

BÀI 2. ĐẠI LƯỢNG TỈ LỆ NGHỊCH. MỘT SỐ BÀI TOÁN VỀ ĐẠI LƯỢNG TỈ LỆ NGHỊCH

Mục tiêu

❖ Kiến thức

- + Nắm được định nghĩa hai đại lượng tỉ lệ nghịch với nhau và nhận biết được một số ví dụ về đại lượng tỉ lệ nghịch đã biết.
- + Nắm được tính chất của đại lượng tỉ lệ nghịch.
- + Nắm được phương pháp giải một số bài toán về đại lượng tỉ lệ nghịch.

❖ Kỹ năng

- + Nhận biết được hai đại lượng tỉ lệ nghịch với nhau. Tìm được hệ số tỉ lệ và công thức biểu diễn đại lượng tỉ lệ nghịch.
- + Lập được bảng giá trị tương ứng giữa hai đại lượng tỉ lệ nghịch và ngược lại, xét tương quan tỉ lệ nghịch giữa hai đại lượng khi biết bảng giá trị tương ứng của chúng.
- + Giải được một số bài toán về đại lượng tỉ lệ nghịch.

I. LÝ THUYẾT TRỌNG TÂM

Định nghĩa

Nếu đại lượng y liên hệ với đại lượng x theo công thức $y = \frac{a}{x}$ hay $xy = a$ (a là một hằng số khác 0) thì ta nói y tỉ lệ nghịch với x theo hệ số tỉ lệ a .

Chú ý

Khi y tỉ lệ nghịch với x theo hệ số tỉ lệ a thì x cũng tỉ lệ nghịch với y theo hệ số tỉ lệ a và ta nói hai đại lượng đó tỉ lệ nghịch với nhau.

Tính chất

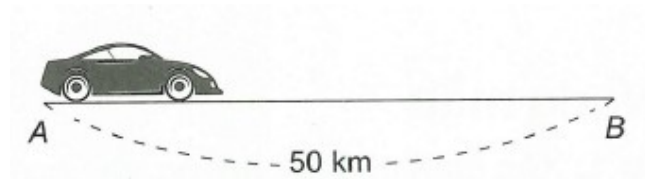
Nếu hai đại lượng tỉ lệ nghịch với nhau, thì

+ Tích hai giá trị tương ứng của chúng luôn không đổi (bằng hệ số tỉ lệ).

$$x_1 \cdot y_1 = x_2 \cdot y_2 = \dots = a$$

+ Tỉ số hai giá trị bất kì của đại lượng này bằng nghịch đảo của tỉ số hai giá trị tương ứng của đại lượng kia.

$$\frac{x_1}{x_2} = \frac{y_2}{y_1}, \frac{x_1}{x_3} = \frac{y_3}{y_1}, \dots$$



Vận tốc v km/h theo thời gian t giờ của một ô tô chuyển động đều trên quãng đường $AB = 50$ km là hai đại lượng tỉ lệ nghịch với nhau.

Công thức biểu thị mối liên hệ giữa v và t là

$$v = \frac{50}{t} \text{ hay } vt = 50.$$

II. CÁC DẠNG BÀI TẬP

Dạng 1: Xác định tương quan giữa hai đại lượng tỉ lệ nghịch

Bài toán 1. Nhận biết hai đại lượng tỉ lệ nghịch với nhau. Xác định hệ số tỉ lệ và công thức biểu diễn đại lượng tỉ lệ nghịch

Phương pháp giải

Ta dùng công thức $y = \frac{a}{x}$ hoặc $xy = a$ để xác định tương quan tỉ lệ nghịch giữa hai đại lượng x và y .

Bước 1. Kiểm tra x và y có biểu diễn được dưới dạng $xy = a$ hay $y = \frac{a}{x}$ với a là một hằng số hay không.

Bước 2. Xác định hệ số tỉ lệ và công thức biểu diễn đại lượng tỉ lệ nghịch.

Ví dụ: Chiều dài x và chiều rộng y của hình chữ nhật có diện tích bằng a , với a là hằng số cho trước.

Hãy xác định hai đại lượng đã cho có phải là hai đại lượng tỉ lệ nghịch với nhau không? Nếu có hãy xác định hệ số tỉ lệ và biểu diễn đại lượng này theo đại lượng kia.

Hướng dẫn giải

Vì hình chữ nhật có diện tích bằng a , với a là hằng số cho trước nên $xy = a$.

Hệ số tỉ lệ nghịch là a .

Công thức biểu diễn y theo x là $y = \frac{a}{x}$.

Ví dụ mẫu

Ví dụ 1. Xác định các đại lượng đã cho trong mỗi câu sau có phải là hai đại lượng tỉ lệ nghịch với nhau không? Nếu có hãy xác định hệ số tỉ lệ.

- Vận tốc v và thời gian t khi đi trên cùng quãng đường 12 km.
- Diện tích S và bán kính R của hình tròn.
- Năng suất lao động N và thời gian thực hiện t để làm xong một lượng công việc a .

Hướng dẫn giải

- $v.t = 12$ nên v và t là hai đại lượng tỉ lệ nghịch. Hệ số tỉ lệ nghịch là 12.
- $S = \pi.R^2$ nên S và R không phải là hai đại lượng tỉ lệ nghịch.
- $a = N.t$ nên N và t là hai đại lượng tỉ lệ nghịch. Hệ số tỉ lệ nghịch là a .

Ví dụ 2. Cho hai đại lượng x và y tỉ lệ nghịch với nhau và khi $x = 6$ thì $y = 15$.

- Tìm hệ số tỉ lệ nghịch của y đối với x .
- Hãy biểu diễn y theo x .
- Tính giá trị của y khi $x = 3$; $x = -45$.

Hướng dẫn giải

a) Vì x và y là hai đại lượng tỉ lệ nghịch nên ta có công thức $y = \frac{a}{x}$.

