DIỆN TÍCH ĐA GIÁC

I. TÓM TẮT LÝ THUYẾT

Để tính diện tích đa giác, ta thường chia đa giác đó thành các tam giác, các tứ giác tính được diện tích rồi tính tổng các diện tích đó; hoặc tạo ra một đa giác nào đó có chứa đa giác ấy rồi tính hiệu các diện tích.

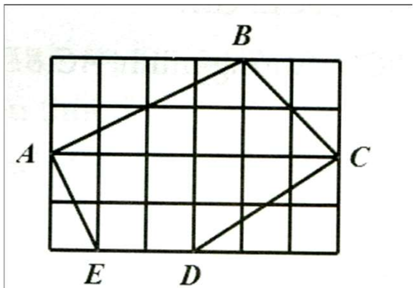
II. BÀI TẬP VÀ CÁC DẠNG TOÁN

A.CÁC DẠNG BÀI MINH HỌA

Dạng 1. Tính diện tích đa giác

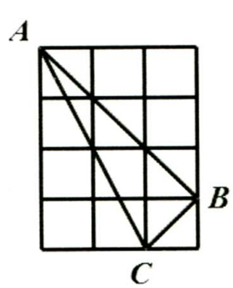
Phương pháp giải: Đưa về tính tổng các diện tích hoặc hiệu các diện tích.

1. Tính diện tích đa giác ABCDE trong hình 1 (mỗi ô vuông nhỏ cạnh bằng 1cm).



Hình 1

2. Tính diện tích tam giác ABC trong hình 2 (mỗi ô vuông nhỏ cạnh bằng 1cm).



Hình 2

Dạng 2. Tính diện tích của đa giác bất kì

Phương pháp giải: Đưa về tính tổng các diện tích hoặc hiệu các diện tích.

3. Cho hình bình hành ABCD có CD = 4cm, đường cao vẽ từ A đến cạnh CD bằng 3cm.

a) Tính diện tích hình bình hành ABCD;

b) Gọi M là trung điểm của AB. Tính diện tích tam giác ADM;

c) DM cắt AC tại N. Chứng minh DN = 2NM;

d) Tính diện tích tam giác AMN.

4. Tính diện tích tứ giác ABCD, biết $\widehat{C} = 60^0$, CA là phân giác của $\widehat{C}$ và CA = 4cm, CB = 3cm, CD = 5cm.

5. Cho tứ giác ABCD có diện tích 60cm^2. Trên cạnh AB lấy các điểm E, F sao cho AE = EF = FB. Trên cạnh CD lấy các điểm G, H sao cho CG = GH = HD.

a) Tính tổng diện tích các tam giác ADH và CBF.

b) Tính diện tích tứ giác EFGH.

6. Cho tứ giác ABCD. Gọi E là trung điểm của AB, gọi F là trung điểm của CD, gọi I là giao điểm của AF, DE và gọi K là giao điểm của BF, CE. Chứng minh:

a) $S_{EDC} = S_{ADF} + S_{BCF}$.

b) $S_{EIFK} = S_{AID} + S_{BKC}$.

Dạng 3. Dựng tam giác có diện tích bằng diện tích một đa giác

Phương pháp giải: Thường kẻ đường thẳng song song với một đường thẳng cho trước để tạo ra một tam giác mới có diện tích bằng diện tích một tam giác cho trước.

7. Cho tứ giác ABCD. Hãy dựng tam giác ABE ($E \in AD$) có diện tích bằng diện tích tứ giá ABCD.

8. Cho tứ giác ABCD. Hãy kẻ đường thẳng đi qua A và chia tứ giác ABCD thành hai phần có diện tích bằng nhau.

HƯỚNG DẪN

1. S_{ABCDE}

$= S_{MNPQ} - S_{ABM} - S_{BCN} - S_{AQE} - S_{DCP}$

= 24 - 12 = 12cm^2

2. Tương tự **1.**

S_{ABC} = 3cm^2

3.

a) S_{ABCD} = 3.4 = 12cm^2

b) AM = 2cm

$S_{ADM} = \frac{1}{2}.3.2 = 3$ (cm^2)

c) Gọi $\{O\} = AC \cap BD$

Chứng minh N là trọng tâm của ΔADB:

$$\Rightarrow DN = \frac{2}{3}DM \Rightarrow DN = 2NM \text{ hay } NM = \frac{1}{3}MD.$$

d) $S_{ANM} = \frac{1}{3} S_{ADM} = \frac{1}{3}.3 = 1cm^2$

4.

Kẻ AH ⊥ BC = {H} ; AK ⊥ DC = {K}.

Sử dụng tính chất tam giác nửa đều tính được AH = $\frac{1}{2}$ AC = 2cm

Tương tự AK = 2cm

Từ đó tính được

$\Rightarrow S_{ABCD} = S_{ABC} + S_{ADC} = 3cm^2 + 5cm^2 = 8cm^2$.

