

CHUYÊN ĐỀ
BÀI 5. CỘNG, TRỪ ĐA THỨC MỘT BIẾN

Mục tiêu

❖ **Kiến thức**

- + Hiểu và nắm vững cách cộng, trừ đa thức theo hàng ngang và theo hàng dọc.

❖ **Kĩ năng**

- + Thực hiện được cộng, trừ đa thức theo hàng ngang và theo hàng dọc

I. LÝ THUYẾT TRỌNG TÂM

Cộng, trừ đa thức một biến

Cách 1: Thực hiện như cộng, trừ đa thức bình thường

- Nhóm các đơn thức đồng dạng;
- Cộng, trừ các đơn thức đồng dạng.

Cách 2: Đặt tính theo cột dọc

• Sắp xếp các hạng tử của hai đa thức cùng theo lũy thừa tăng (hoặc giảm) của biến.

• Đặt phép tính theo cột dọc tương tự như cộng trừ các số.

Cộng hai đa thức $A(x) = x^2 + x + 1$

$$B(x) = x^2 + 1.$$

$$\begin{aligned} A(x) + B(x) &= (x^2 + x + 1) + (x^2 + 1) \\ &= 2x^2 + x + 2. \end{aligned}$$

$$\begin{array}{r} A(x) = x^2 + x + 1 \\ + \\ B(x) = x^2 + 1 \\ \hline A(x) + B(x) = 2x^2 + x + 2 \end{array}$$

II. CÁC DẠNG BÀI TẬP

Dạng 1: Tính tổng hoặc hiệu của hai đa thức

Phương pháp giải

Để tính tổng, hiệu của hai đa thức, ta có thể thực hiện theo hai cách

Cách 1. Thực hiện như cộng, trừ đa thức thông thường.

Cách 2. Đặt tính theo cột dọc

Chú ý: Đặt các đơn thức đồng dạng ở cùng một cột.

Ví dụ: Cho hai đa thức: $P(x) = x^4 - 3x^3 - 2x^2 - 1$

và $Q(x) = x^4 - x^3 + x + 1$. Tính $P(x) - Q(x)$.

Cách 1.

$$\begin{aligned} P(x) - Q(x) &= (x^4 - 3x^3 - 2x^2 - 1) - (x^4 - x^3 + x + 1) \\ &= x^4 - 3x^3 - 2x^2 - 1 - x^4 + x^3 - x - 1 \\ &= (x^4 - x^4) + (-3x^3 + x^3) - 2x^2 - x + (-1 - 1) \\ &= -2x^3 - 2x^2 - x - 2 \end{aligned}$$

Cách 2.

$$\begin{array}{r} P(x) = x^4 - 3x^3 - 2x^2 - 1 \\ - \\ Q(x) = x^4 - x^3 + x + 1 \\ \hline P(x) - Q(x) = -2x^3 - 2x^2 - x - 2. \end{array}$$

Ví dụ mẫu

Ví dụ 1. Cho hai đa thức $P(x) = x^5 - 2x^4 + 3x^2 - x + 2$ và $Q(x) = x^4 - 2x^3 + x - 5$.

Tính:

a) $P(x) + Q(x)$

b) $P(x) - Q(x)$.

Hướng dẫn giải

a)

Cách 1.

$$\begin{aligned}P(x) + Q(x) &= (x^5 - 2x^4 + 3x^2 - x + 2) + (x^4 - 2x^3 + x - 5) \\&= x^5 - 2x^4 + 3x^2 - x + 2 + x^4 - 2x^3 + x - 5 \\&= x^5 + (-2x^4 + x^4) - 2x^3 + 3x^2 + (-x + x) + (2 - 5) \\&= x^5 - x^4 - 2x^3 + 3x^2 - 3.\end{aligned}$$

Cách 2.

