HNT EDUCATION

VỮNG KIẾN THỨC - NHẠY TƯ DUY

CHINH PHỤC CÁC DẠNG TOÁN

ĐẠI SỐ 9

NỘI DUNG

BÀI TẬP

PHÁT TRIỂN NĂNG LỰC TỰ HỌC

BÁM SÁT SÁCH GIÁO KHOA

PHONG PHÚ

THỰC TIỄN

CHUYÊN SÂU

TEA. LƯƠNG ANH NHẬT

CHƯƠNG I CĂN BẬC HAI – CĂN BẬC BA

BÀI 1: CĂN BẬC HAI

I. Các định nghĩa:

1. Căn bậc hai:

_ Căn bậc hai của một số a là số có bình phương bằng a.

Ví dụ:

Căn bậc hai của 49 là 7 và –7 vì $(-7)^2 = 7^2 = 49$.

Căn bậc hai của 0 là 0 vì $0^2 = 0$.

Số -36 không có căn bậc hai vì không có số nào bình phương bằng -36.

Nhận xét:

_ Số dương có hai căn bậc hai là hai số đối nhau.

_ Số 0 có căn bậc hai là chính nó.

_ Số âm không có căn bậc hai.

2. Căn bậc hai số học

_ Căn bậc hai số học của một số $a \ge 0$ là số $x \ge 0$ sao cho $x^2 = a$.

Ví dụ: Căn bậc hai số học của 49 là 7 vì $7 > 0$ và $7^2 = 49$.

_ Căn bậc hai số học của số $a \ge 0$ được kí hiệu là $\sqrt{a}$.

Như vậy $\sqrt{a} = x \Leftrightarrow \begin{cases} x \ge 0 \\ x^2 = a \end{cases}$.

Chú ý:

_ $\sqrt{a}$ có nghĩa khi và chỉ khi $a \ge 0$.

_ Với mọi số thực $a \ge 0$ ta luôn có $\left(\sqrt{a}\right)^2 = \left(-\sqrt{a}\right)^2 = a$.

Ví dụ: $\left(\sqrt{2}\right)^2 = \left(-\sqrt{2}\right)^2 = 2$.

3. Căn thức bậc hai

_ Khi A là một biểu thức đại số, người ta gọi $\sqrt{A}$ là một căn thức bậc hai của A, còn A gọi là biểu thức lấy căn hay biểu thức dưới dấu căn.

_ $\sqrt{A}$ có nghĩa (hay xác định) khi và chỉ khi $A \ge 0$.

Ví dụ:

$\sqrt{3x-8}$ có nghĩa khi và chỉ khi $3x - 8 \ge 0 \Leftrightarrow x \ge \dfrac{8}{3}$

$\sqrt{\dfrac{1-2x}{2}}$ xác định khi và chỉ khi $\dfrac{1-2x}{3} \ge 0 \Leftrightarrow 1 - 2x \ge 0 \Leftrightarrow x \le 2$

II. Công thức

- Với A là biểu thức đại số, ta có: $\sqrt{A^2} = |A|$.
- Với $A \ge 0, B \ge 0$; ta có: $\sqrt{AB} = \sqrt{A}.\sqrt{B}$.
- Với $A \ge 0, B > 0$; ta có: $\sqrt{\dfrac{A}{B}} = \dfrac{\sqrt{A}}{\sqrt{B}}$.

Ví dụ 1: Tính

CHĂM CHỈ – THÀNH TÀI – MIỆT MÀI – TẤT GIỎI

a) $\sqrt{\left(4-\sqrt{5}\right)^2}+\sqrt{\left(2-\sqrt{5}\right)^2}$. b) $\sqrt{26-8\sqrt{10}}+\sqrt{19-6\sqrt{10}}$.

Giải

a) $\sqrt{\left(4-\sqrt{5}\right)^2}+\sqrt{\left(2-\sqrt{5}\right)^2}=\left|4-\sqrt{5}\right|+\left|2-\sqrt{5}\right|=4-\sqrt{5}-\left(2-\sqrt{5}\right)=2$

b) $\sqrt{26-8\sqrt{10}}+\sqrt{19-6\sqrt{10}}=\sqrt{\left(4-\sqrt{10}\right)^2}+\sqrt{\left(3-\sqrt{10}\right)^2}=\left|4-\sqrt{10}\right|+\left|3-\sqrt{10}\right|=1$

Ví dụ 2: Rút gọn biểu thức

a) $A=2x-1+\sqrt{x^2-4x+4}$. b) $B=2x+\sqrt{x^4-2x^2+1}$.

Giải

a) $A=2x-1+\sqrt{\left(x-2\right)^2}=2x-1+\left|x-2\right|\Rightarrow\left[\begin{array}{l}A=2x-1+x-2,x\ge 2\\A=2x-1-\left(x-2\right),x<2\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}A=3x-3,x\ge 2\\A=x+1,x<2\end{array}\right.$

b) $B=2x+\sqrt{\left(x^2-1\right)^2}=2x+\left|x^2-1\right|$

$\Rightarrow\left[\begin{array}{l}B=2x+x^2-1;x\le -1\vee x\ge 1\\B=2x-\left(x^2-1\right);-1<x<1\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}B=x^2+2x-1;x\le -1\vee x\ge 1\\B=-\left(x-1\right)^2,-1<x<1\end{array}\right.$

Ví dụ 3: Tính

a) $\frac{3\sqrt{2}-\sqrt{10}}{\sqrt{2}}+\frac{\sqrt{15}-\sqrt{5}}{\sqrt{3}-1}$. b) $\sqrt{6}\left(3+\sqrt{2}\right)-\sqrt{3}\left(2+3\sqrt{2}-\sqrt{3}\right)$.

Giải

a) $\frac{3\sqrt{2}-\sqrt{10}}{\sqrt{2}}+\frac{\sqrt{15}-\sqrt{5}}{\sqrt{3}-1}=\frac{\sqrt{2}\left(3-\sqrt{5}\right)}{\sqrt{2}}+\frac{\sqrt{5}\left(\sqrt{3}-1\right)}{\sqrt{3}-1}=3-\sqrt{5}+\sqrt{5}=3$

b) $\sqrt{6}\left(3+\sqrt{2}\right)-\sqrt{3}\left(2+3\sqrt{2}-\sqrt{3}\right)=3\sqrt{6}+\sqrt{12}-2\sqrt{3}-3\sqrt{6}+3$

$=\sqrt{2^2.3}-2\sqrt{3}+3=2\sqrt{3}-2\sqrt{3}+3=3$

Ví dụ 4: Tính

a) $\sqrt{\frac{45}{4}}+\sqrt{\frac{20}{9}}-\sqrt{\frac{5}{36}}$. b) $\sqrt{\frac{28}{25}}+\sqrt{\frac{63}{4}}-\sqrt{\frac{1}{7}}$. c) $\sqrt{\frac{4}{3}}-\sqrt{\frac{156}{13}}+\sqrt{\frac{108}{25}}$.

Giải

a) $\sqrt{\frac{45}{4}}+\sqrt{\frac{20}{9}}-\sqrt{\frac{5}{36}}=\sqrt{\frac{3^2.5}{2^2}}+\sqrt{\frac{2^2.5}{3^2}}-\sqrt{\frac{5}{6^2}}=\frac{3}{2}\sqrt{5}+\frac{2}{3}\sqrt{5}-\frac{1}{6}\sqrt{5}=2\sqrt{5}$

b) $\sqrt{\frac{28}{25}}+\sqrt{\frac{63}{4}}-\sqrt{\frac{1}{7}}=\sqrt{\frac{2^2.7}{5^2}}+\sqrt{\frac{3^2.7}{2^2}}-\sqrt{\frac{7}{7^2}}=\frac{2}{5}\sqrt{7}+\frac{3}{2}\sqrt{7}-\frac{1}{7}\sqrt{7}=\frac{123\sqrt{7}}{70}$

c) $\sqrt{\frac{4}{3}}-\sqrt{\frac{156}{13}}+\sqrt{\frac{108}{25}}=\sqrt{\frac{4^2.3}{3^2}}-\sqrt{12}+\sqrt{\frac{6^2.3}{5^2}}=\frac{4}{3}\sqrt{3}-2\sqrt{3}+\frac{6}{5}\sqrt{3}=\frac{8\sqrt{3}}{15}$

Ví dụ 5: Giải các phương trình

a) $x^2=9$. b) $x^2=5$. c) $x^2=4+2\sqrt{3}$. d) $x^2=14-6\sqrt{5}$.

Giải

a) $x^2=9\Leftrightarrow x=3\vee x=-3$

b) $x^2=5\Leftrightarrow x=\sqrt{5}\vee x=-\sqrt{5}$

c) $x^2=4+2\sqrt{3}\Leftrightarrow x^2=\left(\sqrt{3}+1\right)^2\Leftrightarrow x=\sqrt{3}+1\vee x=-\left(\sqrt{3}+1\right)$

d) $x^2=14-6\sqrt{5}\Leftrightarrow x^2=\left(3-\sqrt{5}\right)^2\Leftrightarrow x=3-\sqrt{5}\vee x=-3+\sqrt{5}$

Ví dụ 6: So sánh

a) $6\sqrt{5}$ và $5\sqrt{6}$. b) $\sqrt{2\sqrt{3}}$ và $\sqrt{3\sqrt{2}}$. c) $\sqrt{8}+3$ và 6.

Giải

a) Giả sử $6\sqrt{5}>5\sqrt{6}\Leftrightarrow\left(6\sqrt{5}\right)^2>\left(5\sqrt{6}\right)^2\Leftrightarrow 36.5>25.6\Leftrightarrow 180>150$ (đúng)

Vậy $6\sqrt{5}>5\sqrt{6}$.

b) Giải sử $\sqrt{2\sqrt{3}}>\sqrt{3\sqrt{2}}\Leftrightarrow\left(\sqrt{2\sqrt{3}}\right)^2>\left(\sqrt{3\sqrt{2}}\right)^2\Leftrightarrow 2\sqrt{3}>3\sqrt{2}\Leftrightarrow\left(2\sqrt{3}\right)^2>\left(3\sqrt{2}\right)^2\ 12>18$ (vô lý)

Vậy $\sqrt{2\sqrt{3}}<\sqrt{3\sqrt{2}}$.

c) Giả sử $\sqrt{8}+3>6\Leftrightarrow\sqrt{8}>3\Leftrightarrow\left(\sqrt{8}\right)^2>3^2\Leftrightarrow 8>9$ (vô lý)

Vậy $\sqrt{8}+3<6$.

Bài tập

1.1 Tìm căn bậc hai số học của các số: $16,\frac{9}{49},0.36,\frac{25}{121},19,-1$.

1.2 Tính: $\sqrt{108},\sqrt{256},\sqrt{\frac{27}{16}},\sqrt{(-4)(-64)},\sqrt{0.81}$.

1.3 Tính

a. $\left(\sqrt{5}+\sqrt{3}\right)\left(\sqrt{5}-\sqrt{3}\right)$ c. $\left(3+\sqrt{7}\right)\left(3-\sqrt{7}\right)$ e. $\left(3+2\sqrt{5}\right)\left(3-2\sqrt{5}\right)$

b. $\left(\sqrt{7}-\sqrt{2}\right)\left(\sqrt{7}+\sqrt{2}\right)$ d. $\left(\sqrt{6}+1\right)\left(\sqrt{6}-1\right)$ f. $\left(5\sqrt{2}+3\sqrt{6}\right)\left(5\sqrt{2}-3\sqrt{6}\right)$

1.4

a. Tính cạnh của một hình vuông có độ dài đường chéo bằng $\sqrt{2}$.

b. Tam giác đều có cạnh bằng $\sqrt{3}$ thì đường trung tuyến có chiều dài bằng bao nhiêu?

1.5 Giải các phương trình

a. $x^2-10=0$ e. $(x-3)^2=11+6\sqrt{2}$ i. $x^2+4\sqrt{3}x=1-4\sqrt{3}$

b. $x^2-\sqrt{6}=0$ f. $x^2-10x+25=27-10\sqrt{2}$ j. $4x^2-12\sqrt{2}x+10\sqrt{2}=33$

c. $x^2+2\sqrt{2}x+2=1$ g. $4x^2+4x=27-10\sqrt{3}$ k. $2x^2+9+4\sqrt{2}=12x$

d. $x^2-2\sqrt{3}x+2=0$ h. $x^2+2\sqrt{5}x=16-4\sqrt{5}$ l. $3x^2-30x+26+8\sqrt{3}=0$

1.6 So sánh

a. $2\sqrt{5}-5$ và $\sqrt{5}-3$ b. $\sqrt{2}-2$ và $\sqrt{3}-3$ c. $\sqrt{3+\sqrt{5}}$ và $\frac{\sqrt{5}+1}{\sqrt{2}}$

1.7 So sánh

a. $\sqrt{17}+\sqrt{26}$ và 9 b. $\sqrt{48}$ và $13-\sqrt{35}$ c. $\sqrt{31}-\sqrt{19}$ và $6-\sqrt{17}$

d. $9-\sqrt{58}$ và $\sqrt{80}-\sqrt{59}$ e. $\sqrt{7-\sqrt{21+4\sqrt{5}}}$ và $\sqrt{5}-1$

1.8 Với giá trị nào của x thì các căn thức dưới đây có nghĩa:

CHĂM CHỈ – THÀNH TÀI – MIỆT MÀI – TẤT GIỎI

a. $\sqrt{\dfrac{5x+2}{3}}$ b. $\sqrt{\dfrac{1}{1+2x}}$ c. $\sqrt{\dfrac{-2}{-3x+7}}$ d. $\sqrt{-5x^5}$

e. $\dfrac{1}{\sqrt{-3x}}$ f. $\sqrt{x-2}+\dfrac{1}{x-3}$ g. $\sqrt{\dfrac{7+5x^2}{13}}$ h. $\sqrt{2x+5}-\sqrt{-2x+6}$

1.9 Với giá trị nào của x các căn thức dưới đây xác định:

a. $\dfrac{1}{\sqrt{9x^2+6x+1}}$ b. $\sqrt{x^2-8x+14}$ c. $\sqrt{35-x^2+4x}$ d. $\sqrt{5x^2-4x-8}$

e. $\sqrt{\dfrac{3x+4}{x-2}}$ f. $\sqrt{|x-1|-4}$ g. $\dfrac{1}{\sqrt{|x-3|+1}}$ h. $\dfrac{1}{\sqrt{x^2+x+1}}$

1.10 Tính

a. $\sqrt{\left(3\sqrt{3}-2\sqrt{7}\right)^2}$ b. $\sqrt{\left(3-\sqrt{7}\right)^2}-\sqrt{\left(2\sqrt{7}-6\right)^2}$

c. $\sqrt{\left(\sqrt{2}-\sqrt{3}\right)^2}-\sqrt{\left(2\sqrt{3}-3\sqrt{2}\right)^2}$

1.11 Rút gọn các biểu thức sau

a. $\sqrt{9-4\sqrt{5}}-\sqrt{14-6\sqrt{5}}$ b. $\sqrt{32-10\sqrt{7}}-\sqrt{43-12\sqrt{7}}$ c. $\sqrt{13-4\sqrt{3}-\sqrt{16-8\sqrt{3}}}$

d. $3x-\sqrt{9x^2+6x+1}$ e. $\dfrac{\sqrt{x^2-10x+25}}{x-5}$ f. $\sqrt{(x-2)^2}+\dfrac{\sqrt{x^2-4x+4}}{x-2}$

g. $\sqrt{\dfrac{x^2-2x+1}{x+2\sqrt{x}+1}}$ h. $\dfrac{x-1}{\sqrt{y}-1}\sqrt{\dfrac{\left(y-2\sqrt{y}+1\right)^2}{(x-1)^4}}$ i. $\sqrt{(3x-2)^2}+\dfrac{\sqrt{9x^2-12x+4}}{3x-2}$

1.12 Rút gọn rồi tính giá trị của các biểu thức

a. $\sqrt{9x^2-12x+4}-6x-1$ với $x=1$.

b. $x+y+\sqrt{x^2-2xy+y^2}$ với $x=1-\sqrt{3}$ và $y=1-\sqrt{5}$.

Ôn tập 1

Câu 1. Tìm điều kiện để biểu thức sau có nghĩa: $\sqrt{x-2}+\sqrt{\dfrac{x-1}{x+3}}+\dfrac{1}{\sqrt{x^2+4x+5}}$.

Câu 2. Tính

a. $\dfrac{\sqrt{2}-\sqrt{6}+\sqrt{3}-\sqrt{9}+\sqrt{4}-\sqrt{12}}{\sqrt{2}+\sqrt{3}+\sqrt{4}}$ b. $2+\sqrt{17-4\sqrt{9+4\sqrt{5}}}$

Câu 3. Rút gọn biểu thức : $A=\sqrt{x+2\sqrt{3x-9}}+\sqrt{x-2\sqrt{3x-9}}$

Câu 4. Giải phương trình: $\sqrt{x^2-x}+\sqrt{x^2+x-2}=0$.

Khai phương một tích – một thương

1.13 Rút gọn

a. $\left(1-\sqrt{2}+\sqrt{3}\right)\left(1+\sqrt{2}-\sqrt{3}\right)$ b. $\left(5+4\sqrt{2}\right)\left(3+2\sqrt{1+\sqrt{2}}\right)\left(3-2\sqrt{1+\sqrt{2}}\right)$

c. $\sqrt{4+\sqrt{8}}.\sqrt{2+\sqrt{2+\sqrt{2}}}.\sqrt{2-\sqrt{2+\sqrt{2}}}$ d. $\sqrt{47+\sqrt{5}}.\sqrt{7-\sqrt{2+\sqrt{5}}}.\sqrt{7+\sqrt{2+\sqrt{5}}}$

e. $\dfrac{3\sqrt{7}+7\sqrt{3}}{\sqrt{21}}$ f. $\dfrac{\sqrt{2\left(\sqrt{2}-\sqrt{7}\right)^2}}{\sqrt{56}-4}$ g. $\dfrac{\left(5\sqrt{2}+2\sqrt{5}\right)\left(\sqrt{3}-3\sqrt{2}\right)}{\sqrt{30}}$ h. $\dfrac{6\sqrt{6}-2\sqrt{12}+3-\sqrt{2}}{2\sqrt{6}+1}$

1.14 Rút gọn

a. $\sqrt{13+6\sqrt{4+\sqrt{9-4\sqrt{2}}}}$ b. $\sqrt{5+2\sqrt{6}}+\sqrt{14-4\sqrt{6}}$ c. $\sqrt{23+6\sqrt{10}}+\sqrt{47+6\sqrt{10}}$

d. $\sqrt{3+\sqrt{5}}.\left(\sqrt{10}+\sqrt{2}\right)\left(3-\sqrt{5}\right)$ e. $\left(2\sqrt{4+\sqrt{6-2\sqrt{5}}}\right)\left(\sqrt{10}-\sqrt{2}\right)$

1.15 Thu gọn các biểu thức

$A=\dfrac{\sqrt{7+\sqrt{5}}+\sqrt{7-\sqrt{5}}}{\sqrt{7+2\sqrt{11}}}-\sqrt{3-2\sqrt{2}}$ $B=\sqrt{\sqrt{2}+2-2\sqrt{\sqrt{2}+1}}+1$

1.16 Thu gọn các biểu thức

$A=\dfrac{\sqrt{x^2+y^4-2xy^2}}{x\sqrt{x}+x-y^2\sqrt{x}-y^2}$ $B=3y\sqrt{\dfrac{4+xy-4\sqrt{xy}}{9x^2y^2}};x,y>0$ $C=\sqrt{x-4\sqrt{x-4}}$

1.17 Cho $a=\dfrac{1+\sqrt{5}}{2},b=\dfrac{1-\sqrt{5}}{2}$. Tính a^3+b^3.

1.18 Cho biểu thức $A=\dfrac{\sqrt{x+4\sqrt{x-4}}+\sqrt{x-4\sqrt{x-4}}}{\sqrt{1-\dfrac{8}{x}+\dfrac{16}{x^2}}}$

a. Tìm x để A xác định.

b. Rút gọn A.

c. Tìm các giá trị nguyên của x để A đạt giá trị nguyên.

CHĂM CHỈ – THÀNH TÀI – MIỆT MÀI – TẤT GIỎI

BÀI 2: BIẾN ĐỔI ĐƠN GIẢN BIỂU THỨC CHỨA CĂN THỨC BẬC HAI

I. Đưa thừa số ra ngoài dấu căn

$$\sqrt{A^2B}=|A|\sqrt{B}=\begin{cases}A\sqrt{B};\ A\ge 0,B\ge 0\\-A\sqrt{B};\ A<0,B\ge 0\end{cases}$$

Ví dụ 1: Đưa thừa số ra ngoài dấu căn

a. $\sqrt{45}$ b. $2\sqrt{50}$ c. $\sqrt{3x^2-6xy+3y^2}$

Giải

a) $\sqrt{45}=\sqrt{3^2.5}=3\sqrt{5}$ b) $2\sqrt{50}=2\sqrt{2.5^2}=2.5.\sqrt{2}=10\sqrt{2}$

c) $\sqrt{3x^2-6xy+3y^2}=\sqrt{3\left(x^2-2xy+y^2\right)}=\sqrt{3\left(x-y\right)^2}=3|x-y|$

Ví dụ 2: Tính $\sqrt{75}+3\sqrt{12}-\sqrt{300}$

Giải

$\sqrt{75}+3\sqrt{12}-\sqrt{300}=5\sqrt{3}+4\sqrt{3}-10\sqrt{3}=\sqrt{3}$

II. Đưa thừa số vào trong dấu căn

$$A\sqrt{B}=\begin{cases}\sqrt{A^2B};\ A\ge 0,B\ge 0\\-\sqrt{A^2B};\ A<0,B\ge 0\end{cases}$$

Ví dụ 1: Đưa các thừa số vào dấu căn

a. $2\sqrt{7}$ b. $7\sqrt{3}$ c. $\sqrt{2}\left(x-1\right)$

Giải

a) $2\sqrt{7}=\sqrt{2^2.7}=\sqrt{28}$ b) $7\sqrt{3}=\sqrt{7^2.3}=\sqrt{147}$ c) $\sqrt{2}\left(x-1\right)=\begin{cases}\sqrt{2\left(x-1\right)^2},x\ge 1\\-\sqrt{2\left(x-1\right)^2},x<1\end{cases}$

Ví dụ 2: So sánh $4\sqrt{3}$ và $5\sqrt{2}$.

Giải

Giải sử $4\sqrt{3}>5\sqrt{2}\Leftrightarrow\sqrt{4^2.3}>\sqrt{5^2.2}\Leftrightarrow\sqrt{48}>\sqrt{50}$ (vô lý)

Vậy $4\sqrt{3}>5\sqrt{2}$.

III. Khử mẫu số của biểu thức trong dấu căn $\sqrt{\frac{A}{B}}=\frac{\sqrt{AB}}{|B|}$ với $AB\ge 0$ và $B\ne 0$

Ví dụ 1: Khử mẫu của biểu thức trong dấu căn

a. $\sqrt{\frac{3}{5}}$ b. $\sqrt{\frac{6}{7}}$ c. $\sqrt{\frac{11}{12}}$

Giải

a) $\sqrt{\frac{3}{5}}=\frac{\sqrt{3.5}}{5}=\frac{\sqrt{15}}{5}$ b) $\sqrt{\frac{6}{7}}=\frac{\sqrt{6.7}}{7}=\frac{\sqrt{42}}{7}$ c) $\sqrt{\frac{11}{12}}=\frac{\sqrt{11.12}}{12}=\frac{\sqrt{132}}{12}$

Ví dụ 2: Tính $\sqrt{\frac{21}{2}}+\sqrt{\frac{14}{3}}+\sqrt{\frac{7}{6}}$

Giải

$\sqrt{\frac{21}{2}}+\sqrt{\frac{14}{3}}+\sqrt{\frac{7}{6}}=\frac{\sqrt{42}}{2}+\frac{\sqrt{42}}{3}+\frac{\sqrt{42}}{6}=\sqrt{42}$

Chú ý: Trong nhiều trường hợp ta có thể biế đổi biểu thức trong dấu căn sao cho mẫu số của nó được biến đổi thành bình phương của một số rồi khai phương và đưa ra ngoài dấu căn.

Chẳng hạn như: $\sqrt{\frac{6}{75}}=\sqrt{\frac{2}{25}}=\frac{\sqrt{2}}{5}$ hoặc $\sqrt{\frac{5}{8}}=\sqrt{\frac{10}{16}}=\frac{\sqrt{10}}{4}$ …

IV. Trục căn thức ở mẫu số

1. Trường hợp thứ nhất

$$\frac{A}{\sqrt{B}}=\frac{A\sqrt{B}}{B} \text{ với } B>0$$

Ví dụ: $\frac{7}{\sqrt{5}}=\frac{7\sqrt{5}}{5}$, $\frac{7}{2\sqrt{3}}=\frac{7\sqrt{3}}{6}$

2. Trường hợp thứ hai

$$\frac{M}{\sqrt{A}\pm\sqrt{B}}=\frac{M\left(\sqrt{A}\mp\sqrt{B}\right)}{A-B} \text{ với } A\ge 0, B\ge 0 \text{ và } A\ne B$$

Ví dụ : $\frac{7}{\sqrt{5}+\sqrt{3}}=\frac{7\left(\sqrt{5}-\sqrt{3}\right)}{2}$, $\frac{4}{\sqrt{7}-\sqrt{2}}=\frac{4\left(\sqrt{7}+\sqrt{2}\right)}{5}$

Chú ý: Trong nhiều trường hợp ta có thể viết tử số dưới dạng tích có chứa thừa số là mẫu số rồi rút gọn.

