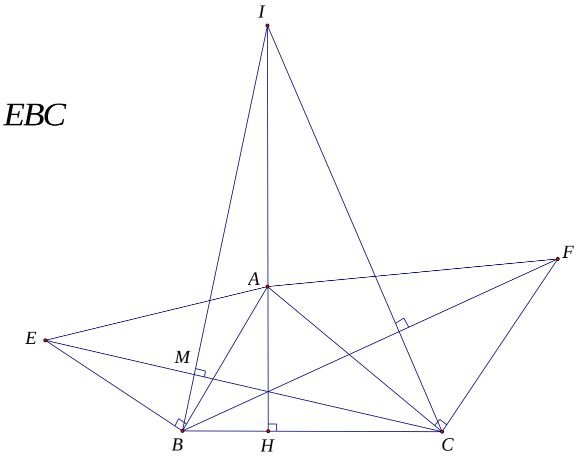
CHUYÊN ĐỀ HÌNH HỌC 7

Bài 1: Cho Tam giác ABC nhọn, AH là đường cao, về phía ngoài của tam giác vẽ các Δ ABE vuông cân ở B và Δ ACF vuông cân tại C, Trên tia đối của tia AH, lấy điểm I sao cho AI=BC. CMR:
a, Δ ABI= Δ BEC
b, BI = CE và BI vuông góc với CE
c, Ba đường thẳng AH, CE, BF cắt nhau tại 1 điểm

Bài làm :



a, Ta có :

$$IAB = 180^0 - BAH = 180^0 - \left(90^0 - ABC\right) \quad = 90^0 + ABC = EBC$$

Và $AB = BE, AI = BC \Rightarrow \Delta ABI = \Delta BEC(c.g.c)$
b, Theo câu a ta có :

$$\Delta ABI = \Delta BEC \Rightarrow BI = EC, ECB = BIA$$

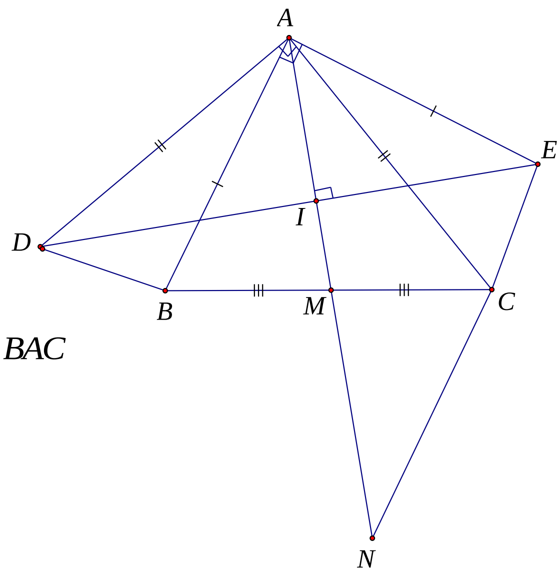
hay $ECB = BIH$,
Gọi M là giao điểm của của CE và BI, Ta có :

$$MBC + MCB = BIH + IBH = 90^0 \Rightarrow CE \perp BI$$

c, Chứng minh tương tự: $BF \perp AC$,
Trong ΔBIC có AH, CE,BF là đường cao
Nên đồng quy tại 1 điểm.

Bài 2: Cho Δ ABC có ba góc nhọn, trung tuyến AM, trên nửa mặt phẳng chứa điểm C bờ là đường thẳng AB, vẽ AE vuông góc với AB và AE=AB, trên nửa mặt phẳng bờ AC chứa điểm B vẽ AD vuông góc với AC và AD=AC
a, CMR: BD=CE
b, Trên tia đối của tia MA lấy điểm N sao cho MN=MA, CMR : Δ ADE= Δ CAN
c, Gọi I là giao của DE và AM, CMR: $\dfrac{AD^2 + IE^2}{DI^2 + AE^2} = 1$

