

HÌNH CHÓP ĐỀU

HÌNH CHÓP ĐỀU – HÌNH CHÓP CỤT ĐỀU

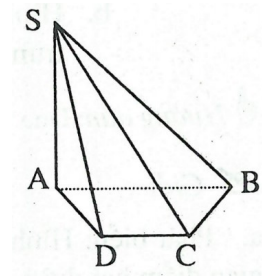
A. BÀI GIẢNG Củng cố kiến thức nền

1. HÌNH CHÓP

Định nghĩa: Hình chóp là hình có mặt đáy là một đa giác và các mặt bên là các tam giác có chung đỉnh.

Hình bên cho ta hình ảnh của hình chóp $S.ABCD$, và ở đó:

1. Điểm S được gọi là *đỉnh* của hình chóp.
2. Các đoạn SA, SB, SC, SD được gọi là *các cạnh bên* của hình chóp.
3. Các tam giác SAB, SBC, SCD, SAD được gọi là *các mặt bên* của hình chóp.
4. Mặt $ABCD$ là *đáy* của hình chóp.
5. Hình chóp này có đáy là tứ giác nên gọi là *hình chóp tứ giác*.

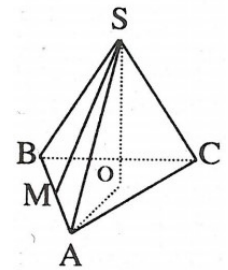


2. HÌNH CHÓP ĐỀU

Định nghĩa: Hình chóp đều là hình chóp có đáy là một đa giác đều, các mặt bên là tam giác cân bằng nhau có chung đỉnh.

Hình bên cho ta hình ảnh của hình chóp tam giác đều $S.ABC$, và ở đó:

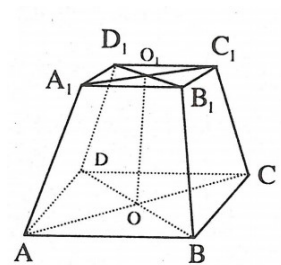
1. Điểm S được gọi là *đỉnh* của hình chóp.
2. Các đoạn SA, SB, SC bằng nhau được gọi là *các cạnh bên* của hình chóp.
3. Các tam giác SAB, SBC, SAC là các tam giác cân đỉnh S , chúng được gọi là *các mặt bên* của hình chóp.
4. ABC là một tam giác đều và nó được gọi là *đáy* của hình chóp.
5. Đoạn SM (với M là trung điểm của AB) được gọi là *trung đoạn*.
6. Đoạn SO (với O là tâm của đáy ABC) được gọi là *đường cao*.
7. Hình chóp này có đáy là tam giác đều nên gọi là *hình chóp tam giác đều*.



3. HÌNH CHÓP CỤT ĐỀU

Định nghĩa: Cắt một hình chóp đều bằng một mặt phẳng song song với đáy, phần hình chóp nằm giữa mặt phẳng đó và mặt phẳng đáy là một hình chóp cắt đều.

Hình bên cho ta hình ảnh của hình chóp cắt đều $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ và ở đó mỗi mặt bên của nó đều là những hình thang cân bằng nhau.



B. PHƯƠNG PHÁP GIẢI TOÁN

Ví dụ 1: Hãy xét sự đúng, sai của các phát biểu sau:

- a. Hình chóp đều có đáy là hình thoi và chân đường cao trùng với giao điểm hai đường chéo của đáy.

- b. Hình chóp đều có đáy là hình chữ nhật và chân đường cao trùng với giao điểm hai đường chéo của đáy.

❖ *Hướng dẫn:* Dựa vào định nghĩa của hình chóp đều.

📌 *Giải:*

a. Phát biểu: Hình chóp đều có đáy là hình thoi và chân đường cao trùng với giao điểm hai đường chéo của đáy là sai:

Vì hình thoi không phải là một đa giác đều nên hình chóp có đáy là hình thoi không phải là hình chóp đều.

b. Phát biểu: Hình chóp đều có đáy là hình chữ nhật và chân đường cao trùng với giao điểm hai đường chéo của đáy là sai.