Chẳng hạn như: $\frac{3+2\sqrt{3}}{\sqrt{3}}=\frac{\sqrt{3}\left(\sqrt{3}+2\right)}{\sqrt{3}}=\sqrt{3}+2$, $\frac{\sqrt{10}-\sqrt{6}}{\sqrt{5}-\sqrt{3}}=\frac{\sqrt{2}\left(\sqrt{5}-\sqrt{3}\right)}{\sqrt{5}-\sqrt{3}}=\sqrt{2},\ldots$

Bài tập

2.1 Đưa thừa số ra ngoài dấu căn

1. $\sqrt{125a^4b^3}$ 2. $\sqrt{10x^2y\left(3-\sqrt{2}\right)^2}$ 3. $\sqrt{3x^2-6xy+3y^2}$

2.2 Đưa thừa số vào trong dấu căn

1. $\frac{a}{b}\sqrt{\frac{b^3}{a}}$; a,b cùng dấu, $a\ne b$ 2. $\frac{x+y}{x-y}\sqrt{\frac{x-y}{x+y}}$; $x>0$ và $x>y$

2.3 Khử mẫu của biểu thức lấy căn

a. $\sqrt{\frac{\left(2-\sqrt{5}\right)^2}{8}}$ b. $\sqrt{\frac{-4x}{7x^2y}}, x<0<y$ c. $\sqrt{\frac{2}{x-1}-\frac{1}{(x-1)^2}}$

2.4 Trục căn thức ở mẫu

a. $\frac{2\sqrt{3}-\sqrt{6}}{\sqrt{8}-\sqrt{2}}$ b. $\frac{4-\sqrt{3}}{5\sqrt{2}-2\sqrt{5}}$ c. $\frac{x+a\sqrt{x}}{a\sqrt{x}}$ d. $\frac{x}{2\sqrt{x}-3\sqrt{y}}$

2.5 Tính

a. $\sqrt{20}+2\sqrt{45}-3\sqrt{80}-2\sqrt{98}$ b. $\sqrt{162}-\sqrt{\frac{9}{2}}-\frac{\sqrt{8-2\sqrt{15}}}{\sqrt{10}-\sqrt{6}}$

c. $\left(5\sqrt{\frac{1}{5}}-\frac{1}{20}\sqrt{20}+\frac{1}{4}\sqrt{\frac{4}{5}}+2\sqrt{5}\right):2\sqrt{5}+1$ d. $\left(\frac{3}{2}\sqrt{6}-2\sqrt{\frac{2}{3}}-4\sqrt{\frac{3}{2}}\right)\left(3\sqrt{\frac{2}{3}}-\sqrt{12}-\sqrt{6}\right)$

CHĂM CHỈ – THÀNH TÀI – MIỆT MÀI – TẤT GIỎI

2.6 Tính

a. $\dfrac{1}{3-2\sqrt{2}}-\dfrac{1}{3+2\sqrt{2}}$

b. $\dfrac{\sqrt{3}}{\sqrt{\sqrt{3}-1}}-\dfrac{\sqrt{3}}{\sqrt{\sqrt{3}+1}}$

c. $\left(1+\dfrac{\sqrt{5}-\sqrt{3}}{\sqrt{5}+\sqrt{3}}\right):\left(\dfrac{\sqrt{5}-\sqrt{3}}{\sqrt{5}+\sqrt{3}}-1\right)$

d. $\dfrac{-2\sqrt{3}+5\sqrt{2}}{5\sqrt{2}+2\sqrt{3}}+\dfrac{5\sqrt{2}+2\sqrt{3}}{-2\sqrt{3}+5\sqrt{2}}$

e. $\left(\dfrac{4}{\sqrt{6}-2}-\dfrac{12}{3-\sqrt{6}}+\dfrac{15}{\sqrt{6}+1}\right)\left(\sqrt{6}+11\right)$

f. $\dfrac{1}{\sqrt{12-\sqrt{140}}}-\dfrac{1}{\sqrt{8-\sqrt{60}}}-\dfrac{1}{\sqrt{10+\sqrt{84}}}$

g. $\dfrac{1}{\sqrt{3}-\sqrt{2}}-\dfrac{2}{\sqrt{7}+\sqrt{5}}-\dfrac{3}{\sqrt{7-\sqrt{40}}}+\dfrac{2\sqrt{2}}{\sqrt{5+\sqrt{21}}}$

h. $23\left(\dfrac{1}{\sqrt{2}+\sqrt{3}-\sqrt{6}}-\dfrac{1}{\sqrt{2}+\sqrt{3}+\sqrt{6}}\right)$

i. $\dfrac{5\sqrt{2}+\sqrt{10}}{\sqrt{9+3\sqrt{5}+2\sqrt{14+6\sqrt{5}}}}$

2.7 Thu gọn

a. $\dfrac{2+\sqrt{3}}{\sqrt{2}+\sqrt{2+\sqrt{3}}}+\dfrac{2-\sqrt{3}}{\sqrt{2}-\sqrt{2+\sqrt{3}}}$

b. $\left(2-\sqrt{3}\right)\sqrt{26+15\sqrt{3}}-\left(2+\sqrt{3}\right)\sqrt{26-15\sqrt{3}}$

c. $\dfrac{\sqrt{45+27\sqrt{2}}+\sqrt{45-27\sqrt{2}}}{\sqrt{5+3\sqrt{2}}-\sqrt{5-3\sqrt{2}}}-\dfrac{\sqrt{3+\sqrt{2}}+\sqrt{3-\sqrt{2}}}{\sqrt{3+\sqrt{2}}-\sqrt{3-\sqrt{2}}}$

2.8 Thu gọn các biểu thức

1. $A=\left(1+\dfrac{x+\sqrt{x}}{\sqrt{x}+1}\right)\left(1-\dfrac{x-\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1}\right)$ với $x\ge 0$ và $x\ne 1$.

2. $B=\dfrac{\left(\sqrt{a}+\sqrt{b}\right)^2-4\sqrt{ab}}{\sqrt{a}-\sqrt{b}}+\dfrac{a\sqrt{b}+b\sqrt{a}}{\sqrt{ab}}$ với $a,b>0$ và $a\ne b$.

3. $C=\left(\dfrac{1}{a-\sqrt{a}}+\dfrac{1}{\sqrt{a}-1}\right):\dfrac{\sqrt{a}+1}{a-2\sqrt{a}+1}$ với $a>0$ và $a\ne 1$.

4. $D=\left(1+\dfrac{1}{\sqrt{x}}\right)\left(\dfrac{\sqrt{x}-2}{x-1}-\dfrac{\sqrt{x}+2}{x+2\sqrt{x}+1}\right)$ với $x>0$ và $x\ne 1$.

5. $E=\left(\dfrac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+\sqrt{y}}-\dfrac{x}{x-y}\right):\left(\dfrac{x}{\sqrt{x}+\sqrt{y}}-\dfrac{x\sqrt{y}}{x+y+2\sqrt{xy}}\right)$ với $x,y>0$ và $x\ne y$.

6. $F=\left[\left(\dfrac{1}{\sqrt{x}}+\dfrac{1}{\sqrt{y}}\right).\dfrac{2}{\sqrt{x}+\sqrt{y}}+\dfrac{1}{x}+\dfrac{1}{y}\right]:\dfrac{\sqrt{x^3}+y\sqrt{x}+x\sqrt{y}+\sqrt{y^3}}{\sqrt{x^3y}+\sqrt{xy^3}}$ với $x,y>0$.

7. $G=\left(\dfrac{a+b}{\sqrt{ab}}-\dfrac{a}{\sqrt{ab}+b}-\dfrac{b}{\sqrt{ab}-a}\right):\left(\sqrt{a}+\dfrac{b-\sqrt{ab}}{\sqrt{a}+\sqrt{b}}\right)$ với $a,b>0$ và $a\ne b$.

8. $H=\dfrac{\sqrt{a}+\sqrt{b}-1}{a+\sqrt{ab}}+\dfrac{\sqrt{a}-\sqrt{b}}{2\sqrt{ab}}\left(\dfrac{\sqrt{b}}{a-\sqrt{ab}}+\dfrac{\sqrt{b}}{a+\sqrt{ab}}\right)$ với $a,b>0$ và $a\ne b$.

9. $K=\left(\dfrac{1}{x\sqrt{x}+x+\sqrt{x}}+\dfrac{1}{x+\sqrt{x}+1}\right):\dfrac{1}{x^2-\sqrt{x}}$ với $x>0$ và $x\neq 1$.

10. $L=1:\left(\dfrac{x+2}{x\sqrt{x}-1}+\dfrac{\sqrt{x}+1}{x+\sqrt{x}+1}-\dfrac{1}{\sqrt{x}-1}\right)$ với $x>0$ và $x\neq 1$.

11. $M=\left(\dfrac{2x\sqrt{x}+x-\sqrt{x}}{x\sqrt{x}-1}-\dfrac{x+\sqrt{x}}{x-1}\right).\dfrac{x-1}{2x+\sqrt{x}-1}+\dfrac{\sqrt{x}}{2\sqrt{x}-1}$ với $x\geq 0, x\neq 1$ và $x\neq\dfrac{1}{4}$.

12. $N=\left(\dfrac{\sqrt{x}-4}{x+2\sqrt{x}}-\dfrac{1}{x-2\sqrt{x}}+\dfrac{2}{x-4}\right).\left(\sqrt{x}-\dfrac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-3}\right)$ với $x\geq 0, x\neq 4$ và $x\neq 9$.

13. $P=\left(\dfrac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}-1}-\dfrac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-3}+\dfrac{3\sqrt{x}-1}{x-4\sqrt{x}+3}\right):\left(1-\dfrac{1}{\sqrt{x}-1}\right)$ với $x\geq 0, x\neq 1$ và $x\neq 9$.

2.9 Cho biểu thức $Q=\left(1-\dfrac{x-3\sqrt{x}}{x-9}\right):\left(\dfrac{\sqrt{x}-3}{2-\sqrt{x}}+\dfrac{\sqrt{x}-2}{3+\sqrt{x}}-\dfrac{9-x}{x+\sqrt{x}-6}\right)$ với $x\geq 0, x\neq 4, x\neq 9$.

a. Thu gọn biểu thức Q.

b. Tìm giá trị của x để $Q=1$.

2.10

a. Tìm giá trị nhỏ nhất của $A=\sqrt{x^2-6x+5}$.

b. Tìm giá trị lớn nhất của $B=-5+\sqrt{1-9x^2+6x}$.

CHĂM CHỈ – THÀNH TÀI – MIỆT MÀI – TẤT GIỎI

BÀI 3: GIẢI MỘT SỐ PHƯƠNG TRÌNH CHỨA CĂN THỨC THƯỜNG GẶP

I. Phương trình dạng $\sqrt{A}=\sqrt{B}$

$$\sqrt{A}=\sqrt{B}\Leftrightarrow\begin{cases}A\ge 0 \text{ hay } B\ge 0\\ A=B\end{cases}$$

Ví dụ 1: Giải phương trình $\sqrt{x^2-3}=\sqrt{2x-3}$.

Giải

$$\sqrt{x^2-3}=\sqrt{2x-3}\Leftrightarrow\begin{cases}2x-3\ge 0\\ x^2-3=2x-3\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}2x\ge 3\\ x^2-2x=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x\ge\dfrac{3}{2}\\ x(x-2)=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x\ge\dfrac{3}{2}\\ x=2 \text{ hay } x=0\end{cases}\Leftrightarrow x=2$$

II. Phương trình dạng $\sqrt{A}=B$

$$\sqrt{A}=B\Leftrightarrow\begin{cases}B\ge 0\\ A=B^2\end{cases}$$

Ví dụ 2: Giải phương trình $\sqrt{2x-1}=x-2$.

Giải

$$\sqrt{2x-1}=x-2\Leftrightarrow\begin{cases}x-2\ge 0\\ 2x-1=(x-2)^2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x\ge 2\\ x^2-6x+5=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x\ge 2\\ (x-5)(x-1)=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x\ge 2\\ \left[\begin{array}{l}x=5\\ x=0\end{array}\right.\end{cases}\Leftrightarrow x=5$$

Nhắc: phương trình chứa dấu trị tuyệt đối

1. $|A|=|B|\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}A=B\\ A=-B\end{array}\right.$ 2. $|A|=B\Leftrightarrow\begin{cases}B\ge 0\\ A=B \text{ hay } A=-B\end{cases}$

Chú thích: dấu "$\vee$" và "$\left[$ " có nghĩa là "hoặc"; dấu "$\wedge$ " và "$\{$ " có nghĩa là "và".

Bài tập

3.1 Giải các phương trình

a. $\sqrt{x-1}=\sqrt{9-x}$ b. $\sqrt{2x-7}=\sqrt{x-4}$ c. $\sqrt{x^2+x-3}=\sqrt{x+1}$

d. $\sqrt{x^2-x+1}=\sqrt{3x+1}$ e. $\sqrt{x^2-5x}=\sqrt{x-9}$ f. $\sqrt{x^2+4x-8}=\sqrt{2x+7}$

g. $\sqrt{x^2+x+\dfrac{1}{4}}=\sqrt{x^2+6x+9}$ h. $\sqrt{x^2-x+3}=\sqrt{2x^2+3x-3}$

3.2 Giải các phương trình

a. $\sqrt{x^2-5}=x-1$ b. $\sqrt{4x+8}=-x+1$ c. $\sqrt{x^2-4x+3}=x-2$

d. $\sqrt{16-8x+x^2}=4-x$ e. $\sqrt{9x^2-6x+100}=3x+5$ f. $\sqrt{4x^2-20x+25}=x-3$

3.3 Giải các phương trình

a. $\sqrt{x+4\sqrt{x-4}}=5$ b. $\sqrt{x-3+2\sqrt{x-4}}=2\sqrt{x-4}-3$

c. $x^2-2x+2=2\sqrt{2x-3}$ d. $5x-5-2\sqrt{2x-5}=4\sqrt{3x-5}$

e. $x^2-2+3\sqrt{x^2+2}=0$ f. $\dfrac{x}{\sqrt{4x-1}}+\dfrac{\sqrt{4x-1}}{x}=2$.

Ôn tập 2

Câu 1. Tính

a. $\frac{1}{\sqrt{8}+\sqrt{7}}+\sqrt{175}-\frac{6\sqrt{2}-4}{3-\sqrt{2}}$

b. $\frac{\sqrt{6-\sqrt{11}}}{\sqrt{22}-\sqrt{2}}+\frac{6}{\sqrt{2}}-\frac{3}{\sqrt{2}+1}$

Câu 2. Giải các phương trình

a. $\sqrt{x^2-x-2}=\sqrt{x-2}$

b. $\sqrt{x+3}+\sqrt{2-x}=5$

c. $\sqrt{(x-1)^2}+\sqrt{x^2+4x+4}=3$

d. $\left(3-2\sqrt{x}\right)\left(2+3\sqrt{x}\right)=16-6x$

Câu 3. Cho biểu thức $A=\frac{2\sqrt{x}-9}{x-5\sqrt{x}+6}-\frac{\sqrt{x}+3}{\sqrt{x}-2}-\frac{2\sqrt{x}+1}{3-\sqrt{x}}$

a. Tìm điều kiện để A có nghĩa.

b. Rút gọn A.

c. Tìm giá trị nguyên của x sao cho A có giá trị nguyên.

Câu 4. Chứng minh: $\sqrt{2+\sqrt{3}}.\sqrt{2+\sqrt{2+\sqrt{3}}}.\sqrt{2+\sqrt{2+\sqrt{2+\sqrt{3}}}}\sqrt{2-\sqrt{2+\sqrt{2+\sqrt{3}}}}=1.$

CHĂM CHỈ – THÀNH TÀI – MIỆT MÀI – TẤT GIỎI

BÀI 4: CĂN BẬC BA

I. Định nghĩa

Căn bậc ba của một số a là số x sao cho $x^3 = a$.

Ví dụ: Căn bậc ba của 8 là 2 vì $2^3 = 8$, căn bậc ba của 0 là 0 vì $0^3 = 0$, căn bậc ba của –125 bằng –5 vì $(-5)^3 = -125$,…

Nhận xét

_ Mỗi số thực đều có duy nhất một căn bậc ba.

_ Căn bậc ba của số dương là số dương.

_ Căn bậc ba của 0 là 0.

_ Căn bậc ba của số âm là số âm.

_ Căn bậc ba của một số thực a kí hiệu là $\sqrt[3]{a}$

II. Công thức

1. $\sqrt[3]{AB} = \sqrt[3]{A}\sqrt[3]{B}$

2. $\sqrt[3]{\dfrac{A}{B}} = \dfrac{\sqrt[3]{A}}{\sqrt[3]{B}}, B \neq 0$

3. $\sqrt[3]{A^3B} = A\sqrt[3]{B}$

4. $\sqrt[3]{\dfrac{A}{B}} = \dfrac{\sqrt[3]{AB^2}}{B}, B \neq 0$

5. $\dfrac{M}{\sqrt[3]{A} \pm \sqrt[3]{B}} = \dfrac{M\left(\sqrt[3]{A^2} \mp \sqrt[3]{AB} + \sqrt[3]{B^2}\right)}{A \pm B}, A \neq \mp B$

Bài tập

4.1 Tính

a. $4\sqrt[3]{16} + 5\sqrt[3]{54} - 2\sqrt[3]{128}$

b. $5\sqrt[3]{81} - 3\sqrt[3]{24} + 3\sqrt[3]{192}$

c. $\left(\sqrt[3]{2} - \sqrt[3]{4}\right)^3$

d. $\left(\sqrt[3]{4} + 1\right)^3 - \left(\sqrt[3]{4} - 1\right)^3$

e. $\left(12\sqrt[3]{2} + \sqrt[3]{16} - 2\sqrt[3]{2}\right)\left(5\sqrt[3]{4} - 3\sqrt[3]{\dfrac{1}{2}}\right)$

4.2 Chứng minh $x = \sqrt[3]{54 + 30\sqrt{3}} + \sqrt[3]{54 - 30\sqrt{3}}$ là nghiệm của phương trình $x^3 - 3x^2 = 108$.

4.3 Giải các phương trình

a. $\sqrt[3]{x^3 + 9x^2} = x + 3$

b. $\sqrt[3]{5 + x} + \sqrt[3]{5 - x} = 1$

c. $\sqrt[3]{9 - x} + \sqrt[3]{7 + x} = 4$

HƯỚNG DẪN MỘT SỐ BÀI TẬP CHƯƠNG I

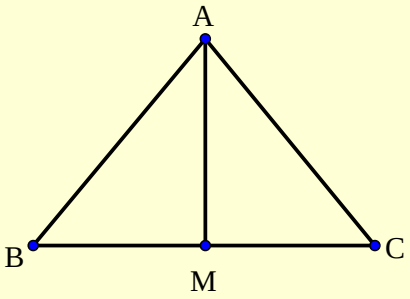
BÀI 1: CĂN BẬC HAI

1.1 Đáp án theo thứ tự của đề bài: 4, $\frac{3}{7}$, 0.6, $\frac{5}{11}$, $\sqrt{19}$, không có.

1.2 Đáp án theo thứ tự của đề bài: $6\sqrt{3}, 16, \frac{3\sqrt{3}}{4}, 16, 0.9$.

1.3 a. 2, b. 5, c. 2, d. 5, e. –11, f. –4.

1.4 a) Gọi x là độ dài cạnh của hình vuông, với $x>0$, ta có: $x^2+x^2=\left(\sqrt{2}\right)^2 \Leftrightarrow x=1$.



b) Gọi ABC là tam giác đều có cạnh bằng $\sqrt{3}$ với AM là đường trung tuyến ần tìm độ dài.

Ta có: $AC^2=AM^2+MC^2$ (Pythago)

$$\Leftrightarrow AC^2=AM^2+\left(\frac{BC}{2}\right)^2$$

$$\Leftrightarrow \left(\sqrt{3}\right)^2=AM^2+\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 \Leftrightarrow AM=\frac{3}{2}$$

1.5

a. $x=\pm\sqrt{10}$, b. $x=\pm\sqrt{6}$, c. $x=1-\sqrt{2}\vee x=-1-\sqrt{2}$, d. $x=1-\sqrt{3}\vee x=-1-\sqrt{3}$

e. $x=6+\sqrt{2}\vee x=-\sqrt{2}$, f. $x=10-\sqrt{2}\vee x=\sqrt{2}$, g. Công hai vế cho 1, $x=\frac{4-\sqrt{3}}{2}\vee x=\frac{-6+\sqrt{3}}{2}$

h. Cộng hai vế cho 5, $x=\sqrt{5}-1\vee x=-3\sqrt{5}+1$, i. Cộng hai vế cho 12, $x=-1\vee x=-4\sqrt{3}+1$

j. Cộng hai vế cho 18, $x=\frac{8\sqrt{2}-1}{2}\vee x=\frac{-2\sqrt{2}+1}{2}$

k. $2x^2+9+4\sqrt{2}=12x \Leftrightarrow 2\left(x^2-6x+9\right)=9-2.2\sqrt{2} \Leftrightarrow \left(x-3\right)^2=\left(\frac{2\sqrt{2}-1}{\sqrt{2}}\right)^2 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=3+\frac{2\sqrt{2}-1}{\sqrt{2}} \\ x=3-\frac{2\sqrt{2}-1}{\sqrt{2}} \end{array}\right.$

l. $3x^2-30x+26+8\sqrt{3}=0$

$$\Leftrightarrow 3\left(x^2-10x+25\right)=49-2.4\sqrt{3} \Leftrightarrow \left(x-5\right)^2=\left(\frac{4\sqrt{3}-1}{\sqrt{3}}\right)^2 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=5+\frac{4\sqrt{3}-1}{\sqrt{3}} \\ x=5-\frac{4\sqrt{3}-1}{\sqrt{3}} \end{array}\right.$$

CHĂM CHỈ – THÀNH TÀI – MIỆT MÀI – TẤT GIỎI

1.6 a. $2\sqrt{5}-5>\sqrt{5}-3$, b. $\sqrt{2}-2>\sqrt{3}-3$, c. $\sqrt{3+\sqrt{5}}=\dfrac{\sqrt{5}+1}{\sqrt{2}}$

1.7 a. $\sqrt{17}+\sqrt{26}>9$ b. $\sqrt{48}>13-\sqrt{35}$, c. $\sqrt{31}-\sqrt{19}<6-\sqrt{17}$, d. $9-\sqrt{58}>\sqrt{80}-\sqrt{59}$

e. $\sqrt{7-\sqrt{21+4\sqrt{5}}}=\sqrt{5}-1$.

1.8 Lưu ý: Các biểu thức chứa trong dấu căn ở mẫu số đều phải dương mới xác định.

a. $x\geq-\dfrac{2}{5}$, b. $x>-\dfrac{1}{2}$, c. $x<\dfrac{7}{3}$, d. $x\leq 0$, e. $x<0$, f. $x\geq 2$ và $x\neq 3$, g. $x\in\mathbb{R}$, h. $-\dfrac{5}{2}\leq x\leq 3$

1.9 Lưu ý: $(x-a)^2>0\Leftrightarrow x\neq a$.

a. $x\neq 3$, b. $x\leq 4-2\sqrt{2}\vee x\geq 4+2\sqrt{2}$, c. $2-\sqrt{39}\leq x\leq 2+\sqrt{39}$, d. $x\leq\dfrac{2-2\sqrt{11}}{5}\vee x\geq\dfrac{2+2\sqrt{11}}{5}$

e. $x\leq-\dfrac{4}{3}\vee x>2$, f. $x\geq 5\vee x\leq -3$, g. $x\in\mathbb{R}$, h. $x\in\mathbb{R}$

1.10 a. $2\sqrt{7}-3\sqrt{3}$, b. $-3+3\sqrt{7}$, c. $3\sqrt{3}-4\sqrt{2}$

1.11 a. $2\sqrt{5}-5$, b. -1, c. 1, d. $\begin{cases}-1, x\geq -\dfrac{1}{3}\\ 6x+1, x<\dfrac{1}{3}\end{cases}$, e. $\begin{cases}1, x>5\\ -1, x<5\end{cases}$, f. $\begin{cases}x-1, x>2\\ -x+1, x<2\end{cases}$, g. $\begin{cases}\sqrt{x}-1, x\geq 1\\ -\sqrt{x}+1, x<1\end{cases}$

h. $\dfrac{\sqrt{y}-1}{x-1}$, i. $\begin{cases}3x-1, x>\dfrac{2}{3}\\ -3x+1, x<\dfrac{2}{3}\end{cases}$

1.12

a. $A=\sqrt{9x^2-12x+4}-6x-1=\sqrt{(3x-2)^2}-6x-1=|3x-2|-6x-1\Rightarrow A=\begin{cases}-3x-3, x\geq\dfrac{2}{3}\\ 1-9x, x<\dfrac{2}{3}\end{cases}$

Với $x=1\Rightarrow A=-3.1-3=-6$

b. $B=x+y+\sqrt{x^2-2xy+y^2}=x+y+\sqrt{(x-y)^2}=x+y+|x-y|\Rightarrow B=\begin{cases}2x, x\geq y\\ 2y, x<y\end{cases}$

Với $x=1-\sqrt{3}>1-\sqrt{5}=y\Rightarrow B=2\left(1-\sqrt{3}\right)=2-2\sqrt{3}$

CHĂM CHỈ – THÀNH TÀI – MIỆT MÀI – TẤT GIỎI

Ôn tập 1

Câu 1. $\begin{cases} x-2\ge 0 \\ \dfrac{x-1}{x+3}\ge 0 \\ x^2+4x+5>0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x\ge 2 \\ x<-3 \vee x\ge 1 \\ (x+2)^2+1>0 \end{cases} \Leftrightarrow x<-3 \vee x\ge 2$

Câu 2.

a. $\dfrac{\left(\sqrt{2}+\sqrt{3}+\sqrt{4}\right)-\left(\sqrt{6}+\sqrt{9}+\sqrt{12}\right)}{\sqrt{2}+\sqrt{3}+\sqrt{4}}=\dfrac{\left(\sqrt{2}+\sqrt{3}+\sqrt{4}\right)-\sqrt{3}\left(\sqrt{2}+\sqrt{3}+\sqrt{4}\right)}{\sqrt{2}+\sqrt{3}+\sqrt{4}}=1-\sqrt{3}$

b. $2+\sqrt{17-4\sqrt{9+4\sqrt{5}}}=2+\sqrt{17-4\sqrt{\left(2+\sqrt{5}\right)^2}}=2+\sqrt{9-4\sqrt{5}}=2+\sqrt{\left(2-\sqrt{5}\right)^2}=\sqrt{5}$

Câu 3.

