

HÀM SỐ VÀ ĐỒ THỊ

I. Hàm số bậc nhất

Bài 1. TS Lớp 10 Bắc Giang 2017-2018

Tìm m để đồ thị hàm số $y = 2x + m$ đi qua điểm $K(2;3)$.

Lời giải:

+ Đồ thị hàm số $y = 2x + m$ đi qua điểm $K(2;3) \Leftrightarrow 3 = 4 + m \Leftrightarrow m = -1$

+ Vậy $m = -1$.

Bài 2. TS Lớp 10 Gia Lai 2017-2018

Tìm tất cả các giá trị của m để hàm số $y = (m^2 - m + 2017)x + 2018$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Lời giải:

Hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$ khi và chỉ khi $a > 0$

$\Leftrightarrow m^2 - m + 2017 > 0$, với mọi m

$\Leftrightarrow \left(m - \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{8067}{4} > 0$, với mọi m

Điều này luôn thỏa mãn.

Vậy khi với mọi giá trị của m thì hàm số luôn đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Bài 3. TS Lớp 10 Hải Dương 2017-2018

Cho hai đường thẳng $(d): y = -x + m + 2$ và $(d'): y = (m^2 - 2)x + 3$. Tìm m để (d) và (d') song song với nhau.

Lời giải:

Điều kiện để hai đồ thị song song là

$$\begin{cases} -1 = m^2 - 2 \\ m + 2 \neq 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = \pm 1 \\ m \neq 1 \end{cases}$$

Loại $m = 1$, chọn $m = -1$.

Bài 4. TS Lớp 10 Phú Thọ 2016-2017

Cho hàm số $y = (2m + 1)x + m + 4$ (m là tham số) có đồ thị là đường thẳng (d) .

a) Tìm m để (d) đi qua điểm $A(-1;2)$.

b) Tìm m để (d) song song với đường thẳng (Δ) có phương trình: $y = 5x + 1$.

c) Chứng minh rằng khi m thay đổi thì đường thẳng (d) luôn đi qua một điểm cố định.

Lời giải:

a) Ta có (d) đi qua điểm $A(-1;2) \Leftrightarrow 2 = (2m + 1)(-1) + m + 4$.

$\Leftrightarrow 2 = -m + 3 \Leftrightarrow m = 1$.

$$\text{b) Ta có } (d) // (\Delta) \Leftrightarrow \begin{cases} 2m+1=5 \\ m+4 \neq 1 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow m = 2.$$

c) Giả sử $M(x_0; y_0)$ là điểm cố định của đường thẳng (d).

Khi đó ta có:

$$y_0 = (2m+1)x_0 + m + 4 \quad \forall m \Leftrightarrow (2x_0+1)m + x_0 - y_0 + 4 = 0 \quad \forall m$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2x_0+1=0 \\ x_0-y_0+4=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_0 = -\frac{1}{2} \\ y_0 = \frac{7}{2} \end{cases}$$

Vậy khi m thay đổi đường thẳng (d) luôn đi qua điểm cố định $M\left(-\frac{1}{2}; \frac{7}{2}\right)$.

Bài 5. TS Lớp 10 Quảng Ninh 2016-2017

Tìm giá trị của m để hai đường thẳng $(d_1): mx + y = 1$ và $(d_2): x - my = m + 6$ cắt nhau tại một điểm M thuộc đường thẳng $(d): x + 2y = 8$.

Lời giải:

Để hai đường thẳng $(d_1), (d_2)$ cắt nhau thì $\frac{m}{1} \neq \frac{1}{-m} \Rightarrow m^2 \neq -1$ luôn T/M với mọi m .

$$(d): x + 2y = 8 \Rightarrow x = 8 - 2y \quad (1)$$

$$(d_1): mx + y = 1 \Rightarrow m = \frac{1-y}{x}$$

$$(d_2): x - my = m + 6 \Rightarrow m = \frac{x-6}{1+y} \quad (2)$$

$$\text{Do đó } \frac{1-y}{x} = \frac{x-6}{1+y} \Rightarrow 1-y^2 = x^2 - 6x$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 6x + y^2 - 1 = 0 \quad (3)$$

Thay (1) vào (3) ta được tung độ giao điểm M là nghiệm PT:

$$(8-2y)^2 - 6(8-2y) + y^2 = 1 \Leftrightarrow 5y^2 - 20y + 15 = 0$$

$$\Rightarrow y_1 = 1 \text{ hoặc } y_2 = 6$$

Với $y_1 = 1 \Rightarrow x_1 = 6$ thay (6; 1) vào (2) ta được $m = 0$ (TMĐK)

Với $y_2 = 3 \Rightarrow x_2 = 2$ thay (2; 3) vào (2) ta được $m = -1$ (TMĐK)

Vậy với $m = 0$ hoặc $m = -1$ thì hai đường thẳng (d_1) và (d_2) cắt nhau tại một điểm M thuộc đường thẳng (d) .

Bài 6. TS Lớp 10 Hà Tĩnh 2016-2017

Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho hai đường thẳng $(d): y = ax + a + 1$ và

$$(d'): y = (a^2 - 3a + 3)x + 3 - a.$$

a) Tìm a để (d) đi qua $A(1; 3)$.

b) Tìm a để (d) song song với (d') .

Lời giải:

a) * Nếu $a = 0$ thì đường thẳng $y = 1$ không đi qua điểm $A(1; 3)$

* Nếu $a \neq 0$ thì (d) đi qua $A(1; 3) \Leftrightarrow 3 = a \cdot 1 + a + 1 \Leftrightarrow a = 1$

$$b) (d) // (d') \Leftrightarrow \begin{cases} a \neq 0 \\ a^2 - 3a + 3 = 0 \text{ (Loại)} \\ a + 1 \neq 3 - a \end{cases} \Rightarrow a = 3$$

Vậy $a = 3$ thì $(d) // (d')$.

Bài 7. TS lớp 10 Hưng Yên 2016– 2017

Tìm m để hàm số bậc nhất $y = (m - 2)x - 1$, ($m \neq 2$) đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Lời giải:

Để hàm số $y = (m - 2)x - 1$ đồng biến thì $m - 2 > 0 \Leftrightarrow m > 2$.

Vậy $m > 2$.

Bài 8. TS lớp 10 Hải Dương 2015– 2016

Cho hai hàm số $y = (3m + 2)x + 5$ với $m \neq -1$ và $y = -x - 1$ có đồ thị cắt nhau tại điểm $A(x; y)$.

Tìm các giá trị của m để biểu thức $P = y^2 + 2x - 3$ đạt giá trị nhỏ nhất.

Lời giải:

Với $m \neq -1$ hai đồ thị cắt nhau tại điểm $A\left(\frac{-2}{m+1}; \frac{2}{m+1} - 1\right)$

$$P = y^2 + 2x - 3 = \left(\frac{2}{m+1} - 1\right)^2 + 2\left(\frac{-2}{m+1}\right) - 3$$

$$\text{Đặt } t = \frac{2}{m+1} \text{ ta được } P = t^2 - 4t - 2 = (t - 2)^2 - 6 \geq -6$$

$$P = -6 \Leftrightarrow t = 2 \Rightarrow \frac{2}{m+1} = 2 \Leftrightarrow m = 0$$

Vậy $m = 0$ thì biểu thức $P = y^2 + 2x - 3$ đạt giá trị nhỏ nhất

Bài 9. TS lớp 10 Hưng Yên 2015– 2016

Xác định tọa độ các điểm A và B thuộc đồ thị hàm số $y = 2x - 6$, biết điểm A có hoành độ bằng 0 và điểm B có tung độ bằng 0.

Lời giải:

Điểm A thuộc đường thẳng $y = 2x - 6$, mà hoành độ $x = 0$

Suy ra tung độ $y = -6$.

Vậy điểm A có tọa độ $A(0; -6)$.

Điểm B thuộc đường thẳng $y = 2x - 6$, mà tung độ $y = 0$

Suy ra hoành độ $x = 3$.

Vậy điểm B có tọa độ $B(3; 0)$.

Bài 10. TS lớp 10 Thái Nguyên 2015 - 2016

Tìm giá trị của tham số k để đường thẳng $d_1: y = -x + 2$ cắt đường thẳng $d_2: y = 2x + 3 - k$ tại một điểm nằm trên trục hoành.

Lời giải:

Ta thấy hai đường thẳng $d_1; d_2$ luôn cắt nhau:

+ Đường thẳng d_1 cắt trục hoành tại điểm $A(2; 0)$

+ Đường thẳng d_2 cắt trục hoành tại điểm $B\left(\frac{k-3}{2}; 0\right)$

+ Để hai đường thẳng $d_1; d_2$ cắt nhau tại một điểm trên trục hoành thì $\frac{k-3}{2} = 2 \Leftrightarrow k = 7$.

Bài 11. TS lớp 10 Quảng Bình 2015 - 2016

Cho hàm số: $y = (m-1)x + m + 3$ với $m \neq -1$ (m là tham số)

a) Tìm giá trị của m để đồ thị của hàm số đi qua điểm $M(1; -4)$.

b) Tìm giá trị của m để đồ thị của hàm số song song với đường thẳng $(d): y = -2x + 1$.

Lời giải:

a) Cho phương trình: $x^2 - (2m+1)x + m^2 + m - 2 = 0$ (1) (m là tham số).

Ta có $M(1; -4)$ thuộc đồ thị hàm số $\Rightarrow x = 1; y = -4$ thay vào hàm số đã cho ta có:

$$-4 = (m-1) \cdot 1 + m + 3 \Leftrightarrow -4 = m - 1 + m + 3 \Leftrightarrow -4 - 2 = 2m \Leftrightarrow -6 = 2m \Leftrightarrow m = -3 \text{ (TMĐK)}$$

Với $m = -3$ thì đồ thị hàm số đã cho đi qua điểm $M(1; -4)$.

b) Để đồ thị hàm số đã cho song song với đường thẳng $(d): y = -2x + 1$ khi và chỉ khi

$$\begin{cases} a = a' \\ b \neq b' \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m-1 = -2 \\ m+3 \neq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = -1 \\ m \neq -2 \end{cases} \Rightarrow m = -1$$

Vậy với $m = -1$ thì đồ thị hàm số $y = (m-1)x + m + 3$ song song với đường thẳng

$(d): y = -2x + 1$.

Bài 12. TS lớp 10 TPHCM 06 – 07

Viết phương trình đường thẳng (d) song song với đường thẳng $y = 3x + 1$ và cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng 4.

Lời giải:

đường thẳng (d) song song với đường thẳng $y = 3x + 1$ nên (d) có dạng $y = 3x + b (b \in \mathbb{R})$

(d) cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng 4 nên (d) đi qua điểm $A(0, 4)$ hay $4 = 3 \cdot 0 + b \Leftrightarrow b = 4$

Vậy phương trình đường thẳng (d) $y = 3x + 4$

Bài 13. TS lớp 10 Bắc Giang 11 – 12

Tìm các giá trị của tham số m để hàm số bậc nhất $y = (m - 2)x + 3$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Lời giải:

Để hàm số bậc nhất $y = (m - 2)x + 3$ đồng biến trên $\mathbb{R}$ thì $m - 2 > 0 \Leftrightarrow m > 2$.

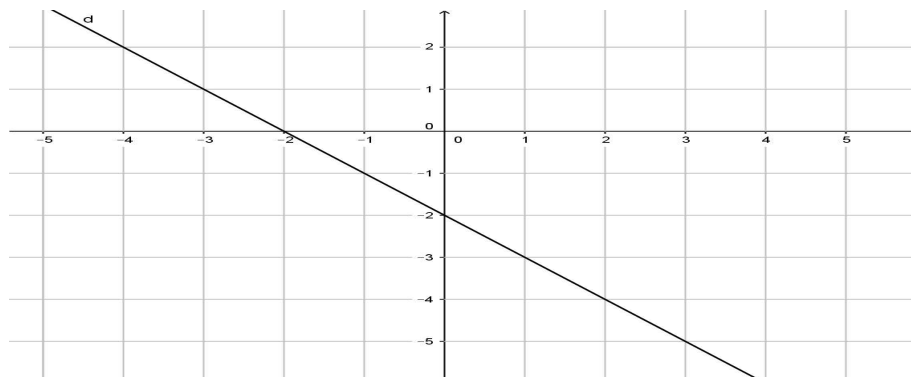
Bài 14. TS lớp 10 Bình Thuận 11 – 12

Cho hàm số bậc nhất $y = -x - 2$ có đồ thị là đường thẳng (d)

- Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , hãy vẽ đường thẳng (d)
- Hàm số: $y = 2mx + n$ có đồ thị là đường thẳng (d') . Tìm m và n để hai đường thẳng (d) và (d') song song với nhau.

Lời giải:

- Ta có (d) đi qua $A(0, -2)$; $B(-2, 0)$ nên đồ thị hàm số là :



- (d) và (d') song song với nhau khi và chỉ khi $\begin{cases} 2m = -1 \\ n \neq -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = -\frac{1}{2} \\ n \neq -2 \end{cases}$

Bài 15. TS lớp 10 Cần Thơ 11 – 12

Xác định m để đường thẳng $y = (2 - m)x + 3m - m^2$ tạo với trục hoành một góc $\alpha = 60^\circ$.

Lời giải:

Để đường thẳng $y = (2 - m)x + 3m - m^2$ tạo với trục hoành một góc $\alpha = 60^\circ$ thì $2 - m = \tan 60^\circ \Leftrightarrow m = 2 - \tan 60^\circ = 2 - \sqrt{3}$.

Bài 16. TS lớp 10 Đăk Lăk 11 – 12

Với giá trị nào của m thì đồ thị của hai hàm số $y = 12x + (7 - m)$ và $y = 2x + (3 + m)$ cắt nhau tại một điểm nằm trên trục tung?

Lời giải:

Để đồ thị của hai hàm số $y = 12x + (7 - m)$ và $y = 2x + (3 + m)$ cắt nhau tại một điểm nằm trên trục tung thì

$$\begin{cases} y = 12.0 + (7 - m) \\ y = 2.0 + (3 + m) \end{cases} \Leftrightarrow 7 - m = 3 + m \Leftrightarrow 2m = 4 \Leftrightarrow m = 2.$$
Bài 17. TS lớp 10 Hải Phòng 11 – 12

Xác định các hệ số a, b của hàm số $y = ax + b$ ($a \neq 0$) biết đồ thị (d) của hàm số đi qua $A(1;1)$ và song song với đường thẳng $y = -3x + 2011$.

Lời giải:

Để đồ thị (d) của hàm số song song với đường thẳng $y = -3x + 2011$ thì $y = -3x + b$ ($b \neq 2011$).

Đồ thị (d) đi qua $A(1;1)$ nên $1 = -3.1 + b \Leftrightarrow b = 4$. Vậy $y = -3x + 4$

Bài 18. TS lớp 10 Hải Dương 11 – 12

Cho hai đường thẳng $(d_1): y = 2x + 5$; $(d_2): y = -4x + 1$ cắt nhau tại I . Tìm m để đường thẳng $(d_3): y = (m+1)x + 2m - 1$ đi qua điểm I ?

Lời giải:

Tọa độ I là nghiệm của hệ $\begin{cases} y = 2x + 5 \\ y = -4x + 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{-2}{3} \\ y = \frac{11}{3} \end{cases}$

Do (d_3) đi qua điểm I nên $\frac{11}{3} = \frac{-2}{3}(m+1) + 2m - 1 \Leftrightarrow m = 4$.

Bài 19. TS lớp 10 Kiên Giang 11 – 12

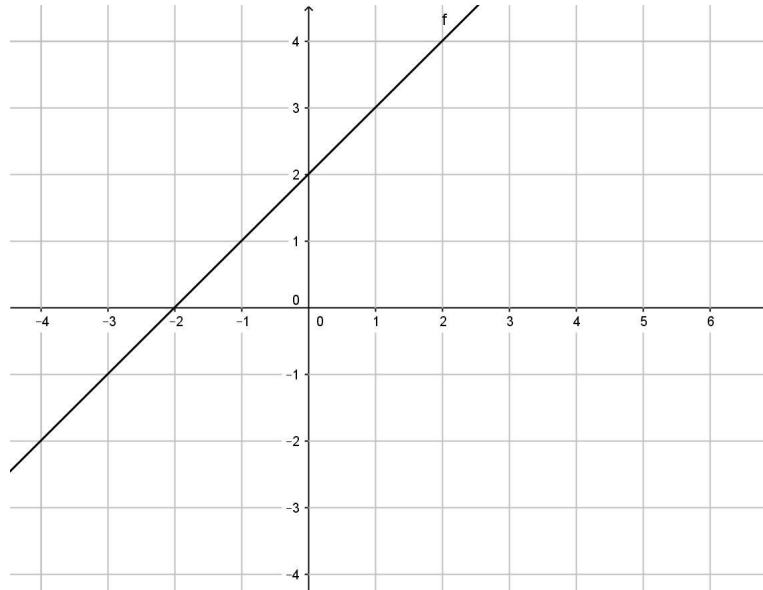
Cho hàm số $y = (2 - m)x - m + 3$ (1) (m là tham số).

a) Vẽ đồ thị (d) của hàm số khi $m = 1$.

b) Tìm giá trị của tham số m để đồ thị hàm số (1) đồng biến.

Lời giải:

a) Khi $m = 1$ ta có $y = x + 2$ đi qua $A(0, 2)$; $B(-2, 0)$ có đồ thị:



b) Để đồ thị hàm số (1) đồng biến thì $2 - m > 0 \Leftrightarrow m < 2$.

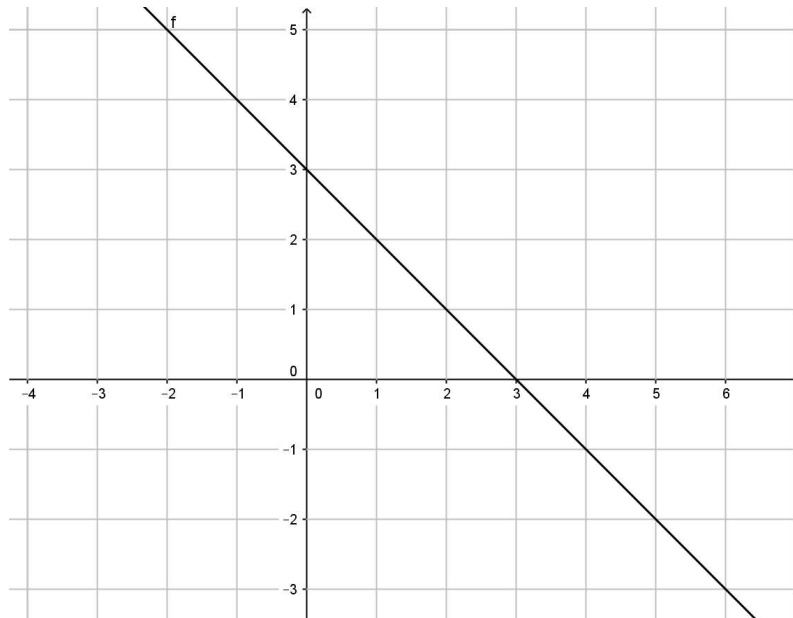
Bài 20. TS lớp 10 Quảng Trị 11 – 12

a) Vẽ đồ thị (d) của hàm số $y = -x + 3$;

b) Tìm trên (d) điểm có hoành độ và tung độ bằng nhau.