Theo điều kiện, khi $x = 6$ thì $y = 15$ nên thay vào công thức, ta có

$$15 = \frac{a}{6} \Rightarrow a = 15.6 = 90.$$

Vậy hệ số tỉ lệ là 90.

b) Công thức biểu diễn y theo x là $y = \frac{90}{x}$.

c) Ta có $y = \frac{90}{x}$

Với $x = 3$ thì $y = \frac{90}{3} = 30$.

Với $x = -45$ thì $y = \frac{90}{-45} = -2$.

Ví dụ 3: Chọn đáp án đúng.

Cho biết y tỉ lệ nghịch với x theo hệ số tỉ lệ -2 . Hỏi x tỉ lệ nghịch với y theo hệ số tỉ lệ nào?

- A. 2. B. -2 . C. $\frac{1}{2}$. D. $-\frac{1}{2}$.

Hướng dẫn giải

Vì y tỉ lệ nghịch với x theo hệ số tỉ lệ -2 nên ta có $y = \frac{-2}{x}$.

Suy ra $xy = -2 \Rightarrow x = \frac{-2}{y}$.

Vậy x tỉ lệ nghịch với y theo hệ số tỉ lệ -2 .

Chọn đáp án B.

Ghi nhớ: Khi y tỉ lệ nghịch với x theo hệ số tỉ lệ a thì x tỉ lệ nghịch với y theo hệ số tỉ lệ a .

Ví dụ 4. Cho ba đại lượng x , y , z . Xác định mối tương quan giữa các đại lượng x và z , biết x và y tỉ lệ nghịch với nhau theo hệ số tỉ lệ a , còn y và z tỉ lệ nghịch với nhau theo hệ số tỉ lệ b .

- A. Đại lượng x tỉ lệ nghịch với đại lượng z theo hệ số tỉ lệ $k = ab$.
B. Đại lượng x tỉ lệ thuận với đại lượng z theo hệ số tỉ lệ thuận $k = ab$.
C. Đại lượng x tỉ lệ nghịch với đại lượng z theo hệ số tỉ lệ $k = \frac{a}{b}$.
D. Đại lượng x tỉ lệ thuận với đại lượng z theo hệ số tỉ lệ thuận $k = \frac{a}{b}$.

Hướng dẫn giải

Vì x và y tỉ lệ nghịch với nhau theo hệ số a nên ta có $x = \frac{a}{y}$.

Vì y và z tỉ lệ nghịch với nhau theo hệ số b nên ta có $y = \frac{b}{z}$.

$$\text{Do đó } x = \frac{a}{y} = \frac{a}{\frac{b}{z}} = \frac{a}{b} \cdot z$$


Vậy đại lượng x tỉ lệ thuận với đại lượng z theo hệ số tỉ lệ thuận $k = \frac{a}{b}$.

Chọn đáp án D.

Ghi nhớ:

Nếu x và y tỉ lệ nghịch với nhau theo hệ số a , còn y và z tỉ lệ nghịch với nhau theo hệ số b thì x tỉ lệ thuận với z theo hệ số tỉ lệ thuận $k = \frac{a}{b}$.

Bài toán 2: Xét tương quan tỉ lệ nghịch giữa hai đại lượng khi biết bảng giá trị tương ứng của chúng

 **Phương pháp giải**

Từ bảng giá trị tương ứng giữa hai đại lượng, ta xét sự tương quan tỉ lệ nghịch.

Bước 1. Xem xét tất cả các tích của hai giá trị tương ứng với hai đại lượng.

Bước 2. Rút ra kết luận

+ Nếu các tích đó bằng nhau thì các đại lượng tỉ lệ nghịch.

+ Nếu các tích đó không bằng nhau thì các đại lượng không tỉ lệ nghịch.


Ví dụ: Theo bảng giá trị dưới đây x và y có phải là hai đại lượng tỉ lệ nghịch hay không?

x	1	2	4	40	60
y	120	60	30	3	2

Hướng dẫn giải

Ta có $1 \cdot 120 = 2 \cdot 60 = 4 \cdot 30 = 40 \cdot 3 = 60 \cdot 2 = 120$.

Vậy x và y là hai đại lượng tỉ lệ nghịch.

 **Ví dụ mẫu**

Ví dụ 1. Theo bảng giá trị dưới đây x và y có phải là hai đại lượng tỉ lệ nghịch hay không?

x	3	5	6	40	60
y	50	30	25	4	2,5

Hướng dẫn giải

Ta có $3 \cdot 50 = 150 \neq 40 \cdot 4 = 160$

Vậy x và y không phải là hai đại lượng tỉ lệ nghịch.

Ví dụ 2. Theo bảng giá trị dưới đây x và y có phải là hai đại lượng tỉ lệ nghịch hay không?

x	10	20	25	30	40
y	10	5	4	$\frac{10}{3}$	2,5

Hướng dẫn giải

Ta có $10 \cdot 10 = 20 \cdot 5 = 25 \cdot 4 = 30 \cdot \frac{10}{3} = 40 \cdot 2,5 = 100$.

Vậy x và y là hai đại lượng tỉ lệ nghịch.

 **Bài tập tự luyện dạng 1**

Chọn đáp án đúng từ câu 1 đến câu 5

Câu 1: Cho x và y là hai đại lượng tỉ lệ nghịch với nhau và khi $x = \frac{1}{4}$ thì $y = -4$. Công thức biểu diễn của y theo x là

- A. $y = \frac{2}{x}$. B. $y = -2x$. C. $y = -\frac{2}{x}$. D. $y = 2x$.

Câu 2: Cho x và y là hai đại lượng tỉ lệ nghịch với nhau, khi $x = -12$ thì $y = 8$. Khi $x = 3$ thì y bằng

- A. $y = -32$. B. $y = 32$. C. $y = -2$. D. $y = 2$.

Câu 3: Nếu đại lượng x tỉ lệ nghịch với đại lượng y theo hệ số tỉ lệ là 2 và đại lượng y tỉ lệ nghịch với đại lượng z theo hệ số tỉ lệ là -6 thì phát biểu nào sau đây là đúng?

- A. x tỉ lệ nghịch với z theo hệ số tỉ lệ $a = -\frac{1}{3}$.
B. x tỉ lệ thuận với z theo hệ số tỉ lệ $a = -3$.
C. x tỉ lệ thuận với z theo hệ số tỉ lệ $k = -3$.
D. x tỉ lệ thuận với z theo hệ số tỉ lệ $k = -\frac{1}{3}$.