$A=\sqrt{x-3+2\sqrt{3(x-3)}+3}+\sqrt{x-3-2\sqrt{3(x-3)}+3}$

$=\sqrt{\left(\sqrt{x-3}+\sqrt{3}\right)^2}+\sqrt{\left(\sqrt{x-3}-\sqrt{3}\right)^2}=\left|\sqrt{x-3}+\sqrt{3}\right|+\left|\sqrt{x-3}-\sqrt{3}\right| \Rightarrow A=\begin{cases} 2\sqrt{x-3}, x\ge 6 \\ 2\sqrt{3}, 3\le x<6 \end{cases}$

Câu 4.

Nhớ: Nếu $A+B=0$ với $A,B\ge 0$ thì $A=0$ và $B=0$.

Điều kiện xác định: $\begin{cases} x^2-x\ge 0 \\ x^2+x-2\ge 0 \end{cases} \Leftrightarrow x\le -2, x\ge 1$

$\sqrt{x^2-x}+\sqrt{x^2+x-2}=0 \Rightarrow \begin{cases} x^2-x=0 \\ x^2+x-2=0 \end{cases} \Leftrightarrow x=0, x=1, x=-2$. Vậy $x=-2, x=1$.

1.13 a. $-4+2\sqrt{6}$, b. -7, c. $2\sqrt{2}$, d. $2\sqrt{551}$, e. $\sqrt{3}+\sqrt{7}$, f. $\dfrac{1}{2}$, g. $\left(\sqrt{5}+\sqrt{2}\right)\left(1-\sqrt{6}\right)$, h. $3-\sqrt{2}$

1.14 a. $3\sqrt{2}+1$, b. $3\sqrt{3}+\sqrt{2}-2$, c. $3\sqrt{2}+4\sqrt{5}+\sqrt{2}$, d. 8, e. 8

1.15 a. $A=\underbrace{\dfrac{\sqrt{7+\sqrt{5}}+\sqrt{7-\sqrt{5}}}{\sqrt{7+2\sqrt{11}}}}_{A_1}-\underbrace{\sqrt{3-2\sqrt{2}}}_{A_2}$

Xét $A_1^2=\left(\dfrac{\sqrt{7+\sqrt{5}}+\sqrt{7-\sqrt{5}}}{\sqrt{7+2\sqrt{11}}}\right)^2=\dfrac{14+\sqrt{44}}{7+2\sqrt{11}}=\dfrac{2\left(7+2\sqrt{11}\right)}{7+2\sqrt{11}}=2 \Rightarrow A_1=\sqrt{2}$

Xét $A_2=\sqrt{3-2\sqrt{2}}=\sqrt{2-2\sqrt{2}+1}=\sqrt{\left(\sqrt{2}-1\right)^2}=\sqrt{2}-1$. Vậy $A=A_1-A_2=1$

b. $B=\sqrt{\sqrt{2}+2-2\sqrt{\sqrt{2}+1}}=\sqrt{\sqrt{2}+1-2\sqrt{\sqrt{2}+1}+1}=\sqrt{\left(\sqrt{\sqrt{2}+1}-1\right)^2}=\sqrt{\sqrt{2}+1}-1$

1.16

a. $A=\dfrac{\sqrt{x^2+y^4-2xy^2}}{x\sqrt{x}+x-y^2\sqrt{x}-y^2}=\dfrac{\sqrt{\left(x-y^2\right)^2}}{\sqrt{x}\left(x-y^2\right)+\left(x-y^2\right)}=\dfrac{\left|x-y^2\right|}{\left(\sqrt{x}+1\right)\left(x-y^2\right)}=\pm\dfrac{1}{\sqrt{x}+1}$

b. $B=3y\sqrt{\dfrac{4+xy-4\sqrt{xy}}{9x^2y^2}}=3y\dfrac{\sqrt{\left(\sqrt{xy}-2\right)^2}}{3\left|xy\right|}=\dfrac{\left|\sqrt{xy}-2\right|}{x}$

c. $C=\sqrt{x-4\sqrt{x-4}}=\sqrt{x-4-4\sqrt{x-4}+2}=\sqrt{\left(\sqrt{x-4}-2\right)^2}=\left|\sqrt{x-4}-2\right|$

1.17 Ta có: $a^3+b^3=\left(a+b\right)^3-3ab\left(a+b\right)$ mà $a+b=1,ab=-1\Rightarrow a^3+b^3=1^3-3\left(-1\right).1=4$

1.18

a. $\begin{cases}x-4\ge 0\\x-4\sqrt{x-4}\ge 0\\1-\dfrac{8}{x}+\dfrac{16}{x^2}>0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x\ge 4\\x\ge 4\sqrt{x-4}\\\left(1-\dfrac{4}{x}\right)^2>0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x\ge 4\\x^2-16x+64\ge 0\\1-\dfrac{4}{x}\ne 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x\ge 4\\x\ne 4\end{cases}\Leftrightarrow x>4$

b. $A=\dfrac{\sqrt{x+4\sqrt{x-4}}+\sqrt{x-4\sqrt{x-4}}}{\sqrt{1-\dfrac{8}{x}+\dfrac{16}{x^2}}}=\dfrac{\sqrt{x-4}+2+\left|\sqrt{x-4}-2\right|}{\sqrt{\left(1-\dfrac{4}{x}\right)^2}}=\dfrac{x\left(\sqrt{x-4}+2+\left|\sqrt{x-4}-2\right|\right)}{x-4}$

TH1: $\sqrt{x-4}-2\ge 0\Rightarrow x\ge 8\Rightarrow A=\dfrac{x}{\sqrt{x-4}}=\sqrt{x-4}+\dfrac{4}{\sqrt{x-4}}$

TH2: $\sqrt{x-4}-2<0\Rightarrow 4<x<8\Rightarrow A=\dfrac{4x}{x-4}=\dfrac{16}{x-4}+4$

c. Xét $x\ge 8$, để A nguyên thì $\sqrt{x-4}$ là ước số của 4 nghĩa là $\sqrt{x-4}\in\left\{4,2,1\right\}$

Ta giải được $x=8$, $x=20$.

Xét $4<x<8$, để A nguyên thì $\left(x-4\right)$ là ước của 16 nghĩa là $\left(x-4\right)\in\left\{\pm 16,\mp 8,\pm 4,\pm 2,\pm 1\right\}$

Ta giải được $x=5$

BÀI 2: BIẾN ĐỔI ĐƠN GIẢN BIỂU THỨC CHỨA CĂN THỨC BẬC HAI

2.1 1. $5a^2b\sqrt{5b}$, 2. $\left(3-\sqrt{2}\right)|x|\sqrt{10y}$, 3. $\sqrt{3}|x-y|$

2.2 1. $\sqrt{ab}$, 2. $\dfrac{x+y}{x-y}$

2.3 a. $\dfrac{-2\sqrt{2}+\sqrt{10}}{2}$, b. $\dfrac{2\sqrt{-7xy}}{-7xy}$, c. $\dfrac{\sqrt{2x-3}}{x-1}$

2.4 a. $\sqrt{3}\left(\sqrt{2}-1\right)$, b. $\dfrac{\left(4-\sqrt{3}\right)\left(5\sqrt{2}-2\sqrt{5}\right)}{30}$, c. $\dfrac{\sqrt{x}+a}{a}$, d. $\dfrac{x\left(2\sqrt{x}+3\sqrt{y}\right)}{4x-3y}$

2.5 a. $-4\sqrt{5}-14\sqrt{2}$, b. $7\sqrt{2}$, c. $\dfrac{31}{20}$, d. $7\sqrt{2}$

2.6 a. $4\sqrt{2}$, b. $\dfrac{2\sqrt{3}}{\sqrt{3}-1}$, c. $-\dfrac{\sqrt{15}}{3}$, d. $\dfrac{62}{19}$, e. -115, f. 0, g. 0, h. $24+2\sqrt{6}$

i. $I=\dfrac{5\sqrt{2}+\sqrt{10}}{\sqrt{9+3\sqrt{5}+2\sqrt{14+6\sqrt{5}}}}=\dfrac{5\sqrt{2}+\sqrt{10}}{\sqrt{\left(7+3\sqrt{5}\right)+2\sqrt{2}\sqrt{7+3\sqrt{5}}+2}}=\dfrac{5\sqrt{2}+\sqrt{10}}{\sqrt{7+3\sqrt{5}}+\sqrt{2}}$

Nhân tử và mẫu bởi $\sqrt{2}$

$\Rightarrow I=\dfrac{10+\sqrt{20}}{\sqrt{14+2.3\sqrt{5}}+2}=\dfrac{2\left(5+\sqrt{5}\right)}{\sqrt{\left(3+\sqrt{5}\right)^2}+2}=\dfrac{2\left(5+\sqrt{5}\right)}{5+\sqrt{5}}=2$

2.7

a. $A=\dfrac{2+\sqrt{3}}{\sqrt{2}+\sqrt{2+\sqrt{3}}}+\dfrac{2-\sqrt{3}}{\sqrt{2}-\sqrt{2+\sqrt{3}}}=\dfrac{\left(2+\sqrt{3}\right)\left(\sqrt{2}-\sqrt{2+\sqrt{3}}\right)+\left(2-\sqrt{3}\right)\left(\sqrt{2}+\sqrt{2+\sqrt{3}}\right)}{\left(\sqrt{2}+\sqrt{2+\sqrt{3}}\right)\left(\sqrt{2}-\sqrt{2+\sqrt{3}}\right)}$

$\Rightarrow A=\dfrac{\left(2+\sqrt{3}\right)\left(\sqrt{2}-\sqrt{2+\sqrt{3}}\right)+\left(2-\sqrt{3}\right)\left(\sqrt{2}+\sqrt{2+\sqrt{3}}\right)}{-\sqrt{3}}$

Nhân tử và mẫu bởi $\sqrt{2}$, ta có: $A=\dfrac{\left(2+\sqrt{3}\right)\left(2-\sqrt{4+2\sqrt{3}}\right)+\left(2-\sqrt{3}\right)\left(2+\sqrt{4+2\sqrt{3}}\right)}{-\sqrt{3}}$

$A=\dfrac{\left(2+\sqrt{3}\right)\left[2-\left(1+\sqrt{3}\right)\right]+\left(2-\sqrt{3}\right)\left[2+\left(1+\sqrt{3}\right)\right]}{-\sqrt{3}.\sqrt{2}}=\dfrac{\left(2+\sqrt{3}\right)\left(1-\sqrt{3}\right)+\left(2-\sqrt{3}\right)\left(3+\sqrt{3}\right)}{-\sqrt{3}.\sqrt{2}}=\dfrac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$

b. $B=\left(2-\sqrt{3}\right)\sqrt{26+15\sqrt{3}}-\left(2+\sqrt{3}\right)\sqrt{26-15\sqrt{3}}$

CHĂM CHỈ – THÀNH TÀI – MIỆT MÀI – TẤT GIỎI

Nhân hai vế bởi $\sqrt{2}$, ta có: $\sqrt{2}B=\left(2-\sqrt{3}\right)\sqrt{52+2.5.3\sqrt{3}}-\left(2+\sqrt{3}\right)\sqrt{52-2.5.3\sqrt{3}}$

$$VP=\left(2-\sqrt{3}\right)\sqrt{\left(3\sqrt{3}+\sqrt{5}\right)^2}-\left(2+\sqrt{3}\right)\sqrt{\left(3\sqrt{3}-\sqrt{5}\right)^2}=\left(2-\sqrt{3}\right)\left(3\sqrt{3}+\sqrt{5}\right)-\left(2+\sqrt{3}\right)\left(3\sqrt{3}-\sqrt{5}\right)=2$$

Vậy $B=\sqrt{2}$.

c. $C=\dfrac{\sqrt{45+27\sqrt{2}}+\sqrt{45-27\sqrt{2}}}{\sqrt{5+3\sqrt{2}}-\sqrt{5-3\sqrt{2}}}-\dfrac{\sqrt{3+\sqrt{2}}+\sqrt{3-\sqrt{2}}}{\sqrt{3+\sqrt{2}}-\sqrt{3-\sqrt{2}}}$, phân số thứ nhất ta lấy 9 làm thừa số chung ở bên trong từng căn thức trên tử rồi nhân lượng liên hiệp với mẫu số, ta có:

$$C=\frac{3\left(\sqrt{5+3\sqrt{2}}+\sqrt{5-3\sqrt{2}}\right)^2}{\left(\sqrt{5+3\sqrt{2}}\right)^2-\left(\sqrt{5-3\sqrt{2}}\right)^2}-\frac{\left(\sqrt{3+\sqrt{2}}+\sqrt{3-\sqrt{2}}\right)^2}{\left(\sqrt{3+\sqrt{2}}\right)^2-\left(\sqrt{3-\sqrt{2}}\right)^2}=\frac{3\left(10+2\sqrt{7}\right)}{6\sqrt{2}}-\frac{6+2\sqrt{7}}{2\sqrt{2}}=\frac{4}{2\sqrt{2}}=\sqrt{2}$$

2.8

1. $A=\left(1+\dfrac{x+\sqrt{x}}{\sqrt{x}+1}\right)\left(1-\dfrac{x-\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1}\right)$ với $x\ge 0$ và $x\ne 1$.

$$A=\left(1+\frac{\sqrt{x}\left(\sqrt{x}+1\right)}{\sqrt{x}+1}\right)\left(1-\frac{\sqrt{x}\left(\sqrt{x}-1\right)}{\sqrt{x}-1}\right)=\left(1+\sqrt{x}\right)\left(1-\sqrt{x}\right)=1-x$$

2. $B=\dfrac{\left(\sqrt{a}+\sqrt{b}\right)^2-4\sqrt{ab}}{\sqrt{a}-\sqrt{b}}+\dfrac{a\sqrt{b}+b\sqrt{a}}{\sqrt{ab}}$ với $a,b>0$ và $a\ne b$.

$$B=\frac{\left(\sqrt{a}-\sqrt{b}\right)^2}{\sqrt{a}-\sqrt{b}}+\frac{\sqrt{ab}\left(\sqrt{a}+\sqrt{b}\right)}{\sqrt{ab}}=\sqrt{a}-\sqrt{b}+\sqrt{a}+\sqrt{b}=2\sqrt{a}$$

3. $C=\left(\dfrac{1}{a-\sqrt{a}}+\dfrac{1}{\sqrt{a}-1}\right):\dfrac{\sqrt{a}+1}{a-2\sqrt{a}+1}$ với $a>0$ và $a\ne 1$.

$$C=\left(\frac{1}{\sqrt{a}\left(\sqrt{a}-1\right)}+\frac{1}{\sqrt{a}-1}\right):\frac{\sqrt{a}+1}{\left(\sqrt{a}-1\right)^2}=\frac{\sqrt{a}+1}{\sqrt{a}\left(\sqrt{a}-1\right)}.\frac{\left(\sqrt{a}-1\right)^2}{\sqrt{a}+1}=\frac{\sqrt{a}-1}{\sqrt{a}}$$

4. $D=\left(1+\dfrac{1}{\sqrt{x}}\right)\left(\dfrac{\sqrt{x}-2}{x-1}-\dfrac{\sqrt{x}+2}{x+2\sqrt{x}+1}\right)$ với $x>0$ và $x\ne 1$.

$$D=\frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}}.\left(\frac{\sqrt{x}-2}{\left(\sqrt{x}-1\right)\left(\sqrt{x}+1\right)}-\frac{\sqrt{x}+2}{\left(\sqrt{x}+1\right)^2}\right)=\frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}}.\frac{\left(\sqrt{x}-2\right)\left(\sqrt{x}+1\right)-\left(\sqrt{x}+2\right)\left(\sqrt{x}-1\right)}{\left(\sqrt{x}-1\right)\left(\sqrt{x}+1\right)^2}=\frac{-2}{x-1}$$

5. $E=\left(\dfrac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+\sqrt{y}}-\dfrac{x}{x-y}\right):\left(\dfrac{x}{\sqrt{x}+\sqrt{y}}-\dfrac{x\sqrt{y}}{x+y+2\sqrt{xy}}\right)$ với $x,y>0$ và $x\ne y$.

$$E=\left(\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+\sqrt{y}}-\frac{\left(\sqrt{x}\right)^2}{\left(\sqrt{x}+\sqrt{y}\right)\left(\sqrt{x}-\sqrt{y}\right)}\right):\left(\frac{x}{\sqrt{x}+\sqrt{y}}-\frac{x\sqrt{y}}{\left(\sqrt{x}+\sqrt{y}\right)^2}\right)$$

$$=\frac{-\sqrt{xy}}{\left(\sqrt{x}+\sqrt{y}\right)\left(\sqrt{x}-\sqrt{y}\right)}.\frac{\left(\sqrt{x}+\sqrt{y}\right)^2}{x\sqrt{x}}=\frac{-\sqrt{y}\left(\sqrt{x}+\sqrt{y}\right)}{x\left(\sqrt{x}-\sqrt{y}\right)}$$

6. $F=\left[\left(\frac{1}{\sqrt{x}}+\frac{1}{\sqrt{y}}\right).\frac{2}{\sqrt{x}+\sqrt{y}}+\frac{1}{x}+\frac{1}{y}\right]:\frac{\sqrt{x^3}+y\sqrt{x}+x\sqrt{y}+\sqrt{y^3}}{\sqrt{x^3y}+\sqrt{xy^3}}$ với $x,y>0$.

$$F=\left[\frac{\sqrt{x}+\sqrt{y}}{\sqrt{xy}}.\frac{2}{\sqrt{x}+\sqrt{y}}+\frac{x+y}{xy}\right]:\frac{\sqrt{x}\left(x+y\right)+\sqrt{y}\left(x+y\right)}{\sqrt{xy}\left(x+y\right)}=\frac{x+2\sqrt{xy}+y}{xy}.\frac{\sqrt{xy}}{\sqrt{x}+\sqrt{y}}=\frac{\sqrt{x}+\sqrt{y}}{\sqrt{xy}}$$

7. $G=\left(\frac{a+b}{\sqrt{ab}}-\frac{a}{\sqrt{ab}+b}-\frac{b}{\sqrt{ab}-a}\right):\left(\sqrt{a}+\frac{b-\sqrt{ab}}{\sqrt{a}+\sqrt{b}}\right)$ với $a,b>0$ và $a\neq b$.

$$G=\left(\frac{a+b}{\sqrt{ab}}-\frac{a}{\sqrt{b}\left(\sqrt{a}+\sqrt{b}\right)}-\frac{b}{\sqrt{a}\left(\sqrt{a}-\sqrt{b}\right)}\right):\frac{\sqrt{a}\left(\sqrt{a}+\sqrt{b}\right)+b-\sqrt{ab}}{\sqrt{a}+\sqrt{b}}=\frac{a\sqrt{ab}+b\sqrt{ab}}{\sqrt{ab}\left(a-b\right)}.\frac{\sqrt{a}+\sqrt{b}}{a+b}=\frac{1}{\sqrt{a}-\sqrt{b}}$$

8. $H=\frac{\sqrt{a}+\sqrt{b}-1}{a+\sqrt{ab}}+\frac{\sqrt{a}-\sqrt{b}}{2\sqrt{ab}}\left(\frac{\sqrt{b}}{a-\sqrt{ab}}+\frac{\sqrt{b}}{a+\sqrt{ab}}\right)$ với $a,b>0$ và $a\neq b$.

$$H=\frac{\sqrt{a}+\sqrt{b}-1}{\sqrt{a}\left(\sqrt{a}+\sqrt{b}\right)}+\frac{\sqrt{a}-\sqrt{b}}{2\sqrt{ab}}.\sqrt{b}.\frac{a+\sqrt{ab}+a-\sqrt{ab}}{a^2-ab}=\frac{\sqrt{a}+\sqrt{b}-1}{\sqrt{a}\left(\sqrt{a}+\sqrt{b}\right)}+\frac{1}{\sqrt{a}\left(\sqrt{a}+\sqrt{b}\right)}=\frac{1}{\sqrt{a}}$$

9. $K=\left(\frac{1}{x\sqrt{x}+x+\sqrt{x}}+\frac{1}{x+\sqrt{x}+1}\right):\frac{1}{x^2-\sqrt{x}}$ với $x>0$ và $x\neq 1$.

$$K=\left(\frac{1}{\sqrt{x}\left(x+\sqrt{x}+1\right)}+\frac{1}{x+\sqrt{x}+1}\right):\frac{1}{\sqrt{x}\left(x\sqrt{x}-1\right)}=\frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}\left(x+\sqrt{x}+1\right)}.\sqrt{x}\left(\sqrt{x}-1\right)\left(x+\sqrt{x}+1\right)=x-1$$

10. $L=1:\left(\frac{x+2}{x\sqrt{x}-1}+\frac{\sqrt{x}+1}{x+\sqrt{x}+1}-\frac{1}{\sqrt{x}-1}\right)$ với $x>0$ và $x\neq 1$.

$$L=1:\frac{x+2+\left(\sqrt{x}+1\right)\left(\sqrt{x}-1\right)-\left(x+\sqrt{x}+1\right)}{\left(\sqrt{x}-1\right)\left(x+\sqrt{x}+1\right)}=\frac{\left(\sqrt{x}-1\right)\left(x+\sqrt{x}+1\right)}{x-\sqrt{x}}=\frac{x+\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}}$$

11. $M=\left(\frac{2x\sqrt{x}+x-\sqrt{x}}{x\sqrt{x}-1}-\frac{x+\sqrt{x}}{x-1}\right).\frac{x-1}{2x+\sqrt{x}-1}+\frac{\sqrt{x}}{2\sqrt{x}-1}$ với $x\geq 0, x\neq 1$ và $x\neq\frac{1}{4}$.

$$M=\left(\frac{\sqrt{x}\left(2x+\sqrt{x}-1\right)}{\left(\sqrt{x}-1\right)\left(x+\sqrt{x}+1\right)}-\frac{\sqrt{x}\left(\sqrt{x}+1\right)}{\left(\sqrt{x}-1\right)\left(\sqrt{x}+1\right)}\right).\frac{x-1}{2x+\sqrt{x}-1}+\frac{\sqrt{x}}{2\sqrt{x}-1}$$

$$=\frac{\sqrt{x}\left(\sqrt{x}+1\right)\left(2\sqrt{x}-1\right)-\sqrt{x}\left(x+\sqrt{x}+1\right)}{\left(\sqrt{x}-1\right)\left(x+\sqrt{x}+1\right)}.\frac{x-1}{2x+\sqrt{x}-1}+\frac{\sqrt{x}}{2\sqrt{x}-1}$$

CHĂM CHỈ – THÀNH TÀI – MIỆT MÀI – TẤT GIỚI

$$=\frac{\sqrt{x}\left(\sqrt{x}+1\right)\left(2\sqrt{x}-1\right)}{\left(\sqrt{x}-1\right)\left(x+\sqrt{x}+1\right)}.\frac{x-1}{2x+\sqrt{x}-1}-\frac{\sqrt{x}\left(x+\sqrt{x}+1\right)}{\left(\sqrt{x}-1\right)\left(x+\sqrt{x}+1\right)}.\frac{x-1}{2x+\sqrt{x}-1}+\frac{\sqrt{x}}{2\sqrt{x}-1}=\frac{\sqrt{x}\left(\sqrt{x}+1\right)}{x+\sqrt{x}+1}$$

12. $N=\left(\frac{\sqrt{x}-4}{x+2\sqrt{x}}-\frac{1}{x-2\sqrt{x}}+\frac{2}{x-4}\right).\left(\sqrt{x}-\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-3}\right)$ với $x\ge 0, x\ne 4$ và $x\ne 9$.

$$N=\left(\frac{\sqrt{x}-4}{\sqrt{x}\left(\sqrt{x}+2\right)}-\frac{1}{\sqrt{x}\left(\sqrt{x}-2\right)}+\frac{2}{\left(\sqrt{x}+2\right)\left(\sqrt{x}-2\right)}\right).\frac{\sqrt{x}.\left(\sqrt{x}-3\right)-\sqrt{x}}{\sqrt{x}-3}$$

$$=\frac{\left(\sqrt{x}-4\right)\left(\sqrt{x}-2\right)-\left(\sqrt{x}+2\right)+2\left(\sqrt{x}-2\right)}{\sqrt{x}\left(\sqrt{x}+2\right)\left(\sqrt{x}-2\right)}.\frac{\sqrt{x}\left(\sqrt{x}-4\right)}{\sqrt{x}-3}$$

$$=\frac{x-5\sqrt{x}+6}{\sqrt{x}\left(\sqrt{x}+2\right)\left(\sqrt{x}-2\right)}.\frac{\sqrt{x}\left(\sqrt{x}-4\right)}{\sqrt{x}-3}=\frac{\left(\sqrt{x}+2\right)\left(\sqrt{x}-3\right)}{\sqrt{x}\left(\sqrt{x}+2\right)\left(\sqrt{x}-2\right)}.\frac{\sqrt{x}\left(\sqrt{x}-4\right)}{\sqrt{x}-3}=\frac{\sqrt{x}-4}{\sqrt{x}+2}$$

13. $P=\left(\frac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}-1}-\frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-3}+\frac{3\sqrt{x}-1}{x-4\sqrt{x}+3}\right):\left(1-\frac{1}{\sqrt{x}-1}\right)$ với $x\ge 0, x\ne 1$ và $x\ne 9$.

$$P=\left(\frac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}-1}-\frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-3}+\frac{3\sqrt{x}-1}{\left(\sqrt{x}-1\right)\left(\sqrt{x}-3\right)}\right):\frac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}-1}$$

$$=\frac{\left(\sqrt{x}+2\right)\left(\sqrt{x}-3\right)-\left(\sqrt{x}+1\right)\left(\sqrt{x}-1\right)+3\sqrt{x}-1}{\left(\sqrt{x}-1\right)\left(\sqrt{x}-3\right)}.\frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}-2}=\frac{2\left(\sqrt{x}-3\right)}{\left(\sqrt{x}-1\right)\left(\sqrt{x}-3\right)}.\frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}-2}=\frac{2}{\sqrt{x}-2}$$

2.9

a. $Q=\left[1-\frac{\sqrt{x}\left(\sqrt{x}-3\right)}{\left(\sqrt{x}-3\right)\left(\sqrt{x}+3\right)}\right]:\left[\frac{\sqrt{x}-3}{2-\sqrt{x}}+\frac{\sqrt{x}-2}{3+\sqrt{x}}-\frac{9-x}{\left(\sqrt{x}-2\right)\left(\sqrt{x}+3\right)}\right]$

$$=\frac{3}{\sqrt{x}+3}:\frac{-\left(\sqrt{x}-3\right)\left(\sqrt{x}+3\right)+\left(\sqrt{x}-2\right)^2+x-9}{\left(\sqrt{x}-2\right)\left(\sqrt{x}+3\right)}=\frac{\sqrt{x}-2}{3}$$

b. $Q=\frac{\sqrt{x}-2}{3}=1\Rightarrow\sqrt{x}=5\Leftrightarrow x=25$.