Lời giải:

a) Ta có $y = -x + 3$ đi qua $A(0, 3)$; $B(3, 0)$ có đồ thị :



b) Trên (d) điểm có hoành độ và tung độ bằng nhau khi $x = -x + 3 \Leftrightarrow 2x = 3 \Leftrightarrow x = y = \frac{3}{2}$

Vậy $M\left(\frac{3}{2}, \frac{3}{2}\right)$.

Bài 21. TS lớp 10 Ninh Bình 11 – 12

Cho hàm số: $y = mx + 1$ (1), trong đó m là tham số.

- a) Tìm m để đồ thị hàm số (1) đi qua điểm $A(1; 4)$. Với giá trị m vừa tìm được, hàm số (1) đồng biến hay nghịch biến trên $\mathbb{R}$?
- b) Tìm m để đồ thị hàm số (1) song song với đường thẳng (d) có phương trình: $x + y + 3 = 0$.

Lời giải:

a) Ta có $y = mx + 1$ đi qua $A(1; 4)$ khi và chỉ khi $4 = m + 1 \Leftrightarrow m = 3$. Khi đó $y = 3x + 1$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

b) Ta có $x + y + 3 = 0 \Leftrightarrow y = -x - 3$, đồ thị hàm số (1) song song với đường thẳng (d) khi

$$\begin{cases} m = -1 \\ 1 \neq -3 \end{cases}$$

Vậy $m = -1$.

Bài 22. TS lớp 10 Quảng Ngãi 11 – 12

Trong cùng một hệ toạ độ Oxy cho ba điểm: $A(2; 4)$; $B(-3; -1)$ và $C(-2; 1)$. Chứng minh ba điểm A, B, C không thẳng hàng.

Lời giải:

Ta có đường thẳng đi qua $A(2; 4)$ và $B(-3; -1)$ có phương trình là $y = x + 2$ không đi qua $C(-2; 1)$ vì $1 \neq -2 + 2$ hay ba điểm A, B, C không thẳng hàng.

Bài 23. TS lớp 10 Quảng Ninh 11 – 12

Biết rằng đồ thị của hàm số $y = ax - 4$ đi qua điểm $M(2; 5)$. Tìm a .

Lời giải:

Ta có đồ thị của hàm số $y = ax - 4$ đi qua điểm $M(2; 5)$ nên $5 = 2.a - 4 \Leftrightarrow a = \frac{9}{2}$

Bài 24. TS lớp 10 An Giang 12 – 13

Tìm giá trị của a , biết đồ thị hàm số $y = ax - 1$ đi qua điểm $A(1; 5)$.

Lời giải:

Ta có đồ thị của hàm số $y = ax - 1$ đi qua điểm $A(1; 5)$ nên $5 = a - 1 \Leftrightarrow a = 6$.

Bài 25. TS lớp 10 Đắk Lắk 12 – 13

Tìm hàm số $y = ax + b$, biết đồ thị hàm số của nó đi qua hai điểm $A(2; 5)$ và $B(-2; -3)$.

Lời giải:

Ta có đồ thị của hàm số đi qua hai điểm $A(2; 5)$ và $B(-2; -3)$ nên $\begin{cases} 5 = 2a + b \\ -3 = -2a + b \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 2 \\ b = 1 \end{cases}$

Vậy hàm số $y = 2x + 1$.

Bài 26. TS lớp 10 Đồng Tháp 12 – 13

Xác định hệ số b của hàm số $y = 2x + b$, biết khi $x = 2$ thì $y = 3$.

Lời giải:

Ta có $y = 2x + b$ khi $x = 2$ thì $y = 3$ nên $3 = 2.2 + b \Leftrightarrow b = -1$.

Bài 27. TS lớp 10 Hà Tĩnh 12 – 13

Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , đường thẳng $(d): y = ax + b$ đi qua điểm $M(-1; 2)$ và song song với đường thẳng $(\Delta): y = 2x + 1$. Tìm a, b .

Lời giải:

Ta có đường thẳng $(d): y = ax + b$ song song với đường thẳng $(\Delta): y = 2x + 1$ nên $a = 2$ và đi qua điểm $M(-1; 2)$ nên $2 = -2 + b \Leftrightarrow b = 4$.

Vậy $a = 2; b = 4$.

Bài 28. TS lớp 10 Hà Nam 12 – 13

Tìm m để các đường thẳng $y = 2x + m$ và $y = x - 2m + 3$ cắt nhau tại một điểm nằm trên trục tung.

Lời giải:

Để các đường thẳng $y = 2x + m$ và $y = x - 2m + 3$ cắt nhau tại một điểm nằm trên trục tung thì

$$\begin{cases} y = m \\ y = -2m + 3 \end{cases} \Leftrightarrow m = -2m + 3 \Leftrightarrow m = 1.$$

Bài 29. TS lớp 10 Hưng Yên 12 – 13

Cho đường thẳng $(d): y = 2x + m - 1$

- Khi $m = 3$, tìm a để điểm $A(a; -4)$ thuộc đường thẳng (d) .
- Tìm m để đường thẳng (d) cắt các trục tọa độ Ox, Oy lần lượt tại M và N sao cho tam giác OMN có diện tích bằng 1.

Lời giải:

- Khi $m = 3$ để điểm $A(a; -4)$ thuộc đường thẳng (d) thì $-4 = 2.a + 3 - 1 \Leftrightarrow a = -3$.

- Đường thẳng (d) cắt các trục tọa độ Ox, Oy lần lượt tại M và N thì $M\left(\frac{1-m}{2}, 0\right)$ và

$$N(0, m-1) \text{ nên } S_{MNO} = \frac{1}{2}MO.NO = \frac{1}{2}\left|(m-1) \cdot \left(\frac{1-m}{2}\right)\right|.$$

$$\text{Mà } S_{MNO} = 1 \Leftrightarrow \frac{1}{2}\left|(m-1) \cdot \left(\frac{1-m}{2}\right)\right| = 1 \Leftrightarrow (m-1)^2 = 4 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 3 \\ m = -1 \end{cases}.$$

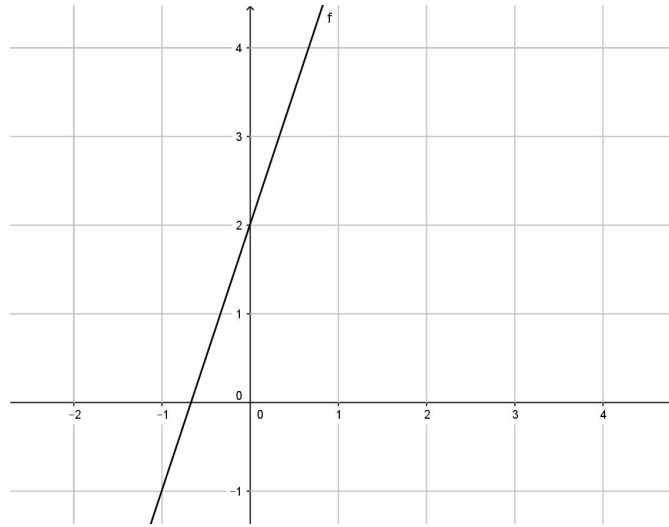
Bài 30. TS lớp 10 Hòa Bình 12 – 13

- Vẽ đồ thị hàm số $y = 3x + 2$ (1)
- Gọi A, B là giao điểm của đồ thị hàm số (1) với trục tung và trục hoành. Tính diện tích tam giác OAB .

Lời giải:

- Vẽ đồ thị hàm số $y = 3x + 2$ (1)

Đồ thị đi qua $A(0,2)$ và $B\left(\frac{-2}{3},0\right)$



b) Ta có $S_{OAB} = \frac{1}{2} OA \cdot OB = \frac{1}{2} \left| 2 \cdot \frac{-2}{3} \right| = \frac{2}{3}$.

Bài 31. TS lớp 10 Ninh Bình 12 – 13

Hàm số bậc nhất $y = 2x + 1$ đồng biến hay nghịch biến trên $\mathbb{R}$? Vì sao?

Lời giải:

Do $a = 2 > 0$ nên hàm số bậc nhất $y = 2x + 1$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Bài 32. TS lớp 10 Lâm Đồng 12 – 13

Cho 2 đường thẳng $(d): y = (m-3)x + 16$ ($m \neq 3$) và $(d'): y = x + m^2$. Tìm m để (d) , (d') cắt nhau tại một điểm nằm trên trục tung.

Lời giải:

Để (d) , (d') cắt nhau tại một điểm nằm trên trục tung thì
$$\begin{cases} y = 16 \\ y = m^2 \end{cases} \Leftrightarrow m^2 = 16 \Leftrightarrow m = \pm 4$$

Khi $m = 4$ thì $d \equiv d'$ loại

Vậy $m = -4$.

Bài 33. TS lớp 10 Nam Định 12 – 13

Tìm các giá trị của tham số m để hai đường thẳng $y = (m^2 + 1)x + m + 2$ và $y = 5x + 2$ song song với nhau.

Lời giải:

Để hai đường thẳng $y = (m^2 + 1)x + m + 2$ và $y = 5x + 2$ song song với nhau thì

$$\begin{cases} m^2 + 1 = 5 \\ m + 2 \neq 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = \pm 2 \\ m \neq 0 \end{cases}.$$

Bài 34. TS lớp 10 Kiên Giang 12 – 13

Cho đường thẳng (d_m) $y = \frac{1-m}{m+2}x + (1-m)(m+2)$ (m là tham số)

a) Với giá trị nào của m thì đường thẳng (d_m) vuông góc với đường thẳng $(d): y = \frac{1}{4}x - 3$?

b) Với giá trị nào của m thì (d_m) là hàm số đồng biến ?

Lời giải:

a) Để đường thẳng (d_m) vuông góc với đường thẳng (d) thì

$$\frac{1-m}{m+2} \cdot \frac{1}{4} = -1 \Leftrightarrow \begin{cases} 4m+8+1-m=0 \\ m \neq -2 \end{cases} \Leftrightarrow m = -3$$

b) Để hàm số $y = \frac{1-m}{m+2}x + (1-m)(m+2)$ đồng biến thì $\frac{1-m}{m+2} > 0 \Leftrightarrow -2 < m < 1$.

Bài 35. TS lớp 10 Bắc Giang 13 – 14

Tìm m để đường thẳng $(d): y = (2m-1)x + 1, \left(m \neq \frac{1}{2}\right)$ và $(d'): y = 3x - 2$ song song với nhau.

Lời giải:

Để (d) song song (d') thì $\begin{cases} 2m-1=3 \\ 1 \neq -2 \end{cases} \Leftrightarrow m = 2$

Bài 36. TS lớp 10 Bắc Ninh 13- 14

Cho hàm số: $y = mx + 1$ (1), trong đó m là tham số.

a) Tìm m để đồ thị hàm số (1) đi qua điểm $A(1; 4)$. Với giá trị m vừa tìm được, hàm số (1) đồng biến hay nghịch biến trên $\mathbb{R}$?

b) Tìm m để đồ thị hàm số (1) song song với đường thẳng (d) có phương trình $y = m^2x + m + 1$.

Lời giải:

a) Ta có $y = mx + 1$ đi qua $A(1; 4)$ khi và chỉ khi $4 = m + 1 \Leftrightarrow m = 3$. Khi đó $y = 3x + 1$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

b) Ta có $y = mx + 1$ đồ thị hàm số (1) song song với đường thẳng (d) khi $\begin{cases} m = m^2 \\ 1 \neq m + 1 \end{cases} \Leftrightarrow m = 1$

Vậy $m = 1$.

Bài 37. TS lớp 10 Bình Định 13 – 14

Cho hàm số $y = (m-1)x + m$. Tìm m để đồ thị hàm số vuông góc với đường thẳng $x + 3y + 2013 = 0$.

Lời giải:

Để đồ thị hàm số vuông góc với đường thẳng $x + 3y + 2013 = 0 \Leftrightarrow y = \frac{-1}{3}x - 671$ thì

$$(m-1) \cdot \left(\frac{-1}{3}\right) = -1 \Leftrightarrow m-1 = 3 \Leftrightarrow m = 4.$$

Bài 38. TS lớp 10 Đà Nẵng 13 - 14

Cho hàm số bậc nhất $y = ax - 2$ (1). Hãy xác định hệ số a , biết rằng $a > 0$ và đồ thị của hàm số (1) cắt trục hoành Ox , trục tung Oy lần lượt tại hai điểm A, B sao cho $OB = 2OA$ (với O là gốc tọa độ).

Lời giải:

Ta có $A\left(\frac{2}{a}, 0\right)$, $B(0, -2)$, để $OB = 2OA \Leftrightarrow 4 = 4 \cdot \frac{4}{a^2} \Leftrightarrow a^2 = 4 \Rightarrow a = 2$.

Bài 39. TS lớp 10 Hà Tĩnh 13 - 14

Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho đường thẳng $y = (m^2 + 2)x + m$ và đường thẳng $y = 6x + 2$. Tìm m để hai đường thẳng đó song song với nhau.

Lời giải:

Để hai đường thẳng đó song song với nhau thì $\begin{cases} m^2 + 2 = 6 \\ m \neq 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = \pm 2 \\ m \neq 2 \end{cases} \Leftrightarrow m = -2$.

Bài 40. TS lớp 10 Lâm Đồng 13 - 14

Cho hàm số bậc nhất $y = (m - 3)x + 2014$. Tìm giá trị của m để hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Lời giải:

Để hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$ thì $m - 3 > 0 \Leftrightarrow m > 3$.

Bài 41. TS lớp 10 Lào Cai 13 - 14

Cho hai hàm số bậc nhất $y = -5x + (m + 1)$ và $y = 4x + (7 - m)$ (với m là tham số). Với giá trị nào của m thì đồ thị hai hàm số trên cắt nhau tại một điểm trên trục tung. Tìm tọa độ giao điểm đó.

Lời giải:

$y = -5x + (m + 1)$ cắt trục tung tại điểm của tung độ bằng $m + 1$

$y = 4x + (7 - m)$ cắt trục tung tại điểm của tung độ bằng $7 - m$

Để hai đồ thị hàm số cắt nhau tại một điểm trên trục tung thì $m + 1 = 7 - m \Leftrightarrow m = 3$.

Khi đó tọa độ giao điểm là $(0; 4)$.

Bài 42. TS lớp 10 Ninh Thuận 13 - 14

Viết phương trình đường thẳng (d) có hệ số góc bằng 7 và đi qua điểm $M(2; 1)$.

Lời giải:

Do đường thẳng (d) có hệ số góc bằng 7 và đi qua điểm $M(2; 1)$, Gọi phương trình (d) là

$$y = ax + b \text{ ta có } \begin{cases} a = 7 \\ 1 = 7 \cdot 2 + b \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 7 \\ b = -13 \end{cases}.$$

Vậy $y = 7x - 13$.

Bài 43. TS lớp 10 Quảng Ngãi 13 - 14

Cho hàm số bậc nhất: $y = (2m + 1)x - 6$

a) Với giá trị nào của m thì hàm số đã cho nghịch biến trên $\mathbb{R}$?

b) Tìm m để đồ thị của hàm số đã cho đi qua điểm $A(1; 2)$.

Lời giải:

a) Để hàm số đã cho nghịch biến trên $\mathbb{R}$ thì $2m+1 < 0 \Leftrightarrow m < \frac{-1}{2}$.

b) Để đồ thị của hàm số đã cho đi qua điểm $A(1; 2)$ thì $2 = (2m+1).1 - 6 \Leftrightarrow 2m+1 = 8 \Leftrightarrow m = \frac{7}{2}$.

Bài 44. TS lớp 10 Quảng Ninh 13 – 14

Xác định hệ số a để hàm số $y = ax - 5$ cắt trục hoành tại điểm có hoành độ bằng 1,5.

Lời giải:

Để hàm số $y = ax - 5$ cắt trục hoành tại điểm có hoành độ bằng 1,5 thì $0 = a \cdot \frac{3}{2} - 5 \Leftrightarrow a = \frac{10}{3}$.

Bài 45. TS lớp 10 Tây Ninh 13 – 14

Tìm a và b để đường thẳng $(d): y = (a-2)x + b$ có hệ số góc bằng 4 và đi qua điểm $M(1; -3)$.

Lời giải:

Để đường thẳng $(d): y = (a-2)x + b$ có hệ số góc bằng 4 và đi qua điểm $M(1; -3)$ thì

$$\begin{cases} a-2=4 \\ -3=(a-2)+b \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=6 \\ b=-7 \end{cases}.$$

II. Hàm số bậc hai

Bài 46. TS LỚP 10 Vĩnh Long 2017 – 2018

Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho Parabol $(P): y = 2x^2$. Vẽ đồ thị parabol (P) .

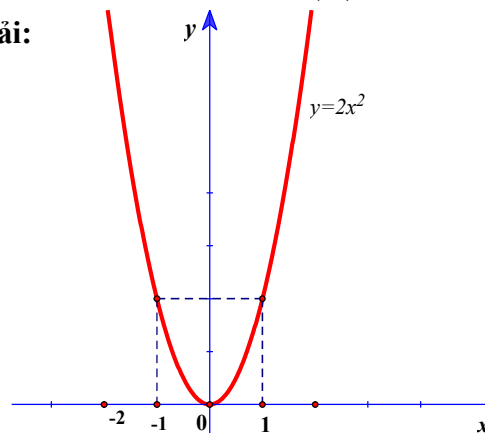
Lời giải:

Vẽ Parabol $(P): y = 2x^2$

Bảng giá trị giữa x và y :

x	-2	-1	0	1	2
y	8	2	0	2	8

Vẽ đúng đồ thị



Bài 47. TS LỚP 10 Hưng Yên 2016 – 2017

Tìm tọa độ điểm A thuộc đồ thị hàm số $y = 2x^2$, biết hoành độ của điểm A bằng 2.