Câu 4: Nếu đại lượng y tỉ lệ nghịch với đại lượng x theo hệ số tỉ lệ là 3 và đại lượng x tỉ lệ thuận với đại lượng z theo hệ số tỉ lệ là -2 thì phát biểu nào sau đây là đúng?

- A. y tỉ lệ nghịch với z theo hệ số tỉ lệ $a = -\frac{2}{3}$.
B. y tỉ lệ thuận với z theo hệ số tỉ lệ $k = -\frac{2}{3}$.
C. y tỉ lệ thuận với z theo hệ số tỉ lệ $k = -\frac{3}{2}$.
D. y tỉ lệ nghịch với z theo hệ số tỉ lệ $a = -\frac{3}{2}$.

Câu 5: Cho x và y là hai đại lượng tỉ lệ nghịch. Biết rằng khi $x=15$ thì $y=-\frac{3}{5}$ thì hệ số tỉ lệ của y đối với x là

- A. 9. B. $-\frac{3}{75}$. C. -9 . D. $\frac{3}{75}$.

Câu 6: Hãy cho biết hai đại lượng x và y trong mỗi trường hợp sau đây có tỉ lệ nghịch với nhau hay không?

- a) Một đội dùng x máy cày (cùng năng suất) để cày xong một cánh đồng hết y giờ.
b) x là số trang đã đọc còn y là số trang chưa đọc của một quyển sách.
c) x (mét) là chu vi của bánh xe, y là số vòng quay của bánh xe trên đoạn đường xe lăn từ A đến B.

Câu 7: Cho x và y là hai đại lượng tỉ lệ nghịch với nhau và khi $x=4$ thì $y=8$.

- a) Tìm hệ số tỉ lệ của y đối với x .
b) Biểu diễn y theo x .
c) Tính giá trị của y khi $x=8$ và $x=-2$.

Câu 8: Cho bảng sau

x	-8	-6	-2	6	4
y	6	8	24	-8	-12

Hai đại lượng x và y được cho ở trên có phải là hai đại lượng tỉ lệ nghịch không? Vì sao?

ĐÁP ÁN

Câu 1. Chọn C.

Vì x và y là hai đại lượng tỉ lệ nghịch với nhau nên $y = \frac{a}{x}$ với $a \neq 0$ là hệ số tỉ lệ.

Khi $x = \frac{1}{2}$ thì $y = -4$ nên $-4 = \frac{a}{\frac{1}{2}} \Rightarrow a = -2$. Vậy $y = \frac{-2}{x}$.

Câu 2. Chọn A.

Vì x và y là hai đại lượng tỉ lệ nghịch với nhau nên $y = \frac{a}{x}$ với $a \neq 0$ là hệ số tỉ lệ.

Khi $x = -12$ thì $y = 8$ nên $8 = \frac{a}{-12} \Rightarrow a = -12 \cdot 8 = -96$. Vậy $y = \frac{-96}{x}$.

Suy ra khi $x = 3$ thì $y = \frac{-96}{3} = -32$.

Câu 3: Chọn D.

Nếu đại lượng x tỉ lệ nghịch với đại lượng y theo hệ số tỉ lệ là 2 và đại lượng y tỉ lệ nghịch với đại lượng z theo hệ số tỉ lệ là -6 thì x tỉ lệ thuận với z theo hệ số tỉ lệ $\frac{2}{-6} = -\frac{1}{3}$ (áp dụng kết quả của ví dụ 4).

Câu 4: Chọn D.

Vì đại lượng y tỉ lệ nghịch với đại lượng x theo hệ số tỉ lệ là 3 nên ta có $y = \frac{3}{x}$.

Vì đại lượng x tỉ lệ thuận với đại lượng z theo hệ số tỉ lệ là -2 nên ta có $x = -2z$.

$$\text{Suy ra } y = \frac{3}{x} = \frac{3}{-2z} = -\frac{3}{2z}$$

Vậy đại lượng y tỉ lệ nghịch với z theo hệ số tỉ lệ $a = -\frac{3}{2}$.

Câu 5: Chọn C.

Vì x và y là hai đại lượng tỉ lệ nghịch với nhau nên $xy = a$ với $a \neq 0$ là hệ số tỉ lệ.

Khi $x = 15$ thì $y = -\frac{3}{5}$ nên $a = xy = 15 \cdot \left(-\frac{3}{5}\right) = -9$. Vậy là hệ số tỉ lệ cần tìm là -9 .

Câu 6:

a) Vì cùng cày xong một cánh đồng nên số máy cày x và thời gian cày y là hai đại lượng tỉ lệ nghịch với nhau.

b) Chỉ có $x + y$ là tổng số trang quyển sách (là hằng số) còn $x \cdot y$ không phải hằng số nên hai đại lượng x và y không tỉ lệ nghịch với nhau.

c) $x \cdot y$ là chiều dài từ A đến B (là hằng số) nên hai đại lượng x và y tỉ lệ nghịch với nhau.

Câu 7:

a) Vì x và y là hai đại lượng tỉ lệ nghịch với nhau nên ta có $y = \frac{a}{x}$, $a \neq 0$

Khi $x = 4$ thì $y = 8$ nên $8 = \frac{a}{4} \Rightarrow a = 32$.


b) Với $a = 32$ ta có $y = \frac{32}{x}$.

c) Khi $x = 8$ thì $y = \frac{32}{8} = 4$; khi $x = -2$ thì $y = \frac{32}{-2} = -16$.

Câu 8:

Hai đại lượng x và y là hai đại lượng tỉ lệ nghịch vì $-8 \cdot 6 = -6 \cdot 8 = -2 \cdot 24 = 6 \cdot (-8) = 4 \cdot (-12) = -48$.

Dạng 2: Dựa vào tính chất của tỉ lệ nghịch để tìm các đại lượng

 **Phương pháp giải**

Bước 1. Sử dụng các tính chất của hai đại lượng tỉ lệ nghịch và tính chất của tỉ lệ thức để biểu thị mối quan hệ giữa các đại lượng đã biết và các đại lượng cần phải xác định.