2.10

a. $A=\sqrt{x^2-6x+5}=\sqrt{x^2-6x+9-4}=\sqrt{\left(x-3\right)^2-4}\Rightarrow\left(x-3\right)^2-4\ge 0$

Để A đạt giá trị nhỏ nhất, khi đó $\left(x-3\right)^2-4=0\Leftrightarrow x=5\vee x=1$

b. $B=-5+\sqrt{1-9x^2+6x}=-5+\sqrt{2-\left(3x-1\right)^2}$

Vì $\left(3x-1\right)^2\ge 0\Leftrightarrow-\left(3x-1\right)^2\le 0\Leftrightarrow 2-\left(3x-1\right)^2\le 2\Rightarrow B\le -5+\sqrt{2}$

Vậy B lớn nhất khi dấu "=" xảy ra, như vậy $3x-1=0\Leftrightarrow x=\frac{1}{3}$.

BÀI 3: GIẢI MỘT SỐ PHƯƠNG TRÌNH CHỨA CĂN THỨC THƯỜNG GẶP

3.1 a. $x=5$, b. vô nghiệm, c. $x=2 \vee x=-2$, d. $x=0 \vee x=4$, e. vô nghiệm, f. $x=3$, g. $x=-\frac{7}{4}$

h. $x=-2+\sqrt{10} \vee x=-2-\sqrt{10}$

3.2 a. $x=3$, b. $x=-1$, c. vô nghiệm, d. vô số nghiệm, e. $x=\frac{25}{12}$, f. vô nghiệm

3.3

a. Điều kiện: $x \geq 4$

$$PT \Leftrightarrow \sqrt{x-4+2.2.\sqrt{x-4}+4}=5 \Leftrightarrow \left|\sqrt{x-4}-2\right|=5 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\sqrt{x-4}=7\\ \sqrt{x-4}=-3\end{array}\right. \Leftrightarrow \sqrt{x-4}=7 \Leftrightarrow x=53$$

Vậy $x=53$.

b.

$$PT \Leftrightarrow \begin{cases}\sqrt{x-4+2.\sqrt{x-4}+2}=2\sqrt{x-4}-3\\ 2\sqrt{x-4}-3 \geq 0\\ x-4 \geq 0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}\sqrt{x-4}+1=2\sqrt{x-4}-3\\ \sqrt{x-4} \geq \frac{3}{2}\\ x \geq 4\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}\sqrt{x-4}=4\\ x \geq \frac{25}{4}\end{cases} \Leftrightarrow x=20$$

c. Điều kiện: $x \geq \frac{3}{2}$

$$PT \Leftrightarrow x^2=2x-3+2\sqrt{2x-3}+1 \Leftrightarrow \left(\sqrt{2x-3}+1\right)^2=x^2 \Leftrightarrow \sqrt{2x-3}=x-1 \Rightarrow x=2$$

Vậy $x=2$.

d. Điều kiện: $\begin{cases}2x-5 \geq 0\\ 3x-5 \geq 0\end{cases} \Leftrightarrow x \geq \frac{5}{2} \wedge x \geq \frac{5}{3} \Leftrightarrow x \geq \frac{5}{2}$

$$PT \Leftrightarrow \left[\left(2x-5\right)-2\sqrt{2x-5}+1\right]+\left[\left(3x-5\right)-4\sqrt{3x-5}+4\right]=0 \Leftrightarrow \left(\sqrt{2x-5}-1\right)^2+\left(\sqrt{3x-5}-2\right)^2=0$$

Như vậy $\begin{cases}\sqrt{2x-5}-1=0\\ \sqrt{3x-5}-2=0\end{cases} \Leftrightarrow x=3$ (nhận)

e. $PT \Leftrightarrow \left(x^2+2\right)+3\sqrt{x^2+2}-4=0 \quad (1)$ đặt $t=\sqrt{x^2+2}, t \geq \sqrt{2}$

$(1) \Leftrightarrow t^2+3t-4=0 \Leftrightarrow \left(t-1\right)\left(t+4\right)=0 \Leftrightarrow t=1$ (loại) hay $t=-4$ (loại)

Vậy phương trình vô nghiệm.

f. Điều kiện: $\begin{cases}x>0\\ x-\frac{1}{4}>0\end{cases} \Leftrightarrow x>\frac{1}{4}$. Đặt $t=\frac{x}{\sqrt{4x-1}}, t>0$

$$PT \Leftrightarrow t+\frac{1}{t}=2 \Leftrightarrow t^2-2t+1=0 \Leftrightarrow t=1 \Rightarrow x=\sqrt{4x-1} \Leftrightarrow x^2-4x+1=0 \Leftrightarrow \left(x-2\right)^2=3 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=2+\sqrt{3}\\ x=2-\sqrt{3}\end{array}\right.$$

So sánh với điều kiện, ta được: $x=2+\sqrt{3}$ và $x=2-\sqrt{3}$.

CHĂM CHỈ – THÀNH TÀI – MIỆT MÀI – TẤT GIỎI

Ôn tập 2

Câu 1.

a. $\frac{1}{\sqrt{8}+\sqrt{7}}+\sqrt{175}-\frac{6\sqrt{2}-4}{3-\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{8}-\sqrt{7}}{\left(\sqrt{8}+\sqrt{7}\right)\left(\sqrt{8}-\sqrt{7}\right)}+\sqrt{5^2.7}-.\frac{2\sqrt{2}\left(3-\sqrt{2}\right)}{3-\sqrt{2}}=4\sqrt{7}$

b. $\frac{\sqrt{6-\sqrt{11}}}{\sqrt{22}-\sqrt{2}}+\frac{6}{\sqrt{2}}-\frac{3}{\sqrt{2}+1}=\frac{\sqrt{12-2\sqrt{11}}}{\sqrt{44}-2}+3\sqrt{2}-\frac{3\left(\sqrt{2}-1\right)}{\left(\sqrt{2}+1\right)\left(\sqrt{2}-1\right)}=\frac{1}{2}+3\sqrt{2}-3\left(\sqrt{2}-1\right)=\frac{7}{2}$

Câu 2. Giải các phương trình

a. $\sqrt{x^2-x-2}=\sqrt{x-2}\Leftrightarrow\begin{cases}x-2\ge 0\\x^2-x-2=x-2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x\ge 2\\x\left(x-2\right)=0\end{cases}\Leftrightarrow x=2$

b. $\sqrt{x+3}+\sqrt{2-x}=5$, điều kiện $-3\le x\le 2$. Bình phương hai vế, ta có:

$5+2\sqrt{\left(x+3\right)\left(2-x\right)}=25\Leftrightarrow\sqrt{-x^2-x+6}=10\Leftrightarrow x^2+x+94=0\Leftrightarrow\left(x+\frac{1}{2}\right)^2+\frac{375}{4}=0$

Vậy phương tình vô nghiệm.

c. $\sqrt{\left(x-1\right)^2}+\sqrt{x^2+4x+4}=3\Leftrightarrow\left|x-1\right|+\left|x+2\right|=3$

TH1: $x\ge 1, PT\Leftrightarrow x-1+x+2=3\Leftrightarrow x=1$

TH2: $x\le -2, PT\Leftrightarrow 1-x-2-x=3\Leftrightarrow x=-2$

TH3: $x\le -2, x\ge 1; PT\Leftrightarrow x-1-2-x=3\Leftrightarrow -3=3$ (vô lý) $\Rightarrow$ Phương trình vô nghiệm.

TH4: $-2\le x\le 1, PT\Leftrightarrow 1-x+2+x=3\Leftrightarrow 3=3$ (đúng)$\Rightarrow$ Phương tình vô số nghiệm.

Vậy phương trình có vô số nghiệm với $-2\le x\le 1$.

d. $\left(3-2\sqrt{x}\right)\left(2+3\sqrt{x}\right)=16-6x$. Điều kiện: $x\ge 0$.

$PT\Leftrightarrow 6+5\sqrt{x}-6x=16-6x\Leftrightarrow 5\sqrt{x}=10\Leftrightarrow\sqrt{x}=2\Leftrightarrow x=4$. Vậy $x=4$.

Câu 3. a. $\begin{cases}x\ge 0\\\sqrt{x}-2\ne 0\Leftrightarrow x\ge 0, x\ne 4, x\ne 9\\3-\sqrt{x}\ne 0\end{cases}$

b. $A=\frac{2\sqrt{x}-9}{\left(\sqrt{x}-2\right)\left(\sqrt{x}-3\right)}-\frac{\left(\sqrt{x}+3\right)\left(\sqrt{x}-3\right)}{\left(\sqrt{x}-2\right)\left(\sqrt{x}-3\right)}+\frac{\left(2\sqrt{x}+1\right)\left(\sqrt{x}-2\right)}{\left(\sqrt{x}-3\right)\left(\sqrt{x}-2\right)}$

$=\frac{2\sqrt{x}-9-\left(x-9\right)+\left(2x-3\sqrt{x}-2\right)}{\left(\sqrt{x}-2\right)\left(\sqrt{x}-3\right)}=\frac{x-\sqrt{x}-2}{\left(\sqrt{x}-2\right)\left(\sqrt{x}-3\right)}=\frac{\left(\sqrt{x}-2\right)\left(\sqrt{x}+1\right)}{\left(\sqrt{x}-2\right)\left(\sqrt{x}-3\right)}=\frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-3}$

c. Ta có: $A=\frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-3}=1+\frac{4}{\sqrt{x}-3}$, thỏa đề bài khi và chỉ khi $\sqrt{x}-3\in\left\{\pm 1,\pm 2,\pm 4\right\}$

Ta giải được $x=1, x=16, x=25$.

Câu 4. $VT=\sqrt{2+\sqrt{3}}.\sqrt{2+\sqrt{2+\sqrt{3}}}.\sqrt{2+\sqrt{2+\sqrt{2+\sqrt{3}}}}\sqrt{2-\sqrt{2+\sqrt{2+\sqrt{3}}}}$

$=\sqrt{2+\sqrt{3}}.\sqrt{2+\sqrt{2+\sqrt{3}}}.\sqrt{2^2-\left(\sqrt{2+\sqrt{2+\sqrt{3}}}\right)^2}$

$=\sqrt{2+\sqrt{3}}.\sqrt{2+\sqrt{2+\sqrt{3}}}.\sqrt{2-\sqrt{2+\sqrt{3}}}=\sqrt{2+\sqrt{3}}.\sqrt{2-\sqrt{3}}=1=VP$

BÀI 4: CĂN BẬC BA

4.1 a. $15\sqrt[3]{2}$, b. $21\sqrt[3]{3}$, c. $-2-6\sqrt[3]{2}+6\sqrt[3]{4}$, d. $2+12\sqrt[3]{2}$, e. 84.

4.2 Ta có: $\sqrt[3]{54+30\sqrt{3}}=\sqrt[3]{27+3.3^2\sqrt{3}+3.3.\left(\sqrt{3}\right)^2+\left(\sqrt{3}\right)^3}=\sqrt[3]{\left(3+\sqrt{3}\right)^3}=3+\sqrt{3}$

Tương tự $\sqrt[3]{54-30\sqrt{3}}=3-\sqrt{3}\Rightarrow x=6\Rightarrow x^3-3x^2=6^3-3.6^2=108\Rightarrow$ đpcm

4.3

a. $\sqrt[3]{x^3+9x^2}=x+3\Leftrightarrow x^3+9x^2=\left(x+3\right)^3\Leftrightarrow 27x+27=0\Leftrightarrow x=-1$

b. $\sqrt[3]{5+x}+\sqrt[3]{5-x}=1\Leftrightarrow\left(\sqrt[3]{5+x}+\sqrt[3]{5-x}\right)^3=1\Leftrightarrow\left(\sqrt[3]{5+x}\right)^2\sqrt[3]{5-x}+\sqrt[3]{5+x}.\left(\sqrt[3]{5-x}\right)^2=-3$

Khi đó: $\sqrt[3]{25-x^2}\left(\sqrt[3]{5+x}+\sqrt[3]{5-x}\right)=-3\Leftrightarrow\sqrt[3]{25-x^2}=-3\Leftrightarrow x^2=52\Leftrightarrow x=\mp\sqrt{52}$

c. $\sqrt[3]{9-x}+\sqrt[3]{7+x}=4\Leftrightarrow\left(\sqrt[3]{9-x}+\sqrt[3]{7+x}\right)^3=64\Leftrightarrow\left(\sqrt[3]{9-x}\right)^2\sqrt[3]{7+x}+\sqrt[3]{9-x}.\left(\sqrt[3]{7+x}\right)^2=16$

Khi đó: $\sqrt[3]{(9-x)(7+x)}\left(\sqrt[3]{9-x}+\sqrt[3]{7+x}\right)=16\Leftrightarrow\sqrt[3]{-x^2-2x+63}=4\Leftrightarrow x^2-2x+1=0\Leftrightarrow x=1$

CHĂM CHỈ – THÀNH TÀI – MIỆT MÀI – TẤT GIỎI

CHƯƠNG II HÀM SỐ BẬC NHẤT

BÀI 1: HÀM SỐ

I. Khái niệm về hàm số

Cho hai tập hợp X và Y.

Một hàm số f từ X vào Y là một quy tắc cho tương ứng với mỗi giá trị x thuộc vào X một và chỉ một giá trị của y thuộc vào Y mà ta ký hiệu là $f(x)$. Ta viết

$$f: X \to Y$$
$$x \mapsto y = f(x)$$

X gọi là tập nguồn hay tập xác định của hàm số và Y gọi là tập đích.

Ví dụ: Cho $X = \{-2;-1;0;1;2\}$ và $Y = \{0;1;2;3;4;5\}$. Quy tắc cho tương ứng

$$f: X \to Y$$
$$x \mapsto y = f(x) = x^2$$

là một hàm số từ X vào Y.

Chú ý:

_ Giá trị của hàm số tại $x = a$ ký hiệu là $f(a)$.

Chẳng hạn như ví dụ trên: $f(-1) = f(1) = 1$.

_ Khi cho hàm số mà người ta không nói đến tập xác định và tập đích thì luc đó ta phải hiểu rằng tập xác định của hàm số là tất cả những giá trị x thuộc vào tập số thực $\mathbb{R}$ sao cho $f(x)$ có nghĩa, còn tập đích là $\mathbb{R}$.

Ví dụ 1: Cho hàm số $y = \sqrt{x-3} + \dfrac{x}{x-5}$. Tìm tập xác định của hàm số đã cho.

Tập xác định: $\begin{cases} x-3 \ge 0 \\ x-5 \ne 5 \end{cases} \Leftrightarrow x \ge 3$ và $x \ne 5$.

Ví dụ 2: Tìm tập xác định của hàm số $y = \dfrac{1}{x^2+1} + \sqrt{\dfrac{x+2}{x-1}}$.

$$\frac{x+2}{x-1} \ge 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x+2 \ge 0 \wedge x-1 > 0 \\ x+2 \le 0 \vee x-1 < 0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x > 1 \\ x \le -2 \end{array}\right.$$

II. Hàm số đồng biến, hàm số nghịch biến

Định nghĩa

Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trong khoảng (a,b).

- Hàm số $f(x)$ được gọi là đồng biến trên khoảng (a,b) nếu với hai giá trị bất kỳ x_1 và x_2 sao cho $x_1 < x_2$ thì $f(x_1) < f(x_2)$.
- Hàm số $f(x)$ được gọi là đồng biến trên khoảng (a,b) nếu với hai giá trị bất kỳ x_1 và x_2 sao cho $x_1 < x_2$ thì $f(x_1) > f(x_2)$.

Ví dụ 3: Khảo sát sự biến thiên (hay đơn điệu) của các hàm số

a. $f(x) = 2x-1$ b. $f(x) = 7-3x$ c. $f(x) = x^2 - 1, x > 0$

Giải

a. Xét $x_1 > x_2$, ta có: $f(x_1) - f(x_2) = 2x_1 - 2x_2 = 2(x_1 - x_2) > 0 \Rightarrow f(x_1) > f(x_2)$

$\Rightarrow$ Hàm số đồng biến.

b. Xét $x_1 > x_2$, ta có: $f(x_1) - f(x_2) = 3x_2 - 3x_1 = 3(x_2 - x_1) < 0 \Rightarrow f(x_1) < f(x_2)$

$\Rightarrow$ Hàm số nghịch biến.

c. Xét $x_1 > x_2$, ta có: $f(x_1) - f(x_2) = x_1^2 - x_2^2 = (x_1 - x_2)(x_1 + x_2) > 0 \Rightarrow f(x_1) > f(x_2)$

$\Rightarrow$ Hàm số đồng biến.

III. Đồ thị của hàm số

Cho hàm số

$$f: X \to Y$$
$$x \mapsto y = f(x)$$

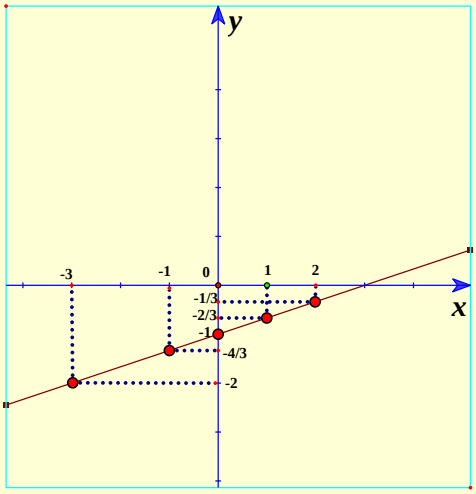
Đồ thị của hàm số f là một tập hợp các điểm (x, y) trên mặt phẳng tọa độ sao cho $y = f(x)$ với $x \in X$.

Ví dụ 4: Cho hàm số $y = \frac{1}{3}x - 1$ đi từ tập nguồn $X = \{-3; -1; 0; 2; 6\}$ vào tập Y. Tìm tập Y và biểu diễn đồ thị của hàm số từ X đến Y.

$y(-3) = -2, y(-1) = -\frac{4}{3}, y(0) = -1$

$y(2) = -\frac{1}{3}, y(6) = 1 \Rightarrow Y = \left\{-2, -\frac{4}{3}, -1, -\frac{1}{3}, 1\right\}$

Biểu diễn đồ thị (hình bên)



Bài tập

1.1 Một bác nông dân gửi tiền tiết kiệm vào ngân hàng, lúc đầu bác gửi số tiền là $A = 1000000$ với giá trị lãi suất hàng tháng là $r = 0.5\%$. Biết rằng mỗi tháng bác có tổng số tiền được biểu diễn theo hàm số sau

$$f(x) = A(1 + r)^n$$

Trong đó n là số tháng (ví dụ n = 1 là tháng thứ nhất, n = 2 là tháng thứ hai,…). Hãy tìm số tiền bác nông dân đó có ở mỗi tháng trong vòng một năm.

1.2 Người ta đo đạc và nhận thấy nhiệt độ của phòng học biến đổi theo quy tắc của hàm số sau

$T = 27 + 1,5x$ với x là thời gian đo nhiệt độ (ví dụ: 1 giờ 30 phút thì x = 1.5)

Hỏi nhiệt độ phòng khi đo đạt 1 giờ 6 phút và 2 giờ 15 phút.

1.3 Xét tính đơn điệu của các hàm số

a. $y = \sqrt{x+1} + 3$ b. $y = -2\sqrt{x} + 1$ c. $-\frac{1}{2}\sqrt{x+1} - 3$

1.4 Vẽ tam giác ABC trên mặt phẳng tọa độ biết $A(1;2)$, $B(-1;0)$ và $C(2;0)$ rồi tính chu vi và diện tích của nó theo đơn vị đo của hệ trục tọa độ.

CHĂM CHỈ – THÀNH TÀI – MIỆT MÀI – TẤT GIỎI

BÀI 2: HÀM SỐ BẬC NHẤT

I. Định nghĩa

Hàm số bậc nhất là hàm số cho bởi công thức $y=ax+b$ với a,b là các số cho trước và $a\neq 0$.

Ví dụ: Các hàm số sau đây là hàm số bậc nhất

$y=\frac{1}{3}x-1$ trong đó $a=\frac{1}{3},b=-1$; $y=-\frac{3}{5}x$ trong đó $a=-\frac{3}{5},b=0$;…

II. Tính chất

1. Tập xác định

Hàm số bậc nhất $y=ax+b$ có tập xác định là $\mathbb{R}$.

2. Sự biến thiên

_ Nếu $a>0$ thì hàm số $y=ax+b$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

_ Nếu $a<0$ thì hàm số $y=ax+b$ nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

III. Đồ thị hàm số bậc nhất

1. Đồ thị

_ Đồ thị hàm số $y=ax$ với $a\neq 0$ là đường thẳng đi qua gốc tọa độ O và điểm $(1,a)$.

_ Đồ thị hàm số $y=ax+b$ với $a\neq 0$ là đường thẳng cùng phương (hay song song) với đường thẳng $y=ax$ và cắt trục tung tại điểm $(0,b)$.

2. Cách vẽ đồ thị hàm số bậc nhất

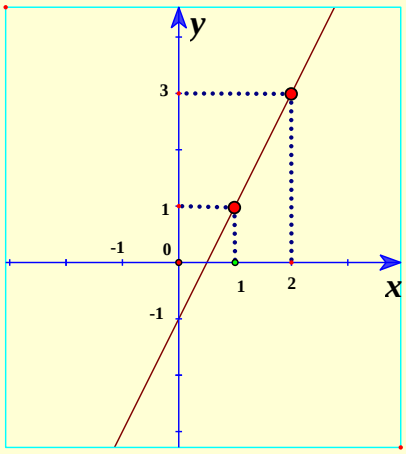
_ Ta đã biết đồ thị của hàm số bậc nhất là một đường thẳng. Do đó, để vẽ đồ thị hàm số bậc nhất ta chỉ càn xác định hai điểm phân biệt thuộc đồ thị rồi vẽ đường thẳng đi qua hai điểm đó. Đường thẳng vẽ được chính là đồ thị cần vẽ.

Ví dụ 1: Vẽ đồ thị hàm số $y=2x-1$.

Bảng giá trị:

x	1	2
y	1	3

Đồ thị hàm số (hình bên)

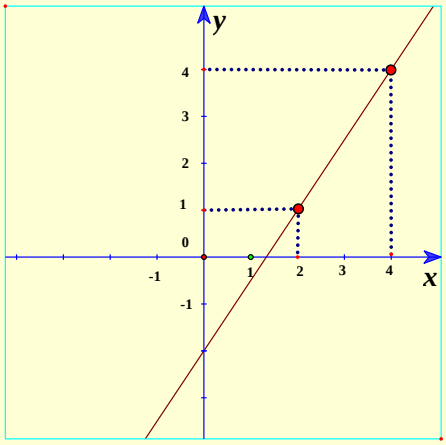


Ví dụ 2: Vẽ đồ thị hàm số $y=\frac{3}{2}x-2$.

Bảng giá trị:

x	2	4
y	1	4

Đồ thị hàm số (hình bên)



CHĂM CHỈ – THÀNH TÀI – MIỆT MÀI – TẤT GIỎI

3. Vị trí tương đối của hai đường thẳng trong mặt phẳng tọa độ

Trong cùng một hệ trục tọa độ (hay mặt phẳng tọa độ) cho hai đường thẳng

$$d_1: y = a_1x + b_1 \text{ và } d_2: y = a_2x + b_2$$

Ta có:

- d_1 cắt d_2 khi và chỉ khi $a_1 \neq a_2$.
- $d_1 // d_2$ khi và chỉ khi $a_1 = a_2$ và $b_1 \neq b_2$.
- $d_1 \equiv d_2$ khi và chỉ khi $a_1 = a_2$ và $b_1 = b_2$.
- $d_1 \perp d_2$ khi và chỉ khi $a_1.a_2 = -1$.

Chú ý: Ta gọi a là hệ số góc của đường thẳng $y = ax + b$ còn b gọi là tung độ góc.

Ví dụ 3: Trong cùng một mặt phẳng tọa độ cho hai đường thẳng

$$d_1: y = \left(m^2 - 1\right)x - m - 3 \text{ và } d_2: y = 3x - 5$$

a. Tìm m để $d_1 // d_2$.

b. Tìm m để d_1 cắt d_2 tại điểm M có hoành độ bằng 1.

Giải

a. $d_1 // d_2 \Leftrightarrow \begin{cases} m^2 - 1 = 3 \\ -m - 3 \neq -5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = 2 \vee m = -2 \\ m \neq 2 \end{cases} \Leftrightarrow m = -2$

b. $M \in d_2 \Rightarrow y_M = 3x_M - 5 = 3.1 - 5 = -2$

$M\left(1;-2\right) \in d_1 \Rightarrow \left(m^2 - 1\right)1 - m - 3 = -2 \Leftrightarrow m^2 - m - 2 = 0 \Leftrightarrow m = 2 \vee m = -1$

Với $m = 2$ không thỏa điều kiện trên, nên $m = -1$.

Ví dụ 4: Viết phương tình đường thẳng đi qua hai điểm $A\left(1,2\right)$ và $B\left(\frac{1}{2},1\right)$.

Giải

Gọi $d: y = ax + b$ là phương trình cần tìm.

