

37. Bài toán liên quan đến khoảng cách từ 1 điểm đến mặt phẳng.

$M \in Oy \Rightarrow M(0;y_0;0)$. Vậy ta có $d(M,(P)) = \dfrac{|y_0+1|}{\sqrt{3}}, d(M,(P)) = \dfrac{|-y_0-5|}{\sqrt{3}}$

Ta có $d(M,(P)) = d(M,(Q)) \Leftrightarrow |y_0+1| = |-y_0-5| \Rightarrow y_0 = -3 \Rightarrow M(0;-3;0)$

38. Tìm hình chiếu của C lên AB rồi tìm C'.

Phương trình $AB: \dfrac{x-2}{1} = \dfrac{y-1}{-3} = \dfrac{z-3}{-2}$. Hình chiếu là $H\left(\dfrac{5}{2};-\dfrac{1}{2};2\right)$. Từ đó ta có $C'(6;-4;9)$.

Suy ra $a+b+c=11$.

A	Sai vì tính nhầm tổng các tọa độ của H.	B	Sai vì nhầm với tìm điểm đối xứng của B qua AC.

39. Gọi d là đường thẳng cần tìm. Gọi $A = d \cap d_1, B = d \cap d_2$

$A \in d_1 \Rightarrow A(2a;1-a;-2+a)$
$B \in d_2 \Rightarrow B(-1+2b;1+b;3)$
$\overrightarrow{AB} = (-2a+2b-1;a+b;-a+5)$

(P) có vectơ pháp tuyến $\overrightarrow{n_P} = (7;1;-4)$

$d \perp (P) \Leftrightarrow \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{n_p}$ cùng phương

$$\Leftrightarrow \overrightarrow{AB} = k\overrightarrow{n_p},\ k \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} -2a+2b-1=7k \\ a+b=k \\ -a+5=-4k \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -2a+2b-7k=1 \\ a+b-k=0 \\ -a+4k=-5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=1 \\ b=-2 \\ k=-1 \end{cases}$$

d đi qua điểm $A(2;0;-1)$ và có vectơ chỉ phương $\overrightarrow{a_d} = \overrightarrow{n_P} = (7;1-4)$. Vậy phương trình của d là

$\dfrac{x-2}{7} = \dfrac{y}{1} = \dfrac{z+1}{-4}$

B	Sai vì thế sai điểm đi qua.

40. **Bước 1:** Tìm đạo hàm y' và giải tìm nghiệm $y' = -4x^3 - 4mx; y' = 0 \Leftrightarrow -4x(x^2+m) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x^2=-m \end{array}\right.$

Bước 2: Xét 2 trường hợp $x^2 = -m \le 0$ và $x^2 = -m > 0$. Chỉ nhận trường hợp hàm số đồng biến trên khoảng hữu hạn $(a;b)$. **Bước 3:** Theo yêu cầu bài toán ta giải phương trình $|a-b| = 2$ tìm m.

TXĐ: $D = \mathbb{R}$. Ta có: $y' = -4x^3 - 4mx; y' = 0 \Leftrightarrow -4x(x^2+m) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x^2=-m \end{array}\right.$.

Nếu $x^2 = -m \le 0 \Leftrightarrow m \ge 0$ thì vẽ bảng xét dấu ta suy ra được hàm số nghịch biến trên khoảng $(0;+\infty)$, và đồng biến trên $(-\infty;0)$. Trường hợp này không thỏa đề bài.

x	$-\infty$		0		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	

Nếu $x^2 = -m > 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-\sqrt{-m} \\ x=\sqrt{-m} \end{array}\right.$, vẽ bảng xét dấu đạo hàm ta có

x	$-\infty$		$-\sqrt{-m}$		0		$\sqrt{-m}$		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	

Dựa vào bảng biến thiên, suy ra hàm số đồng biến trên các khoảng $\left(-\infty;-\sqrt{-m}\right)$ và $\left(0;\sqrt{-m}\right)$. Khi đó yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow \left|\sqrt{-m}-0\right|=2 \Leftrightarrow \sqrt{-m}=2 \Leftrightarrow m=-4$.

A	HS nhầm $\left|\sqrt{-m}-0\right| \ge 2 \Leftrightarrow \sqrt{-m} \ge 2 \Leftrightarrow m \le -4$	C	HS giải sai $x^2+m=0$ vô nghiệm.

41. Bài toán liên quan đến nguyên hàm của hàm phân thức hữu tỉ.

Các em chú ý công thức "tách" như sau:

$$\frac{P(x)}{(ax+b)^3\underbrace{\left(cx^2+dx+e\right)}_{V.N^0}(mx+n)}=\frac{A_0}{(ax+b)^3}+\frac{A_1}{(ax+b)^2}+\frac{A_2}{ax+b}+\frac{A_3x+A_4}{cx^2+dx+e}+\frac{A_5}{mx+n}$$

Ta phân tích $f(x)=\dfrac{x^2+1}{(x-1)^3(x+3)}=\dfrac{A}{(x-1)^3}+\dfrac{B}{(x-1)^2}+\dfrac{C}{x-1}+\dfrac{D}{x+3}$

$$=\frac{A(x+3)+B(x-1)(x+3)+C(x-1)^2(x+3)+D(x-1)^3}{(x-1)^3(x+3)}$$

$$\Rightarrow x^2+1=A(x+3)+B(x-1)(x+3)+C(x-1)^2(x+3)+D(x-1)^3 \ (*)$$

Thay $x=1; x=-3$ vào (*) ta được : $\begin{cases} x=1 \Rightarrow 2=4A \Rightarrow A=\dfrac{1}{2} \\ x=-3 \Rightarrow 10=-64D \Rightarrow D=-\dfrac{5}{32} \end{cases}$

Thay x = 0, x = -1 vào (*) ta được

$$\begin{cases} 0^2+1=\frac{1}{2}(0+3)+B(0-1)(0+3)+C(0-1)^2(0+3)+\frac{-5}{32}(0-1)^3 \\ (-1)^2+1=\frac{1}{2}(-1+3)+B(-1-1)(-1+3)+C(-1-1)^2(-1+3)+\frac{-5}{32}(-1-1)^3 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} -3B+3C=-\dfrac{21}{32} \\ -4B+8C=\dfrac{-1}{4} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} B=\dfrac{3}{8} \\ C=\dfrac{5}{32} \end{cases}$$

$$\Rightarrow f(x)=\frac{1}{2(x-1)^3}+\frac{3}{8(x-1)^2}+\frac{5}{32(x-1)}-\frac{5}{32(x+3)}$$

Vậy $\displaystyle\int\frac{x^2+1}{(x-1)^3(x+3)}dx=\int\left(\frac{1}{2(x-1)^3}+\frac{3}{8(x-1)^2}+\frac{5}{32(x-1)}-\frac{5}{32(x+3)}\right)dx$

$$=-\frac{1}{4(x-1)^2}-\frac{3}{8(x-1)}+\frac{5}{32}\ln|x-1|-\frac{5}{32}\ln|x+3|+C=-\frac{1}{4(x-1)^2}-\frac{3}{8(x-1)}+\frac{5}{32}\ln\left|\frac{x-1}{x+3}\right|+C$$

$$\Rightarrow m=-\frac{1}{4}, n=\frac{3}{8}, k=\frac{5}{32}$$

42. **Bước 1:** Tìm giao điểm của đồ thị với trục Ox.

Bước 2. Thiết lập công thức tích phân để tính diện tích.

Giao điểm với trục Ox là $x^2+(1-a)x-a=0 \Leftrightarrow x=-1 \vee x=a$. Vậy diện tích hình phẳng cần tìm là

$$S=\int_{\min\{-1,a\}}^{\max\{-1,a\}}\left|x^2+(1-a)x-a\right|dx=\left|\int_{-1}^{a}\left(x^2+(1-a)x-a\right)dx\right|=\left|\left(\frac{x^3}{3}+(1-a)\frac{x^2}{2}-ax\right)\Bigg|_{-1}^{a}\right|$$

$$=\left|\frac{a^3}{6}+\frac{a^2}{2}+\frac{a}{2}+\frac{1}{6}\right|=\frac{|a+1|^3}{6}.$$

A, C	Sai vì thiếu dấu giá trị tuyệt đối.	D	Sai vì nhầm dấu.

43. Điều kiện: $x\ge 0$. Xét phương trình: $y=0 \Leftrightarrow x=0$ (1) hay $\cos x=\frac{x}{25}$ (2).

Nhận xét: Nghiệm của (2) phải nằm trong khoảng $(0;25)$ do $\frac{x}{25}=\cos x<1 \Rightarrow x<25$.

Gọi $x_0=0;x_1;...;x_n$ là các nghiệm của (2). Do hàm số $y=f(x)$ là hàm số liên tục nên sự thay đổi về dấu của $y=f(x)$ chỉ có thể là một trong 2 trường hợp sau:

x	0		x_1		x_2		x_3		x_4		...		x_n		$+\infty$
$f(x)$		$-$		$+$		$-$		$+$		$-$ ...		?		?	

hoặc

x	0		x_1		x_2		x_3		x_4		...		x_n		$+\infty$
$f(x)$		$+$		$-$		$+$		$-$		$+$ ...		?		?	

Lại có: $\lim\limits_{x\to 0^+} f(x)<0,\ \lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=+\infty$ như vậy ta có bảng xét dấu:

x	0		x_1		x_2		x_3		x_4		...		x_n		$+\infty$
$f(x)$		$-$		$+$		$-$		$+$		$-$ ...		$-$		$+$	

Gọi $F(x)$ là nguyên hàm của $f(x)$.

$$S_1=\int_{x_1}^{x_2}f(x)dx+\int_{x_3}^{x_4}f(x)dx+...+\int_{x_{2k-1}}^{x_{2k}}f(x)dx+...\int_{x_n}^{t}f(x)d(x)$$
$$=-F(x_1)+F(x_2)-F(x_3)+F(x_4)-...-\mathrm{F}(x_n)+F(t)$$

$$S_2=\int_0^{x_1}\left[-f(x)\right]dx+\int_{x_2}^{x_3}\left[-f(x)\right]dx+...+\int_{x_{2k}}^{x_{2k+1}}\left[-f(x)\right]dx+...+\int_{x_{n-1}}^{x_n}\left[-f(x)\right]dx$$
$$=F(0)-F(x_1)+F(2)-F(x_3)+...+\mathrm{F}(x_{n-1})-F(x_n)$$

Ta thấy ngay $S_1-S_2=F(t)-F(0)=\int_0^t f(x)dx$

$$=\int_0^t x(x-25\cos x)dx=x\left(\frac{x^2}{2}-25\sin x\right)\Bigg|_0^t-\int_0^t\left(\frac{x^2}{2}-25\sin x\right)dx$$

$$=\left(\frac{t^3}{2}-25t\sin t\right)-\left(\frac{x^3}{6}+25\cos x\right)\Bigg|_0^t$$

$$=\left(\frac{t^3}{2}-25t\sin t\right)-\left(\frac{t^3}{6}+25\cos t-25\right)=\frac{t^3}{3}-25(t\sin t+\cos t-1)$$

44. Gọi $M(x,y)$ là điểm biểu diễn số phức $z=x+yi,(x,y\in\mathbb{R})$

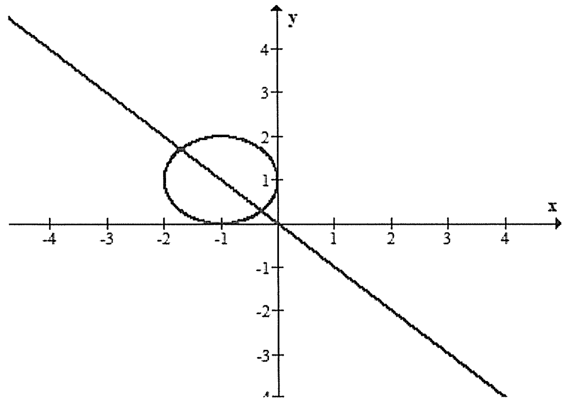
Ta có $z+1-i=x+1+(y-1)i$

Ta có : $|z+1-i|=1 \Leftrightarrow \sqrt{(x+1)^2+(y-1)^2}=1 \Leftrightarrow (x+1)^2+(y-1)^2=1$. Vậy tập hợp điểm biểu diễn số phức là đường tròn tâm $I(-1,1), R=1$ như hình vẽ **(Bổ sung hình vẽ)**

Ta có $|z|=OM$

Để $\max|z| \Leftrightarrow \max(OM)$

Ta chuyển thành bài toán sau : Trong mặt phẳng Oxy , cho đường tròn $(x+1)^2+(y-1)^2=1,(C)$. Tìm điểm $M \in (C)$ sao cho OM lớn nhất.



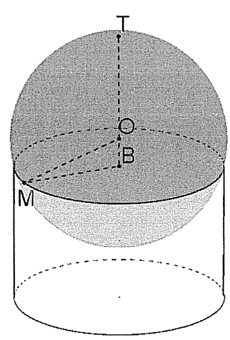
Bước 1: Lập phương trình đường thẳng OI la: $y=-x$. **Bước 2:** Gọi M là giao điểm của OI và (C)

$$\Rightarrow M \text{ thỏa hệ : } \begin{cases}(x+1)^2+(y-1)^2=1\\ y=-x\end{cases} \Rightarrow 2(x+1)^2=1 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=\dfrac{\sqrt{2}-2}{2}, y=-\dfrac{\sqrt{2}-2}{2}\\ x=-\dfrac{\sqrt{2}+2}{2}, y=\dfrac{\sqrt{2}+2}{2}\end{array}\right.$$

Vậy có 2 điểm $M_1\left(\dfrac{\sqrt{2}-2}{2};-\dfrac{\sqrt{2}-2}{2}\right)$,

$$OM_1=2-\sqrt{2}, OM_2=2+\sqrt{2} \Rightarrow OM_2>OM_1 \Rightarrow M \equiv M_2\left(-\dfrac{\sqrt{2}+2}{2};\dfrac{\sqrt{2}+2}{2}\right)$$

45. Bán kính r của quả cầu: $r=\sqrt[3]{\dfrac{V}{\dfrac{4}{3}\pi}}=\sqrt[3]{\dfrac{\dfrac{256}{3}\pi}{\dfrac{4}{3}\pi}}=4\ (cm)$.



Bán kính R của đáy cốc: R = 3 (cm)

Xây dựng mô hình quả cầu là khối cầu tâm O, bán kính r.

Tâm của miệng cốc là điểm B. Lấy M là một điểm trên vành miệng cốc, ta dễ dàng có được OM = r = 4cm; BM = R = 3cm.

Xét tam giác OMB vuông tại B, khoảng cách từ O đến mặt phẳng miệng cốc cũng chính là độ dài đoạn OB: $OB=\sqrt{OM^2-MB^2}=\sqrt{7}\ (cm)$

Như vậy chiều cao của quả cầu nhô ra khỏi miệng cốc là tổng của bán kính quả cầu và độ dài OB: $R+OB=4+\sqrt{7}(cm)\approx 6,65\ (cm)$.

B	Sai vì cho rằng quả cầu sẽ nhô một nửa ra khỏi cốc.	C	Sai vì chỉ lấy độ dài OB.	D	Sai vì thấy đường kính quả cầu bé hơn chiều cao cốc nên cho rằng quả cầu sẽ lọt trọn trong cốc.

46. Biểu thức P có một đại lượng khá đặc biệt đó là đại lượng $-9x$, đặc biệt vì nó đứng độc lập với 2 biến y,z chính điều này đã tạo ra sự bất đối xứng giữa 3 biến x,y,z. Tuy nhiên quan sát kỹ thì bạn đọc sẽ nhận ra khi thay $y=z$ vào bài toán thì tất cả các biểu thức đều không thay đổi. Do đó bài này có tính đối xứng giữa 2 biến y,z , dự đoán đầu tiên $y=z$.

Với dự đoán trên ta có: $x+y+z=3 \Leftrightarrow x+2y=3 \Leftrightarrow x=3-2y$. Thay vào biểu thức ta có:

$P=2\left(2y^2+(3-2y)^2\right)-4y^2(3-2y)-9(3-2y)+2027$

$=12y^2-24y+18+8y^3-12y^2+18y+2000=8y^3-6y+2018.$

Xét hàm số $f(y)=8y^3-6y+2018$, $f'(t)=24y^2-6$, $f'(y)=0 \Leftrightarrow y=\frac{1}{2}$.

Vì đạo hàm đổi dấu từ âm sang dương tại điểm $y=\frac{1}{2}$ nên giá trị nhỏ nhất của biểu thức đạt tại $y=z=\frac{1}{2}$. Đã tìm được điểm rơi của bài toán rồi thì dù muốn hay không các đánh giá trung gian phải đảm bảo dấu bằng tại $x=4y=4z=2$. Vì có lượng $-9x$ nên ta sẽ tìm cách dồn về biến x.

Ta có: $P=2x^2+2\left(y^2+z^2\right)-4xyz-9x+2027$.

Theo bất đẳng thức Cauchy - Schwarz ta có: $y^2+z^2 \ge \frac{(y+z)^2}{2} \Leftrightarrow 2\left(y^2+z^2\right) \ge (y+z)^2=(3-x)^2$ (1)

Theo bất đẳng thức $AM-GM$ ta có: $4yz \le (y+z)^2 \Leftrightarrow -4xyz \ge -4x(y+z)^2=-4x(3-x)^2$, (2)

Từ $(1),(2)$ suy ra $P \ge 2x^2+(3-x)^2-4x(3-x)^2-9x+2027=-x^3+9x^2-24x+2036$.

Xét hàm số $f(x)=-x^3+9x^2-24x+2036$, $f'(x)=-3x^2+18x-24$, $f'(x)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=2 \\ x=4 \end{array}\right.$.

Vì đạo hàm $f'(x)$ đổi dấu từ âm sang dương tại điểm $x=2$ nên giá trị nhỏ nhất của biểu thức đạt tại $x=2$, khi đó giá trị của P là 2016.

Vậy giá trị nhỏ nhất của biểu thức P là 2016, đẳng thức xảy ra khi $\begin{cases} x=2 \\ y=z=\frac{1}{2} \end{cases}$.

A	Sai vì dự đoán điểm rơi $x=y=z=1$	B	Sai vì nhầm $x=y=\frac{1}{2}, z=2$

47. Tọa độ 3 giao điểm của mặt phẳng (P) với các trục tọa độ lần lượt là: $A(2m;0;0)$, $B(0;4;0)$, $C(0;0;4n-2)$.

Gọi $I(a;b;c)$ và R lần lượt là tâm và bán kính của mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $OABC$.

Ta có bốn điểm O, A, B, C đều nằm trên mặt cầu, do vậy thay tọa độ vào phương trình ta có kết quả sau cùng như sau: $a=m;\ b=2;\ c=2n-1;\ R=\sqrt{a^2+b^2+c^2}=\sqrt{m^2+4+(2n-1)^2}$.

Áp dụng bất đẳng thức B.C.S: $R=\sqrt{m^2+4+(2n-1)^2} \ge \frac{m.1+2.1+(2n-1).1}{\sqrt{3}}=2\sqrt{3}$.

Đẳng thức xảy ra $\Leftrightarrow \frac{m}{1} = 2 = \frac{2n-1}{1} \Leftrightarrow m = 2; n = \frac{3}{2}$.

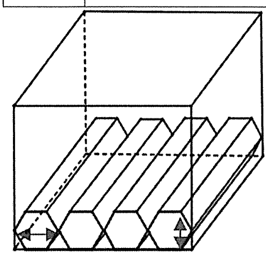
A	Sai cả B và C.
B	Học sinh thay vì tính ra $m.1 + 2.1 + (2n-1).1 = m + 2n + 1$ thì lại để nguyên $m + 2n$ để thay số.
C	Sai vì không nhớ chính xác bất đẳng thức nên không chia cho $\sqrt{3}$.

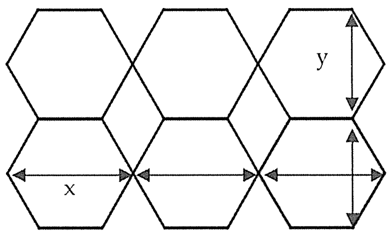
48. Thiết lập bất phương trình giải ra nghiệm t.

Ta có bất phương trình sau: $50(1 - e^{-0,2t}) \le 40 \Leftrightarrow e^{-0,2t} \ge \frac{1}{5} \Leftrightarrow -0,2t \ge -\ln 5 \Leftrightarrow t \le 5\ln 5 \approx 8,04$.

Kết hợp với điều kiện $t \ge 0$ thì ta có 9 giá trị nguyên của t. Vậy chọn đáp án B.

A	Sai vì học sinh giải ra $t \approx 8,04$ và thấy không nguyên.
C	Sai vì sinh giải ra $t \approx 8,04$ và lấy phần nguyên thì sẽ ra 8.
D	Sai vì học sinh không xét điều kiện $t \ge 0$ thì sẽ ra vô số.





49.

2 độ dài x và y trên hình lần lượt cho ta biết có thể xếp được bao nhiêu cây bút chì theo chiều ngang và chiều dọc. Để tìm được x và y, ta cần xác định độ dài cạnh của lục giác đều.

Gọi a (mm) là độ dài cạnh của lục giác đều. Xét thấy diện tích lục giác đều cạnh a bằng diện tích của 6 tam giác đều cạnh a và bằng $6.\frac{a^2\sqrt{3}}{4} = \frac{3\sqrt{3}}{2}a^2$ (mm^2).

Thể tích của một cây bút chì: $V = \frac{3\sqrt{3}}{2}a^2.100 = 150\sqrt{3}a^2$ (mm^3).

Theo đề bài ta có: $150\sqrt{3}a^2 = 2400\sqrt{3} \Leftrightarrow a^2 = 16 \Leftrightarrow a = 4$ (mm).

Ta có: $\begin{cases} x = 2a = 8(mm) \\ y = a\sqrt{3} = 4\sqrt{3}\ (mm) \end{cases}$

Số cây bút chì xếp được theo 1 hàng ngang: $\frac{60}{x} = 7.5$ như vậy tối đa là 7 cây bút.

Số cây bút chì xếp được theo 1 hàng dọc: $\frac{60}{y} = 5\sqrt{3} \approx 8,66$ như vậy tối đa chỉ có 8 cây bút.

Kết luận: Số cây bút chì tối đa đựng được trong hộp là $7.8 = 56$ (cây bút).

A	Sai vì lấy các cạnh của hộp chia cho cạnh của lục giác đều. $\frac{60}{x} = 15, \frac{60}{y} = 15 \Rightarrow 225$ cây bút.	B	Sai vì lấy $\left(\frac{60}{x}\right)^2$.	C	Sai vì lấy $\left(\frac{60}{y}\right)^2$.

50. Đường thẳng d qua gốc tọa độ có hệ số góc k : $y = kx$. Giao điểm của d với tiệm cận đứng là: $A(1;k)$

Giao điểm của d với tiệm cận ngang là: $B\left(\frac{1}{k};1\right)$. Tâm đối xứng của (C) là: $I(1;1)$

Để d cắt hai tiệm cận tạo với tâm đối xứng tam giác thì $k \neq 0; k \neq 1$.

Diện tích tam giác IAB vuông tại I là : $S = \frac{1}{2}\frac{(k-1)^2}{|k|} = 2 \Rightarrow k = 3 \pm 2\sqrt{2}; k = -1$. Suy ra có 3 đường thẳng thỏa.

A	Quên phá trị tuyệt đối	C	Quên một phương trình có nghiệm kép khi phá trị.

ĐÁP ÁN ĐỀ 11

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
B	C	D	B	A	C	D	B	C	C
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
A	C	C	A	D	A	D	A	B	B
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
A	D	C	C	C	C	D	D	A	D
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
A	A	B	D	A	D	B	C	C	B
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
A	B	D	B	C	B	B	D	D	A

1.

D	Sai vì không nắm vững tập xác định của hàm số lũy thừa.

2. **Bước 1:** Nắm lại định nghĩa hàm số đồng biến và nghịch biến trên $(a;b)$. Định lí về điều kiện đủ để hàm số đơn điệu trên khoảng $(a;b)$. **Bước 2:** Dựa vào các kiến thức trên, nhận ra sự đúng sai của 3 phát biểu trên.

Phát biểu (I) sai vì cần bổ sung đầy đủ: $\forall x_1, x_2 \in (a;b): x_1 < x_2 \Rightarrow f(x_1) < f(x_2)$.

Phát biểu (II) sai ở dấu "=" vì $f'(x) \le 0, \forall x \in (a;b)$ thì chưa thể khẳng định hàm $y = f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(a;b)$.

Phát biểu (III) đúng vì $f'(x) = x^2 + 1 > 0, \forall x \in \mathbb{R}$ nên theo định lí suy ra hàm $y = f(x)$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

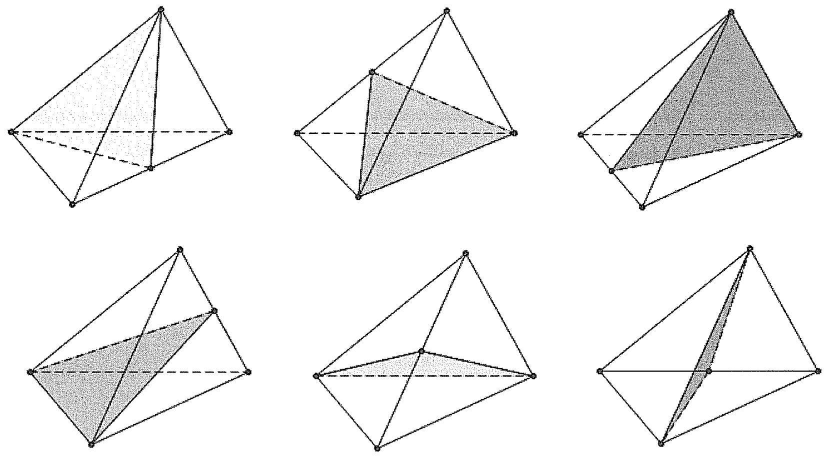
Vậy chỉ có 1 phát biểu đúng.

A	nhầm cả (I), (II), (III) đều đúng.	B	nhầm có 1 phát biểu sai.	D	nhầm cả 3 phát biểu đều sai.

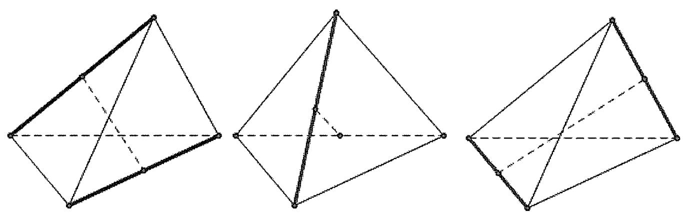
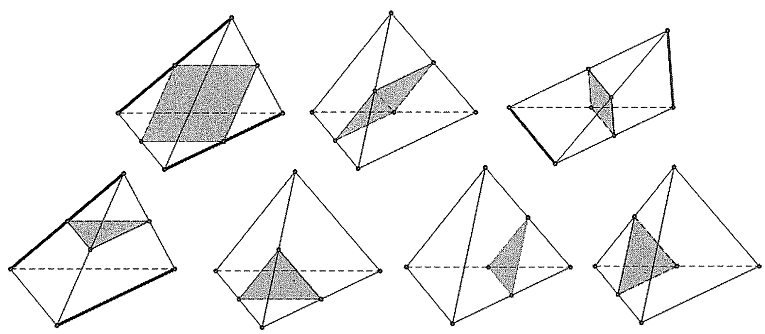
3. **Bước 1:** Nhắc lại phương trình của 3 đường thẳng đặc biệt Ox, Oy, Oz. **Bước 2:** Nhận ra đáp án đúng.

Đường thẳng Ox qua điểm O(0 ;0 ;0) và có vectơ chỉ phương $\vec{i} = (1;0;0)$ nên ta có (Ox): $\begin{cases} x = t \\ y = 0 \\ z = 0 \end{cases}$.

4. Để tìm mặt phẳng đối xứng đối với các hình lăng trụ đều, chóp đều, lập phương. Ta tìm phép đối xứng biến các đỉnh, các cạnh của khối đa diện thành các đỉnh và các cạnh của chính khối đa diện đó. Như vậy mặt phẳng trung trực của một cạnh đối với tứ diện đều sẽ lập thành 1 mặt phẳng đối xứng biến tứ diện đó thành chính nó. Do tứ diện có 6 cạnh nên có 6 phép đối xứng như vậy.



Có 6 trường hợp, như vậy chọn đáp án là B.

A	Sai vì hiểu nhầm thành đoạn nối 2 trung điểm 
C	Sai vì không để ý "biến tứ diện đều thành chính nó"
D	Sai vì nhầm qua mặt phẳng cách đều 

5. **Chú ý tích chất:** $\begin{cases} \log_a f(x) > \log_a g(x) \xrightarrow[a>1]{g(x)>0} f(x) > g(x) \\ \log_a f(x) > \log_a g(x) \xrightarrow[0<a<1]{f(x)>0} f(x) < g(x) \end{cases}$

Ta có $a^2+1>1, \forall a>0$ nên $\log_{a^2+1} g(x) > \log_{a^2+1} f(x) \Leftrightarrow g(x) > f(x)$.

B	không chắc $g(x)>0$	C	chưa biết $a \in (0;1)$ hay $a \in (1;+\infty)$	D	Sai vì không xác định tại $a = \pm\sqrt{2}$

6. Hàm số trùng phương luôn có ít nhất một điểm cực trị và ít nhất một giá trị cực trị; ngoài ra hàm số có tối đa 3 điểm cực trị và tối đa 2 giá trị cực trị.

7. Phương trình đường thẳng dạng tham số là $\begin{cases} x = x_0 + at \\ y = y_0 + bt \\ z = z_0 + ct \end{cases}$. Chỉ có (1) là phương trình tham số của đường thẳng.

A	Sai vì thấy (1) có $x = 2$ không có tham số t.	B	Sai vì thấy (2) có tham số nhưng không để ý t^2.	C	Sai vì tìm phương trình đường thẳng (1) (3) (4).

8. Nhìn bảng biến thiên thấy tập xác định là $D = R\backslash(-2;2)$.

Phương án A có tập xác định là $D = \mathbb{R}\backslash[-2;2]$. Phương án B có tập xác định là $D = R\backslash(-2;2)$

Phương án C có tập xác định là $D = \mathbb{R}$. Phương D có tập xác định là $D = [-2;2]$.

A	Sai vì xác định không kỹ tập xác định của bảng biến thiên.	D	Sai vì giải điều kiện ngược dấu.

9. **Bước 1:** Nhắc lại định nghĩa phần thực, phần ảo, tọa độ điểm biểu diễn của số phức z.
Bước 2: Nhận ra mệnh đề đúng.

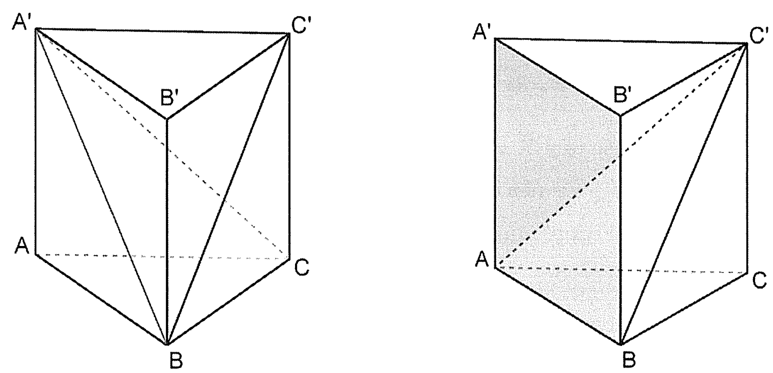
Số phức $z = 2 - 3i$ có phần thực là 2, phần ảo là -3. Điểm biểu diễn là $M(2;-3)$.

A	HS sai phần ảo là $-3i$.	B	HS sai tung độ là 3.	D	HS sai phần ảo là 3.

10. Áp dụng định nghĩa nguyên hàm ta có $\int f'(x)dx = f(x) + C$

A	nhầm giữa đạo hàm và nguyên hàm	B	thiếu hệ số tự do C	D	kết hợp 2 phương án A và B

11. Những cách phân chia đúng là (i) và (ii).



(i) (ii)

Cách phân chia (iii) sai vì 2 khối B′ACC′ và B′AA′C có phần chung.

12. $(x - m + 1)^2 + (y - 2)^2 + (z + n - 3)^2 = m^2 + 1 \Leftrightarrow [x - (m - 1)]^2 + (y - 2)^2 + [z - (-n + 3)]^2 = m^2 + 1$

A,B	Sai vì nhầm dấu của tâm.	D	Sai vì nhầm dấu của tâm và sai bán kính.

13. Nhớ công thức nguyên hàm của các hàm thường gặp.

Ta có $\int\left((2x+1)^5 - 3^x + \sin x\right)dx = F(x) = \dfrac{(2x+1)^6}{12} - \dfrac{3^x}{\ln 3} - \cos x + C$.

A	Sai vì quên để ý $\int (ax+b)^n\,dx = \dfrac{(ax+b)^{n+1}}{a(n+1)} + C$.

B	Sai vì quên để ý $\int a^n dx = \frac{a^x}{\ln 3} + C$.
D	Sai vì quên để ý $\int \sin x dx = -\cos x + C$.

14. Gọi $w = a + bi, (a, b \in R)$ căn bậc hai của z thì ta có $w^2 = z \Leftrightarrow \begin{cases} a^2 - b^2 = 1 \\ 2ab = -4\sqrt{3} \end{cases}$.

$\begin{cases} a^2 - b^2 = 1 \\ 2ab = -4\sqrt{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a^2 - b^2 = 1 \\ a^2b^2 = 12 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a^2 = 4 \\ b^2 = 3 \end{cases}$. Vậy $S = 7$.

15. Điều kiện: $\begin{cases} x > 0 \\ x - 1 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow x > 1$.

$$A = \left[\left((x-1)^{\frac{1}{2}}\right)^{\frac{4}{3}}\right]^{\frac{3}{2}} - \left(x^{\frac{1}{2}} - 1\right)\left(x^{\frac{1}{2}} + 1\right) + \sqrt{x} + 2 = (x-1) - (x-1) + \sqrt{x} + 2 = \sqrt{x} + 2 > 0.$$

A	Sai điều kiện.	B	Sai điều kiện và xét dấu sai.	C	Xét dấu sai.

16. $z_1.\overline{z_2} = (a - bi)\left(a\sqrt{2} - b\sqrt{2}i\right) = \sqrt{2}(a - bi)(a - bi) = \sqrt{2}\left(a^2 - b^2\right) - 2\sqrt{2}abi$.

B	Sai vì nhầm thành $z_1.z_2$.	C	Sai vì nhầm thành $\overline{z_1.z_2}$.	D	Sai vì nhầm thành $z_1.z_2$ và tính sai.

17. **Bước 1:** Tìm đạo hàm của hàm số đã cho.

Bước 2: Tìm nghiệm của đạo hàm, chú ý hệ số đi với x^2 trong biểu thức đạo hàm y'. Theo yêu cầu bài toán ta cần $y' \geq 0, \forall x \in \mathbb{R}$, suy ra chỉ cần $y' = 0$ có nghiệm kép.

TXĐ: $D = \mathbb{R}$. Ta có: $y' = 3x^2 - 6mx; y' = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = 2m \end{array}\right.$.

Hàm số đồng biến trên $\mathbb{R} \Leftrightarrow y' \geq 0, \forall x \in \mathbb{R}$.

Nhận thấy hệ số $3 > 0$ nên chỉ cần điều kiện $y' = 0$ có nghiệm kép, suy ra $2m = 0 \Leftrightarrow m = 0$.

A	HS giải sai bất phương trình chứa tham số m.	B	HS dự đoán bất phương trình chứa tham số m phải có vô số nghiệm.

18. $\log_3\left(9a^2\sqrt{b}\right) = \log_3 9 + \log_3 a^2 + \log_3 \sqrt{b} = 2 + 2\log_3 a + \frac{1}{2}\log_3 b$

B	HS nhầm $\log_3\left(9a^2\sqrt{b}\right) = \log_3 9.\log_3\left(a^2\right).\log_3\left(\sqrt{b}\right) = 2\log_3 a.\log_3 b$.
D	HS nhầm $\log_3\left(9a^2\sqrt{b}\right) = \log_3 9 + \log_3 a^2 + \log_3 \sqrt{b} = 3 + \frac{1}{2}\log_3 a + 2\log_3 b$.

19. Sử dụng công thức $\begin{cases} x_G = \frac{x_A + x_B + x_C}{3} \\ y_G = \frac{y_A + y_B + y_C}{3} \\ z_G = \frac{z_A + z_B + z_C}{3} \end{cases}$.

Ta có $G\left(1; 3; \frac{-7}{3}\right)$. Từ đó $OG = \frac{\sqrt{139}}{3}$.

A	Sai vì nhầm dấu từ đó giải ra $G(1;3;-3)$.	C	Sai vì chưa khai căn của OG.	D	Sai vì quên chia 3 trong công thức tính trọng tâm.

20. Theo giả thiết ta có cạnh hình vuông là $\frac{1}{4}(cm)$. Suy ra chiều cao $h=\frac{1}{4}(cm)$, bán kính $r=\frac{1}{8}(cm)$.

Suy ra $V=\pi r^2 h=\frac{\pi}{256}$.

A	Nhầm giả thiết diện tích	C	Chưa chia 2 để tìm bán kính	D	Bình phương h chứ không phải r.

21. Giải bằng phương pháp đổi biến.

Đặt $t=3x \Rightarrow dt=3dx \Rightarrow \frac{1}{3}dt=dx$; đổi cận

x	$a/3$	$b/3$
t	a	b

Vậy $\int\limits_{a/3}^{b/3} f(3x)dx=\frac{1}{3}\int\limits_a^b f(t)dt=\frac{3}{3}=1$.

22. **Bước 1:** Tìm đạo hàm của hàm số đã cho.

Bước 2: Hàm số có 2 điểm cực trị $\Leftrightarrow y'=0$ có 2 nghiệm phân biệt, giải tìm m.

TXĐ: $D=\mathbb{R}$. Ta có: $y'=3x^2-3mx; y'=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=m \end{array}\right.$.

Hàm số có 2 điểm cực trị $\Leftrightarrow y'=0$ có 2 nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow m\neq 0$.

A	HS thế giá trị $m=-1$ thấy $y'=0$ có 2 nghiệm phân biệt.
B	HS sai điều kiện: $y'\geq 0, \forall x\in\mathbb{R} \Leftrightarrow m^2\leq 0 \Leftrightarrow m=0$.
C	HS giải sai $m^2>0 \Leftrightarrow m>0$.

23. **Bước 1:** Nhận biết đồ thị này là của hàm số chẵn. Xác định dấu của hệ số cao nhất.

Bước 2: Xác định hàm số có bao nhiêu cực trị, từ đó chọn đáp án.

Đồ thị đối xứng qua trục Oy nên là của hàm số chẵn và có $a>0$. Loại phương án A và B.

Đạo hàm của $y=x^4-2x^2+1 \Rightarrow y'=4x^3-4x$ có 3 nghiệm phân biệt nên ta chọn đáp án là C.

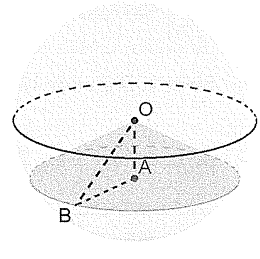
A	Sai vì không để ý $-2x^3$	B	Sai khi xét dấu của a.	D	Sai vì nhầm dấu của b.