Lời giải:

Vì A có hoành độ bằng 2 và thuộc đồ thị hàm số $y = 2x^2$ nên $y = 2.2^2 = 8$.

Vậy $A(2; 8)$.

Bài 48. TS LỚP 10 Bắc Giang 2015 – 2016

Biết đồ thị của hàm số $y = \frac{1}{3}ax^2$, ($a \neq 0$) đi qua điểm $M(3; -6)$. Hãy xác định giá trị của a .

Lời giải:

Đồ thị hàm số $y = \frac{1}{3}ax^2$, ($a \neq 0$) đi qua điểm $M(3; -6)$ khi $-6 = \frac{1}{3}a.3^2 \Leftrightarrow -6 = 3a \Leftrightarrow a = -2$

Vậy $a = -2$ là giá trị cần tìm.

Bài 49. TS LỚP 10 Hòa Bình 2015–2016

Cho hàm số $y = 2x^2$ có đồ thị là (P) . Tìm trên (P) các điểm có tung độ bằng 4, vẽ đồ thị (P) .

Lời giải:

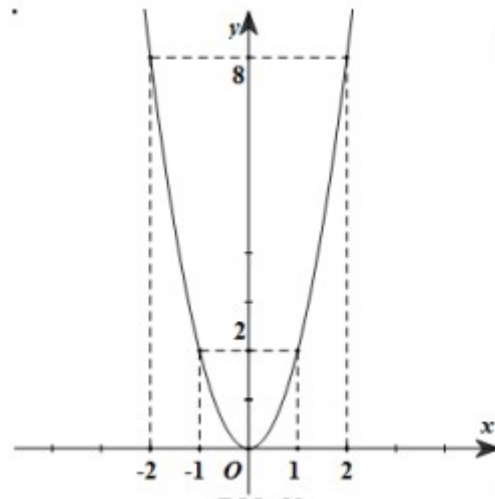
Thay $y = 4$ ta có $4 = 2x^2 \Leftrightarrow x^2 = 2 \Leftrightarrow x = \pm\sqrt{2}$

Vậy các điểm cần tìm là $(\sqrt{2}; 4)$ và $(-\sqrt{2}; 4)$.

Bảng giá trị

x	-2	-1	0	1	2
$y = 2x^2$	8	2	0	2	8

Đồ thị



Bài 50. TS LỚP 10 Hưng Yên 2015–2016

Xác định tham số m để đồ thị hàm số $y = mx^2$ đi qua điểm $P(1; -2)$.

Lời giải:

Đồ thị hàm số $y = mx^2$ đi qua điểm $P(1; -2)$ suy ra $-2 = m.1^2 \Leftrightarrow m = -2$

Vậy $m = -2$.

Bài 51. TS LỚP 10 Sơn La 2015–2016

Tìm hàm số $y = ax^2$, biết đồ thị của nó đi qua điểm $A(-1; 2)$. Với hàm số tìm được hãy tìm các điểm trên đồ thị có tung độ là 8.

Lời giải:

+ Ta có đồ thị hàm số $y = ax^2$ đi qua điểm $A(-1; 2)$ nên ta có: $2 = a.(-1)^2 \Leftrightarrow a = 2$

Vậy hàm số cần tìm là $y = 2x^2$.

+ Các điểm trên đồ thị có tung độ là 8.

Gọi điểm cần tìm là $M(x_0; y_0)$

Ta có: $y_0 = 8 \Rightarrow 8 = 2.x_0^2 \Leftrightarrow x_0^2 = 4 \Leftrightarrow x_0 = \pm 2$

Vậy các điểm cần tìm trên đồ thị có tung độ là 8 là: $M(-2; 8); M(2; 8)$.

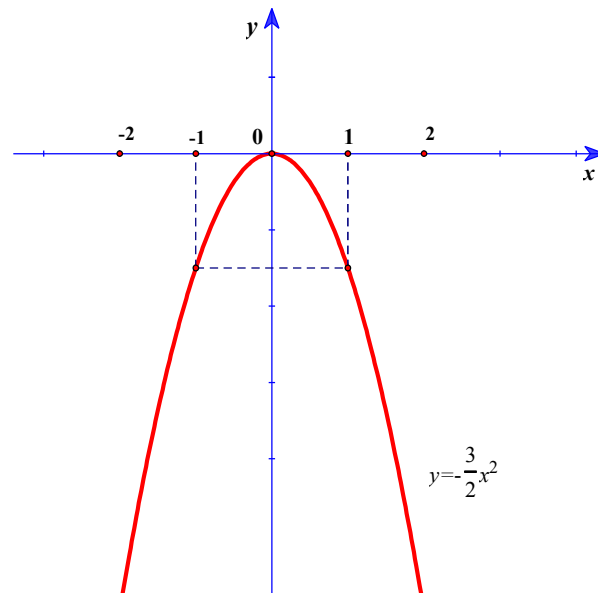
Bài 52. TS LỚP 10 Tây Ninh 2015– 2016

Vẽ đồ thị hàm số $y = -\frac{3}{2}x^2$

Lời giải:

Vẽ đồ thị hàm số $y = -\frac{3}{2}x^2$

x	-2	-1	0	1	2
y	-6	-1,5	0	-1,5	-6

**Bài 53.** TS LỚP 10 Đồng Nai 2015– 2016

Vẽ đồ thị (P) của hàm số $y = \frac{x^2}{2}$. Tìm tọa độ giao điểm của (P) và đường thẳng $y = 2$.

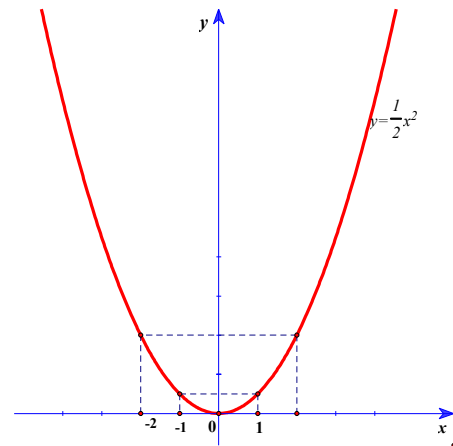
Lời giải:

Bảng giá trị:

x	-2	-1	0	1	2
$y = \frac{x^2}{2}$	2	1/2	0	1/2	2

$$(P) \text{ cắt } (d) \text{ nên } \Rightarrow 2 = \frac{x^2}{2} \Rightarrow \begin{cases} x_1 = 2 \\ x_2 = -2 \end{cases}$$

hay tọa độ giao điểm là $(-2; 2)$ và $(2; 2)$

**Bài 54.** TS LỚP 10 Thừa Thiên Huế 2008– 2009

Biết đường cong trong Hình 1 là một parabol $y = ax^2$. Tính hệ số a và tìm tọa độ các điểm thuộc parabol có tung độ $y = -9$.

Lời giải:

Từ Hình 1, ta có parabol $y = ax^2$ đi qua điểm $(2; -2)$

nên $-2 = a \cdot 2^2 \Leftrightarrow a = -\frac{1}{2}$.

Gọi điểm trên parabol có tung độ $y = -9$ là $(x; -9)$,

ta có: $-9 = -\frac{1}{2}x^2 \Leftrightarrow x^2 = 18 \Leftrightarrow x = \pm\sqrt{18} = \pm 3\sqrt{2}$.

Vậy có 2 điểm trên parabol có tung độ bằng -9 là $(3\sqrt{2}; -9)$

Bài 55. TS LỚP 10 Hưng Yên 2014- 2015

Tìm hoành độ của điểm A trên parabol $y = 2x^2$, biết tung độ $y = 18$.

Lời giải:

$$\begin{cases} y_A = 18 \\ y_A = 2x_A^2 \end{cases} \Rightarrow x_A = \pm\sqrt{3}$$

Bài 56. TS LỚP 10 Thái nguyên

Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho các điểm $A(-2;1); B(0;2); C\left(\sqrt{2}; \frac{1}{2}\right); D\left(-1; \frac{-1}{4}\right)$

Đồ thị hàm số $y = \frac{x^2}{4}$ đi qua những điểm nào trong các điểm đã cho? Giải thích.

Lời giải:

Hai điểm A và C thuộc đồ thị hàm số $y = \frac{x^2}{4}$

Thật vậy thay vào ta có:

Tại A có: $1 = \frac{1}{4}(-2)^2 = \frac{1}{4} \cdot 4$

Tại C có: $\frac{1}{2} = \frac{1}{4}(\sqrt{2})^2 = \frac{1}{4} \cdot 2$

Bài 57. TS lớp 10 Cần Thơ 11 – 12

Cho parabol $(P): y = ax^2$. Tìm a biết rằng parabol (P) đi qua điểm $A(3; -3)$. Vẽ (P) với a vừa tìm được.

Lời giải:

(P) đi qua điểm $A(3; -3)$ nên ta có $-3 = 3^2 \cdot a \Leftrightarrow a = -\frac{1}{3}$

Vậy $P = -\frac{1}{3}x^2$.

Bài 58. TS lớp 10 Hải Phòng 12 – 13

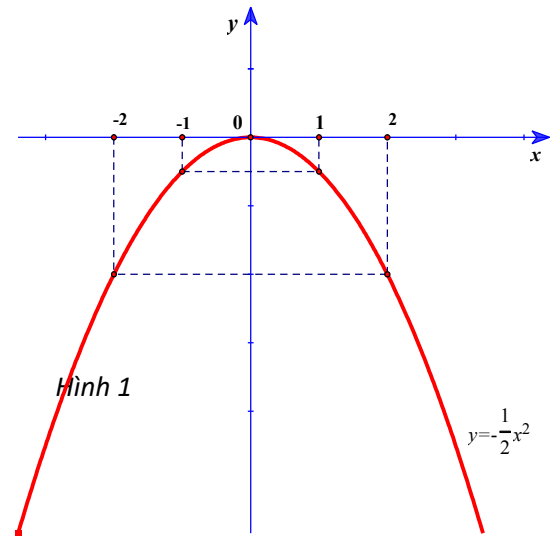
Xác định hàm số $y = (a+1)x^2$, biết đồ thị hàm số đi qua điểm $A(1; -2)$.

Lời giải:

$y = (a+1)x^2$ đi qua điểm $A(1; -2)$ nên $-2 = (a+1)1^2 \Leftrightarrow a+1 = -2 \Leftrightarrow a = -3$.

Bài 59. TS lớp 10 Đà Nẵng 13 – 14

Vẽ đồ thị hàm số $y = \frac{1}{2}x^2$.



Lời giải:**Bài 60.** TS lớp 10 Ninh Thuận 13 - 14Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , vẽ đồ thị (P) của hàm số $y = 2x^2$.**Lời giải:****III. Sự tương giao giữa parabol (P) và đường thẳng (d)****Bài 61.** TS LỚP 10 Bình Định 2017 - 2018Cho Parabol $(P): y = x^2$ và đường thẳng $d: y = (2m-1)x - m + 2$ (m là tham số)

- a) Chứng minh rằng với mọi m đường thẳng d luôn cắt (P) tại hai điểm phân biệt.
 b) Tìm các giá trị của m để đường thẳng d luôn cắt (P) tại hai điểm phân biệt $A(x_1; y_1)$, $B(x_2; y_2)$ thỏa $x_1y_1 + x_2y_2 = 0$.

Lời giải:a) Phương trình hoành độ giao điểm $x^2 = (2m-1)x - m + 2 \Leftrightarrow x^2 - (2m-1)x + m - 2 = 0(*)$ Ta có $\Delta = (2m-1)^2 - 4.1.(m-2) = 4m^2 - 8m + 9 = 4(m-1)^2 + 5 \geq 5 > 0$

Vậy Parabol luôn cắt đường thẳng tại hai điểm phân biệt.

b) Vì x_1, x_2 là nghiệm của phương trình $(*)$ nên $\begin{cases} x_1 + x_2 = 2m-1 \\ x_1x_2 = m-2 \end{cases}$. Mặt khác $\begin{cases} y_1 = x_1^2 \\ y_2 = x_2^2 \end{cases}$.Ta có $x_1y_1 + x_2y_2 = 0 \Leftrightarrow x_1^3 + x_2^3 = 0 \Leftrightarrow (x_1 + x_2)(x_1^2 - x_1x_2 + x_2^2) = 0$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 = 0 \\ x_1^2 - x_1x_2 + x_2^2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2m-1 = 0 \\ (x_1 + x_2)^2 - 3x_1x_2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = \frac{1}{2} \\ 4m^2 - 7m + 7 = 0(vn) \end{cases}$$

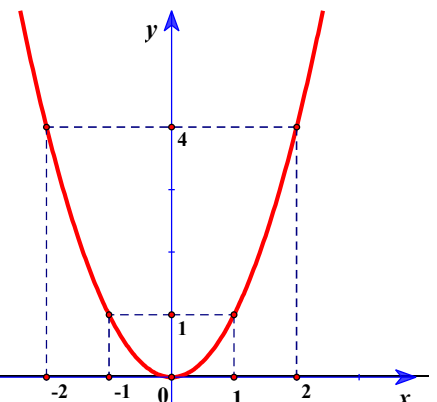
Vậy $m = \frac{1}{2}$.**Bài 62.** TS LỚP 10 Bình Dương 2017 - 2018Cho Parabol $(P): y = x^2$ và đường thẳng $(d): y = 4x + 9$.

- a) Vẽ đồ thị (P) .
 b) Viết phương trình đường thẳng (d_1) biết (d_1) song song với đường thẳng (d) và (d_1) tiếp xúc (P) .

Lời giải:a) Vẽ đồ thị $(P): y = x^2$

x	-2	-1	0	1	2
y	4	1	0	1	4

Ta có đồ thị hàm số

b) Gọi phương trình đường thẳng (d_1) có dạng: $y = ax + b$ Vì (d_1) song song với (d) nên ta có: $\begin{cases} a = 4 \\ b \neq 9 \end{cases} \Rightarrow (d_1): y = 4x + b$ Phương trình hoành độ giao điểm của (P) và (d_1) là:

$$x^2 = 4x + b \Leftrightarrow x^2 - 4x - b = 0 (*)$$

Vì (d_1) tiếp xúc với (P) nên $(*)$ có nghiệm kép

$$\Leftrightarrow \Delta' = 0 \Leftrightarrow 4 + b = 0 \Leftrightarrow b = -4 \text{ (tmđk)}$$

Vậy phương trình đường thẳng (d_1) là: $y = 4x - 4$.

Bài 63. TS LỚP 10 Bình Phước 2017 - 2018

Cho parabol $(P): y = 2x^2$ và đường thẳng $d: y = x + 1$.

a) Vẽ parabol (P) và đường thẳng d trên cùng một trục tọa độ.

b) Viết phương trình đường thẳng song song với đường thẳng d và đi qua $A(-1; 2)$.

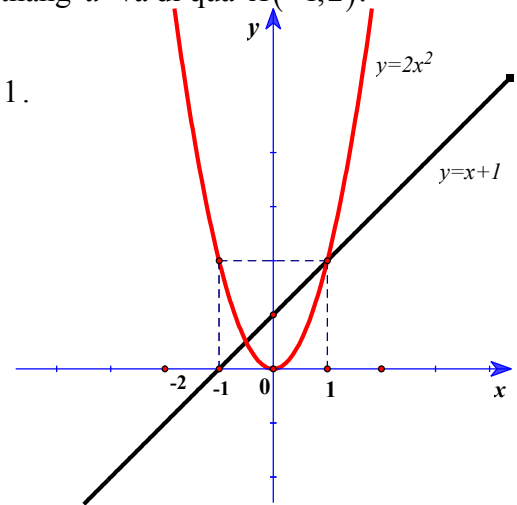
Lời giải:

a) Cho parabol $(P): y = 2x^2$ và đường thẳng $d: y = x + 1$.

Bảng giá trị

x	-2	-1	0	1	2
$y = 2x^2$	8	2	0	2	8

x	0	-1
$y = x + 1$	1	0



b) Phương trình đường thẳng d_1 song song với đường thẳng d có dạng $y = x + b$.

d_1 đi qua điểm $A(-1; 2)$ nên ta có $-1 + b = 2 \Rightarrow b = 3 \Rightarrow d_1: y = x + 3$.

Bài 64. TS LỚP 10 Cần Thơ 2017 - 2018

Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho parabol $(P): y = \frac{1}{2}x^2$ và đường thẳng $(d): y = \frac{1}{4}x + \frac{3}{2}$

a) Vẽ đồ thị của (P) .

b) Gọi $A(x_1; y_1)$ và $B(x_2; y_2)$ lần lượt là các giao điểm của (P) với (d) . Tính giá trị biểu thức

$$T = \frac{x_1 + x_2}{y_1 + y_2}.$$

Lời giải:

a) HS tự vẽ.

b) Phương trình hoành độ giao điểm của (P) và $(d): \frac{1}{2}x^2 = \frac{1}{4}x + \frac{3}{2}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \Rightarrow y = 2 \Rightarrow A(2; 2) \\ x = -\frac{3}{2} \Rightarrow y = \frac{9}{8} \Rightarrow B\left(-\frac{3}{2}; \frac{9}{8}\right) \end{cases} \cdot \text{Vậy } T = \frac{x_1 + x_2}{y_1 + y_2} = \frac{2 + \left(-\frac{3}{2}\right)}{2 + \frac{9}{8}} = \frac{4}{25}.$$

Bài 65. TS LỚP 10 Chuyên ĐHSPT Hà Nội 2017 - 2018

Cho parabol $(P): y = x^2$ và đường thẳng $(d): y = -2ax - 4a$ (với a là tham số)

- a) Tìm tọa độ giao điểm của (d) và (P) khi $a = -\frac{1}{2}$.
- b) Tìm tất cả các giá trị của a để đường thẳng (d) cắt (P) tại hai điểm phân biệt có hoành độ $x_1; x_2$ thỏa mãn $|x_1| + |x_2| = 3$.

Lời giải:

- a) Phương trình hoành độ (d) và (P) là $x^2 + 2ax + 4a = 0$

Khi $a = -\frac{1}{2}$ thì phương trình trở thành $x^2 - x - 2 = 0$

Có $a - b + c = 0$ nên phương trình có 2 nghiệm là $x = -1; x = 2$.