5.

a) $S_{ADH} + S_{CBF} = \frac{1}{3} S_{ACD} + \frac{1}{3} S_{ABC} = \frac{1}{3} S_{ABCD} = 20cm^2$

b) $S_{EFGH} = S_{AFCH} - (S_{AHF} + S_{CGF})$

$$= S_{AFCH} - \left(\frac{1}{2} S_{AHF} + \frac{1}{2} S_{CFH}\right)$$

$$= S_{AFCH} - \frac{1}{2} S_{AFCH} = \frac{1}{2} S_{AFCH}$$

$$= \frac{1}{2}\left(S_{ABCD} - \frac{1}{3} S_{ABCD}\right)$$

$$= \frac{1}{3} S_{ABCD} = 20(cm^2)$$

6.

a) Kẻ AA' ⊥ DC = {A'}; EE' ⊥ DC = {E'}; BB' ⊥ DC = {B'} $\Rightarrow \frac{1}{2}$(AA' + BB')

$S_{EDC} = \frac{1}{2}$ DC.EE'

$$= \frac{1}{2} DC.\left(\frac{A'A + B'B}{2}\right)$$

$$= \frac{1}{2}\left[\frac{1}{2} DC.A'A + \frac{1}{2} DC.BB'\right]$$

$$= \frac{1}{2} S_{ADC} + \frac{1}{2} S_{BDC} = S_{ADF} + S_{BCF}$$

b) Sử dụng kết quả câu a) được $S_{EDC} = S_{ADF} + S_{BCF}$

$= S_{ADI} + S_{DFI} + S_{BCK} + S_{FCK}$

Suy ra ĐPCM

7. Qua C kẻ đường thẳng song song với BD cắt AD ở E. Do BD//CE nên $S_{BDC} = S_{BDE}$;

Từ đó ta có:

$A_{ABCD} = S_{ABD} + S_{BDC} = S_{ABD} + S_{BDE} = S_{ABE}$.

Qua B kẻ đường thẳng song song với AC, cắt DC ở E. Gọi M là trung điểm của DE, ta có AM là đường thẳng cần dựng. Theo bài 4A, ta chứng minh được $S_{ABCD} = S_{ADE}$.

Mà theo cách dựng điểm M ta có $S_{ADM} = \frac{1}{2}S_{ABCD}$ hay đoạn AM chia tứ giác thành 2 phần có diện tích bằng nhau.

B.PHIẾU BÀI TỰ LUYỆN

Bài 1: Cho hình thang $ABCD$ $\left(AB//CD\right)$ có $AB = 5\ cm,\ CD = 12\ cm,\ BD = 8\ cm,\ AC = 15\ cm.$

a) Qua B kẻ đường thẳng song song với AC và cắt CD ở E. Tính $\widehat{DBE}$.

b) Tính diện tích hình thang $ABCD$.

Bài 2: Một hình chữ nhật có hai cạnh kề dài 8m và 5m. Tính diện tích tứ giác có đỉnh là trung điểm các cạnh của hình chữ nhật.

Bài 3: Tứ giác ABCD có $AC = BD$. Gọi E, F, G, H theo thứ tự là trung điểm của AB, BC, CD, DA. Biết $EG = 5cm$, $HF = 4\ cm$. Tính diện tích tứ giác $EFGH$.

Bài 4: Tính diện tích hình thoi có cạnh bằng a, góc tù của hình thoi bằng 150^0.

Bài 5: Tính diện tích hình thoi có chu vi bằng 52 cm, một đường chéo bằng 24 cm.

Bài 6: Cho tam giác ABC vuông tại A $\left(AB < AC\right)$. Gọi I là trung điểm của cạnh BC. Qua I kẻ IM vuông góc với AB tại M và IN vuông góc với AC tại N. Lấy D đối xứng I qua N.

a) Tứ giác $ADCI$ là hình gì?

b) Đường thẳng BN cắt DC tại K. Chứng minh $\frac{DK}{DC} = \frac{1}{3}$.

c) Cho $AB = 12\ cm, BC = 20\ cm.$ Tính diện tích hình $ADCI$.

Bài 7: Hình thang ABCD(AB//CD) có AB = 3cm, CD = 14cm, AC = 15cm, BD = 8cm.

a) Chứng minh rằng AC vuông góc với BD.

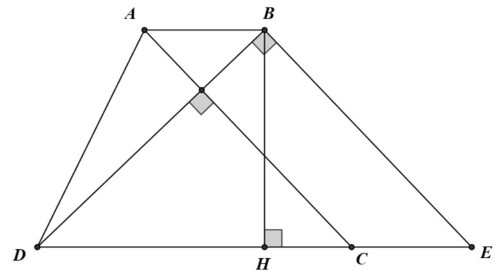
b) Tính diện tích hình thang.

Bài 8: Tính diện tích hình thoi có cạnh bằng 4 cm, tổng hai đường chéo bằng 10 cm

Bài 9: Tính cạnh của hình thoi có diện tích bằng $24\ cm^2$, tổng hai đường chéo bằng $14\ cm$.