24. Bài toán liên quan đến tương giao giữa mặt phẳng với mặt cầu.

Bán kính của đường tròn đáy: $AB=2\ cm$

Chiều cao khối nón: $OA=\sqrt{OB^2-AB^2}=\sqrt{5^2-2^2}=\sqrt{21}$

Thể tích $V=\frac{1}{3}\pi r^2 h=\frac{1}{3}.\pi.2^2.\sqrt{21}=\frac{4\sqrt{21}}{3}.3,14\approx 19,19\ (cm^3)$



A	Nhiễu thông thường
B	Sai vì nhầm công thức và thế sai bán kính của mặt cầu. $V=\pi r^2 h=\pi.5^2.\sqrt{21}\approx 114,56\ (cm^3)$
D	Sai vì nhầm công thức $V=\pi r^2 h=\pi.2^2.\sqrt{21}=4\sqrt{21}.3,14\approx 57,56\ (cm^3)$

25. Gọi $z=x+yi, (x,y\in\mathbb{R})$.

Ta có $|x+yi-2-4i|=|x+yi-2i| \Leftrightarrow |x-2+(y-4)i|=|x+(y-2)i|$

$\Leftrightarrow \sqrt{(x-2)^2+(y-4)^2}=\sqrt{x^2+(y-2)^2} \Leftrightarrow -4x-4y+16=0 \Leftrightarrow x+y-4=0$

Do đó tập hợp các điểm biểu diễn số phức z là đường thẳng có phương trình $x+y-4=0$

Mặt khác $|z|=\sqrt{x^2+y^2}=\sqrt{2x^2-8x+16}=\sqrt{2(x-2)^2+8} \geq 2\sqrt{2}$

Vậy $|z|$ đạt giá trị nhỏ nhất $\Leftrightarrow x-2=0 \Leftrightarrow x=2 \Rightarrow y=2$. Vậy $z=2+2i \Rightarrow x^2+y^2+9xy=44$

26. Tìm đạo hàm của hàm số đã cho.

Ở Bước 3 học sinh thiếu hệ số 2 ở mẫu khi đạo hàm $\sqrt{x^2-1}$.

Do đó $y'=\dfrac{3^{\sqrt{x^2-1}}.\ln 3.\left(\sqrt{x^2-1}\right)'}{3^{\sqrt{x^2-1}}\ln 5}=\dfrac{\ln 3.\dfrac{\left(x^2-1\right)'}{2\sqrt{x^2-1}}}{\ln 5}=\dfrac{x\log_5 3}{\sqrt{x^2-1}}$.

27. Ghi nhớ điều kiện của hàm số lôgarit.

Điều kiện xác định $\begin{cases}-2x^2+x+1>0\\ \ln\left(-2x^2+x+1\right)>0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}-2x^2+x+1>0\\ -2x^2+x+1>1\end{cases} \Leftrightarrow -2x^2+x>0 \Leftrightarrow x\in\left(0;\dfrac{1}{2}\right)$.

<u>**Cách giải bằng MTCT**</u>: chọn $x=-\dfrac{1}{4} \Rightarrow MATHERROR$ chọn đáp án D.

A	chỉ giải $-2x^2+x+1>0$	B	giải nhầm thành $\begin{cases}-2x^2+x+1>0\\ -2x^2+x+1<1\end{cases}$	C	Sai vì giải ngược dấu.

28. Hình quạt có bán kính 7 cm và độ dài cung là $\dfrac{7}{3}\pi\ cm$.

Độ dài cung của hình quạt cũng là chu vi đáy của hình nón, như vậy gọi là r (cm) là bán kính đáy của nón, ta có: $2\pi r=\dfrac{7}{3}\pi \Leftrightarrow r=\dfrac{7}{6}\ (cm)$.

Bán kính của hình quạt cũng là độ dài đường sinh của hình nón. Gọi h (cm) là chiều cao hình nón, ta có: $h=\sqrt{7^2-r^2}=\sqrt{7^2-\left(\dfrac{7}{6}\right)^2}=\dfrac{7\sqrt{35}}{6}\ (cm)$.

Vậy thể tích của khối nón là: $V=\dfrac{1}{3}.\left(\pi r^2\right).h=\dfrac{343\sqrt{35}}{648}\pi \approx 9,84\ \left(cm^3\right)$.

A	Sai cả B và C.	B	Sai vì nhầm $h=7cm$.	C	Quên chia 3 trong công thức thể tích khối nón.

29. **Bước 1:** Biến đổi $125=5^3;81=3^4$. Dùng công thức $\log_a\dfrac{b}{c}=\log_a b-\log_a c$.

Bước 2: Chú ý $\log_a^2\dfrac{b}{c}=\left(\log_a\dfrac{b}{c}\right)^2=\left(\log_a b-\log_a c\right)^2$. Biến đổi đưa về dạng đề yêu cầu.

$\log_4^2\dfrac{125}{81}=\log_4^2\dfrac{5^3}{3^4}=\left(\log_4 5^3-\log_4 3^4\right)^2=\left(\dfrac{3}{2}\log_2 5-\dfrac{4}{2}\log_2 3\right)^2=\left(\dfrac{3}{2}b-2a\right)^2=\dfrac{9}{4}b^2+4a^2-6ab$

$\Rightarrow m=\dfrac{9}{4},n=4,k=-6 \Rightarrow 4m-n+2k=-7$.

B	$\log_4^2\frac{125}{81}=\log_4^2\frac{5^3}{3^4}=\frac{3}{4}\log_4^2\frac{5}{3}=\frac{3}{4}.\frac{1}{2}\log_2^2\frac{5}{3}=\frac{3}{8}(b-a)^2=\frac{3}{8}b^2+\frac{3}{8}a^2-\frac{3}{4}ab$ $\Rightarrow m=\frac{3}{8},n=\frac{3}{8},k=-\frac{3}{4}\Rightarrow 4m-n+2k=-\frac{3}{8}$.
C	$\log_4^2\frac{125}{81}=\log_4^2\frac{5^3}{3^4}=\frac{3}{4}\log_4^2\frac{5}{3}=\frac{3}{4}.2\log_2^2\frac{5}{3}=\frac{3}{2}(b-a)^2=\frac{3}{2}b^2+\frac{3}{2}a^2-3ab$ $\Rightarrow m=\frac{3}{2},n=\frac{3}{2},k=-3\Rightarrow 4m-n+2k=-\frac{3}{2}$.

30. Cần biết các công thức về dấu của tam thức bậc 2 .

Hàm số $y=\ln\frac{x^2-mx+3}{x^2+x+1}$ có tập xác định là $\mathbb{R}$ khi và chỉ khi $\frac{x^2-mx+3}{x^2+x+1}>0,\forall x\in\mathbb{R}$

Từ đó ta có $x^2+x+1=\left(x+\frac{1}{2}\right)^2+\frac{3}{4}>0,\forall x\in\mathbb{R}$ nên điều kiện là $x^2-mx+3>0,\forall x\in\mathbb{R}$.

Vì đây là tam thức bậc 2 hệ số $a>0$ nên $\Delta=m^2-12<0\Leftrightarrow -2\sqrt{3}<m<2\sqrt{3}$.

A	Sai vì giải $\Delta\geq 0$.	B	Sai vì giải $\Delta\leq 0$.	C	Sai vì giải $\Delta>0$.

31. Đặt $\omega=x+iy,(x,y\in R)\Rightarrow z=\frac{\omega}{i}=y-xi$. Từ $|z-1|=|z|\Rightarrow y=\frac{1}{2}$.

B	Sai dấu	C	Nhầm thành tập hợp z và sai dấu	D	Nhầm thành tập hợp z.

32. Nhận dạng đồ thị của hàm số trùng phương.

Từ đồ thị ta có nhánh vô cùng quay lên nên $a>0$. Hàm số trùng phương có 3 điểm cực trị nên $ab<0\Rightarrow b<0$. Đồ thị hàm số cắt trục tung tại điểm có tung độ dương nên $c>0$.

B	Sai vì xác định sai dấu của a.	C	Sai vì không xác định được điều kiện có 3 cực trị.	D	Sai vì không nhận ra được đồ thị cắt trục tung tại điểm $(0;c)$.

33. **Bước 1:** Ta có công thức $\left(\vec{a}-\vec{b}\right)^2=\vec{a}^2-2\vec{a}.\vec{b}+\vec{b}^2$, thay thế số và tính được $\left(\vec{a}-\vec{b}\right)^2$.

Bước 2: Suy ra độ dài $\left|\vec{a}-\vec{b}\right|$.

$\left(\vec{a}-\vec{b}\right)^2=\vec{a}^2-2\vec{a}.\vec{b}+\vec{b}^2=\left|\vec{a}\right|^2-2\vec{a}.\vec{b}+\left|\vec{b}\right|^2=\left|\vec{a}\right|^2-2\left|\vec{a}\right|.\left|\vec{b}\right|.\cos\left(\vec{a},\vec{b}\right)+\left|\vec{b}\right|^2$

$=2^2-2.2.3.\cos 60^0+3^2=7\Rightarrow\left|\vec{a}-\vec{b}\right|=\sqrt{7}$.

A	Không lấy căn bậc 2.	C	HS nhầm $\left|\vec{a}-\vec{b}\right|=\left|2-3\right|=1$.

34. Nhận xét: đường thẳng (d) vuông góc với 2 mặt phẳng $(\alpha),(\beta)$.

__Cách 1:__ Gọi $A=d\cap(\alpha)\Rightarrow A=\left(\frac{55}{124};-\frac{101}{62};-\frac{37}{124}\right)$, $B=d\cap(\beta)\Rightarrow B=\left(\frac{61}{124};-\frac{103}{62};-\frac{23}{124}\right)$.

Do AB vuông góc với $(\alpha),(\beta)$ lần lượt tại A và B nên mặt cầu (S) chính là mặt cầu đường kính AB, từ đây ta có tâm mặt cầu là trung điểm AB và có tọa độ $\left(\frac{29}{62};-\frac{51}{31};-\frac{15}{62}\right)$.

__Cách 2:__ quan sát phương trình 2 mặt phẳng $(\alpha),(\beta)$ ta có thể suy luận được rằng tâm mặt cầu sẽ nằm trên mặt phẳng có phương trình: $6x-4y+14z-6=0$. Tìm giao điểm của đường thẳng d và mặt phẳng vừa dựng, ta tìm được tâm mặt cầu.

Cách 3: Gọi tâm mặt cầu là $I(a;b;c)$ và bán kính là R. Ta có: $I=(1+3t;-2-2t;1+7t)$. (do $I\in$ d)

Mặt cầu tiếp xúc hai mặt phẳng $(\alpha),(\beta)$ khi và chỉ khi $d\left[I;(\alpha)\right]=d\left[I;(\beta)\right]=R$.

Thay tọa điểm I vào phương trình, ta giải và tìm được t và R.

A	Tìm ra đúng tọa độ tâm là $\left(\frac{29}{62};-\frac{51}{31};-\frac{15}{62}\right)$ nhưng sai dấu khi tính toán.
B	Viết sai phương trình tham số của đường thẳng d thành $\begin{cases}x=1+3t\\y=2-2t\\z=1+7t\end{cases}$. Khi đó học sinh tìm ra tâm mặt cầu có tọa độ là $\left(\frac{53}{62};\frac{65}{31};\frac{41}{62}\right)$.
C	Một phương án nhiễu khác, HS có thể mắc sai lầm từ cách làm của phương án C $I\in d\Rightarrow I(1+3t;-2-2t;1+7t)$. Theo $ycbt\Leftrightarrow d(I;(\alpha))=d(I;(\beta))$ $\Leftrightarrow\frac{\left\|6(1+3t)-4(-2-2t)+14(1+7t)\right\|}{\sqrt{6^2+4^2+14^2}}=\frac{\left\|-6(1+3t)+4(-2-2t)-14(1+7t)\right\|}{\sqrt{6^2+4^2+14^2}}$ $\Leftrightarrow 28+124t=-28-124t\Rightarrow t=-\frac{7}{31}\Rightarrow I\left(\frac{10}{31};-\frac{48}{31};-\frac{18}{31}\right)\Rightarrow a+b+c=-\frac{56}{31}$ (do khuyết hệ số d)

35. Vì 5 và 4 chỉ mới là giá trị cực đại và giá trị cực tiểu. Tuy nhiên do đặc điểm hàm trùng phương với hệ số a > 0 nên giá trị cực tiểu cũng chính là giá trị nhỏ nhất. Nhưng giá trị cực đại trong trường hợp này không là giá trị lớn nhất nên Bước 3 sai. Kết luận đúng là: Giá trị nhỏ nhất là 4 và không có giá trị lớn nhất.

C	Học sinh tính sai giá trị dẫn đến kết luận sai.
D	Học sinh nhầm lẫn giữa giá trị cực đại/ giá trị cực tiểu với max/min.

36. **Bước 1:** Đặt $x=\sqrt{3}\sin t, t\in\left[-\frac{\pi}{2};\frac{\pi}{2}\right]$, tính dx và đổi cận.

Bước 2: Thay vào, biến đổi và tính ra kết quả.

Đặt $x=\sqrt{3}\sin t, t\in\left[-\frac{\pi}{2};\frac{\pi}{2}\right]\Rightarrow dx=\sqrt{3}\cos tdt$. Đổi cận: $x=0\Rightarrow t=0; x=\frac{\sqrt{3}}{2}\Rightarrow t=\frac{\pi}{6}$.

$$I=\int_0^{\frac{\pi}{6}}\sqrt{3-3\sin^2 t}\sqrt{3}\cos tdt=3\int_0^{\frac{\pi}{6}}\cos^2 tdt=\frac{3}{2}\int_0^{\frac{\pi}{6}}(1+\cos 2t)dt=\frac{3}{2}\left(t+\frac{1}{2}\sin 2t\right)\Bigg|_0^{\frac{\pi}{6}}=\frac{1}{4}\pi+\frac{3}{8}\sqrt{3}$$

$$=\frac{1}{4}\pi+\frac{3}{8}\sqrt{3}\Rightarrow m=\frac{1}{4},n=\frac{3}{8},k=0\Rightarrow m^2-n^2+k^2<0.$$

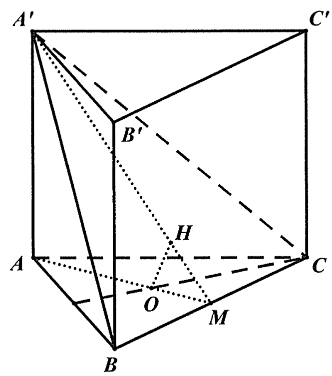
37. Đặt $x=2t\Rightarrow dx=2dt;\ \int_0^2 f(x)dx=2\int_0^1 f(2t)dt=4\Rightarrow\int_0^1 f(2t)dt=2$.

Đặt $\begin{cases}u=x\\dv=f'(2x)dx\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}du=dx\\v=\frac{1}{2}f(2x)\end{cases}$.

Do đó $I=\int_0^1 xf'(2x)dx=x\frac{1}{2}f(2x)\Big|_0^1-\frac{1}{2}\int_0^1 f(2x)dx=\frac{1}{2}f(2)-\frac{1}{2}.2=\frac{1}{2}$

A	Sai vì $\begin{cases} u = x \\ dv = f'(2x)dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = dx \\ v = 2f(2x) \end{cases}$, dẫn đến $I = \int_0^1 xf'(2x)dx = x2.f(2x)\Big|_0^1 - \int_0^1 f(2x)dx = 2f(2) - 2 = 4$
C	Sai vì $\int_0^2 f(x)dx = 2\int_0^1 f(2t)dt = 4 \Rightarrow \int_0^1 f(2t)dt = 4$, dẫn đến $I = \int_0^1 xf'(2x)dx = x\frac{1}{2}f(2x)\Big|_0^1 - \frac{1}{2}\int_0^1 f(2x)dx = \frac{1}{2}f(2) - \frac{1}{2}.4 = -\frac{1}{2}$
D	Sai kết hợp 2 ý A và C

38. Bài toán này yêu cầu các em phải ôn lại cách tìm khoảng cách từ một điểm đến mặt phẳng.



Gọi M là trung điểm của BC,

Ta có $\begin{cases} BC \perp AM \\ BC \perp AA' \end{cases} \Rightarrow BC \perp (AA'M)$

Trong $(A'AM)$ kẻ $OH \perp A'M, (H \in A'M)$.

$\begin{cases} OH \perp BC \\ OH \perp A'M \end{cases} \Rightarrow OH \perp (A'BC)$

Suy ra: $d(O,(A'BC)) = OH = \frac{a}{6}$.

Ta có $S_{\Delta ABC} = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}, AM = \frac{a\sqrt{3}}{2}, OM = \frac{1}{3}AM = \frac{a\sqrt{3}}{6}$.

Xét hai tam giác vuông $A'AM$ và OHM có góc $\widehat{M}$ chung nên ta có.

Suy ra: $\sin\widehat{M} = \frac{OH}{OM} = \frac{AA'}{A'M} \Rightarrow \frac{\frac{a}{6}}{\frac{a\sqrt{3}}{6}} = \frac{AA'}{\sqrt{A'A^2 + AM^2}} \Rightarrow \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{AA'}{\sqrt{A'A^2 + \left(\frac{a\sqrt{3}}{2}\right)^2}}$

$\Rightarrow \frac{1}{3} = \frac{x^2}{x^2 + \frac{3a^2}{4}}$ với $x = AA' \Rightarrow \frac{2}{3}x^2 = \frac{a^2}{4} \Rightarrow x = A'A = \frac{a\sqrt{6}}{4}$

A	Sai vì nhầm công thức $V_{ABC.A'B'C'} = \frac{1}{3}S_{\Delta ABC}.A'A$.	B	Sai vì nhầm $AA' = d(O;(A'BC)) = \frac{a}{6}$.

39. Ta có $v(10) - v(0) = \int_0^{10} a(t)dt \Rightarrow v(10) = 25200$.

40. TXĐ: $D = (0;16]$. $L' = 6x^3(x^2 - 27x + 180) = 6x^3(x-12)(x-15)$.

$L(0) = 200$, $L(12) = 522747,2$, $L(15) = 455825$, $L(16) = 498273,6$.

Vậy lợi nhuận nhiều nhất mà ông thu được là $\max_{x\in(0;16]} L(x) = L(12) = 522747,2$

A	Nhiễu số.	C	Sai vì lấy $x = 15$.	D	Sai vì lấy $x = 16$.

41. **Bước 1:** Tìm giao điểm nếu có của d và (α).

Bước 2: Tìm vectơ chỉ phương của đường thẳng hình chiếu.

$(1-3t)+3(2-t)-2(1+t)-13=0 \Rightarrow t=-1$ Tọa độ giao điểm là $M(4;3;0)$.

Vectơ chỉ phương của d' là $\overrightarrow{u_{d'}}=\left[\left[\overrightarrow{u_d},\vec{n}\right],\vec{n}\right]=(34;-10;2)=2(17;-5;1)$.

Vậy phương trình $d': \dfrac{x-4}{17}=\dfrac{y-3}{-5}=\dfrac{z}{1}$.

B	Sai vì sử dụng công thức sai là $\dfrac{x+x_0}{a}=\dfrac{y+y_0}{b}=\dfrac{z+z_0}{c}$
C	Sai vì đổi chỗ vectơ chỉ phương và điểm đi qua.
D	Sai vì nhìn sai vectơ chỉ phương.

42. Điều kiện: $x \neq -1$.

Ta có $2^x.3^{\frac{x+2}{x+1}}=9 \Leftrightarrow \log_3\left(2^x.3^{\frac{x+2}{x+1}}\right)=2 \Leftrightarrow x\log_3 2+\dfrac{x+2}{x+1}=2 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x_1=0(nhan) \\ x_2=\log_2 3-1(nhan) \end{array}\right.$

Suy ra trên $(0;2017)$ phương trình có 1 nghiệm.

43. Đây là bài toán sử dụng phương pháp đổi biến để tìm tích phân.

Đặt $x=-t \Rightarrow dx=-dt$, đổi cận $x=\dfrac{\pi}{2} \Rightarrow t=-\dfrac{\pi}{2}, x=-\dfrac{\pi}{2} \Rightarrow t=\dfrac{\pi}{2}$

$$I=\int_{\frac{-\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} f(x)dx=\int_{\frac{\pi}{2}}^{-\frac{\pi}{2}} f(-t)(-dt)=\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} f(-t)dt=\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} f(-x)dx$$

$$\Rightarrow 2I=\int_{\frac{-\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} f(x)dx+\int_{\frac{-\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} f(-x)dx=\int_{\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}}\left[f(x)+f(-x)\right]dx=\int_{\frac{-\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \cos^4 xdx$$

Ta có $\cos^4 x=\left(\cos^2 x\right)^2=\left(\dfrac{1+\cos 2x}{2}\right)^2=\dfrac{1}{4}+\dfrac{1}{2}\cos 2x+\dfrac{1}{4}\cos^2 2x=\dfrac{3}{8}+\dfrac{1}{2}\cos 2x+\dfrac{1}{8}\cos 4x$.

$$\Rightarrow 2I=\int_{\frac{-\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}}\left(\frac{3}{8}+\frac{1}{2}\cos 2x+\frac{1}{8}\cos 4x\right)dx=\left.\left(\frac{3}{8}x+\frac{1}{4}\sin 2x+\frac{1}{32}\sin 4x\right)\right|_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}}=\frac{3\pi}{8} \Rightarrow I=\frac{3\pi}{16}$$

C	Sai vì không chia 2 khi tính tích phân.

44. **Bước 1:** Gọi I là trung điểm đoạn AB. Biến đổi $\left|\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}\right|=\left|2\overrightarrow{MI}\right|=2MI$.

Bước 2: $\left|\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}\right|$ nhỏ nhất $\Leftrightarrow MI$ nhỏ nhất $\Leftrightarrow$ M là hình chiếu vuông góc của I lên (α).

Bước 3: Tìm tọa độ điểm M là hình chiếu vuông góc của trung điểm I của AB lên mặt phẳng (α).

Suy ra $x_M+y_M+z_M$.

Gọi I là trung điểm đoạn AB $\Rightarrow I(5;2;5)$. Ta có $\left|\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}\right|=\left|2\overrightarrow{MI}\right|=2MI$.

Vậy $\left|\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}\right|$ nhỏ nhất $\Leftrightarrow MI$ nhỏ nhất $\Leftrightarrow$ M là hình chiếu vuông góc của I lên mặt phẳng (α).

Tọa độ của $M(x;y;z)$ là nghiệm của hệ

$$\begin{cases} x=5+t \\ y=2+t \\ z=5+t \\ x+y+z+3=0 \end{cases} \Rightarrow t=-5 \Rightarrow M(0;-3;0) \Rightarrow x_M+y_M+z_M=-3.$$

45. Đặt $t=2^x>0$, thì bất phương trình thành

$$mt^2+4(m-1)t+m-1\ge 0 \Leftrightarrow m\left(t^2+4t+1\right)\ge 4t+1 \Leftrightarrow m\ge \frac{4t+1}{t^2+4t+1}$$

Đặt $g(t)=\dfrac{4t+1}{t^2+4t+1}$, $t>0$, bất phương trình đúng khi và chỉ khi $m\ge g(t),\ \forall t\in(0;+\infty)$

Dễ thấy hàm $g(t)$ là nghịch biến $(0;+\infty)$ nên ta có $m\ge \max g(t)=g(0)=1$

A	Sai vì suy ngược max thành min
B	Sai vì $\begin{cases} m>0 \\ \Delta'=4(m-1)^2-m(m-1)\le 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m>0 \\ m\le 1 \vee m\ge \frac{4}{3} \end{cases}$
D	Sai vì $\begin{cases} m>0 \\ \Delta'=4(m-1)^2-m(m-1)\le 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m>0 \\ 1\le m\le \frac{4}{3} \end{cases}$

46. **Bước 1:** tính số mol Natri lúc ban đầu, từ đó sử dụng định luật phóng xạ để giải tìm số mol sau 11 giờ.

Bước 2: Từ số mol tìm được sau thời gian phân rã, ta tương ứng với tỉ lệ máu lấy được để suy ra số lít máu trong cơ thể và từ đó suy ra trọng lượng của cơ thể.

Số mol Na24 tiêm vào máu lúc ban đầu: $n_o=C_M.V=10^{-3}.10.10^{-3}=10^{-5}$ (mol)

Theo định nghĩa chu kì bán rã: $t=T\Rightarrow n_1=\dfrac{n_o}{2}\xrightarrow{t=2T} n_2=\dfrac{n_o}{2^2}\xrightarrow{t=kT\Rightarrow k=\frac{t}{T}} n_k=\dfrac{n_o}{2^k}=n_o2^{-k}$

Số mol Na24 còn lại sau 6 giờ: $n_{k=\frac{11}{15}}=n_o2^{-\frac{11}{15}}=10^{-5}.2^{-\frac{11}{15}}\approx 0,602.10^{-5}\ (mol)$

Sau 6 giờ, ta nhận thấy, $10\ cm^3$ máu của bệnh nhân thì có $1,12.10^{-8}\ (mol)$ Na

Vậy gọi V thế tích máu của bệnh nhân ta có sẽ $0,602.10^{-5}\ (mol)$ Na

Do xét cùng thời điểm và kết hợp tam suất, suy ra $V=\dfrac{0,602.10^{-5}.\left(10.10^{-3}\right)}{1,12.10^{-8}}\approx 5,375(lit)$

Theo giả thiết của bài toán, ta có cân nặng của người này là $69,875\ kg\approx 70kg$

47. Nắm rõ tính chất của đồ thị hàm giá trị tuyệt đối.

Ta biết nếu đồ thị $y=f(x)$ có nhánh $x\ge 0$ là (S_1) thì đồ thị hàm $y=f(|x|)$ sẽ là (S_1) và phần đối xứng của (S_1) qua trục Oy.

A, D	Sai vì nhầm đối xứng qua trục Ox.	C	Sai vì nhầm đối xứng qua gốc tọa độ.

48. Ta có $w=z-\bar{z}+m=m+2bi$. Nhận xét số phức $z=a+bi$ có $b\in[-2;2]$ nên $2b\in[-4;4]$.

Tập hợp điểm biểu diễn của w là hình chữ nhật có 4 đỉnh là: $(3;-4)$, $(3;4)$, $(5;-4)$, $(5;4)$

A	Sai vì cho rằng tập hợp điểm biểu diễn w có cùng hình dạng với tập hợp điểm biểu diễn của z.
B	Sai vì cho rằng $2b$ và m là các hằng số.
C	Sai vì nhầm tưởng b hoặc m là hằng số.

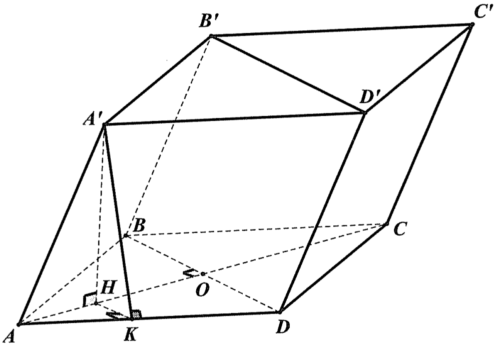
49. **Bước 1:** Đầu tiên ta cần dựng đường cao của hình hộp. Nhận xét tam giác A'BD cân tại A', ta chứng minh được $BD \perp (A'AO)$.

Bước 2: Vẽ $A'H \perp AC$ tại H. Chứng minh được A'H là đường cao hình hộp.

Bước 3: Tính độ dài đường cao A'H bằng cách xét tam giác A'AH vuông tại H. Ta cần tính cosin của góc $\widehat{A'AH}$ theo góc α và a.

Bước 4: Tính thể tích $V_{ABCD.A'B'C'D'}$.

Vẽ $A'H \perp AC$ tại H. Do $A'B = A'D$ nên tam giác $A'BD$ cân tại A'
$\Rightarrow BD \perp A'O$.
Mặt khác:
$BD \perp AC \Rightarrow BD \perp (A'AO) \Rightarrow BD \perp A'H$
Do đó $A'H \perp (ABCD)$.
Đặt $\widehat{A'AH} = \varphi$. Hạ $A'K \perp AD \Rightarrow HK \perp AK$.

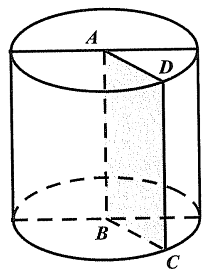


$$\cos\varphi.\cos\frac{\alpha}{2} = \frac{AH}{A'A}.\frac{AK}{AH} = \frac{AK}{A'A} = \cos\alpha \Rightarrow \cos\varphi = \frac{\cos\alpha}{\cos\frac{\alpha}{2}}$$

$$A'H = a\sin\varphi = a.\sqrt{1 - \frac{\cos^2\alpha}{\cos^2\frac{\alpha}{2}}} = \frac{a}{\cos\frac{\alpha}{2}}.\sqrt{\cos^2\frac{\alpha}{2} - \cos^2\alpha}$$

$$V_{ABCD.A'B'C'D'} = AB.AD.\sin\alpha.A'H = a^2.\sin\alpha.\frac{a}{\cos\frac{\alpha}{2}}.\sqrt{\cos^2\frac{\alpha}{2} - \cos^2\alpha} = 2a^3.\sin\frac{\alpha}{2}\sqrt{\cos^2\frac{\alpha}{2} - \cos^2\alpha}.$$

50. Ta nhận thấy để ít tốn nguyên vật liệu nhất thì diện tích xung quanh của phần vỏ bao bên ngoài bồn chứa nước cùng với diện tích của đáy và nắp phải nhỏ nhất. Hay chính xác hơn ta cần tìm diện tích xung quanh nhỏ nhất ứng với thể tích mà đề bài cho. Mà ta đã biết $S_{tp} = S_{xq} + 2S_{day} = 2\pi rh + 2\pi r^2$ (với r, h lần lượt bán kính đáy và chiều cao của bồn nước hình trụ). Ta nhận thấy diện tích phụ thuộc theo 2 biến r và h. Và đến đây ta hiểu vì sao đề bài lại cho sẵn dung tích $V = \pi r^2 h = \text{const}$ tức là đang cho mối liên hệ giữa bán kính đáy r và chiều cao h của hình trụ. Từ $V = \pi r^2 h \Rightarrow h = \frac{V}{\pi r^2}$.



Như vậy ta có thể tìm $\min S_{tp}$ phụ thuộc theo 1 trong 2 biến r hoặc h.

Gọi $r, h(r, h > 0)$ lần lượt bán kính đáy và chiều cao của khối trụ. Khi đó ta có $V = \pi r^2 h \Rightarrow h = \dfrac{V}{\pi r^2}$

.

Để ít tốn nguyên vật liệu nhất, ta cần tìm r sao cho diện tích toàn phần của khối trụ nhỏ nhất.

Do đó $S_{tp} = 2\pi r^2 + 2\pi rh = 2\pi r^2 + 2\pi r \dfrac{V}{\pi r^2} = 2\pi\left(r^2 + \dfrac{V}{\pi r}\right)$.

Xét hàm số $f(r) = r^2 + \dfrac{V}{\pi r}$. Bài toán trở thành tìm $\min\limits_{r>0} f(r) = ?$

Ta có: $f'(r) = 2r - \dfrac{V}{\pi r^2}, f'(r) = 0 \Leftrightarrow r = \sqrt[3]{\dfrac{V}{2\pi}} \Rightarrow h = \sqrt[3]{\dfrac{4V}{\pi}}$.

Lập bảng biến thiên, ta có:

r	0		$\sqrt[3]{\dfrac{V}{2\pi}}$		$+\infty$
$f'(r)$		$-$	0	$+$	
$f(r)$		$\searrow$	$f\left(\sqrt[3]{\dfrac{V}{2\pi}}\right)$	$\nearrow$	

Dựa vào bảng biến thiên, ta có $\min\limits_{r>0} f(r) = f\left(\sqrt[3]{\dfrac{V}{2\pi}}\right)$. Khi đó $h = \sqrt[3]{\dfrac{4V}{\pi}} = \sqrt[3]{\dfrac{4.500}{\pi}} \approx 8,6(dm) = 0,86m$

ĐÁP ÁN ĐỀ 12

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
C	B	B	D	B	D	D	C	A	D
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
C	C	A	D	A	B	B	B	D	A
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
A	B	C	C	A	A	B	D	D	B
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
C	C	C	D	D	B	A	C	B	D
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
D	C	C	A	A	B	A	B	B	D

1. **Bước 1:** Nhắc lại định lí về điều kiện đủ để hàm $y=f(x)$ đơn điệu trên $(a;b)$.

   Bước 2: Áp dụng định lí, quan sát bảng biến thiên ta có kết luận chính xác.

   Phương án A sai vì không thể kết luận hàm số $y=f(x)$ đồng biến trên khoảng nối liền $(-\infty;-1)\cup(0;1)$ vì $f\left(-\frac{9}{8}\right)=\frac{3807}{4096}>f\left(\frac{1}{10}\right)=\frac{199}{10000}$.

   Phương án B sai với lí do tương tự phương án A.

   Phương án C là đúng vì $f'(x)>0$ trên các khoảng $(-\infty;-1)$ và $(0;1)$.

   Phương án D sai vì $f'(x)>0$ trên $(0;1)$.

A	HS nhầm khi thấy $f'(x)>0,\forall x\in(-\infty;-1)\cup(0;1)$
B	HS nhầm khi thấy $f'(x)<0,\forall x\in(-1;0)\cup(1;+\infty)$
D	HS không chú ý $f'(x)>0,\forall x\in(0;1)$.

2. Các em xem lại kiến thức trong sách giáo khoa.
3. Các em xem sách giáo khoa Hình học 12 cơ bản, trang 44.
4. **<u>Cách 1:</u>** $z_1+\overline{z_2}=\sqrt{5}-(2+\sqrt{3})i+\left[-2\sqrt{5}+(2-\sqrt{3})i\right]=-\sqrt{5}-2\sqrt{3}i$.

   <u>Cách 2:</u> Chuyển máy tính sang chế độ sử dụng số phức: $\boxed{\text{MODE}}$ $\boxed{2}$.

   Bấm: $\sqrt{5}-(2+\sqrt{3})i+$ $\boxed{\text{SHIFT}}\boxed{2}\boxed{2}$ (chọn conjugate) $-2\sqrt{5}-(2-\sqrt{3})i$.

A	Sai vì tính z_1-z_2	B	Sai vì tính $\overline{z_1}+z_2$	C	Sai vì tính z_1+z_2

5. Hàm số bậc 4 trùng phương $y=ax^4+bx^2+c$ $(a\neq 0)$ có 3 điểm cực trị khi $ab<0$.
6. **Bước 1**: Nhắc lại công thức nguyên hàm $\int x^{\alpha}dx$ và $\int\cos(ax+b)dx$. **Bước 2:** Vận dụng và nhận ra đáp án đúng.

   $I=\int\left(x^2-\cos 2x\right)dx=\frac{x^3}{3}-\frac{1}{2}\sin 2x+C$.

7. Chú ý đạo hàm hàm số này phải dùng công thức đạo hàm hàm hợp 2^u.

TXĐ: $y' = 2^{\frac{2x-1}{x+1}} \ln 2.\left(\dfrac{2x-1}{x+1}\right)' = 2^{\frac{2x-1}{x+1}} \dfrac{3\ln 2}{(x+1)^2} = 2^{\frac{2x-1}{x+1}} \dfrac{\ln 8}{(x+1)^2}$.

A	không sử dụng đạo hàm hàm hợp.	B	nhầm công thức $\left(2^u\right)' = \dfrac{2^u}{\ln 2} u'$.	C	quên $\ln 2$.

8. Các em coi lại phần lý thuyết về số phức. Ta có $z = 8 + 9i \Leftrightarrow \overline{z} = 8 - 9i$

A	Sai vì đổi dấu phần thực.	B	Sai vì đổi dấu cả phần thực và ảo.

9.

B, D	Hệ số của x^2, y^2, z^2 khác nhau.
C	Không thỏa mãn dạng khai triển của phương trình mặt cầu $x^2 + y^2 + z^2 + 2ax + 2by + 2cz + d = 0 \quad \left(a^2 + b^2 + c^2 - d \ge 0\right)$

10. **Bước 1:** Nhắc lại định nghĩa giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm $y = f(x)$ trên tập cho trước. Và định lí về điều kiện đủ để hàm $y = f(x)$ tồn tại Max - Min trên D.

Bước 2: Dựa vào định nghĩa và định lí vừa nêu, xác định tính đúng sai của (I), (II), (III).

Khẳng định (I) sai vì $f(x_0) < f(x), \forall x \in (a;b) \setminus \{x_0\}$ ta chỉ suy ra $f(x_0)$ là giá trị nhỏ nhất của hàm $f(x)$ trên $(a;b) \subset D$, không thể kết luận lớn nhất trên toàn bộ tập D.

Khẳng định (II) sai vì cần tồn tại điểm $x_0 \in D : f(x_0) = M$ thì mới kết luận được M là giá trị lớn nhất của hàm $y = f(x)$ trên D.

Khẳng định (III) sai vì cần điều kiện tập D có dạng là đoạn $[a;b]$.

A	HS nhầm cả 3 đều đúng.	B	HS thấy (I) sai hoặc 1 trong 3 khẳng định sai.	D	HS chỉ thấy được 1 khẳng định đúng.

11. $z = 5 + 4i \Rightarrow \overline{z} = 5 - 4i \Rightarrow (5;-4)$.

A	Sai do không đọc kỹ đề !	B	Biết số phức liên hợp nhưng chưa hiểu biết "phần ảo" là phần nào?	D	Sai do không đọc kỹ đề và chưa hiểu biết "phần ảo" là phần nào ?

12. $\overrightarrow{AB} = (-2;-3;-5) \Rightarrow AB = \sqrt{(-2)^2 + (-3)^2 + (-5)^2} = \sqrt{38}$, tương tự $BC = \sqrt{17}$, $CA = \sqrt{99}$.

A	Sai vì nhầm thành độ dài AB.	B	Sai vì nhầm thành độ dài BC.	D	Sai vì tính độ dài của đoạn OA (O là gốc tọa độ) do thấy 3 tọa độ của điểm A có vẻ lớn nhất.

13. **Bước 1:** Tính vecto $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC}$ và độ dài $AB = ?, AC = ?, BC = ?$

Bước 2: Áp dụng công thức $AM = \sqrt{\dfrac{AB^2 + AC^2}{2} - \dfrac{BC^2}{4}}$

Ta có: $\begin{cases} \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = (0;2;-1) \Rightarrow AC = \sqrt{5} \\ AB = \sqrt{17}, BC = \sqrt{14} \end{cases} \Rightarrow AM = \sqrt{\dfrac{AB^2 + AC^2}{2} - \dfrac{BC^2}{4}} = \dfrac{\sqrt{30}}{2}$.

B	Sai vì nhớ nhầm công thức $AM = \sqrt{\dfrac{AB^2 + AC^2}{2} + \dfrac{BC^2}{4}}$
C	Nhiễu số thông thường $AM = \sqrt{AB^2 + BC^2}$

D	Nhiễu số thông thường $AM = AB^2 - BC^2$

14.

A	HS nhầm $\log_{\sqrt{5}}\left(\dfrac{25a^4}{\sqrt[4]{b}}\right) = \dfrac{\log_{\sqrt{5}} 25 + 8\log_{\sqrt{5}} a^4}{\log_{\sqrt{5}} \sqrt[4]{b}} = \dfrac{4+8\log_5 a}{\frac{1}{2}\log_5 b}$.
B	HS nhầm $\log_{\sqrt{5}}\left(\dfrac{25a^4}{\sqrt[4]{b}}\right) = \log_{\sqrt{5}} 25 + \log_{\sqrt{5}} a^4 - \log_{\sqrt{5}} \sqrt[4]{b} = 4 + 2\log_5 a - \dfrac{1}{8}\log_5 b$
C	HS nhầm $\log_{\sqrt{5}}\left(\dfrac{25a^4}{\sqrt[4]{b}}\right) = \dfrac{\log_{\sqrt{5}} 25 + \log_{\sqrt{5}} a^4}{\log_{\sqrt{5}}\left(\sqrt[4]{b}\right)} = \dfrac{4+4.\frac{1}{2}\log_{\sqrt{5}} a^4}{\frac{1}{2}.\frac{1}{4}\log_5(b)} = \dfrac{4+2\log_5 a}{\frac{1}{8}\log_5 b}$.