- b) Phương trình hoành độ (d) và (P) là $x^2 + 2ax + 4a = 0$ (*)

để đường thẳng (d) cắt (P) tại hai điểm phân biệt thì phương trình (*) phải có 2 nghiệm phân

$$\text{biệt} \Leftrightarrow \Delta' = a(a - 4) > 0 \Rightarrow \begin{cases} a < 0 \\ a > 4 \end{cases}$$

$$\text{Với } \begin{cases} a < 0 \\ a > 4 \end{cases} \text{ theo Viét}$$

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = -2a \\ x_1 x_2 = 4a \end{cases}$$

$$|x_1| + |x_2| = 3 \Leftrightarrow (|x_1| + |x_2|)^2 = 9 \Leftrightarrow (x_1 + x_2)^2 - 2x_1 x_2 + 2|x_1 x_2| = 9$$

$$\Rightarrow 4a^2 - 8a + |8a| = 9$$

$$\text{Với } a < 0: 4a^2 - 8a + |8a| = 9 \Leftrightarrow 4a^2 - 16a - 9 = 0 \Rightarrow a = \frac{-1}{2}$$

$$\text{Với } a > 4: 4a^2 - 8a + |8a| = 9 \Leftrightarrow 4a^2 = 9 \Rightarrow \begin{cases} a = \frac{3}{2} \notin dk \\ a = \frac{-3}{2} \notin dk \end{cases}$$

$$\text{Vậy } a = -\frac{1}{2}.$$

Bài 66. TS LỚP 10 Đà Nẵng 2017 - 2018

Cho hai hàm số $y = x^2$ và $y = mx + 4$, với m là tham số.

- a) Khi $m = 3$, tìm tọa độ các giao điểm của hai đồ thị hàm số trên.
- b) Chứng minh rằng với mọi giá trị m , đồ thị của hai hàm số đã cho luôn cắt nhau tại hai điểm phân biệt $A_1(x_1; y_1)$ và $A_2(x_2; y_2)$. Tìm tất cả các giá trị của m sao cho $(y_1)^2 + (y_2)^2 = 7^2$.

Lời giải:

a) Phương trình hoành độ giao điểm của $y = x^2$ và $y = mx + 4$ là $x^2 - mx - 4 = 0$ (1)

Thay $m = 3$ vào phương trình (1) ta có: $x^2 - 3x - 4 = 0$

Ta có: $a - b + c = 1 - (-3) + (-4) = 0$

Vậy phương trình $x^2 - 3x - 4 = 0$ có hai nghiệm $\begin{cases} x = -1 \\ x = 4 \end{cases}$

Với $x = -1 \Rightarrow y = 1 \Rightarrow A(-1; 1)$

Với $x = 4 \Rightarrow y = 16 \Rightarrow B(4; 16)$

Vậy với $m = 3$ thì hai đồ thị hàm số giao nhau tại 2 điểm $A(-1; 1)$ và $B(4; 16)$.

b) Ta có số giao điểm của hai đồ thị hàm số đã cho là số nghiệm của phương trình (1)

Phương trình (1) có: $\Delta = m^2 - 4 \cdot (-4) = m^2 + 16 > 0 \forall m \in \mathbb{R}$

Do đó (1) luôn có hai nghiệm phân biệt $x_1; x_2$

Vậy đồ thị của hai hàm số đã cho luôn cắt nhau tại hai điểm phân biệt $A_1(x_1; y_1)$ và $A_2(x_2; y_2)$ với mọi m .

Theo hệ thức Vi-et ta có: $\begin{cases} x_1 + x_2 = m \\ x_1 \cdot x_2 = -4 \end{cases}$

Ta lại có: $\begin{cases} y_1 = x_1^2 \\ y_2 = x_2^2 \end{cases}$

Theo đề, ta có:

$$(y_1)^2 + (y_2)^2 = 7^2$$

$$\Leftrightarrow (x_1^2)^2 + (x_2^2)^2 = 49$$

$$\Leftrightarrow (x_1^2)^2 + 2x_1^2x_2^2 + (x_2^2)^2 - 2(x_1^2x_2^2) = 49$$

$$\Leftrightarrow (x_1^2 + x_2^2)^2 - 2(x_1x_2)^2 = 49$$

$$\Leftrightarrow [(x_1 + x_2)^2 - 2x_1x_2]^2 - 2(x_1x_2)^2 = 49$$

$$\Leftrightarrow [m^2 - 2 \cdot (-4)]^2 - 2(-4)^2 = 49$$

$$\Leftrightarrow (m^2 + 8)^2 = 81$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m^2 + 8 = 9 \\ m^2 + 8 = -9 \end{cases} \Leftrightarrow m^2 + 8 = 9 \text{ (do } m^2 + 8 > 0 \forall m)$$

$$\Leftrightarrow m = \pm 1$$

Vậy với $m = 1; m = -1$ thì $(y_1)^2 + (y_2)^2 = 7^2$.

Bài 67. TS LỚP 10 Phú Thọ 2017 - 2018

Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho parabol (P) có phương trình $y = \frac{1}{2}x^2$ và hai điểm A, B thuộc (P) có hoành độ lần lượt là $x_A = -1, x_B = 2$.

- Tìm tọa độ của hai điểm A, B .
- Viết phương trình đường thẳng (d) đi qua hai điểm A, B .
- Tính khoảng cách từ điểm O (gốc tọa độ) tới đường thẳng (d) .

a) Vì A, B thuộc (P) nên:

$$x_A = -1 \Rightarrow y_A = \frac{1}{2}(-1)^2 = \frac{1}{2}$$

$$x_B = 2 \Rightarrow y_B = \frac{1}{2}2^2 = 2$$

$$\text{Vậy } A\left(-1; \frac{1}{2}\right), B(2; 2).$$

b) Gọi phương trình của đường thẳng d là $y = ax + b$.

$$\text{Ta có hệ phương trình: } \begin{cases} -a + b = \frac{1}{2} \\ 2a + b = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3a = \frac{3}{2} \\ 2a + b = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = \frac{1}{2} \\ b = 1 \end{cases}$$

$$\text{Vậy } d: y = \frac{1}{2}x + 1.$$

c) d cắt trục Oy tại điểm $C(0; 1)$ và cắt trục Ox tại điểm $D(-2; 0) \Rightarrow OC = 1$ và $OD = 2$.

Gọi h là khoảng cách từ O tới d

Áp dụng hệ thức về cạnh và đường cao trong tam giác vuông OCD , ta có:

$$\frac{1}{h^2} = \frac{1}{OC^2} + \frac{1}{OD^2} = \frac{1}{1^2} + \frac{1}{2^2} = \frac{5}{4} \Rightarrow h = \frac{2\sqrt{5}}{5}.$$

Bài 68. TS LỚP 10 Quảng Ngãi 2017 - 2018

Cho hàm số $y = x^2$ có đồ thị là (P) và hàm số $y = -x + 2$ có đồ thị là (d) .

- Vẽ (P) và (d) trên cùng một mặt phẳng tọa độ Oxy .
- Bằng phép tính, tìm tọa độ các giao điểm A, B của (P) và (d) ; (hoành độ của A nhỏ hơn hoành độ của B). Gọi C và D lần lượt là hình chiếu vuông góc của A và B trên trục hoành, tính diện tích của tứ giác $ABDC$.

Lời giải:

Phương trình hđgđ của (P) và (d) : $x^2 = -x + 2$

$$x^2 + x - 2 = 0 \Leftrightarrow x^2 - x + 2x - 2 = 0 \Leftrightarrow (x-1)(x+2) = 0 \Leftrightarrow x = 1 \vee x = -2$$

- $x = 1 \Rightarrow y = 1.$
- $x = -2 \Rightarrow y = 4$

$$\text{Vậy } A(-2; 4), B(1; 1).$$

$ABDC$ là hình thang vuông có 2 đáy $BD = |y_B| = 1; AC = |y_A| = 4$. Đường cao $CD = |x_B - x_A| = 3$.

Vậy $S_{ABDC} = \frac{1}{2}(1+4).3 = 7,5$ (đvdt).

Bài 69. TS LỚP 10 Thừa Thiên Huế 2017 – 2018

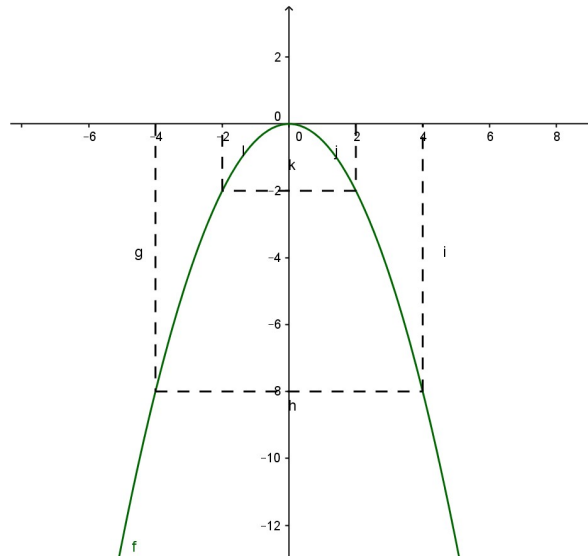
Cho hàm số $y = -\frac{1}{2}x^2$ có đồ thị (P) .

- Vẽ đồ thị (P) của hàm số.
- Cho đường thẳng $y = mx + n (\Delta)$. Tìm m, n để đường thẳng (Δ) song song với đường thẳng $y = -2x + 5 (d)$ và có duy nhất một điểm chung với đồ thị (P) .

Lời giải:

- Đồ thị hàm số $y = -\frac{1}{2}x^2$ là một parabol có đỉnh là gốc tọa độ, bề lõm hướng xuống và đi qua các điểm $(0; 0), (2; -2), (-2; -2), (4; -8), (-4; -8)$.

Đồ thị $y = -\frac{1}{2}x^2$:



- Δ song song với $y = -2x + 5$ suy ra $\begin{cases} m = -2 \\ n \neq 5 \end{cases}$

Phương trình hoành độ giao điểm của Δ và (P) : $-\frac{1}{2}x^2 = -2x + n$

$\Leftrightarrow x^2 - 4x + 2n = 0$ (*)

Để Δ và (P) có một điểm chung duy nhất thì phương trình (*) có nghiệm duy nhất thì

$\Delta' = 0 \Leftrightarrow 4 - 2n = 0 \Leftrightarrow n = 2$ (thỏa mãn)

Vậy $m = -2; n = 2$.

Bài 70. TS LỚP 10 Tiền Giang 2017 – 2018

Cho parabol $(P): y = 2x^2$ và đường thẳng $(d): y = x + 1$.

- Vẽ đồ thị của (P) và (d) trên cùng hệ trục tọa độ.

- b) Bằng phép tính, xác định tọa độ giao điểm A và B của (P) và (d) . Tính độ dài đoạn thẳng AB .

Lời giải:

- a) Vẽ đồ thị: (như hình vẽ bên)

Tọa độ giao điểm của (P) và (d)

Phương trình hoành độ giao điểm: $2x^2 - x - 1 = 0$

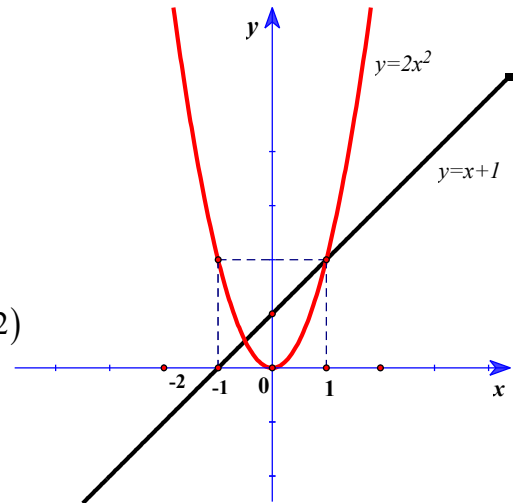
Ta có $a + b + c = 0$ nên phương trình có hai nghiệm

$-\frac{1}{2}; 1$ suy ra tọa độ hai giao điểm là: $A\left(-\frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right)$ và $B(1; 2)$

- b) Tính độ dài AB :

$$AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2} = \sqrt{\left[1 - \left(-\frac{1}{2}\right)\right]^2 + \left(2 - \frac{1}{2}\right)^2}$$

$$= \sqrt{\left(\frac{3}{2}\right)^2 + \left(\frac{3}{2}\right)^2} = \frac{3\sqrt{2}}{2}$$



Bài 71. TS LỚP 10 HCM 2017 – 2018

Trong mặt phẳng tọa độ Oxy .

- a) Vẽ đồ thị (P) của hàm số: $y = \frac{1}{4}x^2$

- b) Cho đường thẳng (D) : $y = \frac{3}{2}x + m$ đi qua điểm $C(6; 7)$. Tìm tọa độ giao điểm của (D) và (P) .

Lời giải:

- a) Vẽ (P) học sinh tự vẽ.

- b) (D) : $y = \frac{3}{2}x + m$ đi qua điểm $C(6; 7)$ nên $\frac{3}{2} \cdot 6 + m = 7 \Leftrightarrow m = -2$

Phương trình hoành độ giao điểm giữa (D) và (P) : $\frac{x^2}{4} = \frac{3}{2}x - 2 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \Rightarrow y = 1 \\ x = 4 \Rightarrow y = 4 \end{cases}$

Vậy tọa độ giao điểm là $(2; 1), (4; 4)$.

Bài 72. TS LỚP 10 Yên Bái 2016 – 2017

Cho đường thẳng (d) có phương trình $y = x + 2$ và parabol (P) có phương trình $y = x^2$.

- a) Vẽ đường thẳng (d) và parabol (P) trên cùng hệ trục tọa độ Oxy .
- b) Đường thẳng (d) cắt (P) tại hai điểm A và B (với A có hoành độ âm, B có hoành độ dương). Bằng tính toán hãy tìm tọa độ các điểm A và B .

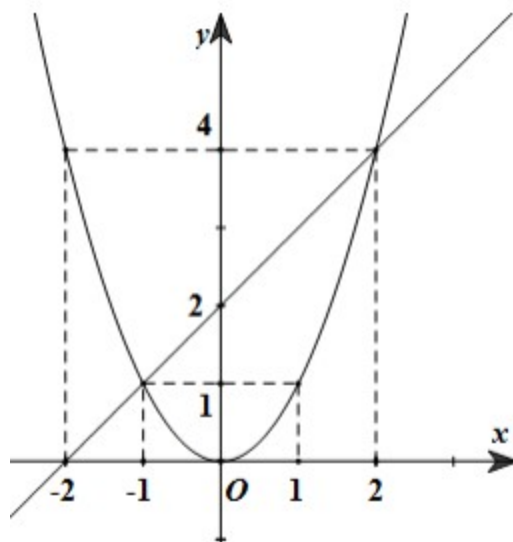
Lời giải:

- a) Vẽ đường thẳng (d) và parabol (P) trên cùng hệ trục tọa độ Oxy .

Bảng giá trị

x	-2	-1	0	1	2
$y = x + 2$	0		2		
$y = x^2$	4	1	0	1	4

Đồ thị



b) Phương trình hoành độ giao điểm của (d) và (P):

$$x^2 = x + 2 \Leftrightarrow x^2 - x - 2 = 0 \Leftrightarrow (x - 2)(x + 1) = 0 \Leftrightarrow x = 2 \text{ hoặc } x = -1$$

Với $x = 2 \Rightarrow y = 4 \Rightarrow B(2; 4)$ (vì B có hoành độ dương)

Với $x = -1 \Rightarrow y = 1 \Rightarrow A(-1; 1)$ (vì A có hoành độ âm)

Vậy $A(-1; 1), B(2; 4)$.

Bài 73. TS LỚP 10 Bình Dương 2016 – 2017

Vẽ đồ thị hàm số $(P): y = 2x^2$ trên hệ trục tọa độ. Tìm giao điểm của $(P): y = 2x^2$ với $(d): y = -x + 3$ bằng phép tính.

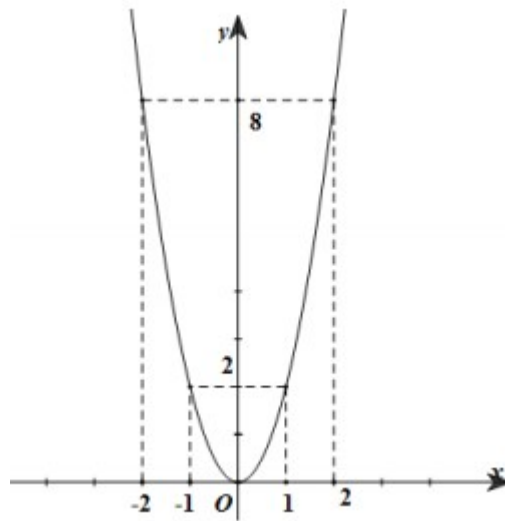
Lời giải:

Vẽ đồ thị $(P): y = 2x^2$

Bảng giá trị

x	-2	-1	0	1	2
y	8	2	0	2	8

Vẽ đồ thị:



Phương trình hoành độ giao điểm của (P) và (d) là:

$$2x^2 = -x + 3 \Leftrightarrow 2x^2 + x - 3 = 0$$

$$\Delta = 1^2 - 4.2.(-3) = 25 > 0$$

Phương trình đã cho có 2 nghiệm phân biệt: $x_1 = \frac{-1-5}{4} = \frac{-3}{2}$; $x_2 = \frac{-1+5}{4} = 1$

Hoặc học sinh có thể làm theo cách: ta có $a + b + c = 2 + 1 + (-3) = 0$

Với $x = 1$ ta có: $y = 2$

Với $x = \frac{-3}{2}$ ta có: $y = \frac{9}{2}$

Vậy tọa độ giao điểm là $(1; 2)$ và $\left(-\frac{3}{2}; \frac{9}{2}\right)$.