Bài làm:



a, Chứng minh $\Delta ABD = \Delta AEC\left(c.g.c\right)$
=> BD=EC
b, Chứng minh $\Delta CMN = \Delta BMA\left(c.g.c\right)$
=>CN=AB
và $ABC = NCM$, có: $DAE = DAC + BAE - BAC = 90^0 + 90^0 - BAC$
$= 180^0 - BAC$ (1)
Và $ACN = ACM + MCN = ACB + ABC = 180^0 - BAC$ (2)
Từ (1) và (2) ta có:

$$DAE = ACN$$

CM : $\Delta ADE = \Delta CAN\left(c.g.c\right)$

c, $\Delta ADE = \Delta CAN\left(cmt\right) \Rightarrow ADE = CAN$

mà $DAN + CAN = 90^0 \Rightarrow DAN + ADE = 90^0$ Hay $DAI + ADI = 90^0 \Rightarrow AI \perp DE$
Áp dụng định lý py-ta-go cho ΔAID và ΔAIE có:

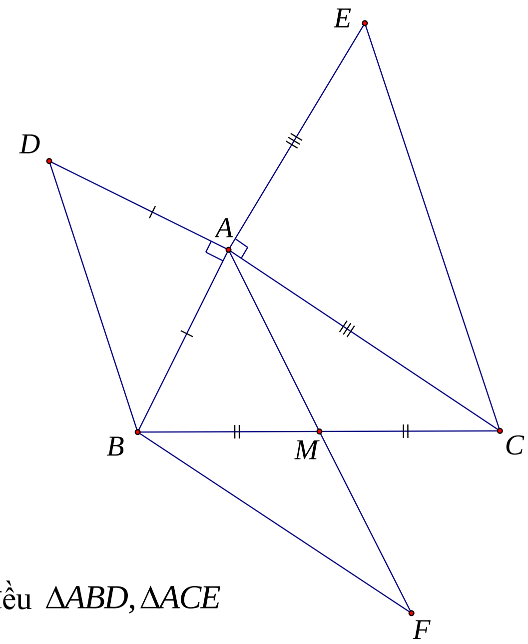
$$AD^2 - DI^2 = AE^2 - EI^2 \Rightarrow AD^2 + EI^2 = AE^2 + DI^2 \quad \Rightarrow \frac{AD^2 + IE^2}{DI^2 + AE^2} = 1$$

Bài 3: Cho Δ ABC, trung tuyến AM, vẽ ra ngoài tam giác này các tam giác vuông cân ở A là Δ ABD và Δ ACE

a, Trên tia đối của tia MA lấy điểm F sao cho MF=AM, CMR: $ABF = DAE$

b, CMR: $DE = 2.AM$

Bài làm:



a, Cm: $\Delta AMC = \Delta FMB\left(c.g.c\right) => CAM = BFM => AC//BF$

Do đó: $ABF + BAC = 180^0$ (1)

Và $DAE + BAC = 180^0$, do $DAB + EAC = 180^0$ (2)

Từ (1) và (2) ta có: $ABF = DAE$

b, Chứng minh: $\Delta ABF = \Delta DAE\left(c.g.c\right) => AF = CE$

ta có: $AF = 2.AE => DE = 2.AM$

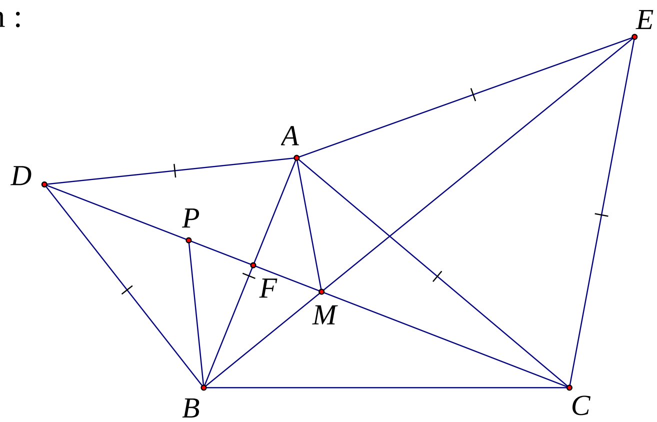
Bài 4: Cho Δ ABC có $A < 120^0$, Dừng bên ngoài các tam giác đều $\Delta ABD, \Delta ACE$

a, Gọi là giao điểm của BE và CD, Tính BMC

b, CMR: MA+MB=MD

c, CMR: $AMC = BMC$

Bài làm :



a, Ta có : $\Delta ADC = \Delta ABE\left(c.g.c\right) => ADC = ABE$

Gọi F là giao điểm của AB và CD

Xét ΔADF và ΔBMF có :

