

# BẤT PHƯƠNG TRÌNH BẬC NHẤT MỘT ẨN

## A. BÀI GIẢNG

### 1. ĐỊNH NGHĨA

**Định nghĩa:** Bất phương trình dạng:

$$ax + b > 0, ax + b < 0, ax + b \leq 0, ax + b \geq 0,$$

Với  $a$  và  $b$  là hai số đã cho và  $a \neq 0$ , được gọi là bất phương trình bậc nhất một ẩn.

### 2. HAI QUY TẮC BIẾN ĐỔI BẤT PHƯƠNG TRÌNH

#### a. Quy tắc chuyển vế

Với các bất đẳng thức, ta có thể biến đổi:

$$a + b < c \Leftrightarrow a + b - c < 0 \rightarrow \text{chuyển vế và đổi dấu.}$$

Và với các bất phương trình chúng ta cũng có được quy tắc như vậy, cụ thể:

**Quy tắc chuyển vế:** Khi chuyển một hạng tử của bất phương trình từ vế này sang vế kia ta phải đổi dấu hạng tử đó.

Sử dụng quy tắc trên, bước đầu chúng ta có thể giải được một vài bất phương trình đơn giản, thí dụ sau sẽ minh họa điều này.

**Ví dụ 1.** Sử dụng quy tắc chuyển vế giải các bất phương trình sau và hãy biểu diễn tập nghiệm của nó trên trục số:

a.  $x + 3 < 4$

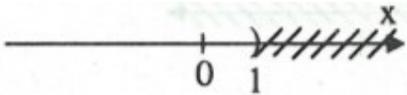
b.  $3x \geq 2x - 2$

**Giải**

a. Sử dụng quy tắc chuyển vế, biến đổi phương trình về dạng:

$$x + 3 < 4 \Leftrightarrow x < 4 - 3 \Leftrightarrow x < 1.$$

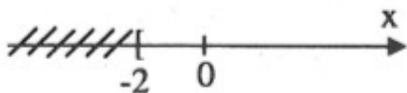
Vậy, bất phương trình có nghiệm  $x < 1$  và ta có biểu diễn:



b. Sử dụng quy tắc chuyển vế, biến đổi phương trình về dạng:

$$3x \geq 2x - 2 \Leftrightarrow 3x - 2x \geq -2 \Leftrightarrow x \geq -2.$$

Vậy, bất phương trình có nghiệm  $x \geq -2$  và ta có biểu diễn:



**Ví dụ 2.** Giải các bất phương trình sau:

a.  $x + 12 > 21$

b.  $-2x > -3x - 5$

**Giải**

a. Ta có biến đổi:  $x + 12 > 21 \Leftrightarrow x > 21 - 12 \Leftrightarrow x > 9.$

Vậy, bất phương trình có nghiệm  $x > 9.$

b. Ta có biến đổi:  $-2x > -3x - 5 \Leftrightarrow 3x - 2x > -5 \Leftrightarrow x > -5$

Vậy, bất phương trình có nghiệm  $x > -5$

### b. Quy tắc nhân với một số

Với các bất đẳng thức, ta có thể biến đổi:

$$2a + 4b > -2 \Leftrightarrow 1 + 2b > -1 \rightarrow \text{nhân cả hai vế với } \frac{1}{2} > 0 \text{ (hoặc chia cả hai vế cho } 2 > 0)$$

$$-3a < 6 \Leftrightarrow a > -2 \rightarrow \text{nhân cả hai vế với } -\frac{1}{3} < 0 \text{ (hoặc chia cả hai vế cho } -3 < 0).$$

Và với các bất phương trình chúng ta cũng có được quy tắc như vậy, cụ thể:

**Quy tắc nhân với một số:** Khi nhân (hoặc chia) cả hai vế của bất phương trình với cùng một số khác 0, ta phải:

1. Giữ nguyên chiều của bất phương trình nếu số đó dương.
2. Đổi chiều của bất phương trình nếu số đó âm.

Sử dụng quy tắc trên, bước đầu chúng ta có thể giải được một vài bất phương trình đơn giản, thí dụ sau sẽ minh họa điều này.

**Ví dụ 3.** Sử dụng quy tắc nhân với một số giải các bất phương trình sau và hãy biểu diễn tập nghiệm của nó trên trục số:

a.  $3x < -6$

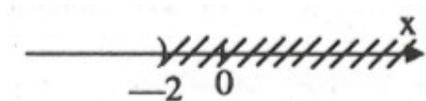
b.  $-\frac{1}{2}x \geq -2$

**Giải**

a. Sử dụng quy tắc nhân với một số, biến đổi phương trình về dạng:

$$3x < -6 \Leftrightarrow x < -2$$

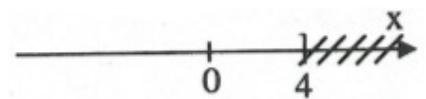
Vậy, bất phương trình có nghiệm  $x < -2$  và ta có biểu diễn:



b. Sử dụng quy tắc nhân với một số, biến đổi phương trình về dạng:

$$-\frac{1}{2}x \geq -2 \Leftrightarrow x \leq 4$$

Vậy, bất phương trình có nghiệm  $x \leq 4$  và ta có biểu diễn:



**Ví dụ 4.** Giải các bất phương trình sau:

a.  $2x < 24$

b.  $-3x < 27$

**Giải**

a. Ta có biến đổi:

$$2x < 24 \Leftrightarrow x < 12$$

Vậy, bất phương trình có nghiệm  $x < 12$

b. Ta có biến đổi:

$$-3x < 27 \Leftrightarrow x > -9$$

Vậy, bất phương trình có nghiệm  $x > -9$

**Chú ý:** Tiếp theo, chúng ta minh họa việc sử dụng đồng thời hai quy tắc biến đổi bất phương trình để bước đầu làm quen với việc giải một bất phương trình.