15. Bài toán về phương trình logarit.

$$\log_5\left(25x^2\right) + \log_{\frac{1}{25}}\left(25x^2\right) - 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq 0 \\ \log_5(25x^2) + \log_{5^{-2}}(25x^2) - 3 = 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x \neq 0 \\ \log_5(25x^2) - \dfrac{1}{2}\log_5(25x^2) - 3 = 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x \neq 0 \\ \dfrac{1}{2}\log_5(25x^2) - 3 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq 0 \\ \log_5(25x^2) = 6 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x \neq 0 \\ 25x^2 = 5^6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq 0 \\ x^2 = 5^4 \end{cases} \Leftrightarrow x = \pm 25$$

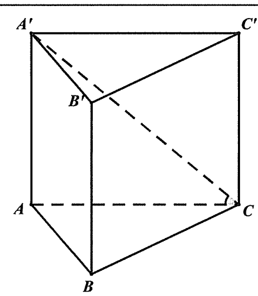
B	Sai vì $\log_5\left(25x^2\right) + \log_{\frac{1}{25}}\left(25x^2\right) - 3 = 0 \Leftrightarrow 2\log_5(5x) + 2\log_{\frac{1}{25}}(5x) - 3 = 0$ suy ra có 1 nghiệm.

16. Bài toán này liên quan đến thể tích khối lăng trụ tam giác đều.

Góc giữa $A'C$ và (ABC) là $\widehat{A'CA} \Rightarrow \widehat{A'CA} = 45^0$

Ta có $S_{ABC} = \dfrac{(2a)^2\sqrt{3}}{4} = a^2\sqrt{3}$, $AA' = AC.\tan 45^0 = AC = 2a$

Vậy $V_{ABC.A'B'C'} = AA'.S_{ABC} = 2a.a^2\sqrt{3} = 2a^3\sqrt{3}$



A	Nhầm qua đáy tam giác đều cạnh bằng a.
C	Nhầm qua $V_{ABC.A'B'C'} = \dfrac{1}{3}AA'.S_{ABC}$
D	Sai vì nhầm $S_{ABC} = \dfrac{a^2\sqrt{3}}{4}$, $AA' = AC.\tan 45^0 = AC = 2a$

17. Giải phương trình lấy nghiệm phức.

$z^2 - 2z + 5 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} z_1 = 1+2i \\ z_2 = 1-2i \end{array}\right.$. Do đó $|z_1^2| + |z_2^2| = 10$.

A	Sai vì tính nhầm $\lvert z_1\rvert + \lvert z_2\rvert$.	C	Sai vì quên dấu môđun, nghĩa là tính $z_1^2 + z_2^2$.	D	Sai vì tính nhầm $z_1 + z_2$

18. $(C) \cap (P) \longrightarrow x^3 - 3x - 2 = x^2 - 3x - 2 \Leftrightarrow x^3 - x^2 = 0 \Leftrightarrow x = 0, x = 1 \Rightarrow m = 2$

$(C)\cap d \longrightarrow x^3-3x-2=x-1 \Leftrightarrow x^3-4x-1=0 \Leftrightarrow$ 3 nghiệm phân biệt $\Rightarrow n=3$

$d\cap(P) \longrightarrow x^2-3x-2=x-1 \Leftrightarrow x^2-4x-1=0 \Rightarrow p=2$.

19. Phương trình mặt cầu có dạng $x^2+y^2+z^2-2ax-2by-2cz+d=0$ ta dễ dàng xác định được $a=-5;\ b=\frac{3}{2};\ c=-3;\ d=-5$. Suy ra tâm $I=\left(-5;\frac{3}{2};-3\right)$ và $R=\sqrt{a^2+b^2+c^2-d}=\frac{\sqrt{165}}{2}$.

A	Sai tọa độ tâm (do quên chia 2) và sai bán kính (do lấy $-d$ là R^2)
B	Sai bán kính (do lấy $-d$ là R^2)
C	Sai tọa độ tâm (do quên chia 2).

20. Bài toán liên quan đến hai mặt phẳng song song và công thức khoảng cách từ điểm đến mặt phẳng.

Vì $(P)//(Q)\Rightarrow(P): 2x-4y+4z+m=0\ (m\neq-14)$

Giả thiết có $d(A,(P))=3 \Leftrightarrow \frac{|32+m|}{6}=3 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m=-14\,(Loai) \\ m=-50\,(Nhan)\end{array}\right.$

Vậy $(P): x-2y+2z-25=0$

D	Sai vì không loại trường hợp hai mặt phẳng trùng nhau.

21. $f(x)=\sin 2x+3x^2 \Rightarrow \int f(x)dx=-\frac{1}{2}\cos 2x+x^3$.

Cách khác: Từ 4 phương án ta kiểm tra $[F(x)]'=f(x)$.

B	nhầm sang đạo hàm	C	quên công thức nguyên hàm của lượng giác	D	kết hợp B và C

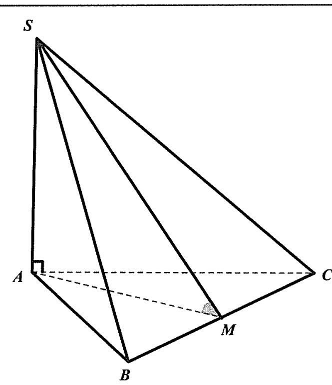
22. **Một:** Đáy là tam giác đều cạnh $2a$ nên ta tính được diện tích đáy.
Hai: Lập luận góc giữa 2 mặt phẳng suy ra độ dài đường cao.
Ba: Lập công thức tính thể tích khối chóp.

Gọi M là trung điểm BC. Vì tam giác ABC đều nên $AM\perp BC$.
Mặt khác vì $SA\perp(ABC)\Rightarrow SA\perp BC$.

Suy ra góc giữa (SBC) và (ABC) là $\widehat{SMA}=60^0$.

Độ dài $SA=AM.\tan 60^0=\frac{2a\sqrt{3}}{2}.\sqrt{3}=3a$.

Thể tích $V_{S.ABC}=\frac{1}{3}.S_{\Delta ABC}.SA=\frac{1}{3}.\frac{(2a)^2\sqrt{3}}{4}.3a=a^3\sqrt{3}$.



A	HS nhầm $SA=AM.\tan 60^0=\frac{a\sqrt{3}}{2}.\sqrt{3}=\frac{3a}{2}\Rightarrow V_{S.ABC}=\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$.
C	HS nhầm $V_{S.ABC}=S_{\Delta ABC}.SA=\frac{(2a)^2\sqrt{3}}{4}.3a=3a^3\sqrt{3}$
D	HS nhầm tam giác đều cạnh a $\Rightarrow V_{S.ABC}=\frac{1}{3}.S_{\Delta ABC}.SA=\frac{1}{3}.\frac{a^2\sqrt{3}}{4}.\frac{3a}{2}=\frac{a^3\sqrt{3}}{8}$.

23. **Bước 1.** Hàm số xác định và liên tục trên R. Suy ra đồ thị hàm số không có tiệm cận đứng.

Bước 2. $\lim\limits_{x\to\pm\infty} y = 0$. Suy ra đồ thị hàm số chỉ có 1 tiệm cận ngang là y = 0.

A	Nhầm lẫn hàm số không xác định tại x = 1 và quên mất trị của x^2 vẫn là x^2.
B	Quên mất trị của x^2 vẫn là x^2

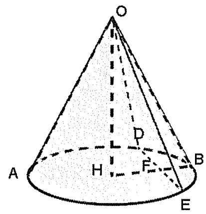
24. **Bước 1:** Đưa về cơ số 2 và phân tích số 1000, ta có $\log_4 1000 = \log_{2^2} 10^3$.

Bước 2: Dùng công thức biến đổi loga phân tích.

$\log_4 1000 = \log_{2^2} 10^3 = \frac{3}{2}(\log_2 5 + \log_2 2) = \frac{3}{2}(a+1) = \frac{3a+3}{2} \Rightarrow m^2 + n^2 + k^2 = 22$.

A	$\log_4 1000 = \log_{2^2} 10^3 = \frac{3}{2}(\log_2 5.\log_2 2) = \frac{3}{2}(a.1) = \frac{3a+0}{2} \Rightarrow m^2 + n^2 + k^2 = 13$
B	$\log_4 1000 = \log_{2^2} 10^3 = \frac{3}{2}(\log_2 2.5) = \frac{3}{2}.2(\log_2 5) = 3a \Rightarrow m^2 + n^2 + k^2 = 10$
D	Nhiễu thông thường $1^2 + 2^2 + 3^2 = 14$.

25. Tìm cạnh đáy và đường cao của thiết diện.



Gọi kí hiệu như hình. Ta có $DF = \sqrt{r^2 - d^2} \Rightarrow DE = 2\sqrt{r^2 - d^2}$. $OF = \sqrt{h^2 + d^2}$

Tam giác ODE có đáy DE và đường cao OF nên có

$S = \frac{1}{2} 2\sqrt{r^2 - d^2}\sqrt{h^2 + d^2} = \sqrt{r^2 - d^2}\sqrt{h^2 + d^2}$

26. Nắm vững các điều kiện cần và đủ để hàm số có cực trị.

Mệnh đề (1) là đúng theo điều kiện cần để hàm số có cực trị (xem Định lý 2 – SGK Toán 12/tr16).

Mệnh đề (2) là sai (xem Định lý 2 – SGK Toán 12/tr16).

Mệnh đề (3) là sai vì $f'(x)$ có thể không xác định tại x_0 nhưng vẫn có thể có cực trị tại x_0 (xem hàm số $y = x - 6\sqrt[3]{x^2}$ ở Bài giải 1.10 – SBT Toán 12/tr36).

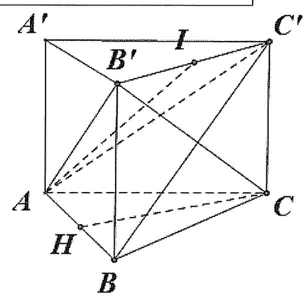
Mệnh đề (4) là sai vì cần thêm điều kiện đạo hàm đổi dấu khi qua $x = x_0$.

27. Tìm nguyên hàm rồi tính tích phân.

$I = \int_1^2 (x^2 - mx + m^2)dx = \left(\frac{x^3}{3} - \frac{mx^2}{2} + m^2x\right)\Big|_1^2 = m^2 - \frac{3}{2}m + \frac{7}{3}$. Suy ra $S = a + b + c = \frac{11}{6}$. Chọn B.

A	Sai vì nhìn ngược.	C	Sai dấu.	D	Sai vì khi bỏ dấu ngoặc khi tính tích phân.

28. Gọi H, I lần lượt là trung điểm AB và B′C′.



Suy ra CH vuông góc (ABB′) và AI vuông góc B′C′.

Đặt $A'A = h > 0$.

Dễ dàng tính được $AB' = AC' = \sqrt{a^2 + h^2}; AI = \frac{\sqrt{3a^2 + 4h^2}}{2}$

Ta có $V_{C.AB'B} = \frac{1}{3}CH.\frac{1}{2}AB.BB' = \frac{1}{3}.d(B,(AB'C')).\frac{1}{2}AI.B'C'$

Từ đó, ta tính được $h = \frac{a\sqrt{15}}{5}$ và $V_{lt} = \frac{3a^3\sqrt{5}}{20}$.

29. **Bước 1:** Tìm đạo hàm y' của hàm số đã cho. Nhẩm được 2 nghiệm đẹp $x_1; x_2$ của $y' = 0$.

Bước 2: Nhận xét hệ số trước x^2 của biểu thức y' là $a = 3 > 0$. Vẽ bảng xét dấu y', nhận ra hàm số chỉ luôn nghịch biến trên khoảng $(x_1; x_2)$.

Bước 3: Theo yêu cầu bài toán ta giải phương trình $|x_2 - x_1| = 2$ tìm m.

TXĐ: $D = \mathbb{R}$. Ta có: $y' = 3x^2 + 3m$; $y' = 0 \Leftrightarrow 3x^2 + 3m = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x_1 = -\sqrt{-m} \\ x_2 = \sqrt{-m} \end{array}\right.$. Điều kiện $m \le 0$.

Vẽ bảng xét dấu đạo hàm y':

x	$-\infty$		x_1		x_2		$+\infty$
y'		+	0	−	0	+	

Dựa vào bảng xét dấu ta nhận thấy hàm số chỉ luôn nghịch biến trên khoảng $(x_1; x_2)$.

Yêu cầu bài toán $|x_2 - x_1| = 2 \Leftrightarrow 2\sqrt{-m} = 2 \Leftrightarrow \sqrt{-m} = 1 \Leftrightarrow m = -1$.

30. **Bước 1:** Tìm đạo hàm của hàm số đã cho.

Bước 2: Tìm nghiệm của đạo hàm, từ đó tìm điểm cực đại và giá trị cực đại.

(I): Điều kiện $\begin{cases} x > 0 \\ \log_4 x - 3 \ne 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 0 \\ x \ne 64 \end{cases} \Rightarrow D = (0;64) \cup (64;+\infty)$. Suy ra (I) sai

(II): Vì $a < 1$ nên $y = \log_a x$ nghịch biến trên tập xác định của nó. Suy ra (II) đúng

(III): $f(x) = x\ln x \Rightarrow f'(x) = \ln x + 1 \Rightarrow f''(x) = \frac{1}{x}$. Suy ra (III) sai.

31. **Bước 1:** Tìm hình chiếu từ một điểm bất kì thuộc d lên (α).

Bước 2: Viết phương trình d' đi qua hình chiếu đó và song song với d.

Lấy $A(-4;0;0) \in d$. Ta có phương trình đường thẳng qua A vuông góc với (α) là $\frac{x+4}{5} = \frac{y}{-1} = \frac{z}{3}$ ta có $H(1;-1;3)$ là hình chiếu của A lên mặt phẳng (α). Viết phương trình d' đi qua hình chiếu đó và song song với d là $d': \frac{x-3}{-2} = \frac{y-6}{-7} = \frac{z-2}{1}$.

A, B	Sai vì sai điểm đi qua.	D	Sai vì sai vectơ chỉ phương.

32. Bước 1: Dùng phương pháp đổi biến đặt $t = 1 + \cos x$.

Bước 2: Giải ra biểu thức tích phân theo n. Đồng nhất 2 vế tìm n.

Đặt $t = 1 + \cos x \Rightarrow dt = -\sin x dx$, $x = 0 \to t = 2, x = \frac{\pi}{2} \to t = 1$

Khi đó: $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} (1+\cos x)^n \sin x dx = \int_2^1 -t^n dt = \left.\left(\frac{t^{n+1}}{n+1}\right)\right|_1^2 = \frac{2^{n+1}-1}{n+1}$

Theo đề bài, ta có $\frac{32767}{n+1} = \frac{2^{n+1}-1}{n+1} \Leftrightarrow 2^{n+1} = 32768 \Leftrightarrow n+1 = \log_2(32768) \Rightarrow n = 14$.

A	Sai vì lấy đạo hàm sai $t = 1 + \cos x \Rightarrow dt = \sin x dx$
B	Sai vì ở bước cuối của tính toán trong lời giải
D	Sai vì quên đổi cận tích phân và lấy đạo hàm sai

33. Đây là bài toán về lập phương trình đường thẳng đi qua một điểm và cắt hai đường thẳng cho trước.

Gọi (P) là mặt phẳng qua I và chứa Δ_1. Ta có Δ_1 đi qua $M_1(3;-1;4)$ và có vectơ chỉ phương $\overrightarrow{a_1} = (1;2;0)$

$\overrightarrow{IM_1} = (2;-2;2)$, (P) có vectơ pháp tuyến $\overrightarrow{n_1} = \left[\overrightarrow{a_1}, \overrightarrow{IM_1}\right] = (4;-2;-6)$.

Gọi (Q) là mặt phẳng qua I và chứa Δ_2. Ta có Δ_2 đi qua $M_2(-2;0;2)$ và có vectơ chỉ phương $\overrightarrow{a_2} = (1;1;2)$.

$\overrightarrow{IM_2} = (-3;-1;0)$, (Q) có vectơ pháp tuyến $\overrightarrow{n_2} = \left[\overrightarrow{a_2}, \overrightarrow{IM_2}\right] = (2;-6;2)$.

Đường thẳng d cần tìm là giao tuyến của (P) và (Q) .

d đi qua điểm $I(1;1;2)$ và có vectơ chỉ phương $\overrightarrow{a_d} = -\dfrac{1}{20}\left[\overrightarrow{n_1}, \overrightarrow{n_2}\right] = (2;1;1)$

Vậy phương trình đường thẳng d là $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 1 + t \\ z = 2 + t \end{cases}$

B	Sai vì lấy VTCP $\overrightarrow{a_d} = \left[\overrightarrow{a_1}, \overrightarrow{a_2}\right] = (4;-2;-1)$

34. $27^x - 18^x - 12^x = m8^x \Leftrightarrow \left(\dfrac{27}{8}\right)^x - \left(\dfrac{9}{4}\right)^x - \left(\dfrac{3}{2}\right)^x = m$. Đặt $t = \left(\dfrac{3}{2}\right)^x > 0$, phương trình trở thành $t^3 - t^2 - t = m$.

Ta lập bảng biến cho $f(t) = t^3 - t^2 - t, t \in \left[\dfrac{2}{3}; \left(\dfrac{3}{2}\right)^5\right]$; $f'(t) = 3t^2 - 2t - 1$

t	$-\infty$	$-\frac{1}{3}$		0		$\frac{2}{3}$		1		$\left(\frac{3}{2}\right)^5$		$+\infty$
$f'(t)$	+	0	-		-	|	-	0	+	|	+	
$f(t)$	↗		↘			|	↘		↗	|	↗	

Theo yêu cầu bài toán và từ BBT, ta suy ra $f(1) < m \le f\left(\dfrac{2}{3}\right) \Leftrightarrow -1 < m \le -\dfrac{22}{27}$.

Do đó không tồn giá trị nguyên nào của m.

A	Nhầm thành đề hỏi có nghiệm	B	Nhầm thành đề hỏi có nghiệm và tính sai số giá trị nguyên.	C	Lấy giá trị tại m = -1.

35. Bước 1: Đặt $x = 2\sin t, t \in \left[-\dfrac{\pi}{2}; \dfrac{\pi}{2}\right]$, tính dx và đổi cận.

Bước 2: Thay biểu thức mới, cận mới, biến đổi và tính toán.

Đặt $x = 2\sin t, t \in \left[-\dfrac{\pi}{2}; \dfrac{\pi}{2}\right] \Rightarrow dx = 2\cos t dt$. Đổi cận: $x = 0 \Rightarrow t = 0; x = -1 \Rightarrow t = -\dfrac{\pi}{6}$.

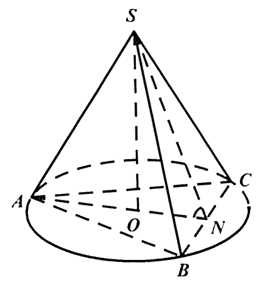
$$I = \int_{-\frac{\pi}{6}}^{0} \frac{4\sin^2 t}{\sqrt{4 - 4\sin^2 t}} 2\cos t dt = 4\int_{-\frac{\pi}{6}}^{0} \frac{\sin^2 t}{|\cos t|}\cos t dt = 4\int_{-\frac{\pi}{6}}^{0} \sin^2 t dt = 4\int_{-\frac{\pi}{6}}^{0} \frac{1 - \cos 2t}{2} dt$$

$$= 2\left(t - \frac{1}{2}\sin 2t\right)\Big|_{-\frac{\pi}{6}}^{0} = \frac{\pi}{3} - \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow n = -\frac{1}{2}.$$

36. Bài toán này liên quan đến khối nón ngoại tiếp khối chóp.

Gọi O là tâm của đáy ABC và N là trung điểm của BC.

Do $S.ABC$ là hình chóp đều suy ra $SO \perp (ABC)$.



Hình nón ngoại tiếp hình chóp đều $S.ABC$ là hình nón có ***đỉnh*** là S, ***đáy*** là đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC. Khi đó hình nón có bán kính đáy $r = OA$, đường cao $h = SO$, đường sinh $l = SA$

Ta có $\begin{cases}(SBC)\cap(ABC)=BC \\ ON \perp BC \\ SN \perp BC\end{cases} \Rightarrow$ Góc giữa (SBC) và (ABC) là góc $\widehat{SNO}$

Từ đó suy ra $\widehat{SNO} = 60^0$

Ta có $AN = \dfrac{2a\sqrt{3}}{2} = a\sqrt{3} \Rightarrow OA = \dfrac{2}{3}AN = \dfrac{2\sqrt{3}a}{3}; ON = \dfrac{1}{3}AN = \dfrac{a\sqrt{3}}{3}$

Xét tam giác SON vuông tại O ta có : $\tan\widehat{SNO} = \dfrac{SO}{ON} \Rightarrow SO = ON\tan 60^0 = \dfrac{a\sqrt{3}}{3}.\sqrt{3} = a$

Xét tam giác SOA vuông tại O ta có $SA = \sqrt{SO^2 + OA^2} = \sqrt{a^2 + \left(\dfrac{2\sqrt{3}}{3}a\right)^2} = \dfrac{a\sqrt{21}}{3}$

Thể tích khối nón cần tìm là $V = \dfrac{1}{3}\pi r^2 h = \dfrac{1}{3}\pi OA^2.SO = \dfrac{1}{3}\pi\left(\dfrac{2\sqrt{3}a}{3}\right)^2.a = \dfrac{4\pi a^3}{9}$

A	Sai vì nhầm công thức $V = \pi r^2 h = \pi OA^2.SO = \pi\left(\dfrac{2\sqrt{3}a}{3}\right)^2.a = \dfrac{4\pi a^3}{3}$
C	Sai vì nhầm qua góc giữa cạnh bên với mặt đáy. $\tan\widehat{SAO} = \dfrac{SO}{OA} \Rightarrow SO = OA\tan 60^0 = \dfrac{2a\sqrt{3}}{3}.\sqrt{3} = 2a$
D	Sai vì nhầm với qua cạnh của đáy bằng a

37. Ta có: $y' = 2x^3 - 2(m-1)x = 2x\left[x^2 - (m-1)\right]$. Đồ thị hàm số có 3 điểm cực trị khi $m > 1$.

Khi đó 3 điểm cực trị là $A(0;1)$, $B\left(\sqrt{m-1};1-\dfrac{1}{2}(m-1)^2\right)$, $C\left(-\sqrt{m-1};1-\dfrac{1}{2}(m-1)^2\right)$.

Đường thẳng BC: $y = 1-\dfrac{1}{2}(m-1)^2$ và độ dài đoạn thẳng BC = $2\sqrt{m-1}$.

Khoảng cách từ điểm A đến BC: $d(A;BC) = 1-\left(1-\dfrac{1}{2}(m-1)^2\right) = \dfrac{1}{2}(m-1)^2$.

Suy ra $S_{ABC} = \dfrac{1}{2}.d(A;BC).BC = \dfrac{1}{2}\sqrt{m-1}(m-1)^2 = \dfrac{1}{2}(m-1)^{\frac{5}{2}}$.

$S_{ABC} = \dfrac{243}{2} \Leftrightarrow (m-1)^{\frac{5}{2}} = 243 \Leftrightarrow m-1 = 9 \Leftrightarrow m = 10$.

B	Sai vì nhầm thành $m^{\frac{5}{2}} = 243$.	C	Sai vì tính toán sai như sau $m-1=9 \Leftrightarrow m = 9-1 = 8$

38. Biến đổi phương trình ban đầu theo $t = \log_2 x$.

$$\log_{\sqrt{2}}\left(\frac{x^3}{2}\right) - \log_4 x.\log_2(4x) < 0 \Leftrightarrow 2\left(\log_2 x^3 - 1\right) - \frac{1}{2}\log_2 x.\left(2+\log_2 x\right) < 0$$

$\Leftrightarrow 12\log_2 x - 4 - 2\log_2 x - (\log_2 x)^2 < 0 \xleftrightarrow{t=\log_2 x} -t^2 + 10t - 4 < 0 \Leftrightarrow t^2 - 10t + 4 > 0$.

A	$\log_{\sqrt{2}}\left(\frac{x^3}{2}\right) - \log_4 x.\log_2(4x) < 0 \Leftrightarrow \frac{1}{2}(\log_2 x^3 - 1) - \frac{1}{2}\log_2 x.(2+\log_2 x) < 0$
B	$\log_{\sqrt{2}}\left(\frac{x^3}{2}\right) - \log_4 x.\log_2(4x) < 0 \Leftrightarrow \frac{1}{2}(\log_2 x^3 - 1) - 2\log_2 x.(2+\log_2 x) < 0$
D	$\log_{\sqrt{2}}\left(\frac{x^3}{2}\right) - \log_4 x.\log_2(4x) < 0 \Leftrightarrow 2(\log_2 x^3 - 2) - \frac{1}{2}\log_2 x.(2+\log_2 x) < 0$

39. Bước 1: Tìm đạo hàm và giải phương trình đạo hàm bằng 0 để tìm nghiệm.

Bước 2: Tính các giá trị tại điểm dùng và kết luận Min-Max.

Ta có $y' = 2\cos x - 1$. Xét $y' = 0 \Leftrightarrow 2\cos x - 1 = 0 \Leftrightarrow x = \pm\frac{\pi}{3} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$. Vậy trong đoạn $[-2;2]$ thì nhận $x = \pm\frac{\pi}{3}$. Tính và so sánh $y(-2), y\left(-\frac{\pi}{3}\right), y\left(\frac{\pi}{3}\right), y(2)$ thì ta có $m = -\sqrt{3} + \frac{\pi}{3}$ và $M = \sqrt{3} - \frac{\pi}{3}$.

Do đó $P = 6 - \frac{4\pi\sqrt{3}}{3} + \frac{2\pi^2}{9}$.

A	Sai vì quên thừa số 2.	C	Sai vì tính $P = M + m$.	D	Sai vì ra hai đầu đoạn là Min – Max.

40. Bài toán này yêu cầu các em phải nắm vững các vấn đề về tập xác định của hàm mũ, logarit.

(I): Hàm số xác định $\Leftrightarrow 4 - x^2 > 0 \Leftrightarrow -2 < x < 2 \Rightarrow D = (-2;2)$.

(II): Vì số mũ là số nguyên dương nên hàm số xác định với mọi x.

(III): Hàm số có tập xác định là $\mathbb{R} \Leftrightarrow x^2 - 2mx + 4 > 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \Delta' = m^2 - 4 < 0 \Leftrightarrow -2 < m < 2$

41. Gọi N(t) là số vi trùng ngày thứ t. Ta có: $N(15) - N(0) = \int_0^{15} f(t)dt \Rightarrow N(15) = 703147$

42. $|z| = \sqrt{3m^2 + 4n^2} \geq \frac{|\sqrt{3}.\sqrt{3}m + 2.2n|}{\sqrt{3+4}} = 5$, đẳng thức xảy ra khi $m = n = \frac{5\sqrt{7}}{7}$.

A	Sai vì không chia cho $\sqrt{3+4}$ trong bất đẳng thức.
B	Sai vì thay vì chia cho $\sqrt{3+4}$ thì lại nhân.
D	Sai vì chia cho 7 chứ không phải $\sqrt{3+4}$.

43. Đây là bài toán về phương trình logarit có chứa tham số.

PT $\Leftrightarrow \log_3\left[x^2 + (4a+3)x + 2a - 1\right] = \log_3(5x-2)$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x^2 + (4a+3)x + 2a - 1 = 5x - 2 \\ 5x - 2 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 + 4ax - 2x + 2a + 1 = 0 \\ x > \frac{2}{5} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2a = \frac{-x^2 + 2x - 1}{2x+1} \\ x > \frac{2}{5} \end{cases}$$

Xét hàm số $g(x) = \frac{-x^2 + 2x - 1}{2x+1}$ với $x > \frac{2}{5}$, $g'(x) = \frac{-2x^2 - 2x + 4}{(2x+1)^2}$, $g'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 1, x = -2$

x	$-\infty$		-2		$-\frac{1}{2}$		$\frac{2}{5}$		1		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	‖	$+$			0	$-$	
y'		↘		↗	‖ $-\infty$	↗	$-\frac{1}{5}$	↗	0	↘	$-\infty$

Để có nghiệm duy nhất thì $\left[\begin{array}{l} 2a=0 \\ 2a\le -\dfrac{1}{5} \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} a=0 \\ a\le -\dfrac{1}{10} \end{array}\right. \Rightarrow m=1, n=10$.

44. Bài toán liên quan tìm điều kiện của tham số để hàm số đồng biến (hay nghịch biến) trên khoảng cho trước. Trong bài toán này các em chú ý điều sau:

$$y=a\sin x-b\cos x=\sqrt{a^2+b^2}\left(\frac{a}{\sqrt{a^2+b^2}}\sin x-\frac{b}{\sqrt{a^2+b^2}}\cos x\right)=\sqrt{a^2+b^2}\sin\left(x-\alpha\right)$$

với $\cos\alpha=\dfrac{a}{\sqrt{a^2+b^2}}, \sin\alpha=\dfrac{b}{\sqrt{a^2+b^2}}$. Từ đó suy ra $-\sqrt{a^2+b^2}\le y\le\sqrt{a^2+b^2}$

Tập xác định $D=\mathbb{R}$. Ta có: $y'=2+a\cos x-b\sin x$

Yêu cầu của bài toán tương đương với $y'\ge 0, \forall x\in\mathbb{R} \Leftrightarrow 2+a\cos x-b\sin x\ge 0, \forall x\in\mathbb{R}$

$\Leftrightarrow a\cos x-b\sin x\ge -2, \forall x\in\mathbb{R} \Leftrightarrow -\sqrt{a^2+b^2}\ge -2 \Leftrightarrow a^2+b^2\le 4$

45. (i) $\left|\dfrac{z}{\bar{z}}\right|=1 \Leftrightarrow \dfrac{|z|}{|\bar{z}|}=1, \bar{z}\ne 0 \Leftrightarrow |z|=|\bar{z}|, z\ne 0$ sai vì phải loại đi gốc tọa độ O.

(ii) $\dfrac{1}{|z|}>1 \Leftrightarrow |z|<1, z\ne 0$ sai vì phải loại đi gốc tọa độ O.

(iii) $z=\dfrac{1-i}{(1+i)\omega} \Rightarrow |z|=\left|\dfrac{1-i}{(1+i)\omega}\right|=\dfrac{|1-i|}{|1+i||\omega|}=\dfrac{1}{|\omega|}=1$. Nên (iii) đúng.

C	Quên đặt điều kiện cho z

46. Phương trình hoành độ giao điểm: $x^2-mx-1=0$ dễ thấy phương trình có 2 nghiệm trái dấu $x_1<0<x_2$ và $x_1+x_2=m$, $x_1x_2=-1$.

Ta có $S=\int\limits_{x_1}^{x_2}\left|x^2-mx-1\right|dx=-\int\limits_{x_1}^{x_2}\left(x^2-mx-1\right)dx=-\dfrac{1}{3}x^3\Big|_{x_1}^{x_2}+\dfrac{m}{2}x^2\Big|_{x_1}^{x_2}+x\Big|_{x_1}^{x_2}$

$$=\left(x_2-x_1\right)\left[-\frac{1}{3}\left(x_1+x_2\right)^2+\frac{1}{3}x_1x_2+\frac{m}{2}x\left(_1+x_2\right)+1\right]=\left(x_2-x_1\right)\left(\frac{m^2+4}{6}\right)$$

Mà $x_2-x_1=\sqrt{\left(x_1+x_2\right)^2-4x_1x_2}=\sqrt{m^2+4}$ suy ra $S=\dfrac{\sqrt{m^2+4}.\left(m^2+4\right)}{6}$

Ta được $S\le\dfrac{32}{3} \Leftrightarrow \left(\sqrt{m^2+4}\right)^3\le 64 \Leftrightarrow \sqrt{m^2+4}\le 4 \Leftrightarrow -2\sqrt{3}\le m\le 2\sqrt{3}$.

A	Sai vì nhầm $\sqrt{m^2+4}\le 4 \Leftrightarrow m^2+4\le 8 \Leftrightarrow -2\le m\le 2 \Rightarrow b-a=4$
C	Sai vì theo ý A kết hợp nhầm $b-a=-2-2=-4$
D	Sai vì nhầm $b-a=-2\sqrt{3}-2\sqrt{3}=-4\sqrt{3}$

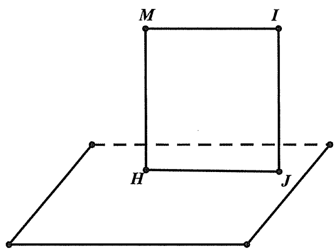
47. Trong 1 giây, thể tích nước tăng thêm là 10 lít.

Chiều cao mực nước tăng lên trong một giây là: $\dfrac{\frac{10}{1000}t}{10.5}=\dfrac{1}{5000}t\ (m)$, trong đó t là thời gian, đo bằng giây. Vì ban đầu trong hồ đã có sẵn 200 lít nước, tức mực nước ban đầu là $\dfrac{1}{250}\ (m)$.

Vậy ta có hàm số thể hiện chiều cao của mực nước ở mỗi thời điểm: $h(t)=\dfrac{1}{5000}t+\dfrac{1}{250}$ (m).

B	quên điều kiện đầu về chiều cao mực nước trong hồ.	C	B và D.	D	Lập sai hàm.

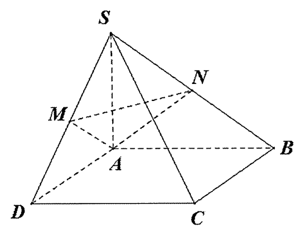
48. Đây bài toán khó, các em cần vẽ minh hoạ hình vẽ, đọc kỹ đề bài .



Ta thấy $M\in d,MH=d(M,(P))=\dfrac{\sqrt{14}}{2}$

Nhận xét $d//(P)$ và $MI=2\sqrt{3}$. Tìm $I(3;2;-4)$, $J\left(\dfrac{7}{2};3;\dfrac{-5}{2}\right)\Rightarrow K\left(\dfrac{13}{4};\dfrac{5}{2};-\dfrac{13}{4}\right)$

49. Ta có $\dfrac{V_{S.AMN}}{V_{S.ABD}}=\dfrac{SM}{SD}.\dfrac{SN}{SB}\Rightarrow V_{S.AMN}=mn.V_{S.ABD}=\dfrac{mna^6}{6}$



Mặt khác $mn=\dfrac{\sqrt{2}.m.\sqrt{3}.n}{\sqrt{6}}\le\dfrac{2m^2+3n^2}{2\sqrt{6}}=\dfrac{1}{2\sqrt{6}}$

Suy ra $\max V_{S.AMN}=\dfrac{a^3\sqrt{6}}{72}$

50. Đây là bài toán liên quan đến cực trị của hàm bậc 3.

Ta có : $y'=6x^2-6(m+1)x+6m$, $y'=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=1\\x=m\end{array}\right.$

Điều kiện để hàm số có 2 điểm cực trị là : $m\ne1$. Ta có : $A(1;3m-1)$ $B\left(m;-m^3+3m^2\right)$.

Hệ số góc của đường thẳng AB là : $k=-(m-1)^2$ suy ra $(AB):y=-(m-1)^2x+m^2+m$.

Gọi M,N lần lượt là giao điểm của d với trục Ox,Oy suy ra $M\left(\dfrac{m^2+m}{(m-1)^2};0\right),N\left(0;m^2+m\right)$

Ta có $OM=\left|\dfrac{m^2+m}{(m-1)^2}\right|,ON=\left|m^2+m\right|,S_{OMN}=\dfrac{1}{2}OM.ON=\dfrac{1}{2}\left|m^2+m\right|.\left|\dfrac{m^2+m}{(m-1)^2}\right|=\dfrac{1}{2}\dfrac{\left(m^2+m\right)^2}{(m-1)^2}$

$S_{OMN}=\dfrac{1}{2}\Leftrightarrow\dfrac{1}{2}\dfrac{\left(m^2+m\right)^2}{(m-1)^2}=\dfrac{1}{2}\Leftrightarrow\left(m^2+m\right)^2=(m-1)^2\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m^2+m=m-1\\m^2+m=-m+1\end{array}\right.\Leftrightarrow m=-1+\sqrt{2},m=-1-\sqrt{2}$

ĐÁP ÁN ĐỀ 13

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
D	C	B	C	C	B	B	C	D	A
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
C	D	B	B	D	C	A	D	B	D
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
B	B	C	D	B	A	A	B	A	C
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
B	A	A	D	A	D	D	C	B	C
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
A	C	D	B	D	D	C	A	A	A

1. **Bước 1:** Nhắc lại định nghĩa phần thực, phần ảo, tọa độ điểm biểu diễn của số phức z.
   Bước 2: Nhận ra mệnh đề đúng.

   Số phức $z=-3+i$ có phần thực là -3, phần ảo là 1. Điểm biểu diễn là $M(-3;1)$.

A	HS sai phần ảo là i.	B	HS sai điểm biểu diễn.	C	HS sai phần thực

2. Xem lại lý thuyết trong sách giáo khoa.
3. (I) sai, sửa lại đúng: $2^x=3 \Leftrightarrow x=\log_2 3$.

   (II) sai, sửa lại đúng: $\log_a(b.c)=\log_a b+\log_a c$.

   (III) và (IV) đúng.
4. Hình chữ nhật ABCD xoay quanh cạnh AB tạo thành khối trụ.
5. **Bước 1:** Tìm đạo hàm của hàm số đã cho.
   Bước 2: Tìm nghiệm của đạo hàm, từ đó xét dấu đạo hàm.

   Xét đáp án C. Ta có tập xác định $D=\mathbb{R}$.

   Ta có: $y'=3x^2+2x+7\geq 0, \forall x\in\mathbb{R} \Rightarrow$ hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$.

A	Sai vì $y'=4x^3; y'=0\Rightarrow x=0$. y' đổi dấu khi đi qua $x=0$
B	Sai vì $y'=-2<0, \forall x\in\mathbb{R}$ suy ra hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}$
D	Sai vì $y'=\dfrac{2}{(x+1)^2}, \forall\neq 1$. Suy ra hàm số đồng biến trên từng khoảng xác định.

6. Xem lại phần lý thuyết về phương trình mặt phẳng.

   Mặt phẳng (P) đi qua điểm $A(-1;2;0)$ và nhận $\vec{n}(-1;0;2)$ là VTPT có phương trình là:

   $-1(x+1)+0(y-2)+2(z-0)=0 \Leftrightarrow -x-1+2z=0 \Leftrightarrow -x+2z-1=0$.

   Vậy $-x+2z-1=0$.
7. $z=a+bi-ci-di^2=(a+d)+(b-c)i$ do đó $|z|=\sqrt{(a+d)^2+(b-c)^2}$. Chọn đáp án là B.

A,C	Sai vì không để ý chữ i.	D	Sai vì biến đổi $i^2=1$.

8. **Bước 1.** hàm số $y=f(x)$ xác định và liên tục trên R. Suy ra đồ thị hàm số không thể có tiệm cận đứng (chưa kết luận gì được về tiệm cận ngang). Loại được hai phương án A và D.

Bước 2. Có hàm số $y=\dfrac{x}{x^2+1}$ có tập xác định là R, nhưng đồ thị hàm số này có tiệm cận ngang là y = 0. Nên phương án B cũng sai.

9. Chú ý: $\log_a f(x)>b \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} f(x)>a^b,\ a>1 \\ 0<f(x)<a^b, 0<a<1 \end{array}\right.$

Ta có $\log_{\frac{\sqrt{2}}{2}}\left(\dfrac{3x-1}{4}\right)>2 \xleftrightarrow{\frac{\sqrt{2}}{2}<1} \begin{cases} \dfrac{3x-1}{4}<\left(\dfrac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 \\ x>\dfrac{1}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x-1<2 \\ x>\dfrac{1}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \dfrac{1}{3}<x<1.$

A	Sai vì nhầm $\dfrac{\sqrt{2}}{2}>1$.	B	Sai vì không so điều kiện $x>\dfrac{1}{3}$

10. Bước 1: Tìm đạo hàm của hàm số đã cho.

Bước 2: Tìm nghiệm của đạo hàm, vẽ bảng xét dấu đạo hàm và nhận xét.

TXĐ: $D=\mathbb{R}$. Ta có: $y'=3x^2-6x=3x(x-2)$ suy ra $y'=0 \Leftrightarrow x=0 \vee x=2$.

Đạo hàm y' là hàm số bậc hai do đó theo quy tắc "trong trái ngoài cùng", ta dễ dàng có được dấu của đạo hàm.