Nếu hai đại lượng tỉ lệ nghịch với nhau thì

Tích hai giá trị tương ứng của chúng luôn không đổi (bằng hệ số tỉ lệ).

$$x_1 \cdot y_1 = x_2 \cdot y_2 = \dots = a$$

Tỉ số hai giá trị bất kì của đại lượng này bằng nghịch đảo của tỉ số hai giá trị tương ứng của đại lượng kia.

$$\frac{x_1}{x_2} = \frac{y_2}{y_1}, \frac{x_1}{x_3} = \frac{y_3}{y_1}, \dots$$

Bước 2. Sử dụng tính chất của dãy tỉ số bằng nhau để tìm các đại lượng.

Tính chất của dãy tỉ số bằng nhau

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{a+c}{b+d} = \frac{a-c}{b-d}$$

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{e}{f} = \frac{a+b+e}{b+d+f} = \frac{a-c+e}{b-d+f} = \frac{a-c-e}{b-d-f}$$

(giả thiết các tỉ số đều có nghĩa).

Ví dụ mẫu

Ví dụ. Cho x và y là hai đại lượng tỉ lệ nghịch. Gọi x_1, x_2 là hai giá trị của x , gọi y_1, y_2 là hai giá trị tương ứng của y . Biết $x_1 - 2x_2 = 8$ và $y_1 = 5, y_2 = 15$.

a) Tính x_1, x_2 .

b) Biểu diễn y theo x .

Hướng dẫn giải

a) Vì x và y là hai đại lượng tỉ lệ nghịch nên áp dụng tính chất của hai đại lượng tỉ lệ nghịch, ta có

$$\frac{x_1}{x_2} = \frac{y_2}{y_1} \Rightarrow \frac{x_1}{y_2} = \frac{x_2}{y_1}$$

Áp dụng tính chất của dãy tỉ số bằng nhau, ta có

Ví dụ:

Cho x và y là hai đại lượng tỉ lệ nghịch. Gọi x_1, x_2 là hai giá trị của x , gọi y_1, y_2 là hai giá trị tương ứng của y . Biết $x_1 = -10, x_2 = 15$ và

$$y_1 - y_2 = 5.$$

a) Tính y_1, y_2 .

b) Biểu diễn y theo x .

Hướng dẫn giải

a) Vì x và y là hai đại lượng tỉ lệ nghịch nên áp dụng tính chất của hai đại lượng tỉ lệ nghịch, ta có

$$\frac{x_1}{x_2} = \frac{y_2}{y_1} \Rightarrow \frac{y_1}{x_2} = \frac{y_2}{x_1}$$

Áp dụng tính chất của dãy tỉ số bằng nhau, ta có

$$\frac{y_1}{x_2} = \frac{y_2}{x_1} = \frac{y_1 - y_2}{x_2 - x_1}$$

$$\Rightarrow \frac{y_1}{15} = \frac{y_2}{-10} = \frac{y_1 - y_2}{15 - (-10)} = \frac{5}{25} = \frac{1}{5}$$

Do đó $y_1 = 15 \cdot \frac{1}{5} = 3$ và $y_2 = -10 \cdot \frac{1}{5} = -2$.

b) Ta có $a = x_1 \cdot y_1 = x_2 \cdot y_2 = -30$ nên ta có biểu diễn

$$y \text{ theo } x \text{ là } y = -\frac{30}{x}.$$

$$\frac{x_1}{y_2} = \frac{x_2}{y_1} = \frac{2x_2}{2y_1} = \frac{x_1 - 2x_2}{y_2 - 2y_1} \Rightarrow \frac{x_1}{15} = \frac{x_2}{5} = \frac{2x_2}{2.5} = \frac{8}{15 - 2.5} = \frac{8}{5}$$

$$\Rightarrow x_1 = 15 \cdot \frac{8}{5} = 24 \text{ và } x_2 = 5 \cdot \frac{8}{5} = 8$$

b) Ta có $a = x_1 \cdot y_1 = x_2 \cdot y_2 = 120$ nên ta có biểu diễn y theo x là $y = \frac{120}{x}$.

Bài tập tự luyện dạng 2

Câu 1: Cho x và y là hai đại lượng tỉ lệ nghịch. Gọi x_1, x_2 là hai giá trị của x , gọi y_1, y_2 là hai giá trị tương ứng của y . Biết $2x_1 - 3y_2 = 22$ và $y_1 = 5, x_2 = 2$.

a) Tính x_1, y_2 .

b) Biểu diễn y theo x .

c) Tính giá trị của x khi $y = 6$ và $y = -4$.

Câu 2: Cho x và y là hai đại lượng tỉ lệ nghịch. Gọi x_1, x_2 là hai giá trị của x , gọi y_1, y_2 là hai giá trị tương ứng của y . Biết $x_1 = -6$ và $x_2 = 3$ thì $y_1 - 2y_2 = 8$.

a) Tính y_1 và y_2 .

b) Biểu diễn y theo x .

c) Tính giá trị của y khi $x = -5$ và $x = 2$.

Câu 3: Cho x và y là hai đại lượng tỉ lệ nghịch. Gọi x_1, x_2 là hai giá trị của x , gọi y_1, y_2 là hai giá trị tương ứng của y . Biết $x_1 = -1$ và $y_2 = 3$ thì $y_1 - 2x_2 = 9$.

a) Tính y_1 và x_2 .

b) Biểu diễn y theo x . Tính giá trị của x khi $y = -10$ và $y = 12$.

ĐÁP ÁN

Câu 1:

Theo tính chất của đại lượng tỉ lệ thuận, ta có $\frac{x_1}{x_2} = \frac{y_2}{y_1}$.