Vì hình chữ nhật không phải là đa giác đều nên hình chóp có mặt đáy là hình chữ nhật không phải là hình chóp đều.

Ví dụ 2: Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$, gọi O là giao điểm của AC và BD .

a. Chứng minh rằng $SO \perp (ABCD)$.

b. Chứng minh rằng $(SAC) \perp (SBD)$.

❖ *Hướng dẫn:* Dựa vào định nghĩa của hình chóp đều.

📌 *Giải:*

a. Ta lần lượt có:

▪ Trong ΔSAC , ta có: $SA = SC \Leftrightarrow \Delta SAC$ cân tại $S \Rightarrow SO \perp AC$ (1)

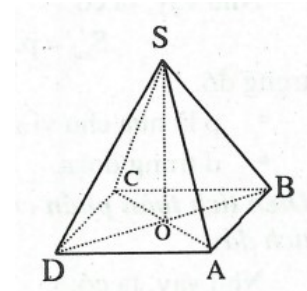
▪ Trong ΔSBD , ta có: $SB = SD \Leftrightarrow \Delta SBD$ cân tại $S \Rightarrow SO \perp BD$ (2)

Từ (1),(2) suy ra $SO \perp (ABCD)$

b. Từ kết quả câu a), ta có: $SO \perp AC$ (3)

Mặt khác, vì $ABCD$ là hình vuông nên $BD \perp AC$ (4)

Từ (3) và (4) suy ra: $(SBD) \perp AC \in (SAC) \Rightarrow (SAC) \perp (SBD)$



Ví dụ 3: Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$ có chiều cao h và cạnh đáy bằng a . Gọi M, N theo thứ tự là trung điểm của AB và CD . Tìm mối liên hệ giữa a và h để ΔSMN là tam giác đều.

❖ *Hướng dẫn:* Sử dụng điều kiện về đường trung tuyến trong tam giác đều.

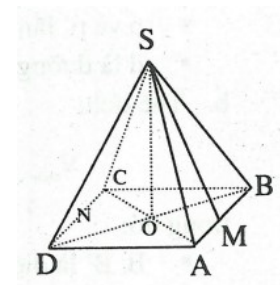
📌 *Giải:*

Trong ΔSMN , ta có: $MN = BC = a$

Do đó, để ΔSMN là tam giác đều điều kiện là:

$$SO = \frac{MN\sqrt{3}}{2} \Leftrightarrow h = \frac{a\sqrt{3}}{2}$$

Vậy, với $h = \frac{a\sqrt{3}}{2}$ thì ΔSMN là tam giác đều.



PHIẾU BÀI TỰ LUYỆN

Dạng 1: Biến đổi công thức tính các đại lượng

Bài 1: Cho hình chóp có diện tích đáy và chiều cao. Em hãy điền vào ô trống

Diện tích đáy	20	45		12	15
Chiều cao	15		18		30
V hình chóp		390	66	48	

Bài 2: Cho hình chóp đều có đáy là tam giác đều . Điền vào ô trống

Cạnh tam giác	10		24		15
Diện tích đáy		173.21		27.71	
Chiều cao	12	15			20
V hình chóp			831.38	166.28	

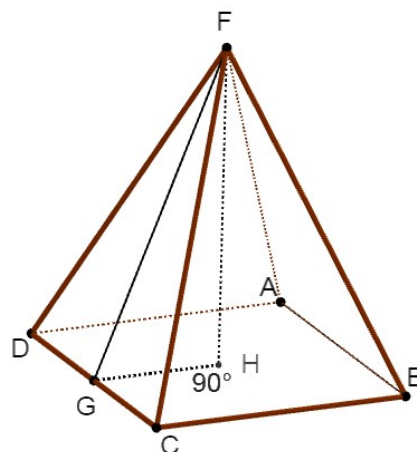
Bài 3: Cho hình chóp đều có đáy là hình vuông. Điền vào ô trống

Cạnh hình vuông		15		25	30
Diện tích đáy	100		400		
Chiều cao	12			18	
V hình chóp		1050	2000		6300

Dạng 2 : Những bài toán về tự luận.