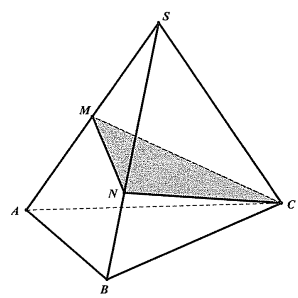
y'	+	0	–	2	+

Suy ra hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty;0)$ và $(2;+\infty)$.

B	Sai vì chỉ nhận 1 khoảng $(2;+\infty)$	C	Sai vì thiếu khoảng $(-\infty;0)$.	D	Sai vì xác định sai dấu đạo hàm.

11. Bước 1: Lập tỉ số $\dfrac{V_{S.CMN}}{V_{S.CBA}}=\dfrac{SM}{SA}.\dfrac{SN}{SB}=k \Rightarrow V_{S.CMN}=k.V_{S.CBA}$.

Bước 2: Từ đó suy ra $V_{C.MNBA}=(1-k).V_{S.CBA} \Rightarrow \dfrac{V_{S.CMN}}{V_{C.MNBA}}=\dfrac{k}{1-k}$



$\dfrac{V_{S.CMN}}{V_{S.CBA}}=\dfrac{SM}{SA}.\dfrac{SN}{SB}=\dfrac{1}{2}.\dfrac{2}{3}=\dfrac{1}{3} \Rightarrow V_{S.CMN}=\dfrac{1}{3}V_{S.CBA}$

$\Rightarrow V_{C.MNBA}=\dfrac{2}{3}V_{S.CBA} \Rightarrow \dfrac{V_{S.CMN}}{V_{C.MNBA}}=\dfrac{1}{2}$.

A	HS nhầm $\dfrac{V_{C.MNBA}}{V_{S.CMN}}=2$.
B	HS nhầm $\dfrac{V_{S.CMN}}{V_{S.CBA}}=\dfrac{1}{3}$.
C	$\dfrac{V_{S.CMN}}{V_{S.CBA}}=\dfrac{SM}{SA}.\dfrac{SN}{SB}=\dfrac{1}{2}.\dfrac{1}{3}=\dfrac{1}{6} \Rightarrow V_{S.CMN}=\dfrac{1}{6}V_{S.CBA} \Rightarrow V_{C.MNBA}=\dfrac{5}{6}V_{S.CBA} \Rightarrow \dfrac{V_{S.CMN}}{V_{C.MNBA}}=\dfrac{1}{5}$.

12. Bước 1: Tìm đạo hàm của hàm số đã cho.

Bước 2: Tìm nghiệm của đạo hàm, từ đó tìm điểm cực đại và giá trị cực đại.

$I=\int_1^2 \dfrac{\sqrt{x+1}}{\sqrt{x^2-1}+x}dx=\int_1^2 \sqrt{x+1}\left(\sqrt{x^2-1}-x\right)dx=\int_1^2\left((x+1)\sqrt{x-1}-x\sqrt{x+1}\right)dx$

$$= \int_1^2 \left[(x-1)^{\frac{3}{2}} + 2(x-1)^{\frac{1}{2}} - (x+1)^{\frac{3}{2}} + (x+1)^{\frac{1}{2}}\right]dx = \left[\frac{2}{5}(x-1)^{\frac{5}{2}} + \frac{4}{3}(x-1)^{\frac{3}{2}} - \frac{2}{5}(x+1)^{\frac{5}{2}} + \frac{2}{3}(x+1)^{\frac{3}{2}}\right]_1^2$$

$$= \frac{8\sqrt{3}}{5} - \frac{4\sqrt{2}}{15} - \frac{26}{15} \Rightarrow a = \frac{-26}{15}; b = \frac{-4}{15}; c = \frac{8}{5} \Rightarrow P = \frac{832}{1125}$$

A	Sai vì tính tổng.	B,C	Sai vì nhầm dấu

13. Hàm số $y = x^4 - 2(m-1)x^2 + m - 2$ đồng biến trên khoảng $(1;3) \Leftrightarrow y' \ge 0, \forall x \in (1;3)$

Tập xác định $D = \mathbb{R}$. Ta có $y' = 4x^3 - 4(m-1)x$.

Hàm số đồng biến trên $(1;3)$

$\Leftrightarrow y' \ge 0, \forall x \in (1;3) \Leftrightarrow 4x\left(x^2 + 1 - m\right) \ge 0, \forall x \in (1;3) \Leftrightarrow g(x) = x^2 + 1 \ge m, \forall x \in (1;3)$.

Lập bảng biến thiên của $g(x)$ trên $(1;3)$.

x	1		3
$g'(x)$		+	
$g(x)$	2	$\nearrow$	10

Dựa vào bảng biến thiên, ta suy ra giá trị m cần tìm là $m \le 2$.

A	Sai vì chưa tìm hết được các giá trị của m.

14. **Bước 1**: đặt $z = x + y.i; x, y \in \mathbb{R}$. Nhắc lại định nghĩa mô đun của số phức.

Bước 2: Suy ra tập hợp điểm là đường tròn, tìm tâm và bán kính.

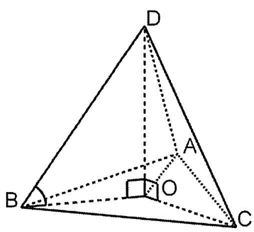
Đặt $z = x + y.i; x, y \in \mathbb{R}$.

Ta có: $|z - 4 + 3i| = 2 \Leftrightarrow |x + y.i - 4 + 3i| = 2 \Leftrightarrow |(x-4) + (y+3)i| = 2 \Leftrightarrow (x-4)^2 + (y+3)^2 = 4$.

Vậy tập hợp điểm M cần tìm là đường tròn $(x-4)^2 + (y+3)^2 = 4$ tâm $I(4;-3)$, bán kính $R = 2$

A	HS nhầm bán kính.	C	HS nhầm tọa độ tâm.	D	HS sai tâm và bán kính

15. $S_{ABC} = \left(\sqrt{3}\right)^2 . \frac{\sqrt{3}}{4} = \frac{3\sqrt{3}}{4}\ \left(cm^2\right)$



$d\left[D;(ABC)\right] = OB.\tan 60^\circ = \left(\sqrt{3}.\frac{\sqrt{3}}{2}.\frac{2}{3}\right).\tan 60^\circ = \sqrt{3}$.

$\Rightarrow\ V_{DABC} = \frac{1}{3}.\sqrt{3}.\frac{3\sqrt{3}}{4} = \frac{3}{4}\left(cm^3\right)$

A	Sai vì tính $DO = \frac{\sqrt{3}}{\sin 60^\circ} = 2\ cm$.
B	Sai vì tính $S_{ABC} = \left(\sqrt{3}\right)^2 . \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{3\sqrt{3}}{2}$
C	Sai vì cho rằng $DB = \sqrt{3}\ cm$ dẫn đến $DO = DB\sin 60^\circ = \sqrt{3}.\frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{3}{2}\ cm$

16. Ta có: $\left.\begin{array}{l} \vec{a} - \vec{b} = (-3;2;1) \\ 3\vec{a} + \vec{b} = (1;-6;1) \end{array}\right\} \Rightarrow \left|\left(\vec{a} - \vec{b}\right).\left(3\vec{a} + \vec{b}\right)\right| - 3 - 12 + 1 = -14$.

A	Sai vì không để ý "trị tuyệt đối"

B	Sai vì hiểu qua độ dài môđun
D	Sai vì không hiểu, nhầm với giá trị tuyệt đối nên nhận 2 giá trị

17. Ta có: $\cos\alpha = \cos\left(\vec{a};\vec{b}\right) = \dfrac{\vec{a}.\vec{b}}{\left|\vec{a}\right|.\left|\vec{b}\right|} = \dfrac{-2\sqrt{2}-\sqrt{2}}{3.2} = -\dfrac{1}{\sqrt{2}} \Rightarrow \alpha = 135^0$.

B	Sai vì nhầm qua công thức $\cos\alpha = \cos\left(\vec{a};\vec{b}\right) = \dfrac{\left|\vec{a}.\vec{b}\right|}{\left|\vec{a}\right|.\left|\vec{b}\right|} = \dfrac{1}{\sqrt{2}} \Rightarrow \alpha = 45^0$
C	Sai vì nhầm qua công thức $\sin\alpha = \sin\left(\vec{a};\vec{b}\right) = \dfrac{\vec{a}.\vec{b}}{\left|\vec{a}\right|.\left|\vec{b}\right|} = \dfrac{-2\sqrt{2}-\sqrt{2}}{3.2} = -\dfrac{1}{\sqrt{2}} \Rightarrow \alpha = -45^0$

18. Dạng tìm căn bậc hai của số phức. Ta có $\begin{cases} a^2 - b^2 = -1 \\ 2ab = -2\sqrt{6} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a^2 = 2 \\ b^2 = 3 \end{cases}$.

Vậy nghiệm của phương trình $2x^2 + 3x + 2 = 0 \Leftrightarrow x = -\dfrac{3}{4} \pm \dfrac{\sqrt{7}}{4}i$

A	nhầm với giải nghiệm thực.	B	nhầm dấu.	C	Sai vì nhầm giữa $a \leftrightarrow b$.

19. Bài toán liên quan đến vị trí tương đối của mặt phẳng

(P) có VTPT $\overrightarrow{n_1} = (5;m;1)$ và (Q) có VTPT $\overrightarrow{n_2} = (n;-3;-2)$

$$(P)//(Q) \Leftrightarrow \left[\overrightarrow{n_1},\overrightarrow{n_2}\right] = \vec{0} \Leftrightarrow \begin{cases} -2m+3=0 \\ n+10=0 \\ -15-nm=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = \dfrac{3}{2} \\ n = -10 \end{cases}$$

20. Xác định $\overrightarrow{u_d},\overrightarrow{u_{d'}}$ và tính $\left[\overrightarrow{u_d},\overrightarrow{u_{d'}}\right]$ để xét vị trí tương đối.

Ta có $\overrightarrow{u_d} = (0;1;-1), \overrightarrow{u_{d'}} = (3;-2;1)$. Khi đó $\left[\overrightarrow{u_d},\overrightarrow{u_{d'}}\right] = (-1;-3;-3) \neq \vec{0}$, nên $\overrightarrow{u_d},\overrightarrow{u_{d'}}$ không cùng phương. Xét giao điểm của hai đường thẳng ta có $I(2;2;-1) \in d \cap d'$. Chọn đáp án D.

A,D	Nhiễu thông thường.
C	Sai vì không xét đến giao điểm hai đường.

21. Ta có: $A = 2,7.10^{-5} = 27.10^{-6}$.

A	Sai vì quên mất cơ số 10.	C	Sai vì chỉ bấm máy tính.	D	Sai tương tự ý A.

22. Lưu ý công thức: $V_{cau} = \dfrac{4}{3}\pi R^3$ và $V_{lap\,phuong} = (canh)^3$

Ta có $R = \dfrac{4a}{2} = 2a \Rightarrow \dfrac{V_C}{V_L} = \dfrac{\frac{4}{3}\pi R^3}{(4a)^3} = \dfrac{\frac{4}{3}\pi 8a^3}{64a^3} = \dfrac{\pi}{6}$.

A	Sai vì nhầm công thức $R = \dfrac{4a}{2} = 2a \Rightarrow \dfrac{V_C}{V_L} = \dfrac{\frac{1}{3}\pi R^3}{(4a)^3} = \dfrac{\frac{1}{3}\pi 8a^3}{64a^3} = \dfrac{\pi}{24}$
C	Sai vì tính sai bán kính $R = 4a \Rightarrow \dfrac{V_C}{V_L} = \dfrac{\frac{1}{3}\pi R^3}{(4a)^3} = \dfrac{\frac{1}{3}\pi(4a)^3}{64a^3} = \dfrac{\pi}{3}$
D	Nhiễu số thông thường, đảo lộn tỉ số (kết hợp sai theo ý A)

23. Bước 1: Tìm đạo hàm và điểm không xác định của đạo hàm. Tìm nghiệm đạo hàm.

Bước 2: Lập bảng biến thiên.

TXĐ: $D=R$. Ta có $y'=0 \Leftrightarrow 2-\frac{4}{\sqrt[3]{x}}=0 \Rightarrow \sqrt[3]{x}=2 \Rightarrow x=8$ và đạo hàm không xác định tại 0.

Ta có BBT sau:

x	$-\infty$		0		8		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	‖	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	0	$\searrow$	-8	$\nearrow$	$+\infty$

A	Sai vì lấy hai giá trị hoành độ cực trị.	B	Sai vì lấy tọa độ điểm cực tiểu.	D	Sai vì lấy hai giá trị tung độ cực trị.

24. Nhận diện được hình dáng của đồ thị hàm bậc 4 trùng phương và hàm bậc 3.
Do đồ thị hàm trùng phương đối xứng qua trục tung nên loại câu A, C. Vì đồ thị có 3 điểm cực trị nên không thể là hàm bậc 3. .

A,C	Sai vì nhầm đồ thị hàm trùng phương.

25. Phương trình mũ, dùng phương pháp đặt ẩn phụ.
Phương trình dạng: $\alpha_n a^{n.f(x)}+\alpha_{n-1}a^{(n-1)f(x)}+...+\alpha_1 a^{f(x)}+\alpha_0=0 \quad (1)$

Đặt ẩn phụ $t=a^{f(x)}$ với điều kiện $t>0$.

Phương trình (1) trở thành $\alpha_n t^n+\alpha_{n-1}t^{(n-1)}+...+\alpha_1 t+\alpha_0=0$. Giải phương trình tìm ẩn *t*, so điều kiện $t>0$ .Với giá trị $t>0$ tìm được, giải phương trình $t=a^{f(x)}$ tìm x.

$3^{4x+8}-4.3^{2x+5}+27=0 \Leftrightarrow 3^{2(2x+4)}-4.3^{2x+4+1}+27=0 \Leftrightarrow 3^{2(2x+4)}-12.3^{2x+4}+27=0$

Đặt $t=3^{2x+4}, t>0$, phương trình trở thành $t^2-12t+27=0$.

26. Đáp án A

B	Sai nhầm với đạo hàm	C	Sai hệ số khi lấy nguyên hàm.	D	Sai cả B và C.

27. Phương pháp đổi biến Đặt $t=3x \Rightarrow dt=3dx$; đổi cận

x	1	2
t	3	6

Vậy $\int_1^2 \frac{\sin 3x}{x}dx=\int_1^2 \frac{\sin 3x}{3x}3dx=\int_3^6 \frac{\sin t}{t}dt=F(x)\Big|_3^6=F(6)-F(3)$.

28. **Bước 1**: Mặt phẳng (α) cần tìm là mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB, tức là (α) đi qua trung điểm I của AB và $(\alpha)\perp AB$.

Bước 2: Tìm tọa độ trung điểm I của AB, $\overrightarrow{AB}$ là vectơ pháp tuyến của mặt (α). phương trình mặt phẳng (α).

Mặt phẳng (α) đi qua trung điểm $I(-1;0;4)$, và có vectơ pháp tuyến $\overrightarrow{AB}=(4;-4;-2)$.

Phương trình mặt phẳng (α): $4(x+1)-4(y-0)-2(z-4)=0 \Leftrightarrow 2x-2y-z+6=0$.

A	Mặt phẳng đi qua A và VTPT $\overrightarrow{AB}=(4;-4;-2)$.
B	Mặt phẳng đi qua B và VTPT $\overrightarrow{AB}=(4;-4;-2)$.

29. Tính tích phân bằng phương pháp đổi biến số . $I=\int_1^3 \frac{dx}{x^{10}+10x}=\int_1^3 \frac{dx}{x\left(x^9+10\right)}=\int_1^3 \frac{x^8dx}{x^9\left(x^9+10\right)}$

Đặt $t=x^9 \Rightarrow dt=9x^8dx$, đổi cận $x=1\Rightarrow t=1, x=3\Rightarrow t=3^9$

Vậy $I=\frac{1}{9}\int_1^{3^9}\frac{dt}{t(t+10)}=\frac{1}{90}\int_1^{3^9}\left(\frac{1}{t}-\frac{1}{t+10}\right)dt=\frac{1}{90}\ln\left|\frac{t}{t+10}\right|\Big|_1^{3^9}=\frac{1}{90}\ln\frac{216513}{19693}$

30. Bài giải đúng.

31. **Bước 1:** Biến đổi $I=\int_{-2}^{-\frac{5}{2}}\sqrt{-3-4x-x^2}dx=\int_{-2}^{-\frac{5}{2}}\sqrt{1-(2+x)^2}dx$. Đặt $x+2=\sin t, t\in\left[-\frac{\pi}{2};\frac{\pi}{2}\right]$, tính dx và đổi cận.

Bước 2: Thay biểu thức mới, cận mới, biến đổi và tính toán.

Đặt $x+2=\sin t, t\in\left[-\frac{\pi}{2};\frac{\pi}{2}\right]\Rightarrow dx=\cos tdt$. Đổi cận: $x=-2\Rightarrow t=0; x=-\frac{5}{2}\Rightarrow t=-\frac{\pi}{6}$.

$$I=\int_{-2}^{-\frac{5}{2}}\sqrt{-3-4x-x^2}dx=\int_{-2}^{-\frac{5}{2}}\sqrt{1-(2+x)^2}dx=\int_0^{-\frac{\pi}{6}}\sqrt{1-\sin^2 t}\cos tdt=\int_0^{-\frac{\pi}{6}}\cos^2 tdt$$

$$=\int_0^{-\frac{\pi}{6}}\frac{1+\cos 2t}{2}dt=\frac{1}{2}\left(t+\frac{1}{2}\sin 2t\right)\Big|_0^{-\frac{\pi}{6}}=-\frac{\pi}{12}-\frac{\sqrt{3}}{8}\Rightarrow\frac{1}{m}-\frac{1}{n}+k^2=-4.$$

32. Lời giải trên sai ở Bước 2 do $\sqrt{4-x^2}=x\Leftrightarrow\begin{cases}x\ge 0\\4-x^2=x^2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x\ge 0\\x^2=2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x\ge 0\\\left[\begin{array}{l}x=\sqrt{2}\\x=-\sqrt{2}\end{array}\right.\end{cases}\Leftrightarrow x=\sqrt{2}$.

B	Sai vì lấy nhầm đạo hàm
C	Thay giá trị đúng nhưng kết luận max min sai
D	Không phát hiện lỗi sai

33. Lồng giặt có chiều cao không đổi, do đó nó có thể tích lớn nhất khi có bán kính đáy lớn nhất.
Ta có chiều cao của lồng giặt là $h=b-2d$. Khi máy hoạt động thì độ lệch lớn nhất là k do đó để lồng giặt không chạm vào thành của máy thì $r\le\frac{a}{2}-k$. Vậy thể tích lớn nhất của lồng giặt là $V=\pi r^2h=\pi\left(\frac{a}{2}-k\right)^2(b-2d)$.

34. Bài toán lập phương trình đường thẳng

Gọi $A\in d_1, B\in d_2, C\in d_3$. Ta có: $A(a;4-a;-1+2a), B(b;2-3b;-3b), C(-1+5c;1+2c;-1+c)$

Yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow A,B,C$ thẳng hàng và $AB=BC$

$\Leftrightarrow B$ là trung điểm AC

$$\Leftrightarrow\begin{cases}x_A+x_C=2x_B\\y_A+y_C=2y_B\\z_A+z_C=2z_B\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a-1+5c=2b\\4-a+1+2c=2(2-3b)\\-1+2a-1+c=2(-3b)\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a-2b+5c=1\\-a+6b+2c=-1\\2a+6b+c=2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=1\\b=0\\c=0\end{cases}$$

Suy ra $A(1;3;1), B(0;2;0,), C(-1;1;-1)$

Δ đi qua điểm $B(0;2;0,)$ và có vectơ chỉ phương là $\overrightarrow{CB}=(1;1;1)$

Vậy phương trình đường thẳng d là $\frac{x}{1}=\frac{y-2}{1}=\frac{z}{1}$

35. **Bước 1:** Dùng công thức đổi cơ số 9 về cơ số 2: $\log_9 10125=\frac{\log_2 10125}{\log_2 9}$.

Bước 2: Biến đổi $\log_2 10125$ và $\log_2 9$ đưa về $a=\log_2 3; b=\log_2 5$. Suy ra các giá trị $m,k\Rightarrow m^2-2k$

$$\log_9 10125=\frac{\log_2 10125}{\log_2 9}=\frac{\log_2\left(3^4.5^3\right)}{2\log_2 3}=\frac{\log_2 3^4+\log_2 5^3}{2\log_2 3}=\frac{4\log_2 3+3\log_2 5}{2\log_2 3}$$

$$=\frac{4a+3b}{2a}=2+\frac{3b}{2a}\Rightarrow m=2,k=\frac{3}{2}\Rightarrow m^2-2k=1.$$

36. Các em coi lại phần lý thuyết về số phức trong sách giáo khoa.

(I): Giả sử z là căn bậc hai của a, ta có $z^2=a$. Vì $a<0$ nên $a=-|a|=-\left(\sqrt{|a|}\right)^2$

Suy ra $z^2=a\Leftrightarrow z^2=-\left(\sqrt{|a|}\right)^2\Leftrightarrow\left(z+i\sqrt{|a|}\right)\left(z-i\sqrt{|a|}\right)=0\Rightarrow z=i\sqrt{|a|};z=-i\sqrt{|a|}$

(II): $z^2+2z+4=0\Leftrightarrow(z+1)^2+3=0\Leftrightarrow z=-1\pm\sqrt{3}i\Rightarrow P=|z_1|^2+|z_2|^2=8$

(III): Hiển nhiên $z\in\mathbb{R},z\neq-1$ thì $\frac{z-1}{z+1}\in\mathbb{R}$.

Ngược lại nếu $\frac{z-1}{z+1}=a\in\mathbb{R}$ thì $z-1=az+z,a\neq1\Rightarrow z=\frac{a+1}{1-a}\in\mathbb{R},z\neq-1$

37. Bài toán liên quan đến đạo hàm và tính đơn điệu của hàm số

(I)	Đúng vì từ năm 1970 đến năm 1995 là 25 năm , từ đó suy ra $f(25)=22000$
(II)	Đúng vì Ta có $y'=\frac{120}{(t+5)^2}>0,t>0;y'(26)\approx0{,}125$
(III)	Lấy đạo hàm ta thấy (III) đúng.

38. Bài toán này kiểm tra về kiến thức hàm số mũ và logarit.

(I) : Hàm số $y=\log_{\frac{1}{2}}x-\log_{\frac{1}{2}}(x+1)$ nghịch biến trên tập các số thực dương.

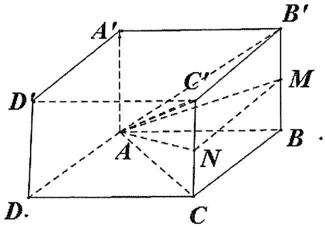
Tập xác định $D=(0;+\infty)$ Ta có $y'=\frac{1}{x\ln\frac{1}{2}}-\frac{1}{(x+1)\ln\frac{1}{2}}=\frac{1}{x(x+1)\ln\frac{1}{2}}<0,\forall x\in(0;+\infty)$

Vậy hàm số nghịch biến trên tập các số thực dương.

(II) : $f'(x)=\frac{1}{x};f''(x)=-\frac{1}{x^2}\Rightarrow f''(e)=-\frac{1}{e^2}$

(III) : Hàm số $y=2^{-x}.\left(\frac{1}{\sqrt{6}-\sqrt{5}}\right)^x=\left(\frac{\sqrt{6}+\sqrt{5}}{2}\right)^x$ đồng biến trên tập xác định vì $\frac{\sqrt{6}+\sqrt{5}}{2}>1$

(IV) : $y=\left(\sqrt{11}-\sqrt{10}\right)^x.\left(\sqrt{11}+\sqrt{10}\right)^x=1$ suy ra (IV) sai.



39. Ta có $\frac{BM}{BB'}=k\Rightarrow\frac{B'M}{BB'}=1-k$

$V_{A.B'MNC'}=\frac{1}{1-k}.V_{A.B'BCC'}=\frac{1}{1-k}.\frac{1}{3}V_{lp}=\frac{2}{5}V_{lp}\Rightarrow k=\frac{1}{6}$

40. Đồ thị cắt trục tung tại điểm có tung độ $y=\frac{-1}{3}$ nên $y(0)=\frac{-1}{3}\Rightarrow b=-1$. Đồ thị cắt trục hoành tại điểm có hoành độ $x=\frac{1}{2}$ nên $y\left(\frac{1}{2}\right)=0\Rightarrow\frac{1}{2}a-1=0\Rightarrow a=2$. Tiệm cận ngang của đồ thị là $y=-2\Rightarrow\frac{a}{c}=-2\Rightarrow c=-1$. Vậy $S=a+b+c=0$.

A	Sai vì giải nhầm dấu và giải ra $a=-2$.
B	Sai vì nhầm tiệm cận đứng là $x=-2$.
D	Sai vì lẫn lộn giữa hai giao điểm của đồ thị với trục tung và hoành.

41. Bước 1: Đổi $a=\log_{15}3$ đưa về cơ số 3, biểu diễn $\log_3 5$ theo *a*.

Bước 2: Biến đổi $\log_{25}15$ đưa về cơ số 3, biểu diễn theo *a*.

$$a=\log_{15}3=\frac{1}{\log_3(3.5)}=\frac{1}{\log_3 3+\log_3 5}=\frac{1}{1+\log_3 5}\Rightarrow\log_3 5=\frac{1-a}{a}.$$

$$\log_{25}15=\frac{\log_3 15}{\log_3 25}=\frac{\log_3(3.5)}{\log_3 5^2}=\frac{\log_3 3+\log_3 5}{2\log_3 5}=\frac{1+\log_3 5}{2\log_3 5}=\frac{1}{2-2a}.$$

$\Rightarrow m=1,n=2,k=-2\Rightarrow m+n>k$.

42. Dân số vào năm 2016: $93421835.(1+1,05:100)^{24}\approx 120038351$

A	Nhiều số	B	Lấy $n=23$	D	Lấy $n=25$

43. Ta có: $\begin{cases}TCD: x=-\frac{1}{2}\Leftrightarrow 2x+1=0\\ TCN: y=-1\end{cases}$. Nhận xét: $m=0$ không thỏa.

Với $m\neq 0, d: 2x-my-1=0\Rightarrow d: y=\frac{2x-1}{m}$. Xét PT hoành độ giao điểm giữa d và (C).

$$\frac{2x-1}{m}=\frac{1-2x}{1+2x}\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=\frac{1}{2}\Rightarrow y=0\\ x=\frac{-m-1}{2}\Rightarrow y=\frac{-m-2}{m}\end{array}\right.$$

- *d cắt (C) tại hai điểm phân biệt A, B nằm ở hai nhánh* $\Leftrightarrow\begin{cases}\frac{-m-1}{2}\neq\frac{1}{2}\\ \frac{-m-1}{2}<-\frac{1}{2}\end{cases}\Leftrightarrow m>0$

- $d(A;TCN).d(B;TCN)=\left|\frac{2}{m}\right|=\frac{2}{m}(do\ m>0)$

Để tích này là một số nguyên thì $\left[\begin{array}{l}m=1\\ m=2\end{array}\right.\Rightarrow m_1=1; m_2=2,(m_1<m_2)$.

44. Mặt cầu có tâm là $O(0;0;0)$ và bán kính $R=5$.

Để hai mặt phẳng cắt mặt cầu (S) như yêu cầu đề bài thì hai điều kiện sau phải thỏa:

1. Tâm của mặt cầu cách đều hai mặt phẳng.
2. Hai mặt phẳng đều cắt mặt cầu.
3. Hai mặt phẳng không được trùng nhau: $2m-5\neq n+8\Leftrightarrow 2m-n\neq 13$.

- ***Đối với điều kiện (1),*** ta chứng minh được tập hợp các điểm cách đều hai mặt đã cho là mặt phẳng (*P*) có phương trình $(P): 2x - y + 2z + m + \frac{n}{2} + \frac{3}{2} = 0$.

  Rõ ràng $O \in (P) \Rightarrow n = -2m - 3$.

- ***Đối với điều kiện (2),*** gọi $h = d(O;(\alpha)) = d(O;(\beta))$, ta có $(2) \Leftrightarrow h < R \Leftrightarrow h < 5$.

  Ở đây, ta có thể tính $h = d(O;(\alpha))$ hoặc $h = d(O;(\beta))$, nhưng ta nhận xét thấy có thể chọn tính $h = \frac{1}{2}d[(\alpha);(\beta)] = \frac{1}{2}.\frac{|2m-n-13|}{3}$ (lấy một điểm bất kì trên một trong 2 mặt, tính khoảng cách từ điểm này đến mặt còn lại). Do khoảng cách giữa hai mặt phẳng $(\alpha),(\beta)$ cũng chính là chiều cao h' của hình trụ: $h' = 2h = \frac{|2m-n-13|}{3}$.

  Xác định bán kính r của giao tuyến giữa mỗi mặt phẳng và mặt cầu (tức đường tròn đáy của hình trụ): $r = \sqrt{R^2 - h^2} = \sqrt{25 - h^2}$.

  Thể tích của khối trụ: $V = \pi.r^2.h' = \pi(25 - h^2).2h$.

- Xét hàm số $V(h) = 2\pi h(25 - h^2) = 2\pi(-h^3 + 25h)$, với $0 < h < 5$.

  Ta có: $V' = 2\pi(-3h^2 + 25)$ suy ra $V' = 0 \Leftrightarrow h = -\frac{5}{\sqrt{3}}$ (loại) hay $h = \frac{5}{\sqrt{3}}$ (nhận).

  Xét: $V(0) = 0$; $V\left(\frac{5}{\sqrt{3}}\right) = \frac{500\sqrt{3}}{9}\pi$; $V(5) = 0$ suy ra $\max\limits_{h\in(0;5)} V(h) = V\left(\frac{5\sqrt{3}}{3}\right) = \frac{500\sqrt{3}}{9}\pi$.

  Vậy thể tích khối trụ lớn nhất $\Leftrightarrow h = \frac{5\sqrt{3}}{3} \Leftrightarrow |2m - n - 13| = 10\sqrt{3}$. (ta thấy ngay ***điều kiện (3)*** được đảm bảo)

45. **Bước 1:** Gọi r, a lần lượt bán kính của mặt cầu và cạnh của hình lập phương, từ
Bước 2: Tìm nghiệm của đạo hàm, từ đó tìm điểm cực đại và giá trị cực đại.

Ta có diện tích mặt cầu và diện tích toàn phần của hình lập phương là

$$\begin{cases} S_{mc} = 4\pi r^2 \\ S_{tp} = 6a^2 \end{cases} \xrightarrow{S_{mc}=2S_{tp}} \pi r^2 = 3a^2 \Rightarrow \frac{r^2}{a^2} = \frac{3}{\pi}.$$

Ta có $k^2 = \left(\frac{V_{cau}}{V_{lap\,phuong}}\right)^2 = \left(\frac{\frac{4}{3}\pi r^3}{a^3}\right)^2 = \frac{16\pi^2}{9}\left(\frac{r^2}{a^2}\right)^3 = \frac{16\pi^2}{9}.\frac{27}{\pi^3} = \frac{48}{\pi} \Rightarrow k = \sqrt{\frac{48}{\pi}} \approx 3,9$. Chọn D.

A	Sai vì nhầm $\frac{V_{lap\,phuong}}{V_{cau}}$
B	Sai vì HS quên công thức $k = \frac{V_{cau}}{V_{lap\,phuong}} = \frac{\pi r^3}{a^3} \approx 2,93$
C	Sai kết hợp cả 2 ý A và B.

46. **Một:** Điều kiện để đồ thị hàm số có điểm cực trị A, B là phương trình $y' = 0$ phải có 2 nghiệm phân biệt x_1, x_2. Chú ý 2 nghiệm x_1, x_2 là hoành độ của 2 điểm A, B.

Hai: Khoảng cách giữa 2 điểm cực trị là $AB=\sqrt{2}$. Ta áp dụng công thức khoảng cách $AB=\sqrt{\left(x_B-x_A\right)^2+\left(y_B-y_A\right)^2}$

Tập xác định $D=\mathbb{R}$. Tính đạo hàm $y'=6x^2-6\left(m+1\right)x+6m$.

Ta thấy phương trình $y'=0\Leftrightarrow x^2-\left(m+1\right)x+m=0$ dễ dàng nhẩm tính được 2 nghiệm $x_1=1,x_2=m$.

Đồ thị hàm số có 2 điểm cực trị $\Leftrightarrow y'=0$ có 2 nghiệm phân biệt $x_1,x_2\Leftrightarrow x_1\neq x_2\Leftrightarrow m\neq 1$.

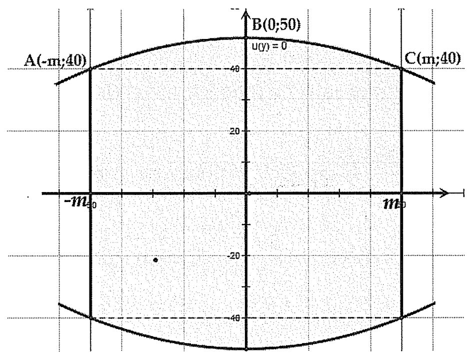
Tọa độ các giao điểm $A\left(1;3m-1\right),B\left(m;-m^3+3m^2\right)$

$AB=\sqrt{2}\Leftrightarrow AB^2=2\Leftrightarrow\left(m-1\right)^6+\left(m-1\right)^2=2\Leftrightarrow\left(m-1\right)^2-1=0\Leftrightarrow m=0,m=2$.

A	Chỉ lấy giá trị $m=0$.	B	Chỉ lấy giá trị $m=2$.	C	giải phương trình vô nghiệm.

47. **Bước 1:** Thiết lập mô hình tính toán trong hệ trục tọa độ để từ đó xây dựng hàm
Bước 2: Từ hàm xây dựng được đi đến việc áp dụng công thức tích phân tính thể tích
Bước 3: Vận dụng kiến thức của nguyên hàm – tích phân để tính tích phân và đưa ra kết quả.

Ta xét mô hình sau:



Đặt $h=2m\left(m>0\right)$ (đơn vị là cm) và chọn hệ trục như hình vẽ. Khi đó ta có $\begin{cases}B\left(0;50\right)\in\left(P\right)\\A\left(-m;40\right)\in\left(P\right)\\C\left(m;40\right)\in\left(P\right)\end{cases}$

với $\left(P\right):y=ax^2+bx+c\Rightarrow\begin{cases}c=50\\m^2a-mb+c=40\\m^2a+mb+c=40\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=-\dfrac{10}{m^2}\\b=0\\c=50\end{cases}$

$\Rightarrow y=-\dfrac{10x^2}{m^2}+50$. Áp dụng công thức thể tích $V=2\pi\int\limits_0^m\left(-\dfrac{10x^2}{m^2}+50\right)^2dx$

$$\Rightarrow V=2\pi\int\limits_0^m\left(\frac{100x^4}{m^4}-\frac{1000x^2}{m^2}+2500\right)dx=2\pi\left(\frac{20x^5}{m^4}-\frac{1000}{3}\frac{x^3}{m^2}+2500x\right)\Bigg|_0^m=\frac{\left(13120\pi\right).m}{3}$$

Theo yêu cầu bài toán ta có $V=\dfrac{656000\pi}{3}\Rightarrow m=50\Rightarrow h=100\ \left(cm\right)\Rightarrow h=1m$.

A	Sai vì giải ra $m=50$, quên nhân 2.	B	Sai vì giải quên công thức có dấu " π "	D	Sai vì nhầm qua công thức tính diện tích hình phẳng

48. Đặt $z = x + iy, (x, y \in R)$.

$$\left||z-1| + z - 2\right| = \operatorname{Re} z = \operatorname{Im} z \Leftrightarrow \begin{cases} x = y \\ \left(\sqrt{2x^2 - 2x + 1} + x - 2\right)^2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = y = 1 \\ x = y = -3 \end{array}\right.$$

- $z = 1 + i; z\left(1 + \bar{z}\right) = z + |z|^2 = 1 + i + 2 = 3 + i \Rightarrow \left|z\left(1 + \bar{z}\right)\right| = \sqrt{10}$
- $z = -3 - 3i; z\left(1 + \bar{z}\right) = z + |z|^2 = -3 - 3i + 18 = 15 - 3i \Rightarrow \left|z\left(1 + \bar{z}\right)\right| = 3\sqrt{34}$

49. Đây là bài toán liên quan đến ứng dụng của hàm số mũ trong bài toán lãi kép.

Từ đầu tháng 11 năm 2017 đến cuối tháng 9 năm 2018 tổng cộng là 11 tháng.

Xét công thức tính vốn lẫn lãi của hình thức lãi kép: $P(1+r)^n$

Trong đó: P : số tiền vốn ban đầu;

r : lãi suất tính trong 1 kì hạn;

n: số kỳ hạn gửi;

Như vậy ở đây với lãi suất ngân hàng là 5,4%/năm suy ra lãi suất trong 1 tháng là $r = \frac{5,4\%}{12}$; số kỳ hạn gửi là $n = 11$ do anh Lâm gửi theo kỳ hạn 1 tháng.

Tiếp theo, ta cần tính xem số tiền vốn lẫn lãi rút ở điểm cuối tháng 9 năm 2018 phải là bao nhiêu thì mới đủ khả năng mua laptop.

Chiếc laptop hiện tại có giá 23.000.000 đồng, trải qua 2 lần hạ giá vào giữa tháng 2 và giữa tháng 9 (vậy anh Lâm mua vào cuối tháng 9 nên vẫn sẽ được giảm giá lần 2) sẽ có giá ở thời điểm cần mua là: $(23.000.000 \times 95\%) \times 95\% = 20.757.500$ (đồng)

Vì anh Lâm quyết định sẽ góp thêm 4 triệu nên số tiền rút ra ở ngân hàng tối thiểu phải là: $20.757.500 - 4.000.000 = 16.757.500$ (đồng)

Đến đây, ta có phương trình sau:

$$P\left(1 + \frac{5,4\%}{12}\right)^{11} = 16.757.500 \Leftrightarrow P.1,0045^{11} = 16.757.500 \Rightarrow P \approx 15.949.970 \text{ (dong)}$$

Rõ ràng trong 4 phương án, chỉ có phương án A: 16.000.000 là đáp ứng yêu cầu này.

50. Nhận xét: Chiều cao mực nước sau khi nhúng chìm quả bóng vào cốc cũng chính là đường kính quả bóng. Gọi r (cm) là bán kính quả bóng, xét điều kiện ta có: $r > \sqrt{\frac{50}{\pi}} \approx 3,99\ cm$, ngoài ra vì quả bóng bỏ lọt chiếc cốc nên $r < 7cm$ (do vậy ta loại được ngay câu B và D).

$$\pi.7^2.4 + \frac{4}{3}.\pi.r^3 = \pi.7^2.2\mathrm{r} \Leftrightarrow 196\pi + \frac{4}{3}\pi\mathrm{r}^3 = 98\pi\mathrm{r} \Leftrightarrow \frac{4}{3}r^3 - 98\mathrm{r} + 196 = 0 \Leftrightarrow r \approx 7,31\ (cm)\ hay\ r \approx 2,13\ (cm)$$

Đối chiếu điều kiện ta có $r \approx 2,13\ cm$.

B	Sai vì nhầm lẫn đường kính và bán kính đáy cốc. $\pi.14^2.4 + \frac{4}{3}.\pi.r^3 = \pi.14^2.2\mathrm{r} \Leftrightarrow 784\pi + \frac{4}{3}\pi\mathrm{r}^3 = 392\pi\mathrm{r}$ $\Leftrightarrow \frac{4}{3}r^3 - 392\mathrm{r} + 784 = 0 \Leftrightarrow r \approx 16,04\ (cm)\ hay\ r \approx 2,03\ (cm)$
C	Sai như B và không xét điều kiện
D	Giải đúng nhưng không xét điều kiện.

ĐÁP ÁN ĐỀ 14

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
B	C	C	D	C	B	C	A	A	A
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
D	D	D	B	B	B	C	A	B	A
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
C	D	C	D	A	C	C	C	A	D
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
C	D	C	A	A	D	A	D	A	D
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
B	B	A	B	D	C	B	B	B	B

1. Coi lại phần lý thuyết về số phức. Ta có $z=6-7i \Rightarrow |z|=\sqrt{6^2+(-7)^2}=\sqrt{85}$.
2. Vĩ tuyến của mặt cầu là giao của mặt cầu đó với mặt phẳng vuông góc với trục của mặt cầu.
3. **Bước 1:** Tìm tập xác định và tính đạo hàm của hàm số đã cho. **Bước 2:** Tính giới hạn và lập bảng biến thiên.