Ta có:

$A\left(1,2\right) \in d \Rightarrow 2 = a + b \Rightarrow b = 2 - a$, $B\left(\frac{1}{2},1\right) \in d \Rightarrow 1 = \frac{1}{2}a + b \Leftrightarrow 1 = \frac{1}{2}a + 2 - a \Leftrightarrow a = 2 \Rightarrow b = 0$

Vậy $d: y = 2x$.

Ví dụ 5: Cho đường thẳng $d: y = -x + 1$ và điểm $M\left(0;-1\right)$. Tính khoảng cách từ điểm M đến đường thẳng d.

Giải

Gọi $N\left(x_0;y_0\right) \in d \Rightarrow y_0 = -x_0 + 1 \Rightarrow N\left(x_0;-x_0 + 1\right)$

Khi đó: $MN = \sqrt{x_0^2 + \left(-x_0 + 2\right)^2} = \sqrt{2x_0^2 - 4x_0^2 + 4} = \sqrt{2\left(x_0 - 1\right)^2 + 2} \geq \sqrt{2}$

Như vậy khoảng cách từ M đến d là độ dài nhỏ nhất của đoạn MN

Lúc này: $MN = \sqrt{2} \Rightarrow 2\left(x_0 - 1\right)^2 = 0 \Leftrightarrow x_0 = 1$.

Vậy khoảng cách cần tìm có độ dài là $\sqrt{2}$.

Lưu ý: Ta có độ dài một đoạn nối hai điểm $M\left(x_1,y_1\right)$ và $N\left(x_2,y_2\right)$ là:

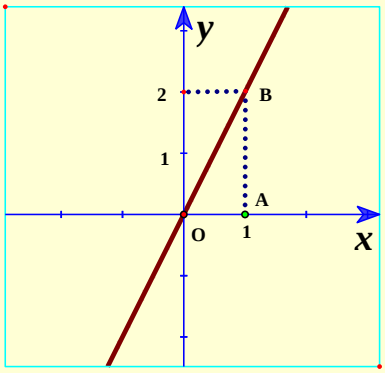
$MN=\sqrt{\left(x_1-x_2\right)^2+\left(y_1-y_2\right)^2}$.

Công thức trên được dùng làm bài tập, các em học sinh sẽ gặp ở bài **2.12**.

Ví dụ 6: Cho hàm số $y=2x$.

a) Vẽ đồ thị hàm số.

b) Tính góc α hợp bởi tia Ox và đường thẳng $y=2x$.



Giải

a) Hàm số xác định với mọi $x\in\mathbb{R}$.

Bảng giá trị

x	0	1
y	0	2

b) Ta có: $\tan\alpha=\dfrac{AB}{OA}=\dfrac{2}{1}=2\Rightarrow\alpha\approx63^0$.

Bài tập

2.1 Xác định các hàm số $f\left(x\right)$ và $g\left(x\right)$ biết rằng $f\left(x-1\right)=3x-5$ và $g\left(x+3\right)=2x+5$.

2.2 Với giá trị nào của tham số m các hàm số sau đồng biến, nghịch biến?

a. $y=\left(m-5\right)x+3$ b. $y=4x+m-m^2x-3$ c. $y=\left(2m^2-2\sqrt{2}m+3\right)x-1$

2.3 Cho hàm số $y=\left(m^2-3m\right)x$.

a. Với giá trị nào của m thì hàm số đồng biến, nghịch biến.

b. Xác định giá trị của m để đồ thị hàm số đi qua điểm $M\left(1;-2\right)$ và xét tính biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số ứng với m vừa tìm được.

2.4 Vẽ các đồ thị hàm số $y=\left|2x+1\right|$ và $y=2\left|x\right|+1$.

2.5 Cho đường thẳng d: $y=\left(m-3\right)x+m-5$

a. Với giá trị nào của m thì hàm số đồng biến, nghịch biến.

b. Xét tính biến thiên và vẽ đồ thị của d, biết d đi qua $M\left(1;2\right)$.

c. Chứng minh rằng d luôn đi qua một điểm cố định.

2.6 Xác định hàm số $y=ax+b$ có đồ thị là đường thẳng d, biết:

a. Đường thẳng d có hệ số góc là 2 và qua điểm $M\left(-2;1\right)$.

b. Đường thẳng d qua gốc tọa độ và song song với $d':y=-\dfrac{1}{3}x+2$.

c. Đường thẳng d cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng 2 và song song với $d':y=4x-3$.

d. Đường thẳng d qua điểm $M\left(2;-2\right)$ và vuông góc với $d':y=-x+3$.

2.7 Cho hai đường thẳng $y=\left(2m+1\right)x+2n-3$ và $y=2x+3n$ có đồ thị lần lượt là d_1 và d_2. Tìm giá trị của m và n để:

a. $d_1//d_2$ b. $d_1\equiv d_2$ c. $d_1\perp d_2$

d. d_1 cắt d_2 tại một điểm trên trục tung.

2.8 Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, tìm tập hợp điểm M thỏa

a. $M(2m-1;m+3)$ với $m\in\mathbb{R}$.

b. $x_M=3m+1$, $y_M=2m-5$ với $m\in\mathbb{R}$

2.9 Tìm hệ số góc và tung độ góc của hàm số $\frac{x}{2}+\frac{y}{5}=1$.

2.10 Cho hai hàm số $y=-x+1$ và $y=x+3$.

a. Vẽ đồ thị hai hàm số trên cùng một hệ trục tọa độ.

b. Tìm giao điểm của hai đồ thị hàm số bằng đồ thị và bằng phép toán.

2.11 Cho đường thẳng $d: y=-x+1$ và điểm $M(0;1)$. Tìm khoảng cách từ M đến đường thẳng d.

2.12 Tính khoảng cách giữa hai điểm $A(x_1,y_1)$ và $B(x_2,y_2)$ trên mặt phẳng tọa độ Oxy.

2.13 Viết phương trình đường thẳng đi qua hai điểm $A(0;-3)$ và $B(1;-1)$.

2.14 Cho hai đường thẳng $d_1: y=-2x+1$ và $d_2: y=(2m-3)x+3-m$. Tìm m để đường thẳng d_2 đi qua điểm $A\in d_1$ và tung độ bằng 3.

2.15 Cho đường thẳng d có phương trình $y=(2m-1)x-m$. Tìm m để đường thẳng d cắt trục hoành tại điểm có hoành độ bằng 1.

2.16 Cho hai đường thẳng $d_1: y=2x$ và $d_2: y=-x+3$.

a) Tìm giao điểm của hai đường thẳng này bằng phép toán.

b) Viết phương trình đường thẳng $d_3 // d_1$ và d_3 cắt d_2 tại điểm M có hoành độ bằng 2.

2.17 Trên cùng một mặt phẳng tọa độ Oxy, vẽ ba đường thẳng $y=x+1$, $y=-2x+7$ và $y=1$ rồi xác định tọa độ giao điểm của chúng bằng đồ thị và bằng phép toán.

2.18 Viết phương tình đường thẳng d đi qua gốc tọa độ và tạo với trục hoành một góc bằng 60^0.

2.19 Cho đường thẳng $d: y=x+1$.

a) Tính khoảng cách từ gốc tọa độ O đến đường thẳng d.

b) Viết phương trình đường thẳng d' qua O và vuông góc với d.

c) Tìm tọa độ giao điểm A, B của đường thẳng d lần lượt với Ox và Oy. Từ đó tính diện tích tam giác OAB.

2.20 Trên mặt phẳng tọa độ Oxy cho các điểm $A(0;3)$, $B(-6;0)$ và $C(2;0)$.

a) Vẽ tam giác ABC.

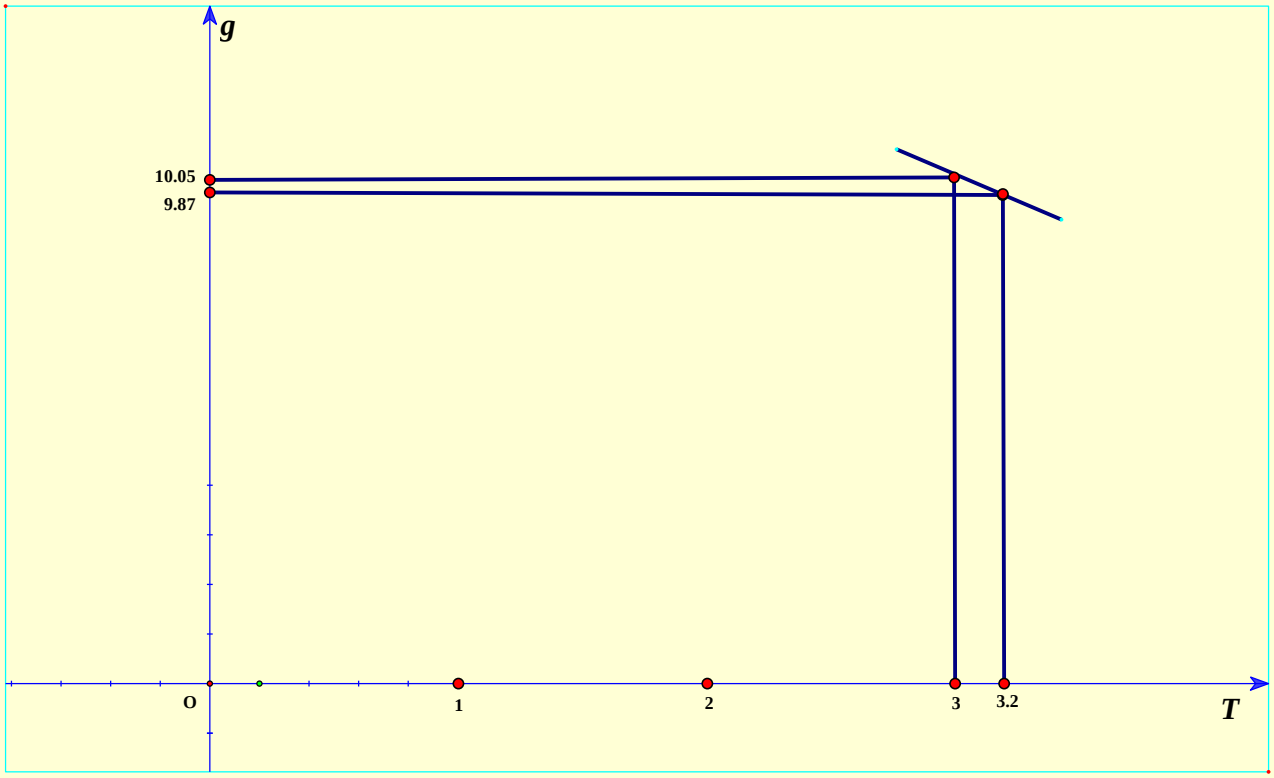
b) Viết phương tình các đường thẳng AB và AC.

c) Tính độ dài các cạnh AB, AC và diện tích tam giác ABC.

d) Tính các góc của tam giác ABC.

2.21 Trong Vật lý, giá trị gia tốc trọng trường không phải lúc nào cũng là g = 10 m/s^2 và nó luôn bị phụ thuộc vào độ cao của địa hình, nói khác đi, nó phụ thuộc vào độ cao từ vị trí bạn đo gia tốc trọng trường với mặt nước biển. Bên cạnh đó, việc đo đạc gia tốc trọng trường trong phòng thí nghiệm cũng là một vấn đề cho các bạn học sinh. Các con lắc thuận nghịch được đo đạc chu kỳ với chiều dài dây thay đổi hoặc cố định để thu được hàng loạt các giá trị g xấp xỉ nhau từ đó có khái niệm về gia tốc trọng trường trung bình tại một vị trí. Để hiểu rõ hơn sự phụ thuộc này, một nhóm khảo sát đã thu thập khá nhiều dữ liệu và biểu diễn chúng theo đồ thị dưới đây với trục tung là giá trị của gia tốc trọng trường và trục hoành là chu kỳ được nhắc đến ở trên.

CHĂM CHỈ – THÀNH TÀI – MIỆT MÀI – TẤT GIỎI



a) Giả sử rằng sự phụ thuộc trên có biểu diễn là một đường thẳng, hãy viết phương trình đường thẳng đó.

b) Khi $T=3,1$ thì gia tốc trọng trường có giá trị là bao nhiêu?

2.22 Trong thực tế việc bảo dưỡng các tuyến đường sắt là cực kì quan trọng vì do sự thay đổi của thời tiết mà các thanh sắt ở các đoạn đường ray dãn nở liên tục cùng với ma sát của bánh xe tàu hỏa. Vì vậy, để tiện lợi trong việc bảo trì và sửa chữa đường ray, nhóm công nhân đã làm một cuộc khảo sát trên một đoạn đường sắt. Các số liệu được đo đạc nhiều lần và được ghi nhận ở ba cột sau:

l	100	100,03	10,06
t°C	0°C	20°C	?

Trong bảng số liệu có một số liệu bị mất do sự cố, hãy tìm lại giá trị đó, biết rằng đồ thị biểu diễn cho sự phụ thuộc này là một đường thẳng có dạng $l=l_0\left(1+\alpha t\right)$.

Ôn tập 3

Câu 1. Tìm hệ số góc của đường thẳng đi qua gốc tọa độ O và điểm $M\left(3;2\right)$.

Câu 2. Cho hai đường thẳng $d_1:y=2x$ và $d_2:y=-x+3$. Viết phương trình đường thẳng d_3 biết d_3 song song với d_1 và cắt d_2 tại điểm có hoành độ bằng 2.

Câu 3. Cho đường thẳng $y=\sqrt{3}x$ có đồ thị là d.

a. Tính góc giữa đường thẳng d và trục hoành.

b. Viết phương trình đường thẳng d' qua điểm $M\left(3;0\right)$ và vuông góc với đường thẳng d.

Câu 4. Chứng tỏ đường thẳng $y=mx-2m+1$ luôn đi qua một điểm cố định.

HƯỚNG DẪN MỘT SỐ BÀI TẬP CHƯƠNG II

BÀI 1: HÀM SỐ

1.1 Bảng số liệu thỏa đề

Tháng	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Tiền(triệu đồng)	10.05	10.10025	10.15075	10.20151	10.25251	10.30378	10.35529	10.40707	10.45911	10.51140	10.56396	10.61678

1.2

Tại x = 1 giờ 6 phút = 1,1 giờ, ta có: $T = 27 + 1,5 \times 1,1 = 28,65$

Tại x = 2 giờ 15 phút = 2,25 giờ, ta có: $T = 27 + 1,5 \times 2,25 = 30,375$

1.3

a. $y = \sqrt{x+1} + 3$. Điều kiện: $x \geq -1$

Xét $x_2 > x_1 \geq -1$, ta có: $y(x_2) - y(x_1) = \sqrt{x_2+1} - \sqrt{x_1+1} = \dfrac{x_2 - x_1}{\sqrt{x_2+1} + \sqrt{x_1+1}} > 0 \Rightarrow$ Hàm số đồng biến.

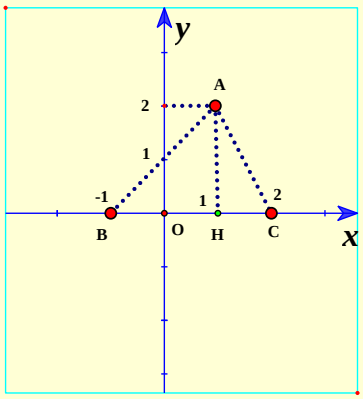
b. $y = -2\sqrt{x} + 1$. Điều kiện $x \geq 0$

Xét $x_2 > x_1 \geq 0$, ta có: $y(x_2) - y(x_1) = -2\sqrt{x_2} + 2\sqrt{x_1} = 2\dfrac{x_1 - x_2}{\sqrt{x_2} + \sqrt{x_1}} < 0 \Rightarrow$ Hàm số nghịch biến.

c. $-\dfrac{1}{2}\sqrt{x+1} - 3$. Điều kiện: $x \geq -1$

Xét $x_2 > x_1 \geq 0$, ta có: $y(x_2) - y(x_1) = -\dfrac{1}{2}\sqrt{x_2+1} + \dfrac{1}{2}\sqrt{x_1+1} = \dfrac{1}{2}\dfrac{x_1 - x_2}{\sqrt{x_2+1} + \sqrt{x_1+1}} < 0 \Rightarrow$ Hàm số nghịch biến.

1.4



Ta có: $BH = |1 - (-1)| = 2, CH = 2 - 1 = 1, AH = 2 - 0 = 2$

Như vậy: $AB = \sqrt{BH^2 + AH^2} = 2\sqrt{2}$,

$AC = \sqrt{AH^2 + CH^2} = \sqrt{5}$ và $BC = BH + HC = 3$

Chu vi ΔABC là: $AB + BC + CA = 2\sqrt{2} + \sqrt{5} + 3$

Diện tích ΔABC là: $\dfrac{1}{2}AH.BC = \dfrac{1}{2}.2.3 = 3$.

CHĂM CHỈ – THÀNH TÀI – MIỆT MÀI – TẤT GIỎI

BÀI 2: HÀM SỐ BẬC NHẤT

2.1 $f(x-1)=3x-5=3(x-1)-2\Rightarrow f(x)=3x-2$,

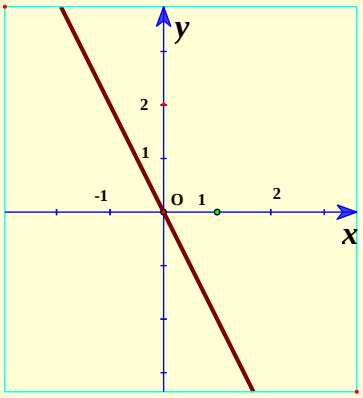
$g(x+3)=2x+5=2(x+3)-1\Rightarrow g(x)=2x-1$

2.2

a. Đồng biến: $m>5$, nghịch biến: $m<5$

b. Đồng biến: $m<-2\vee m>2$, nghịch biến: $-2<m<2$

c. Luôn đồng biến.



2.3 a. Đồng biến: $m<0\vee m>3$, nghịch biến: $0<m<3$

b. $M(1;-2)$ thuộc vào đồ thị hàm số, nên:

$m^2-3m=-2\Leftrightarrow m=1\vee m=2$

Vì $m=1,m=2\in(0,3)$ nên hàm số nghịch biến.

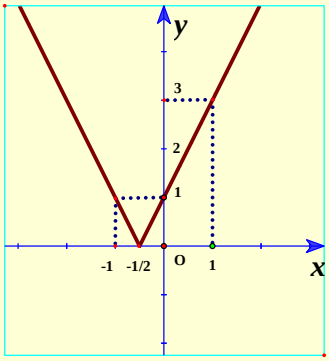
Với $m=1$, $m=2$: $y=-2x$

2.4

- Vẽ $y=|2x+1|$

Bảng giá trị:

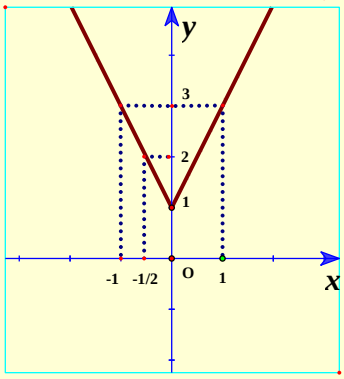
x	-2	-1	0	1
y	3	1	1	3



- Vẽ $y=2|x|+1$

Bảng giá trị:

x	-1	$-\frac{1}{2}$	0	1
y	3	2	1	3



2.5

a. Đồng biến: $m>3$, nghịch biến: $m<3$

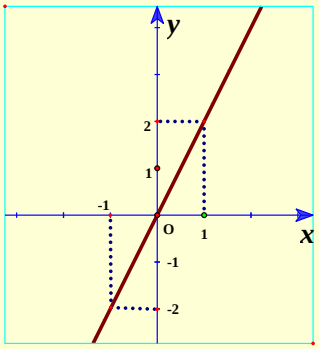
b. d đi qua $M(1;2)$

$\Rightarrow 2=(m-3).1+m-5\Leftrightarrow m=5>3\Rightarrow$ hàm số đồng biến

$m=5\Rightarrow y=2x$

Bảng giá trị:

x	-1	0	1
y	2	0	2



c. $y=(m-3)x+m-5=m(x+1)-3x-5$, với $x=-1$ hàm số không còn phụ thuộc vào tham số m nên nó luôn đi qua điểm cố định có hoành độ là -1 và tung độ là -2.

2.6 a. $y=2x+5$, b. $y=-\frac{1}{3}x$, c. $y=4x+2$, d. $y=x-4$.

2.7 a. $\begin{cases} m=\dfrac{1}{2} \\ n\neq -3 \end{cases}$, b. $\begin{cases} m=\dfrac{1}{2} \\ n=-3 \end{cases}$, c. $m=-\dfrac{3}{4}$, d. $n=-3$.

2.8

a. $m+3=a(2m-1)+b \Leftrightarrow 2ma-a+b-m-3=0 \Rightarrow (2a-1)m-a+b-3=0$

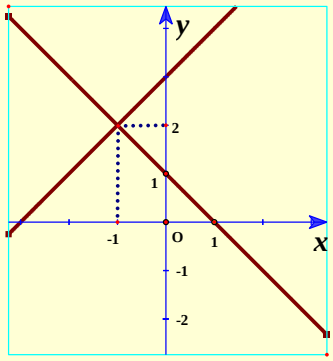
Tồn tại hai số thực a,b sao cho m nằm trên đường thẳng $(2a-1)m-a+b-3=0$

b. $2m-5=a(3m+1)+b \Leftrightarrow 3ma+a+b-2m+5=0 \Leftrightarrow (3a-2)m+a+b+5=0$

Tồn tại hai số thực a, b sao cho m nằm trên đường thẳng $(3a-2)m+a+b+5=0$

2.9 $\dfrac{x}{2}+\dfrac{y}{5}=1 \Leftrightarrow \dfrac{y}{5}=-\dfrac{x}{2}+1 \Leftrightarrow y=-\dfrac{5}{2}x+5 \Rightarrow$ Hệ số góc: $-\dfrac{5}{2}$, tung độ góc: 5.

2.10 a. Vẽ hình

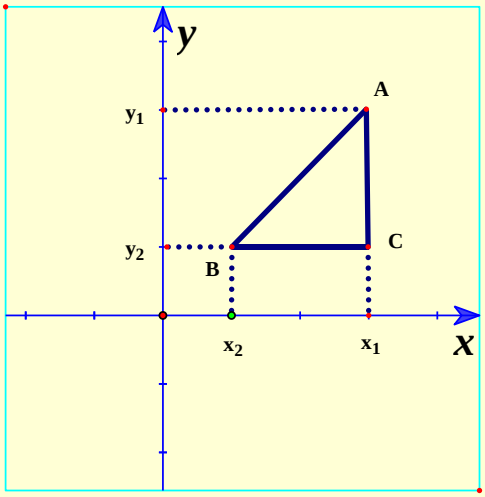


b. Nhìn vào đồ thị, ta thấy giao điểm là $M(-1;2)$

Phương trình hoành độ giao điểm:

$-x+1=x+3 \Leftrightarrow 2x=-2 \Leftrightarrow x=-1 \Rightarrow y=2 \Rightarrow M(-1;2)$ là giao điểm.

2.11 Vì $M(0,1)\in d \Rightarrow$ Khoảng cách từ M đến d là 0.



2.12 Mô phỏng hình vẽ tượng trưng như hình dưới đây.

Ta có: $BC=|x_1-x_2|$, $AC=|y_1-y_2|$

$AB=\sqrt{BC^2+AC^2}=\sqrt{(x_1-x_2)^2+(y_1-y_2)^2}$.

2.13 Gọi $AB: y=ax+b$

Ta có: $A(0;-3)\in AB \Rightarrow -3=b$, $B(1;-1)\in AB \Rightarrow 1=-a-3 \Rightarrow a=-4 \Rightarrow AB: y=-4x-3$.

2.14 $A(x_0;3)\in d_1 \Rightarrow 3=-2x_0+1 \Rightarrow x_0=-1 \Rightarrow A(-1;3)$

Khi đó: $A(-1;3)\in d_2 \Rightarrow (2m-3).(-1)+3-m=3 \Rightarrow m=1$.

2.15 Gọi $M(x_0;y_0)$ là giao điểm. Ta có: $M\in Ox \Rightarrow M(1;0)$ (theo đề bài)

Khi đó: $M(1;0)\in d \Rightarrow (2m-1).1-m=0 \Rightarrow m=1$.

2.16

a) Phương tình hoành độ giao điểm: $2x=-x+3 \Leftrightarrow 3x=3 \Leftrightarrow x=1 \Rightarrow y=2 \Rightarrow M(1;2)$ là giao điểm cần tìm.

b) Gọi $d_3: y=ax+b$

CHĂM CHỈ – THÀNH TÀI – MIỆT MÀI – TẤT GIỚI

Vì $d_3 // d_1 \Rightarrow \begin{cases} a = 2 \\ b \neq 0 \end{cases} \Rightarrow d_3 : y = 2x + b$

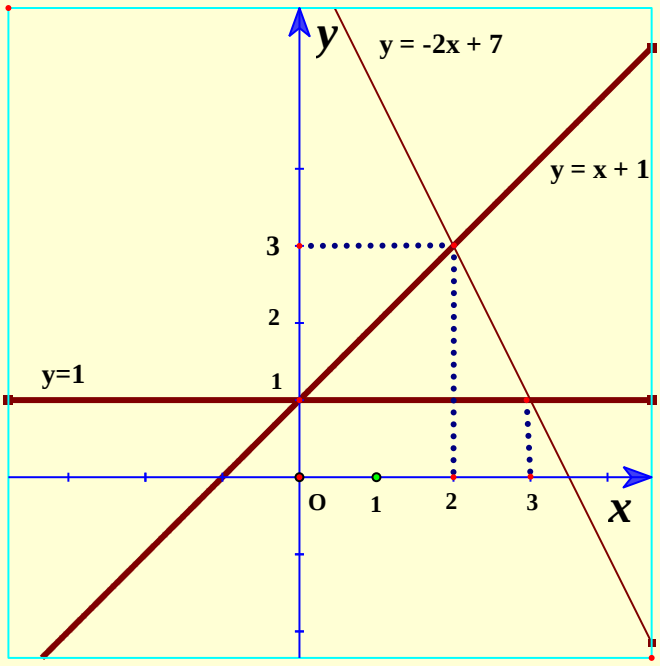
Gọi $M(x_0; y_0)$ là giao điểm của d_3 và d_2.