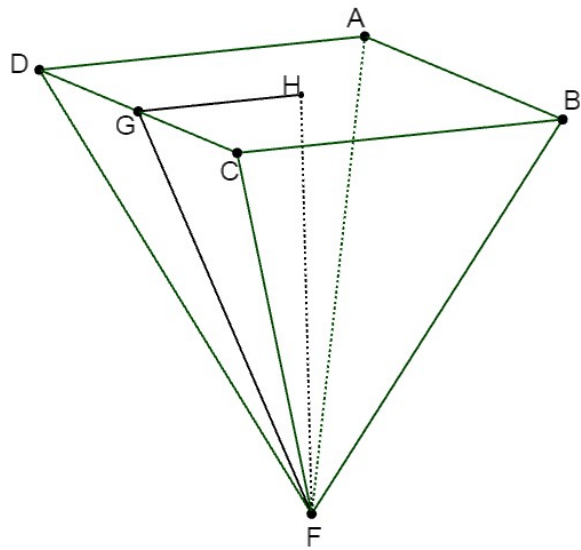
Bài 1: Cho $AB = 10cm$, $FG = 15cm$.

- Tính diện tích xung quanh của hình chóp?
- Tính thể tích của hình chóp?



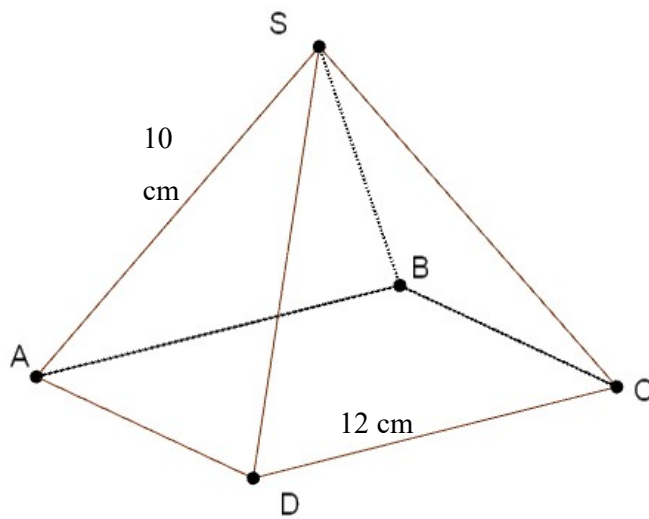
Bài 2: Cho diện tích xung quanh bằng $6000m^2$, $GF = 50m$.

- Tính Cạnh đáy AB ?
- Tính diện tích đáy?
- Tính thể tích của hình chóp?

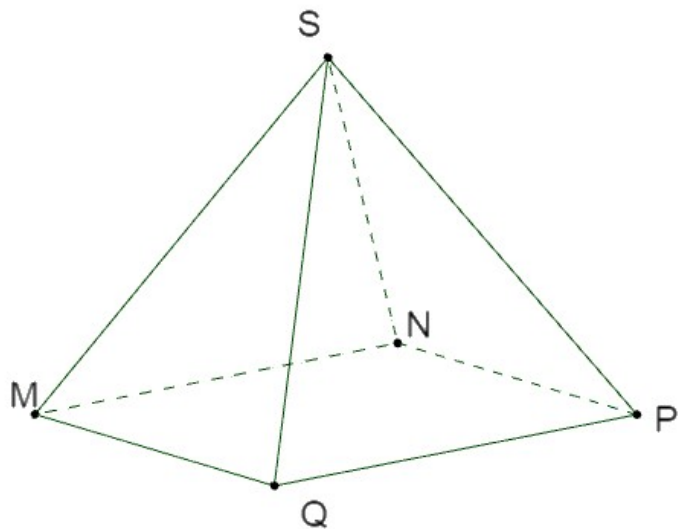


Bài 3: Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có độ dài cạnh đáy là $12cm$, cạnh bên $SA = 10cm$.