**Ví dụ 5.** Sử dụng hai quy tắc biến đổi bất phương trình để giải các bất phương trình sau:

a.  $3x > x + 8$

b.  $x^2 + 2x > x^2 - 4$

**Giải**

a. Sử dụng lần lượt các quy tắc, biến đổi bất phương trình về dạng:

$$3x - x > 8 \Leftrightarrow 2x > 8 \Leftrightarrow x > 4$$

Vậy, bất phương trình có nghiệm  $x > 4$

b. Sử dụng lần lượt các quy tắc, biến đổi bất phương trình về dạng:

$$x^2 + 2x > x^2 - 4 \Leftrightarrow x^2 + 2x - x^2 > -4 \Leftrightarrow x > -2$$

Vậy, bất phương trình có nghiệm  $x > -2$

**Nhận xét:**

1. Trong lời giải các bất phương trình trên, chúng ta đã thừa nhận rằng kết quả “*Từ một bất phương trình, dùng quy tắc chuyển vế hay quy tắc nhân, ta luôn nhận được một bất phương trình mới tương đương với bất phương trình đã cho*”.

2. Cũng chính nhờ những quy tắc này mà việc chứng minh một bất đẳng thức sẽ đơn giản hơn rất nhiều – Điều này chúng ta sẽ gặp lại trong chủ đề chuyên sâu về bất đẳng thức ở cuối chương.

### 3. GIẢI BẤT PHƯƠNG TRÌNH BẬC NHẤT MỘT ẨN

Bất phương trình bậc nhất một ẩn dạng:

$$ax + b > 0, a \neq 0$$

Được giải như sau:  $ax + b > 0 \Leftrightarrow ax > -b$

- Với  $a > 0$ , ta được  $x > -\frac{b}{a}$
- Với  $a < 0$ , ta được  $x < -\frac{b}{a}$

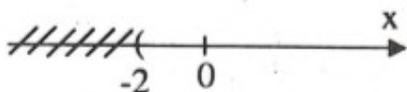
**Ví dụ 6.** Giải bất phương trình  $-4x - 8 < 0$  và biểu diễn tập nghiệm trên trục số.

**Giải**

Ta có biến đổi:

$$-4x - 8 < 0 \Leftrightarrow 4x > -8 \Leftrightarrow x > -2$$

Vậy, bất phương trình có nghiệm  $x > -2$  và ta có biểu diễn:



## B. BÀI TẬP MINH HỌA

### **Dạng 1: Điều kiện để một bất phương trình là bất phương trình bậc nhất một ẩn**

**Ví dụ 1.** Tìm điều kiện của tham số  $m$  để bất phương trình sau là bất phương trình bậc nhất một ẩn:

a.  $(m^2 - 2m)x^2 + mx + 3 > 0$

b.  $mx + (m-1)y + 4 \leq 0$

**Giải**

a. Để bất phương trình  $(m^2 - 2m)x^2 + mx + 3 > 0$  là bất phương trình bậc nhất một ẩn khi và chỉ khi:

$$\begin{cases} m^2 - 2m = 0 \\ m \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m(m-2) = 0 \\ m \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = 0 \text{ hoặc } m = 2 \\ m \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow m = 2$$

Vậy, với  $m = 2$  bất phương trình đã cho là bất phương trình bậc nhất một ẩn  $x$ .

b. Để bất phương trình  $mx + (m-1)y + 4 \leq 0$  là bất phương trình bậc nhất một ẩn có hai trường hợp:

*Trường hợp 1:* Nó là bất phương trình bậc nhất một ẩn  $x$  khi và chỉ khi:

$$\begin{cases} m \neq 0 \\ m-1 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \neq 0 \\ m = 1 \end{cases} \Leftrightarrow m = 1$$

*Trường hợp 2:* Nó là bất phương trình bậc nhất một ẩn  $y$  khi và chỉ khi:

$$\begin{cases} m = 0 \\ m-1 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = 0 \\ m \neq 1 \end{cases} \Leftrightarrow m = 0$$

**Kết luận:**

- Với  $m = 1$  bất phương trình đã cho là bất phương trình bậc nhất một ẩn  $x$ .
- Với  $m = 0$  bất phương trình đã cho là bất phương trình bậc nhất một ẩn  $y$ .

### **Dạng 2: Giải bất phương trình bậc nhất một ẩn**

**Ví dụ 1.** Giải các phương trình (theo quy tắc chuyển vế):

a.  $x - 5 > 3$

b.  $x - 2x < -2x + 4$

c.  $-3x > -4x + 2$

d.  $8x + 2 < 7x - 1$

**Giải**

a. Ta có:

$$x - 5 > 3 \Leftrightarrow x > 3 + 5 \Leftrightarrow x > 8$$

Vậy, nghiệm của bất phương trình là  $x > 8$

b. Ta có:

$$x - 2x < -2x + 4 \Leftrightarrow x - 2x + 2x < 4 \Leftrightarrow x < 4$$

Vậy, nghiệm của bất phương trình là  $x < 4$

c. Ta có:

$$-3x > -4x + 2 \Leftrightarrow -3x + 4x > 2 \Leftrightarrow x > 2$$

Vậy, nghiệm của bất phương trình là  $x > 2$

d. Ta có:

$$8x + 2 < 7x - 1 \Leftrightarrow 8x - 7x < -1 - 2 \Leftrightarrow x < -3$$

Vậy, nghiệm của bất phương trình là  $x < -3$

**Ví dụ 2.** Giải các phương trình (theo quy tắc nhân):

a.  $0,3x > 0,6$

b.  $-4x < 12$

c.  $-x > 4$

d.  $1,5x > -9$

**Giải**

a. Ta có:  $0,3x > 0,6 \Leftrightarrow 0,3x \cdot \frac{1}{0,3} > 0,6 \cdot \frac{1}{0,3} \Leftrightarrow x > \frac{0,6}{0,3} \Leftrightarrow x > 2$ .