Bài 74. TS LỚP 10 Cần Thơ 2016 – 2017

Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho parabol (P) : $y = -\frac{1}{4}x^2$

a) Vẽ đồ thị của (P)

b) Tìm tọa độ các giao điểm của (P) với đường thẳng d : $y = -\frac{2}{3}x + \frac{1}{3}$

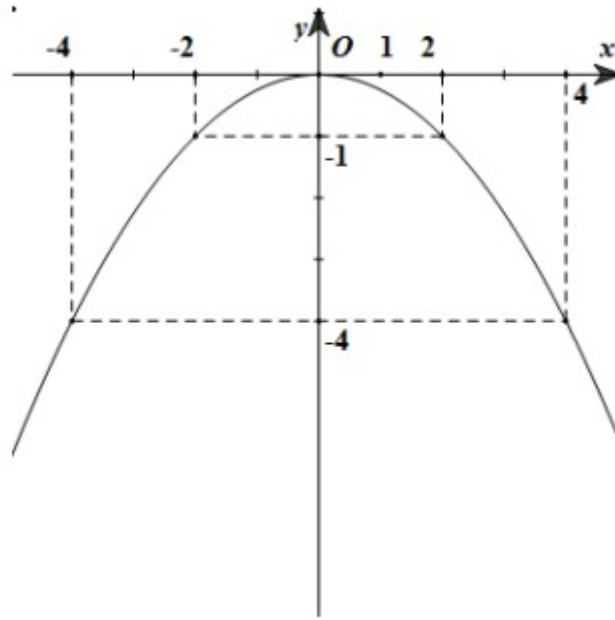
Lời giải:

$$(P): y = -\frac{1}{4}x^2$$

Bảng giá trị

x	-4	-2	0	2	4
y	-4	-1	0	-1	-4

Vẽ



Xét phương trình hoành độ giao điểm của (P) và đường thẳng d là

$$-\frac{1}{4}x^2 = \frac{-2}{3}x + \frac{1}{3} \Leftrightarrow \frac{1}{4}x^2 - \frac{2}{3}x + \frac{1}{3} = 0 \Leftrightarrow 3x^2 - 8x + 4 = 0$$

$$\Delta' = (-4)^2 - 3 \cdot 4 = 4 > 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{4-2}{3} = \frac{2}{3} \\ x = \frac{4+2}{3} = 2 \end{cases}$$

$$\text{Với } x = \frac{2}{3} \text{ ta có } y = \frac{-1}{9} \Rightarrow A\left(\frac{2}{3}; \frac{-1}{9}\right)$$

$$\text{Với } x = 2 \text{ ta có } y = -1 \Rightarrow B(2; -1)$$

Vậy tọa độ giao điểm của (P) và d là $A\left(\frac{2}{3}; \frac{-1}{9}\right)$ và $B(2; -1)$.

Bài 75. TS LỚP 10 Đà Nẵng 2016 – 2017

Cho hai hàm số $y = \frac{1}{2}x^2$ và đồ thị hàm số (P) và $y = x + 4$ có đồ thị (d)

a) Vẽ đồ thị (P) .

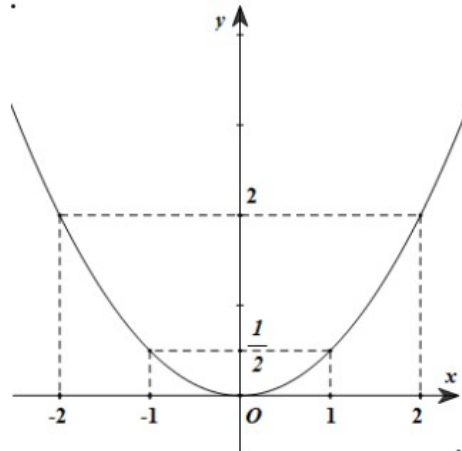
b) Gọi A, B là các giao điểm của hai đồ thị (P) và (d) . Biết rằng đơn vị đo trên các trục tọa độ là xentimét, tìm tất cả các điểm M trên tia Ox sao cho diện tích tam giác MAB bằng 30 cm^2 .

Lời giải:

a) Vẽ đồ thị (P) : $y = \frac{1}{2}x^2$

Bảng giá trị

x	-2	-1	0	1	2
y	2	$\frac{1}{2}$	0	$\frac{1}{2}$	2



b) Xét phương trình hoành độ giao điểm của (P) và (d) là:

$$\frac{1}{2}x^2 = x + 4 \Leftrightarrow x^2 - 2x - 8 = 0$$

$$\Delta' = (-1)^2 - (-8) = 9 > 0$$

Phương trình có 2 nghiệm phân biệt: $x = 4; x = -2$

Với $x = -2$ ta có $y = 2 \Rightarrow A(-2; 2)$

Với $x = 4$ ta có $y = 8 \Rightarrow B(4; 8)$

Gọi $M(m; 0)$ thuộc tia $Ox (m > 0)$. Gọi $C(-2; 0), D(4; 0)$.

Xét hai trường hợp:

Trường hợp 1: M thuộc đoạn OD : Ta có $S_{AMB} = S_{ABDC} - S_{ACM} - S_{BDM}$

Có $ABDC$ là hình thang, $AC = 2cm, BD = 8cm, CD = 6cm$

$$\Rightarrow S_{ABDC} = \frac{(2+8) \cdot 6}{2} = 30(cm^2)$$

Suy ra $S_{AMB} < 30cm^2$ (loại)

Trường hợp 2: M thuộc tia $Dx (M \neq D) \Rightarrow m > 4$

Ta có: $S_{AMB} = S_{ABDC} - S_{ACM} + S_{BDM}$

Có $S_{ABDC} = 30cm^2, MC = m + 2(cm), MD = m - 4(cm)$

Suy ra

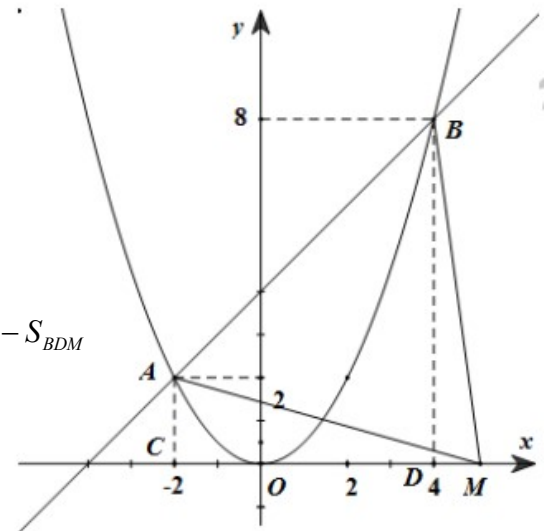
$$S_{ACM} = \frac{1}{2} AC \cdot CM = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot (m + 2) = m + 2(cm^2)$$

$$S_{BDM} = \frac{1}{2} BD \cdot DM = \frac{1}{2} \cdot 8 \cdot (m - 4) = 4(m - 4)(cm^2)$$

$$\Rightarrow S_{AMB} = 30cm^2 \Leftrightarrow S_{ACM} = S_{BDM} \Leftrightarrow m + 2 = 4(m - 4) \Leftrightarrow m = 6$$

(thỏa mãn)

Vậy $M(6; 0)$ là điểm cần tìm.



Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho đường thẳng $(d): y = 3x + m - 1$ và parabol $(P): y = x^2$

- a) Chứng minh (d) luôn cắt (P) tại hai điểm phân biệt với mọi m .
- b) Gọi x_1, x_2 là hoành độ các giao điểm của (d) và (P) . Tìm m để a) $(x_1 + 1)(x_2 + 1) = 1$

Lời giải:

- a) Xét phương trình hoành độ giao điểm của (d) và (P) :

$$x^2 = 3x + m^2 - 1 \Leftrightarrow x^2 - 3x - m^2 + 1 = 0(*)$$

$$\Delta = 9 + m^2 - 1 = 8 + m^2 > 0 \forall m$$

Suy ra phương trình $(*)$ luôn có hai nghiệm phân biệt với mọi m hay (d) luôn cắt (P) tại hai điểm phân biệt với mọi m .

- b) Ta có: $(x_1 + 1)(x_2 + 1) = 1 \Leftrightarrow x_1 x_2 + (x_1 + x_2) = 0$

Áp dụng hệ thức Vi-et cho $(*)$: $\begin{cases} x_1 + x_2 = 3 \\ x_1 x_2 = -m^2 + 1 \end{cases}$

$$(**) \Leftrightarrow -m^2 + 1 + 3 = 0 \Leftrightarrow m^2 = 4 \Leftrightarrow m = \pm 2$$

Vậy $m = \pm 2$.

Bài 77. TS LỚP 10 HCM 2016 – 2017

- a) Vẽ đồ thị (P) của hàm số $y = -\frac{x^2}{4}$ và đường thẳng $(D): y = \frac{x}{2} - 2$ trên cùng một hệ trục tọa độ.
- b) Tìm tọa độ các giao điểm của (P) và (D) ở câu trên bằng phép tính.

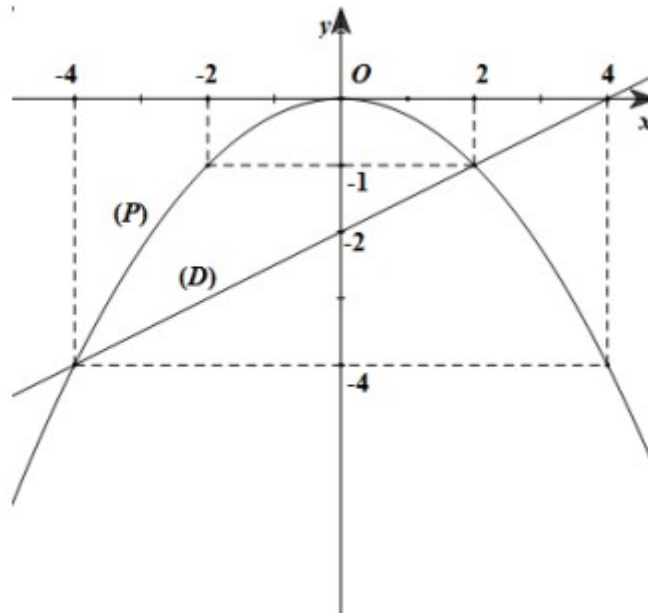
Lời giải:

- a) Vẽ đồ thị hai hàm số.

Bảng giá trị

x	-2	-1	0	1	2
$y = -\frac{x^2}{4}$	-4	-1	0	-1	-4
$y = \frac{x}{2} - 2$			-2		0

Đồ thị



b) Tìm tọa độ giao điểm của (d) và (P) bằng phép tính

Xét phương trình hoành độ giao điểm của (d) và (P)

$$\frac{-x^2}{4} = \frac{x}{2} - 2 \Leftrightarrow x^2 + 2x - 8 = 0$$

$$\Delta' = 9$$

Phương trình trên có hai nghiệm phân biệt: $x_1 = 2; x_2 = -4$

Với $x_1 = 2$ ta có $y_1 = -1, A(2; -1)$

Với $x_2 = -4$ ta có $y_2 = -4, A(-4; -4)$

Vậy (d) cắt (P) tại hai điểm phân biệt $A(2; -1); B(-4; -4)$.

Bài 78. TS LỚP 10 Bến Tre 2015 – 2016

Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho parabol $(P): y = -x^2$ và đường thẳng $(d): y = 2x - 3$

a) Vẽ đồ thị Parabol (P) .

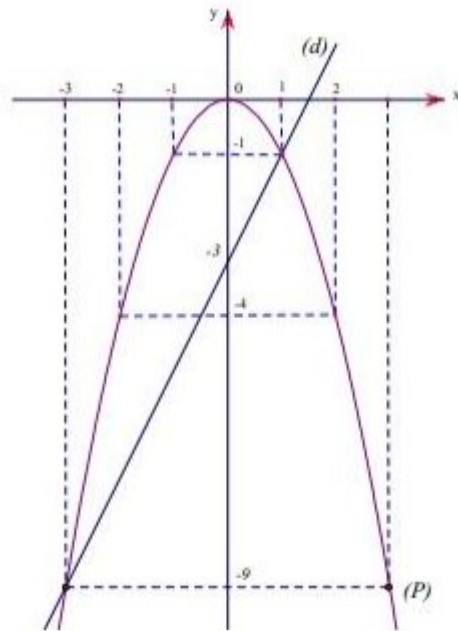
b) Bằng phương pháp đại số, hãy tìm tọa độ giao điểm của (P) và (d) .

c) Viết phương trình đường thẳng (d_1) song song với đường thẳng (d) và có điểm chung với parabol (P) tại điểm có hoành độ bằng -1 .

Lời giải:

a) Bảng một số giá trị của (P) :

x	-2	-1	0	1	2
$y = -x^2$	-4	-1	0	-1	-4



b) Phương trình hoành độ giao điểm của (P) và (d) : $-x^2 = 2x - 3 \Leftrightarrow x^2 + 2x - 3 = 0$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \Rightarrow y = -1 \\ y = -3 \Rightarrow y = -9 \end{cases}$$

Vậy giao điểm của (P) và (d) : $(1; -1)$ và $(-3; -9)$

c) Phương trình đường thẳng (d_1) có dạng: $y = ax + b$

$$(d_1) \parallel (d) \Rightarrow a = 2 \Rightarrow y = 2x + b (b \neq -3)$$

Gọi A là điểm thuộc (P) có $x_A = -1 \Rightarrow y_A = -1 \Rightarrow A(-1; -1)$

(d_1) có chung với (P) điểm $A(-1; -1)$ nên: $-1 = 2 \cdot (-1) + b \Leftrightarrow b = 1$

Vậy (d_1) có phương trình: $y = 2x + 1$

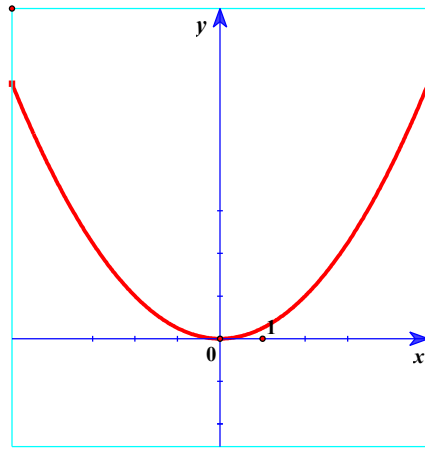
Bài 79. TS LỚP 10 Bình Dương 2015 – 2016

a) Vẽ đồ thị (P) hàm số $y = \frac{x^2}{4}$

b) Xác định a, b để đường thẳng $y = ax + b$ đi qua gốc tọa độ và cắt (P) tại điểm A có hoành độ bằng -3 .

Lời giải:

a) Vẽ đồ thị (P) hàm số $y = \frac{x^2}{4}$



b) Gọi (d) là đường thẳng có phương trình $y = ax + b$.

Vì (d) đi qua gốc tọa độ $O(0;0)$ nên $b = 0$.

Phương trình hoành độ giao điểm của (P) và (d) : $\frac{x^2}{4} = ax$

Vì (d) cắt (P) tại điểm A có hoành độ là -3 nên: $\frac{9}{4} = a(-3) \Leftrightarrow a = -\frac{3}{4}$

Vậy: $a = -\frac{3}{4}; b = 0$

Bài 80. TS LỚP 10 Bình Thuận 2015 – 2016

a) Vẽ đồ thị (P) của hàm số $y = x^2$.

b) Chứng minh rằng đường thẳng $(d) y = kx + 1$ luôn cắt đồ thị (P) tại hai điểm phân biệt với mọi k .

Lời giải:

a) Vẽ đồ thị (P) của hàm số $y = x^2$.

b) PT hoành độ giao điểm của (P) và (d)

$$x^2 = kx + 1 \Leftrightarrow x^2 - kx - 1 = 0$$

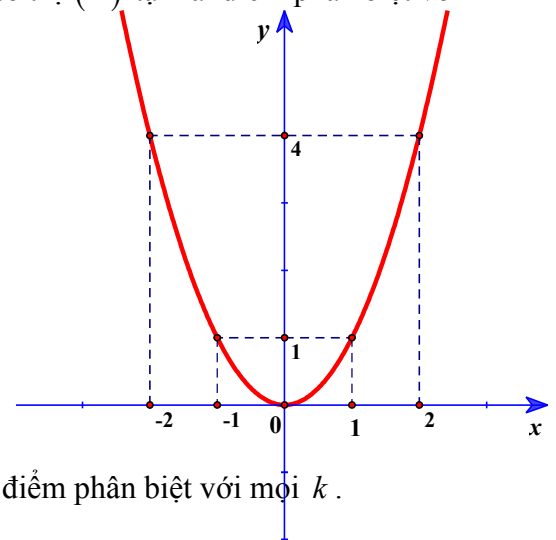
$$\Delta = k^2 + 4$$

Vì $k^2 \geq 0$ với mọi giá trị k

Nên $k^2 + 4 > 0$ với mọi giá trị k

$\Rightarrow \Delta > 0$ với mọi giá trị k

Vậy đường thẳng $(d) y = kx + 1$ luôn cắt đồ thị (P) tại hai điểm phân biệt với mọi k .



Bài 81. TS LỚP 10 Đà Nẵng 2015 – 2016

Cho hàm số $y = x^2$ có đồ thị (P)

a) Vẽ đồ thị (P) .

- b) Cho các hàm số $y = x + 2$ và $y = -x + m$ (với m là tham số) lần lượt có đồ thị là (d) và (d_m) . Tìm tất cả các giá trị của m để trên một mặt phẳng tọa độ các đồ thị của (P) , (d) và (d_m) cùng đi qua một điểm.

Lời giải:

- a) Lập bảng giá trị và vẽ đồ thị: $y = x^2$

x	0	1	2
y	0	1	4

- b) Phương trình hoành độ giao điểm của (P) và (d) :

$$x^2 = x + 2 \Leftrightarrow x^2 - x - 2 = 0(*)$$

Phương trình (*) có dạng: $a - b + c = 0$ nên có 2 nghiệm: $\begin{cases} x_1 = -1 \\ x_2 = \frac{-c}{a} = 2 \end{cases}$

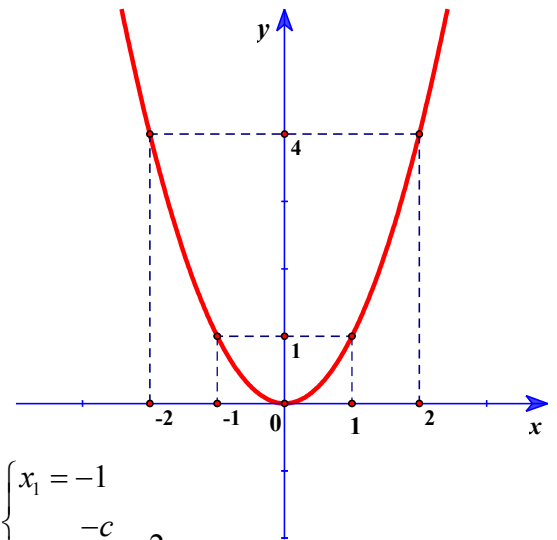
Ta có (d) cắt (P) tại hai điểm $A(-1;1)$ và $B(2;4)$.