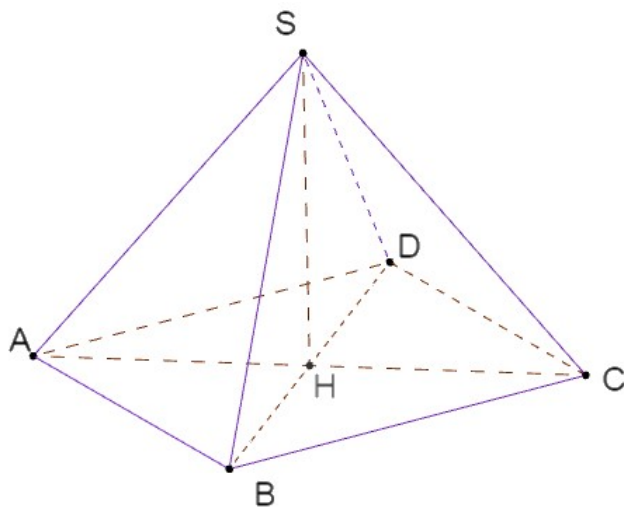
- Diện tích toàn phần hình chóp
- Thể tích hình chóp



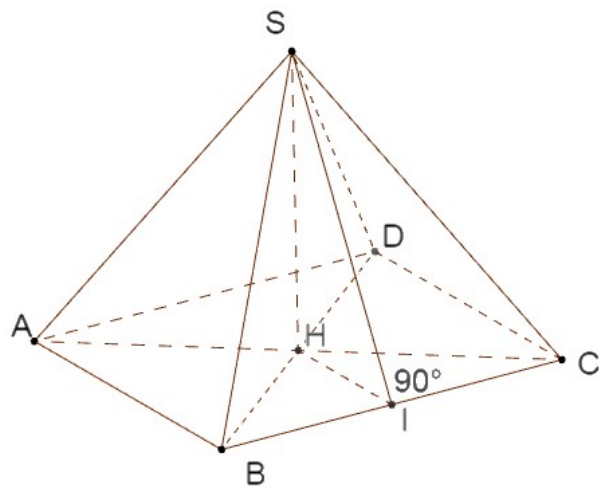
Bài 4: Một hình chóp tứ giác đều có độ dài cạnh bên bằng 30cm , đáy là hình vuông $MNPQ$ cạnh 48cm . Tính diện tích toàn phần của hình chóp.



Bài 5: Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy $AB = \sqrt{162}\text{cm}$, cạnh bên $SA = 15\text{ cm}$. Tính chiều cao và thể tích của hình chóp.



Bài 6: Một hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có độ dài cạnh đáy là $AB = 12\text{cm}$, cạnh bên $SA = 10\text{cm}$.
 Tính diện tích toàn phần của hình chóp.



LỜI GIẢI PHIẾU BÀI TỰ LUYỆN

Dạng 1: Biến đổi công thức tính các đại lượng

Bài 1: Cho hình chóp có diện tích đáy và chiều cao. Em hãy điền vào ô trống

Diện tích đáy	20	45	11	12	15
Chiều cao	15	26	18	12	30
V hình chóp	100	390	66	48	150

Bài 2: Cho hình chóp đều có đáy là tam giác đều . Điền vào ô trống

Cạnh tam giác	10	20	24	8	15
Diện tích đáy	43.3	173.21	249.42	27.71	97.43
Chiều cao	12	15	10	18	20
V hình chóp	173.21	866.03	831.38	166.28	649.52

Bài 3: Cho hình chóp đều có đáy là hình vuông. Điền vào ô trống

Cạnh hình vuông	10	15	20	25	30
Diện tích đáy	100	225	400	625	900
Chiều cao	12	14	15	18	21
V hình chóp	400	1050	2000	3750	6300

Dạng 2 : Những bài toán tự luận

Bài 1: Cho hình chóp $F.ABCD$. Có $AB = 10cm$, $FG = 15cm$.