TXĐ $D=R\setminus\{1\}$. Ta có: $y'=\dfrac{1}{(1-x)^2}>0, \forall x\in D$ và $\lim\limits_{x\to\pm\infty}=-2$, $\lim\limits_{x\to 1^{\pm}}=\mp\infty$.

x	$-\infty$	1	$+\infty$
y'	+	||	+
y	$-2 \nearrow +\infty$	||	$-\infty \nearrow -2$

A	Sai vì tính sao đạo hàm và giới hạn.	B	Sai vì tính sai giới hạn hai bên $x=1$.	D	Sai vì tìm tập xác định sai.

4. Hàm số bậc 4 trùng phương có duy nhất một cực trị khi đạo hàm của nó có nghiệm duy nhất, như vậy ta loại trừ ngay các phương án A và B (trên thực tế đạo hàm của hàm trùng phương là hàm đa thức bậc 3 nên ta cũng có thể loại trừ dựa vào đặc điểm này).
Kế tiếp còn lại hai câu C và D thì ta thấy ngay hàm số ở câu C không thể nào là đạo hàm của hàm bậc 4 trùng phương (đạo hàm của hàm trùng phương có dạng $y'=ax^3+bx$ với $a\neq 0$).

A,B	Sai vì nhầm lẫn giữa $f(x)$ và $g(x)$.	C	Sai vì thấy nghiệm duy nhất là chọn mà không kiểm tra kỹ lưỡng.

5. **Bước 1:** Nhắc lại định nghĩa phần thực, phần ảo, số phức liên hợp, tọa độ điểm biểu diễn của số phức z.
Bước 2: Nhận ra mệnh đề đúng.

Số phức $z=2-5i$ có phần thực là 2, phần ảo là -5. Điểm biểu diễn là $M(2;-5)$.

A	HS nhầm với số phức liên hợp.	B	HS sai dạng đại số.	D	HS sai điểm biểu diễn.

6. Xét phương trình mặt phẳng (α): $Ax+By+Cz+D=0$ với $A^2+B^2+C^2\neq 0$
Nếu $A\neq 0, B=0, C\neq 0, D=0$ thì mặt phẳng (α) chứa trục Oy.

7. **Bước 1.** Tập xác định $D = R\setminus\{1009\}$. **Bước 2.** Tính giới hạn của hàm số khi x tiến đến vô cực ta được tiệm cận ngang, và khi tiến đến 1009 ta được tiệm cận đứng.

B	Quên chia 2 khi tìm x.	C	Sai dấu và quên chia 2 khi tìm x.

8. Tìm điều kiện và giải điều kiện của hàm số Logarit.

Điều kiện $\dfrac{\sqrt{x}}{x^2-1} > 0 \Leftrightarrow \begin{cases}\sqrt{x} > 0\\ x^2-1>0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x>0\\ x>1 \vee x<-1\end{cases} \Leftrightarrow x>1$.

B,C	Sai vì không giải điều kiện của mẫu.	D	Sai vì chỉ giải điều kiện của mẫu và quên giải căn của tử.

9. Dựa vào tính chất của logarit ta có đáp án A sai do chưa chắc $b>0$.

10. **Bước 1:** Nhắc lại công thức nguyên hàm $\int x^\alpha dx$ và $\int e^{ax+b}dx$. **Bước 2:** Vận dụng và nhận ra đáp án đúng.

$$F(x) = \int\left(\frac{1}{x^2} + e^{-x}\right)dx = -\frac{1}{x} - e^{-x} + C$$

11. $\omega = z_1 + z_2 = -\dfrac{-2}{1} = 2$

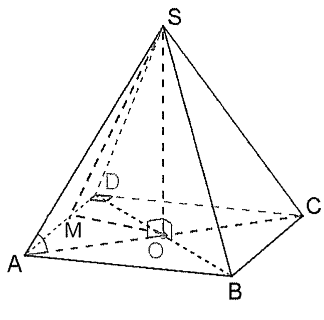
B	Sai dấu hệ số b	C	Nhầm sang tích

12. **Bước 1:** Tìm đạo hàm của hàm số đã cho.
Bước 2: Hàm số có 2 điểm cực trị $\Leftrightarrow y' = 0$ có 2 nghiệm phân biệt, giải tìm m.

TXĐ: $D = \mathbb{R}$. Ta có: $y' = 3x^2 - 6mx + 12m$.
Hàm số có 2 điểm cực trị $\Leftrightarrow y' = 0$ có 2 nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow \Delta' = 9m^2 - 36m > 0 \Leftrightarrow m \in (-\infty;0)\cup(4;+\infty)$.

A	HS giải sai $\Delta' = 9m^2 - 36m > 0 \Leftrightarrow m \in (0;4)$.
B	HS sai điều kiện: $y' \ge 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \Delta' = 9m^2 - 36m \le 0 \Leftrightarrow m \in [0;4]$.
C	HS thay tùy ý giá trị $m \in (-\infty;0)$ thỏa điều kiện bài toán nên chọn C.

13. Xét khối chóp tứ giác đều S.ABCD có AB = a, O là tâm của đáy ABCD.



Gọi M là trung điểm AD, ta có $\widehat{SMO} = ((SAB),(ABCD)) = 45^\circ$

Suy ra $SO = OM.\tan 45^\circ = OM = \dfrac{a}{2}$.

Vậy $V_{S.ABCD} = \dfrac{1}{3}.SO.S_{ABCD} = \dfrac{1}{3}.\dfrac{a}{2}.a^2 = \dfrac{a^3}{6}$.

A	Sai vì tính $SO = OM.\tan 45^\circ = OM = a$
B	Sai vì nhầm giữa góc giữa cạnh bên và mặt đáy. $SO = AO.\tan 45^\circ = \dfrac{a\sqrt{2}}{2}.1 = \dfrac{a\sqrt{2}}{2}$
C	Sai vì nhầm giữa góc giữa cạnh bên và mặt đáy, đồng thời tính sai cả AO: $SO = AO.\tan 45^\circ = a\sqrt{2}$

14. Có 2 cách làm là lấy nguyên hàm của từng phương án A, B, C, D. Hoặc lấy đạo hàm từ hàm số đã cho của đề bài.

$y=\ln(2-x)\Rightarrow y'=\dfrac{1}{x-2}$.

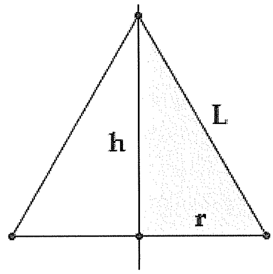
A	Sai vì nhầm lẫn qua đạo hàm (không có cộng hằng số C)
C, D	Sai vì nhầm lẫn qua nguyên hàm (dùng từng phần)

15. **Bước 1**: Từ diện tích, tính cạnh của tam giác đều và bằng 2 lần bán kính, đồng thời suy ra chiều cao h theo r.

Bước 2: Áp dụng công thức $V=\dfrac{1}{3}\pi r^2 h$.

Gọi r là bán kính của đường tròn đáy hình nón, ta có

$$\begin{cases} h=\dfrac{(2r)\sqrt{3}}{2} \\ S=\dfrac{(2r)^2\sqrt{3}}{4}=4\sqrt{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} r=2 \\ h=2\sqrt{3} \end{cases}$$



Khi đó thể tích khối nón là

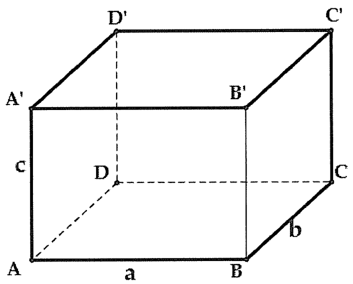
$$V=\frac{1}{3}\pi r^2 h=\frac{1}{3}\pi 4.\left(2\sqrt{3}\right)=\frac{8\pi\sqrt{3}}{3}\left(cm^3\right)$$

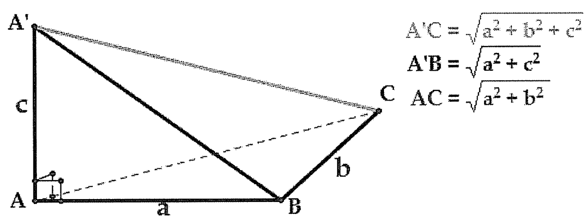
A	Sai vì tính đường cao $h=\dfrac{r\sqrt{3}}{2}=\sqrt{3}\Rightarrow V=\dfrac{1}{3}\pi r^2 h=\dfrac{1}{3}\pi 4.\left(\sqrt{3}\right)=\dfrac{4\pi\sqrt{3}}{3}\left(cm^3\right)$
C	Sai kết hợp 2 ý A và D
D	Sai vì nhầm công thức của khối trụ $V=\pi r^2 h=8\pi\sqrt{3}\left(cm^3\right)$

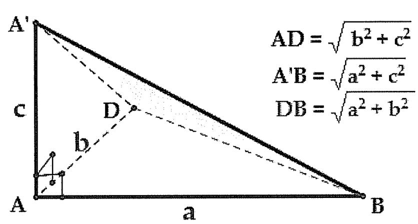
16. Định nghĩa: Hai hình *H và H'* gọi là hai hình bằng nhau nếu có một phép dời hình biến hình này thành hình kia.

Hệ quả, 2 hình tứ diện được gọi là bằng nhau nếu các cạnh tương ứng của chúng bằng nhau.

Ở đây ta phân tích hình ở **phương án B.**







Phân tích sai lầm: xuất phát từ việc nhầm lẫn "thể tích bằng nhau dẫn đến 2 hình bằng nhau" (trong khi đó 2 hình bằng nhau thì thể tích bằng nhau là một mệnh đề đúng!)

17. Để ý có $\dfrac{dx}{x}$ nên đặt $t=\ln x$.

Ta có: $I=\int_1^m \frac{\log x}{x}dx=\int_1^m \frac{\ln x}{x\ln 10}dx$. Đặt $t=\ln x \Rightarrow dt=\frac{dx}{x}$, $x=1\Rightarrow t=0$, $x=m\Rightarrow t=\ln m$

Khi đó $I=\frac{1}{\ln 10}\int_0^{\ln m} tdt=\frac{1}{2\ln 10}\left(t^2\right)\Big|_0^{\ln m}=\frac{\ln^2 m}{2\ln 10}$.

A	Sai vì đổi biến quên đổi cận, dẫn đến $I=\int_1^m \frac{\log x}{x}dx=\int_1^m \frac{t}{\ln 10}dt=\frac{1}{2\ln 10}\left(t^2\right)\Big\|_1^m=\frac{m^2-1}{2\ln 10}$
B	Sai vì hiểu sai $\ln^2 m=\ln\left(m^2\right)$, dẫn đến $I=\frac{1}{\ln 10}\int_0^{\ln m} tdt=\frac{1}{2\ln 10}\left(t^2\right)\Big\|_0^{\ln m}=\frac{\ln^2 m}{2\ln 10}=\frac{\ln m}{\ln 10}=\log m$
D	Sai vì nhầm $(\log x)'=(\ln x)'=\frac{1}{x}$ hay trong quá trình đổi biến quên lượng "ln10"

18. Hai vecto $\vec{a},\vec{b}$ ngược hướng khi và chỉ khi $\exists k\in R^+ : \vec{a}=-k\vec{b}$

Dễ thấy với phương án A: ta có $\vec{a}=(1;-2;1), \vec{b}=(-2;4;-2)\Rightarrow \vec{b}=-2\vec{a}$. Chọn A.

B	Sai vì nhầm qua 2 vecto cùng hướng
C, D	Nhiễu số thông thường 2 vecto không cùng phương.

19. Bài này các em dựa vào dấu của y' để kết luận đồng biến, nghịch biến của hàm số.

Từ bảng biến thiên ta chọn đáp án đúng là B.

A	Sai vì hàm số không xác định tại $x=-1$.
C	Sai vì nhìn nhầm dấu của y'.
D	Sai vì dùng kí hiệu $\cup$ trong trường hợp này không đúng.

20. Có 2 cách làm thường dùng nhất để kiểm tra sự đồng phẳng giữa 4 điểm cho trước.

<u>**Cách 1**</u>: Tính $\left[\overrightarrow{AB};\overrightarrow{AC}\right].\overrightarrow{AD}=?$ và $\left[\overrightarrow{AB};\overrightarrow{AC}\right].\overrightarrow{AE}=?$ (kết quả nào ra bằng 0 thì suy ra 4 điểm đó đồng phẳng. <u>**Cách 2**</u>: Viết phương trình mặt phẳng (ABC). Thay tọa độ điểm D và E vào kiểm tra.

Ta có $\begin{cases}\overrightarrow{AB}=(-1;-3;-1)\\ \overrightarrow{AC}=(-3;1;-2)\\ \overrightarrow{AD}=(-2;4;-1)\\ \overrightarrow{AE}=(-1;-1;-3)\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}\vec{n}=\left[\overrightarrow{AB}'\overrightarrow{AC}\right]=(7;1;-10)\\ \overrightarrow{AD}=(-2;4;-1)\\ \overrightarrow{AE}=(-1;-1;-3)\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}\vec{n}.\overrightarrow{AD}=-14+4+10=0\\ \vec{n}.\overrightarrow{AE}=-7-1+30\neq 0\end{cases}$

Cách khác, ta có $\begin{cases}A\in(ABC)\\ B\in(ABC)\\ C\in(ABC)\end{cases}\xrightarrow{(ABC):ax+by+cy+d=0}\begin{cases}a+2b+3c+d=0\\ -b+2c+d=0\\ -2a+3b+c+d=0\end{cases}\xrightarrow{d=1}\begin{cases}a=\frac{1}{3}\\ b=\frac{1}{21}\\ c=\frac{-10}{21}\end{cases}$

$\Rightarrow (ABC): 7x+y-10z+21=0\xrightarrow[E\notin(ABC)]{D\in(ABC)} A,B,C,D$ đồng phẳng.

B	Sai vì hiểu nhầm $\left[\overrightarrow{AB};\overrightarrow{AC}\right].\overrightarrow{AE}\neq 0$ là đồng phẳng

21. Giải phương trình bậc hai hệ số thực trên tập số phức.

$2\sqrt{2}x^2+2\sqrt{5}x-1+2\sqrt{2}=0$ có $\Delta'=\left(\sqrt{5}\right)^2-2\sqrt{2}\left(-1+2\sqrt{2}\right)=-3+2\sqrt{2}=-\left(1-\sqrt{2}\right)^2=\left(i\sqrt{2}-i\right)^2$.

Vậy phương trình có nghiệm là $\left[\begin{array}{l} z_1 = \dfrac{-\sqrt{5}+i\left(\sqrt{2}-1\right)}{2\sqrt{2}} = -\dfrac{\sqrt{10}}{4}+\dfrac{2-\sqrt{2}}{4}i \\ z_2 = \dfrac{-\sqrt{5}-i\left(\sqrt{2}-1\right)}{2\sqrt{2}} = -\dfrac{\sqrt{10}}{4}-\dfrac{2-\sqrt{2}}{4}i \end{array}\right.$.

$P = -\dfrac{\sqrt{10}}{4}\left(-\dfrac{2-\sqrt{2}}{4}\right) = \dfrac{\sqrt{10}-\sqrt{5}}{8}$.

A	Sai vì chọn nhầm nghiệm hoặc sau dấu khi nhân.	B	Sai vì xác định sai phần ảo của 1 số phức.	D	Sai vì sai cả hai ý trên.

22. Do hình chiếu nằm trên Ox nên tung độ và cao độ của nó chắc chắn bằng 0. Loại ngay ba phương án A, B và C.

Bài toán tổng quát: Tìm hình chiếu của một điểm $M\left(a,b,c\right)$ lên đường thẳng $\Delta:\begin{cases} x = x_0 + a_1 t \\ y = y_0 + b_1 t \\ z = z_0 + c_1 t \end{cases}$ cho trước.

Gọi $N\left(x_0 + a_1 t; y_0 + b_1 t; z_0 + c_1 t\right) \in \Delta$ là hình chiếu của M lên Δ.

$\overrightarrow{MN} = \left(x_0 + a_1 t - a; y_0 + b_1 t - b; z_0 + c_1 t - c\right)$

Ta tìm tọa độ N bằng cách giải phương trình sau: $\left(x_0 + a_1 t - a\right)a_1 + \left(y_0 + b_1 t - b\right)b_1 + \left(z_0 + c_1 t - c\right)c_1 = 0$

23. $\left\{A;B\right\} = \left(C\right)\cap d \Rightarrow \dfrac{2x-1}{x+1} = x-1 \Leftrightarrow 2x-1 = x^2-1 \Leftrightarrow x^2-2x = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \Rightarrow y = -1 \\ x = 2 \Rightarrow y = 1 \end{array}\right.$

Do $x_1 > x_2 \Rightarrow A\left(2;1\right), B\left(0;-1\right) \Rightarrow x_1 - 2y_2 = 2+2 = 4$.

A	Tính nhầm bước cuối trong lời giải $x_1 - 2y_2 = 2-2 = 0$
B	Tính "nhầm" $x_1 < x_2 \Rightarrow A\left(0;-1\right), B\left(2;1\right) \Rightarrow x_1 - 2y_2 = -2$
D	Tính "nhầm" $x_1 < x_2 \Rightarrow A\left(0;-1\right), B\left(2;1\right) \Rightarrow y_1 - 2y_2 = -3$

24. Hàm số xác định khi và chỉ khi $2x^3 - 3x^2 + 1 > 0 \Leftrightarrow \left(x-1\right)^2\left(2x+1\right) > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x > -\dfrac{1}{2} \\ x \ne 1 \end{cases}$

A	Nhầm nghiệm kép là -1/2	B	Nhầm đề bài là hàm bậc 2 và sai dấu.	C	Nhầm đề bài là hàm bậc 2

25. $A = \dfrac{b\left(a-b\right)}{a\left(a^{\frac{1}{2}} + b^{\frac{1}{2}}\right)} = \dfrac{b}{a}.\left(a^{\frac{1}{2}} - b^{\frac{1}{2}}\right)$.

26. Cần nhớ lại kiến thức liên quan đến tiếp tuyến của mặt cầu:

- Qua một điểm nằm bên trong mặt cầu thì không có tiếp tuyến nào của mặt cầu.
- Qua một điểm nằm trên mặt cầu thì có vô số tiếp tuyến của mặt cầu, những tiếp tuyến này tạo thành một mặt phẳng tiếp xúc với mặt cầu (tiếp diện).
- Qua một điểm nằm ngoài mặt cầu thì có vô số tiếp tuyến của mặt cầu, những tiếp tuyến này tạo thành một mặt nón tròn xoay.

Thay tọa độ điểm A vào vế trái của phương trình mặt cầu, ta có: $(3-1)^2+(5-2)^2+(-8+1)^2=62>49$, như vậy điểm A nằm ngoài mặt cầu (S). Vì vậy qua A có thể vẽ vô số tiếp tuyến với mặt cầu.

27. TXĐ: $D=\mathbb{R}$. $y'=\dfrac{k\left(1+\tan^2 kx\right)}{5\sqrt[5]{\tan^4 kx}}$.

A	Không tính đạo hàm hàm $y=\tan x$.	B	Sai đạo hàm hàm lũy thừa và hàm $y=\tan x$.	D	Sai đạo hàm hàm lũy thừa

28. Bước 1: Tách $\log_{\frac{\sqrt{b}}{a}}\dfrac{b^3}{a^2}=\log_{\frac{\sqrt{b}}{a}} b^3-\log_{\frac{\sqrt{b}}{a}} a^2$. **Bước 2:** Biến đổi đưa về cơ số *a*.

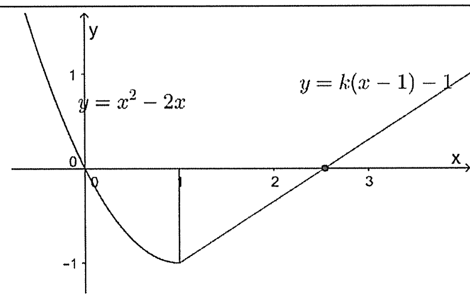
$$\log_{\frac{\sqrt{b}}{a}}\frac{b^3}{a^2}=\log_{\frac{\sqrt{b}}{a}} b^3-\log_{\frac{\sqrt{b}}{a}} a^2=\frac{3}{\log_b\frac{\sqrt{b}}{a}}-\frac{2}{\log_a\frac{\sqrt{b}}{a}}=\frac{3}{\log_b\sqrt{b}-\log_b a}-\frac{2}{\log_a\sqrt{b}-\log_a a}$$

$$=\frac{3}{\frac{1}{2}-\frac{1}{x}}-\frac{2}{\frac{1}{2}x-1}=\frac{6x}{x-2}-\frac{4}{x-2}=\frac{6x-4}{x-2}\Rightarrow a=6;b=4.$$

A	$\log_{\frac{\sqrt{b}}{a}}\dfrac{b^3}{a^2}=\dfrac{3}{2}\log_{\frac{\sqrt{b}}{a}}\dfrac{b}{a}$

29. Bước 1: Tìm giao điểm của đồ thị hàm số với trục Ox. **Bước 2:** Thiết lập công thức tính diện tích.

Giao điểm của đồ thì hàm số $y=f(x)=\begin{cases}x^2-2x, x\le 1\\ k(x-1)-1, x>1\end{cases}$ với trục Ox là:



TH1: Nếu $x\le 1$ giải phương trình $x^2-2x=0\Leftrightarrow x=0\vee x=2$ nhận giá trị $x=0$.

TH2. Nếu $x>1$ giải phương trình $k(x-1)-1=0\Leftrightarrow x=\dfrac{k+1}{k}>1$ vì $k>0$ (nhận).

Vậy diện tích là $S=\displaystyle\int_0^{\frac{k+1}{k}}|f(x)|dx=\int_0^1\left|x^2-2x\right|dx+\int_1^{\frac{k+1}{k}}|kx-(k+1)|dx=\frac{2}{3}+\frac{(k+1)^2}{2k}-\frac{k}{2}-1$

$=\dfrac{(k+1)^2}{2k}-\dfrac{k}{2}-\dfrac{1}{3}$.

30. Bước 1: Xét tính liên tục của hàm số. **Bước 2:** Tìm giá trị lớn nhất của hàm số trên đoạn $[-1;2]$.

Ta có $\lim\limits_{x\to 0^-}f(x)=\lim\limits_{x\to 0^+}f(x)=f(0)=0$ nên hàm số liên tục trên $[-1;2]$.

$f'(x)=\begin{cases}\dfrac{3-2x}{2\sqrt{x}(2x+3)^2}, x>0\\ 2x+1,\ x<0\end{cases}$. Giải phương trình đạo hàm bằng 0 ta có $\left[\begin{array}{l}x=\dfrac{3}{2}\\ x=\dfrac{-1}{2}\end{array}\right.$ và điểm đạo hàm không xác định là $x=0$.

So sánh các giá trị $f(-1), f(1), f(0), f\left(\frac{3}{2}\right), f\left(\frac{-1}{2}\right)$ ta có $M = \frac{\sqrt{6}}{13}, m = \frac{-1}{4} \Rightarrow M^2 - m^2 = -\frac{73}{2704}$. Vậy $S = \frac{-73}{2304}$.

31. mặt phẳng (P) cách đều 4 đỉnh A,B,C,D của hình tứ diện thì:

- Hoặc mặt phẳng (P) đi qua trung điểm của ba cạnh cùng xuất phát từ một đỉnh của tứ diện. Có bốn mặt phẳng như vậy.
- Hoặc mặt phẳng (P) chứa hai đường trung bình của tứ diện. Có ba mặt phẳng như vậy.

Tóm lại có 7 mặt phẳng thoả mãn yêu cầu của đề bài.

32. Thời điểm vật dừng lại: $v(t) = 2500 - 5t = 0 \Rightarrow t = 500(s)$.

Quãng đường vật đi được: $\int_0^{500} (2500 - 5t)dt = 625000$ (m).

33. **Bước 1:** Đặt $x = \sqrt{3}\tan t, t \in \left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right)$, tính dx và đổi cận.

Bước 2: Thay biểu thức mới, cận mới, biến đổi và tính toán.

Đặt $x = \sqrt{3}\tan t, t \in \left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right) \Rightarrow dx = \frac{\sqrt{3}}{\cos^2 t}dt$. Đổi cận: $x = 0 \Rightarrow t = 0; x = 3 \Rightarrow t = \frac{\pi}{3}$.

$$I = \frac{1}{2}\int_0^{\frac{\pi}{3}} \frac{-7}{\left(\sqrt{3}\tan t\right)^2 + 3} \cdot \frac{\sqrt{3}}{\cos^2 t}dt = \frac{-7}{2\sqrt{3}}\int_0^{\frac{\pi}{3}} dt = \frac{-7}{2\sqrt{3}}t\Big|_0^{\frac{\pi}{3}} = \frac{7\pi}{-6\sqrt{3}} \Rightarrow m = 7, n = -6 \Rightarrow m^2 + 10n < 0.$$

34. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên một khoảng vô hạn (là khoảng dạng $(a;+\infty), (-\infty;b)$ hoặc $(-\infty;+\infty)$). Đường thẳng $y = y_0$ là đường **tiệm cận ngang** (hay tiệm cận ngang) của đồ thị hàm số $y = f(x)$ nếu ít nhất một trong các điều kiện sau được thỏa mãn $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = y_0, \lim\limits_{x\to-\infty} f(x) = y_0$.

Xét $\lim\limits_{x\to-\infty} \frac{\sqrt{x^2+2x+3} - mx}{x+2} = \lim\limits_{x\to-\infty} \frac{|x|\sqrt{1+\frac{2}{x}+\frac{3}{x^2}} - mx}{x\left(1+\frac{2}{x}\right)} = \lim\limits_{x\to-\infty} \frac{-\sqrt{1+\frac{2}{x}+\frac{3}{x^2}} - m}{\left(1+\frac{2}{x}\right)} = -1 - m$

và $\lim\limits_{x\to+\infty} \frac{\sqrt{x^2+2x+3} - mx}{x+2} = \lim\limits_{x\to+\infty} \frac{|x|\sqrt{1+\frac{2}{x}+\frac{3}{x^2}} - mx}{x\left(1+\frac{2}{x}\right)} = \lim\limits_{x\to+\infty} \frac{\sqrt{1+\frac{2}{x}+\frac{3}{x^2}} - m}{\left(1+\frac{2}{x}\right)} = 1 - m$

Để hàm số có hai tiệm cận ngang thì $-1 - m \neq 1 - m$ (thỏa với mọi m).

Vậy $\forall m \in R$ thì đồ thị hàm số có hai tiệm cận ngang.

35. Bài toán này các em khai thác tính chất của hàm số mũ

Nhận xét: Nếu $a + b = 1$ thì

$$f(a) + f(b) = \frac{4^a}{4^a+2} + \frac{4^b}{4^b+2} = \frac{4^a\left(4^b+2\right) + 4^b\left(4^a+2\right)}{\left(4^a+2\right)\left(4^b+2\right)} = \frac{4^{a+b} + 2.4^a + 4^{a+b} + 2.4^b}{4^{a+b} + 2.4^a + 4 + 2.4^b} = 1$$

Áp dụng nhận xét trên ta có

$$S=f\left(\frac{1}{2017}\right)+f\left(\frac{2}{2017}\right)+.....+f\left(\frac{2016}{2017}\right)$$
$$=\left[f\left(\frac{1}{2017}\right)+f\left(\frac{2016}{2017}\right)\right]+\left[f\left(\frac{2}{2017}\right)+f\left(\frac{2015}{2017}\right)\right]+....+\left[\left[f\left(\frac{1008}{2017}\right)+f\left(\frac{1009}{2017}\right)\right]\right]$$
$$=1+1+1+.....+1=1008$$

36. Ta có: $f(x)-2m+1=0\Leftrightarrow f(x)=2m-1$. Xem phương trình trên là phương trình hoành độ giao điểm giữa $(C):y=f(x)$ và $d:y=2m-1$ $(d//Ox\ hay\ d\equiv Ox)$

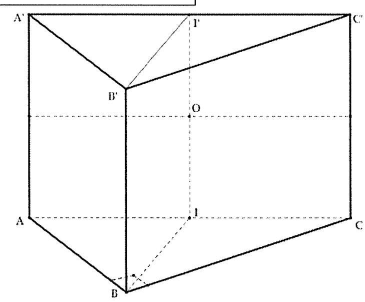
Khi đó dựa theo yêu cầu bài toán ta có $-1<y<f(0)\Leftrightarrow -1<2m-1<1\Leftrightarrow 0<m<1$.

A	Sai vì nhầm $\left[\begin{array}{l}2m-1=-1\\2m-1=2\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m=0\\m=\frac{3}{2}\end{array}\right.$
B	Sai vì kết luận $-1<y<f(0)\Leftrightarrow -1<m<1$
C	Sai vì nhận cả 2 biên $-1\le y\le f(0)\Leftrightarrow -1\le 2m-1\le 1\Leftrightarrow 0\le m\le 1$

37. Gọi I, I' lần lượt là trung điểm AC và A'C', suy ra I'I là trục của hai tam giác đáy.

Dựng đường trung trực của A'A cắt I'I tại O chính là tâm mặt cầu ngoại tiếp lăng trụ.

Bán kính là $OA=\sqrt{OI^2+AI^2}=3a$

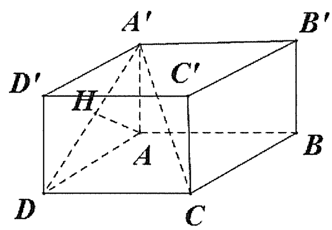


38. Đặt cạnh khối lập phương là $x>0$. Vẽ AH vuông góc A'D tại H.

Ta chứng minh được AH vuông góc (A'CD) (Phần chứng minh dành cho bạn đọc).

Từ đó ta có $AH=a\Rightarrow x=a\sqrt{2}$

Thể tích khối lập phương là: $2a^3\sqrt{2}$



39. (1) Sai vì phải là $z_1+z_2=-\frac{b}{a}$. (2) Sai trong trường hợp có nghiệm thực. (3) Sai khi có nghiệm kép.

(4) Đúng vì 4 nghiệm của phương trình là $\pm1;\pm i$ nên 4 điểm trên trục là $(\pm1;0);(0;\pm1)$.

40. Tìm phương trình đường thẳng AB. Gọi C' là hình chiếu khi và chỉ khi $CC'\perp AB$.

Phương trình AB là $\begin{cases}x=1+3t\\y=-2+4t\\z=-3\end{cases}$. Gọi $C'(1+3t;-2+4t;-3)$.

Khi đó $CC'\perp AB\Leftrightarrow 3(1+3t-1)+4(-2+4t+1)=0\Leftrightarrow t=\frac{4}{25}$. Vậy $a+b+c=\frac{-72}{25}$.

A	Sai vì tìm $t=\frac{-4}{25}$.	B	nhầm hình chiếu của B lên AC.	C	nhầm hình chiếu của A lên BC.

41. Gọi A là số tiền ban đầu cần phải gửi, theo đề bài mô tả ta có phương trình sau:

$A(1+8:100)^3(1+9:100)^2=5\Rightarrow A\approx 3,341$ tỷ

A	Cộng hai lãi suất lại	C	Không đủ để được 5 tỷ	D	Nhiễu thông thường

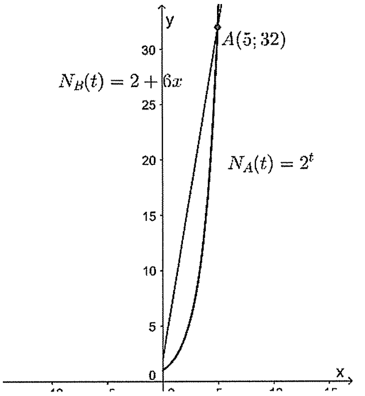
42. Số tiền có được sau 6 tháng đầu: $m\left(1+0,9:100\right)^6$.

Số tiền có được sau 6 tháng tiếp theo: $[m\left(1+0,9:100\right)^6].\left(1+1,2:100\right)^6$

Theo đề bài: $[m\left(1+0,9:100\right)^6].\left(1+1,2:100\right)^6 \geq 30.0,8 \Leftrightarrow m \geq 21,3$.

A	Sai vì cộng hai lãi suất lại với tính thời gian 1 năm
C	Sai vì 21 chưa đủ để mua.
D	Sai vì nhầm xe giảm giá "còn" 20%.

43. **Bước 1:** Tìm hàm biểu thị sự số lượng của mỗi loài theo thời gian. **Bước 2.** Tìm thời điểm để hai loài bằng nhau.



Theo dữ kiện đề bài thì ta có $N_A\left(t\right) = N_0 2^t$ (con) và $N_B\left(t\right) = 2N_0 + 6N_0 t$, (con) t là tháng.

Thời điểm để hai loài bằng nhau là nghiệm của phương trình $N_A\left(t\right) = N_B\left(t\right) \Leftrightarrow N_0 2^t = 2N_0 + 6N_0 t \Leftrightarrow 2^t = 2 + 6t$.

Đồ thị hàm $y = 2^t$ và đồ thị $y = 2 + 6t$ như hình bên.

Từ đó ta sau 5 tháng thì số lượng 2 loài là bằng nhau.

44. $w = \left(3+4i\right)z + i \Rightarrow \dfrac{w-i}{3+4i} = z \Rightarrow |z| = \left|\dfrac{w-i}{3+4i}\right| \Leftrightarrow \left|\dfrac{w-i}{3+4i}\right| = 4 \Leftrightarrow \dfrac{|w-i|}{5} = 4 \Leftrightarrow |w-i| = 20$

Vậy tập hợp biểu diễn số phức z là $\left(C\right): I\left(0;1\right), R = 20$. Khi đó $\begin{cases} \mathrm{M} = \max|w| = 20 + |i| = 21 \\ \mathrm{m} = \min|w| = 20 - |i| = 19 \end{cases}$.

A	Sai vì nhầm qua $\min|w| = 19$	C	Sai vì nhầm qua mô đun của $\max|w| = 4$	D	Sai vì nhầm qua môđun của $\max|w| = 2R = 40$

45. <u>**Phương án 1**</u>: Chia hình tròn thành 3 phần.

Độ dài đường sinh của mỗi chiếc nón cũng là bán kính hình tròn ban đầu, tức 16 cm.

Bán kính của mỗi chiếc nón sẽ bằng 1/3 bán kính ban đầu, tức $\dfrac{16}{3}\left(cm\right)$.

Ta tìm được chiều cao của mỗi chiếc nón: $\sqrt{16^2 - \left(\dfrac{16}{3}\right)^2} = \dfrac{32\sqrt{2}}{3}\left(cm\right)$.

Thể tích V_1 của mỗi chiếc nón: $V_1 = \dfrac{1}{3}.\left(\pi.\left(\dfrac{16}{3}\right)^2\right).\dfrac{32\sqrt{2}}{3} = \dfrac{8192\sqrt{2}}{81}\pi \left(cm^3\right) \approx 449,33\left(cm^3\right)$

Tổng thể tích V của 3 chiếc nón: $V = 3V_1 = 1348,00 \left(cm^3\right)$.

<u>**Phương án 2**</u>: Chia hình tròn thành 6 phần.

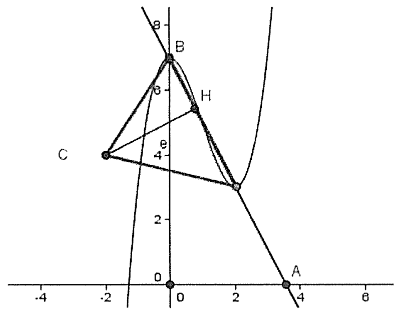
Bán kính của mỗi chiếc nón sẽ bằng 1/6 bán kính ban đầu, tức $\dfrac{8}{3}\left(cm\right)$.

Ta tìm được chiều cao của mỗi chiếc nón: $\sqrt{16^2 - \left(\dfrac{8}{3}\right)^2} = \dfrac{8\sqrt{35}}{3}\left(cm\right)$.

Thể tích V_2 của mỗi chiếc nón: $V_2 = \frac{1}{3}.\left(\pi.\left(\frac{8}{3}\right)^2\right).\frac{8\sqrt{35}}{3} = \frac{512\sqrt{35}}{81}\pi\ \left(cm^3\right) \approx 117,48\left(cm^3\right)$

Tổng thể tích V′ của 3 chiếc nón: $V' = 6V_2 = 704,89\ \left(cm^3\right)$.

46. Tập xác định: D = $\mathbb{R}$



Ta có $y' = 3x^2 - 6x$; $y' = 0 \Leftrightarrow 3x^2 - 6x = 0 \Leftrightarrow x = 0; x = 2 \Rightarrow$ Hàm số luôn có CĐ, CT.

Các điểm CĐ, CT của đồ thị là: $A(0; m^2 - m + 1)$, $B(2; m^2 - m - 3)$, $AB = \sqrt{2^2 + (-4)^2} = 2\sqrt{5}$

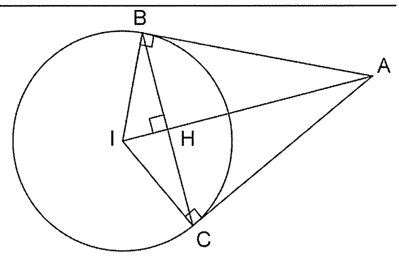
Đường thẳng AB có vectơ chỉ phương là $\overrightarrow{AB} = (2;-4)$ suy ra vectơ pháp tuyến của AB là $\vec{n} = (4;2)$ mà đường thẳng AB đi qua điểm $A(0; m^2 - m + 1)$ nên phương trình đường thẳng AB là: $4x + 2(y - m^2 + m - 1) = 0 \Leftrightarrow 2x + y - m^2 + m - 1 = 0$

Từ C hạ CH vuông góc với AB tại H ta có : $CH = d(C, AB) = \frac{\left|m^2 - m + 1\right|}{\sqrt{5}}$

$S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2}d(C, AB).AB = \frac{1}{2}.\frac{\left|m^2 - m + 1\right|}{\sqrt{5}}.2\sqrt{5} = \left|m^2 - m + 1\right| = 7 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m = 3 \\ m = -2 \end{array}\right.$.

47. Thay vì xét cả hình nón, ta chỉ cần xét một mặt cắt của nó bằng cách lấy giao tuyến của hình nón và một mặt phẳng đi qua trục hình nón.

Mặt cầu (S) có tâm $I(2;-1;5)$ và bán kính $R = 13$.



Xét một mặt phẳng (P) đi qua trục của hình nón, giao tuyến của mặt phẳng này và mặt cầu (S) là tam giác ABC cân tại A (B, C là hai tiếp điểm của hai tiếp tuyến của mặt cầu (S) qua A).

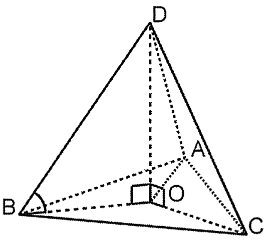
Gọi $H = AI \cap BC$, ta nhận xét độ dài đoạn AH và BH lần lượt là chiều cao và bán kính đáy của khối nón cần xác định thể tích.

Xét ΔAIB vuông tại B, ta có $AI = \left|\overrightarrow{AI}\right| = 21 \Rightarrow IH = \frac{IB^2}{IA} = \frac{169}{21} \Rightarrow AH = \frac{272}{21}$; $BH = \frac{52\sqrt{17}}{21}$.

Thể tích của khối chóp: $V = \frac{1}{3}\pi BH^2.AH \approx 1413,82$.

A	Học sinh chọn chiều cao khối nón là AI và bán kính đáy là bán kính mặt cầu: $V = \frac{1}{3}\pi R^2.AI = 1183\pi$.
C	Không bình phương BH.
D	Học sinh chọn bán kính đáy của khối nón là bán kính mặt cầu.