Vì $M(x_0; y_0) \in d_2$ và $x_0 = 2 \Rightarrow y_0 = 1 \Rightarrow M(2;1)$.

Khi đó: $M(2;1) \in d_3 \Rightarrow 1 = 2.2 + b \Rightarrow b = -3 \Rightarrow d_3 : y = 2x - 3$.

b) Viết phương trình đường thẳng $d_3 // d_1$ và d_3 cắt d_2 tại điểm M có hoành độ bằng 2.

2.17



Đồ thị như hình

TH1: Xét hai đường thẳng $y = x + 1$ và $y = -2x + 7$ có giao điểm nhìn từ đồ thị là: $A_1(2;3)$

Phương trình hoành độ giao điểm:
$x + 1 = -2x + 7 \Leftrightarrow 3x = 6 \Leftrightarrow x = 2 \Rightarrow y = 3$

Như vậy giao điểm từ phép toán là $A(2;3)$.

TH2: Xét hai đường thẳng $y = x + 1$ và $y = 1$ có giao điểm nhìn từ đồ thị là $B_1(0;1)$

Phương trình hoành độ giao điểm:
$x + 1 = 1 \Leftrightarrow x = 0 \Rightarrow y = 1$

Như vậy giao điểm từ phép toán là: $B(0;1)$.

TH3: Xét hai đường thẳng $y = -2x + 7$ và $y = 1$ có giao điểm nhìn từ đồ thị là $C_1(3;1)$

Phương trình hoành độ giao điểm: $-2x + 7 = 1 \Leftrightarrow -2x = -6 \Leftrightarrow x = 3$ và $y = 1$

Như vậy giao điểm từ phép toán là: $C(3;1)$.

2.18 Vận dụng **Ví dụ 6** ta đặt $d : y = ax + b$ là phương trình cần tìm với a là hệ số góc.

D đi qua gốc tọa độ $\Rightarrow b = 0 \Rightarrow y = ax$

Theo **Ví dụ 6** ta thấy: $\tan\alpha = a$ với α là góc tạo bởi đường thẳng d và trục hoành.

Theo đề bài, ta có: $\alpha = 60^0 \Rightarrow a = \tan 60^0 = \sqrt{3} \Rightarrow d = \sqrt{3}x$.

2.19

a) Gọi $M(x_0; y_0) \in d \Rightarrow y_0 = x_0 + 1 \Rightarrow M(x_0; x_0 + 1)$

Khi đó $OM = \sqrt{x_0^2 + (x_0 + 1)^2} = \sqrt{2x_0^2 + 2x_0 + 1} = \sqrt{2\left(x_0 + \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{1}{2}} \geq \frac{1}{\sqrt{2}}$

Khoảng cách cần tìm là $\frac{1}{\sqrt{2}}$ khi và chỉ khi $2\left(x_0 + \frac{1}{2}\right)^2 = 0 \Rightarrow x_0 = -\frac{1}{2}$.

b) Gọi $d' : y = ax + b$

Ta có: $O \in d \Rightarrow b = 0 \Rightarrow d' : y = ax$

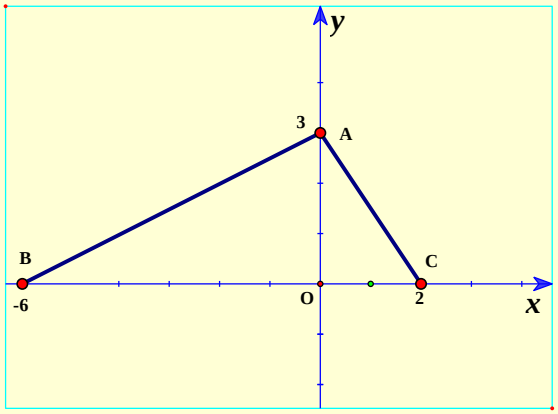
Mà $d' \perp d \Rightarrow a.1 = -1 \Rightarrow a = -1 \Rightarrow d' : y = -x$.

c) d cắt Ox tại $A \Rightarrow A(x_0; 0) \Rightarrow A \in d : 0 = x_0 + 1 \Rightarrow x_0 = -1 \Rightarrow A(-1;0)$.

d cắt Oy tại $B \Rightarrow B(0;y_0) \Rightarrow B \in d: y_0 = 0+1 = 1 \Rightarrow B(0;1)$.

Diện tích tam giác ABC là: $S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2}OA.OB = \frac{1}{2}.\sqrt{(-1-0)^2+0^2}.\sqrt{0^2+(1-0)^2} = \frac{1}{2}$.

2.20 a)



b)

1. Viết phương trình AB

Gọi $AB: y = a_1x + b_1$

$A(0;3) \in AB \Rightarrow 3 = 0.a_1 + b_1 \Rightarrow b_1 = 3 \Rightarrow AB: y = a_1x + 3$

$B(-6;0) \in AB \Rightarrow 0 = -6a_1 + 3 \Leftrightarrow a_1 = \frac{1}{2} \Rightarrow AB: y = \frac{1}{2}x + 3$.

2. Viết phương tình AC

Gọi $AB: y = a_2x + b_2$

$A(0;3) \in AC \Rightarrow 3 = 0.a_2 + b_2 \Rightarrow b_2 = 3 \Rightarrow AC: y = a_2x + 3$

$C(2;0) \in AB \Rightarrow 0 = 2a_2 + 3 \Leftrightarrow a_2 = -\frac{3}{2} \Rightarrow AC: y = -\frac{3}{2}x + 3$.

c) $AB = \sqrt{(-6-0)^2+(0-3)^2} = 3\sqrt{5}$

$AC = \sqrt{(2-0)^2+(0-3)^2} = \sqrt{13}$

Ta có AO là đường cao của tam giác ABC

Ta có: $AO = \sqrt{(0-3)^2+0^2} = 3$, $BC = |2-(-6)| = 8$

Diện tích tam giác ABC là: $S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2}AO.BC = \frac{1}{2}.3.8 = 12$

d)

Ta có: $\tan ABC = \tan ABO = \frac{AO}{BO} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2} \Rightarrow ABC \approx 26,1^0$

$\tan ACB = \tan ACO = \frac{AO}{CO} = \frac{3}{2} \Rightarrow ACB \approx 56,3^0$

Như vậy: $BAC = 180^0 - ABC - ACB \approx 180^0 - 26,1^0 - 56,3^0 = 97,6^0$

2.21

a) Gọi phương trình đường thẳng là $g = aT + b$

Từ đồ thị ta có: $\begin{cases} 9,87 = 3,2a + b \\ 10,05 = 3a + b \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -\frac{9}{10} \\ b = \frac{51}{4} \end{cases} \Rightarrow g = -\frac{9}{10}T + \frac{51}{4}$

CHĂM CHỈ – THÀNH TÀI – MIỆT MÀI – TẤT GIỎI

b) Khi $T=3,1\Rightarrow g=9,96\ m/s^2$.

2.22

Ta có: $\begin{cases}100=l_0\\100,03=l_0\left(1+\alpha.20^0\right)\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}l_0=100\\\alpha=\dfrac{3}{200000}\end{cases}\Rightarrow l=100\left(1+\dfrac{3}{200000}t\right)$

Với $l=100,06\Rightarrow t=40^oC$.

Ôn tập 3

Câu 1. Gọi phương trình đường thẳng là $d:y=ax+b$

Ta có: $O\in d\Rightarrow b=0\Rightarrow d:y=ax$, $M\left(3;2\right)\in d\Rightarrow a=\dfrac{2}{3}$

Vậy $d:y=\dfrac{2}{3}x$ có hệ số góc là $\dfrac{2}{3}$.

Câu 2. Gọi $d_3:y=ax+b$

Ta có: $d_3//d_1\Rightarrow d_3:y=2x+b,b\neq 0$

Gọi M là giao điểm của d_3 và d_2. Ta có: $M\left(2;y_M\right)\in d_2\Rightarrow y_M=1\Rightarrow M\left(2;1\right)\in d_3\Rightarrow b=-3$

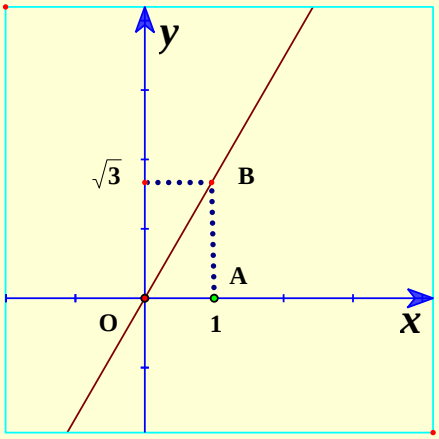
Vậy $d_3:y=2x-3$.

Câu 3.

a. Tập xác định của d là $x\in\mathbb{R}$

Bảng giá trị

x	0	1
y	0	$\sqrt{3}$



Gọi α là góc giữa đường thẳng d và trục hoành

Ta có: $\tan\alpha=\dfrac{AB}{OA}=\dfrac{\sqrt{3}}{1}=\sqrt{3}\Rightarrow\alpha=60^0$

b. Gọi $d':y=ax+b$

Vì $d'\perp d\Rightarrow a\sqrt{3}=-1\Rightarrow a=\dfrac{-\sqrt{3}}{3}\Rightarrow d':y=-\dfrac{\sqrt{3}}{3}x+b$

Lại có: $M\left(3;0\right)\in d'\Rightarrow 0=-\dfrac{\sqrt{3}}{3}.3+b\Leftarrow b=\sqrt{3}$

Vậy $d':y=-\dfrac{\sqrt{3}}{3}x+\sqrt{3}$.

Câu 4. Ta có: $y=mx-2m+1=\left(x-2\right)m+1$. Thỏa đề khi $x-2=0\Leftrightarrow x=2\Rightarrow y=1$.

Điểm cố định cần tìm là: $M\left(2;1\right)$.

CHƯƠNG III HỆ HAI PHƯƠNG TRÌNH BẬC NHẤT HAI ẨN SỐ

BÀI 1: PHƯƠNG TRÌNH BẬC NHẤT HAI ẨN SỐ

I. Định nghĩa

_ Phương trình bậc nhất hai ẩn số là phương trình có dạng $ax+by=c$ trong đó a, b, c là các số đã biết với a và b không đồng thời bằng 0; x và y là hai ẩn số.

Ví dụ: Các phương tình sau là phương tình bậc nhất hai ẩn.

$3x-2y=6 \quad (a=3,b=-2,c=6)$

$0x+3y=12 \quad (a=0,b=3,c=12)$

$2x+0y=7 \quad (a=2,b=0,c=7)$

_ Cặp giá trị $(x=\alpha,y=\beta)$ được gọi là nghiệm của phương trình $ax+by=c$ nếu như $a\alpha+b\beta=c$ là hệ thức đúng.

Ví dụ: Cặp giá trị $(x=8,y=9)$ là nghiệm của phương trình bậc nhất hai ẩn $3x-2y=6$.

_ Giải phương trình bậc nhất hai ẩn là tìm tất cả các nghiệm của phương trình đó.

II. Giải phương trình bậc nhất hai ẩn và biểu diễn tập nghiệm của phương trình lên mặt phẳng tọa độ

1. Các ví dụ

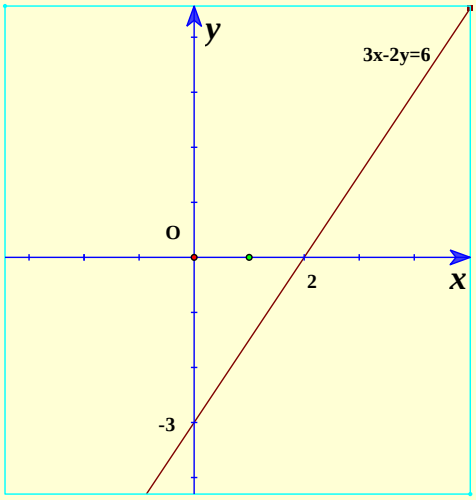
Ví dụ 1: Giải phương trình $3x-2y=6$ và biểu diễn tập nghiệm của phương tình này lên mặt phẳng tọa độ.

Giải

Ta có: $3x-2y=6 \Leftrightarrow \begin{cases} x\in\mathbb{R} \\ y=\dfrac{3}{2}x-3 \end{cases}$

Vậy công thức nghiệm tổng quát của phương trình đã cho là $\left(x\in\mathbb{R}, y=\dfrac{3}{2}x-3\right)$

Biểu diễn tập nghiệm của phương trình $3x-2y=6$ lên mặt phẳng tọa độ là đường thẳng đi qua hai điểm $(0;-3)$ và $(2;0)$.



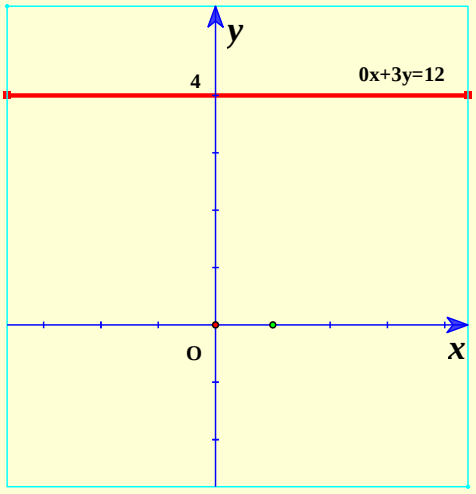
Ví dụ 2: Giải phương trình $0x+3y=12$ và biểu diễn tập nghiệm của phương trình này lên mặt phẳng tọa độ.

Giải

Ta có: $0x+3y=12 \Leftrightarrow \begin{cases} x\in\mathbb{R} \\ y=4 \end{cases}$

Vậy công thức nghiệm tổng quát của phương trình đã cho là $(x\in\mathbb{R}, y=4)$

Biểu diễn tập nghiệm của phương trình $0x+3y=12$ lên mặt phẳng tọa độ là đường thẳng đi qua điểm $(0;4)$ và song song với trục hoành.



CHẮM CHỈ – THÀNH TÀI – MIỆT MÀI – TẤT GIỚI

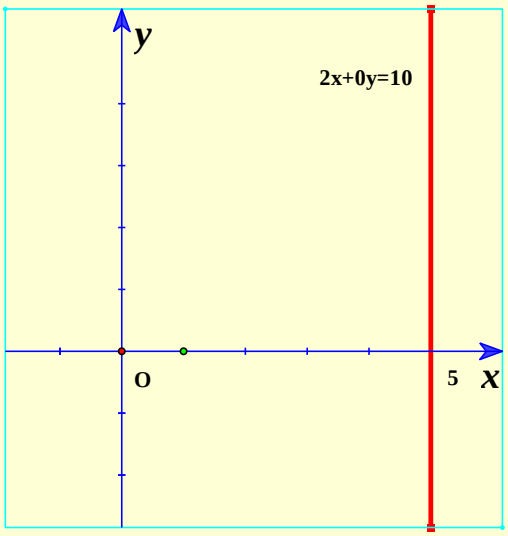
Ví dụ 3: Giải phương trình $2x+0y=10$ và biểu diễn tập nghiệm của phương trình này lên mặt phẳng tọa độ.

Giải

Ta có: $2x+0y=10 \Leftrightarrow \begin{cases} x=5 \\ y\in\mathbb{R} \end{cases}$

Vậy nghiệm tổng quát của phương trình đã cho là $(x=5; y\in\mathbb{R})$

Biểu diễn tập nghiệm của phương trình $2x+0y=10$ lên mặt phẳng tọa độ là một đường thẳng đi qua điểm $(5;0)$ và song song với trục tung.



2. Tổng quát

_ Mỗi phương trình bậc nhất hai ẩn số $ax+by=c$ có vô số nghiệm. iểu diễn tập nghiệm của phương trình lên mặt phẳng tọa độ là đường thẳng, ta gọi là đường thẳng $ax+by=c$.

- Trường hợp $a\neq 0, b\neq 0$

  Nghiệm tổng quát của phương trình là $\left(x\in\mathbb{R}; y=\frac{-ax}{b}+\frac{c}{b}\right)$ hoặc $\left(x=\frac{-by}{a}+\frac{c}{a}; y\in\mathbb{R}\right)$.

  Biểu diễn tập nghiệm của phương trình lên mặt phẳng tọa độ là đường thẳng đi qua hai điểm $\left(0;\frac{c}{b}\right)$ và $\left(\frac{c}{a};0\right)$.

- Trường hợp $a=0, b\neq 0$

  Nghiệm tổng quát của phương trình là $\left(x\in\mathbb{R}; y=\frac{c}{b}\right)$.

  Biểu diễn tập nghiệm của phương tình lên mặt phẳng tọa độ là đường thẳng đi qua điểm $\left(0;\frac{c}{b}\right)$ và song song với trục hoành.

- Trường hợp $a\neq 0, b=0$

  Nghiệm tổng quát của phương trình là $\left(x=\frac{c}{a}; y\in\mathbb{R}\right)$.

  Biểu diễn tập nghiệm của phương tình lên mặt phẳng tọa độ là đường thẳng đi qua điểm $\left(\frac{c}{a};0\right)$ và song song với trục tung.

  Ví dụ 4: Tìm nghiệm nguyên của phương trình $x+3y=2$.

  Giải

  Ta có: $x+3y=2 \Leftrightarrow y=\frac{2-x}{3}$

  Đặt $\frac{2-x}{3}=t, t\in\mathbb{Z} \Rightarrow x=2-3t$

  Ta có cặp số $(x;y)=(2-3t;t), t\in\mathbb{Z}$ là nghiệm nguyên cuả phương trình.

Bài tập

1.1 Tìm nghiệm tổng quát và biểu diễn tập nghiệm của các phương trình sau

a. $3x-y=4$ b. $2y-x=3$ c. $0x+2y=3$ d. $3x+0y=-5$

1.2

a. Cho phương trình $mx+(m-1)y=2m$. Định m để phương trình có nghiệm $(3;2)$. Khi đó, viết công thức nghiệm quát của phương trình.

b. Cho phương trình $2mx+(m+2)y=m-4$. Định m để phương trình có nghiệm $(1;1)$. Khi đó, viết công thức nghiệm tổng quát của phương trình.

1.3 Tìm nghiệm nguyên của các phương trình sau

a. $4x-5y=24$ b. $4x+3y=-9$ c. $3x+6y=2019$ d. $5x+3y=2$

1.4 Chứng tỏ rằng phương trình $3x-2y=1$ luôn nhận cặp số $(2m+1;3m+1)$ là nghiệm khi m thay đổi.

CHĂM CHỈ – THÀNH TÀI – MIỆT MÀI – TẤT GIỎI

BÀI 2: HỆ PHƯƠNG TRÌNH BẬC NHẤT HAI ẨN SỐ

I. Khái niệm về hệ phương trình bậc nhất hai ẩn

Hệ phương tình bậc nhất hai ẩn x, y có dạng:

$$\begin{cases} a_1x+b_1y=c_1 \\ a_2x+b_2y=c_2 \end{cases}$$

_ Nghiệm chung của hai phương trình được gọi là nghiệm của hệ phương trình.

_ Giải một hệ phương tình là ta đi tìm tất cả các nghiệm của hệ phương trình đó.

II. Hệ phương trình tương đương

1. Định nghĩa

Hai hệ phương trình được gọi là tương đương với nhau nếu chúng có cùng tập nghiệm.

2. Các quy tắc biến đổi tương đương

2.1 Quy tắc thế

_ Quy tắc thế là quy tắc biến đổi một hệ phương trình thành một hệ phương trình tương đương gồm hai bước:

Bước 1: Từ một phương trình của hệ đã cho (coi là phương trình thứ nhất), ta biểu diễn một ẩn theo ẩn kia rồi thế vào phương trình thứ hai để được một phương trình mới (chỉ còn một ẩn)

Bước 2: Dùng nghiệm của phương trình mới thay vào phương trình thứ nhất để tìm nghiệm còn lại.(Phương trình thứ nhất cũng thường được thay thế bởi hệ thức liên hệ của ẩn này với ẩn kia có được trong **Bước 1**)

Ví dụ 1: Giải các hệ phương trình

a) $\begin{cases} x+y=2 \\ 2x-y=1 \end{cases}$

b) $\begin{cases} 5x+2y=10 \\ 3x+y=7 \end{cases}$

c) $\begin{cases} x+3y=17 \\ 7x-2y=4 \end{cases}$

d) $\begin{cases} 2\sqrt{x}+\sqrt{y}=4 \\ \sqrt{x}-2\sqrt{y}=-3 \end{cases}$

Giải

a) $\begin{cases} x+y=2 \\ 2x-y=1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=2-y \\ 2(2-y)-y=1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=2-y \\ -3y=-3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=2-y \\ y=1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ y=1 \end{cases}$

Vậy hệ phương trình có nghiệm là $(1;1)$.

b) $\begin{cases} 5x+2y=10 \\ 3x+y=7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y=7-3x \\ 5x+2(7-3x)=10 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y=7-3x \\ -x=-4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=4 \\ y=7-3x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=4 \\ y=-5 \end{cases}$

Vậy hê phương trình có nghiệm là $(4;-5)$.

c) $\begin{cases} x+3y=17 \\ 7x-2y=4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=17-3y \\ 7(17-3y)-2y=4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=17-3y \\ -23y=-115 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=17-3y \\ y=5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=2 \\ y=5 \end{cases}$

Vậy hệ phương trình có nghiệm là $(2;5)$

d) $\begin{cases} 2\sqrt{x}+\sqrt{y}=4 \\ \sqrt{x}-2\sqrt{y}=-3 \end{cases}$.

Điều kiện: $x,y\ge 0$.

Đặt $a=\sqrt{x}, b=\sqrt{y}$ với $a,b\ge 0$

Hệ ban đầu trở thành: $\begin{cases}2a+b=4\\a-2b=-3\end{cases}$

$\begin{cases}2a+b=4\\a-2b=-3\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=2b-3\\2(2b-3)+b=4\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=2b-3\\5b=10\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=2b-3\\b=2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=1\\b=2\end{cases}$

Với $a=1\Rightarrow\sqrt{x}=1\Rightarrow x=1$

Với $b=2\Rightarrow\sqrt{y}=2\Rightarrow y=4$

Vậy hệ phương trình đã cho có nghiệm là $(1;4)$.

2.2 Quy tắc cộng đại số

_ Quy tắc cộng đại số dùng để biến một hệ phương tình thành một hệ phương trình tương đương gồm hai bước:

Bước 1: Cộng hay trừ hai vế của hệ phương trình đã cho để được một phương trình mới.

Bước 2: Dùng phương trình mới vừa thu được ở **Bước 1** thay thế cho một trong hai phương trình của hệ và giữ nguyên phương trình còn lại.

Ví dụ 2: Giải các hệ phương trình

a) $\begin{cases}4x-3y=13\\5x+3y=50\end{cases}$

b) $\begin{cases}2x-y=1\\-x+2y=1\end{cases}$

c) $\begin{cases}5x+4y=19\\7x-6y=15\end{cases}$

d) $\begin{cases}\sqrt{2}x-\sqrt{3}y=1\\5\sqrt{2}x-4\sqrt{3}y=8\end{cases}$

Giải

a) $\begin{cases}4x-3y=13\\5x+3y=50\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}4x-3y=13\\9x=63\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=7\\4.7-3y=13\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=7\\y=5\end{cases}$

Vậy hệ phương trình đã cho có nghiệm là $(7;5)$.

b) $\begin{cases}2x-y=1\\-x+2y=1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}2x-y=1\\-2x+4y=2\end{cases}\begin{cases}2x-y=1\\3y=3\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}y=1\\2x-1=1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=1\\y=1\end{cases}$

Vậy hệ phương trình đã cho có nghiệm là $(1;1)$.

c) $\begin{cases}5x+4y=19\\7x-6y=15\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}15x+12y=57\\14x-12y=30\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}29x=87\\5x+4y=19\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=3\\5.3+4y=19\end{cases}\begin{cases}x=3\\y=1\end{cases}$

Vậy hệ phương trình đã cho có nghiệm là $(3;1)$.

d) $\begin{cases}\sqrt{2}x-\sqrt{3}y=1\\5\sqrt{2}x-4\sqrt{3}y=8\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}4\sqrt{2}x-4\sqrt{3}y=4\\5\sqrt{2}x-4\sqrt{3}y=8\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}\sqrt{2}x=4\\\sqrt{2}x-\sqrt{3}y=1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=2\sqrt{2}\\4-\sqrt{3}y=1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=2\sqrt{2}\\y=\sqrt{3}\end{cases}$

Vậy hệ phương trình đã cho có nghiệm là $(2\sqrt{2};\sqrt{3})$.

Ví dụ 3: Giải và biện luận phương trình $\begin{cases}mx+6y=8\\(m-1)x+3y=4\end{cases}$ với m là tham số.

Giải

$\begin{cases}mx+6y=8\\(m-1)x+3y=4\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}mx+6y=8\\2(m-1)x+6y=8\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}(m-2)x=0\\mx+6y=8\end{cases}$

TH1: $m-2=0\Leftrightarrow m=2$

CHĂM CHỈ – THÀNH TÀI – MIỆT MÀI – TẤT GIỎI

Ta có: $0x=0\Rightarrow$ phương trình có vô số nghiệm $\Rightarrow mx+6y=8\Leftrightarrow 6y=8-2x\Leftrightarrow y=\dfrac{4-x}{3}$

Với $m=2$ hệ có vô số nghiệm với nghiệm tổng quát là $\left(x\in\mathbb{R};y=\dfrac{4-x}{3}\right)$.

TH2: $m-2\neq 0\Leftrightarrow m\neq 2$

Ta có: $x=0\Rightarrow mx+6y=8\Leftrightarrow y=\dfrac{4}{3}$

Với $m\neq 2$ phương trình có một nghiệm duy nhất $\left(0;\dfrac{4}{3}\right)$.

Ví dụ 4: Cho hai phương trình $2x-y=2$ và $-x+2y=2$.

a) Viết công thức nghiệm tổng quát của hai phương trình trên.

b) Biểu diễn tập nghiệm của hai phương tình này trên cùng một hệ trục tọa độ.

c) Tìm nghiệm chung của hai phương trình này bằng đồ thị và bằng phép toán.