Vậy, nghiệm của bất phương trình là  $x > 2$ .

b. Ta có:  $-4x < 12 \Leftrightarrow (-4x) \cdot \left(-\frac{1}{4}\right) > 12 \cdot \left(-\frac{1}{4}\right) \Leftrightarrow x > -3$ .

Vậy, nghiệm của bất phương trình là  $x > -3$ .

c. Ta có:  $-x > 4 \Leftrightarrow (-x)(-1) < 4 \cdot (-1) \Leftrightarrow x < -4$ .

Vậy, nghiệm của bất phương trình là  $x < -4$

d. Ta có:  $1,5x > -9 \Leftrightarrow 1,5x \cdot \frac{1}{1,5} > (-9) \cdot \frac{1}{1,5} \Leftrightarrow x > -6$ .

Vậy, nghiệm của bất phương trình là  $x > -6$ .

**Ví dụ 3.** Giải các bất phương trình sau và hãy biểu diễn tập nghiệm của nó trên trục số:

a.  $2x - 3 > 0$

b.  $3x + 4 < 0$

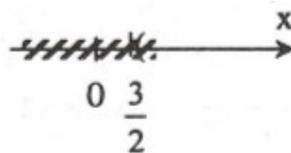
c.  $4 - 3x \leq 0$

d.  $5 - 2x \geq 0$

**Giải**

a. Ta có biến đổi:

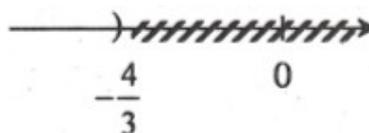
$$2x - 3 > 0 \Leftrightarrow 2x > 3 \Leftrightarrow x > \frac{3}{2}$$



Vậy, nghiệm của bất phương trình là  $x > \frac{3}{2}$  và ta có biểu diễn.

b. Ta có biến đổi:

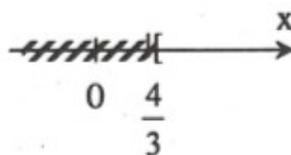
$$3x + 4 < 0 \Leftrightarrow 3x < -4 \Leftrightarrow x < -\frac{4}{3}$$



Vậy, nghiệm của bất phương trình là  $x < -\frac{4}{3}$  và ta có biểu diễn.

c. Ta có biến đổi:

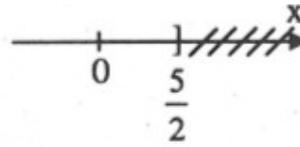
$$4 - 3x \leq 0 \Leftrightarrow 3x \geq 4 \Leftrightarrow x \geq \frac{4}{3}$$



Vậy, nghiệm của bất phương trình là  $x \geq \frac{4}{3}$  và ta có biểu diễn.

d. Ta có biến đổi:

$$5 - 2x \geq 0 \Leftrightarrow 2x \leq 5 \Leftrightarrow x \leq \frac{5}{2}$$



Vậy, nghiệm của bất phương trình là  $x \leq \frac{5}{2}$  và ta có biểu diễn.

**Ví dụ 4.** Giải bất phương trình:

$$(m^2 + 1)x - m^4 < -1, \text{ với } m \text{ là tham số}$$

*Hướng dẫn:* Biến đổi bất phương trình về dạng  $ax < b$  rồi đánh giá dấu của  $a$ .

**Giải**

Biến đổi tương đương bất phương trình về dạng:

$$(m^2 + 1)x < m^4 - 1 \quad (*)$$

Vì  $m^2 + 1$  luôn dương với mọi  $m$  nên khi chia cả hai vế của bất phương trình (\*) cho  $m^2 + 1$  thì chiều của bất phương trình không thay đổi, cụ thể ta được:

$$x < \frac{m^4 - 1}{m^2 + 1} = \frac{(m^2 - 1)(m^2 + 1)}{m^2 + 1} = m^2 - 1 \Leftrightarrow x < m^2 - 1$$

Vậy, bất phương trình có nghiệm  $x < m^2 - 1$ .

**Ví dụ 5.** Cho bất phương trình:

$$(m^2 - 2m)x + 1 < m$$

Giải bất phương trình trong mỗi trường hợp sau:

a.  $m = 1$

b.  $m = 2$

c.  $m = 3$

d.  $m = 0$

**Giải**

a. Với  $m = 1$ , bất phương trình có dạng:

$$(1^2 - 2 \cdot 1)x + 1 < 1 \Leftrightarrow -x < 0 \Leftrightarrow x > 0$$

Vậy, với  $m = 1$  bất phương trình có nghiệm  $x > 0$ .

b. Với  $m = 2$ , bất phương trình có dạng:

$$(2^2 - 2 \cdot 2)x + 1 < 2 \Leftrightarrow 0x < 1, \text{ luôn đúng.}$$

Vậy, với  $m = 2$  bất phương trình nghiệm đúng với mọi  $x$ .

c. Với  $m = 3$ , bất phương trình có dạng:

$$(3^2 - 2 \cdot 3)x + 1 < 3 \Leftrightarrow 3x < 2 \Leftrightarrow x < \frac{2}{3}$$

Vậy, với  $m = 3$  bất phương trình có nghiệm  $x < \frac{2}{3}$ .

d. Với  $m = 0$ , bất phương trình có dạng:

$$0 \cdot x + 1 < 0 \Leftrightarrow 1 < 0, \text{ mâu thuẫn.}$$

Vậy, với  $m = 0$  bất phương trình vô nghiệm.