Để (P) , (d) và (d_m) cùng đi qua một điểm thì hoặc $A \in (d_m)$ hoặc $B \in (d_m)$

+ Với $A(-1;1) \in (d_m)$, ta có: $1 = -(-1) + m \Leftrightarrow m = 0$

+ Với $B(2;4) \in (d_m)$, ta có: $4 = -2 + m \Leftrightarrow m = 6$

Vậy khi $m = 0$ hoặc $m = 6$ thì (P) , (d) và (d_m) cùng đi qua một điểm.



Bài 82. TS LỚP 10 Khánh Hòa 2015 – 2016

Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho parabol $(P): y = -x^2$

- a) Vẽ parabol (P) .

- b) Xác định tọa độ các giao điểm A, B của đường thẳng $(d): y = -x - 2$ và (P) . Tìm tọa độ điểm M trên (P) sao cho tam giác MAB cân tại M .

Lời giải:

- a) Vẽ đồ thị $(P): y = -x^2$

TXĐ: $D = \mathbb{R}$

Tọa độ đỉnh: $I(0;0)$

Trục đối xứng: $x = 0$

Tính biến thiên:

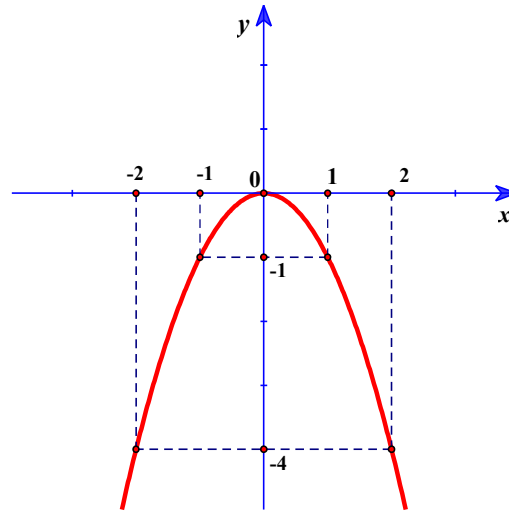
Hàm số đồng biến trên $(-\infty; 0)$ và nghịch biến trên $(0; +\infty)$.

BBT:

x	$-\infty$	0	$+\infty$
y	$\nearrow$	0	$\searrow$

Bảng giá trị

x	-1	0	1
y	-1	0	-1



b) Viết phương trình đường trung trực (d') của AB , tìm giao điểm của (d') và (P) , ta tìm được hai điểm M .

Hoành độ các giao điểm A, B của đường thẳng $(d): y = -x - 2$ và (P) là nghiệm của phương trình: $-x^2 = -x - 2 \Leftrightarrow x^2 - x - 2 = 0 \Leftrightarrow x = -1$ hoặc $x = 2$

+ Với $x = -1$, thay vào (P) , ta có: $y = -(-1)^2 = -1$, ta có: $A(-1; -1)$

+ Với $x = 2$, thay vào (P) , ta có: $y = -(2)^2 = -4$, ta có: $B(2; -4)$

Suy ra trung điểm của AB là: $I\left(\frac{1}{2}; -\frac{5}{2}\right)$

Đường thẳng (d') vuông góc với (d) có dạng: $y = x + b$;

Vì (d') đi qua I nên: $\frac{-5}{2} = \frac{1}{2} + b \Leftrightarrow b = -3$

Vậy $(d'): y = x - 3$.

Phương trình hoành độ của (d') và (P) là: $x^2 + x - 3 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{-1 \pm \sqrt{13}}{2}$

+ Với $x = \frac{-1 - \sqrt{13}}{2} \Rightarrow y = \frac{-7 - \sqrt{13}}{2}$

+ Với $x = \frac{-1 + \sqrt{13}}{2} \Rightarrow y = \frac{-7 + \sqrt{13}}{2}$

Vậy có hai điểm M cần tìm là: $\left(\frac{-1 - \sqrt{13}}{2}; \frac{-7 - \sqrt{13}}{2}\right)$ và $\left(\frac{-1 + \sqrt{13}}{2}; \frac{-7 + \sqrt{13}}{2}\right)$.

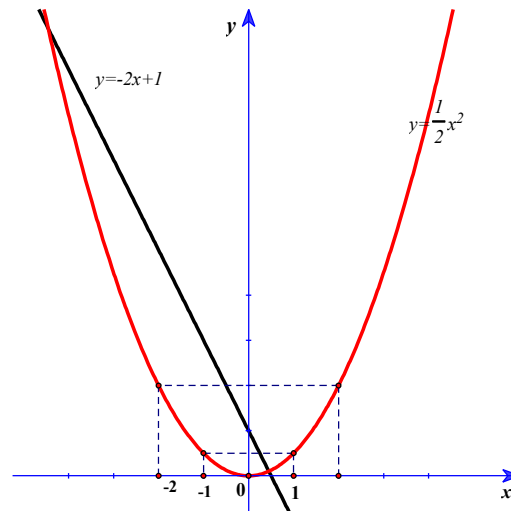
Bài 83. TS LỚP 10 Kiên Giang 2015 – 2016

Cho parabol $(P): y = \frac{1}{2}x^2$ và đường thẳng $(a): y = -2x + 1$

- c) Vẽ (P) và a trên cùng một hệ trục tọa độ.
 d) Xác định đường thẳng (d) biết đường thẳng (d) song song với đường thẳng (a) và cắt parabol (P) tại điểm có hoành độ bằng -2 .

Lời giải:

- a) Parabol có đỉnh gốc O đi qua hai điểm $A(-2;2), B(2;2)$, đường thẳng đi qua hai điểm $C(1;-1), D(0;1)$



- b) Vì $(d) \parallel (a) \Rightarrow (d): y = -2x + b$ (b khác 1)

Gọi $N(x_0; y_0)$ là giao điểm của (d) và (P) ta có $x_0 = -2$

$$N \in (P) \Rightarrow y_0 = 2$$

$$N \in (d) \Rightarrow 2 = -2(-2) + b \Rightarrow b = -2 \text{ (TM)}$$

Vậy $(d): y = -2x - 2$.

Bài 84. TS LỚP 10 Lạng Sơn 2015 – 2016

- a) Vẽ đồ thị của các hàm số $y = x^2$ và $y = 3x - 2$ trên cùng một hệ trục tọa độ
 b) Xác định tọa độ các giao điểm của hai đồ thị trên.

Lời giải:

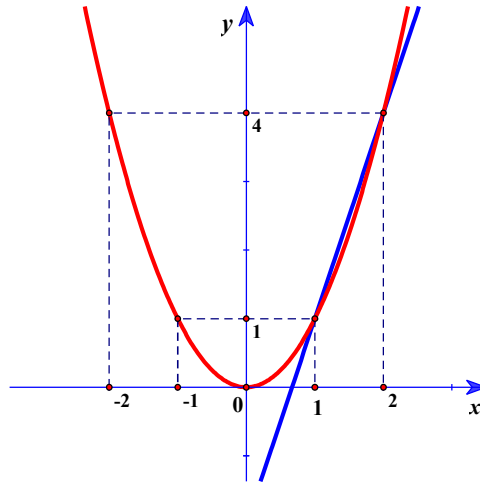
- a) Vẽ đồ thị trên cùng một hệ trục

Vẽ $y = x^2$

x	-2	-1	0	1	2
$y = x^2$	4	1	0	1	4

Vẽ $y = 3x - 2$

Cho $x = 0 \Rightarrow y = -2$; cho $x = 1 \Rightarrow y = 1$



b) *Tính tọa độ giao điểm*

Ta có phương trình hoành độ giao điểm: $x^2 = 3x - 2 \Leftrightarrow x^2 - 3x + 2 = 0$

có $a + b + c = 1 - 3 + 2 = 0$ nên phương trình có nghiệm $x_1 = 1; x_2 = 2$

Tại $x = 1$ ta có $y = 1$, tọa độ thứ nhất là $(1; 1)$

Tại $x = 2$ ta có $y = 4$, tọa độ thứ 2 là $(2; 4)$

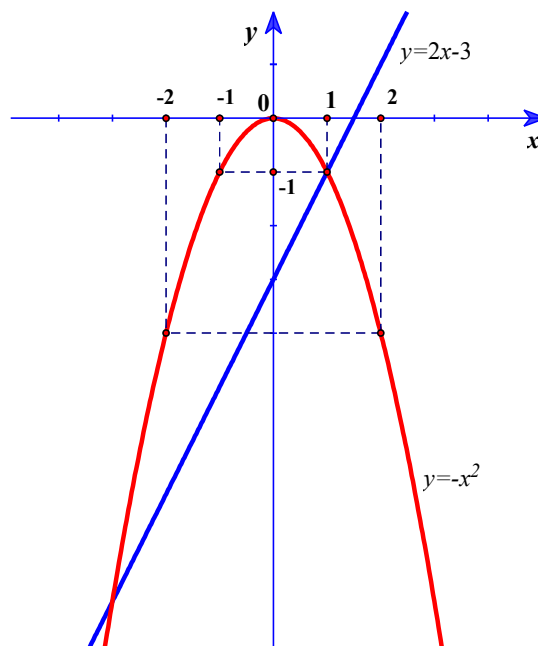
Bài 85. *TS LỚP 10 Long An 2015 – 2016*

Cho các hàm số $(P): y = -x^2$ và $(d): y = 2x - 3$.

- Vẽ đồ thị của hai hàm số đã cho trên cùng một mặt phẳng tọa độ Oxy .
- Tìm tọa độ giao điểm của hai đồ thị trên bằng phép tính.
- Viết phương trình đường thẳng $(d_1): y = ax + b$, biết rằng (d_1) song song với (d) và (d_1) cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng -4 .

Lời giải:

- Vẽ đồ thị của hai hàm số đã cho trên cùng một mặt phẳng tọa độ Oxy .



b) Tìm tọa độ giao điểm của hai đồ thị bằng phép tính.

Phương trình hoành độ giao điểm của (P) và (d) là:

$$-x^2 = 2x - 3 \Leftrightarrow x^2 + 2x - 3 = 0$$

$$\Leftrightarrow x_1 = 1; x_2 = -3$$

* Với $x = 1 \Rightarrow y = -1 \Rightarrow$ giao điểm thứ nhất là $(1; -1)$

* Với $x = -3 \Rightarrow y = -9 \Rightarrow$ giao điểm thứ hai là $(-3; -9)$

c) Viết phương trình đường thẳng $(d_1): y = ax + b$, biết rằng (d_1) song song với (d) và (d_1) cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng -4 .

Đường thẳng $(d_1): y = ax + b$ song song đường thẳng $(d): y = 2x - 3$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a = 2 \\ b \neq -3 \end{cases}$$

$\Rightarrow$ Phương trình đường thẳng $(d_1): y = 2x + b$

Vì đường thẳng $(d_1): y = 2x + b$ cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng -4

$\Rightarrow b = -4$ (thỏa mãn)

Suy ra phương trình đường thẳng (d_1) là $y = 2x - 4$.

Bài 86. TS LỚP 10 Thái Bình 2015 – 2016

Cho parabol $(P): y = x^2$ và điểm A, B thuộc (P) có hoành độ lần lượt là $-1; 2$. Đường thẳng (d) có phương trình $y = mx + n$.

e) Tìm tọa độ điểm A, B . Tìm m, n biết (d) đi qua điểm A và B .

f) Tính độ dài đường cao OH của tam giác OAB (điểm O là gốc tọa độ).

Lời giải:

a) Ta có: $A(x_A; y_A) \in (P)$ có hoành độ $x_A = -1 \Rightarrow y_A = \frac{1}{2} \cdot (-1)^2 = \frac{1}{2} \Rightarrow A\left(-1; \frac{1}{2}\right)$

$B(x_B; y_B) \in (P)$ có hoành độ $x_B = 2 \Rightarrow y_B = \frac{1}{2} \cdot 2^2 = 2 \Rightarrow B(2; 2)$

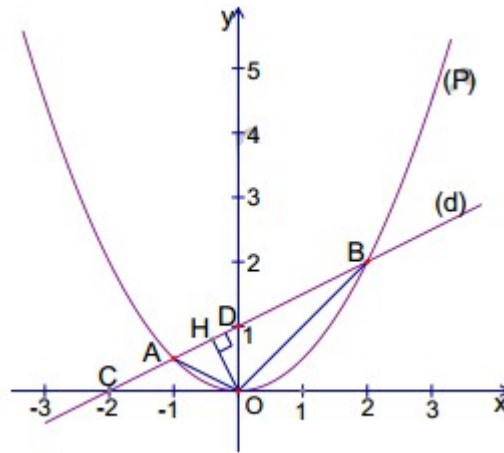
Vì đường thẳng $y = mx + n$ đi qua 2 điểm A và B nên ta có hệ:

$$\begin{cases} -m + n = \frac{1}{2} \\ 2m + n = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3m = \frac{3}{2} \\ 2m + n = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = \frac{1}{2} \\ 2 \cdot \frac{1}{2} + n = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = \frac{1}{2} \\ n = 1 \end{cases}$$

Vậy với $m = \frac{1}{2}, n = 1$ thì (d) đi qua 2 điểm $A\left(-1; \frac{1}{2}\right); B(2; 2)$

b) Vẽ (P) và (d) trên cùng 1 hệ trục tạo độ như hình vẽ

Dễ thấy (d) cắt Ox tại $C(-2; 0)$ và cắt Oy tại $D(0; 1) \Rightarrow OC = 2; OD = 1$



Độ dài đường cao OH của tam giác OAB chính là độ dài đường cao OH của tam giác OCD
 Áp dụng hệ thức lượng trong tam giác vuông OCD ta có:

$$\frac{1}{OH^2} = \frac{1}{OC^2} + \frac{1}{OD^2} = \frac{1}{4} + \frac{1}{1} = \frac{5}{4}$$

$$\Rightarrow OH^2 = \frac{4}{5} \Rightarrow OH = \frac{2\sqrt{5}}{5} (dvdv)$$

Vậy $OH = \frac{2\sqrt{5}}{5} (dvdv)$

Bài 87. TS LỚP 10 Thanh Hóa 2015 – 2016

Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho đường thẳng $(d): y = x + m - 1$ và parabol $(P): y = x^2$

- a) Tìm m để (d) đi qua điểm $A(0;1)$
 b) Tìm m để đường thẳng (d) cắt parabol (P) tại hai điểm phân biệt có hoành độ lần lượt là x_1 ,

x_2 thỏa mãn: $4\left(\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2}\right) - x_1x_2 + 3 = 0$.

Lời giải:

- a) Thay $x = 0; y = 1$ vào phương trình đường thẳng (d) ta được: $m = 2$

- b) Phương trình hoành độ giao điểm của (d) và (P) là: $x^2 - x - (m - 1) = 0 (*)$

Để (d) cắt parabol (P) tại hai điểm phân biệt thì phương trình $(*)$ phải có 2 nghiệm phân biệt

$$\Leftrightarrow \Delta = 4m - 3 > 0 \Leftrightarrow m > \frac{3}{4}$$

Khi đó theo định lý Vi-ét ta có: $\begin{cases} x_1 + x_2 = 1 \\ x_1x_2 = -(m - 1) \end{cases}$

Theo đề bài:

$$4\left(\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2}\right) - x_1x_2 + 3 = 0 \Leftrightarrow 4\left(\frac{x_1 + x_2}{x_1x_2}\right) - x_1x_2 + 3 = 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{4}{-m+1} + m + 2 = 0$$

$$\Leftrightarrow m^2 + m - 6 = 0 \text{ (DK : } m \neq 1\text{)}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m = -3(L) \\ m = 2(TM) \end{cases}$$

Vậy $m = 2$ là giá trị cần tìm.

Bài 88. TS LỚP 10 Tiền Giang 2015 – 2016

Cho parabol $(P): y = x^2$ và đường thẳng $(d): y = -x + 2$

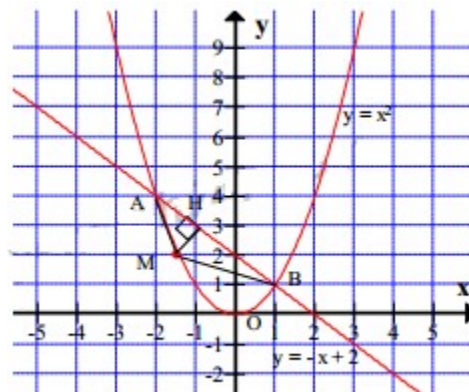
g) Vẽ đồ thị của (P) và (d) trên cùng mặt phẳng tọa độ.

h) Bằng phép tính, xác định tọa độ các giao điểm A, B của (P) và (d) .

i) Tìm tọa độ điểm M trên cung AB của đồ thị (P) sao cho tam giác AMB có diện tích lớn nhất.

Lời giải:

a) Vẽ đồ thị (P) và (d) như hình vẽ



b) Phương trình hoành độ giao điểm của (P) và (d) :

$$x^2 = -x + 2 \Leftrightarrow x^2 + x - 2 = 0 \Leftrightarrow x = 1 \text{ hoặc } x = -2.$$

$$\text{Nếu } x = -2 \text{ thì } y = 4 \Rightarrow A(-2; 4)$$

$$\text{Nếu } x = 1 \text{ thì } y = 1 \Rightarrow B(1; 1)$$

c) Gọi $M(x_M; y_M)$ là điểm thuộc parabol (P) , cung AB sao cho diện tích tam giác AMB lớn nhất.

Điều kiện: $-2 < x_M < 1$ và $0 \leq y_M < 4$

Từ M , kẻ $MH \perp AB$ tại H , ta có:

+ Phương trình đường thẳng $AB: y = -x + 2$.