HƯỚNG DẪN

Bài 1:



a) $DE = 17cm; BE = 15cm; BD = 8cm$

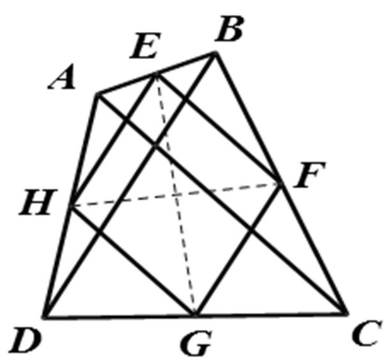
$DE^2 = BE^2 + DB^2 = 17^2 = 15^2 + 8^2 = 289$

$\Rightarrow \Delta DBE$ vuông tại B $\Rightarrow \widehat{DBE} = 90°$.

b) Theo câu a, có $BD \perp AC \Rightarrow S_{ABCD} = \frac{1}{2} \cdot AC \cdot BD = 60$ cm^2.

Bài 2: *Đáp số:* (Tứ giác đó là hình thoi, diện tích bằng 20 m^2.)

Bài 3: EF là đường trung bình của tam giác ABC nên $EF = \frac{1}{2}AC$

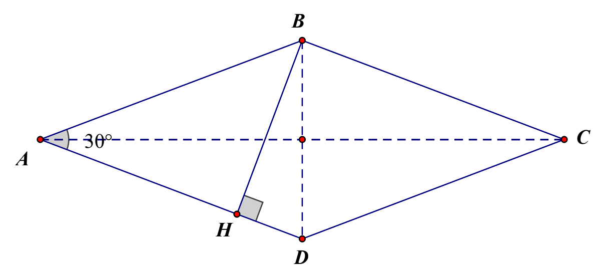


Tương tự: $GH = \frac{1}{2}AC$; $EH = FG = \frac{1}{2}BD$

Do $AC = BD$ nên $EF = FG = GH = EH$ suy ra EFGH là hình thoi

$S_{EFGH} = \frac{1}{2}EG.FH = \frac{1}{2}5.4 = 10(cm^2)$

Bài 4: Kẻ $BH \perp AD$. Ta tính được $\hat{A} = 30°$, BH= $\frac{a}{2}$

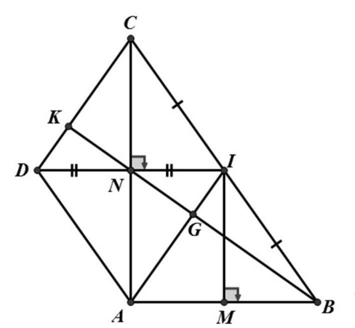


$S_{ABCD} = AD.BH = a.\frac{a}{2} = \frac{a^2}{2}$

Bài 5: *Đáp số:* $120cm^2$

Bài 6:

a) Chứng minh được ADCI là hình thoi.



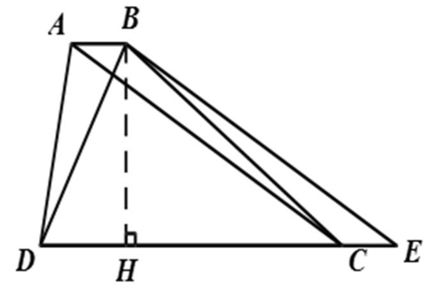
b) Gọi $AI \cap BN = G \Rightarrow G$ là trọng tâm ΔABC.

Ta chứng minh được $DK = GI$, lại có

$DC = AI \Rightarrow \frac{DK}{DC} = \frac{GI}{AI} = \frac{1}{3}$.

c) $S_{ADCI} = 2S_{ACI} = S_{ABC} = 96cm^2$.

Bài 7: a) Kẻ BE//AC. Tứ giác ABEC là hình bình hành nên BE = AC = 15cm, CE = AB = 3 cm suy ra DE = DC + CE = 14 + 3 =17 (cm)



Tam giác BDE vuông vì có:

$BD^2 + BE^2 = DE^2$ (Vì $8^2 + 15^2 = 17^2$)

Nên $BD \perp BE$. Ta lại có BE//AC nên

b) Hình thang ABCD có hai đường chéo vuông góc nên

$S_{ABCD} = \frac{1}{2}AC.BD = \frac{1}{2}.15.8 = 60(cm^2)$.

Bài 8: Gọi độ dài hai đường chéo là $2x$ và $2y$, ta có $2x + 2y = 10$ và $x^2 + y^2 = 4^2$.

Suy ra $2xy = (x+y)^2 - (x^2 + y^2) = 5^2 - 16 = 9$

Diện tích hình thoi bằng $\frac{1}{2}.2x.2y = 2xy = 9(cm^2)$

Bài 9:

Gọi độ dài hai đường chéo là $2x$ và $2y$, ta có $2x2y = 48 \Leftrightarrow xy = 12$ và $2x + 2y = 14 \Rightarrow x + y = 7 \Rightarrow (x+y)^2 = 49 = x^2 + y^2 + 2xy \Leftrightarrow x^2 + y^2 = 49 - 24 = 25$

Từ đó suy ra Cạnh hình thoi bằng 5.

========== TOÁN HỌC SƠ ĐỒ ==========