Giải

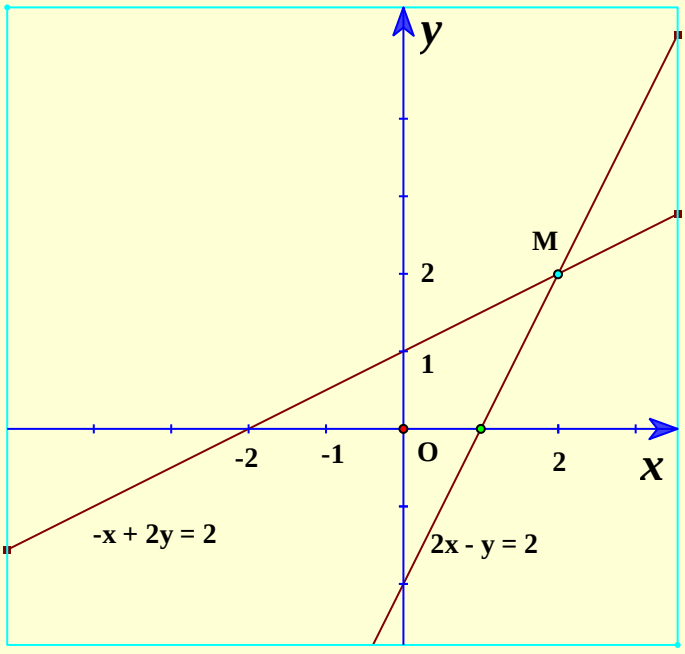
a) Ta có: $2x-y=2\Leftrightarrow y=2x-2$

Vậy phương tình có nghiệm tổng quát là: $\left(x\in\mathbb{R};y=2x-2\right)$.

Lại có: $-x+2y=2\Leftrightarrow y=\dfrac{x}{2}+1$

Vậy phương trình có nghiệm tổng quát là: $\left(x\in\mathbb{R};y=\dfrac{x}{2}+1\right)$.

b) Biểu diễn tập nghiệm phương trình $2x-y=2$ và $-x+2y=1$



c) Nhìn vào đồ thị, dễ thấy điểm chung của hai đường thẳng là $M(2;2)$

Kiểm tra bằng phép toán, nghĩa là ta đi giải hệ

$$\begin{cases}2x-y=2\\-x+2y=2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}2x-y=2\\-2x+4y=4\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}2x-y=2\\3y=6\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}2x-2=2\\y=2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=2\\y=2\end{cases}$$

Vậy nghiệm chung của hai phương trình là $(2;2)$.

CHĂM CHỈ – THÀNH TÀI – MIỆT MÀI – TẤT GIỎI

Bài tập

2.1 Giải các hệ phương trình bằng phương pháp thế

a) $\begin{cases} x-3y=-5 \\ 2x+5y=23 \end{cases}$ b) $\begin{cases} 5x-4y=3 \\ 2x+y=4 \end{cases}$ c) $\begin{cases} 5x+3y=1 \\ x-2y=8 \end{cases}$ d) $\begin{cases} \dfrac{x}{y}=\dfrac{2}{3} \\ x+y-10=0 \end{cases}$

2.2 Giải các hệ phương trình bằng phương pháp cộng đại số

a) $\begin{cases} 2x+y=11 \\ 3x-y=9 \end{cases}$ b) $\begin{cases} 4x-3y=6 \\ 2x+3y=12 \end{cases}$ c) $\begin{cases} 5x+2y=7 \\ 8x+3y=12 \end{cases}$ d) $\begin{cases} 3x+2y=1 \\ 6x+4y=7 \end{cases}$

2.3 Giải các hệ phương trình

a) $\begin{cases} 0,3x+1,3y=-1 \\ 1,8x-3,2y=4 \end{cases}$ b) $\begin{cases} 4x+\left(\sqrt{3}-1\right)y=1 \\ \left(\sqrt{3}+1\right)x-3y=5 \end{cases}$ c) $\begin{cases} x+y=\dfrac{4x-3}{5} \\ x+3y=\dfrac{15-9y}{14} \end{cases}$

d) $\begin{cases} (x-2)(y+3)=xy \\ (x+2)^2-(y-4)^2=(x-y)(x+y) \end{cases}$ e) $\begin{cases} \dfrac{x+1}{x-1}=\dfrac{y+3}{y+1} \\ 3x+2y+2=0 \end{cases}$

2.4 Giải các hệ phương trình

a) $\begin{cases} \dfrac{2}{x-5}+\dfrac{3}{y+2}=-\dfrac{1}{2} \\ \dfrac{-1}{x-5}+\dfrac{6}{y+2}=\dfrac{1}{2} \end{cases}$ b) $\begin{cases} \dfrac{4}{\sqrt{x}}+\dfrac{3}{\sqrt{y}}=\dfrac{13}{36} \\ \dfrac{6}{\sqrt{x}}+\dfrac{10}{\sqrt{y}}=1 \end{cases}$ c) $\begin{cases} \dfrac{10}{\sqrt{12x-3}}+\dfrac{5}{\sqrt{4y+1}}=1 \\ \dfrac{7}{\sqrt{12x-3}}+\dfrac{8}{\sqrt{4y+1}}=1 \end{cases}$

d) $\begin{cases} 2x^2-3y^2=-1 \\ 3x^2+2y^2=18 \end{cases}$ e) $\begin{cases} (x+2)^2-(y-1)^2=2 \\ 2(x+2)^2-3(y-1)^2=-1 \end{cases}$

2.5 Giải và biện luận các hệ phương trình, với m là tham số

a) $\begin{cases} x+y=m-2 \\ (m+2)x-4y=m^2-4 \end{cases}$ b) $\begin{cases} 2mx+3y=5 \\ (m+1)x+y=2 \end{cases}$ c) $\begin{cases} mx+2y=m+1 \\ 2x+my=3 \end{cases}$

2.6* Giải các hệ phương trình

a) $\begin{cases} \left|2x-1\right|+\left|y+1\right|=0 \\ 2x-y=2 \end{cases}$ b) $\begin{cases} 2x+3\left|y\right|=13 \\ 3x-y=3 \end{cases}$ c) $\begin{cases} y-2\left|x\right|+3=0 \\ \left|y\right|+x-3=0 \end{cases}$ d) $\begin{cases} \left|x+y\right|=1 \\ \left|x\right|+\left|y\right|=1 \end{cases}$

2.7 Giải các hệ phương trình

a) $\begin{cases} x-y=xy \\ x+y=5xy \end{cases}$ b) $\begin{cases} 4x-3y=0 \\ 3y+2z=0 \\ 4x+7y+5z=5 \end{cases}$

2.8 Cho hai phương trình $x-y=3$ và $x+y=-1$.

a) Tìm nghiệm tổng quát của mỗi phương trình.

b) Vẽ các đường biểu diễn tập nghiệm của hai phương trình trên cùng một hệ trục tọa độ rồi xác định nghiệm chung sau đó kiểm tra lại bằng phép toán.

2.9 Tìm giá trị m và n để hệ phương trình $\begin{cases} 2mx+10y=5 \\ (m-1)x+2ny=1 \end{cases}$ vô số nghiệm.

2.10 Tìm giá trị của m và n để hệ phương trình $\begin{cases} mx-y=-2n \\ (2m-1)x+y=n-1 \end{cases}$ có nghiệm duy nhất và tìm nghiệm duy nhất đó.

BÀI 3: GIẢI TOÁN BẰNG CÁCH LẬP PHƯƠNG TRÌNH

I. Các bước giải bài toán bằng cách lập phương trình

Giải bài toán bằng cách lập phương trình gồm các bước sau:

Bước 1:

_ Chọn hai ẩn và đặt điều kiện thích hợp cho chúng.

_ Biểu diễn các đại lượng chưa biết theo các ẩn và các đại lượng đã biết.

_ Lập hệ phương trình biểu thị mối quan hệ giữa các đại lượng.

Bước 2: Giải hệ phương trình nói trên.

Bước 3:

Trả lời: Kiểm tra xem trong các nghiệm của hệ phương trình nghiệm nào thích hợp với bài toán rồi kết luận.

II. Một số ví dụ

Ví dụ 1:

Vừa gà vừa chó

Bó lại cho tròn

Ba mươi sáu con

Một trăm chân chẵn

Hỏi có bao nhiêu con gà và bao nhiêu con chó?

Giải

Gọi x là số con gà, y là số con chó.

Điều kiện: x và y là các số nguyên dương.

Vì tổng số gà và chó là 36 nên $x+y=36$

Mỗi con gà có hai chân nên x con gà có $2x$ chân.

Mỗi con chó có bốn chân nên y con chó có $4y$ chân.

Vì tổng số chân là 100 nên $2x+4y=100 \Leftrightarrow x+2y=50$.

Như vậy ta có hệ phương trình: $\begin{cases} x+y=36 \\ x+2y=50 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x+y=36 \\ y=14 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=22 \\ y=14 \end{cases}$

Cả hai giá trị x và y đều thỏa điều kiện.

Vậy ta có 22 con gà và 14 con chó.

CHĂM CHỈ – THÀNH TÀI – MIỆT MÀI – TẤT GIỎI

Ví dụ 2: Một học sinh mua 15 quyển vở gồm hai loại là loại I và loại II. Tổng số tiền của các quyển vở loại I là 25 nghìn đồng, tổng số tiền của các quyển vở loại II là 30 nghìn đồng. Biết giá tiền của một quyển vở loại I nhiều hơn một quyển vở loại II là 2 nghìn đồng. Hỏi học sinh đó mua bao nhiêu quyển vở mỗi loại?

Giải

Gọi x là số vở loại I, y là số vở loại II. Điều kiện: x và y là các số nguyên dương.

Vì tổng số quyển vở là 15 nên $x+y=15$.

Giá tiền mỗi quyển vở loại I là $\frac{25}{x}$, giá tiền mỗi quyển vở loại II là $\frac{30}{y}$.

Vì giá một quyển vở loại I nhiều hơn một quyển vở loại II là 2 nghìn đồng nên $\frac{25}{x}-\frac{30}{y}=2$.

Như vậy ta có hệ phương trình: $\begin{cases} x+y=15 \\ \frac{25}{x}-\frac{30}{y}=2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y=15-x \\ \frac{25}{x}-\frac{30}{15-x}=2 \end{cases}$

Xét $\frac{25}{x}-\frac{30}{15-x}=2 \Leftrightarrow 25(15-x)-30x=2x(15-x) \Leftrightarrow 2x^2-85x+375=0$

Biến đổi phương trình, ta có:

$$2x^2-10x-75x+375=0 \Leftrightarrow 2x(x-5)-75(x-5)=0 \Leftrightarrow (2x-75)(x-5)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=5 \\ x=\frac{75}{2} \end{array}\right.$$

Dựa vào điều kiện của x ta nhận $x=5 \Rightarrow y=15-115-5=10$

Vậy ta có 5 quyển vở loại I và 10 quyển vở loại II.

Ví dụ 3: Tìm số tự nhiên có hai chữ số biết rằng số đó gấp 7 lần tổng các chữ số của nó và nếu đổi chỗ hai chữ số của nó thì được số mới kém số ban đầu 27 đơn vị.

Giải

Gọi số tự nhiên cần tìm là $\overline{ab}$.

Điều kiện: $a,b \in \mathbb{N};\ 0 \le a \le 9;\ 0 \le b \le b$.

Ta có: $\overline{ab}=10a+b$

Vì số đó gấp 7 lần tổng các chữ số của nó nên $10a+b=7(a+b) \Leftrightarrow 3a=6b \Leftrightarrow b=2a$

Khi đổi chỗ hai chữ số của số đó, ta có: $\overline{ba}=10b+a$

Vì số ban đầu lớn hơn số sau khi đổi chỗ hai chữ số 27 đơn vị nên $10a+b-(10b+a)=27$

Như vậy, ta có hệ phương trình: $\begin{cases} a = 2b \\ 9a - 9b = 27 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 2b \\ 18b - 9b = 27 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 2b \\ 9b = 27 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 6 \\ b = 3 \end{cases}$

Các số a và b đều thỏa điều kiện.

Vậy số tự nhiên cần tìm là 63.

Bài tập

3.1 Bình có 450 quyển sách. Nếu Bình cho An 50 quyển sách thì số sách của An bằng $\frac{4}{5}$ số sách của Bình. Hỏi số sách ban đầu của bạn An là bao nhiêu?

3.2 Một hình tam giác có diện tích là 18 cm^2. Tính cạnh đáy của tam giác, biết rằng nếu tăng chiều dài cạnh đáy lên 4 cm và giảm chiều cao tương ứng 1cm thì diện tích không đổi.

3.3 Một ô tô đi từ tỉnh A đến tỉnh B với vận tốc cố định. Nếu vận tốc tăng thêm 20 km/h thì thời gian đi được sẽ giảm 1 giờ, nếu vận tốc giảm bớt 10 km/h thì thời gian đi tăng thêm 1 giờ. Tính vận tốc và thời gian đi dự định của ô tô.

3.4 Tìm số tự nhiên có ba chữ số, tổng các chữ số bằng 17, chữ số hàng chục là 4, nếu đổi chỗ các chữ số hàng trăm và hàng đơn vị thì số mới thu được nhỏ hơn số ban đầu 99 đơn vị.

CHĂM CHỈ – THÀNH TÀI – MIỆT MÀI – TẤT GIỎI

Ôn tập 4

Câu 1. Giải các hệ phương trình

a) $\begin{cases} \dfrac{x+1}{3}+y=\dfrac{6y-5x}{7} \\ \dfrac{2y-5x}{3}+5=\dfrac{y+27}{4}-2x \end{cases}$

b) $\begin{cases} \dfrac{3x}{x+1}-\dfrac{2}{y+4}=4 \\ \dfrac{2x}{x+1}+\dfrac{5}{y+4}=9 \end{cases}$

c) $\begin{cases} 3\sqrt{4x+2y}-5\sqrt{2x-y}=2 \\ 7\sqrt{4x+2y}+2\sqrt{2x-y}=32 \end{cases}$

d) $\begin{cases} x+y+z=6 \\ x+2y+4z=17 \\ x+3y+9z=34 \end{cases}$

Câu 2. Giải và biện luận hệ phương trình: $\begin{cases} 2x-3y=1 \\ mx+2y=2 \end{cases}$.

Câu 3. Một ô tô đi từ *A* đến *B* trong khoảng thời gian nhất định. Nếu xe chạy với vận tốc 35 km/h thì đến chậm 2 giờ. Nếu xe chạy với vận tốc 50 km/h thì đến sớm 1 giờ. Tính quãng đường và thời gian dự định đi lúc đầu.

HƯỚNG DẪN MỘT SỐ BÀI TẬP CHƯƠNG III

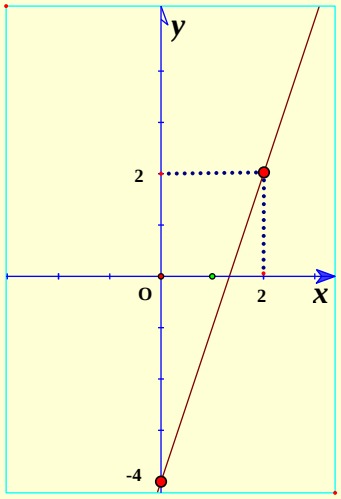
BÀI 1: PHƯƠNG TRÌNH BẬC NHẤT HAI ẨN SỐ

1.1

a. Ta có: $3x-y=4 \Rightarrow y=3x-4$

Vậy nghiệm tổng quát của phương trình là $(x\in\mathbb{R}; y=3x-4)$

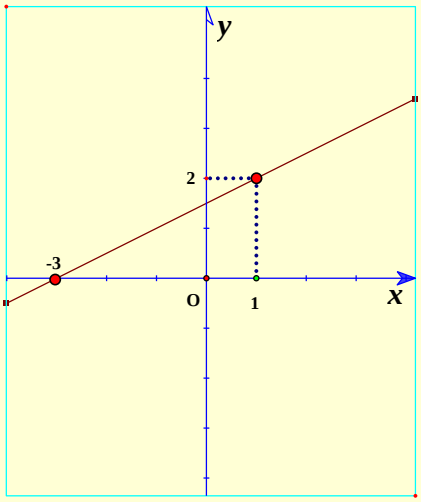
Biểu diễn tập nghiệm của phương trình $3x-y=4$ là đường thẳng đi qua hai điểm $(0;4)$ và $(2;2)$.



b. Ta có: $2y-x=3 \Rightarrow y=\dfrac{3+x}{2}$

Vậy nghiệm tổng quát của phương trình là $\left(x\in\mathbb{R}; y=\dfrac{3+x}{2}\right)$

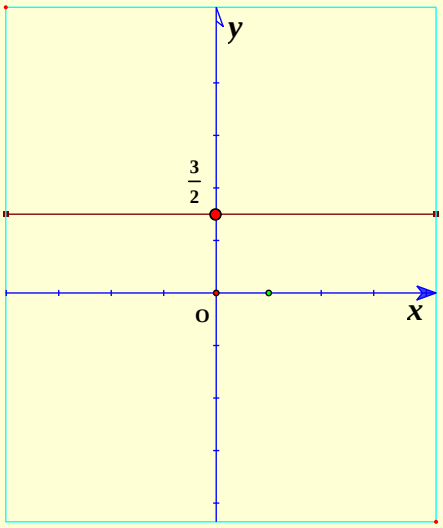
Biểu diễn tập nghiệm của phương trình $2y-x=3$ là đường thẳng đi qua hai điểm $(1;2)$ và $(-3;0)$.



c. Ta có: $0x+2y=3 \Rightarrow y=\dfrac{3}{2}$

Vậy nghiệm tổng quát của phương trình $0x+2y=3$ là $\left(x\in\mathbb{R}; y=\dfrac{3}{2}\right)$

Biểu diễn tập nghiệm của phương trình $0x+2y=3$ là đường thẳng đi qua điểm $\left(0;\dfrac{3}{2}\right)$ và song song với trục hoành.

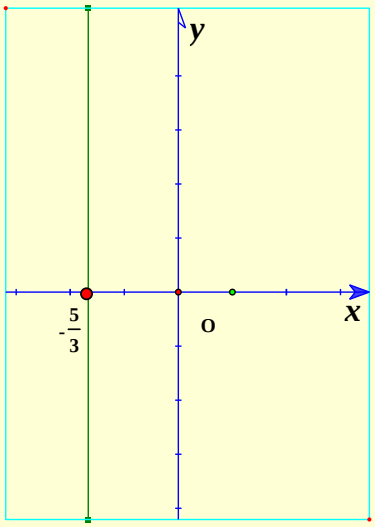


CHĂM CHỈ – THÀNH TÀI – MIỆT MÀI – TẤT GIỎI

d. Ta có: $3x+0y=-5\Rightarrow x=-\frac{5}{3}$

Vậy nghiệm tổng quát của phương trình $0x+2y=3$ là $\left(x\in\mathbb{R};y=\frac{3}{2}\right)$

Biểu diễn tập nghiệm của phương trình $3x+0y=-5$ là đường thẳng đi qua điểm $\left(-\frac{5}{3};0\right)$ và song song với trục tung.



1.2 a. Ta có: $m.3+(m-1).2=2m\Leftrightarrow m=\frac{2}{3}$

Phương trình đã cho là $\frac{2}{3}x-\frac{1}{3}y=\frac{4}{3}\Rightarrow 2x-y=4\Rightarrow y=2x+4$

Vậy nghiệm tổng quát của phương tình đã cho là $(x\in\mathbb{R};y=2x+4)$.

b. Ta có: $2m.1+(m+2).1=m-4\Leftrightarrow m=-3$

Phương trình đã cho là $6x+y=7\Rightarrow y=7-6x$

Vậy nghiệm tổng quát của phương trình đã cho là $(x\in\mathbb{R};y=7-6x)$.

1.3 a. Ta có: $4x-5y=24\Rightarrow y=\frac{4x-24}{5}=x-\frac{x+24}{5}$

Đặt $t=\frac{x+24}{5},t\in\mathbb{Z}\Rightarrow x=5t-24\Rightarrow y=x-\frac{x+24}{5}=4t-24$

Vậy cặp số $(x;y)=(5t-24;4t-24),t\in\mathbb{Z}$ là nghiệm nguyên của phương trình đã cho.

b. Ta có: $4x+3y=-9\Rightarrow y=\frac{-9-4x}{3}=-x-\frac{9+x}{3}$

Đặt $\frac{9+x}{3}=t,t\in\mathbb{Z}\Rightarrow x=3t-9\Rightarrow y=x-\frac{9+x}{3}=4t-9$

Vậy cặp số $(x;y)=(3t-9;4t-9),t\in\mathbb{Z}$ là nghiệm nguyên của phương trình đã cho.

c. Ta có: $3x+6y=2019\Leftrightarrow x+2y=673\Rightarrow y=\frac{673+x}{2}-x$

Đặt $\frac{673+x}{2}=t,t\in\mathbb{Z}\Rightarrow x=2t-673\Rightarrow y=\frac{673+x}{2}-x=673-t$

Vậy cặp số $(x;y)=(2t-673;673-2t),t\in\mathbb{Z}$ là nghiệm nguyên của phương trình đã cho.

d. Ta có: $5x+3y=2\Rightarrow y=\frac{2-5x}{3}=\frac{2+x}{3}-2x$

Đặt $\frac{2+x}{3}=t,t\in\mathbb{Z}\Rightarrow x=3t-2\Rightarrow y=\frac{2+x}{3}-2x=-5t+4$

Vậy cặp số $(x;y)=(3t-2;-5t+4),t\in\mathbb{Z}$ là nghiệm nguyên của phương trình đã cho.

1.4 Thay cặp số $(2m+1;3m+1)$ vào phương rình đã cho, ta có:

$3x-2y=1\Leftrightarrow 3(2m+1)-2(3m+1)=1\Leftrightarrow 1=1$ (luôn đúng)

Vậy $(2m+1;3m+1)$ là nghiệm của phương trình $3x-2y=1$.

BÀI 2: HỆ PHƯƠNG TRÌNH BẬC NHẤT HAI ẨN SỐ

2.1

a) $\begin{cases} x-3y=-5 \\ 2x+5y=23 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=3y-5 \\ 2(3y-5)+5y=23 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=3y-5 \\ 11y=33 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=3.3-5 \\ y=3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=4 \\ y=3 \end{cases}$

Vậy hệ phương trình có nghiệm là $(4;3)$.

b) $\begin{cases} 5x-4y=3 \\ 2x+y=4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y=4-2x \\ 5x-4(4-2x)=3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y=4-2x \\ 13x=19 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=\dfrac{19}{13} \\ y=4-2.\dfrac{19}{13} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=\dfrac{19}{13} \\ y=\dfrac{14}{13} \end{cases}$

Vậy hệ phương trình có nghiệm là $\left(\dfrac{19}{13};\dfrac{14}{13}\right)$.

c) $\begin{cases} 5x+3y=1 \\ x-2y=8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=8+2y \\ 5(8+2y)+3y=1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=8+2y \\ 13y=-39 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=8+2(-3) \\ y=-3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=2 \\ y=-3 \end{cases}$

Vậy hệ phương trình có nghiệm $(2;-3)$.

d) $\begin{cases} \dfrac{x}{y}=\dfrac{2}{3} \\ x+y-10=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x-2y=0 \\ y=10-x \end{cases} \begin{cases} 3x-2(10-x)=0 \\ y=10-x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 5x=20 \\ y=10-x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=4 \\ y=10-4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=4 \\ y=6 \end{cases}$

Vậy hệ phương trình có nghiệm là $(4;6)$.

2.2

a) $\begin{cases} 2x+y=11 \\ 3x-y=9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 5x=20 \\ 2x+y=11 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=4 \\ 2.4+y=11 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=4 \\ y=3 \end{cases}$

Vậy hệ phương trình có nghiệm là $(4;3)$.

b) $\begin{cases} 4x-3y=6 \\ 2x+3y=12 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 6x=18 \\ 4x-3y=6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=3 \\ 4.3-3y=6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=3 \\ y=2 \end{cases}$

Vậy hệ phương trình có nghiệm là $(3;2)$.

c) $\begin{cases} 5x+2y=7 \\ 8x+3y=12 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 15x+6y=21 \\ 16x+6y=24 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 5x+2y=7 \\ x=3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=3 \\ 5.3+2y=7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=3 \\ y=-4 \end{cases}$

Vậy hệ phương trình có nghiệm là $(3;-4)$.

d) $\begin{cases} 3x+2y=1 \\ 6x+4y=7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 6x+4y=2 \\ 6x+4y=7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 0=5 \\ 3x+2y=1 \end{cases}$ (vô lý). Vậy hệ phương trình vô nghiệm.