48. Gọi $a\ (cm)$ là chiều dài cạnh của khối tứ diện thì 2a là chiều dài cạnh miếng bìa.



$S_{ABC}=\dfrac{a^2\sqrt{3}}{4}\left(cm^2\right);$

$d\left[D;(ABC)\right]=\sqrt{DB^2-OB^2}=\sqrt{a^2-\left(a.\dfrac{\sqrt{3}}{2}.\dfrac{2}{3}\right)^2}=a\dfrac{\sqrt{6}}{3}\ (cm)$

$\Rightarrow\ V_{DABC}=\dfrac{1}{3}.a\dfrac{\sqrt{6}}{3}.\dfrac{a^2\sqrt{3}}{4}=a^3\dfrac{\sqrt{2}}{12}\left(cm^3\right).$

Ta có: $\dfrac{a^3\sqrt{2}}{12}=\dfrac{16\sqrt{2}}{3}\Leftrightarrow a=4(cm)$ suy ra độ dài cạnh miếng bìa là 8 cm.

A	Sai vì nhầm lẫn giữa cạnh khối tứ diện và cạnh miếng bìa.

49. Đây là bài toán liên quan phương pháp từng phần và kết hợp chọn hệ số C.

Đặt $\begin{cases} u=\ln(sinx+2\cos x)\\ dv=\dfrac{1}{\cos^2 x}dx\end{cases}\Rightarrow\begin{cases} du=\dfrac{\cos x-2\sin x}{\sin x+2\cos x}dx\\ v=\tan x\boxed{+2}=\dfrac{\sin x+2\cos x}{\cos x}\end{cases}$ (ở đây chọn C = 2)

$$I=\frac{\sin x+2\cos x}{\cos x}.\ln(sinx+2\cos x)\Bigg|_0^{\frac{\pi}{4}}-\int_0^{\frac{\pi}{4}}\frac{\sin x+2\cos x}{\cos x}.\frac{\cos x-2\sin x}{\sin x+2\cos x}dx$$

$$=3\ln 3-\frac{7}{2}\ln 2-\int_0^{\frac{\pi}{4}}dx+\int_0^{\frac{\pi}{4}}\frac{2\sin x}{\cos x}dx$$

$$=3\ln 3-\frac{7}{2}\ln 2-\int_0^{\frac{\pi}{4}}dx-2\int_0^{\frac{\pi}{4}}\frac{d(\cos x)}{\cos x}=3\ln 3-\frac{7}{2}\ln 2-x\Bigg|_0^{\frac{\pi}{4}}+2\ln|\cos x|\Bigg|_0^{\frac{\pi}{4}}$$

$$=3\ln 3-\frac{5}{2}\ln 2-\frac{\pi}{4}\Rightarrow a=3;b=\frac{5}{2};c=1$$

50. Hàm số thể hiện số cá trong ao ở cuối tháng thứ t: $y=300.2^t$ (t>0)

Yêu cầu đề bài: $300.2^t\le 3000t+1500\Leftrightarrow 2^t-10t-5\le 0$. (1)

Xét hàm số $f(t)=2^t-10t-5$. (t > 0) có $f'(t)=2^t\ln 2-10$. Ta có: $f'(t)=0\Leftrightarrow t=\log_2\dfrac{10}{\ln 2}\approx 3,85$.

x	0		$\log_2\dfrac{10}{\ln 2}$		$+\infty$
y'		−	0	+	
y	−4	↘	−29,08	↗	$+\infty$

Vậy hàm số nghịch biến trên $\left(0;\log_2\dfrac{10}{\ln 2}\right)$ và đồng biến trên $\left(\log_2\dfrac{10}{\ln 2};+\infty\right)$.

Dựa vào bảng biến thiên, ta có thể thấy đường thẳng y = 0 cắt đồ thị của hàm số f(t) tại một điểm duy nhất.

Dùng MTBT tìm được nghiệm $t\approx 6,03$.

Điều này có nghĩa là ở thời điểm cuối tháng thứ 6 thì số lượng cá trong ao vẫn nằm trong mức trong phép. Do vậy ở trong tháng thứ 7 thì bắt đầu xảy ra tình trạng số cá vượt ngưỡng quy định.

ĐÁP ÁN ĐỀ 15

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
B	D	A	C	C	B	B	D	C	D
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
A	B	D	A	B	C	A	B	D	A
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
D	C	B	B	C	A	D	C	D	B
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
A	A	C	C	C	A	D	A	C	C
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
D	A	A	B	B	B	B	D	D	D

1. Thực hiện phép cộng và trừ các số phức.

$z = z_1 + z_2 = a + b - (c+d)i + a + c - bi - di = (2a + b + c) - (c + 2d + b)i$

A,C,D	Sai vì nhầm dấu, quên phá dấu ngoặc, đưa vào ngoặc sai dấu.

2. $\bar{z} = -1 + i \Rightarrow z = -1 - i$. $\omega = z + 1 + i = -1 - i + 1 + i = 0$

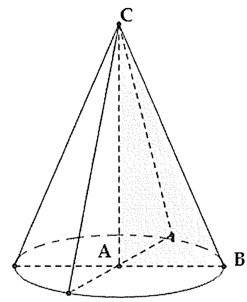
A	Nhầm $z = 1 - i$	C	Nhầm $z = 1 + i$

3. Bài toán về phương trình mũ cơ bản.

$5^{x^2-3x+8} = 25^{2x+1} \Leftrightarrow 5^{x^2-3x+8} = 5^{4x+2} \Leftrightarrow x^2 - 3x + 8 = 4x+2 \Leftrightarrow x^2 - 7x + 6 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 1 \\ x = 6 \end{array}\right.$. Vậy $S = \{1;6\}$

B	Sai vì $5^{x^2-3x+8} = 25^{2x+1} \Leftrightarrow x^2 - 3x + 8 = 2x + 1$

4. Nhắc lại bộ 3 công thức quan trọng với khối nón có bán kính đáy là r, chiều cao h, đường sinh L là:



$V = \frac{1}{3}\pi r^2 h,\ S_{xq} = \pi r L,\ S_{tp} = S_{xq} + S_{day} = \pi r L + \pi r^2$

Vẽ hình ta có $V = \frac{1}{3}\pi r^2 h = \frac{1}{3}\pi r^2 h$.

A	Sai vì nhầm giữa bán kính và đường cao
B	Sai vì nhầm công thức với khối trụ.
D	Sai vì nhầm kết hợp 2 lỗi sai của A và B

5. **Bước 1:** Nhắc lại công thức trọng tâm tam giác ABC. **Bước 2:** Nhận ra đáp án đúng.

Công thức trọng tâm G của tam giác ABC là $G\left(\frac{x_A + x_B + x_C}{3}; \frac{y_A + y_B + y_C}{3}; \frac{z_A + z_B + z_C}{3}\right)$.

6. *A, C, D* đúng. Công thức B sai vì cần điều kiện $m \neq 0$.

7. **Bước 1:** Tìm đạo hàm. **Bước 2**: Xét dấu đạo hàm, lập bảng biến thiên.

Tập xác định $D = \mathbb{R}$. Tính đạo hàm $y' = 4x^3 - 4x$; $y' = 0 \Leftrightarrow 4x^3 - 4x = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = 1 \\ x = -1 \end{array}\right.$.

Lập bảng biến thiên, ta suy ra hàm số đồng biến trên từng khoảng $(-1;0)$

A	Sai vì $y'=-\frac{2}{x^2}<0,\forall x\neq 0$	C	Sai vì $y'=-3x^2\leq 0,\forall x\in\mathbb{R}$	D	Sai vì $y'<0,\forall x\in\mathbb{R}$

8. **Bước 1:** Xác định dấu của hệ số a. **Bước 2:** Đạo hàm và xét dấu của đạo hàm.

Ta có dấu của $a=-1<0$. Ta có $y'=-3x^2+6x-3=-3(x-1)^2\leq 0,\forall x\in R$ nên hàm số nghịch biến.

9. **Bước 1:** Nhắc lại công thức nguyên hàm $\int a^{mx+n}dx$ và $\int\sin(ax+b)dx$.

Bước 2: Vận dụng và nhận ra đáp án đúng.

$F(x)=\int\left(2^{-x}+\sin 2x\right)dx=-\frac{2^{-x}}{\ln 2}-\frac{1}{2}\cos 2x+C$.

10. Câu hỏi này yêu cầu các em nắm vững phần lý thuyết của bài tính đơn điệu của hàm số.

11. Ta có $\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}=(1;2;2)\Rightarrow C(1;2;2)$. Lại có $\overrightarrow{AA'}=\overrightarrow{CC'}=(2;3;0)\Rightarrow A'(2;3;0)$

12. **Bước 1:** Đặt $z=x+y.i;x,y\in\mathbb{R}$. Nhắc lại định nghĩa mô đun của số phức. **Bước 2:** Suy ra tập hợp điểm.

Đặt $z=x+y.i;x,y\in\mathbb{R}\Rightarrow\overline{z}=x-y.i$. Ta có:

$|z-1+i|=|\overline{z}|\Leftrightarrow|x+y.i-1+i|=|x-y.i|\Leftrightarrow|(x-1)+(y+1)i|=|x-y.i|$

$\Leftrightarrow\sqrt{(x-1)^2+(y+1)^2}=\sqrt{x^2+(-y)^2}\Leftrightarrow -x+y+1=0$.

Vậy tập hợp điểm M cần tìm là đường thẳng $-x+y+1=0$.

A	HS nhầm $|z-1+i|=|\overline{z}|\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}z-1+i=\overline{z}\\z-1+i=-\overline{z}\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x+yi-1+i=x-yi\\x+yi-1+i=-x+yi\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}y=-\frac{1}{2}-\frac{1}{2}i\\x=\frac{1}{2}-\frac{1}{2}i\end{array}\right.$.

13. Ta có $\overrightarrow{OA}=2\vec{j}-\vec{k};\overrightarrow{OB}=\vec{i}+\vec{j}\Rightarrow A(0;2;-1),B(1;1;0)\Rightarrow\overrightarrow{AB}=(1;-1;1)$

14. Bài toán về lập phương trình mặt phẳng

Trục Ox véctơ đơn vị $\vec{i}=(1;0;0)$. Mặt phẳng (Q) có VTPT $\overrightarrow{n_Q}=(1;1;2)$.

Mặt phẳng (P) chứa trục Ox và vuông góc với $(Q):x+y+z-3=0$ nên (P) có một VTPT $\vec{n}=\left[\vec{i},\overrightarrow{n_Q}\right]=(0;-2;1)$.

Phương trình mặt phẳng (P) là: $-2y+z=0\Leftrightarrow 2y-z=0$.

15. **Bước 1**: Tìm đạo hàm cấp 1 và 2 của hàm số đã cho.

Bước 2: Tìm nghiệm của đạo hàm và sử dụng điều kiện $\begin{cases}f'(x_0)=0\\f''(x_0)>0\end{cases}$ để tìm cực tiểu.

TXĐ: $D=R$. Ta có $y'=2(\cos 2x-\sin 2x)$ và $y''=4(-\sin 2x-\cos 2x)$

Xét $y'=0\Leftrightarrow 2(\cos 2x-\sin 2x)=0\Leftrightarrow\cos 2x=\sin 2x\Leftrightarrow x=\frac{-3\pi}{8}+\frac{k\pi}{2},k\in Z$.

Xét $y''\left(\frac{-3\pi}{8}+k\pi\right)=4\sqrt{2}>0$ do đó hàm số đạt cực tiểu tại $x=\frac{-3\pi}{8}+k\pi,k\in Z$.

A	Sai vì nhầm với điểm cực trị.
C	Sai vì nhầm với điểm cực đại.
D	Sai vì nhầm khi giải phương trình đạo hàm mà quên chia 2.

16. Nhận xét: để có được $x=-1$ là đường tiệm cận đứng thì "điều kiện cần" là mẫu phải chứa đơn thức $(x+1)$ (loại A và D). Dùng định nghĩa của tiệm cận đứng để kiểm tra đối với 1 trong 2 phương án B và C

Xét phương án B : $\lim\limits_{x\to(-1)^+} y = \lim\limits_{x\to(-1)^+} \dfrac{x^2-1}{x+1} = \lim\limits_{x\to(-1)^+} \dfrac{(x-1)(x+1)}{x+1} = \lim\limits_{x\to(-1)^+} (x-1) = -2\ (ktm)$

Đến đây ta thấy B không thỏa nên có thể chọn C.

A	Sai vì nhầm qua tiệm cận ngang và "không cẩn thận sắp xếp hệ số"
B	Sai vì "vội vàng" kết luận nghiệm của mẫu mà chưa kiểm tra giới hạn một bên của hàm đã cho
D	Sai vì nhầm qua tiệm cận ngang.

17. Điều kiện đủ là có điểm đi qua và vectơ chỉ phương. Chỉ có ý (2) là đủ để viết phương trình đường thẳng Δ.

18. Tính chất của số phức bằng nhau.

Gọi $w=u+vi, u,v\in\mathbb{R}$ thì ta có mối liên hệ $u^2-v^2=a$ và $2uv=b$. Do đó câu A,C,D sai .

Ta có $w^2=z\Rightarrow |w^2|=|z|\Rightarrow |w|^2=|z|\Rightarrow |w|=\sqrt{|z|}$. Chọn đáp án là B.

B,D	Sai vì tưởng là căn số phức giống số thực.	C	Sai vì nhầm $z^2=w$.

19. Ta có: $y=\ln(x^2-4)\Rightarrow y'=\dfrac{2x}{x^2-4}$. **Chọn D.**

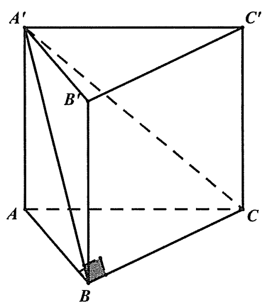
A	Sai vì nhầm cách tính giữa đạo hàm với nguyên hàm: $y'=\dfrac{2x}{x^2-4}+C$
B	Sai vì nhầm $y=\ln(x^2-4)\Rightarrow y'=\dfrac{2x}{x^2-4}, dv=dx\Rightarrow v=x$ $I=x\ln(x^2-4)-2\int\dfrac{x^2}{x^2-4}dx = x\ln(x^2-4)-2\int\left[1-\dfrac{1}{4}\left(\dfrac{1}{x-2}-\dfrac{1}{x+2}\right)\right]dx$ $\Rightarrow I=x\ln(x^2-4)-2x+\dfrac{1}{2}\ln\left(\dfrac{x-2}{x+2}\right)+C$
C	Sai vì theo kết hợp 2 ý A và B!

20. Bài toán này yêu cầu các em nắm vững lý thuyết về tính đơn điệu của hàm số. Chọn đáp án A.

21. Chú ý tập xác định của hàm lôgarit và hàm căn.

Ta có điều kiện $\begin{cases} 9-3^{\sqrt{x-1}}>0 \\ x-1\ge 0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3^2>3^{\sqrt{x-1}} \\ x\ge 1\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2>\sqrt{x-1} \\ x\ge 1\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 5>x \\ x\ge 1\end{cases}$. Vậy $D=[1;5)$ từ đó ta có $H=b-a=4$.

22. Bài toán này liên quan đến thể tích của khối lăng trụ.



Do $\begin{cases} BC\perp AB \\ BC\perp AA'\end{cases} \Rightarrow BC\perp A'B$. Suy ra tam giác $A'BC$ vuông tại B

Góc giữa $A'B$ và (ABC) là $\widehat{A'BA}\Rightarrow \widehat{A'BA}=30^0$

Ta có: $S_{\Delta A'BC}=\dfrac{1}{2}A'B.BC\Rightarrow A'B=\dfrac{2.S_{\Delta A'BC}}{BC}=\dfrac{2.a^2\sqrt{3}}{a}=2a\sqrt{3}$

Xét tam giác $A'AB$ vuông tại A , ta có

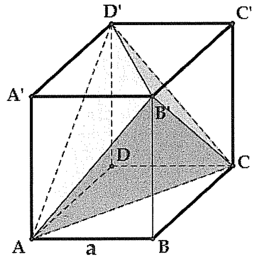
$AB = A'B.\cos\widehat{ABA'} = 2a\sqrt{3}.\cos 30^0 = 3a; AA' = A'B.\sin\widehat{ABA'} = 2a\sqrt{3}.\sin 30^0 = a\sqrt{3}$

$V_{ABC.A'B'C'} = S_{ABC}.AA' = \frac{1}{2}.AB.BC.AA' = \frac{1}{2}.3a.a.a\sqrt{3} = \frac{3a^3\sqrt{3}}{2}$.

A	Sai vì nhầm với công thức $V_{ABC.A'B'C'} = \frac{1}{3}S_{ABC}.AA'$
B	Sai vì nhầm công thức $V_{ABC.A'B'C'} = S_{ABC}.AA' = AB.BC.AA'$

23. Ta có $V_{ACB'D'} = V_{ABCD.A'B'C'D'} - \left(V_{B'D'C'C} + V_{B'CBA} + V_{A'D'B'A} + V_{D'DCA}\right)$

$\Rightarrow V = V_{lapphuong} - 4\frac{V_{lapphuong}}{6} = \frac{V_{lapphuong}}{3} \Rightarrow V_{lapphuong} = 3V$



A	Sai vì nhầm lẫn $V_{ACB'D'} = \frac{1}{6}V_{lap\,phuong} \Rightarrow V_{lapphuong} = 6V$
C	Sai vì $V_{ACB'D'} = V_{lapphuong} - \left(V_{B'D'C'C} + V_{B'CBA} + V_{A'D'B'A} + \cancel{V_{D'DCA}}\right)$ $\Rightarrow V_{ACB'D'} = V_{lapphuong} - 3\frac{V_{laphpuong}}{6} = \frac{V_{lapphuong}}{2} \Rightarrow V_{lapphuong} = 2V$
D	Nhiễu số thông thường (nhầm V chính là thể tích của hình lập phương)

24. Ta có: $A = \frac{a^{\frac{3}{2}} - b^{\frac{3}{2}}}{a + (ab)^{\frac{1}{2}} + b} - \frac{a^{\frac{3}{2}} + b^{\frac{3}{2}}}{a - (ab)^{\frac{1}{2}} + b} = a^{\frac{1}{2}} - b^{\frac{1}{2}} - a^{\frac{1}{2}} - b^{\frac{1}{2}} = -2b^{\frac{1}{2}}$.

Cách khác: với bài toán này ta có thể chọn $a = 1, b = 1$ để kiểm tra $A = \frac{a^{\frac{3}{2}} - b^{\frac{3}{2}}}{a + (ab)^{\frac{1}{2}} + b} - \frac{a^{\frac{3}{2}} + b^{\frac{3}{2}}}{a - (ab)^{\frac{1}{2}} + b} = -2$

A	Sai vì nhầm $2b^{\frac{1}{2}}$ với $\left(b^{\frac{1}{2}}\right)^2$.	C	Nhầm dấu nên tính thành $2a^{\frac{1}{2}}$	D	Sai cả A và C.

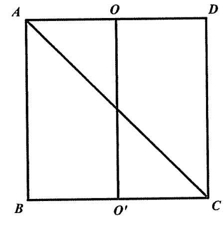
25. Sử dụng công thức tính thể tích của vật thể tròn xoay.

Ta có $V = \pi\int_a^c (f(x))^2\,dx = \pi\int_a^b (f(x))^2\,dx + \pi\int_b^c (f(x))^2\,dx = \pi\int_a^b (h(x))^2\,dx + \pi\int_b^c (g(x))^2\,dx$.

A	Sai vì nhầm công thức tính diện tích.	B	Sai vì không hiểu rõ cách cho hàm số.	D	Sai vì không để ý cận tích phân.

26. **Bước 1:** Dựa vào thiết diện qua trục là hình vuông, suy ra chiều cao và bán kính đáy.

Bước 2: Tính thể tích khối trụ.



Thiết diện qua trục là hình vuông ABCD có đường chéo $AC = 4a\sqrt{2}$.

Suy ra hình trụ có chiều cao $h = AB = 4a$, bán kính đáy $r = \frac{AB}{2} = 2a$.

Thể tích khối trụ $V = S_{đáy}.h = \pi.(2a)^2.4a = 16\pi a^3$.

B	HS nhầm $V=\frac{1}{3}S_{đáy}.h=\frac{1}{3}\pi.(2a)^2.4a=\frac{16\pi a^3}{3}$.
C	HS nhầm $V=S_{đáy}.h=\pi.(4a)^2.4a=64\pi a^3$.
D	HS nhầm $V=\frac{1}{3}S_{đáy}.h=\frac{1}{3}\pi.(4a)^2.4a=\frac{64\pi a^3}{3}$.

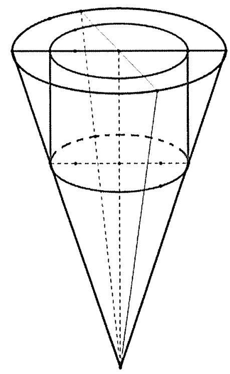
27. Sử dụng công thức đạo hàm: $(u.v)'=u'v+u.v'$ và $\left(3^u\right)=3^u\ln 3.u' \Rightarrow y'=3^{\sin x}+x.3^{\sin x}\ln 3.\cos x$.

A	Sai vì quên đạo hàm $\sin x$.	C	Sai vì nhầm $(\sin x)'=-\cos x$.	D	Sai vì nhầm $\left(3^u\right)'=3^u u'$

28. Ta giải bài toán ở dạng tổng quát.

Gọi R, H lần lượt là bán kính và chiều cao của khối nón.

Gọi r, h lần lượt là bán kính và chiều cao của ống trụ.



Theo hình bên ta có đẳng thức sau: $\frac{r}{R}=\frac{H-h}{H}\Rightarrow h=\frac{R-r}{R}H$

Ống trụ chứa được nhiều hạt nhất khi thể tích ống lớn nhất.

Ta có $V=\pi r^2 h=\pi\frac{r^2(R-r)}{RH}$.

Khảo sát hàm trên ta thấy V lớn nhất khi $r=\frac{2}{3}R; h=\frac{H}{3}$

Diện tích phần vật liệu làm bề mặt chính là diện tích xung quanh của khối nón và bằng $18\pi\left(cm^2\right)$. Suy ra

$\pi Rl=8\pi \Leftrightarrow R\sqrt{R^2+H^2}=8\Leftrightarrow R\sqrt{R^2+3R^2}=8\Rightarrow R=2\Rightarrow H=2\sqrt{3}$

Thay số vào ta được $\max V\approx 6,45\left(cm^3\right)$.

A	Nhầm sang diện tích toàn phần.
B	Nhầm giữa đường cao và bán kính.
D	Nhầm sang diện tích toàn phần và nhầm giữa đường cao với bán kính.

29. Ghép cặp các giá trị đầu cuối và tìm quy luật.

Ta có nhận xét: Nếu $ab=\frac{1}{4}$ thì $f(a)+f(b)=\frac{\log_2 a}{\log_2 a+1}+\frac{\log_2 b}{\log_2 b+1}=\frac{2\log_2 a\log_2 b+\log_2 a+\log_2 b}{\log_2 a\log_2 b+\log_2 a+\log_2 b+1}$

$\log_2 a+\log_2 b=\log_2 ab=\log_2\frac{1}{4}=-2$. Thay vào ta có $f(a)+f(b)=\frac{2\log_2 a\log_2 b-2}{\log_2 a\log_2 -1}=2$. Áp dụng nhận xét trên ta có:

$$\begin{aligned}S&=\left[f\left(2^{-100}\right)+f\left(2^{98}\right)\right]+\left[f\left(2^{-99}\right)+f\left(2^{97}\right)\right]+...+\left[f\left(2^{-2}\right)+f\left(2^{0}\right)\right]\\&=\underbrace{2+2+...+2+2}_{99\,lan}=198\end{aligned}$$

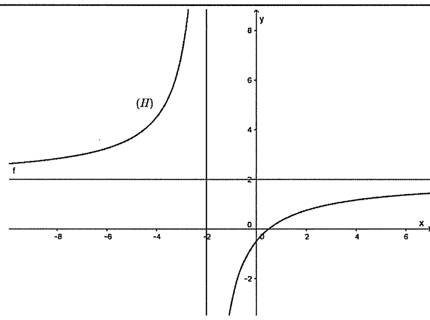
A	Sai vì đếm 99 lần và chọn.	B	Sai vì đếm nhầm 100 lần và chọn.	C	Sai vì đếm nhầm 100 lần.

30. Ta có $M\in(C)\Leftrightarrow b=\frac{a+3}{a-3}(a\neq 3)$. $\begin{cases}TCD: x=3\Rightarrow d(M;TCD)=\|a-3\|\\TCN: y=1\Rightarrow d(M;TCN)=\|b-1\|\end{cases}$ và $\begin{cases}d(M;Ox)=\|b\|\\d(M;Oy)=\|a\|\end{cases}$

$ycbt\Leftrightarrow |a-3|+|b-1|=|b|.|a|$ (giải phương trình ta được $a=\frac{5}{3}, b=-\frac{7}{2}$)

31. **Bước 1:** Vẽ sơ lược đồ thị và tiệm cận của hàm số $y = \frac{2x-1}{x+2}$. **Bước 2:** Tịnh tiến đồ thị để thỏa mãn yêu cầu.

Để hình (H') có tiệm cận ngang là $y = 3$ và có tiệm cận đứng $x = -3$, ta tịnh tiến (H) song song với trục Oy lên trên 1 đơn vị, sau đó tịnh tiến song song với trục Ox về bên trái 1 đơn vị.



C	Sai vì hs xác định TCĐ của đồ thị (H) là $x = 2$

32. Đặt

$$t = \sqrt{\frac{x+1}{x-1}} \Rightarrow x = \frac{t^2+1}{t^2-1} \Rightarrow dx = -\frac{4t}{\left(t^2-1\right)^2}dt; \left(t^2-1\right)^2 = \frac{4}{(x-1)^2}$$

Tích phân trở thành $I = \int_{2016^{2016}}^{2017^{2017}} -t^2 dt = -\frac{1}{3}\left(2017^{6051} - 2016^{6048}\right)$.

33. Gọi I là tâm mặt cầu nội tiếp tứ diện đều (đây cũng là trọng tâm của tứ diện) $\Rightarrow I\left(\frac{3}{2}; -\frac{3}{2}; \frac{5}{2}\right)$

Gọi phương trình mặt phẳng $(ABC): ax + by + cz + d = 0$ $\left(a^2 + b^2 + c^2 > 0\right)$

Khi đó ta có $\begin{cases} A \in (ABC)a \\ B \in (ABC) \\ C \in (ABC) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 3a - 3b + c = -d \\ c = -d \\ -3b + 4c = -d \end{cases} \xrightarrow{d=-1} \begin{cases} a = 1 \\ b = 1 \\ c = 1 \end{cases} \Rightarrow (ABC): x + y + z - 1 = 0$

Xét $r = d\left(I; (ABC)\right) = \frac{\left|\frac{3}{2} - \frac{3}{2} + \frac{5}{2} - 1\right|}{\sqrt{1+1+1}} = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

Cách khác: Chiều cao h tứ diện đều là $V = \frac{AB^3\sqrt{2}}{12} = \frac{1}{3}h.\frac{AB^2\sqrt{3}}{4} \Rightarrow h = \frac{AB\sqrt{6}}{3} \Rightarrow r = \frac{h}{4} = \frac{\sqrt{3}}{2}$

A	Sai vì nhầm mặt cầu nội tiếp thành mặt cầu ngoại tiếp.
D	Sai vì thay tọa độ *A, B, C* thỏa nhưng tọa độ *S* không thỏa. (phương trình của câu D "gài bởi đỉnh mới $E(-1; -4; 0)$ gây nhiễu !

34. Gọi $z = x + yi, (x; y \in R)$. Ta có $|z + 1 - 5i| = |\overline{z} + 3 - i| \Leftrightarrow |(x+1) + (y-5)i| = |(x+3) - (y+1)i|$

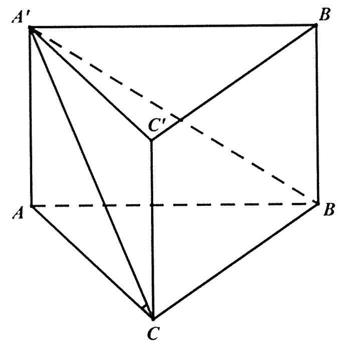
$\Leftrightarrow (x+1)^2 + (y-5)^2 = (x+3)^2 + (y+1)^2 \Leftrightarrow x + 3y = 4$

Mặt khác $|z - 4 - 10i| = |(x-4) + (y-10)i| = \sqrt{\left(\underbrace{x-4}_{-3y}\right)^2 + (y-10)^2} = \sqrt{10y^2 - 20y + 100}$

(sử dụng MTCT hoặc $\sqrt{10(y-1)^2 + 90} \geq 3\sqrt{10} \Rightarrow "=" $ xảy ra $\Leftrightarrow y = 1 \Rightarrow x = 1 \Rightarrow z = 1 + i$

Thay $w = 5z^2 - 4z = 5(1+i)^2 - 4(1+i) = -4 + 6i$. Phần ảo của $\overline{w}$ là -6.

A	Sai vì nhầm chưa đổi dấu phần ảo của số phức w.	B	Sai vì nhầm theo ý A và D.	D	Sai vì chỉ tính ra z.



35. Ta có $\begin{cases} BC \perp AC \\ BC \perp AA' \end{cases} \Rightarrow BC \perp (A'AC) \Rightarrow BC \perp A'C$

Góc giữa $(A'CB)$ và (ABC) là $\widehat{SCA} \Rightarrow \widehat{SCA} = x, \left(0 < x < \frac{\pi}{2}\right)$

Khi đó $AA' = a\sin x, AC = a\cos x$

Vậy $V_{A'.ABC} = \frac{1}{3}AA'.S_{ABC} = \frac{a\sin x}{3}.\frac{a^2\cos^2 x}{2} = \frac{a^3}{6}\sin x.\cos^2 x$

Xét hàm số $f(x) = \sin x.\cos^2 x = \sin x\left(1-\sin^2 x\right)$

Đặt $t = \sin x, t \in (0;1)$ thì $f(t) = t - t^3$

Ta có: $f'(t) = 1 - 3t^2 \xrightarrow{f'(t)=0} t = \frac{1}{\sqrt{3}}$.

Lập bảng biến thiên, ta suy ra $\max\limits_{x \in \left(0;\frac{\pi}{2}\right)} f(x) = \max\limits_{t \in (0;1)} f(t) = f\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)$.

Suy ra giá trị lớn nhất của thể tích là $V_{A'ABC} = \frac{a^3\sqrt{3}}{27}$

36. Bài toán liên quan đến nguyên hàm của hàm phân thức hữu tỉ

$$\int \frac{3x-4}{2x^2+3x-5}dx = \int \frac{3x-4}{2(x-1)\left(x+\frac{5}{2}\right)}dx = \int \frac{3x-4}{(x-1)(2x+5)}dx$$

Cần tìm A và B sao cho: $\frac{3x-4}{(x-1)(2x+5)} = \frac{A}{x-1} + \frac{B}{2x+5} \Leftrightarrow \frac{3x-4}{(x-1)(2x+5)} = \frac{A(2x+5)+B(x-1)}{(x-1)(2x+5)}$

$\Rightarrow 3x-4 = A(2x+5) + B(x-1) \Leftrightarrow 3x-4 = 2Ax+5A+Bx-B \Leftrightarrow 3x-4 = (2A+B)x+5A-B$

Đồng nhất 2 vế ta có hệ phương trình: $\begin{cases} 2A+B=3 \\ 5A-B=-4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} A = -\frac{1}{7} \\ B = \frac{23}{7} \end{cases}$

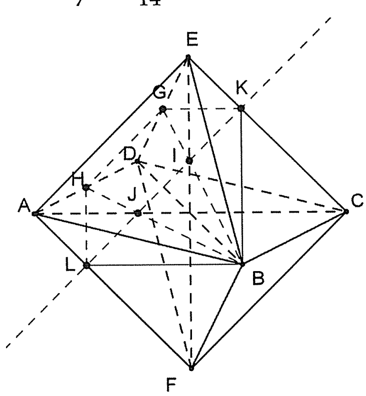
$$\Rightarrow \int \frac{3x-4}{2x^2+3x-5}dx = \int \frac{3x-4}{(x-1)(2x+5)}dx = \int \left(-\frac{1}{7}.\frac{1}{x-1} + \frac{23}{7}.\frac{1}{2x+5}\right)dx$$

$$= -\frac{1}{7}\int \frac{1}{x+1}dx + \frac{23}{7}\int \frac{1}{2x+5}dx = -\frac{1}{7}\ln|x-1| + \frac{23}{14}\ln|2x+5| + C \Rightarrow m = -\frac{1}{7}, n = \frac{23}{14}$$

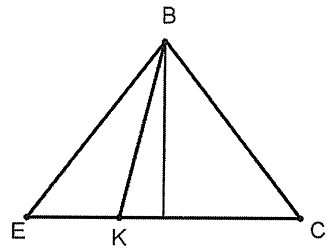
37. Xác định thiết diện và tính diện tích, chú ý các tính chất của bát diện đều.

Kẻ BG, BH lần lượt cắt EF, AC tại I, J như hình vẽ, suy ra I, J lần lượt là trọng tâm $\Delta EDB, \Delta ADB$. Đường thẳng IJ cắt EC, AF lần lượt tại K, L. Ta có hình "kim cương" $BKGHL$ là thiết diện cần tìm. Ta có $GH // KL // AE // FC$ nên tam giác BKL cân tại B và hình thang $KLHG$ cân.

Ta có $GH = \frac{AE}{2} = \frac{a}{2}$ và $KL = AE = a$.



$BK=\sqrt{\dfrac{a^2}{36}+\left(\dfrac{a\sqrt{3}}{2}\right)^2}=\dfrac{a\sqrt{7}}{3}$.



Vậy $h_{\Delta BLK}=\sqrt{BK^2-\dfrac{LK^2}{4}}=\dfrac{a\sqrt{19}}{6}$.

Ta có $h_{KLHG}=\dfrac{1}{2}h_{\Delta BKL}=\dfrac{a\sqrt{19}}{12}$.

$S_{BKGHL}=S_{\Delta BKL}+S_{KLGH}=\dfrac{1}{2}KL.h_{\Delta BKL}+\dfrac{1}{2}(KL+HG)h_{KLHG}=\dfrac{7a^2\sqrt{19}}{48}$.

38. **Bước 1:** Rút gọn và tính giá trị $\log_{\sqrt{a}}\left(a\sqrt{b}\sqrt[3]{c}\right)=m$. **Bước 2:** Thay vào, rút gọn và tính $c^{\log_{\sqrt{c}}\left(\log_{\sqrt{a}}\left(a\sqrt{b}\sqrt[3]{c}\right)\right)}$.

Ta có $\log_{\sqrt{a}}\left(a\sqrt{b}\sqrt[3]{c}\right)=2\log_a\left(a.b^{\frac{1}{2}}.c^{\frac{1}{3}}\right)=2\left[\log_a a+\dfrac{1}{2}\log_a b+\dfrac{1}{3}\log_a c\right]=9$

$\Rightarrow c^{\log_{\sqrt{c}}\left(\log_{\sqrt{a}}\left(a\sqrt{b}\sqrt[3]{c}\right)\right)}=c^{\log_{\sqrt{c}}9}=c^{2\log_c 9}=\left(c^{\log_c 9}\right)^2=9^2=81$.

B	$\log_{\sqrt{a}}\left(a\sqrt{b}\sqrt[3]{c}\right)=\dfrac{1}{2}\log_a\left(a.b^{\frac{1}{2}}.c^{\frac{1}{3}}\right)=\dfrac{1}{2}\left[\log_a a+\dfrac{1}{2}\log_a b+\dfrac{1}{3}\log_a c\right]=\dfrac{9}{4}$ $\Rightarrow c^{\log_{\sqrt{c}}\left(\log_{\sqrt{a}}\left(a\sqrt{b}\sqrt[3]{c}\right)\right)}=c^{\log_{\sqrt{c}}\frac{9}{4}}=c^{\frac{1}{2}\log_c\frac{9}{4}}=\left(c^{\log_c\frac{9}{4}}\right)^{\frac{1}{2}}=\left(\dfrac{9}{4}\right)^{\frac{1}{2}}=\dfrac{3}{2}$.
C	$\log_{\sqrt{a}}\left(a\sqrt{b}\sqrt[3]{c}\right)=\dfrac{1}{2}\log_a\left(a.b^{\frac{1}{2}}.c^{\frac{1}{3}}\right)=2.\dfrac{1}{2}.\dfrac{1}{3}\log_a(a.b.c)$ $=\dfrac{1}{3}\left[\log_a a+\log_a b+\log_a c\right]=3\Rightarrow c^{\log_{\sqrt{c}}\left(\log_{\sqrt{a}}\left(a\sqrt{b}\sqrt[3]{c}\right)\right)}=c^{\log_{\sqrt{c}}3}=c^{2\log_c 3}=9$.

39. Ta có $42000=2000e^{\lambda 15}\Rightarrow\lambda=\dfrac{\ln 21}{15}$. Ta lại có $10^6=2000e^{\lambda t}\Rightarrow t=\dfrac{500.15}{\ln 21}\approx 2463,44$.

40. Bài toán này liên quan đến khoảng cách giữa hai mặt phẳng.

Ta có $(P)//(Q), O(0;0;0)\in(Q)\Rightarrow d((P),(Q))=d(O,(P))=\dfrac{|-1|}{\sqrt{\dfrac{1}{a^2}+\dfrac{1}{b^2}+\dfrac{1}{c^2}}}$

Theo bất đẳng thức Cô – si ta có $\dfrac{1}{a^2}+\dfrac{1}{b^2}+\dfrac{1}{c^2}\ge 3\sqrt[3]{\dfrac{1}{a^2b^2c^2}}$

Ta có $3=a^2+b^2+c^2\ge 3\sqrt[3]{a^2b^2c^2}\Rightarrow\dfrac{1}{a^2}+\dfrac{1}{b^2}+\dfrac{1}{c^2}\ge 3\Leftrightarrow\sqrt{\dfrac{1}{a^2}+\dfrac{1}{b^2}+\dfrac{1}{c^2}}\ge\sqrt{3}$

Do đó $d(O,(P))\le\dfrac{1}{\sqrt{3}}$. Dấu bằng xảy ra khi $a^2=b^2=c^2=1\Rightarrow a=b=c=1\Rightarrow a+b+c=3$

41. Phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị và trục hoành:

$$x^3-3x^2-9x+m=0\Leftrightarrow x^3-3x^2-9x=-m\quad(1)$$

Phương trình (1) là phương trình hoành độ giao điểm của đường $(C): y = x^3 - 3x^2 - 9x$ và đường thẳng $d: y = -m$. Số nghiệm của (1) bằng số giao điểm của (C) và d.

$$(C): y = x^3 - 3x^2 - 9x \Rightarrow y' = 3x^2 - 6x - 9 \xrightarrow{y'=0} \left[\begin{array}{l} x = -1 \Rightarrow y = 5 \\ x = 3 \Rightarrow y = -27 \end{array}\right.$$

Để phương trình có 3 nghiệm phân biệt thì $y_{CT} < y_d < y_{CD} \Leftrightarrow -27 < -m < 5 \Leftrightarrow -5 < m < 27$

42. Đồ thị hàm số chỉ có một tiệm cận đứng khi $x = 1$ hoặc $x = -m$ là nghiệm của tử thức.

TH1 $x = -m$: $m^2 + 2m + 2m = m^2 + 4m = m(m+4)$. Ta có $m(m+4) = 0 \Leftrightarrow m = 0 \vee m = -4$

TH2 $x = 1$: $1 - 2 + 2m = -1 + 2m$. Ta có: $-1 + 2m = 0 \Leftrightarrow m = \dfrac{1}{2}$.

TH3: $m = -1$ (cũng thỏa mãn).

B	Sai vì chỉ xét TH1	C	Sai vì chỉ xét TH2	D	Sai vì chưa xét TH3

43. **Bước 1:** Gia tốc âm thì vật di chuyển chậm dần. **Bước 2:** Tìm khoảng nghịch biến của hàm số $v(t)$.