**Ví dụ 6.** Kiểm tra xem giá trị  $x = -2$  có là nghiệm của bất phương trình sau không?

a.  $x + 2x^2 - 3x^3 + 4x^4 - 5 < 2x^2 - 3x^3 + 4x^4 - 6$

b.  $(-0,001)x > 0,003$

**Giải**

a. Ta có:

$$x + 2x^2 - 3x^3 + 4x^4 - 5 < 2x^2 - 3x^3 + 4x^4 - 6$$

$$\Leftrightarrow x - 5 < -6 \Leftrightarrow x < -1$$

Vậy  $x = -2$  là nghiệm của bất phương trình.

b. Ta có:

$$(-0,001)x > 0,003 \Leftrightarrow x < -3$$

Vậy  $x = -2$  không phải là nghiệm của bất phương trình.

**Ví dụ 7. Đố:** Tìm sai lầm trong các lời giải sau:

a. Giải bất phương trình  $-2x > 23$ .

Ta có:  $-2x > 23 \Leftrightarrow x > 23 + 2 \Leftrightarrow x > 25$

b. Giải bất phương trình  $-\frac{3}{7}x > 12$

Ta có:  $-\frac{3}{7}x > 12 \Leftrightarrow \left(-\frac{7}{3}\right) \cdot \left(-\frac{3}{7}x\right) > 12 \cdot \left(-\frac{7}{3}\right) \Leftrightarrow x > -28$

**Giải**

a. Phép tương đương:  $-2x > 23 \Leftrightarrow x > 23 + 2$  là sai

Ta sửa lại như sau:

$$-2x > 23 \Leftrightarrow -2x \cdot \left(-\frac{1}{2}\right) < 23 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right) \Leftrightarrow x < -\frac{23}{2}$$

b. Phép tương đương  $-\frac{3}{7}x > 12 \Leftrightarrow \left(-\frac{7}{3}\right) \cdot \left(-\frac{3}{7}x\right) > 12 \cdot \left(-\frac{7}{3}\right)$  là sai.

Ta sửa lại như sau:

$$-\frac{3}{7}x > 12 \Leftrightarrow \left(-\frac{7}{3}\right) \cdot \left(-\frac{3}{7}x\right) < 12 \cdot \left(-\frac{7}{3}\right) \Leftrightarrow x < -28$$

**Ví dụ 8.** Tìm x sao cho:

a. Giá trị của biểu thức  $2x - 5$  không âm.

b. Giá trị của biểu thức  $-3x$  không lớn hơn giá trị của biểu thức  $-7x + 5$ .

**Giải**

a. Theo đề bài ta có:

$$2x - 5 \geq 0 \Leftrightarrow x \geq \frac{5}{2}$$

Vậy với  $x \geq \frac{5}{2}$  thỏa mãn điều kiện đầu bài.

b. Theo đề bài ta có:

$$-3x \leq -7x + 5 \Leftrightarrow 4x \leq 5 \Leftrightarrow x \leq \frac{5}{4}.$$

Vậy với  $x \leq \frac{5}{4}$  thỏa mãn điều kiện đầu bài.

**Ví dụ 9.** Tìm  $x$  để  $A < 0$ , biết  $A = 1 - \frac{2x+3}{2}$

***Giải***

Trước tiên ta đi rút gọn biểu thức A:

$$A = 1 - \frac{2x+3}{2} = \frac{2-2x-3}{2} = \frac{-2x-1}{2}$$

Để  $A < 0$ , ta phải có:

$$\frac{-2x-1}{2} < 0 \Leftrightarrow -2x-1 < 0 \Leftrightarrow -2x < 1 \Leftrightarrow x > -\frac{1}{2}$$

Vậy, với  $x > -\frac{1}{2}$  thỏa mãn điều kiện đầu bài.

**Chú ý:** Ta cũng có thể giải trực tiếp, cụ thể:

$$A < 0 \Leftrightarrow 1 - \frac{2x+3}{2} < 0 \Leftrightarrow \frac{2x+3}{2} > 1 \Leftrightarrow 2x+3 > 2$$

$$\Leftrightarrow 2x > 2-3 \Leftrightarrow x > -\frac{1}{2}$$

**Ví dụ 10.** Một người có số tiền không quá 70 000 đồng gồm 15 tờ giấy bạc với hai loại mệnh giá 2000 đồng và loại 5000 đồng. Hỏi người đó có bao nhiêu tờ giấy bạc loại 5000 đồng?

***Giải***

Gọi  $x$  là số tờ giấy bạc loại 5000 đồng ( $0 < x < 15$ , đơn vị: tờ).

Do đó, số giấy bạc loại 2000 đồng là:  $15 - x$  (tờ).

Theo đề bài, ta có bất phương trình:

$$5000.x + (15 - x).2000 \leq 70000 \Leftrightarrow 3000x \leq 40000 \Leftrightarrow x \leq \frac{40}{3} \Leftrightarrow x \leq 13,3$$

Vì  $x$  là nguyên dương, nên  $x$  nhận được các giá trị từ 1 đến 13.

Vậy, số tờ giấy bạc mệnh giá 5000 đồng là một trong các số nguyên từ 1 đến 13.

## PHIẾU BÀI TỰ LUYỆN

**Bài 1:** Hãy xét xem các bất phương trình sau có là bất phương trình bậc nhất một ẩn hay không?

- a)  $0x + 8 \geq 0$ ;      b)  $x - 6 < 0$ ;      c)  $\frac{1}{3}x \leq 0$ ;      d)  $\frac{x^2}{5} + 4 > 0$ .  
e)  $-3|x| + 3 > 0$ ;      f)  $\frac{x}{4} - \frac{5}{2} = 0$ ;      g)  $\frac{1}{x} + 2 \leq 0$ ;      h)  $\frac{-7x - 2}{3} \geq 0$ .