$$\begin{array}{r}P(x) = x^5 - 2x^4 \quad + 3x^2 - x + 2 \\+ \\Q(x) = \quad x^4 - 2x^3 \quad + x - 5 \\ \hline P(x) + Q(x) = x^5 - x^4 - 2x^3 + 3x^2 - 3.\end{array}$$

b)

Cách 1.

$$\begin{aligned}P(x) - Q(x) &= (x^5 - 2x^4 + 3x^2 - x + 2) - (x^4 - 2x^3 + x - 5) \\&= x^5 - 2x^4 + 3x^2 - x + 2 - x^4 + 2x^3 - x + 5 \\&= x^5 + (-2x^4 - x^4) + 2x^3 + 3x^2 + (-x - x) + 5 + 2 \\&= x^5 - 3x^4 + 2x^3 + 3x^2 - 2x + 7.\end{aligned}$$

Cách 2.

$$\begin{array}{r}P(x) = x^5 - 2x^4 \quad + 3x^2 - x + 2 \\- \\Q(x) = \quad x^4 - 2x^3 \quad + x - 5 \\ \hline P(x) - Q(x) = x^5 - 3x^4 + 2x^3 + 3x^2 - 2x + 7\end{array}$$

Ví dụ 2. Cho hai đa thức $P(x) = x^4 + 3x^5 - x^2 - 4$ và $Q(x) = x^4 - x^2 - 3x^3 + x$.

Tính:

a) $P(x) + Q(x)$

b) $P(x) - Q(x)$.

Hướng dẫn giải

Sắp xếp lại theo lũy thừa giảm dần của biến, ta có:

$$P(x) = 3x^5 + x^4 - x^2 - 4 \text{ và } Q(x) = x^4 - 3x^3 - x^2 + x.$$

a) Tính $P(x) + Q(x)$

Cách 1.
$$\begin{aligned}P(x) + Q(x) &= (3x^5 + x^4 - x^2 - 4) + (x^4 - 3x^3 - x^2 + x) \\&= 3x^5 + (x^4 + x^4) - 3x^3 + (-x^2 - x^2) + x - 4\end{aligned}$$

$$= 3x^5 + 2x^4 - 3x^3 - 2x^2 + x - 4.$$

Cách 2.

$$\begin{array}{r} P(x) = 3x^5 + x^4 \quad - x^2 \quad - 4 \\ + \\ Q(x) = \quad x^4 - 3x^3 - x^2 + x \\ \hline P(x) + Q(x) = 3x^5 + 2x^4 - 3x^3 - 2x^2 + x - 4 \end{array}$$

b) Tính $P(x) - Q(x)$.

Cách 1. $P(x) - Q(x) = (3x^5 + x^4 - x^2 - 4) - (x^4 - 3x^3 - x^2 + x)$

$$\begin{aligned} &= 3x^5 + x^4 - x^2 - 4 - x^4 + 3x^3 + x^2 - x \\ &= 3x^5 + (x^4 - x^4) + 3x^3 + (-x^2 + x^2) - x - 4 \\ &= 3x^5 + 3x^3 - x - 4. \end{aligned}$$

Cách 2.

$$\begin{array}{r} P(x) = 3x^5 + x^4 \quad - x^2 \quad - 4 \\ - \\ Q(x) = \quad x^4 - 3x^3 - x^2 + x \\ \hline P(x) - Q(x) = 3x^5 \quad + 3x^3 \quad - x - 4 \end{array}$$

Bài tập tự luyện dạng 1

Câu 1: Cho hai đa thức: $P(x) = x^3 - 7x^2 + 8x - 9$ và $Q(x) = x^2 - 2x + 5$. Tính:

- a) $P(x) - Q(x)$. b) $P(x) + Q(x)$.

Câu 2: Cho hai đa thức: $P(x) = x^4 - 2x^3 - x^2 + 5x - 2$ và $Q(x) = x^5 - 2x^3 + x^2 + 2$. Tính:

- a) $P(x) + Q(x)$. b) $P(x) - Q(x)$.