Ta có $v'(t) = t^2 - 3t + 2$. Xét $v(t) = 0 \Leftrightarrow t = 1 \vee t = 2$. Ta có bảng biến thiên:

t	0		1		2		5
$v'(t)$		+	0	−	0	+	
$v(t)$	0	↗	$\frac{5}{6}$	↘	$\frac{2}{3}$	↗	$\frac{85}{6}$

B	Sai vì nhầm nhanh dần.	C	Sai vì nhầm nhanh dần.	D	Nhiễu thông thường.

44. Điều kiện: $x > 0$.Đặt $t = \log_2 x$, phương trình trở thành $-\dfrac{1}{3}t^2 + \dfrac{14}{3}t + 5 \geq 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t \leq -1 \\ t \geq 15 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x \leq \dfrac{1}{2} \\ x \geq 32768 \end{array}\right.$

So điều kiện ta có $S = \left(0; \dfrac{1}{2}\right] \cup \left[32768; +\infty\right)$.

A	Mới giải ra t, chưa tìm x	C	Biến đổi sai phương trình	D	Chưa so điều kiện

45. Điểm $A(1;0;0) \in \Delta$ không thỏa phương trình d nên Δ không trùng d.

$$d: \frac{x-1}{-2} = \frac{2y-1}{2} = \frac{z+1}{1} \Leftrightarrow d: \frac{x-1}{-2} = \frac{y - \frac{1}{2}}{1} = \frac{z+1}{1}.$$

Để d song song Δ thì $\dfrac{m}{-2} = \dfrac{n+1}{1} = \dfrac{1}{1} \Rightarrow m = -2; n = 0$.

A	Nhầm VTCP của d	C	Nhầm VTCP của d và vị trí m, n	D	Nhầm vị trí m, n

46. Đặt $\begin{cases} u = x \\ dv = e^{2017x}dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = dx \\ v = \dfrac{1}{2017}e^{2017x} \end{cases}$. Áp dụng công thức tích phân từng phần, ta tính được:

$$I = \frac{1}{2017^2}\left[e^{2017e}(2017e - 1) - 2016e^{2017}\right]$$

47. Mặt cầu nội tiếp khối lập phương có đường kính chính là cạnh hình lập phương đó.

Cạnh hình lập phương: 4 (cm) suy ra bán kính mặt cầu: 2(cm). Diện tích mặt cầu: $4\pi 2^2 = 16\pi\left(cm^2\right)$

A	Sai vì chưa chia hai tìm bán kính.	C	Sai vì nhầm tính thể tích khối cầu.

48. **Bước 1:** Tìm giao điểm của đồ thị với trục Ox.

Bước 2. Thiết lập công thức tích phân để tính diện tích.

Giao điểm với trục Ox là $\dfrac{x^3+2x^2}{x-1}=0 \Leftrightarrow x=0 \vee x=-2$. Vậy diện tích hình phẳng cần tìm là

$$S=\int_{-2}^{0}\left|\frac{x^3+2x^2}{x-1}\right|dx=\left|\int_{-2}^{0}\left(x^2+3x+3+\frac{3}{x-1}\right)dx\right|=\left|\left(\frac{x^3}{3}+\frac{3x^2}{2}+3x+3\ln|x-1|\right)\Bigg|_{-2}^{0}\right|=\frac{8}{3}-3\ln 3.$$

A	Sai vì không đặt giá trị tuyệt đối.	B	Sai vì tính nhầm $\int_{-2}^{0}\left|\left(x^3+2x^2\right)\right|dx$	C	Sai vì giải ra hai nghiệm $x=2, x=0$.

49. **Bước 1:** Biến đổi $a^2+4b^2=12ab \Leftrightarrow a^2+4ab+4b^2=16ab \Leftrightarrow \left(\dfrac{a+2b}{4}\right)^2=ab$.

Bước 2: Lấy logarit cơ số 2017 cả 2 vế, biến đổi ta có đẳng thức D.

$$a^2+4b^2=12ab \Leftrightarrow a^2+4ab+4b^2=16ab \Leftrightarrow (a+2b)^2=16ab \Leftrightarrow \left(\frac{a+2b}{4}\right)^2=ab$$

$$\Leftrightarrow \log_{2017}\left(\frac{a+2b}{4}\right)^2=\log_{2017}(ab) \Leftrightarrow 2\log_{2017}(a+2b)-2\log_{2017}4=\log_{2017}a+\log_{2017}b$$

$$\Leftrightarrow \log_{2017}(a+2b)-2\log_{2017}2=\frac{1}{2}\left(\log_{2017}a+\log_{2017}b\right).$$

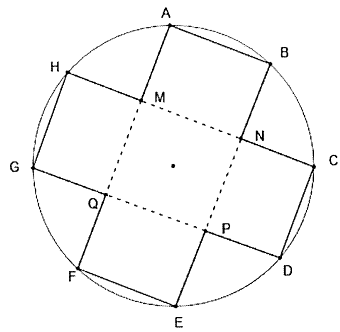
50. $z^2-2z+5=0 \Leftrightarrow (z-1)^2+4=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} z_1=1-2i \Rightarrow A(1;-2) \\ z_2=1+2i \Rightarrow -z_2=-1-2i \Rightarrow B(-1;-2) \end{array}\right.$

Do đó tọa độ trung điểm I của đoạn thẳng AB là $I(0;-2)$.

B	Sai vì nhầm $\Rightarrow A(-2;1);B(-2;1)$	C	Sai vì nhầm lấy A,B của z_1,z_2

GIẢI ĐÁP CÂU HỎI HAY LẠ KHÓ

1. **Lời giải:** Hình hộp cần tính có đáy là hình vuông MNPQ (độ dài cạnh hình vuông này chính là AB) và chiều cao AM. Gọi O là tâm đường tròn. Ta có góc ở tâm $AOB = \frac{2\pi}{8} = \frac{\pi}{4}$.

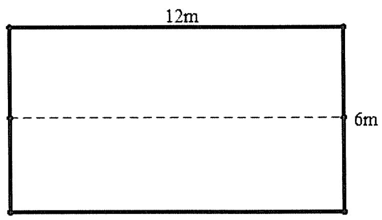


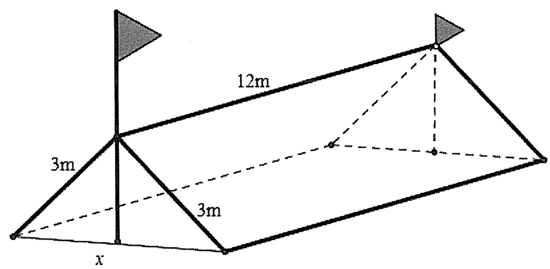
Áp dụng định lý cosin vào tam giác AOB ta tính được $AB = 20\sqrt{2-\sqrt{2}}$.

Mặt khác, tam giác AMH vuông cân tại M, suy ra $AM = 10\sqrt{2}\sqrt{2-\sqrt{2}}$.

Thể tích khối hộp là : $V = AM.AB^2 = 4000\left(2-\sqrt{2}\right)\sqrt{4-2\sqrt{2}}$. Đáp án C.

Nhận xét: Phương án A là do nhầm khối hộp là khối lập phương. Hai phương án B và D là nhiễu số.





2.

Lời giải: Khoảng không gian phía trong lều là lớn nhất nghĩa là $V_{ABC.A'B'C'} \longrightarrow \max$.

Mà $V_{ABC.A'B'C'} = h.S_{\Delta ABC} = 12S_{\Delta ABC} \xrightarrow{ycbt} S_{\Delta ABC} \to \max$

Mặt khác $S_{ABC} = \frac{1}{2}AB.AC.\sin\measuredangle BAC = \frac{1}{2}3.3.\sin\measuredangle BAC \le \frac{1}{2}.3.3 = \frac{9}{2}$.

Do đó, diện tích lớn nhất khi tam giác *ABC* vuông cân tại *A*, từ đó suy ra $x = BC = 3\sqrt{2}$. Chọn D

3. **Lời giải:** Tập xác định: $D = \left[1;+\infty\right)$

$$y = \left(x^7 + 7x^4 - 4\right)\left(\sqrt{x} + \sqrt{x-1}\right)^3 \Rightarrow y' = \underbrace{\left(\sqrt{x}+\sqrt{x-1}\right)^3\left[7x^6 + 28x^3 + \frac{3}{2}\left(\frac{1}{\sqrt{x}} + \frac{1}{\sqrt{x-1}}\right)\left(x^7 + 7x^4 - 4\right)\right]}_{\ge 0, \forall x \ge 1}.$$

Do đó hàm số đồng biến trên $\left[1;+\infty\right) \Rightarrow \min\limits_{x\in\left[1;+\infty\right)} y = f\left(1\right) = 4$. **Chọn D**

4. **Lời giải:** Thời điểm ô tô A dừng lại là: $16 - 4t = 0 \Rightarrow t = 4$.

Quãng đường ô tô A đi được đến lúc dừng lại là: $s = \int\limits_0^4 \left(16-4t\right)dt = 32\left(m\right)$.

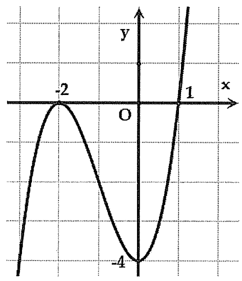
Suy ra ô tô A phải cách ô tô B là một khoảng là: $s + 1 = 33(m)$. **Chọn A**

5. **Lời giải:** Đặt $t = x+6 \Rightarrow \int_6^9 f(t)dt = 513 \Rightarrow \int_0^6 f(x)dx = 216$. Đặt $x = 3z \Rightarrow \int_0^2 3f(3z)dz = 216 \Rightarrow I = 72$.

Chọn B

Lưu ý: tích phân không phụ thuộc vào biến số.

6. **Lời giải:** Theo đồ thị, ta nhận thấy $f'(-2) = f'(1) = 0$



Mặt khác, $\begin{cases} f'(-2^+) < 0, f'(-2^-) < 0 \\ f'(1^+) > 0, f'(1^-) < 0 \end{cases}$.

Suy ra hàm số $f(x)$ đạt cực tiểu tại $x = 1$.

7. **Lời giải:** Gọi H là điểm thỏa $3\overrightarrow{HA} + 2\overrightarrow{HB} + \overrightarrow{HC} = \vec{0} \Rightarrow H(1;4;-3)$

Ta có:

$$T = 3MA^2 + 2MB^2 + MC^2 = 3\left(\overrightarrow{MA}\right)^2 + 2\left(\overrightarrow{MB}\right)^2 + \left(\overrightarrow{MC}\right)^2 = 3\left(\overrightarrow{MH} + \overrightarrow{HA}\right)^2 + 2\left(\overrightarrow{MH} + \overrightarrow{HB}\right)^2 + \left(\overrightarrow{MH} + \overrightarrow{HC}\right)^2$$

$$\Rightarrow T = 3HA^2 + 2HB^2 + HC^2 + 6\overrightarrow{MH}.\overrightarrow{HA} + 4\overrightarrow{MH}.\overrightarrow{HB} + 2\overrightarrow{MH}.\overrightarrow{HC} + 6MH^2$$

$$\Leftrightarrow T = \underbrace{3HA^2 + 2HB^2 + HC^2}_{const} + 2\overrightarrow{MH}\left(\underbrace{3\overrightarrow{HA} + 2.\overrightarrow{HB} + \overrightarrow{HC}}_{\vec{0}}\right) + 6MH^2 \Rightarrow T_{\min} \Leftrightarrow MH_{\min}$$

Do M thuộc mặt cầu $(S): (x-1)^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 1$ có tâm $I(1;1;1)$, $R = 1$

Suy ra MH nhỏ nhất khi M, H, I thẳng hàng. Nghĩa là M là giao điểm của đường thẳng IH với mặt cầu (S).

Ta tìm được $M\left(1;\frac{2}{5};\frac{9}{5}\right) \Rightarrow MH = 6; M\left(1;\frac{8}{5};\frac{1}{5}\right) \Rightarrow MH = 4$.

Vậy ta chọn $M\left(1;\frac{8}{5};\frac{1}{5}\right) \Rightarrow a+b+c = \frac{14}{5}$. **Chọn D**

8. **Lời giải:** Dễ thấy hai phương án A, B đúng hay sai còn phụ thuộc vào miền của x.

Phương án D là sai do tính chất hàm mũ.

Phương án C đúng vì $a^x + c^x = b^x \Leftrightarrow \left(\frac{a}{b}\right)^x + \left(\frac{c}{b}\right)^x = 1, (x = 0, VT = 2; x \neq 0, VT > 1)$. **Chọn C**

9. **Lời giải:** Tập xác định: $D = [0;4]$

$$\left(x\sqrt{x} + \sqrt{x+12}\right) \le m\log_{5-\sqrt{4-x}} 3 \Leftrightarrow m \ge \left(x\sqrt{x} + \sqrt{x+12}\right).\log_3\left(5-\sqrt{4-x}\right) = f(x) \Rightarrow m \ge \min_{x\in[0;4]} f(x)$$

$$f'(x) = \left(\frac{3}{2}\sqrt{x} + \frac{1}{2\sqrt{x+12}}\right)\log_3\left(5-\sqrt{4-x}\right) + \left(x\sqrt{x} + \sqrt{x+12}\right)\frac{1}{2\sqrt{4-x}\left(5-\sqrt{4-x}\right)\ln 3} > 0, \forall x \in (0;4)$$

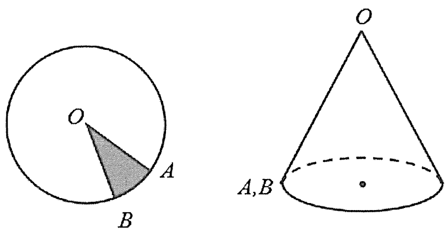
$\Rightarrow \min f(x) = f(0) = 2\sqrt{3} \Rightarrow m \ge 2\sqrt{3}$. **Chọn A**

10. Lời giải: Gọi $A(a;0;0), B(0;b;0), C(0;0;c) (a,b,c>0)$

Phương trình đoạn chắn mặt phẳng $(P): \frac{x}{a}+\frac{y}{b}+\frac{z}{c}=1$. (P) đi qua điểm $M(9;1;1)$, suy ra: $\frac{9}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}=1$.

Ta có: $1=\frac{9}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c} \geq 3\sqrt[3]{\frac{9}{abc}} \Rightarrow abc \geq 243$. Suy ra $V_{OABC}=\frac{1}{6}abc \geq \frac{81}{2}$. **Chọn D**

11. Lời giải: Đặt góc $AOB=\delta, (0<\delta<2\pi)$, $r>0$ là bán kính đường tròn có độ dài AB, $h>0$ là chiều cao khối nón.



Ta có: $AB=\delta.R \Rightarrow r=\frac{\delta.R}{2\pi} \Rightarrow h=\sqrt{OA^2-r^2}=\frac{R}{2\pi}\sqrt{4\pi^2-\delta^2}$ và $V=\frac{1}{3}\frac{R^3\delta^2}{8\pi^3}\sqrt{4\pi^2-\delta^2}$.

Khảo sát hàm trên, ta được thể tích lớn nhất khi $\delta=\frac{2\sqrt{6}}{3}\pi$.

Do đó: $S'=\frac{1}{2}R^2\delta=\pi R^2\frac{\sqrt{6}}{3} \Rightarrow \frac{S'}{S}=\frac{\sqrt{6}}{3}$.

12. Lời giải: Bán kính trong của ống: 0,5(m). Bán kính của ống gồm lớp bê tông: 0,5 + 0,1 = 0,6(m).
Thể tích lớp bê tông cả ống trụ dài 1 km là: $\pi.1000.(0,6^2-0,5^2)$.

Suy ra số bao xi măng cần dùng là: $10.\pi.1000.(0,6^2-0,5^2)=1100\pi \approx 3456$ (bao). **Chọn A**

13. Lời giải: Dễ dàng tìm được $C(1;1;0), D'(0;1;1)$ và VTPT của $(BB'D'D)$ là $\vec{n}=(1;1;0)$.

Giả sử mặt phẳng (P) : $Ax+By+Cz+D=0, (A^2+B^2+C^2>0)$

(P) chứa đường thẳng CD' suy ra $C=A; D=-A-B$. Ta có $\cos((P),(BB'D'D))=\frac{|A+B|}{\sqrt{2}.\sqrt{2A^2+B^2}}$.

Góc lớn nhất khi cos nhỏ nhất. ta chọn được $A=1; B=-1 \Rightarrow C=1, D=0$.

Vậy $(P): x-y+z=0$. **Chọn A**

14. Lời giải: Điều kiện: $\begin{cases} x+3>0 \\ x\neq -1 \\ x\neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x>-3 \\ x\neq -1 \\ x\neq 0 \end{cases}$. $bpt \Leftrightarrow \frac{-[1+(x+1)\log_3(x+3)]}{x(x+1)}>0, (*)$

Ta chứng minh $1+(x+1)\log_3(x+3)>0$. Các em theo dõi bảng sau

	$x+1$	$\log_3(x+3)$	Dấu của $(x+1)\log_3(x+3)+1$
$-3<x\le 2$	<0	<0	>0
$-2<x\le -1$	<0	$\in(0;1)$	>0
$-1<x\le 0$	>0	$\in\left(0;-1\right]$	>0
$x>0$	>0	>0	>0

Khi đó $(*)\Rightarrow x(x+1)<0\Leftrightarrow -1<x<0$

Cách khác: (sử dụng MTCT) xét hàm

$$f(x)=\frac{1}{x+1}-\frac{1+\log_3(x+3)}{x}\xrightarrow{TABLE}\begin{cases} start: x=-2\\ end: x=2\\ step: 0,4\end{cases}\Rightarrow x\in(-1;0)$$

15. **Lời giải:** TH1. $x^2+2y^2<1$, bất phương trình tương đương $2x+y\le x^2+2y^2<1$. Không tồn tại max.

TH2. $x^2+2y^2>1$, bất phương trình tương đương $x^2+2y^2\le 2x+y$.

Mặt khác theo BCS ta có:

$$(2x+y)^2=\left(2.x+\frac{1}{\sqrt{2}}.y\sqrt{2}\right)^2\le\left(2^2+\frac{1}{2}\right)\left(x^2+2y^2\right)\le\frac{9}{2}(2x+y)\Rightarrow(2x+y)\le\frac{9}{2}$$

16. **Lời giải:** Theo giả thiết ta có:

$$f'(0)=g'(0)=\frac{f'(0)g(0)-g'(0)f(0)}{g^2(0)}\Rightarrow f(0)=-g^2(0)+g(0)=-\left[g(0)-\frac{1}{2}\right]^2+\frac{1}{4}\le\frac{1}{4}.$$

17. **Lời giải:** Gọi $B\left(b;e^{-b}\right), b>0$ thuộc đồ thị hàm số. Suy ra $A(b;0), C\left(0;e^{-b}\right)$.

Diện tích hình chữ nhật OABC là: $S=b.e^{-b}$. Khảo sát hàm trên ta được $\max S=\frac{1}{e}$.

18. **Lời giải:** Nhận xét. Đồ thị hàm số trên đạt cực trị tại hai điểm $(-2;a),(2;a),-1<a<0$.

Cả ba phương án A, B và D đều không thỏa nên ta chọn C.

19. **Lời giải:** Theo Bảng biến thiên, ta nhận thấy giá trị cực đại của hàm số của hàm số là 0 (loại phương án B)

Tiếp theo, y' không xác định tại -2 và 2 nên loại phương án C .

Cuối cùng, $\lim\limits_{x\to\pm\infty}y=0;\lim\limits_{x\to-2-}y=+\infty,\lim\limits_{x\to-2+}y=-\infty,\lim\limits_{x\to 2+}y=+\infty,\lim\limits_{x\to 2-}y=-\infty$. Do đó, đồ thị hàm số có 3 tiệm cận. **Chọn D**

20. **Lời giải:** Gọi O là tâm của đáy, và do chóp $S.ABC$ đều suy ra $SO\perp(ABC)$. Dễ dàng tính được $SO=a$ thông qua góc giữa $\measuredangle(SA;(ABC))=60^0$. Theo mô tả, thể tích khối bát diện là: $V=8V_{S.ABC}=8\frac{1}{3}SO.S_{\Delta ABC}=\frac{2}{3}a^3\sqrt{3}$. **Chọn B**

21. **Lời giải:** Nhận xét: *A, B* nằm về hai phía của mặt phẳng (*Oxy*). Gọi C là điểm đối xứng của B qua mặt phẳng (*Oxy*), ta có $C(0;1;0)$.Khi đó: $T=|MA-MB|=|MA-MC|\le AC\Rightarrow T_{\max}=AC=\sqrt{6}$.

22. Lời giải: Theo giả thiết bài toán ta có $f(-2)>0, f(2)<0$ và $\lim\limits_{x\to+\infty} y=+\infty; \lim\limits_{x\to-\infty} y=-\infty$ nên có ít nhất 3 nghiệm phân biệt do đó hàm số cắt trục hoành tại 3 điểm phân biệt. **Chọn A**

23. Lời giải: Nhận xét: bậc của tử là 1, bậc của mẫu ≥ 2 nên ***chắc chắn có 1 tiệm cận ngang là*** $y=0$.

Khi đó theo yêu cầu bài toán, từ đó đồ thị HS trên ***không có tiệm cận đứng***. Dẫn đến các trường hợp sau:

TH1: $\begin{cases} mx^2-2x+1=0 \xrightarrow{VN} 1-m<0 \\ 4x^2+4mx+1=0 \xrightarrow{VN} 4m^2-4<0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m>1 \\ -1<m<1 \end{cases} \Rightarrow m\in\varnothing$

TH2: $\begin{cases} mx^2-2x+1=0 \xrightarrow{co\ nghiem\ x=\frac{1}{2}} m=0 \\ 4x^2+4mx+1=0 \xrightarrow{VN} 4m^2-4<0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m=0 \\ -1<m<1 \end{cases} \Rightarrow m=0$

TH3: $\begin{cases} mx^2-2x+1=0 \xrightarrow{VN} \\ 4x^2+4mx+1=0 \xrightarrow{co\ nghiem\ x=\frac{1}{2}} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m>1 \\ m=-1 \end{cases} \Rightarrow m\in\varnothing$. **Chọn A**

24. Lời giải: Đặt $OA=x>1$. Vẽ $MK\perp OA$ tại K. suy ra $AK=x-1, AM=\sqrt{(x-1)^2+0,125^2}$.

Ta có $\frac{AK}{AO}=\frac{AM}{AB}\Rightarrow AB=\frac{x}{x-1}\sqrt{(x-1)^2+0,125^2}$. Khảo sát hàm trên ta được $AB_{\min}=\frac{5\sqrt{5}}{8}(km)\Leftrightarrow x=1,25$. Vậy chi phí cần là $2,0963$ (tỷ đồng).

Cách khác: Đặt $x=\measuredangle MBH$. Ta có $MB=\frac{MH}{Sinx}=\frac{1000}{\sin x}$ và $MA=\frac{125}{\cos x}$

Khi đó: $AB=AM+MB=\frac{1000}{\sin x}+\frac{125}{\cos x}=f(x)\Rightarrow f'(x)=\frac{-1000\cos x}{\sin^2 x}+\frac{125\sin x}{\cos^2 x}\xrightarrow{f'(x)=0}\tan x=2$

Lập bảng biến thiên ta suy ra $\min AB\Leftrightarrow x=\arctan 2$. Suy ra đáp án C

25. Lời giải: Ta có: Nhận xét $\frac{1}{2017}+\frac{2016}{2017}=1$ và đồng thời xét $f\left(\frac{1}{2017}\right)+f\left(\frac{2016}{2017}\right)=1$. Do đó ta đi đến chứng minh $f(x)+f(1-x)=1$ (*xin dành cho bạn đọc*). Khi đó , S có 1008 cặp $(x;1-x)$. Suy ra $S=1008$.

26. Lời giải: Gọi R là bán kính đáy phễu.

<u>Lúc đầu:</u> Chiều cao của khối nước hình nón là $\frac{1}{3}.15=5\ (cm)$ và $r_{khoi\ nuoc}=\frac{1}{3}R_{day}$ (theo hệ quả định lý Thales),

suy ra thể tích nước là $\frac{1}{3}\pi\frac{R^2}{9}.5=\frac{5\pi R^2}{27}\ (cm^3)$.

<u>Lúc sau:</u> Thể tích phần không gian còn trống bằng hiệu thể tích khối nón và thể tích nước: $5\pi R^2-\frac{5\pi}{27}R^2=\frac{130}{27}\pi R^2\ (cm^3)$.

Gọi $h(cm)$ và $R'\ (cm)$ lần lượt là chiều cao và bán kính đáy của phần không gian trống.

Ta có: $\frac{h}{15}=\frac{R'}{R}\Rightarrow R'=\frac{h}{15}.R\ (cm)$.

Suy ra thể tích phần không gian trống là: $\frac{1}{3}\pi\left(\frac{h^2}{225}R^2\right).h=\frac{1}{675}.\pi h^3R^2\ (cm^3)$.

Ta có: $\frac{h^3\pi}{675}.R^2 = \frac{130}{27}\pi R^2 \Leftrightarrow h^3 = 3250 \Leftrightarrow h = \sqrt[3]{3250}$ (cm)

Suy ra chiều cao khối nước lần sau là $15 - \sqrt[3]{3250} \approx 0,188\ (cm)$.

27. Lời giải: Ta có: $P = \frac{1}{OA^2} + \frac{1}{OB^2} + \frac{1}{OC^2} = \frac{1}{OH^2} + \frac{1}{OC^2} = \frac{1}{OK^2}$, với H là hình chiếu của O lên AB, K là hình chiếu của O lên HC. Dễ dàng chứng minh OK vuông góc (P). Do đó P min $\Leftrightarrow$ OK lớn nhất $\Leftrightarrow$ K trùng M, suy ra OM vuông góc mặt phẳng (P). Vậy phương trình mặt phẳng $(P): x + 2y + z = 6$.

Cách khác: Ta có (P) là mặt phẳng chắn 3 trục tọa độ nên có dạng $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1$

Lại $M \in (P) \Rightarrow \frac{1}{a} + \frac{2}{b} + \frac{1}{c} = 1 \xrightarrow{B.C.S} \left(\frac{1}{a} + \frac{2}{b} + \frac{1}{c}\right)^2 \le (1+4+1)\left(\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2}\right) = 6\left(\frac{1}{OA^2} + \frac{1}{OB^2} + \frac{1}{OC^2}\right)$

$\Rightarrow \frac{1}{OA^2} + \frac{1}{OB^2} + \frac{1}{OC^2} \ge \frac{1}{6}$. Dấu "=" xảy ra $\Leftrightarrow \frac{1}{a} = \frac{2}{b} = \frac{1}{c} \Rightarrow a = 1, b = 2, c = 1$. **Chọn C**

28. Lời giải: Gọi O là tâm tam giác đều *BCD.*

Khoảng cách từ G đến các mặt của tứ diện là: $\frac{3V_{G.BCD}}{S_{BCD}} = \frac{3.\frac{1}{4}.V_{ABCD}}{S_{BCD}} = \frac{\frac{3}{4}.\frac{1}{3}.AO.S_{BCD}}{S_{BCD}} = \frac{1}{4}AO = \frac{a\sqrt{6}}{12}$.

Chọn D

29. Lời giải: Phần đồ thi của hàm $y = |f(x)|$ chính là giữ lại phần đồ thị $y = f(x), f(x) \ge 0$ và lấy đối xứng qua trục hoành phần $f(x) < 0$. Vậy $3 < m < 4$ thỏa yêu cầu bài toán. **Chọn C**

30. Lời giải: Theo đồ thị, ta có $a > 0$ và hoành độ hai cực trị trái dấu suy ra $\frac{c}{a} < 0 \Rightarrow c < 0$. Loại phương án B và C.

Điểm uốn của đồ thị có hoành độ dương. Suy ra $-\frac{b}{a} < 0 \Rightarrow b < 0$. **Chọn A.**

31. Lời giải:

$$V_{S.MBCN} = V_{S.MNC} + V_{S.MBC} = k^2 V_{S.ACD} + kV_{S.BCD} \overset{gt}{=} \frac{1}{2} V_{S.ABCD} \Rightarrow k^2 + k - 1 = 0 \Rightarrow k = \frac{-1+\sqrt{5}}{2}$$

Vẽ MN song song AD, N thuộc SD. Mặt phẳng (BMC) chia khối chóp S.ABCD thành hai khối đó là S.MNCB và NDCBMA.

32. Lời giải. Đường thẳng $y = 2$ cắt đồ thị hàm số tại đúng hai điểm phân biệt.

Tại $x = 0$, hàm số không xác định nên đường thẳng $y = -1$ không cắt đồ thị hàm số.

Do đó, phương trình $f(x) = m$ có đúng hai nghiệm thực khi $m \in (-\infty; -1] \cup \{2\}$. **Chọn D**

33. Lời giải: Số chữ số của M_{127} là: $\left[\log\left(2^{127} - 1\right)\right] + 1 = 39$. **Chọn B**

34. Lời giải: Khi quay quanh trục MN thì hình vuông quét thành khối trụ (H) bán kính $\frac{a}{2}$ và chiều cao *a;* đường tròn quét thành khối cầu (S) bán kính $\frac{a}{2}$.Thể tích vật thể tròn xoay bằng

$V_{(H)} - V_{(S)} = \pi\left(\frac{a}{2}\right)^2 a - \frac{4}{3}\pi\left(\frac{a}{2}\right)^3 = \frac{\pi a^3}{12}$. **Chọn B**

35. Lời giải: Ta có $\overrightarrow{CC'} = \overrightarrow{AA'} \Rightarrow C(0;1;b)$. Áp dụng công thức khoảng cách hai đường chéo nhau ta có:

$$d(AC',B'C) = \frac{ab}{\sqrt{a^2+b^2}} \le \frac{\sqrt{ab}}{\sqrt{2}} \le \frac{a+b}{2\sqrt{2}} = \frac{4}{2\sqrt{2}} = \sqrt{2}.$$

Chú ý : Ta có thể $a = 4-b$ vào biểu thức trên để khảo sát hàm số $g(b)$ tìm max – min. **Chọn C**

36. Lời giải: $y = \dfrac{m\cos x - 4}{\cos x - m} \Rightarrow y' = \dfrac{(m^2-4)\sin x}{(\cos x - m)^2}$; $y' < 0, \forall x \in \left(\dfrac{\pi}{3};\dfrac{\pi}{2}\right) \Leftrightarrow \begin{cases} m^2-4<0 \\ m \notin \left(0;\dfrac{1}{2}\right) \end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} -2 < m \le 0 \\ \dfrac{1}{2} \le m < 2 \end{array}\right.$.

Chọn B

37. Lời giải: Vẽ $AH \perp SB$ tại H, $AL \perp SC$ tại L. Mặt phẳng (P) chính là (AHL), $(P) \cap SD = \{K\}$, suy ra $AK \perp SD$ và V_1 chính là thể tích khối $S.AKLH$.

$\dfrac{V_{S.ALK}}{V_{S.ACD}} = \dfrac{SK}{SD}.\dfrac{SL}{SC} = \left(\dfrac{SA^2}{SD^2}\right).\left(\dfrac{SA^2}{SC^2}\right) = \dfrac{9}{20} \Rightarrow \dfrac{V_1}{V_1+V_2} = \dfrac{V_1}{V_{S.ABCD}} = \dfrac{9}{20} \Rightarrow \dfrac{V_1}{V_2} = \dfrac{9}{11}$. **Chọn B**

38. Lời giải: Gọi O là tâm của đáy $ABCD$. Gọi I, J lần lượt là trung điểm của AD và BC. Vẽ $IH \perp A'J$

Ta suy ra $d(A'A;BC) = IH$ (phần chứng minh dành cho bạn đọc).

Đặt $A'O = x > 0$. Ta có: $IH.A'J = A'O.IJ \Rightarrow x = \dfrac{a}{\sqrt{2}}$. **Chọn A**

39. Lời giải: Đặt $u = x^2 + mx + m + 1; v = 2x^2 + (m+2)x + 2m$. Phương trình trở thành

$4^u - 4^v = v - u \Leftrightarrow 4^u + u = 4^v + v \Leftrightarrow u = v \Leftrightarrow x^2 + 2x + m - 1 = 0 \Leftrightarrow (x+1)^2 = 2 - m$. **Chọn C.**

40. Lời giải: Gọi R, h lần lượt là bán kính và chiều cao khối nón; r là bán kính đường tròn ngoại tiếp đáy hình lập phương.

Theo hình vẽ ta có: $h = \dfrac{R}{R-r}$. $V_{(\varsigma)} = \dfrac{1}{3}\pi R^2.h = \dfrac{1}{3}\pi\dfrac{R^3}{R-r} \xrightarrow{KS} \min V_{(\varsigma)} = \dfrac{9}{4}\pi r^2 = \dfrac{9\pi}{8}$. **Chọn A**

41. Lời giải: Thể tích thùng nước: $V = \pi.20^2.40\tan 45^0 = 16000\pi$. **Chọn A**

42. Lời giải: Gọi x,y,z,t lần lượt là số tiền của 4 người con theo thứ tự. Theo mô tả ta có:

$\dfrac{x}{y} = \dfrac{2}{3}; \dfrac{y}{z} = \dfrac{4}{5}; \dfrac{z}{t} = \dfrac{6}{7}; x+y+z+t = 1{,}05 \Rightarrow x = 0{,}16; y = 0{,}24; z = 0{,}3; t = 0{,}35$

Tổng số tiền của bốn anh em sau 5 năm:

$0{,}16(1+0{,}06)^5 + 0{,}24(1+0{,}03)^{10} + 0{,}3(1+0{,}015)^{20} + 0{,}35(1+0{,}005)^{60} = 1{,}412810079$ (tỷ đồng).

Chọn A

43. Lời giải: Ta có: $f'(x) = g(x) \Leftrightarrow e^{-x}\left(-ax^2 + x(2a-b) + b - c\right) = e^{-x}\left(-x^2+x\right) \Rightarrow a = b = c = 1$. **Chọn A.**

44. Lời giải: $x^2 + y^2 - 6x - 2y + 5 = 0 \Leftrightarrow (x-3)^2 + (y-1)^2 = 5$. Đặt $\begin{cases} x-3 = \sqrt{5}\sin t \\ y-1 = \sqrt{5}\cos t \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = \sqrt{5}\sin t + 3 \\ y = \sqrt{5}\cos t + 1 \end{cases}$

$S = x + 2y \Leftrightarrow \sqrt{5}\sin t + 2\sqrt{5}\cos t = S - 5$

Phương trình có nghiệm khi $(S-5)^2 \le 5 + 20 \Rightarrow 0 \le S \le 10 \Rightarrow M = 10; m = 0$. **Chọn B**

45. Lời giải: Ta có: $(1+x)^n = C_0^n + xC_1^n + x^2C_2^n + ... + x^nC_n^n$

$$\Rightarrow \int (1+x)^n\,dx = \int \left(C_0^n + xC_1^n + x^2C_2^n + ... + x^nC_n^n\right)dx \Rightarrow \frac{(1+x)^{n+1}}{n+1} + C = xC_0^n + \frac{x^2}{2}C_1^n + \frac{x^3}{3}C_2^n + ... + \frac{x^{n+1}}{n+1}C_n^n$$

$$\overset{x=1}{\Longrightarrow} \frac{2^{n+1}}{n+1} + C = C_0^n + \frac{1}{2}C_1^n + \frac{1}{3}C_2^n + ... + \frac{1}{n+1}C_n^n = T$$

$n := 0 \Rightarrow C = -1; n := 1 \Rightarrow C = -\frac{1}{2}, n := n \Rightarrow C = -\frac{1}{n+1} \Rightarrow T = \frac{2^{n+1}}{n+1} - \frac{1}{n+1} = \frac{2^{n+1}-1}{n+1}$. **Chọn D**

46. Lời giải: $\frac{V_{S.A'B'C'}}{V_{S.ABC}} = \frac{SA'}{SA}.\frac{SB'}{SB}.\frac{SC'}{SC} = \frac{1}{24} \Rightarrow V_{S.A'B'C'} = \frac{1}{24}V_{S.ABC} = \frac{1}{24}.\frac{1}{3}.9.\frac{1}{2}.4.8 = 2$. **Chọn C**

47. Lời giải:

$$A = (9x+y)(9y+z)\left(z-\sqrt{xz}+x\right) = \left(81xy+yz+9y^2+9xz\right)\left(z-\sqrt{xz}+x\right) \ge \left(\frac{81}{z}+\frac{1}{x}+9.2\sqrt{y^2xz}\right)\left(z-\sqrt{xz}+x\right)$$

$\ge \left(\frac{81}{z}+\frac{1}{x}+\frac{18}{\sqrt{xz}}\right)\left(z-\sqrt{xz}+x\right) = \frac{81x}{z} - 63\sqrt{\frac{x}{z}} + 17\sqrt{\frac{z}{x}} + \frac{z}{x} + 64$. Đặt $\sqrt{\frac{x}{z}} = a$ ta có:

$$A \ge 81a^2 - 63a + \frac{17}{a} + \frac{1}{a^2} + 64 = \frac{1215}{16}a^2 - \frac{405}{4}a + \frac{135}{4} + \frac{153}{4}a + \frac{17}{a} + \frac{81}{16}a^2 + \frac{1}{a^2} + \frac{121}{4}$$

$135\left(\frac{3}{4}a-\frac{1}{2}\right)^2 + 2\sqrt{\frac{153a}{4}.\frac{17}{a}} + 2\sqrt{\frac{81a^2}{16}.\frac{1}{a^2}} + \frac{121}{4} \ge \frac{343}{4}$. Dấu "=" khi chỉ khi $\begin{cases} xyz = 1 \\ y^2 = xz \\ \sqrt{\frac{x}{z}} = \frac{2}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{2}{3} \\ y = 1 \\ z = \frac{3}{2} \end{cases}$.

Chọn C

48. Lời giải: Gọi x là số lần tăng giá thêm.

Cứ mỗi lần tăng giá cho thuê mỗi căn hộ 100 000 đồng một tháng thì có thêm 2 căn hộ bị bỏ trống.

Suy ra $100.000x \to 2x$ căn hộ bỏ trống.

Số căn hộ cho thuê thực: $(50-2x)$. Thu nhập tương ứng: $P = (50-2x)(2.000.000+100.000x)$. Khảo sát ta được P lớn nhất khi $x = 2,5$. Vậy cho thuê 45 căn hộ với giá mỗi căn hộ là 2250 000 đồng.

Chọn C

49. Lời giải: Ta có $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2} = 1 \Rightarrow y^2 = 1-\frac{x^2}{a^2} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} y = \sqrt{1-\frac{x^2}{a^2}} \\ y = -\sqrt{1-\frac{x^2}{a^2}} \end{array}\right.$.

Ta có $S = b\int_{-a}^{a}\sqrt{1-\frac{x^2}{a^2}}dx \overset{x=a\sin t}{=} \pi ab$. **Chọn A**

50. Lời giải: $y = \frac{\sin x - 2m}{1-\sin^2 x} = \frac{\sin x - 2m}{\cos^2 x} \Rightarrow y' = \frac{\sin^2 x - 4m\sin x + 1}{\cos^3 x}$.

Khi đó $y' > 0, \forall x \in \left(0;\frac{\pi}{6}\right) \overset{t=\sin x}{\Longleftrightarrow} m < \frac{1}{4}\left(t+\frac{1}{t}\right), \forall t \in \left(0;\frac{1}{2}\right) \Rightarrow m \le \frac{5}{8}$. **Chọn A**

51. Lời giải: Sai vì khi $f''(0) = 0$ thì chưa thể kết luận là có cực trị hay không. Phải lập bảng biến thiên.

Chọn B

52. Lời giải: Số lần ít nhất An phải đong là: $N \geq \dfrac{10.10^3}{\dfrac{\pi}{3}.12.\left(4^2+3^2+4.3\right)} \approx 21,5 \Rightarrow N = 22$. **Chọn D**

53. Lời giải: Phương trình hoành độ giao điểm: $\dfrac{2x+1}{2x-m} = 3x-1 \Leftrightarrow 6x^2 - x(3m+4)+m-1=0, (m \neq -1)$

Theo giả thiết, trung điểm *I(1;2)* của AC cũng là trung điểm của *BD*. Suy ra $\dfrac{3m+4}{6} = 2.1 \Rightarrow m = \dfrac{8}{3}$.