**Bài 2:** Chứng minh các bất phương trình sau là bất phương trình bậc nhất một ẩn với mọi giá trị của tham số m:

- a)  $(m^2 + 3)x + 1 \leq 0$ ;      b)  $-(m^2 + m + 4)x > -2m + 3$

**Bài 3:** Giải các bất phương trình sau:

- a)  $2x - 8 > 0$ ;      b)  $9 - 3x \leq 0$ ;      c)  $5 - \frac{1}{3}x < 1$ ;      d)  $\frac{3x + 5}{2} - x \geq 1 + \frac{x + 2}{3}$

**Bài 4:** Giải các bất phương trình sau và biểu diễn tập nghiệm trên trục số.

- a)  $\frac{x - 2}{3} - x - 2 \leq \frac{x - 17}{2}$       b)  $\frac{2x + 1}{3} - \frac{x - 4}{4} \leq \frac{3x + 1}{6} - \frac{x - 4}{12}$

**Bài 5:** Giải các bất phương trình

- a)  $x^2 - 3x + 1 > 2(x - 1) - x(3 - x)$   
b)  $(x - 1)^2 + x^2 \leq (x + 1)^2 + (x + 2)^2$   
c)  $(x^2 + 1)(x - 6) \leq (x - 2)^3$

**Bài 6:** Giải các bất phương trình và biểu diễn tập nghiệm trên trục số.

- a)  $\frac{x - 1}{2} - \frac{7x + 3}{15} \leq \frac{2x + 1}{3} + \frac{3 - 2x}{5}$   
b)  $\frac{2x + 1}{-3} - \frac{2x^2 + 3}{-4} > \frac{x(5 - 3x)}{-6} - \frac{4x + 1}{-5}$   
c)  $\frac{4x - 2}{3} - x + 3 \leq \frac{1 - 5x}{4}$   
d)  $\frac{x + 4}{5} - x - 5 \geq \frac{x + 3}{3} - \frac{x - 2}{2}$   
e)  $\frac{5x^2 - 3}{5} + \frac{3x - 1}{4} < \frac{x(2x + 3)}{2} - 5$   
f)  $\frac{5x - 2}{-3} - \frac{2x^2 - x}{-2} > \frac{x(1 - 3x)}{-3} - \frac{5x}{-4}$   
g)  $2x + \frac{2x + 1}{2} > 3x - \frac{1}{5}$   
h)  $x - \frac{5x}{6} - 3 > \frac{x}{3} - \frac{x}{6}$

**Bài 7:** Giải các bất phương trình sau:

a)  $\frac{x+2}{6} + \frac{x+5}{3} > \frac{x+3}{5} + \frac{x+6}{2}$

b)  $\frac{x-2}{1007} + \frac{x-1}{1008} < \frac{2x-1}{2017} + \frac{2x-3}{2015}$ .

**Bài 8:** Giải các bất phương trình ẩn x sau:

a)  $\frac{x+2004}{2005} + \frac{x+2005}{2006} < \frac{x+2006}{2007} + \frac{x+2007}{2008}$

b)  $\frac{x-2}{2002} + \frac{x-4}{2000} < \frac{x-3}{2001} + \frac{x-5}{1999}$

c)  $\frac{x-ab}{a+b} + \frac{x-bc}{b+c} + \frac{x-ac}{a+c} > a+b+c$ , (a, b, c > 0)

**Bài 9:** Giải các bất phương trình và biểu diễn tập nghiệm trên trục số.

a)  $-1 < \frac{x+1}{6} - \frac{x-2}{2} < 1$ ,

b)  $x-1 < \frac{2x-1}{3} - 1 < 2x+4$

**Bài 10:** Cho biểu thức  $A = \left( \frac{1}{1-x} + \frac{2}{x+1} - \frac{5-x}{1-x^2} \right) : \frac{1-2x}{x^2-1}$

a) Tìm điều kiện xác định và rút gọn A

b) Tìm x để  $A > 0$

**Bài 11:** Một người có số tiền không quá 70000 đồng gồm 15 tờ giấy bạc với hai loại mệnh giá: loại 2000 đồng và loại 5000 đồng. Hỏi người đó có bao nhiêu tờ giấy bạc loại 5000 đồng?

**Bài 12:** Một người đi bộ một quãng đường dài 18 km trong khoảng thời gian không nhiều hơn 4 giờ. Lúc đầu người đó đi với vận tốc 5 km/h, về sau đi với vận tốc 4 km/h. Xác định độ dài đoạn đường mà người đó đã đi với vận tốc 5 km/h.

### LỜI GIẢI PHIẾU BÀI TỰ LUYỆN

**Bài 1:**a) Không, vì hệ số của ẩn x là 0

b) Có                      c) Có.

d) Không, vì  $x^2$  là ẩn bậc hai chứ không phải bậc một.

e) Không, vì ẩn x nằm trong dấu giá trị tuyệt đối.

f) Không, vì dấu "=" thể hiện đó là phương trình.

h) Không, vì ẩn x nằm ở mẫu số.

h) Có.