Áp dụng tính chất của dãy tỉ số bằng nhau, ta có

$$\frac{x_1}{x_2} = \frac{y_2}{y_1} = \frac{2x_1}{2x_2} = \frac{3y_2}{3y_1} = \frac{2x_1 - 3y_2}{2x_2 - 3y_1}$$

Mà $2x_1 - 3y_2 = 22$ và $y_1 = 5, x_2 = 2$ nên $\frac{x_1}{2} = \frac{y_2}{5} = \frac{22}{2 \cdot 2 - 3 \cdot 5} = -2$

$\Rightarrow x_1 = 2 \cdot (-2) = -4$ và $y_2 = 5 \cdot (-2) = -10$

Vậy $x_1 = -4; y_2 = -10$.

b) Ta có hệ số tỉ lệ $a = x_1 y_1 = -4.5 = -20$.

b) Biểu diễn y theo x là $y = -\frac{20}{x}$.

c) Khi $y = 6$ thì $x = -\frac{10}{3}$ và khi $y = -4$ thì $x = 5$.

Câu 2:

a) Theo tính chất của đại lượng tỉ lệ nghịch, ta có $\frac{x_1}{x_2} = \frac{y_2}{y_1} \Rightarrow \frac{x_1}{y_2} = \frac{x_2}{y_1}$

Áp dụng tính chất của dãy tỉ số bằng nhau, ta có $\frac{x_1}{y_2} = \frac{x_2}{y_1} = \frac{2x_1}{2y_2} = \frac{x_2 - 2x_1}{y_1 - 2y_2}$

Vì $x_1 = -6$ và $x_2 = 3$ thì $y_1 - 2y_2 = 8$ nên $\frac{-6}{y_2} = \frac{3}{y_1} = \frac{3 - 2 \cdot (-6)}{8} = \frac{15}{8}$

$\Rightarrow y_1 = \frac{3 \cdot 8}{15} = \frac{8}{5}$ và $y_2 = \frac{-6 \cdot 8}{15} = -\frac{16}{5}$.

Vậy $y_1 = \frac{8}{5}$ và $y_2 = -\frac{16}{5}$.

b) Ta có hệ số tỉ lệ $a = x_1 y_1 = -6 \cdot \frac{8}{5} = -\frac{48}{5}$.

Biểu diễn y theo x là $y = -\frac{48}{5x}$.

c) Khi $x = -5$ thì $y = \frac{48}{25}$ và khi $x = 2$ thì $y = -\frac{24}{5}$.

Câu 3:

a) Theo tính chất của đại lượng tỉ lệ nghịch, ta có $\frac{x_1}{x_2} = \frac{y_2}{y_1}$

Áp dụng tính chất của dãy tỉ số bằng nhau, ta có $\frac{x_1}{x_2} = \frac{y_2}{y_1} = \frac{2x_1}{2x_2} = \frac{y_2 - 2x_1}{y_1 - 2x_2}$

Vì $x_1 = -1$ và $y_2 = 3$ thì $y_1 - 2x_2 = 9$ nên $\frac{-1}{x_2} = \frac{3}{y_1} = \frac{3 - 2 \cdot (-1)}{9} = \frac{5}{9} \Rightarrow x_2 = -\frac{9}{5}$ và $y_1 = \frac{27}{5}$

Vậy $x_1 = -\frac{9}{5}$ và $y_1 = \frac{27}{5}$.

b) Ta có hệ số tỉ lệ $a = x_1 y_1 = -1 \cdot \frac{27}{5} = -\frac{27}{5}$.

Biểu diễn y theo x là $y = -\frac{27}{5x}$.

Khi $y = -10$ thì $x = \frac{27}{50}$ và khi $y = 12$ thì $x = -\frac{9}{20}$.

Dạng 3: Lập bảng giá trị tương ứng của hai đại lượng tỉ lệ nghịch

Phương pháp giải

Bước 1. Xác định hệ số tỉ lệ a (với $a \neq 0$) bằng tích hai giá trị tương ứng đã biết của hai đại lượng tỉ lệ nghịch.

Bước 2. Dùng công thức $y = \frac{a}{x}$ (với $a \neq 0$) để tìm các giá trị tương ứng của x và y .

Chú ý: Để tìm hệ số tỉ lệ a đôi khi ta phải sử dụng đến tính chất của dãy tỉ số bằng nhau.

Ví dụ: Cho biết x và y là hai đại lượng tỉ lệ nghịch và bảng sau

x	$x_1 = -1$	$x_2 = -2$	$x_3 = 1$	$x_4 = 2$	$x_5 = 4$
y	$y_1 = ?$	$y_2 = ?$	$y_3 = ?$	$y_4 = 3$	$y_5 = ?$

a) Xác định hệ số tỉ lệ nghịch của y đối với x ?

b) Điền số thích hợp vào dấu ?

c) Có nhận xét gì về các tích

$$x_1y_1, x_2y_2, x_3y_3, x_4y_4, x_5y_5 ?$$

Hướng dẫn giải

a) Từ bảng, ta có $x_4 = 2, y_4 = 3$

Vi x và y là hai đại lượng tỉ lệ nghịch nên ta có

$$\text{công thức } y = \frac{a}{x} \text{ (với } a \neq 0 \text{)}.$$

$$\text{Do đó } y_4 = \frac{a}{x_4} \Rightarrow a = x_4 \cdot y_4 = 2 \cdot 3 = 6.$$

Vậy hệ số tỉ lệ nghịch của y đối với x là $a = 6$.

b) Công thức biểu diễn của đại y theo đại lượng x

$$\text{là } y = \frac{6}{x}.$$

$$\text{Do đó } y_1 = 6 : (-1) = -6, y_2 = 6 : (-2) = -3,$$

$$y_3 = 6 : 1 = 6 \text{ và } y_5 = 6 : 4 = \frac{3}{2}.$$

Vậy số thích hợp điền vào các dấu ? lần lượt từ trái

$$\text{sang phải là } -6; -3; 6; \frac{3}{2}.$$

c) Các tích đó đều bằng 6 (hệ số tỉ lệ).