- Tính diện tích xung quanh của hình chóp?
- Tính thể tích của hình chóp?

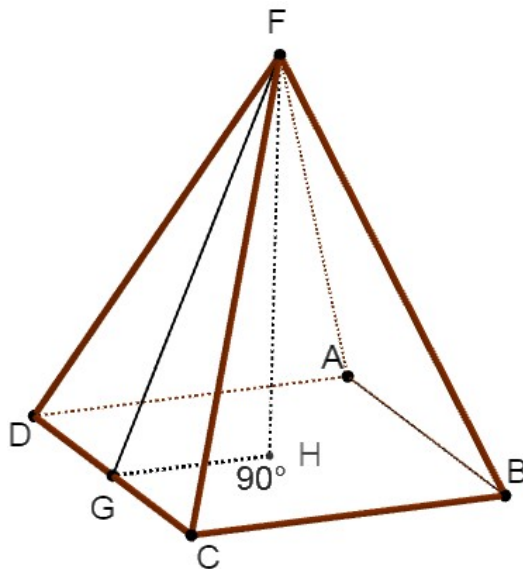
Giải:

Diện tích xung quanh của hình chóp

$$S_{xq} = \frac{1}{2} FG.DC.4 = \frac{1}{2} 15.10.4 = 300cm^2$$

Thể tích của hình chóp

$$\begin{aligned} V_{S.ABCD} &= \frac{1}{3} S_{ABCD} .h = \frac{1}{3} AB^2 .FH \\ &= \frac{1}{3} 10^2 .\sqrt{GF^2 - HG^2} \\ &= \frac{1}{3} 10^2 .\sqrt{15^2 - 5^2} = \frac{1000}{3} \sqrt{2} cm^3 \end{aligned}$$



Bài 2: Diện tích xung quanh hình chóp $F.ABCD$ bằng $6000m^2$, $GF = 50m$.

- Tính Cạnh đáy AB ?
- Tính diện tích đáy?
- Tính thể tích của hình chóp?

Giải

a) Cạnh đáy AB dài

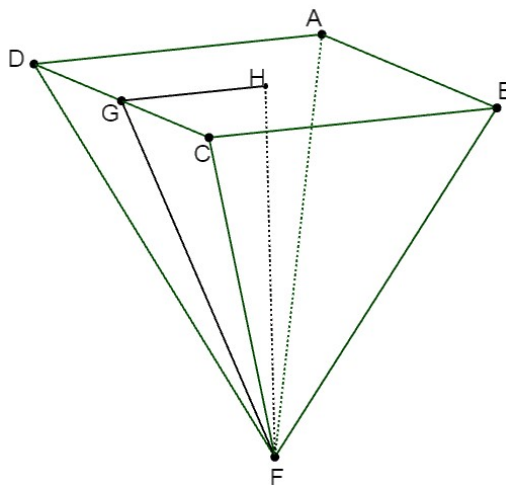
$$S_{xq} = \frac{1}{2} FG.DC.4 \Rightarrow DC = \frac{2.S_{xq}}{4.FG} = \frac{2.6000}{4.50} = 60m$$