**Bài 2:** ta chỉ ra hệ số  $a \neq 0$

a)  $m^2 + 3 > 0 \forall m \in \mathbb{R}$

b)  $-(m^2 + m + 4) = -\left[ \left(m + \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{15}{4} \right] < 0 \forall m \in \mathbb{R}$

**Bài 3:** a)  $2x-8 > 0 \Leftrightarrow 2x > 8 \Leftrightarrow x > 4$ .

b)  $9-3x \leq 0 \Leftrightarrow -3x \leq -9 \Leftrightarrow x \geq 3$ .

c)  $5-\frac{1}{3}x < 1 \Leftrightarrow -\frac{1}{3}x < -4 \Leftrightarrow x > 12$ .

$$d) \frac{3x+5}{2} - x \geq 1 + \frac{x+2}{3} \Leftrightarrow \frac{x}{6} \geq \frac{-5}{6} \Leftrightarrow x \geq -5.$$

$$\text{Bài 4: a) } \frac{x-2}{3} - x - 2 \leq \frac{x-17}{2} \Leftrightarrow \frac{2(x-2) - 6x - 6 \cdot 2}{6} \leq \frac{3(x-17)}{6} \Leftrightarrow 2x - 4 - 6x - 12 \leq 3x - 51$$

$$\Leftrightarrow -4x - 16 \leq 3x - 51 \Leftrightarrow -4x - 3x \leq -51 + 16 \Leftrightarrow -7x \leq -35 \Leftrightarrow x \geq 5.$$

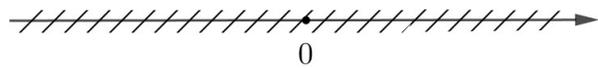
Vậy tập nghiệm của bất phương trình là  $S = \{x \mid x \geq 5\}$  và được biểu diễn trên trục số như sau:



$$b) \frac{2x+1}{3} - \frac{x-4}{4} \leq \frac{3x+1}{6} - \frac{x-4}{12} \Leftrightarrow \frac{4(2x+1) - 3(x-4)}{12} \leq \frac{2(3x+1) - (x-4)}{12}$$

$$\Leftrightarrow 8x + 4 - 3x + 12 \leq 6x + 2 - x + 4 \Leftrightarrow 5x + 16 \leq 5x + 6 \Leftrightarrow 5x - 5x \leq 6 - 16 \Leftrightarrow 0x \leq -10 \Leftrightarrow x \in \emptyset$$

Vậy bất phương trình vô nghiệm và được biểu diễn trên trục số như sau:



$$\text{Bài 5: a) } x^2 - 3x + 1 > 2(x-1) - x(3-x) \Leftrightarrow x^2 - 3x + 1 > 2x - 2 - 3x + x^2$$

$$\Leftrightarrow -2x > -3 \Leftrightarrow x < \frac{3}{2}. \text{ Tập nghiệm của BPT là } S = \left\{x \mid x < \frac{3}{2}\right\}$$

$$b) (x-1)^2 + x^2 \leq (x+1)^2 + (x+2)^2 \Leftrightarrow 2x^2 - 2x + 1 \leq 2x^2 + 6x + 5 \Leftrightarrow -8x \leq 4 \Leftrightarrow x \geq -\frac{1}{2} \text{ Tập}$$

$$\text{nghiệm của BPT là } S = \left\{x \mid x \geq -\frac{1}{2}\right\}$$

$$c) (x^2 + 1)(x - 6) \leq (x - 2)^3 \Leftrightarrow x^3 - 6x^2 + x - 6 \leq x^3 - 6x^2 + 12x - 8$$

$$\Leftrightarrow -11x \leq -2 \Leftrightarrow x \geq \frac{2}{11}$$

$$\text{Tập nghiệm của BPT là } S = \left\{x \mid x \geq \frac{2}{11}\right\}$$

**Bài 6:**

$$a) \frac{x-1}{2} - \frac{7x+3}{15} \leq \frac{2x+1}{3} + \frac{3-2x}{5}$$

$$\Leftrightarrow \frac{15 \cdot (x-1)}{30} - \frac{2 \cdot (7x+3)}{30} \leq \frac{10 \cdot (2x+1)}{30} + \frac{6 \cdot (3-2x)}{30}$$

$$\Leftrightarrow 15x - 15 - 14x - 6 \leq 20x + 10 + 18 - 12x$$

$$\Leftrightarrow x - 21 \leq 8x + 28 \Leftrightarrow 7x \geq -49 \Leftrightarrow x \geq -7. \text{ Vậy } S = \{x | x \geq -7\}.$$

$$\text{b) } \frac{2x+1}{-3} - \frac{2x^2+3}{-4} > \frac{x(5-3x)}{-6} - \frac{4x+1}{-5}$$

$$\Leftrightarrow \frac{-2x-1}{3} + \frac{2x^2+3}{4} > \frac{-x(5-3x)}{6} + \frac{4x+1}{5}$$

$$\Leftrightarrow \frac{20 \cdot (-2x-1) + 15 \cdot (2x^2+3)}{60} > \frac{-10x \cdot (5-3x) + 12 \cdot (4x+1)}{60}$$

$$\Leftrightarrow \frac{-40x-20+30x^2+45}{60} > \frac{-50x+30x^2+48x+12}{60}$$

$$\Leftrightarrow 30x^2 - 40x + 25 > 30x^2 - 2x + 12 \Leftrightarrow -38x > -13 \Leftrightarrow x < \frac{13}{38}. \text{ Vậy } S = \left\{x \mid x < \frac{13}{38}\right\}$$

$$\text{c) } \frac{4x-2}{3} - x + 3 \leq \frac{1-5x}{4} \Leftrightarrow \frac{4 \cdot (4x-2) + 12 \cdot (-x+3)}{12} \leq \frac{3 \cdot (1-5x)}{12}$$

$$\Leftrightarrow 16x - 8 - 12x + 36 \leq 3 - 15x \Leftrightarrow 4x + 28 \leq 3 - 15x \Leftrightarrow 19x \leq -25 \Leftrightarrow x \leq \frac{-25}{19}$$