Ví dụ mẫu

Ví dụ 1. Cho biết x và y là hai đại lượng tỉ lệ nghịch. Điền số thích hợp vào ô trống trong bảng sau

x	-3	-1,2			8	2,5
-----	----	------	--	--	---	-----

y			4	-1	1,5	
-----	--	--	---	----	-----	--

Hướng dẫn giải

Vì x và y là hai đại lượng tỉ lệ nghịch nên ta có công thức $y = \frac{a}{x} \Rightarrow a = xy$

Từ bảng, ta có khi $x = 8$ thì $y = 1,5 \Rightarrow a = 8.1,5 = 12$. Vậy $y = \frac{12}{x}$.

Từ đó, ta điền được các số thích hợp vào các ô trống như sau

x	-3	-1,2	3	-12	8	2,5
y	-4	-10	4	-1	1,5	4,8

Ví dụ 2. Một hình chữ nhật có diện tích 16 m^2 . Các kích thước x m và y m của hình chữ nhật có liên hệ gì với nhau? Lập bảng giá trị của y tương ứng với các giá trị sau của x : 8; 10; 16; 20; 25.

Hướng dẫn giải

Kích thước x và y của hình chữ nhật là hai đại lượng tỉ lệ nghịch vì $xy = 160$ không đổi.

Do đó $y = \frac{160}{x}$.

Từ đó, lập được bảng các giá trị của y tương ứng với các giá trị của x là

x	8	10	16	20	25
y	20	16	10	8	6,4

📌 Bài tập tự luyện dạng 3

Câu 1: Cho biết x và y là hai đại lượng tỉ lệ nghịch và bảng sau

x	-6	-3	-1	1	2
y			-3		

a) Hãy xác định hệ số tỉ lệ của y đối với x .

b) Điền số thích hợp vào ô trống.

Câu 2. Cho biết x và y là hai đại lượng tỉ lệ nghịch và bảng sau

x	$x_1 = -6$	$x_2 = ?$	$x_3 = -1$	$x_4 = ?$	$x_5 = 3$
y	$y_1 = ?$	$y_2 = -2$	$y_3 = ?$	$y_4 = 3$	$y_5 = ?$

a) Hãy xác định hệ số tỉ lệ nghịch của y đối với x biết khi $x = 2$ thì $y = -3$.

b) Điền số thích hợp vào ô trống.

c) Biết x là một đại lượng tỉ lệ thuận với đại lượng z theo hệ số tỉ lệ là 2020. Hỏi đại lượng y và đại lượng z tỉ lệ như thế nào với nhau? Tính hệ số tỉ lệ đó.

ĐÁP ÁN

Câu 1:

a) Hệ số tỉ lệ nghịch của y đối với x là $k = -1 \cdot (-3) = 3$

b)

x	-6	-3	-1	1	2
y	$-\frac{1}{2}$	-1	-3	3	$\frac{3}{2}$

Câu 2:

a) Vì x và y là hai đại lượng tỉ lệ nghịch với nhau nên ta có $y = \frac{a}{x}$, $a \neq 0$

Tại $x = 2$ thì $y = -3$ nên ta có $-3 = \frac{a}{2} \Rightarrow a = -6$

Vậy biểu diễn của y theo x là $y = -\frac{6}{x}$.

b)

x	$x_1 = -6$	$x_2 = 3$	$x_3 = -1$	$x_4 = -2$	$x_5 = 3$
y	$y_1 = 1$	$y_2 = -2$	$y_3 = 6$	$y_4 = 3$	$y_5 = -2$

c) Vì x là một đại lượng tỉ lệ thuận với đại lượng z theo hệ số tỉ lệ là 2020 nên $x = 2020z$.

Mà $y = -\frac{6}{x}$ nên $y = -\frac{6}{2020z} = -\frac{3}{1010z}$

Do đó y tỉ lệ nghịch với z theo hệ số tỉ lệ $a = -\frac{3}{1010}$.

Dạng 4: Một số bài toán đơn giản về đại lượng tỉ lệ nghịch

Phương pháp giải

Bước 1. Xác định tương quan giữa hai đại lượng tỉ lệ nghịch.

Bước 2. Áp dụng tính chất của hai đại lượng tỉ lệ nghịch để suy ra giá trị cần tìm.

Ví dụ: Một ô tô đi từ A đến B hết 4 giờ 30 phút.

Hỏi ô tô đi từ A đến B hết mấy giờ nếu ô tô đi với vận tốc gấp đôi vận tốc cũ.

Hướng dẫn giải

Đổi 4 giờ 30 phút = 4,5 giờ.

Gọi vận tốc cũ và vận tốc mới của ô tô lần lượt là v_1 km/h và v_2 km/h.

Thời gian tương ứng của ô tô đi từ A đến B lần lượt là t_1 giờ và t_2 giờ.

Ta có vận tốc và thời gian của ô tô khi chuyển động đều trên một quãng đường là hai đại lượng tỉ lệ nghịch. Do đó

$$\frac{v_1}{v_2} = \frac{t_2}{t_1} \quad (1)$$

Theo giả thiết, ta có

$$v_2 = 2v_1 \Rightarrow \frac{v_1}{v_2} = \frac{1}{2} \quad (2)$$

Từ (1) và (2), suy ra $\frac{t_2}{t_1} = \frac{1}{2} \Rightarrow t_2 = \frac{t_1}{2}$

Mà $t_1 = 4,5$ nên $t_2 = \frac{4,5}{2} = 2,24$

Vậy nếu đi với vận tốc gấp hai lần vận tốc cũ thì ô tô đi hết 2 giờ 15 phút.

Ví dụ mẫu

Ví dụ. Cho biết 3 máy cày cày xong một cánh đồng hết 30 giờ. Hỏi 5 máy cày như thế cày xong cánh đồng đó hết bao nhiêu giờ (biết rằng các máy cày có cùng năng suất)?

Hướng dẫn giải

Gọi thời gian để 5 máy cày cày xong cánh đồng là x (giờ); $x > 0$.

Vì năng suất của mỗi máy cày là như nhau, nên để cày cùng một cánh đồng, số máy cày tỉ lệ nghịch với số giờ cày xong cánh đồng.

Theo tính chất của đại lượng tỉ lệ nghịch, ta có

$$\frac{30}{x} = \frac{5}{3} \Rightarrow x = \frac{3 \cdot 30}{5} = 18$$

Vậy 5 máy cày cày xong cánh đồng đó hết 18 giờ.