+ Phương trình đường thẳng MH có dạng: $y = ax + b$. Đường thẳng này vuông góc với AB

Suy ra $a(-1) = -1$. Suy ra: $a = 1$, đường thẳng MH có phương trình $y = x + b$

+ Phương trình hoành độ giao điểm giữa (P) và $MH: x^2 = x + b \Leftrightarrow x^2 - x - b = 0$.

$$\Delta = (-1)^2 - 4.1.(-b) = 1 + 4b$$

$$\Delta = 0 \Leftrightarrow 1 + 4b = 0 \Leftrightarrow b = -\frac{1}{4}$$

Do đó: MH có phương trình: $y = x - \frac{1}{4}$

+ phương trình hoành độ giao điểm giữa AB và $MH: x - \frac{1}{4} = -x + 2 \Leftrightarrow x = \frac{9}{8}$

Khi đó: $y = \frac{9}{8} - \frac{1}{4} = \frac{7}{8}$ và $H\left(\frac{9}{8}; \frac{7}{8}\right)$

+ Phương trình hoành độ giao điểm giữa (P) và $MH: x^2 = x - \frac{1}{4} \Leftrightarrow x^2 - x + \frac{1}{4} = 0$

phương trình có nghiệm kép: $x = \frac{1}{2}$ (thỏa điều kiện)

Khi đó: $y = x - \frac{1}{4} = \frac{1}{2} - \frac{1}{4} = \frac{1}{4}$ (thỏa điều kiện)

Vậy: $M\left(\frac{1}{2}; \frac{1}{4}\right)$

Khi đó:

$$MH = \sqrt{(x_M - x_H)^2 + (y_M - y_H)^2} = \sqrt{\left(\frac{1}{2} - \frac{9}{8}\right)^2 + \left(\frac{1}{4} - \frac{7}{8}\right)^2} = \sqrt{\frac{25}{32}} = \frac{5}{8}\sqrt{2}$$

$$AB = \sqrt{3^2 + 3^2} = 3\sqrt{2}$$

$$\text{Diện tích tam giác } AMB \text{ là } S_{AMB} = \frac{1}{2} \cdot AB \cdot MH = \frac{1}{2} \cdot 3\sqrt{2} \cdot \frac{5}{8}\sqrt{2} = \frac{15}{8} \text{ (đvdt)}$$

Bài 89. TS LỚP 10 Hà Nam 2015 – 2016

Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho Parabol $(P): y = -x^2$ và đường thẳng $(d): y = 3mx - 3$ (với m là tham số).

- Tìm m để đường thẳng (d) đi qua điểm $A(1;3)$.
- Xác định các giá trị của m để (d) cắt (P) tại hai điểm phân biệt sao cho tổng 2 tung độ của hai giao điểm đó bằng -10 .

Lời giải:

a) Đường thẳng (d) đi qua $A(1;3)$ nên $3 = 3m \cdot 1 - 3 \Leftrightarrow m = 2$.

b) Phương trình hoành độ giao điểm của đường thẳng (d) và Parabol (P) là:

$$-x^2 = 3mx - 3 \Leftrightarrow x^2 + 3mx - 3 = 0(*)$$

Ta có $\Delta = 9m^2 + 12 > 0$, với mọi m nên phương trình $(*)$ có hai nghiệm phân biệt.

Do đó, đường thẳng (d) và Parabol (P) cắt nhau tại hai điểm $(x_1; y_1)$ và $(x_2; y_2)$.

Theo định lý Vi-ét ta có: $x_1 + x_2 = -3m; x_1 \cdot x_2 = -3$.

Theo bài ra ta có:

$$y_1 + y_2 = -10 \Leftrightarrow -x_1^2 - x_2^2 = -10$$

$$\Leftrightarrow (x_1 + x_2)^2 - 2x_1x_2 = 10$$

$$\Leftrightarrow 9m^2 + 6 = 10$$

$$\Leftrightarrow m = \pm \frac{2}{3}$$

Bài 90. TS LỚP 10 Trà Vinh 2015 – 2016

Cho hai hàm số $y = 2x + 3$ và $y = x^2$ có đồ thị lần lượt là (d) và (P)

j) Vẽ (d) và (P) trên cùng một hệ trục tọa độ Oxy .

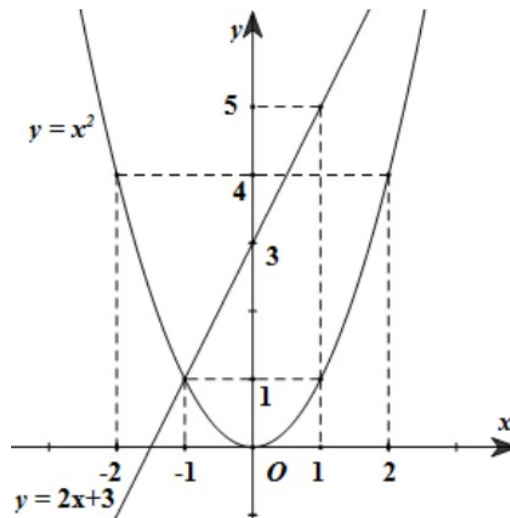
k) Tìm tọa độ giao điểm của (d) và (P) bằng phép toán.

Lời giải:

a) Bảng giá trị:

x	-2	-1	0	1	2
$y = 2x + 3$			3	5	
$y = x^2$	4	1	0	1	4

Đồ thị



b) Phương trình hoành độ giao điểm của (d) và (P) :

$$2x + 3 = x^2 \Leftrightarrow x^2 - 2x - 3 = 0$$

$$\Leftrightarrow (x + 1)(x - 3) = 0 \Leftrightarrow x = -1 \text{ hoặc } x = 3$$

Với $x = -1 \Rightarrow y = (-1)^2 = 1$; với $x = 3 \Rightarrow y = 3^2 = 9$

Vậy tọa độ giao điểm của (d) và (P) là $(-1; 1)$ và $(3; 9)$.

Bài 91. TS LỚP 10 Vĩnh Long 2015 – 2016

Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho parabol $(P): y = x^2$ và đường thẳng

$(d): y = 2(m - 1)x + 5 - 2m$ (m là tham số)

l) Vẽ đồ thị parabol (P) .

m) Biết đường thẳng (d) luôn cắt parabol (P) tại hai điểm phân biệt. Gọi hoành độ giao điểm của đường thẳng (d) và parabol (P) là x_1, x_2 . Tìm m để $x_1^2 + x_2^2 = 6$.

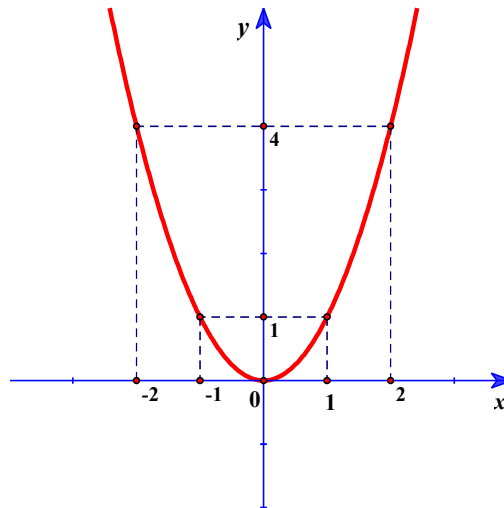
Lời giải:

a) Vẽ đồ thị

Bảng giá trị:

x	-2	-1	0	1	2
$y = x^2$	4	1	0	1	4

Đồ thị:



Phương trình hoành độ giao điểm của (P) và (d) :

$$x^2 = 2(m-1)x + 5 - 2m \Leftrightarrow x^2 - 2(m-1)x + 2m - 5 = 0$$

Theo định lý Vi-ét:
$$\begin{cases} x_1 + x_2 = 2m - 2 \\ x_1 x_2 = 2m - 5 \end{cases}$$

Theo đề bài, ta có:

$$x_1^2 + x_2^2 = 6 \Leftrightarrow (x_1 + x_2)^2 - 2x_1 x_2 = 6 \Leftrightarrow (2m - 2)^2 - 2(2m - 5) = 6 \Leftrightarrow 4m^2 - 12m + 8 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 1 \\ m = 2 \end{cases}$$

Vậy: $m = 1$ hoặc $m = 2$.

Bài 92. TS LỚP 10 Phú Thọ 2015 – 2016

Cho parabol $(P): y = x^2$ và đường thẳng (d) có phương trình: $y = 2(m+1)x - 3m + 2$

a) Tìm tọa độ giao điểm của (P) và (d) với $m = 3$.

b) Chứng minh (P) và (d) luôn cắt nhau tại 2 điểm phân biệt A và B với mọi m .

c) Gọi x_1, x_2 là hoành độ giao điểm của A và B . Tìm m để $x_1^2 + x_2^2 = 20$.

Lời giải:

a) **(1 điểm)**

Thay $m = 3$ ta được $(d): y = 8x - 7$

Phương trình hoành độ giao điểm (P) và (d) khi $m = 3$ là

$$x^2 = 8x - 7 \Leftrightarrow x^2 - 8x + 7 = 0$$

Giải phương trình ta được $x_1 = 1; x_2 = 7$

Tọa độ giao điểm của (P) và (d) là $(1;1);(7;49)$

b) **(0,5 điểm)**

Xét phương trình hoành độ giao điểm của (P) và (d) là:

$$x^2 - 2(m+1)x + 3m - 2 = 0 \quad (1)$$

$$\Delta' = m^2 + 2m + 1 - 3m + 2 = m^2 - m + 3 = \left(m - \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{11}{4} > 0 \forall m$$

Nên phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt $\forall m$ suy ra (P) và (d) luôn cắt nhau tại 2 điểm phân biệt A, B với mọi m .

c) **(0,5 điểm)**

Ta có: $x_1; x_2$ là nghiệm phương trình (1) vì $\Delta' > 0 \forall m$. Theo Vi-et ta có:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = 2m + 2 \\ x_1 x_2 = 3m - 2 \end{cases}$$

$$x_1^2 + x_2^2 = 20 \Leftrightarrow (x_1 + x_2)^2 - 2x_1 x_2 = 20 \Leftrightarrow (2m + 2)^2 - 2(3m - 2) = 20$$

$$\Leftrightarrow 2m^2 + m - 6 = 0 \Leftrightarrow (m - 2)(2m + 3) \Leftrightarrow \begin{cases} m = 2 \\ m = -\frac{3}{2} \end{cases}$$

Bài 93. TS LỚP 10 An Giang 2015 – 2016

Cho hàm số $y = x^2$ có đồ thị là Parabol (P)

a) Vẽ đồ thị hàm số đã cho trên mặt phẳng tọa độ Oxy .

b) Viết phương trình đường thẳng (d) đi qua điểm nằm trên Parabol (P) có hoành độ $x = 2$ và có hệ số góc k . Với giá trị k nào thì (d) tiếp xúc (P) ?

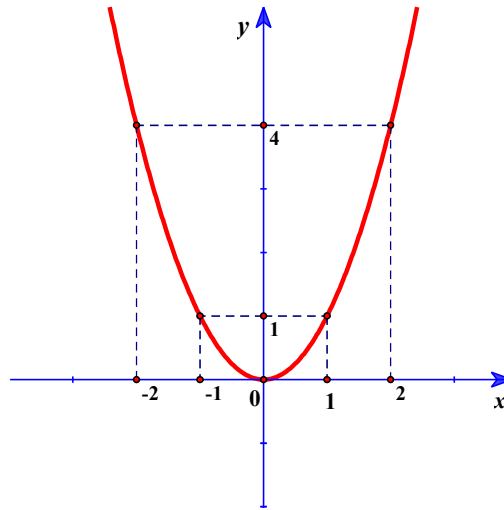
Lời giải:

a)

Bảng giá trị:

x	-2	-1	0	1	2
$y = x^2$	4	1	0	1	4

Đồ thị hàm số là hình vẽ



b) Đường thẳng (d) có hệ số góc k nên có dạng $y = kx + b$

Điểm thuộc (P) có hoành độ $x = 2 \Rightarrow y = 4$

(d) qua $(2; 4) \Rightarrow 4 = k \cdot 2 + b \Rightarrow b = -2k + 4$

Suy ra $(d): y = kx - 2k + 4$

Đường thẳng (d) tiếp xúc (P) khi đó phương trình sau có nghiệm kép

$$x^2 = kx - 2k + 4 \Leftrightarrow x^2 - kx + 2k - 4 = 0$$

$$\Delta = k^2 - 8k + 16$$

Phương trình có nghiệm kép khi $\Delta = 0 \Leftrightarrow k^2 - 8k + 16 = 0 \Leftrightarrow k = 4$

Vậy $k = 4$.

Bài 94. TS LỚP 10 Cần Thơ 2015 – 2016

Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho $(P): y = -\frac{1}{2}x^2$.

a) Vẽ đồ thị của (P) .

b) Gọi $A(x_1, y_1)$ và $B(x_2, y_2)$ là hoành độ giao điểm của (P) và $(d): y = x - 4$. Chứng minh:

$$y_1 + y_2 - 5(x_1 + x_2) = 0$$

Lời giải:

a) $(P): y = -\frac{1}{2}x^2$

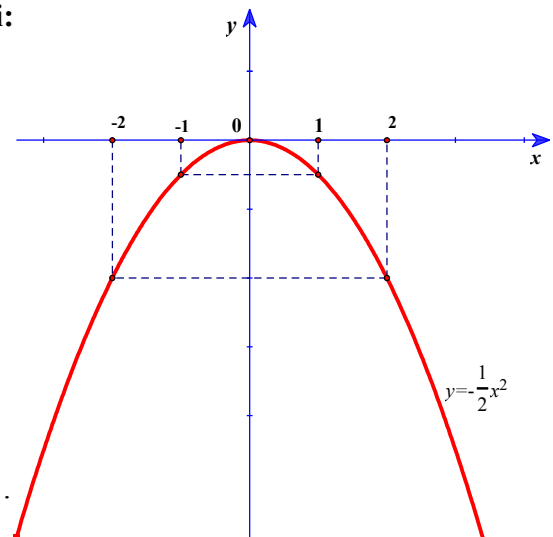
Phương trình hoành độ giao điểm của (P) và (d) :

$$-\frac{1}{2}x^2 = x - 4 \Leftrightarrow x^2 + 2x - 8 = 0$$

Giải phương trình ta được: $x = 2; x = -4$

Tọa độ giao điểm là: $(2; -2)$ và $(-4; -8)$

Khi đó: $y_1 + y_2 - 5(x_1 + x_2) = -2 + (-8) - 5(2 - 4) = 0$.



Bài 95. TS LỚP 10 Bình Phước 2014–2015

Cho parabol $(P): y = -x^2$ và đường thẳng $d: y = 3x + 2$.

- a) Vẽ parabol (P) và đường thẳng d trên cùng một hệ trục tọa độ.
 b) Viết phương trình đường thẳng d' vuông góc với đường thẳng d và tiếp xúc với (P) .

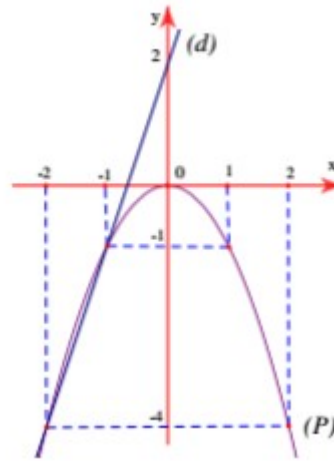
Lời giải:

- a) + Bảng một số giá trị của (P) :

x	-2	-1	0	1	2
$y = x^2$	-4	-1	0	-1	-4

+ (d) đi qua 2 điểm $(0;2)$ và $(-1;-1)$.

+ Đồ thị:



- b) d' có dạng: $y = a'x + b'$; $d' \perp d \Leftrightarrow a \cdot a' = -1$

với $a = 3 \Rightarrow a' = \frac{-1}{3} \Rightarrow d': y = \frac{-1}{3}x + b'$

Phương trình hoành độ giao điểm của (P) và d' : $-x^2 = \frac{-1}{3}x + b' \Leftrightarrow x^2 - \frac{1}{3}x + b' = 0(*)$

PT $(*)$ có $\Delta = \frac{1}{9} - 4b'$

d tiếp xúc với (P) khi $\Delta = \frac{1}{9} - 4b' = 0 \Leftrightarrow b' = \frac{1}{36}$

Vậy d' có phương trình: $y = \frac{-1}{3}x + \frac{1}{36}$

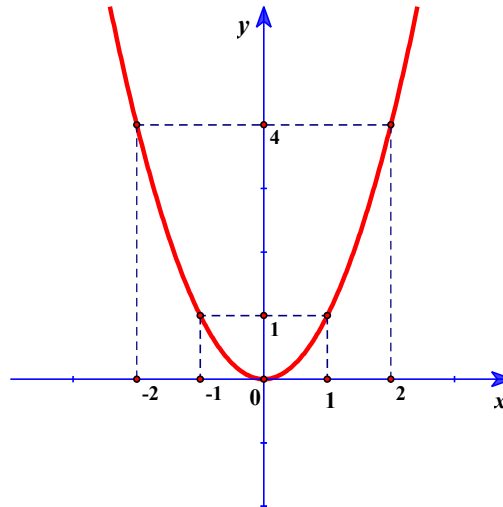
Bài 96. TS LỚP 10 Đà Nẵng 2014–2015

Cho hàm số $y = x^2$ có đồ thị (P) và hàm số $y = 4x + m$ có đồ thị (d_m)

- a) Vẽ đồ thị (P) .
 b) Tìm tất cả các giá trị của m sao cho (d_m) và (P) cắt nhau tại hai điểm phân biệt, trong đó tung độ của một trong hai giao điểm đó bằng 1.

Lời giải:

a) Vẽ đồ thị (P) .



b) Phương trình hoành độ giao điểm của $y = x^2$ và đường thẳng $y = 4x + m$ là :

$$x^2 = 4x + m \Leftrightarrow x^2 - 4x - m = 0 \quad (1)$$

(1) có $\Delta = 4 + m$

Để (d_m) và (P) cắt nhau tại hai điểm phân biệt thì $\Delta' > 0 \Leftrightarrow 4 + m > 0 \Leftrightarrow m > -4$

$$y = 4x + m = 1 \Rightarrow x = \frac{1-m}{4}$$

Yêu cầu của bài toán tương đương với

$$\begin{cases} m > -4 \\ 2 \pm \sqrt{4+m} = \frac{1-m}{4} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > -4 \\ \sqrt{4+m} = \frac{-7-m}{4} \end{cases} \text{ hay } \begin{cases} m > -4 \\ -\sqrt{4+m} = \frac{-7-m}{4} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m > -4 \\ m < -7 \\ \sqrt{4+m} = \frac{-7-m}{4} \end{cases} \quad (L) \text{ hay } \begin{cases} m > -4 \\ m > -7 \\ 4\sqrt{4+m} = 7+m \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m > -4 \\ m^2 - 2m - 15 = 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m > -4 \\ m = -3 \Leftrightarrow m = -3 \text{ hay } m = 5 \\ m = 5 \end{cases}$$

Bài 97. TS LỚP 10 Hà Nam 2014–2015

Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho Parabol (P) có phương trình $y = x^2$ và đường thẳng (d) có phương trình: $y = -2x + m$ (với m là tham số).

a) Tìm giá trị của m để (d) cắt (P) tại điểm có hoành độ là 2.

- b) Tìm giá trị của m để (d) cắt tại hai điểm phân biệt có hoành độ $x_1; x_2$ thỏa mãn hệ thức $x_1^2 + x_2^2 = 6x_1^2 x_2^2$.