Câu 3: Cho ba đa thức: $P(x) = x^6 - 2x^5 + 3x^4 - 5x + 1$; $Q(x) = x^5 - 2x^2 + 7x$; $R(x) = x^2 - 9x + 11$. Tính:

- a) $P(x) - Q(x) + R(x)$. b) $P(x) - Q(x) - R(x)$.

Dạng 2: Tìm đa thức chưa biết trong một đẳng thức

Phương pháp giải

Để tìm đa thức chưa biết trong một đẳng thức, ta làm như sau:

- Xác định vai trò của đa thức chưa biết (đóng vai trò số hạng chưa biết, số bị trừ, số trừ,...)

Ví dụ: Tìm đa thức $P(x)$ biết

$$P(x) - 2x + 3 = x^5 - 2x^4 + x^3 + x - 6.$$

Hướng dẫn giải

$$P(x) - 2x + 3 = x^5 - 2x^4 + x^3 + x - 6$$

- Áp dụng quy tắc dấu ngoặc, quy tắc chuyển vế và quy tắc cộng, trừ đa thức một biến để biến đổi.

$$\begin{aligned} \Rightarrow P(x) &= x^5 - 2x^4 + x^3 + x - 6 - (-2x + 3) \\ &= x^5 - 2x^4 + x^3 + x - 6 + 2x - 3 \\ &= x^5 - 2x^4 + x^3 + (x + 2x) + (-6 - 3) \\ &= x^5 - 2x^4 + x^3 + 3x - 9 \end{aligned}$$

Vậy $P(x) = x^5 - 2x^4 + x^3 + 3x - 9$.

Ví dụ mẫu

Ví dụ 1. Tìm đa thức $P(x)$, biết $P(x) + x - 4 = -5x^4 - 3x^3 + x - 1$.

Hướng dẫn giải

Ta có: $P(x) + x - 4 = -5x^4 - 3x^3 + x - 1$

$$\begin{aligned} \Rightarrow P(x) &= (-5x^4 - 3x^3 + x - 1) - (x - 4) \\ &= -5x^4 - 3x^3 + x - 1 - x + 4 \\ &= -5x^4 - 3x^3 + (x - x) - 1 + 4 \\ &= -5x^4 - 3x^3 + 3 \end{aligned}$$

Ví dụ 2. Tìm đa thức $P(x)$, biết $x^2 - 3x^5 - P(x) = -5x^5 + 4x^3 + 7x^2 - 3$.

Hướng dẫn giải

Ta có: $x^2 - 3x^5 - P(x) = -5x^5 + 4x^3 + 7x^2 - 3$

$$\begin{aligned} \Rightarrow P(x) &= x^2 - 3x^5 - (-5x^5 + 4x^3 + 7x^2 - 3) \\ &= x^2 - 3x^5 + 5x^5 - 4x^3 - 7x^2 + 3 \\ &= (-3x^5 + 5x^5) - 4x^3 + (x^2 - 7x^2) + 3 \\ &= 2x^5 - 4x^3 - 6x^2 + 3. \end{aligned}$$

Ví dụ 3. Cho hai đa thức $A(x) = x^3 - 2x^2 + 4$; $B(x) = x^4 - 3x^2 - 5$

Tìm đa thức $P(x)$, biết: $2A(x) + P(x) = 3B(x)$.

Hướng dẫn giải

Ta có $2A(x) + P(x) = 3B(x) \Rightarrow P(x) = 3B(x) - 2A(x)$.

$$\begin{aligned} \Rightarrow P(x) &= 3B(x) - 2A(x) = 3(x^4 - 3x^2 - 5) - 2(x^3 - 2x^2 + 4) \\ &= 3x^4 - 9x^2 - 15 - 2x^3 + 4x^2 - 8 \\ &= 3x^4 - 2x^3 + (-9x^2 + 4x^2) - 15 - 8 \\ &= 3x^4 - 2x^3 - 5x^2 - 23. \end{aligned}$$

Bài tập tự luyện dạng 2

Câu 1: Cho đa thức: $A(x) = x^6 + 5x^5 - 3x^4 + 9x^2 - 2x - 1$. Tìm các đa thức $B(x), C(x)$ sao cho:

a) $A(x) - B(x) = x^2 - 1$.

b) $A(x) - C(x) = x^3 + 2x - 6$.