Bài tập tự luyện dạng 4

Câu 1: Để làm một công việc trong 8 giờ cần 30 công nhân. Nếu có 40 công nhân thì công việc đó hoàn thành trong mấy giờ? Biết rằng năng suất làm việc của các công nhân là như nhau.

Câu 2: Bạn Lan đi từ trường đến nhà với vận tốc 12 km/giờ hết 30 phút. Nếu Lan đi với vận tốc 10 km/giờ thì hết bao nhiêu thời gian?

ĐÁP ÁN

Câu 1:

Gọi thời gian để hoàn thành công việc của 40 công nhân là t giờ ($t > 0$).

Vì khối lượng công việc là không đổi nên số công nhân và thời gian để hoàn thành công việc đó là hai đại lượng tỉ lệ nghịch, ta có $30 \cdot 8 = 40 \cdot t \Rightarrow t = 6$.

Vậy thời gian để hoàn thành công việc của 40 công nhân là 6 giờ.

Câu 2: Đổi 30 phút = 0,5 giờ.

Giả sử Lan đi với vận tốc 10 km/giờ thì hết t giờ.

Ta có vận tốc và thời gian Lan đi từ nhà đến trường là hai đại lượng tỉ lệ nghịch nên ta có $12.0,5 = 10.t \Rightarrow t = 0,6$ (giờ), tương ứng với 36 phút.

Vậy nếu Lan đi với vận tốc 10 km/giờ thì hết 36 phút.

Dạng 5: Chia một số thành những phần tỉ lệ nghịch với các số cho trước

Phương pháp giải

Giả sử chia số M thành các phần x, y, z, \dots tỉ lệ

nghịch với các số a, b, c, \dots

Bước 1. Thiết lập mối quan hệ giữa x, y, z, \dots

- Ta có $S = x + y + z + \dots$

- Các phần x, y, z, t, \dots tỉ lệ nghịch với $a, b, c,$

d, \dots nên ta có $ax = by = cz = dt$

Bước 2. Áp dụng tính chất của dãy tỉ số bằng nhau để tính x, y, z, t, \dots

Chú ý: Để chia số M thành các phần x, y, z, \dots tỉ lệ nghịch với a, b, c, \dots (khác không), ta chỉ cần chia số M thành các phần tỉ lệ thuận với các số $\frac{1}{a}, \frac{1}{b}, \frac{1}{c}, \dots$

Ví dụ:

Chia số 520 thành ba phần tỉ lệ nghịch với 2;3;4.

Hướng dẫn giải

Khi chia số 520 thành ba phần tỉ lệ nghịch với 2; 3; 4 thì ta được mỗi phần lần lượt là x, y, z và $x > 0, y > 0, z > 0$.

Vì tổng ba số là 520 nên ta có $x + y + z = 520$.

Vì chia số 520 thành ba phần tỉ lệ nghịch với 2;3;4 nên ta có $2x = 3y = 4z$.

Áp dụng tính chất của dãy tỉ số bằng nhau, ta có

$$2x = 3y = 4z = \frac{x}{\frac{1}{2}} = \frac{y}{\frac{1}{3}} = \frac{z}{\frac{1}{4}} = \frac{x+y+z}{\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4}}$$

$$\Rightarrow 2x = 3y = 4z = \frac{520}{\frac{13}{12}} = 480.$$

Do đó $x = 480 : 2 = 240, y = 480 : 3 = 160, z = 480 : 4 = 120$.

Chia số 520 thành ba phần tỉ lệ nghịch với 2;3;4 thì ba phần đó sẽ tỉ lệ thuận với $\frac{1}{2}; \frac{1}{3}; \frac{1}{4}$.

Ví dụ mẫu

Ví dụ 1. Ba đội máy san đất làm ba khối lượng công việc như nhau. Đội thứ nhất hoàn thành công việc trong 4 ngày, đội thứ hai hoàn thành trong 6 ngày, đội thứ ba hoàn thành trong 8 ngày. Hỏi mỗi đội có bao nhiêu máy? Biết ba đội có tất cả 26 máy và các máy có cùng năng suất.

Hướng dẫn giải

Gọi số máy của ba đội lần lượt là x, y, z ($x, y, z \in \mathbb{N}^*$)

Ba đội có tất cả 26 máy nên ta có $x + y + z = 26$.

Vì ba đội làm ba khối lượng công việc như nhau mà các máy có cùng năng suất nên số máy tỉ lệ nghịch với số ngày hoàn thành công việc. Do đó $4x = 6y = 8z$.

Áp dụng tính chất của dãy tỉ số bằng nhau, ta có

$$4x = 6y = 8z = \frac{x}{\frac{1}{4}} = \frac{y}{\frac{1}{6}} = \frac{z}{\frac{1}{8}} = \frac{x+y+z}{\frac{1}{4} + \frac{1}{6} + \frac{1}{8}} = \frac{26}{\frac{13}{24}} = 48.$$

Suy ra $x = 48 : 4 = 12$, $y = 48 : 6 = 8$, $z = 48 : 8 = 6$.

Vậy số máy của 3 đội là 12 máy, 8 máy và 6 máy.

Hướng tư duy:

Vì ba đội làm ba khối lượng công việc như nhau mà các máy có cùng năng suất nên số máy của mỗi đội sẽ tỉ lệ nghịch với thời gian hoàn thành công việc. Do đó, chia số máy thành 3 phần tỉ lệ nghịch với thời gian hoàn thành công việc của mỗi đội.

Ví dụ 2: Hai ô tô đi từ A đến B. Vận tốc của xe thứ nhất là 60km/h, của xe thứ hai là 40km/h, nên thời gian đi của xe thứ nhất ít hơn xe thứ hai là 30 phút. Tính quãng đường AB.

Hướng dẫn giải

Đổi 30 phút = 0,5 giờ.

Gọi thời gian để đi hết quãng đường AB của hai xe ô tô lần lượt là t_1 giờ và t_2 giờ ($t_1 > 0, t_2 > 0$).