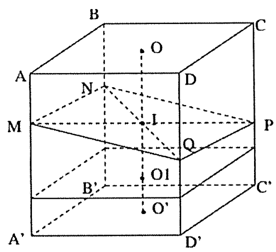
Chọn A

54. Lời giải: Gọi I là trung điểm BC. R là bán kính đáy hình trụ.

Đặt $MN = x > 0 \Rightarrow MQ = \dfrac{\sqrt{3}}{2}(90-x); \mathrm{R} = \dfrac{x}{2\pi}$

Thể tích khối trụ: $V = MQ.\pi.R^2 = \dfrac{\sqrt{3}}{8\pi}x^2(90-x) \xrightarrow{KS} \max V = \dfrac{13500\sqrt{3}}{\pi}\left(cm^3\right)$

55. Lời giải: Gọi I là tâm hình bình hành MNPQ. Gọi O₁ là điểm đối xứng của O qua I.



Ta có: $OI = \dfrac{AM+CP}{2} = \dfrac{11}{30}a$. $O_1O = 2OI = \dfrac{11}{15}a < a$.

Suy ra O_1 nằm trong đoạn *O'O*.

Qua O_1 vẽ mặt phẳng (P) song song với mặt (ABCD) cắt các cạnh A'A, B'B, C'C, D'D lần lượt tại A_1, B_1, C_1, D_1.

Khi đó: $V_{ABCD.MNPQ} = \dfrac{1}{2}V_{ABCD.A_1B_1C_1D_1} = \dfrac{1}{2}a^2O_1O = \dfrac{11a^3}{30}$. **Chọn A**

56. Lời giải: $S = A.e^{rt} \Leftrightarrow 300 = 100.e^{r5} \Rightarrow r = \dfrac{\ln 3}{5}$. Do đó $10A = A.e^{rt} \Rightarrow rt = \ln 10 \Rightarrow t = \dfrac{\ln 10}{r} = \dfrac{5}{\log 3}$

Chọn C

57. Lời giải: Theo đề bài: $P(t) = \dfrac{100}{1+49e^{-0,015t}} > 80 \Rightarrow t > 351,8$. **Chọn D**

58. Lời giải: Phương trình đường thẳng qua hai điểm cực trị: $y = \dfrac{\left(mx^2-2x+m-1\right)'}{(2x+1)'} = mx-1$.

Theo đề bài, ta có: $m.1 = -1 \Rightarrow m = -1$. **Chọn C**

59. Lời giải: Tập xác định: $D = [-2;2]$. Đặt $t = x^2, t \in [0;4]$, phương trình trở thành: $m = (t-1)\sqrt{4-t}$.

Khảo sát vế phải ta được $-2 \leq m \leq 2$ thỏa yêu cầu bài toán. **Chọn B**

60. Lời giải: Chiều dài hộp chính là chiều cao khối trụ. Giả sử: $l + 2\pi R = 30 \Rightarrow R = \dfrac{30-l}{2\pi}$

$V = \pi R^2 l = \dfrac{(30-l)^2 l}{4\pi} \xrightarrow{KS} V_{\max} = \dfrac{1000}{\pi}$. **Chọn D**

61. Lời giải: Gọi $z = x+yi, (x,y \in R)$.Do đó $\dfrac{1}{1-z} = \dfrac{(1-x)+iy}{(1-x)^2+y^2} = \dfrac{1-x}{2-2x} + \dfrac{iy}{2-2x} \Rightarrow \mathrm{Re}\left(\dfrac{1}{1-z}\right) = \dfrac{1}{2}$.

Chọn A

62. Lời giải: $z = -\dfrac{1}{2} + i\dfrac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow |z| = 1; z^2 = \overline{z}; \mathrm{Re}\, z = -\dfrac{1}{2}; Imz = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$

$\left(a+bz+cz^2\right)\left(a+bz^2+cz\right)=\left(a+bz+c\bar{z}\right)\left(a+b\bar{z}+cz\right)$

$=a^2+\left(z+\bar{z}\right)\left(ab+bc\right)+z.\bar{z}\left(b^2+c^2\right)+bc\left(z^2+\bar{z}^2\right)=a^2+2\operatorname{Re}z.\left(ab+bc\right)+|z|^2\left(b^2+c^2\right)+bc\left[\left(2\operatorname{Re}z\right)^2-|z|^2\right]$

$T=a^2+b^2+c^2-ab-bc-ca$. **Chọn B**

63. Lời giải: Hiển nhiên z_1,z_2,z_3 khác nhau và khác 0.

Ta có: $z_1+z_2+z_3=0\Rightarrow \overline{z_1}+\overline{z_2}+\overline{z_3}=0\Rightarrow \dfrac{|z_1|^2}{z_1}+\dfrac{|z_2|^2}{z_2}+\dfrac{|z_3|^2}{z_3}=0\Rightarrow \dfrac{1}{z_1}+\dfrac{1}{z_2}+\dfrac{1}{z_3}=0\Rightarrow z_3=-\dfrac{z_1z_2}{z_1+z_2}$

Mặt khác: $z_1+z_2+z_3=0\Leftrightarrow z_1+z_2-\dfrac{z_1z_2}{z_1+z_2}=0\Leftrightarrow {z_1}^2+{z_2}^2+z_1z_2=0\Leftrightarrow {z_1}^3={z_2}^3$.

Tương tự ta cũng có ${z_1}^3={z_2}^3={z_3}^3$. Do đó, phương án D sai. **Chọn D**

64. Lời giải: $\dfrac{1}{\log_2 n!}+\dfrac{1}{\log_3 n!}+...+\dfrac{1}{\log_n n!}=\log_{n!}2+\log_{n!}3+...+\log_{n!}n=\log_{n!}\left(1.2.3...n\right)=\log_{n!}n!=1$.

Chọn D

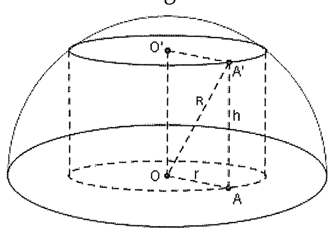
65. Lời giải:

$\log_2\left(\log_8 x\right)=\log_8\left(\log_2 x\right)\Leftrightarrow \log_2\left(\log_8 x\right)=\log_2\sqrt[3]{\log_2 x}\Leftrightarrow \dfrac{1}{3}\log_2 x=\sqrt[3]{\log_2 x}\Leftrightarrow \left(\log_2 x\right)^2=27$.

66. Lời giải: $\overrightarrow{MA}=\left(2-a;3-b;1\right),\overrightarrow{MB}=\left(1-a;1-b;0\right)\Rightarrow P=\sqrt{a^2+\left(b+1\right)^2+1}\Rightarrow P_{\min}\Leftrightarrow a=0;b=-1$.

Chọn B

67. Lời giải: Ta có thể sử dụng *"**mô hình lát cắt**"* để giải dễ hơn.



Hình trụ nội tiếp nửa mặt cầu, nên theo giả thiết đường tròn đáy trên có tâm O' có hình chiếu của O xuống mặt đáy (O'). Suy ra hình trụ và nửa mặt cầu cùng chung trục đối xứng và tâm của đáy dưới hình trụ trùng với tâm O của nửa mặt cầu.Ta có: $h^2+r^2=R^2\ \left(0<h\le R=1\right)\Rightarrow r^2=1-h^2$

Thể tích khối trụ là: $V=\pi r^2h=\pi(1-\mathrm{h}^2)\,\mathrm{h}=f(\mathrm{h})\ \Rightarrow f'(\mathrm{h})=\pi(1-3\,\mathrm{h}^2)=0\Leftrightarrow \mathrm{h}=\dfrac{\sqrt{3}}{3}$

Vậy: $\underset{[0;1]}{Max}\,V=\dfrac{2\pi\sqrt{3}}{9}$ (đvtt) khi $r=\dfrac{\sqrt{6}}{3},\ h=\dfrac{\sqrt{3}}{3}$. **Chọn C**

68. Lời giải: Trang bị hệ trục tọa độ với O là gốc tọa độ, trục Oy song song với bờ dải đất.

Phương trình đường tròn: $x^2+y^2=36\Rightarrow y=\pm\sqrt{36-x^2}$

Diện tích dải đất: $S=2\int_{-3}^{3}\sqrt{36-x^2}\,dx$. Suy ra số tiền cần dùng là: $70000.S\approx 4821322$ đồng. **Chọn D**

69. Lời giải: Xét hình nón : $h=SO=3r$, $r=OB$, $l=SA$. Xét hình trụ : $h_1=2r=NQ$, $r_1=ON=QI$

$\Delta SQI\sim\Delta SBO\Rightarrow \dfrac{QI}{BO}=\dfrac{SI}{SO}=\dfrac{1}{3}\Rightarrow r_1=\dfrac{r}{3}\Rightarrow V_t=\pi r_1^2h_1=\dfrac{2\pi r^3}{9}=\dfrac{16\pi}{9}\Rightarrow r=2\Rightarrow h=6$

$\Rightarrow l=\sqrt{h^2+r^2}=2\sqrt{10}\Rightarrow S_{xq}=\pi rl=4\pi\sqrt{10}\ dm^2$. **Chọn B**

70. Lời giải: $(3m+1)12^x+(2-m)6^x+3^x<0 \Leftrightarrow (3m+1)4^x+(2-m)2^x+1<0$

Đặt $t=2^x>1, \forall x>0; bpt \Leftrightarrow (3m+1)t^2+(2-m)t+1<0, \forall t>1 \Leftrightarrow m<-\dfrac{t^2+2t+1}{3t^2-t}, \forall t>1$.

Khảo sát hàm trên ta được $m\le -2$. **Chọn B**

71. Lời giải: Phương trình hoành độ giao điểm: $\dfrac{x}{x-1}=m-x \Leftrightarrow x^2+(1-m)x+m=0$

Để *(d)* cắt đồ thị *(C)* tại hai điểm phân biệt A, B thì $\Delta=m^2-6m+1>0$.

Ta có: $OA^2=2x_A{}^2+m^2-2mx_A$, $OB^2=2x_B{}^2+m^2-2mx_B \Rightarrow OA.OB=|m(m-2)|$

Mặt khác, $S_{\Delta OAB}=\dfrac{OA.OB.AB}{4R}=\dfrac{1}{2}AB.d(O;d) \Rightarrow \left[\begin{array}{l} m=0 \\ m=-\dfrac{2}{3} \\ m=\dfrac{2}{5}\end{array}\right.$. So điều kiện ta nhận $m=-\dfrac{2}{3}, m=0$.

Chọn C.

72. Lời giải: Gọi n là số tháng gửi thêm.

Ta có: $5(1+0,7:100)^6(1+1,15:100)^6(1+0,9:100)^n=5747478,359 \Rightarrow n\approx 3$. **Chọn C.**

73. Lời giải: Gọi $h(cm)$ là chiều cao khối trụ, chiều dài của tấm đề can là d (cm). Bề dày tấm đề can: $a=\dfrac{50-45}{2.250}$.

Thể tích của tấm đề can đã trải: $\pi h\left[\left(\dfrac{50}{2}\right)^2-\left(\dfrac{45}{2}\right)^2\right]=h.a.d \Rightarrow d\approx 37306,4(cm)=373(m)$. **Chọn A**

74. Lời giải: Ta có: $V_{SMNP}=\dfrac{1}{2}V_{SABC} \Leftrightarrow \dfrac{5}{6}.\dfrac{2}{3}.\dfrac{k}{k+1}=\dfrac{1}{2} \Rightarrow k=9$. **Chọn B.**

75. Lời giải: Ta sẽ đi xác định thể tích khối nào là lớn nhất.

$V_I=1.\left(\dfrac{12\pi}{2\pi}\right)^2=36\pi; V_{II}=1.\left(\dfrac{12\pi}{3}\right)^2.\dfrac{\sqrt{3}}{4}=4\pi^2\sqrt{3}; V_{III}=1.4\pi.2\pi=8\pi^2; V_{III}=1.\left(\dfrac{12\pi}{4}\right)^2=9\pi^2$.

Chọn A.

76. Lời giải: $\measuredangle(SA;(ABC))=\measuredangle SAH$. Áp dụng định lý hàm cosin vào ΔABH ta được $AH=\dfrac{a\sqrt{7}}{3} \Rightarrow SH=\dfrac{a\sqrt{7}}{3}$.

Thể tích khối chóp S.ABC: $V=\dfrac{1}{3}SH.S_{ABC}=\dfrac{a^3\sqrt{21}}{36}$. Áp dụng công thức Hê rông ta tính được $S_{SAB}=\dfrac{a^2\sqrt{31}}{12}$

$d(M,(SAB))=\dfrac{1}{2}d(C,(SAB))=\dfrac{1}{2}\dfrac{3V}{S_{SAB}}=\dfrac{a\sqrt{651}}{62}$. **Chọn C.**

77. Lời giải: $y=mx^3-4x^2+9mx-\dfrac{2}{3} \Rightarrow y'=3mx^2-8x+9$

$P=\dfrac{9}{x_1^2}+\dfrac{9}{x_2^2}-8x_1-8x_2=\dfrac{64}{9}-6m-\dfrac{64}{3m} \Rightarrow P_{\min} \Leftrightarrow m=-\dfrac{4\sqrt{2}}{3}\approx -1,89\in(-3;-1)$. **Chọn D**

78. **Lời giải:** Gọi V_1, R lần lượt là thể tích và bán kính mặt cầu. V_2, r lần lượt là thể tích và bán kính khối lập phương.

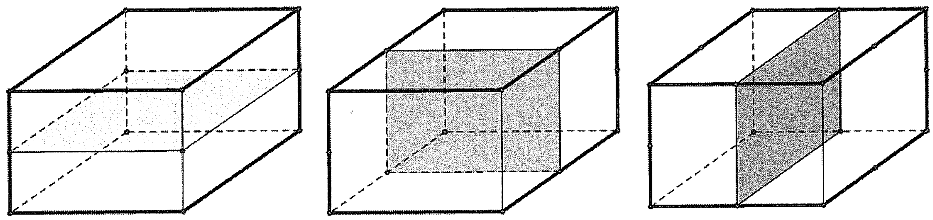
Theo giả thiết ta có: $4\pi R^2 = 6r^2 \Rightarrow r = R\sqrt{\frac{2\pi}{3}}$. $k = \frac{V_1}{V_2} = \frac{\frac{4}{3}\pi R^3}{r^3} = \sqrt{\frac{6}{\pi}} \approx 1{,}38$. **Chọn A**

79. **Lời giải:** Diện tích xung quanh 4 cây cột đường kính 40cm: $4.2\pi.0{,}2.4{,}2 = \frac{168}{25}\pi$.

Diện tích xung quanh 6 cây cột đường kính 26cm: $6.2\pi.0{,}13.4{,}2 = \frac{819}{125}\pi$

Số tiền cần dùng: $M \geq 380000\left(\frac{168}{25}\pi + \frac{819}{125}\pi\right) \approx 15.844.183$. **Chọn C**

80. **Lời giải:**



Chọn A.

81. **Lời giải:** $y = \frac{mx+1}{x+m^2} \Rightarrow y' = \frac{m^3-1}{\left(x+m^2\right)^2}$. Ta có 2 trường hợp là

TH1. $m > 1 \Rightarrow \max\limits_{[2;3]} y = y(3) = \frac{5}{6} \Rightarrow m = 3$. Và **TH2.** $m < 1 \Rightarrow \max\limits_{[2;3]} y = y(2) = \frac{5}{6} \Rightarrow m = \frac{2}{5}$. **Chọn B.**

82. **Lời giải:** Đặt $x = -t \Rightarrow dx = -dt; I = \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} f(x)dx = \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} f(-t)dt$

$f(-x) + 2f(x) = \cos x \Rightarrow \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \left[f(-x) + 2f(x)\right]dx = \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \cos x dx \Rightarrow 3I = \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \cos x dx \Rightarrow I = \frac{2}{3}$ **chọn C.**

Cách khác: giả sử $f(x) = \frac{1}{3}\cos x \Rightarrow f(-x) + 2f(x) = \cos x$. Khi đó $I = \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{1}{3}\cos x dx = \frac{2}{3}$

83. **Lời giải:** Đặt $x = 2t \Rightarrow dx = 2dt; 2\int_0^1 f(2t)dt = 3 \Rightarrow \int_0^1 f(2t)dt = \frac{3}{2}$. Đặt $\begin{cases} u = x \\ dv = f'(2x)dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = dx \\ v = \frac{1}{2}f(2x) \end{cases}$.

$I = \int_0^1 xf'(2x)dx = x\frac{1}{2}f(2x)\Big|_0^1 - \frac{1}{2}\int_0^1 f(2x)dx = \frac{3}{4}$. **Chọn A.**

84. **Lời giải:** Ta có: $V = \frac{1}{3}d(S, ABCD).2.\frac{1}{2}AB.AD.\sin 30^0 = \frac{bc}{2}$. **Chọn B**

85. **Lời giải:** Ta có: $R = \sqrt{\frac{OC^2 + AB^2}{4}} = \sqrt{\frac{1 + OA^2 + OB^2}{4}} = \sqrt{\frac{1 + OA^2 + (1-OA)^2}{4}} \Rightarrow R_{\min} = \frac{\sqrt{6}}{4}$. **Chọn A**

86. Lời giải: Ta có: $V=\frac{1}{3}S.r$, trong đó V là thể tích khối chóp S.ABCD, S là diện tích toàn phần khối chóp và r là bán kính mặt cầu nội tiếp.

Độ dài đường cao khối chóp : $\sqrt{1^2-\left(\frac{1.\sqrt{2}}{2}\right)^2}=\frac{1}{\sqrt{2}}\Rightarrow V=\frac{1}{3}.\frac{1}{\sqrt{2}}.1=\frac{1}{3\sqrt{2}}$

Diện tích toàn phần: $S=1+4.\frac{\sqrt{3}}{4}=1+\sqrt{3}$.

Bán kính mặt cầu nội tiếp: $r=\frac{3V}{S}=\frac{\sqrt{2}}{2\left(1+\sqrt{3}\right)}$.Chọn B.

87. Lời giải: Ta có lăng trụ tứ giác đều và lăng trụ tam giác đều có cùng chiều cao và chu vi đáy. Xét hình vuông có chu vi a thì $\frac{a^2}{16}$ còn tam giác đều có chu vi a thì diện tích $\frac{a^2\sqrt{3}}{36}$. Vậy $V_1>V_2$.

88. Lời giải: $V=\frac{a^3\sqrt{2}}{12}$. Tỉ lệ thể tích $\frac{V'}{V}=\frac{SM}{SA}.\frac{SN}{SB}.\frac{SP}{SC}=\frac{3}{4}.\frac{1}{5}.\frac{1}{2}=\frac{3}{40}\Rightarrow V'=\frac{a^3\sqrt{2}}{160}$. **Chọn A**

89. Lời giải: Thể tích sau 10 năm là $V_{2008}=V\left(1+m\%\right)^{10}$.

Thể tích sau 8 năm tiếp theo là $V_{2016}=V\left(1+m\%\right)^{10}\left(1+n\%\right)^{8}$. **Chọn B.**

90. Lời giải: Ta có $h'(t)=3at^2+bt$ suy ra $h(t)=\int h'(t)\,dt=at^3+b\frac{t^2}{2}+c$.

Ban đầu không có nước nên $h(0)=0\Rightarrow c=0$.

Ta có $\begin{cases}h(5)=150\\h(10)=1100\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=1\\b=2\end{cases}$. Vậy $h(20)=8400\left(m^3\right)$. **Chọn A.**

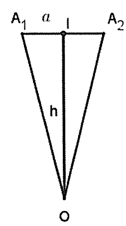
91. Lời giải: Ta có $P=8\pi+10$ nên độ dài cung tròn là $C=8\pi$.

Theo cách 1. Bán kính đáy là $r_1=\frac{C}{2\pi}=4$, chiều cao là $h_1=\sqrt{R^2-r_1^2}=3$. Suy ra $V_1=16\pi$.

Theo cách 2. Bán kình đáy là $r_2=\frac{C}{4\pi}=2$, Chiều cao là $h_2=\sqrt{R^2-r_2^2}=\sqrt{21}$. Suy ra $V_2=\frac{8\sqrt{21}}{3}$.

Vậy $\frac{V_1}{V_2}=\frac{2\sqrt{21}}{7}$. **Chọn B.**

92. Lời giải: Chia n giác đều cạnh a thành n tam giác cân có góc cân là $\frac{2\pi}{n}$.



Ta có $h=\frac{a}{2}\cot\widehat{A_1IO}=\frac{a\cot\frac{\pi}{n}}{2}$. Diện tích mỗi tam giác là $S=\frac{a^2}{4}\cot\frac{\pi}{n}$.

Diện tích n giác đều cạnh a là $S_n=\frac{na^2}{4}\cot\frac{\pi}{n}$.Suy ra $V=\frac{na^3}{4}\cot\frac{\pi}{n}$. **Chọn A**

93. Lời giải: Bài toán quy về tìm giá trị lớn nhất của hàm số $f(h)=\frac{h^4}{4}-2.h^2+7$ trên đoạn $h\in[0;4]$.

Giải ra ta có GTLN là $f(4)=39$. **Chọn C**

94. Lời giải. Ta có $f'(x)=\frac{2^x\ln 2}{\left(3+2^x\right)^2}-\frac{2^{-x}\ln 2}{\left(3+2^{-x}\right)^2}$. Dễ thấy $f'(0)=\frac{\ln 2}{16}-\frac{\ln 2}{16}=0$. Do đó (1) sai.

Đặt $t = 2^x \to 2^{-x} = \dfrac{1}{t}$ và $t > 0$. Ta xét hàm số $g(t) = \dfrac{1}{3+t} + \dfrac{t}{3t+1}$ trên $(0;+\infty)$.

Ta có $g'(t) = \dfrac{-8(t^2-1)}{(3+t)^2(3t+1)^2} = 0 \Leftrightarrow t = \pm 1$. Lập bảng biến thiên ta có $g(t) \le g(1) = \dfrac{1}{2}, \forall t \in (0;+\infty)$.

Vậy $f(x) \le \dfrac{1}{2}, \forall x \in \mathbb{R} \Rightarrow f(1) + f(2) + ... + f(2017) \le \dfrac{2017}{2} < 2017$. Do đó (2) sai.

Dễ dàng kiểm tra (3) sai vì $2^{x^2} \ne 4^x$. **Chọn D.**

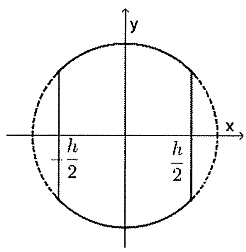
95. Lời giải: Gọi r_1, r_2 là bán kính khối cầu bị khoét. Ta có $r_1 + r_2 = R$ và thể tích phần bị khoét là

$$V = \frac{4\pi}{3}(r_1^2 + r_2^3) = \frac{4\pi}{3}\left[(r_1+r_2)^3 - 3r_1r_2(r_1+r_2)\right] = \frac{4\pi}{3}\left[R^3 - 3Rr_1r_2\right] \ge \frac{4\pi}{3}\left[R^3 - 3R\frac{(r_1+r_2)^2}{4}\right] = \frac{\pi R^3}{3}.$$

Thể tích còn lại lớn nhất là $\dfrac{4\pi}{3}R^3 - \dfrac{\pi R^3}{3} = \pi R^3$. **Chọn A.**

96. Lời giải: Diện tích toàn phần cái bánh là $S = 2a^2 + 4\dfrac{a}{2}a = 4a^2$. Diện tích toàn phần của mỗi miếng bánh là $S_1 = \dfrac{1}{2}\dfrac{a^2}{4} + 2\dfrac{a^2}{4} + \dfrac{a\sqrt{2}}{2}\dfrac{a}{2} = \dfrac{3a^2}{2} + \dfrac{a^2\sqrt{2}}{4}$. Tỉ lệ: $k = \dfrac{8S_1}{S} = \dfrac{3+\sqrt{2}}{2}$. **Chọn D.**

97. Lời giải: Đặt mặt phẳng qua trục của trống vào hệ tọa độ. Ta có Thể tích của trống chính là thể tích khối tròn xoay khi quay phần hình tô đậm ở hình bên quanh trục Ox.



Ta có $V = \pi\displaystyle\int_{\frac{-h}{2}}^{\frac{h}{2}}\left(\sqrt{R^2 - x^2}\right)^2 dx = 2\pi\int_0^{0,4}\left(0,5^2 - x^2\right)dx = \frac{59}{375}\pi$. **Chọn A.**

98. Lời giải: Điều kiện: $D = [-2;4]$,

$\sqrt{4-x} + \sqrt{2+x} = \sqrt{m + 2x - x^2 + 1} \Leftrightarrow 6 + 2\sqrt{2x - x^2 + 8} = m + 2x - x^2 + 1$

Đặt $t = \sqrt{-x^2 + 2x + 8} \in [0;3]$, ta có: $m = -t^2 + 2t + 13$.

Khảo sát ta được $m \in [10;13]$ thỏa yêu cầu bài toán. **Chọn B.**

99. Lời giải: Đặt $g(x) = f(f(x)) = (x^3 - 3x^2 + 1)^3 - 3(x^3 - 3x^2 + 1)^2 + 1$

$\Rightarrow g'(x) = 3(x^3 - 3x^2 + 1)^2(3x^2 - 6x) - 6(x^3 - 3x^2 + 1)(3x^2 - 6x) = 3(x^3 - 3x^2 + 1)(3x^2 - 6x)(x^3 - 3x^2 - 1)$

Lập BBT, ta thấy trục hoành cắt đồ thị của hàm số $g(x)$ tại 7 điểm phân biệt. **Đáp án D.**

100. Lời giải: Gọi H là trực tâm tam giác ABC.

Ta suy ra $d(O,(ABC)) = OH; \dfrac{1}{OA^2} + \dfrac{1}{OB^2} + \dfrac{1}{OC^2} = \dfrac{1}{OH^2} \Leftrightarrow \dfrac{1}{a^2} + \dfrac{1}{b^2} + \dfrac{1}{c^2} = \dfrac{1}{OH^2}$.

Mặt khác, $(a^2 + b^2 + c^2)\left(\dfrac{1}{a^2} + \dfrac{1}{b^2} + \dfrac{1}{c^2}\right) \ge 9 \Leftrightarrow \left(\dfrac{1}{a^2} + \dfrac{1}{b^2} + \dfrac{1}{c^2}\right) \ge 3 \Leftrightarrow \dfrac{1}{OH^2} \ge 3 \Leftrightarrow OH \le \dfrac{1}{\sqrt{3}}$. **Chọn C**

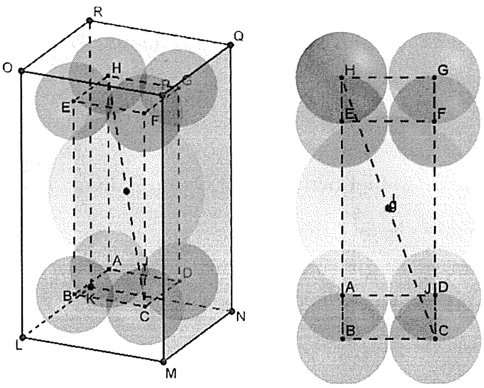
101. Lời giải: Đặt $\begin{cases} u = x \\ dv = f'(x) - 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = dx \\ v = f(x) - 2x \end{cases}$

$\displaystyle\int_0^1 x(f'(x) - 2)dx = f(1) \Leftrightarrow x(f(x) - 2x)\Big|_0^1 - \int_0^1 (f(x) - 2x)dx = f(1) \Rightarrow I = -1$. **Chọn C**

102. Lời giải: Phương trình mặt phẳng $(ABC): 4x-3y+2z-4=0$. Kiểm tra thấy *D, E* không thuộc (*ABC*).

Suy ra 5 điểm A, B, C, D, E không đồng phẳng. Vậy từ 5 điểm này, ta có $C_5^3=10$ mặt phẳng.

103. Lời giải: Giả sử hình hộp LMNK.OPQR như hình vẽ.



Gọi A, B, C, D, E, F, G, H lần lượt là tâm của 8 quả cầu nhỏ và I là tâm của quả cầu lớn. Khi đó ta có nhận xét sau:

8 điểm A,B,C,D,E,F,G,H lập thành một hình hộp chữ nhật nhận I làm tâm của hình hộp. Do đó nếu gọi R,r lần lượt là bán kính của quả cầu lớn và nhỏ thì ta có:

$$HC=2R+2r\xrightarrow{R=3,r=\frac{3}{2}}HC=9\Rightarrow AH=\sqrt{HC^2-AC^2}=\sqrt{9^2-\left(2r\sqrt{2}\right)^2}=3\sqrt{7}$$

Suy ra chiều cao của khối hộp $h=AH+2r=3\sqrt{7}+3$

Do đó thể tích khối hộp sẽ là $V_{hop}=6.6.\left(3+3\sqrt{7}\right)=108+108\sqrt{7}$ **.Chọn C**

104. Lời giải: chiều rộng của miếng tôn thứ nhất là x suy ra chu vi đáy lăng trụ là x, do đó cạnh là $\frac{x}{3}$.

Thể tích khối lăng trụ tam giác đều là: $V_1=1.\frac{x^2}{9}\frac{\sqrt{3}}{4}=\frac{x^2\sqrt{3}}{36}$

Chiều rộng của miếng tôn thứ hai là (1-x), suy ra chu vi đáy là (1-x), do đó bán kính đáy là $\frac{1-x}{2\pi}$

Thể tích khối trụ là: $V_2=\pi.1.\frac{(1-x)^2}{4\pi^2}=\frac{(1-x)^2}{4\pi}$

Tổng thể tích khối lăng trụ và khối trụ là: $V=V_1+V_2=\frac{x^2\sqrt{3}}{36}+\frac{(1-x)^2}{4\pi}=f(x)$

Khảo sát hàm trên (xin dành cho bạn đọc) **Chọn A.**

105. Lời giải: Gọi x_1 là nghiệm đơn, x_2 là nghiệm kép của phương trình $ax^3+bx^2+cx+d=0\ (a\neq 0)$. Khi đó,

$$y=\left|ax^3+bx^2+cx+d\right|=\left|a(x-x_1)(x-x_2)^2\right|$$

$$\Rightarrow y^2=a^2(x-x_1)^2(x-x_2)^4$$

$$\Rightarrow 2yy'=a^2\left[2(x-x_1)(x-x_2)^4+4(x-x_2)^3(x-x_1)^2\right]=2a^2(x-x_1)(x-x_2)^3\left(x-x_2+2(x-x_1)\right)$$

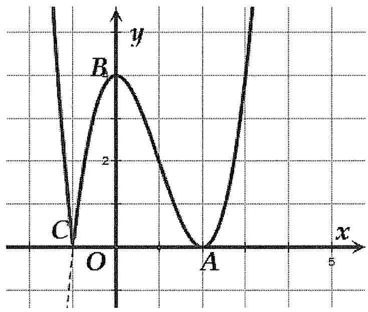
$$\Rightarrow y' = \frac{a^2(x-x_1)(x-x_2)(3x-2x_1-x_2)}{|a||x-x_1|}.$$

Vì khi qua các điểm $x_1, x_2, \frac{2x_1+x_2}{3}$ y' đổi dấu nên đồ thị hàm số có 3 điểm cực trị. **Chọn A.**

Cách khác: Xem pt $ax^3+bx^2+cx+d=0$ $(a \neq 0)$ là pt hoành độ giao điểm giữa $\begin{cases}(C): y = ax^3+bx^2+cx+d \\ Ox: y=0\end{cases}$

Do pt có 2 nghiệm thực phân biệt nên (C) cắt Ox tại 2 điểm phân biệt (trong đó có tiếp xúc tại 1 điểm)

Không mất tính tổng quát. Ta giả sử hệ số $a>0$. Ta suy ra dạng đồ thị như như hình vẽ. Từ đó ta suy ra hàm $y = |ax^3+bx^2+cx+d|$ có 3 điểm cực trị.



106. Lời giải: $\log_2\left(\frac{x^2+2x+2}{3x^2+x+2}\right) = x^2-3x-3 \Leftrightarrow \log_2\left(2.\frac{x^2+2x+2}{3x^2+x+2}\right) = x^2-3x-2$

$\Leftrightarrow \log_2 2.(x^2+2x+2)+2(x^2+2x+2) = \log_2(3x^2+x+2)+(3x^2+x+2)$

Đặt $u = 2(x^2+2x+2); v = (3x^2+x+2)$. Phương trình tương đương

$\log_2 u + u = \log_2 v + v \Leftrightarrow u = v \Leftrightarrow x^2-3x-2=0 \Rightarrow x_1^2+x_2^2 = S^2-2P = 13$. Đáp án B.

107. Lời giải:

TH1. Mặt phẳng chứa SA và chứa trục sẽ cắt nón theo một thiết diện có diện tích lớn nhất.

TH2. Mặt phẳng chứa SA và không chứa trục, vẽ đường kính AB, lấy M thuộc đường tròn đáy (M khác A, B).

Thiết diện bây giờ là tam giác SAM. $S_{SAM} = \frac{1}{2}SA.SM.\sin ASM = \frac{1}{2}SA^2.\sin ASM$ Do góc ở đỉnh lớn hơn 90^0 suy ra chiều cao nón nhỏ hơn bán kính đáy. Nên diện tích thiệt lớn nhất khi $\sin ASM = 1$.

Tóm lại, có 2 mặt phẳng có thể thỏa yêu cầu bài toán. Đáp án C.

108. Lời giải:

Lượng vữa cần dùng cho 1 cột chính là hiệu thể tích khối trụ tròn với thể tích khối lăng trụ lục giác đều.

Lượng xi măng cần dùng cho 10 cây cột sẽ là: $\frac{80}{100}.10.\left(400.\pi.21^2 - 400.\frac{20^2\sqrt{3}}{4}.6\right)$

Số bao xi măng cần dùng là: $\frac{80}{100}.10.\left(400.\pi.21^2 - 400.\frac{20^2\sqrt{3}}{4}.6\right) : 64000 \approx 17{,}3$ (bao). Đáp án B.

109. Lời giải: Giả sử mặt phẳng cách đều 5 điểm trên là (P):

$(P): Ax+By+Cz+D=0, (A^2+B^2+C^2 \neq 0)$, Theo giả thiết ta có hệ phương trình sau:

$$\begin{cases} |A+D| = |3B+D| \\ |A+D| = |2C+D| \\ |A+D| = |A+3B-2C+D| \\ |A+D| = |D| \end{cases}$$ Giải hệ trên, ta có 7 phương trình của (P). Đáp án D.

110. Lời giải.

Nhóm 1. Đặt cạnh đáy là $x > 0$, chiều cao là $y > 0$. Ta có $x^2y = 1 \Rightarrow y = \dfrac{1}{x^2}$.

$S_{tp} = 4xy + 2x^2 = \dfrac{4}{x} + 2x^2 \Rightarrow S_1 = 6$

Nhóm 2. Gọi $r > 0$ là bán kính đáy, $h > 0$ là chiều cao của hình trụ.

Ta có $\pi r^2 h = 1 \Rightarrow h = \dfrac{1}{\pi r^2}$. $S_{tp} = 2\pi r(r+h) = 2\pi r + \dfrac{2}{r} \Rightarrow S_2 = 3\sqrt[3]{2\pi}$. Suy ra $\dfrac{S_1}{S_2} = \sqrt[3]{\dfrac{4}{\pi}}$. **Chọn A.**

111. Lời giải. $$\begin{cases} \int_0^{\sqrt{2}} xf(x^2)dx = 4 \xrightarrow{t=x^2} \int\limits_0^2 f(t)dt = 8 \Rightarrow \int\limits_0^2 f(x)dx = 8 \\ \int_2^3 f(z)dz = 2 \Rightarrow \int_2^3 f(x)dx = 2 \\ \int_9^{16} \dfrac{f(\sqrt{t})}{\sqrt{t}}dt = 3 \xrightarrow{x=\sqrt{t}} \int\limits_3^4 f(x)dx = \dfrac{3}{2} \end{cases}$$. Vậy $I = 8 + 2 + \dfrac{3}{2} = \dfrac{23}{2}$. **Chọn A**

112. Lời giải: Đặt $z = x + yi$ Ta có: $|z| = \dfrac{1}{|z|} = |z-1| \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 + y^2 = 1 \\ (x-1)^2 + y^2 = x^2 + y^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 + y^2 = 1 \\ -2x + 1 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \dfrac{1}{2} \\ y = \pm\dfrac{\sqrt{3}}{2} \end{cases}$

Khi đó $|z+1| = \sqrt{(x+1)^2 + y^2} = \sqrt{\dfrac{9}{4} + \dfrac{3}{4}} = \sqrt{3}$. **Chọn D**

113. Lời giải: $\displaystyle\int \frac{dx}{\sqrt{(2x+1)(x+1)^3}} = \int \frac{dx}{(x+1)^2\sqrt{\dfrac{2x+1}{x+1}}}$. Đặt $t = \sqrt{\dfrac{2x+1}{x+1}} \Rightarrow t^2 = \dfrac{2x+1}{x+1} \Rightarrow 2tdt = \dfrac{dx}{(x+1)^2}$

Vậy $\displaystyle\int \frac{dx}{\sqrt{(2x+1)(x+1)^3}} = \int \frac{2tdt}{t} = \int 2dt$. Vậy $g(x) = \sqrt{\dfrac{2x+1}{x+1}} \Rightarrow \begin{cases} g(0) = 1 \\ g(1) = \dfrac{\sqrt{6}}{2} \end{cases} \Rightarrow g(0) + g(1) = \dfrac{2+\sqrt{6}}{2}$.

Chọn D

114. Lời giải: Gọi *a, b, c* là ba kích thước của khối hộp chữ nhật. Khi đó ta có:

$\begin{cases} a.b.c = 2 \\ (a+\sqrt[3]{2})(b+\sqrt[3]{2})(c+\sqrt[3]{2}) = 16 \end{cases} \Rightarrow V = (a+2\sqrt[3]{2})(b+2\sqrt[3]{2})(c+2\sqrt[3]{2}) = ?$

Có thể áp dụng BĐT Cauchy suy ra điểm rơi $a = b = c \Rightarrow V = 54\ (dm^3)$. **Chọn D**

115. Lời giải: Gọi O là trung điểm MN, và dựng hệ trục Oxy sao cho $ON \subset Ox$. Khi đó ta có hàm đường cong hình sin trong bài thỏa $y = \sin x\ (x \in [-\pi;\pi])$ và $y \in [-1;1]$.

Dựa vào hình vẽ ta có: $S = S_{ABCD} - S_H = 2.2\pi - 2\int\limits_0^{\pi} \sin x dx = 4\pi - 4$. **Chọn B**

BỘ ĐỀ ÔN LUYỆN TRẮC NGHIỆM TOÁN
KÌ THI THPT QUỐC GIA 2017

Hứa Lâm Phong, ThS. Đinh Xuân Nhân, Phạm Việt Duy Kha,
Trần Hoàng Đăng, Lê Minh Cường, Ninh Công Tuấn

HỘI LUẬT GIA VIỆT NAM
NHÀ XUẤT BẢN HỒNG ĐỨC
65 Tràng Thi, Hàng Bông, Quận Hoàn Kiếm, Hà Nội
Email: nhaxuatbanhongduc@yahoo.com
Điện thoại: (04) 39260024 – Fax: 39260031

Chịu trách nhiệm xuất bản
Giám đốc:
Bùi Việt Bắc
Chịu trách nhiệm nội dung
Tổng biên tập:
Lý Bá Toàn
Biên tập xuất bản: **Nguyễn Khắc Oánh**
Trình bày bìa: **Agency 1990**
Kỹ Thuật vi tính: **Nguyễn Thanh Ý Vân**

In 2.000 cuốn, khổ 21 x 30 cm, tại Công ty Cổ Phần In Khuyến Học Phía Nam
Nhà máy in: Lô B5-8 đường D4, KCN Tân Phú Trung, Củ Chi, TP.HCM
Số xác nhận ĐKXB: 761 - 2017/CXBIPH/34 - 11/HĐ
Quyết định xuất bản số: 484/QĐ-NXBHĐ cấp ngày 30/03/2017
Mã ISBN: 978-604-955-151-2
In xong và nộp lưu chiểu năm 2017