$$\text{Vậy } S = \left\{x \mid x \leq \frac{-25}{19}\right\}$$

$$\text{d) } \frac{x+4}{5} - x - 5 \geq \frac{x+3}{3} - \frac{x-2}{2} \Leftrightarrow \frac{6 \cdot (x+4) - 30 \cdot (x+5)}{30} \geq \frac{10 \cdot (x+3) - 15 \cdot (x-2)}{30}$$

$$\Leftrightarrow 6x + 24 - 30x - 150 \geq 10x + 30 - 15x + 30$$

$$\Leftrightarrow -24x - 126 \geq -5x + 60 \Leftrightarrow -19x \geq 186 \Leftrightarrow x \leq \frac{-186}{19}. \text{ Vậy } S = \left\{x \mid x \leq \frac{-186}{19}\right\}$$

$$\text{e) } \frac{5x^2-3}{5} + \frac{3x-1}{4} < \frac{x(2x+3)}{2} - 5$$

$$\Leftrightarrow \frac{4 \cdot (5x^2-3) + 5 \cdot (3x-1)}{20} < \frac{10x \cdot (2x+3) - 5 \cdot 20}{20}$$

$$\Leftrightarrow \frac{20x^2 - 12 + 15x - 5}{20} < \frac{20x^2 + 30x - 100}{20}$$

$$\Leftrightarrow 20x^2 + 15x - 17 < 20x^2 + 30x - 100 \Leftrightarrow -15x < -83 \Leftrightarrow 15x > 83 \Leftrightarrow x > \frac{83}{15}$$

$$\text{Vậy } S = \left\{x \mid x > \frac{83}{15}\right\}$$

$$\begin{aligned}
 \text{f)} \quad & \frac{5x-2}{-3} - \frac{2x^2-x}{-2} > \frac{x(1-3x)}{-3} - \frac{5x}{-4} \Leftrightarrow \frac{-5x+2}{3} + \frac{2x^2-x}{2} > \frac{-x+3x^2}{3} + \frac{5x}{4} \\
 & \Leftrightarrow \frac{4(-5x+2) + 6(2x^2-x)}{12} > \frac{4(-x+3x^2) + 3.5x}{12} \Leftrightarrow -20x+8+12x^2-6x > -4x+12x^2+15x \\
 & \Leftrightarrow -26x+8 > 11x \Leftrightarrow -37x > -8 \Leftrightarrow 37x < 8 \Leftrightarrow x < \frac{8}{37}. \text{ Vậy } S = \left\{ x \mid x < \frac{8}{37} \right\}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{g)} \quad & 2x + \frac{2x+1}{2} > 3x - \frac{1}{5} \Leftrightarrow \frac{10.2x+5(2x+1)}{10} > \frac{3x.10-2}{10} \Leftrightarrow 20x+10x+5 > 30x-2 \Leftrightarrow 0x > -7 \\
 & (\text{ vô lý}) \Leftrightarrow x \in \emptyset. \text{ Vậy } S = \emptyset.
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{h)} \quad & x - \frac{5x}{6} - 3 > \frac{x}{3} - \frac{x}{6} \\
 & \Leftrightarrow \frac{6x-5x-18}{6} > \frac{2x-x}{6} \Leftrightarrow x-18 > x \Leftrightarrow 0x < -18 \Leftrightarrow x \in \emptyset. \text{ Vậy } S = \emptyset.
 \end{aligned}$$

### Bài 7:

a) Cộng thêm 1 mỗi phân thức, ta có:  $\frac{x+8}{6} + \frac{x+8}{3} > \frac{x+8}{5} + \frac{x+8}{2}$

Từ đó tìm được  $x < -8$ .

b) BPT tương đương:  $\frac{2x-4}{2014} + \frac{2x-2}{2016} < \frac{2x-1}{2017} + \frac{2x-3}{2015}$

Cộng thêm  $-1$  mỗi phân thức, ta được:  $(2x-2018) \left( \frac{1}{2014} + \frac{1}{2016} - \frac{1}{2017} - \frac{1}{2015} \right) < 0$ .

Từ đó tìm được  $x < 1009$ .

**Bài 8: a)**  $\frac{x+2004}{2005} + \frac{x+2005}{2006} < \frac{x+2006}{2007} + \frac{x+2007}{2008}$

$$\Leftrightarrow \frac{x+2004}{2005} - 1 + \frac{x+2005}{2006} - 1 < \frac{x+2006}{2007} - 1 + \frac{x+2007}{2008} - 1$$

$$\Leftrightarrow \frac{x-1}{2005} + \frac{x-1}{2006} - \frac{x-1}{2007} - \frac{x-1}{2008} < 0$$

$$\Leftrightarrow (x-1) \left( \frac{1}{2005} + \frac{1}{2006} - \frac{1}{2007} - \frac{1}{2008} \right) < 0$$

$$\Leftrightarrow x-1 < 0 \text{ (do } \frac{1}{2005} + \frac{1}{2006} - \frac{1}{2007} - \frac{1}{2008} > 0)$$

$$\Leftrightarrow x < 1.$$

Vậy bất phương trình đã cho có nghiệm  $x < 1$ .

b)

$$\frac{x-2}{2002} + \frac{x-4}{2000} < \frac{x-3}{2001} + \frac{x-5}{1999}$$

$$\Leftrightarrow \frac{x-2}{2002} - 1 + \frac{x-4}{2000} - 1 < \frac{x-3}{2001} - 1 + \frac{x-5}{1999} - 1$$

$$\Leftrightarrow \frac{x-2004}{2002} + \frac{x-2004}{2000} < \frac{x-2004}{2001} + \frac{x-2004}{1999}$$

$$\Leftrightarrow (x-2004) \left( \frac{1}{2002} + \frac{1}{2000} - \frac{1}{2001} - \frac{1}{1999} \right) < 0$$

$$\Leftrightarrow x-2004 > 0 \text{ (do } \frac{1}{2002} + \frac{1}{2000} - \frac{1}{2001} - \frac{1}{1999} < 0) \Leftrightarrow x > 2004$$