Câu 2: Cho đa thức: $P(x) = x^4 - 2x^3 + 2x - 5$. Tìm các đa thức $Q(x), R(x)$ sao cho:

a) $P(x) + Q(x) = x^3 - 2$.

b) $R(x) - P(x) = x^2$.

Câu 3: Viết đa thức: $A(x) = x^3 - 3x^2 - 2x - 8$ dưới dạng:

a) Tổng của hai đa thức một biến.

b) Hiệu của hai đa thức một biến.

Câu 4: Cho đa thức: $A(x) = 2x^3 - 3ax + 5$ (với a là hằng số). Tìm a để $P(2) = 3$

Câu 5: Cho $F(x) = x^{2n} - x^{2n-1} + \dots + x^2 - x + 1; G(x) = -x^{2n+1} + x^{2n} - x^{2n-1} + \dots + x^2 - x + 1 (x, n \in \mathbb{N})$. Tính giá trị của hiệu $F(x) - G(x)$ tại $x = 2$.

ĐÁP ÁN

Dạng 1. Tính tổng hoặc hiệu của hai đa thức

Câu 1.

a) $P(x) - Q(x) = (x^3 - 7x^2 + 8x - 9) - (x^2 - 2x + 5)$

$$= x^3 - 7x^2 + 8x - 9 - x^2 + 2x - 5$$

$$= x^3 + (-7x^2 - x^2) + (8x + 2x) - 9 - 5$$

$$= x^3 - 8x^2 + 10x - 14.$$

b) $P(x) + Q(x) = (x^3 - 7x^2 + 8x - 9) + (x^2 - 2x + 5)$

$$= x^3 - 7x^2 + 8x - 9 + x^2 - 2x + 5$$

$$= x^3 + (-7x^2 + x^2) + (8x - 2x) - 9 + 5$$

$$= x^3 - 6x^2 + 6x - 4.$$

Câu 2.

a) $P(x) + Q(x) = (x^4 - 2x^3 - x^2 + 5x - 2) + (x^5 - 2x^3 + x^2 + 2)$

$$= x^4 - 2x^3 - x^2 + 5x - 2 + x^5 - 2x^3 + x^2 + 2$$

$$= x^5 + x^4 + (-2x^3 - 2x^3) + (-x^2 + x^2) + 5x + (-2 + 2)$$

$$= x^5 + x^4 - 4x^3 + 5x.$$

b) $P(x) - Q(x) = (x^4 - 2x^3 - x^2 + 5x - 2) - (x^5 - 2x^3 + x^2 + 2)$

$$= x^4 - 2x^3 - x^2 + 5x - 2 - x^5 + 2x^3 - x^2 - 2$$

$$= -x^5 + x^4 + (-2x^3 + 2x^3) + (-x^2 - x^2) + 5x + (-2 - 2)$$

$$= -x^5 + x^4 - 2x^2 + 5x - 4.$$

Câu 3.

$$\begin{aligned}
\text{a) } P(x) - Q(x) + R(x) &= (x^6 - 2x^5 + 3x^4 - 5x + 1) - (x^5 - 2x^2 + 7x) + (x^2 - 9x + 11) \\
&= x^6 - 2x^5 + 3x^4 - 5x + 1 - x^5 + 2x^2 - 7x + x^2 - 9x + 11 \\
&= x^6 + (-2x^5 - x^5) + 3x^4 + (2x^2 + x^2) + (-5x - 7x - 9x) + (1 + 11) \\
&= x^6 - 3x^5 + 3x^4 + 3x^2 - 21x + 12.
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\text{b) } P(x) - Q(x) - R(x) &= (x^5 - 2x^5 + 3x^4 - 5x + 1) - (x^5 - 2x^2 + 7x) - (x^2 - 9x + 11) \\
&= x^6 - 2x^5 + 3x^4 - 5x + 1 - x^5 + 2x^2 - 7x - x^2 + 9x - 11 \\
&= x^6 + (-2x^5 - x^5) + 3x^4 + (2x^2 - x^2) + (-5x - 7x + 9x) + (1 - 11) \\
&= x^6 - 3x^5 + 3x^4 + x^2 - 3x - 10.
\end{aligned}$$