Lời giải:

- a) Điểm thuộc Parabol $(P): y = x^2$ có hoành độ $x = 2$ nên tung độ $y = 2^2 = 4$

(d) cắt (P) tại điểm có hoành độ bằng 2 $\Leftrightarrow 4 = -2.2 + m \Leftrightarrow m = 8$

Vậy $m = 8$ là giá trị cần tìm

- b) Phương trình hoành độ giao điểm của (d) và (P) là:

$$x^2 = -2x + m \Leftrightarrow x^2 + 2x - m = 0(*)$$

(d) cắt (P) tại hai điểm phân biệt $\Leftrightarrow \Delta' = 1 + m > 0 \Leftrightarrow m > -1$

Với $m > -1$ thì (d) cắt (P) tại hai điểm phân biệt có hoành độ $x_1; x_2$.

Nên theo hệ thức Vi-ét: $\begin{cases} x_1 + x_2 = -2 \\ x_1 x_2 = -m \end{cases}$

$$\text{mà } x_1^2 + x_2^2 = (x_1 + x_2)^2 - 2x_1 x_2 = 6x_1^2 x_2^2$$

$$\Leftrightarrow (-2)^2 - 2(-m) = 6(-m)^2 \Leftrightarrow 3m^2 - m - 2 = 0 \Leftrightarrow m_1 = 1; m_2 = \frac{-2}{3}$$

Vậy $m_1 = 1; m_2 = \frac{-2}{3}$ là các giá trị cần tìm.

Bài 98. TS LỚP 10 Hà Nội 2014–2015

Trên mặt phẳng tọa độ Oxy cho đường thẳng $(d): y = -x + 6$ và parabol $(P): y = x^2$.

- a) Tìm tọa độ các giao điểm của (d) và (P) .
b) Gọi A, B là hai giao điểm của (d) và (P) . Tính diện tích tam giác OAB .

Lời giải:

- a) Phương trình hoành độ giao điểm của (d) và (P) là: $x^2 + x - 6 = 0$

$$\Delta = 25 > 0 \Rightarrow \text{phương trình có 2 nghiệm phân biệt } x = 2; x = -3$$

$$\text{Với } x = 2 \Rightarrow y = 4 \Rightarrow A(2; 4)$$

$$\text{Với } x = -3 \Rightarrow y = 9 \Rightarrow B(-3; 9)$$

Vậy d cắt (P) tại 2 điểm phân biệt $(2; 4)$ và $(-3; 9)$.

- b) Gọi A', B' lần lượt là hình chiếu của A và B xuống trục hoành.

$$\text{Ta có } S_{\Delta OAB} = S_{AA'B'B} - S_{\Delta OAA'} - S_{\Delta OBB'}$$

$$\text{Ta có: } A'B' = |x_{B'} - x_{A'}| = x_{B'} - x_{A'} = 5, AA' = y_A = 9; BB' = y_B = 4$$

Diện tích hình thang :

$$S_{AA'B'B} = \frac{AA' + BB'}{2} \cdot A'B' = \frac{9+4}{2} \cdot 5 = \frac{65}{2} (dvdt)$$

$$S_{\Delta OAA'} = \frac{1}{2} A'A \cdot A'O = \frac{27}{2} (dvdt)$$

$$S_{\Delta OBB'} = \frac{1}{2} B'B \cdot B'O = 4 (dvdt)$$

$$S_{\Delta OAB} = S_{AA'B'B} - S_{\Delta OAA'} - S_{\Delta OBB'} = \frac{65}{2} - \frac{27}{2} - 4 = 15 (dvdt)$$

Bài 99. TS LỚP 10 Kon Tum 2014–2015

- a) Vẽ đồ thị hai hàm số: $y = x^2$ và $y = x + 2$ trên cùng hệ trục tọa độ Oxy .
- b) Xác định đường thẳng $y = ax + b$ biết rằng đường thẳng này song song với đường thẳng $y = -3x + 5$ và cắt Parabol $y = 2x^2$ tại điểm A có hoành độ bằng -1 .

Lời giải:

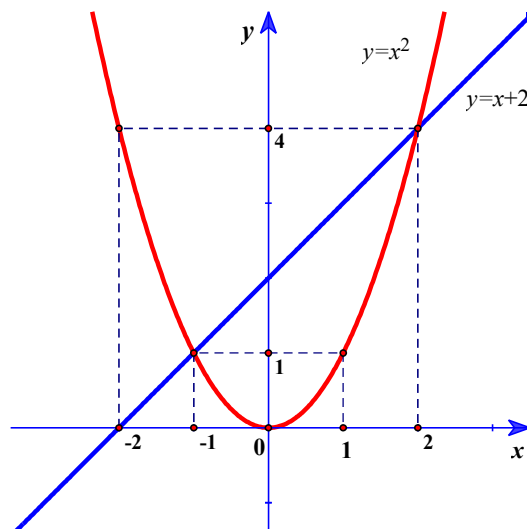
- a) Gọi (P) và (d) là đồ thị của 2 hàm số: $y = x^2$ và $y = x + 2$

$$y = x^2$$

x	-1	0	1
y	1	0	1

$$y = x + 2$$

x	0	-2
y	2	0



- b) Phương trình đường thẳng (d') có dạng $y = ax + b$

Vì (d') song song với đường thẳng $y = -3x + 5 \Rightarrow a = -3$ và $b \neq 5 \Rightarrow (d'): y = -3x + b$

A thuộc Parabol: $y = 2x^2 \Rightarrow y_A = 2(-1)^2 = 2$

Suy ra tọa độ $A(-1; 2) \in (d')$

$$\Rightarrow 2 = (-3) \cdot (-1) + b \Leftrightarrow b = -1 \Leftrightarrow (d'): y = -3x - 1$$

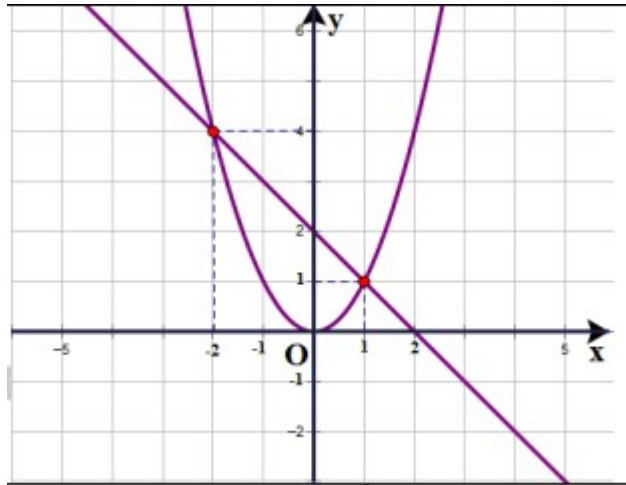
Bài 100. TS LỚP 10 Long An 2014–2015

Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho Parabol $(P): y = x^2$ và đường thẳng $(d): y = -x + 2$.

- Hãy vẽ (P) và (d) trên cùng một mặt phẳng tọa độ Oxy .
- Tìm tọa độ giao điểm của (P) và (d) .
- Viết phương trình đường thẳng $(d_1): y = ax + b$. Biết rằng (d_1) song song với (d) và cắt (P) tại điểm A có hoành độ là 2.

Lời giải:

- Hãy vẽ (P) và (d)



- Tìm tọa độ giao điểm của (P) và (d) .

Dựa vào đồ thị hàm số ta có: hai giao điểm $(1;1)$ và $(2;4)$.

- (d_1) song song với $(d) \Rightarrow a = -1$

Ta có $A(2;4)$ thuộc $(P) \Rightarrow 2a + b = 4 \Rightarrow b = 6$

Vậy $(d_1): y = -x + 6$.

Bài 101. TS LỚP 10 Thái Bình 2014–2015

Cho parabol $(P): y = x^2$ và đường thẳng $(d): y = 2(m+3)x - 2m + 2$ (m là tham số).

- Với $m = -5$, tìm tọa độ giao điểm của parabol (P) và đường thẳng (d) .
- Chứng minh rằng: với mọi m parabol (P) và đường thẳng (d) cắt nhau tại hai điểm phân biệt. Tìm m sao cho hai giao điểm đó có hoành độ dương.
- Tìm điểm cố định mà đường thẳng (d) luôn đi qua với mọi m .

Lời giải:

- Với $m = -5$, (d) có phương trình $y = -4x + 12$

Hoành độ giao điểm của (P) và (d) là nghiệm phương trình:

$$x^2 = -4x + 12 \Leftrightarrow x^2 + 4x - 12 = 0 \Leftrightarrow (x+6)(x-2) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -6 \\ x = 2 \end{cases}$$

$$+ x = -6 \Rightarrow y = 36$$

$$+ x = 2 \Rightarrow y = 4$$

Vậy với $m = -5$, thì (P) và (d) cắt nhau tại hai điểm $(-6; 36), (2; 4)$.

b) Hoành độ giao điểm của (P) và (d) là nghiệm phương trình:

$$x^2 = 2(m+3)x - 2m + 2 \Leftrightarrow x^2 - 2(m+3)x - 2m - 2 = 0 \quad (1)$$

$$\Delta' = (m+3)^2 - (2m-2) = m^2 + 4m + 11 = (m+2)^2 + 6 > 0 \forall m$$

Do đó (1) có hai nghiệm phân biệt với mọi m suy ra (P) và (d) cắt nhau tại hai điểm phân biệt m .

$x_1; x_2$ là hai nghiệm của phương trình (1), áp dụng định lý Viet ta có:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = 2(m+3) \\ x_1 x_2 = 2m - 2 \end{cases}$$

Hai giao điểm đó có hoành độ dương khi và chỉ khi

$$\begin{cases} x_1 + x_2 > 0 \\ x_1 x_2 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2(m+3) > 0 \\ 2m - 2 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > -3 \\ m > 1 \end{cases} \Leftrightarrow m > 1$$

Vậy với $m > 1$ thì (P) và (d) cắt nhau tại hai điểm phân biệt với hoành độ dương.

c) Gọi điểm cố định mà đường thẳng (d) đi qua với mọi m là $(x_0; y_0)$ ta có:

$$y_0 = 2(m+3)x_0 - 2m + 2 \quad \forall m$$

$$\Leftrightarrow m(2x_0 - 2) + 6x_0 - y_0 + 2 = 0 \quad \forall m$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2x_0 - 2 = 0 \\ 6x_0 - y_0 + 2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_0 = 1 \\ y_0 = 8 \end{cases}$$

Vậy với mọi m thì đường thẳng (d) luôn đi qua $(1; 8)$.

Bài 102. TS LỚP 10 Thanh Hóa 2014–2015

Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho đường thẳng $(d): y = mx - 3$ tham số m và Parabol $(P): y = x^2$.

a) Tìm m để đường thẳng (d) đi qua điểm $A(1; 0)$.

b) Tìm m để đường thẳng (d) cắt Parabol (P) tại hai điểm phân biệt có hoành độ lần lượt là

$$x_1; x_2 \text{ thỏa mãn } |x_1 - x_2| = 2.$$

Lời giải:

a) Đường thẳng (d) đi qua điểm $A(1; 0)$ nên có $0 = m \cdot 1 - 3 \Leftrightarrow m = 3$.

b) Xét phương trình hoành độ giao điểm giữa (d) và $(P): x^2 - mx + 3 = 0$

$$\text{Có } \Delta = m^2 - 12$$

(d) cắt (P) tại hai điểm phân biệt có hoành độ lần lượt là x_1, x_2 khi

$$\Delta = m^2 - 12 > 0 \Leftrightarrow m^2 > 12 \Leftrightarrow \begin{cases} m > 2\sqrt{3} \\ m < -2\sqrt{3} \end{cases}$$

$$\text{Áp dụng hệ thức Vi – Ét ta có: } \begin{cases} x_1 + x_2 = m \\ x_1 x_2 = 3 \end{cases}$$

Theo bài ra ta có

$$|x_1 - x_2| = 2 \Leftrightarrow (x_1 - x_2)^2 = 4 \Leftrightarrow (x_1 + x_2)^2 - 4x_1x_2 = 4$$

$$\Leftrightarrow m^2 - 4.3 = 4 \Leftrightarrow m^2 = 16 \Leftrightarrow m = \pm 4$$

Vậy $m = \pm 4$ là giá trị cần tìm.

Bài 103. TS LỚP 10 Thừa Thiên Huế 2014–2015

Cho hàm số $y = ax^2$ có đồ thị (P) và đường thẳng $(d): y = mx + m - 3$

- Tìm a để đồ thị (P) đi qua điểm $B(2; -2)$.
- Chứng minh rằng đường thẳng (d) luôn cắt đồ thị (P) tại hai điểm phân biệt C và D với mọi giá trị của m .
- Gọi x_C và x_D lần lượt là hoành độ của hai điểm C và D . Tìm các giá trị của m sao cho $x_C^2 + x_D^2 - 2x_Cx_D - 20 = 0$

Lời giải:

- (P) đi qua điểm $B(2; -2)$ nên ta có: $-2 = a.2^2 \Leftrightarrow a = -\frac{1}{2}$

Vậy $(P): y = -\frac{1}{2}x^2$

- Phương trình hoành độ giao điểm của (P) và (d) là:

$$-\frac{1}{2}x^2 = mx + m - 3 \Leftrightarrow x^2 + 2mx + 2m - 6 = 0(*)$$

$$\Delta' = m^2 - (2m - 6) = m^2 - 2m + 6 = (m - 1)^2 + 5 > 0 \forall m$$

Do đó, đường thẳng (d) luôn cắt đồ thị (P) tại hai điểm phân biệt C và D với mọi giá trị của m .

- Áp dụng định lý Vi-ét ta có: $\begin{cases} x_C + x_D = -2m \\ x_Cx_D = 2m - 6 \end{cases}$

Theo giả thiết

$$x_C^2 + x_D^2 - 2x_Cx_D - 20 = 0 \Leftrightarrow (x_C + x_D)^2 - 4x_Cx_D - 20 = 0$$

$$\Leftrightarrow (-2m)^2 - 4(2m - 6) - 20 = 0 \Leftrightarrow 4m^2 - 8m + 4 = 0$$

$$\Leftrightarrow 4(m - 1)^2 = 0 \Leftrightarrow m = 1$$

Vậy với $m = 1$ thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Bài 104. TS LỚP 10 Tiền Giang 2014–2015

Trong mặt phẳng tọa độ cho Parabol $(P): y = x^2$ và đường thẳng $(d): y = x + 2$

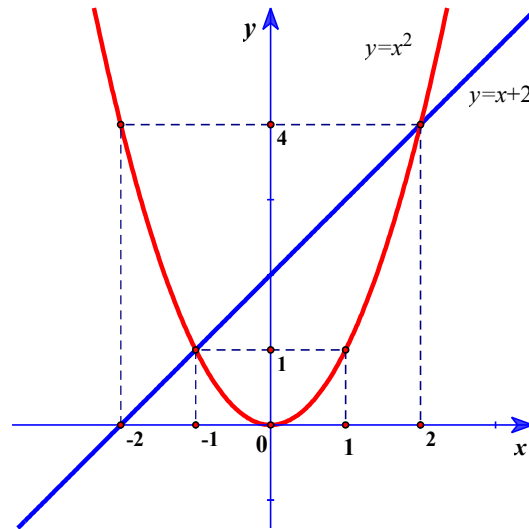
- Vẽ (P) và (d) trên cùng một hệ trục tọa độ.
- Tìm tọa độ giao điểm A và B của (P) và (d) bằng phép tính.
- Tính độ dài đoạn AB .

Lời giải:

- Vẽ (P) và (d)

Lập bảng giá trị (có ít nhất 5 giá trị)

x	-2	-1	0	1	2
y	4	1	0	1	4



Phương trình hoành độ giao điểm của (P) và (d) là:

$$x^2 = x + 2 \Leftrightarrow x^2 - x - 2 = 0$$

Ta có: $a - b + c = 1 - (-1) - 2 = 0$ nên phương trình có nghiệm 2 nghiệm $x_1 = -1; x_2 = 2$

Từ đó tính được: $y_1 = 1; y_2 = 4$

Vậy tọa độ giao điểm giữa (P) và (d) là: $A(-1; 1); B(2; 4)$

Áp dụng công thức tính khoảng cách ta có:

$$AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2} = \sqrt{3^2 + 3^2} = \sqrt{18} = 3\sqrt{2} \text{ (đvdt)}$$

Bài 105. TS LỚP 10 Bà Rịa Vũng Tàu 2014–2015

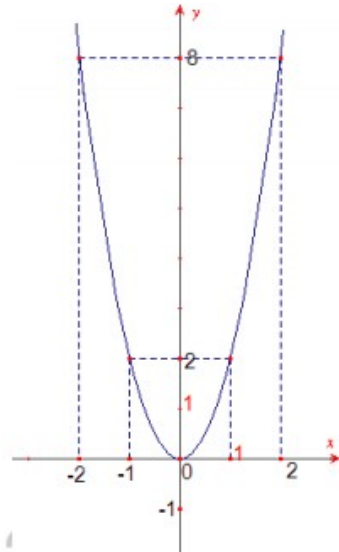
Cho parabol $(P): y = 2x^2$ và đường thẳng $(d): y = x - m + 1$ (với m là tham số)

- Vẽ Parabol (P) .
- Tìm tất cả các giá trị của m để (P) cắt (d) có đúng một điểm chung.
- Tìm tọa độ các điểm thuộc (P) có hoành độ bằng hai lần tung độ.

Lời giải:

- Vẽ đồ thị hàm số:

x	-2	-1	0	1	2
$y = 2x^2$	8	2	0	2	8



b) Xét phương trình hoành độ giao điểm của (P) và (d) :

$$2x^2 = x - m + 1 \Leftrightarrow 2x^2 - x + m - 1 = 0$$

$$\Delta = (-1)^2 - 4.2.(m-1) = 9 - 8m$$

Để (P) và (d) có một điểm chung thì : $\Delta = 0 \Leftrightarrow 9 - 8m = 0 \Leftrightarrow m = \frac{9}{8}$

Vậy với $m = \frac{9}{8}$ thì (P) và (d) có một điểm chung.

c) Điểm thuộc (P) mà hoành độ bằng hai lần tung độ nghĩa là $x = 2y$ nên ta có:

$$y = 2(2y)^2 \Leftrightarrow y = 8y^2 \Leftrightarrow \begin{cases} y = 0 \\ y = \frac{1}{8} \end{cases}$$

Vậy điểm thuộc (P) mà hoành độ bằng hai lần tung độ là $(0;0); \left(\frac{1}{4}; \frac{1}{8}\right)$.