Vậy bất phương trình đã cho có nghiệm  $x > 2004$ .

c)

$$c) \frac{x-ab}{a+b} + \frac{x-bc}{b+c} + \frac{x-ac}{a+c} > a+b+c, (a, b, c > 0)$$

$$\Leftrightarrow \frac{x-ab}{a+b} - c + \frac{x-bc}{b+c} - a + \frac{x-ac}{a+c} - b > 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{x-ab-ac-bc}{a+b} + \frac{x-bc-ab-ac}{b+c} + \frac{x-ac-bc-ab}{a+c} > 0$$

$$\Leftrightarrow (x-ab-ac-bc) \left( \frac{1}{a+b} + \frac{1}{b+c} + \frac{1}{a+c} \right) > 0$$

$$\Leftrightarrow x-ab-ac-bc > 0, (\text{do } a, b, c > 0 \Rightarrow \frac{1}{a+b} + \frac{1}{b+c} + \frac{1}{a+c} > 0)$$

$$\Leftrightarrow x > ab+ac+bc.$$

Vậy bất phương trình đã cho có nghiệm  $x > ab+ac+bc$ .

**Bài 9:** a)  $-1 < \frac{x+1}{6} - \frac{x-2}{2} < 1 \Leftrightarrow -1 < \frac{x+1}{6} - \frac{3(x-2)}{6} < 1 \Leftrightarrow -6 < x+1-3x+6 < 6$

$$\Leftrightarrow -6 < -2x+7 < 6 \Leftrightarrow -6-7 < -2x < 6-7$$

$$\Leftrightarrow -13 < -2x < -1 \Leftrightarrow 13 > 2x > 1 \Leftrightarrow \frac{1}{2} < x < \frac{13}{2}. \text{ Vậy } S = \left\{ x \mid \frac{1}{2} < x < \frac{13}{2} \right\}$$

b)  $x-1 < \frac{2x-1}{3} - 1 < 2x+4$

TH:  $x-1 < \frac{2x-1}{3} - 1 \Leftrightarrow \frac{3(x-1)}{3} < \frac{2x-1-3}{3} \Leftrightarrow 3x-3 < 2x-4 \Leftrightarrow x < -1$

TH 2:  $\frac{2x-1}{3} - 1 < 2x+4 \Leftrightarrow \frac{2x-1-3}{3} < \frac{3(2x+4)}{3} \Leftrightarrow 2x-4 < 6x+12 \Leftrightarrow 4x > -16 \Leftrightarrow x > -4$

Vậy  $-4 < x < -1$ . Tập nghiệm  $S = \{x \mid -4 < x < -1\}$

**Bài 10:**

$$\text{a) Điều kiện } \begin{cases} 1-x \neq 0 \\ 1+x \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq 1 \\ x \neq -1 \end{cases}$$

$$\text{Ta có } A = \left( \frac{1}{1-x} + \frac{2}{x+1} - \frac{5-x}{1-x^2} \right) : \frac{1-2x}{x^2-1}$$

$$A = \left( \frac{1}{1-x} + \frac{2}{x+1} - \frac{5-x}{(1-x)(x+1)} \right) : \frac{2x-1}{1-x^2}$$

$$A = \left( \frac{x+1}{(1-x)(1+x)} + \frac{2(1-x)}{(x+1)(1-x)} - \frac{5-x}{(1-x)(x+1)} \right) : \frac{2x-1}{(1-x)(1+x)}$$

$$A = \left( \frac{x+1+2-2x-5+x}{(1-x)(1+x)} \right) \cdot \frac{(1-x)(1+x)}{2x-1}$$

$$A = \left( \frac{-2}{(1-x)(1+x)} \right) \cdot \frac{(1-x)(1+x)}{2x-1} = \frac{-2}{2x-1}$$

$$\text{b) Để } A > 0 \Leftrightarrow \frac{-2}{2x-1} > 0 \Leftrightarrow 2x-1 < 0 \text{ vì } -2 < 0 \Leftrightarrow x < \frac{1}{2} \text{ (nhận)}$$

Vậy  $x < \frac{1}{2}$  thì  $A > 0$

**Bài 11:** Gọi số tờ giấy bạc loại 5000 đồng là  $x$ . ĐK :  $x \in \mathbb{N}^+, x < 15$ .

Theo bài ra ta có bất phương trình:

$$(15 - x) \cdot 2000 + x \cdot 5000 \leq 70000$$

$$\Leftrightarrow (15 - x) \cdot 2 + x \cdot 5 \leq 70 \Leftrightarrow x \leq \frac{40}{3}$$

Mà  $x \in \mathbb{N}^+, x < 15 \Rightarrow x$  là các số nguyên từ 1 đến 13.

Vậy số tờ giấy bạc loại 5000 đồng là các số nguyên từ 1 đến 13.

**Bài 12:** Gọi quãng đường mà người đó đã đi với vận tốc 5km/h là  $x$  (km) . ĐK :  $0 < x < 18$

$$\text{Theo bài ra ta có bất phương trình : } \frac{x}{5} + \frac{18-x}{4} \leq 4 \Leftrightarrow 4x + 90 - 5x \leq 80 \Leftrightarrow x \geq 10$$

Mà  $0 < x < 18 \Rightarrow 10 \leq x < 18$ .

Vậy quãng đường mà người đó đã đi với vận tốc 5km/h là  $x$  (km) thỏa mãn  $10 \leq x < 18$ .

===== TOÁN HỌC SƠ ĐỒ =====