Dạng 2. Tìm đa thức chưa biết trong một đẳng thức

Câu 1. Ta có $A(x) = x^6 + 5x^5 - 3x^4 + 9x^2 - 2x - 1$.

$$\text{a) } A(x) - B(x) = x^2 - 1$$

$$\begin{aligned}
\Rightarrow B(x) &= A(x) - (x^2 - 1) \\
&= x^6 + 5x^5 - 3x^4 + 9x^2 - 2x - 1 - x^2 + 1 \\
&= x^6 + 5x^5 - 3x^4 + (9x^2 - x^2) - 2x - 1 + 1 \\
&= x^6 + 5x^5 - 3x^4 + 8x^2 - 2x.
\end{aligned}$$

$$\text{b) } A(x) - C(x) = x^3 + 2x - 6$$

$$\begin{aligned}
\Rightarrow C(x) &= A(x) - (x^3 + 2x - 6) \\
&= x^6 + 5x^5 - 3x^4 + 9x^2 - 2x - 1 - x^3 - 2x + 6 \\
&= x^6 + 5x^5 - 3x^4 - x^3 + 9x^2 - 4x + 5.
\end{aligned}$$

Câu 2.

$$\text{a) Ta có } P(x) + Q(x) = x^3 - 2$$

$$x^4 - 2x^3 + 2x - 5 + Q(x) = x^3 - 2$$

$$\begin{aligned}
\Rightarrow Q(x) &= x^3 - 2 - (x^4 - 2x^3 + 2x - 5) \\
&= x^3 - 2 - x^4 + 2x^3 - 2x + 5 \\
&= -x^4 + 3x^3 - 2x + 3.
\end{aligned}$$

$$\text{b) } R(x) - P(x) = x^2$$

$$\begin{aligned}
R(x) - (x^4 - 2x^3 + 2x - 5) &= x^2 \\
\Rightarrow R(x) &= x^2 + (x^4 - 2x^3 + 2x - 5)
\end{aligned}$$

$$= x^2 + x^4 - 2x^3 + 2x - 5$$

$$= x^4 - 2x^3 + x^2 + 2x - 5.$$

Câu 3.

a) $A(x) = (x^3 - 3x^2 - 3x) + (x - 8).$

b) $A(x) = (x^3 - 3x^2) - (2x + 8).$

Câu 4.

Ta có $P(2) = 3$

$$\Rightarrow 2 \cdot (2)^3 - 3 \cdot a \cdot 2 + 5 = 3$$

$$16 - 6a + 5 = 3$$

$$21 - 6a = 3$$

$$6a = 18$$

$$a = 3.$$

Vậy $a = 3$ thì $P(2) = 3.$

Câu 5.

Ta có $F(x) - G(x) = (x^{2n} - x^{2n-1} + \dots + x^2 - x + 1) - (-x^{2n+1} + x^{2n} - x^{2n-1} + \dots + x^2 - x + 1)$

$$= x^{2n} - x^{2n-1} + \dots + x^2 - x + 1 + x^{2n+1} - x^{2n} + x^{2n-1} - \dots - x^2 + x - 1$$

$$= x^{2n+1} + (x^{2n} - x^{2n}) + (-x^{2n-1} + x^{2n-1}) + \dots + (x^2 - x^2) + (-x + x) + (1 - 1)$$

$$= x^{2n+1}$$

Vậy $F(2) - G(2) = 2^{2n+1}.$