b) Diện tích đáy

$$S_{\text{đáy}} = AB^2 = 60.60 = 3600m^2$$

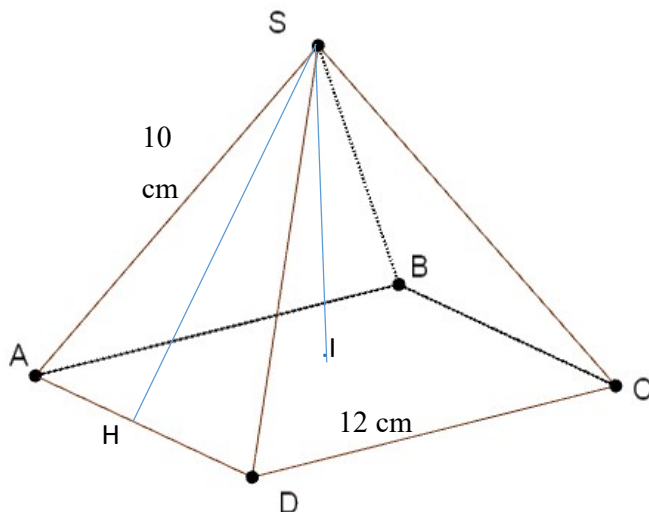
c) Thể tích hình chóp

$$V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} S_{\text{đáy}}.FH = \frac{1}{3} 3600\sqrt{50^2 - 30^2} = 48000m^3$$



Bài 3: Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có độ dài cạnh đáy là $12cm$, cạnh bên $SA = 10cm$.

- Diện tích toàn phần hình chóp
- Thể tích hình chóp



Giải

Kẻ $SH \perp DA$

Ta có $\triangle SAH \perp H$

Theo định lý Pytagoras

$$AH^2 + HS^2 = SA^2$$

$$\text{Hay } SH = \sqrt{AS^2 - AH^2} = \sqrt{100 - 36} = 8cm$$

Kẻ $SI \perp (ABCD)$

Ta có $\Delta SAI \perp I$

Theo định lý Pytagoras

$$IH^2 + IS^2 = SH^2$$

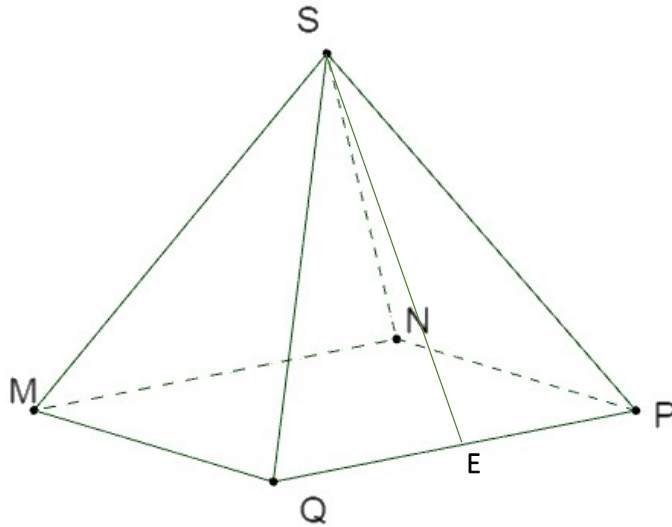
$$\text{Hay } SI = \sqrt{HS^2 - IH^2} = \sqrt{64 - 36} = 2\sqrt{7} \text{ cm}$$

Thể tích của hình chóp

$$V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} S_{\text{day}} \cdot SI = \frac{1}{3} 12 \cdot 12 \cdot 2\sqrt{7} = 96\sqrt{7} \text{ cm}^3$$

Bài 4: Một hình chóp tứ giác đều có độ dài cạnh bên bằng 30 cm , đáy là hình vuông $MNPQ$ cạnh 48 cm . Tính diện tích toàn phần của hình chóp.

Giải



Gọi SE là một trung đoạn của hình chóp đều.

Ta có $\Delta SPE \perp E$

Theo định lý Py-ta-go, ta có: $SE^2 + EP^2 = SP^2$

$$\Rightarrow SE^2 = SP^2 - EP^2 = SP^2 - \left(\frac{PQ}{2}\right)^2 = 30^2 - 24^2$$

$$\text{Nên: } SE = \sqrt{30^2 - 24^2} = 18 \text{ cm}$$

Diện tích xung quanh của hình chóp đều:

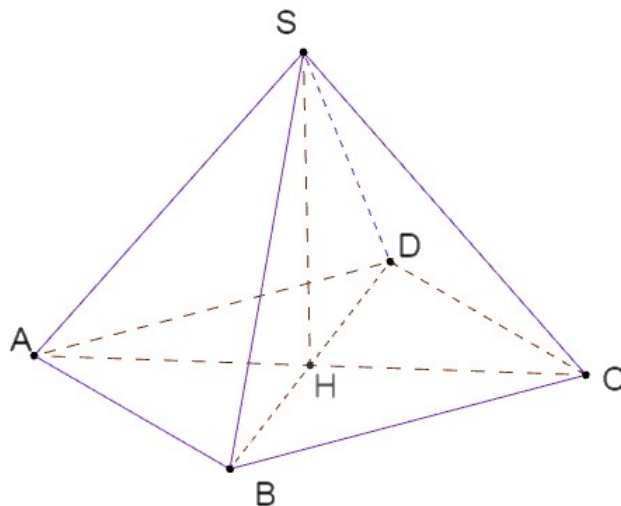
$$S_{xq} = p \cdot d = 2 \cdot 48 \cdot 18 = 1728 \text{ cm}^2$$

Diện tích đáy là:

$$S_d = 48 \cdot 48 = 2304 \text{ cm}^2$$

$$\text{Diện tích toàn phần của hình chóp đều: } 1728 + 2304 = 4032 \text{ cm}^2$$

Bài 5: Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy $AB = \sqrt{162} \text{ cm}$, cạnh bên $SA = 15 \text{ cm}$. Tính chiều cao và thể tích của hình chóp.



Giải:

Ta có $ABCD$ là hình vuông

Nên $AC \perp BD$ và $AC = BD$

Ta có $\triangle AHB \perp H$

Theo định lý Pythagoras

$$HA^2 + HB^2 = AB^2$$

$$2HA^2 = \sqrt{162}^2$$

$$HA^2 = 81 \text{ cm}$$

$$HA = 9 \text{ cm}$$

$$SH \perp (ABCD)$$

suy ra $SH \perp AH$

Trong tam giác vuông SHA ta có:

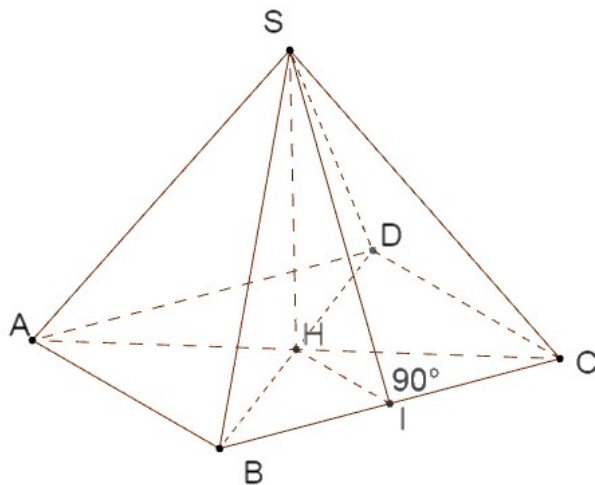
$$SH = \sqrt{SA^2 - HA^2} = \sqrt{15^2 - 9^2} = 12 \text{ cm}$$

Vậy chiều cao của hình chóp là 12 cm .

$$V = \frac{1}{3} \cdot S_{ABCD} \cdot SH = \frac{1}{3} \sqrt{162}^2 \cdot 12 = 648 \text{ cm}^3$$

Bài 6: Một hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có độ dài cạnh đáy là $AB = 12\text{cm}$, cạnh bên $SA = 10\text{cm}$.
 Tính diện tích toàn phần của hình chóp.

Giải



Gọi SI là trung đoạn của hình chóp ta có:

$$DI = CI = \frac{CD}{2} = \frac{12}{2} = 6\text{cm}$$

Trong tam giác vuông SIB theo định lí Py-ta-go ta có:

$$SI = \sqrt{SB^2 - BI^2} = \sqrt{10^2 - 6^2} = 8\text{cm}$$

$$\text{Vậy } S_{xq} = p.d = \frac{4.12}{2}.8 = 192\text{ cm}^2$$

$$S_{tp} = S_{xq} + S_d = 192 + 12^2 = 336\text{ cm}^3.$$

===== TOÁN HỌC SƠ ĐỒ =====