CHĂM CHỈ – THÀNH TÀI – MIỆT MÀI – TẤT GIỎI

2.3

a) $\begin{cases}0,3x+1,3y=-1\\1,8x-3,2y=4\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}1,8x+7,8y=-6\\1,8x-3,2y=4\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}10y=-10\\0,3x+1,3y=-1\end{cases}$

$\Leftrightarrow\begin{cases}y=-1\\0,3x+1,3.(-1)=-1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=1\\y=-1\end{cases}.$

Vậy hệ phương trình có nghiệm là $(1;-1)$.

b) $\begin{cases}4x+\left(\sqrt{3}-1\right)y=1\\\left(\sqrt{3}+1\right)x-3y=5\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}4x+\left(\sqrt{3}-1\right)y=1\\y=\dfrac{\left(\sqrt{3}+1\right)x}{3}-\dfrac{5}{3}\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}4x+\dfrac{\left(\sqrt{3}-1\right)\left(\sqrt{3}+1\right)x}{3}=1+\dfrac{5\left(\sqrt{3}-1\right)}{3}\\y=\dfrac{\left(\sqrt{3}+1\right)x}{3}-\dfrac{5}{3}\end{cases}$

Như vậy hệ trở thành:

$\begin{cases}4x+\dfrac{2x}{3}=\dfrac{5\sqrt{3}-2}{3}\\y=\dfrac{\left(\sqrt{3}+1\right)x}{3}-\dfrac{5}{3}\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=\dfrac{5\sqrt{3}-2}{14}\\y=\dfrac{\left(\sqrt{3}+1\right)\left(5\sqrt{3}-2\right)}{3.14}-\dfrac{5}{3}\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=\dfrac{5\sqrt{3}-2}{14}\\y=\dfrac{-57+3\sqrt{3}}{42}\end{cases}$

Vậy hệ phương trình có nghiệm là $\left(\dfrac{5\sqrt{3}-2}{14};\dfrac{-57+3\sqrt{3}}{42}\right)$.

c) $\begin{cases}x+y=\dfrac{4x-3}{5}\\x+3y=\dfrac{15-9y}{14}\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}5x+5y=4x-3\\14x+42y=15-9y\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x+5y=-3\\14x+51y=15\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}14x+70y=-42\\14x+51y=15\end{cases}$

Như vậy $\begin{cases}x+5y=-3\\19y=-57\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x+5.(-3)=-3\\y=-3\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=12\\y=-3\end{cases}$

Vậy hệ phương trình có nghiệm là $(12;-3)$.

d) $\begin{cases}(x-2)(y+3)=xy\\(x+2)^2-(y-4)^2=(x-y)(x+y)\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}xy+3x-2y-6=xy\\x^2+4x-y^2+8y-12=x^2-y^2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}3x-2y=6\\x+2y=3\end{cases}$

Như vậy $\begin{cases}3x-2y=6\\x+2y=3\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}4x=9\\x+2y=3\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=\dfrac{9}{4}\\\dfrac{9}{4}+2y=3\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=\dfrac{9}{4}\\y=\dfrac{3}{8}\end{cases}$

Vậy hệ phương trình có nghiệm là $\left(\dfrac{9}{4};\dfrac{3}{8}\right)$.

e) $\begin{cases}\dfrac{x+1}{x-1}=\dfrac{y+3}{y+1}\\3x+2y+2=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}(x+1)(y+1)=(x-1)(y+3)\\3x+2y+2=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}xy+x+y+1=xy+3x-y-3\\3x+2y+2=0\end{cases}$

Như vậy hệ trở thành: $\begin{cases}2x-2y=4\\3x+2y=-2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}5x=2\\x-y=2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=\dfrac{2}{5}\\\dfrac{2}{5}-y=2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=\dfrac{2}{5}\\y=-\dfrac{8}{5}\end{cases}$

Vậy hệ phương trình có nghiệm là $\left(\frac{2}{5};-\frac{8}{5}\right)$.

2.4

a) $\begin{cases}\dfrac{2}{x-5}+\dfrac{3}{y+2}=-\dfrac{1}{2}\\\dfrac{-1}{x-5}+\dfrac{6}{y+2}=\dfrac{1}{2}\end{cases}$

Đặt $\frac{1}{x-5}=a,\frac{1}{y+2}=b$. Hệ phương trình trở thành

$\begin{cases}2a+3b=-\dfrac{1}{2}\\-a+6b=\dfrac{1}{2}\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}2a+3b=-\dfrac{1}{2}\\-2a+12b=1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}15b=\dfrac{1}{2}\\-a+6b=\dfrac{1}{2}\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=-\dfrac{3}{10}\\b=\dfrac{1}{30}\end{cases}$

Như vậy $\begin{cases}\dfrac{1}{x-5}=-\dfrac{3}{10}\\\dfrac{1}{y+2}=\dfrac{1}{30}\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}3x-15=-10\\y+2=30\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=\dfrac{5}{3}\\y=28\end{cases}$

Vậy hệ phương trình có nghiệm là $\left(\frac{5}{3};28\right)$.

b) $\begin{cases}\dfrac{4}{\sqrt{x}}+\dfrac{3}{\sqrt{y}}=\dfrac{13}{36}\\\dfrac{6}{\sqrt{x}}+\dfrac{10}{\sqrt{y}}=1\end{cases}$

Đặt $a=\frac{1}{\sqrt{x}},b=\frac{1}{\sqrt{y}}$ với $a,b>0$. Hệ phương trình trở thành:

$\begin{cases}4a+3b=\dfrac{13}{36}\\6a+10b=1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}12a+9b=\dfrac{13}{12}\\12a+20b=2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}11b=\dfrac{11}{12}\\4a+3b=\dfrac{13}{36}\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=\dfrac{1}{36}\\b=\dfrac{1}{12}\end{cases}$

CHĂM CHỈ – THÀNH TÀI – MIỆT MÀI – TẤT GIỎI

Như vậy $\begin{cases}\dfrac{1}{\sqrt{x}}=\dfrac{1}{36}\\ \dfrac{1}{\sqrt{y}}=\dfrac{1}{12}\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}\sqrt{x}=36\\ \sqrt{y}=12\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=1296\\ y=144\end{cases}$

Vậy hệ phương trình có nghiệm là $(1296;144)$.

c) $\begin{cases}\dfrac{10}{\sqrt{12x-3}}+\dfrac{5}{\sqrt{4y+1}}=1\\ \dfrac{7}{\sqrt{12x-3}}+\dfrac{8}{\sqrt{4y+1}}=1\end{cases}$

Đặt $a=\dfrac{1}{\sqrt{12x-3}},b=\dfrac{1}{\sqrt{4y+1}}$ với $a,b>0$.

Hệ phương trình trở thành $\begin{cases}10a+5b=1\\ 7a+8b=1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}80a+40b=8\\ 35a+40b=5\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}45a=3\\ 7a+8b=1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=\dfrac{1}{15}\\ b=\dfrac{1}{15}\end{cases}$

Như vậy $\begin{cases}\dfrac{1}{\sqrt{12x-3}}=\dfrac{1}{15}\\ \dfrac{1}{\sqrt{4y+1}}=\dfrac{1}{15}\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}\sqrt{2x-3}=15\\ \sqrt{4y+1}=15\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}12x-3=225\\ 4y+1=225\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=19\\ y=56\end{cases}$

Vậy hệ phương trình có nghiệm là $(19;56)$.

d) $\begin{cases}2x^2-3y^2=-1\\ 3x^2+2y^2=18\end{cases}$

Đặt $a=x^2,b=y^2$ với $a,b\ge 0$

Hệ phương trình trở thành $\begin{cases}2a-3b=-1\\ 3a+2b=18\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}4a-6b=-2\\ 9a+6b=54\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}13a=52\\ 2a-3b=-1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=4\\ b=3\end{cases}$

Như vậy $\begin{cases}x^2=4\\ y^2=3\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=2\\ y=\sqrt{3}\end{cases}\vee\begin{cases}x=2\\ y=-\sqrt{3}\end{cases}\vee\begin{cases}x=-2\\ y=\sqrt{3}\end{cases}\vee\begin{cases}x=-2\\ y=-\sqrt{3}\end{cases}$

Vậy hệ phương trình có bốn nghiệm là $(2;\sqrt{3})$, $(2;-\sqrt{3})$, $(-2;\sqrt{3})$ và $(-2;-\sqrt{3})$.

e) $\begin{cases}(x+2)^2-(y-1)^2=2\\ 2(x+2)^2-3(y-1)^2=-1\end{cases}$

Đặt $a=(x+2)^2,b=(y-1)^2$ với $a,b\ge 0$

Hệ phương trình trở thành $\begin{cases} a-b=2 \\ 2a-3b=-1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2a-2b=4 \\ 2a-3b=-1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a-b=2 \\ b=5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=7 \\ b=5 \end{cases}$

Như vậy $\begin{cases} (x+2)^2=7 \\ (y-1)^2=5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x+2=\sqrt{7} \\ y-1=\sqrt{5} \end{cases} \vee \begin{cases} x+2=\sqrt{7} \\ y-1=-\sqrt{5} \end{cases} \vee \begin{cases} x+2=-\sqrt{7} \\ y-1=\sqrt{5} \end{cases} \vee \begin{cases} x+2=-\sqrt{7} \\ y-1=-\sqrt{5} \end{cases}$

Ta được $\begin{cases} x=\sqrt{7}-2 \\ y=\sqrt{5}+1 \end{cases} \vee \begin{cases} x=\sqrt{7}-2 \\ y=-\sqrt{5}+1 \end{cases} \vee \begin{cases} x=-\sqrt{7}-2 \\ y=\sqrt{5}+1 \end{cases} \vee \begin{cases} x=-\sqrt{7}-2 \\ y=-\sqrt{5}+1 \end{cases}$

Vậy hệ phương trình có bốn nghiệm là $(7-\sqrt{2};\sqrt{5}+1)$, $(7-\sqrt{2};-\sqrt{5}+1)$, $(-7-\sqrt{2};\sqrt{5}+1)$ và $(-7-\sqrt{2};-\sqrt{5}+1)$.

2.5

a) $\begin{cases} x+y=m-2 \\ (m+2)x-4y=m^2-4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4x+4y=4m-8 \\ (m+2)x-4y=m^2-4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (m+6)x=m^2+4m-12 \ (1) \\ x+y=m-2 \end{cases}$

Xét phương trình $(m-6)x=m^2+4m-12 \Leftrightarrow (m+6)x=(m+6)(m-2) \Leftrightarrow (m+6)(x-m+2)=0$

Như vậy hệ phương trình trở thành $\begin{cases} (m+6)(x-m+2)=0 \\ x+y=m-2 \end{cases}$

TH1: $m+6=0 \Leftrightarrow m=-6$

Hệ tương đương với: $\begin{cases} 0.(x+8)=0 \\ x+y=-8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x\in\mathbb{R} \\ y=-x-8 \end{cases}$

Vậy hệ phương tình có vô số nghiệm với nghiệm tổng quát là $(x\in\mathbb{R};y=-x-8)$.

TH2: $m+6\neq 0 \Leftrightarrow m\neq -6$

Hệ tương đương với $\begin{cases} x-m+2=0 \\ x+y=-2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=m-2 \\ y=-2-x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=m-2 \\ y=-m \end{cases}$

Vậy hệ phương trình có nghiệm là $(m-2;-m)$ với $m\neq -6$.

b) $\begin{cases} 2mx+3y=5 \\ (m+1)x+y=2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2mx+3y=5 \\ 3(m+1)x+3y=6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2mx+3y=5 \\ (m+3)x=1 \end{cases}$

TH1: $m+3=0 \Leftrightarrow m=-3$

Khi đó: $0x=1$ (vô lý)

Vậy hệ phương tình vô nghiệm.

TH2: $m+3\neq 0 \Leftrightarrow m\neq -3$

CHĂM CHỈ – THÀNH TÀI – MIỆT MÀI – TẤT GIỎI

Hệ tương đương với: $\begin{cases} 2mx+3y=5 \\ x=\dfrac{1}{m+3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2m.\dfrac{1}{m+3}+3y=5 \\ x=\dfrac{1}{m+3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=\dfrac{1}{m+3} \\ y=\dfrac{m+5}{m+3} \end{cases}$

Vậy hệ phương trình có nghiệm là $\left(\dfrac{1}{m+3};\dfrac{m+5}{m+3}\right)$, với $m\neq -3$.

c) $\begin{cases} mx+2y=m+1 \\ 2x+my=3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2mx+4y=2m+2 \\ 2mx+m^2y=3m \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \left(m^2-4\right)y=m-2 \\ 2x+my=3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (m-2)\left[(m+2)x-1\right]=0 \\ 2x+my=3 \end{cases}$

TH1: $m-2=0 \Leftrightarrow m=2$

Hệ tương đương với: $\begin{cases} 0.(4x-1)=0 \\ 2x+2y=3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x\in\mathbb{R} \\ y=\dfrac{3-2x}{2} \end{cases}$

Vậy phương trình có vô số nghiệm với nghiệm tổng quát là $\left(x\in\mathbb{R}; y=\dfrac{3-2x}{2}\right)$.

TH2: $m-2\neq 0 \Leftrightarrow m\neq 2$

Hệ tương đương với: $\begin{cases} (m+2)x=1 \\ 2x+my=3 \end{cases}$

Khi đó, ta xét hai trường hợp cụ thể nữa là:

TH2.1: $m=-2 \Rightarrow \begin{cases} 0x=1 \\ 2x-2y=3 \end{cases}$ (vô lý)

Vậy hệ phương trình vô nghiệm.

TH2.2: $m\neq -2 \Rightarrow \begin{cases} x=\dfrac{1}{m+2} \\ \dfrac{2}{m+2}-2y=3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=\dfrac{1}{m+2} \\ y=-\dfrac{3m+4}{2(m+2)} \end{cases}$

Vậy hệ phương trình có nghiệm là $\left(\dfrac{1}{m+2};-\dfrac{3m+4}{2(m+2)}\right)$ với $m\neq 2$ và $m\neq -2$.

2.6*

a) $\begin{cases} |2x-1|+|y+1|=0 \\ 2x-y=2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} |2x-1|+|y+1|=0 \\ y=2x-2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} |2x-1|+|2x-1|=0 \\ y=2x-2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} |2x-1|=0 \\ y=2x-2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=\dfrac{1}{2} \\ y=-1 \end{cases}$

Vậy hệ phương tình có nghiệm là $\left(\dfrac{1}{2};-1\right)$.

Cách khác: $|A|+|B|=0 \Leftrightarrow \begin{cases} A=0 \\ B=0 \end{cases}$

Áp dụng cho hệ trên, ta có: $\begin{cases} 2x-1=0 \\ y+1=0 \\ 2x-y=2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=\dfrac{1}{2} \\ y=-1 \\ 2.\dfrac{1}{2}-(-1)=2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=\dfrac{1}{2} \\ y=-1 \\ 2=2 \end{cases}$

Vậy hệ phương trình có nghiệm là $\left(\dfrac{1}{2};-1\right)$.

b) $\begin{cases} 2x+3|y|=13 \\ 3x-y=3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x+3y=13 \\ 3x-y=3 \end{cases}, y\ge 0 \ (1) \vee \begin{cases} 2x-3y=13 \\ 3x-y=3 \end{cases}, y<0 \ (2)$

Xét $(1) \Leftrightarrow \begin{cases} 2x+3y=13 \\ 9x-3y=9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 11x=22 \\ 2x+3y=13 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=2 \\ y=3 \end{cases}$ (nhận)

Vậy hệ phương tình có nghiệm là $(2;3)$.

Xét $(2) \Leftrightarrow \begin{cases} 2x-3y=13 \\ 9x-3y=9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -7x=4 \\ 2x-3y=13 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=-\dfrac{4}{7} \\ y=-\dfrac{33}{7} \end{cases}$ (nhận)

Vậy hệ phương trình có nghiệm là $\left(-\dfrac{4}{7};-\dfrac{33}{7}\right)$.

c) $\begin{cases} y-2|x|+3=0 \\ |y|+x-3=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y-2|x|=-3 \\ |y|+x=3 \end{cases} (I)$

TH1: $x, y \ge 0$

$(I) \Leftrightarrow \begin{cases} y-2x=-3 \\ y+x=3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x=6 \\ y=2x-3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=2 \\ y=1 \end{cases}$ (nhận)

Vậy hệ phưng trình có nghiệm là $(2;1)$.

TH2: $x \ge 0; y \le 0$

$(I) \Leftrightarrow \begin{cases} y-2x=-3 \\ -y+x=3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -x=0 \\ y=2x-3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=0 \\ y=-3 \end{cases}$ (nhận)

Vậy hệ phương trình có nghiệm là $(0;-3)$.

TH3: $x \le 0; y \ge 0$

CHĂM CHỈ – THÀNH TÀI – MIỆT MÀI – TẤT GIỎI

$(I)\Leftrightarrow\begin{cases}y+2x=-3\\y+x=3\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=-6\\y=-2x-3\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=-6\\y=9\end{cases}$ (nhận)

Vậy hệ phưng trình có nghiệm là $(-6;9)$.

TH2: $x,y\le 0$

$(I)\Leftrightarrow\begin{cases}y+2x=-3\\-y+x=3\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}3x=0\\y=-2x-3\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=0\\y=-3\end{cases}$ (nhận)

Vậy hệ phương trình có nghiệm là $(0;-3)$.

Vậy hệ phương trình đã cho có ba nghiệm là $(2;1)$, $(-6;9)$ và $(0;-3)$.

d) $\begin{cases}|x+y|=1\\|x|+|y|=1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}|x+y|=|x|+|y|\\|x+y|=1\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}|x+y|^2=(|x|+|y|)^2\\|x+y|=1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}xy=|xy|\\|x+y|=1\end{cases}$

Ta có: $|xy|=xy\Leftrightarrow xy\ge 0\Leftrightarrow x,y\ge 0\vee x,y\le 0$

TH1: $x,y\ge 0$

Ta có: $x+y=1\Leftrightarrow y=1-x$ và $x+y=1\Rightarrow x\le 1\Rightarrow 0\le x\le 1$

Hệ phương trình có vô số nghiệm không âm với nghiệm tổng quát là $(1\ge x\ge 0;y=1-x)$

TH2: $x,y\le 0$

Ta có: $\begin{cases}xy=0\\x+y=-1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=0\\y=-1\end{cases}\vee\begin{cases}y=0\\x=-1\end{cases}$

Hệ phương trình có hai nghiệm $(0;-1)$ và $(-1;0)$.

2.7

a) $\begin{cases}x-y=xy\\x+y=5xy\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}5x-5y=5xy\\x+y=5xy\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}4x-6y=0\\x+y=5xy\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=\frac{3}{2}y\\\frac{3}{2}y+y-5.\frac{3}{2}y.y=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=\frac{3}{2}y\\-3y^2+y=0\end{cases}$

Như vậy $\begin{cases}x=\frac{3}{2}y\\y=0\vee y=\frac{1}{3}\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=0\\y=0\end{cases}\vee\begin{cases}x=\frac{1}{2}\\y=\frac{1}{3}\end{cases}$

Vậy hệ phương trình có hai nghiệm là $(0;0)$ và $\left(\frac{1}{2};\frac{1}{3}\right)$.

b) $\begin{cases}4x-3y=0\\3y+2z=0\\4x+7y+5z=5\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}4x=3y\\3y+2z=0\\10y+5z=5\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}4x=3y\\3y+2z=0\\4y+2z=2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}4x=3y\\y=2\\z=-3\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=\dfrac{3}{2}\\y=2\\z=-3\end{cases}$

Vậy hệ phương trình có một nghiệm là $\left(\frac{3}{2};2;-3\right)$.

2.8

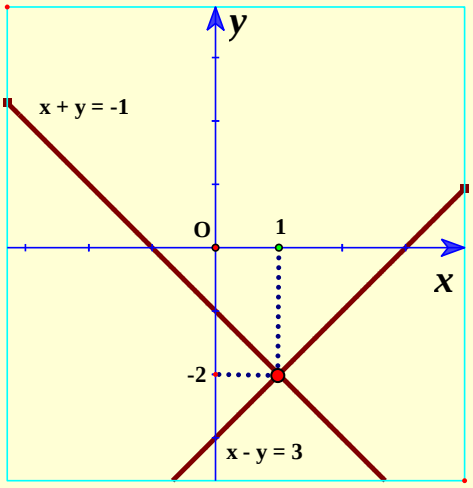
a) Ta có: $x-y=3\Leftrightarrow y=x-3$. Phương trình có nghiệm tổng quát là $\left(x\in\mathbb{R};y=x-3\right)$.

$x+y=-1\Leftrightarrow y=-x-1$. Phương trình có nghiệm tổng quát là $\left(x\in\mathbb{R};y=-x-1\right)$.

b) Biểu diễn tập nghiệm của phương trình $x-y=3$ là một đường thẳng đi qua hai điểm $\left(0;-3\right)$ và $\left(3;0\right)$.

Biểu diễn tập nghiệm của phương trình $x+y=-1$ là một đường thẳng đi qua hai điểm $\left(0;-1\right)$ và $\left(-1;0\right)$.

Nhìn vào đồ thị ta thấy nghiệm chung của hai phương trình trên là $\left(1;-2\right)$.



Kiểm tra bằng phép toán:

$\begin{cases}x-y=3\\x+y=-1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}2x=2\\x-y=3\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=1\\1-y=3\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=1\\y=-2\end{cases}$

Vậy nghiệm chung của hai phương trình là $\left(1;-2\right)$.

2.9 $\begin{cases}2mx+10y=5\\(m-1)x+2ny=1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}2mnx+10ny=5n\\5(m-1)x+10ny=5\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}(5m-2mn-5)x=5-5n\\2mx+10y=5\end{cases}$

Hệ phương trình vô số nghiệm khi: $\begin{cases}5m-2mn-5=0\\5-5n=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}n=1\\m=\dfrac{5}{3}\end{cases}$.

2.10 $\begin{cases}mx-y=-2n\\(2m-1)x+y=n-1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}(3m-1)x=-n-1\\mx-y=-2n\end{cases}$

Thỏa đề khi $3m-1\neq0\Leftrightarrow m\neq\frac{1}{3}$ và n tùy ý.

Hệ tương đương với: $\begin{cases}x=\dfrac{-n-1}{3m-1}\\mx-y=-2n\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=\dfrac{-n-1}{3m-1}\\m\dfrac{-n-1}{3m-1}-y=-2n\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=\dfrac{-n-1}{3m-1}\\y=\dfrac{5mn-3n}{3m-1}\end{cases}$.

CHĂM CHỈ – THÀNH TÀI – MIỆT MÀI – TẤT GIỎI

BÀI 3: GIẢI TOÁN BẰNG CÁCH LẬP PHƯƠNG TRÌNH

3.1 Gợi ý: Gọi x là số sách lúc sau của Bình, y là số sách lúc sau của An.

Ta có: $x=450-50=400\Rightarrow\dfrac{y}{x}=\dfrac{4}{5}\Rightarrow y=\dfrac{4}{5}x=360$

Như vậy ban đầu, An có 310 cuốn sách.

3.2 Gợi ý: Gọi x là chiều dài đáy, y là chiều dài của chiều cao.

Điều kiện: x và y là hai số dương.

Ta có: $\begin{cases}\dfrac{1}{2}xy=18\\ \dfrac{1}{2}(x+4)(y-1)=18\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}xy=36\\ xy-x+4y-4=36\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=4y\\ xy=36\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=12\\ y=3\end{cases}$.

3.3 Gợi ý: Gọi t là thời gian đi dự định của xe, v là vận tốc ban đầu.

Điều kiện: t và v là các số dương.

Ta có: $\begin{cases}t-\dfrac{vt}{v+20}=1\\ \dfrac{vt}{v-10}-t=1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}1-\dfrac{v}{v+20}=\dfrac{1}{t}\\ -1+\dfrac{v}{v-10}=\dfrac{1}{t}\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}1-\dfrac{v}{v+20}=-1+\dfrac{v}{v-10}\quad(1)\\ 1-\dfrac{v}{v+20}=\dfrac{1}{t}\quad(2)\end{cases}$

Xét $(1)\Leftrightarrow\dfrac{v}{v+20}+\dfrac{v}{v-10}=2\Leftrightarrow 2(v+20)(v-10)=v(v+20)+v(v-10)\Leftrightarrow 10v=400\Leftrightarrow v=40$

Thay vào (2) ta được $t=3$.

3.4 Gợi ý: Gọi $\overline{a4b}$ là số cần tìm.

Điều kiện: $0\le a,b\le 9; a,b\in\mathbb{N}$.

Ta có: $\begin{cases}a+4+b=17\\ 100a+40+b-(100b+40+a)=99\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a+b=13\\ a-b=1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=7\\ b=6\end{cases}$

Vậy số cần tìm là 746.

Ôn tập 4

Câu 1.

a) $\begin{cases}\dfrac{x+1}{3}+y=\dfrac{6y-5x}{7}\\ \dfrac{2y-5x}{3}+5=\dfrac{y+27}{4}-2x\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}\dfrac{7(x+1)}{21}+\dfrac{21y}{21}=\dfrac{3(6y-5x)}{21}\\ \dfrac{4(2y-5x)}{12}+\dfrac{60}{12}=\dfrac{3(y+27)}{12}-\dfrac{24x}{12}\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}22x+3y=-7\\ 4x+5y=21\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=-1\\ y=5\end{cases}$

b) $\begin{cases}\dfrac{3x}{x+1}-\dfrac{2}{y+4}=4\\ \dfrac{2x}{x+1}+\dfrac{5}{y+4}=9\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}3a-2b=4\\ 2a+5b=9\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=2\\ b=1\end{cases}$ với $\begin{cases}a=\dfrac{x}{x+1}\\ b=\dfrac{1}{y+4}\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}x=-2\\ y=-3\end{cases}$

c) $\begin{cases}3\sqrt{4x+2y}-5\sqrt{2x-y}=2\\ 7\sqrt{4x+2y}+2\sqrt{2x-y}=32\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}3a-5b=2\\ 7a+2b=32\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=4\\ b=2\end{cases}$ với $\begin{cases}a=\sqrt{4x+2y}\\ b=\sqrt{2x-y}\end{cases}$

$\Rightarrow\begin{cases}4x+2y=16\\ 2x-y=4\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=3\\ y=2\end{cases}$

d) $\begin{cases}x+y+z=6\\ x+2y+4z=17\\ x+3y+9z=34\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}z=6-x-y\\ 3x+2y=7\\ 4x+3y=10\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=1\\ y=2\\ z=3\end{cases}$

Câu 2.

Ta có: $\begin{cases}2x-3y=1\\ mx+2y=2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}4x-6y=2\\ 3mx+6y=6\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}(3m+4)x=8\\ 2x-3y=1\end{cases}$

TH1: $3m+4=0\Leftrightarrow m=-\dfrac{4}{3}$

Hệ phương trình vô nghiệm vì $0.x=8$

TH2: $3m+4\neq 0\Leftrightarrow m\neq-\dfrac{4}{3}$

Hệ phương trình có nghiệm $\left(\dfrac{8}{3m+4};\dfrac{-3m+4}{3m+4}\right)$.

Câu 3. **Gợi ý:** tương tự như **3.3** ta giải được $s=350$ km và $t=43{,}75$ giờ.

CHĂM CHỈ – THÀNH TÀI – MIỆT MÀI – TẤT GIỎI