Vì thời gian đi của xe thứ nhất ít hơn xe thứ hai là 0,5 giờ nên ta có $t_2 - t_1 = 0,5$.

Vì hai xe ô tô cùng chạy trên một quãng đường AB nên vận tốc và thời gian đi là hai đại lượng tỉ lệ nghịch, do đó $60t_1 = 40t_2$.

Áp dụng tính chất của dãy tỉ số bằng nhau, ta có

$$60t_1 = 40t_2 = \frac{t_1}{\frac{1}{60}} = \frac{t_2}{\frac{1}{40}} = \frac{t_2 - t_1}{\frac{1}{60} - \frac{1}{40}} = \frac{0,5}{\frac{1}{120}} = 60.$$

Suy ra $t_1 = 60 : 60 = 1$ và $t_2 = 60 : 40 = 1,5$.

Chiều dài của quãng đường AB là $60.1 = 40.1,5 = 60$ (km).

Bài tập tự luyện dạng 5

BÀI TẬP CƠ BẢN

Câu 1: Ba công nhân làm chung 860 dụng cụ trong cùng một thời gian. Để tiện được một dụng cụ người thứ nhất cần 5 phút, người thứ hai cần 6 phút, người thứ ba cần 9 phút. Tính số dụng cụ mỗi công nhân tiện được.

Câu 2: Một xe ô tô chạy từ A đến B gồm ba chặng đường dài bằng nhau nhưng chất lượng mặt đường tốt xấu khác nhau. Vận tốc trên mỗi chặng lần lượt là 72 km/h, 60 km/h, 40 km/h. Biết tổng thời gian xe chạy từ A đến B hết 4 giờ. Tính quãng đường AB.

BÀI TẬP NÂNG CAO

Câu 3: Ba đội máy cày làm trên ba cánh đồng có diện tích bằng nhau. Đội thứ nhất hoàn thành công việc hết 4 ngày, đội thứ hai hết 6 ngày, đội thứ ba hết 8 ngày. Hỏi mỗi đội có bao nhiêu máy? Biết số máy của đội thứ nhất nhiều hơn số máy của đội thứ hai là 2 máy và năng suất của các máy là bằng nhau.

ĐÁP ÁN

Câu 1:

Gọi số dụng cụ của công nhân thứ nhất, thứ hai, thứ ba tiện được lần lượt là x, y, z ($x, y, z \in \mathbb{N}^*$).

Vì tổng số dụng cụ phải tiện là 860 nên ta có $x + y + z = 860$

Vì số dụng cụ tiện được tỉ lệ nghịch với thời gian để tiện xong một dụng cụ nên $5x = 6y = 9z$.

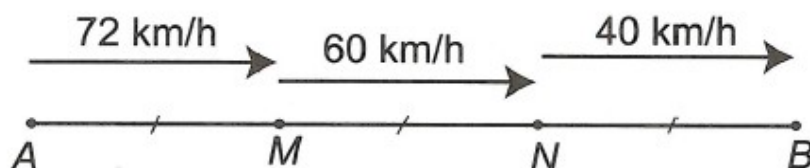
Áp dụng tính chất của dãy tỉ số bằng nhau, ta có

$$5x = 6y = 9z = \frac{x}{\frac{1}{5}} = \frac{y}{\frac{1}{6}} = \frac{z}{\frac{1}{9}} = \frac{x+y+z}{\frac{1}{5} + \frac{1}{6} + \frac{1}{9}} = \frac{860}{\frac{43}{90}} = 1800$$

$$\Rightarrow x = 1800 : 5 = 360; y = 1800 : 6 = 300 \text{ và } z = 1800 : 9 = 200.$$

Vậy số dụng cụ tiện được của người thứ nhất, thứ hai, thứ ba lần lượt là 360 dụng cụ, 300 dụng cụ và 200 dụng cụ.

Câu 2:



Gọi thời gian xe đi hết mỗi chặng lần lượt là t_1 (h), t_2 (h), t_3 (h) với $t_1 > 0, t_2 > 0, t_3 > 0$.

Vì tổng thời gian xe chạy từ A đến B hết 4 giờ nên ta có $t_1 + t_2 + t_3 = 4$.

Vì xe chạy trên ba chặng đường có chiều dài là như nhau nên vận tốc và thời gian đi trên mỗi chặng là hai đại lượng tỉ lệ nghịch, do đó: $72t_1 = 60t_2 = 40t_3$.

Áp dụng tính chất của dãy tỉ số bằng nhau, ta có

$$72t_1 = 60t_2 = 40t_3 = \frac{t_1}{\frac{1}{72}} = \frac{t_2}{\frac{1}{60}} = \frac{t_3}{\frac{1}{40}} = \frac{t_1+t_2+t_3}{\frac{1}{72} + \frac{1}{60} + \frac{1}{40}} = \frac{4}{\frac{1}{18}} = 72$$

Chiều dài của đoạn đường AB là tổng chiều dài của ba chặng nên

$$S = 72t_1 + 60t_2 + 40t_3 = 72 + 72 + 72 = 216 \text{ (km)}.$$

Vậy chiều dài của đoạn đường AB là 216 km.

BÀI TẬP NÂNG CAO

Câu 3:

Gọi số máy của đội một, đội hai, đội ba lần lượt là x , y và z ($x, y, z \in \mathbb{N}^*$).

Theo điều kiện đề bài, ta có $4x = 6y = 8z$ và $x - y = 2$

Áp dụng tính chất của dãy tỉ số bằng nhau, ta có

$$4x = 6y = 8z = \frac{x}{\frac{1}{4}} = \frac{y}{\frac{1}{6}} = \frac{z}{\frac{1}{8}} = \frac{x-y}{\frac{1}{4} - \frac{1}{6}} = \frac{2}{\frac{1}{12}} = 24$$

$$\Rightarrow x = 24 : 4 = 6; y = 24 : 6 = 4 \text{ và } z = 24 : 8 = 3.$$

Vậy số máy của đội một, đội hai, đội ba lần lượt là 6 máy, 4 máy và 3 máy.