$D = B, AFD = BFM => BMF = FAD => BMF = 60^0$

$=> BMC = 120^0$

b, Trên tia MD lấy điểm P sao cho BM=MP

$=> \Delta BMP$ đều$=> BP = BM, MBP = 60^0$

Kết hợp với $ABD = 60^0 => MBA = PBD => \Delta PDB = \Delta MBA\left(c.g.c\right)$

$=> AM = DP => AM + MB = DP + PM = DM$

c, Từ $\Delta PBD = \Delta MBA => AMB = DPB$, mà $BPD = 120^0 => BMA = 120^0 =>$

$AMC = 120^0 => AMC = BMC$

Bài 5: Cho Δ ABC nhọn, trên nửa mp bờ AB không chứa C, dựng đoạn thẳng AD vuông góc với AB và AD= AB, trên nửa mp bờ AC không chứa B, dừng AE vuông góc AC và AE=AC, vẽ AH vuông góc với BC, đường thẳng HA cắt DE ở K, CMR: K là trung điểm của DE

Bài làm :

Trên AK lấy điểm H sao cho AH=BC

Ta có :

$KAE = ACH$ Vì cùng phụ với góc HAC

Nên $\Delta EHA = \Delta ABC\left(c.g.c\right)$

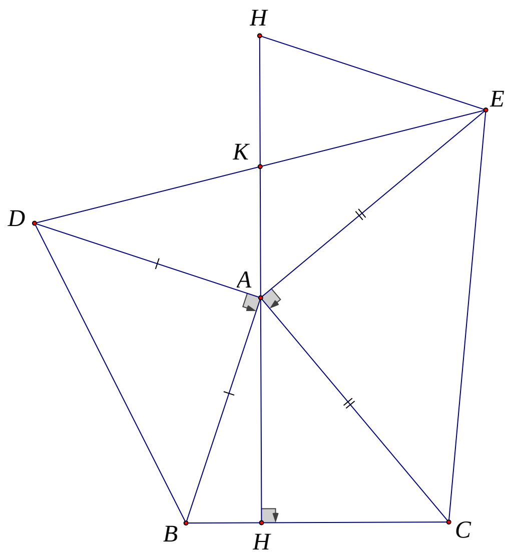
$=> AB = HE$ (Hai cạnh tương ứng)

Và $HEA = BAC$,

mà : $BAC + DAE = 180^0 => HEA + DAE = 180^0$

Do đó : AD//HE

Khi đó : $\Delta KAD = \Delta KHE\left(g.c.g\right) => KD = KE$



Bài 6: Cho Δ ABC có góc A nhọn, về phía ngoài tam giác ABC vẽ Δ BAD vuông cân tại A và Δ CAE vuông cân tại A, CMR:

a, DC=BE và DC vuông góc với BE

b, $BD^2 + CE^2 = BC^2 + DE^2$

c, Đường thẳng qua A và vuông góc với DE cắt BC tại K, CMR: K là trung điểm của BC

Bài làm:

a, $\Delta ABE = \Delta ADC$ =>DC=BE

Tự chứng minh $DC \perp BE$

b, ta có: $CE^2 = ME^2 + MC^2 => DB^2 = MD^2 + MB^2$

$DE^2 = MD^2 + ME^2 => BC^2 = MB^2 + MC^2$

$=> BD^2 + CE^2 = \left(MD^2 + MB^2\right) + \left(ME^2 + MC^2\right)$

$=> BC^2 + DE^2 = \left(MB^2 + MC^2\right) + \left(MD^2 + ME^2\right)$

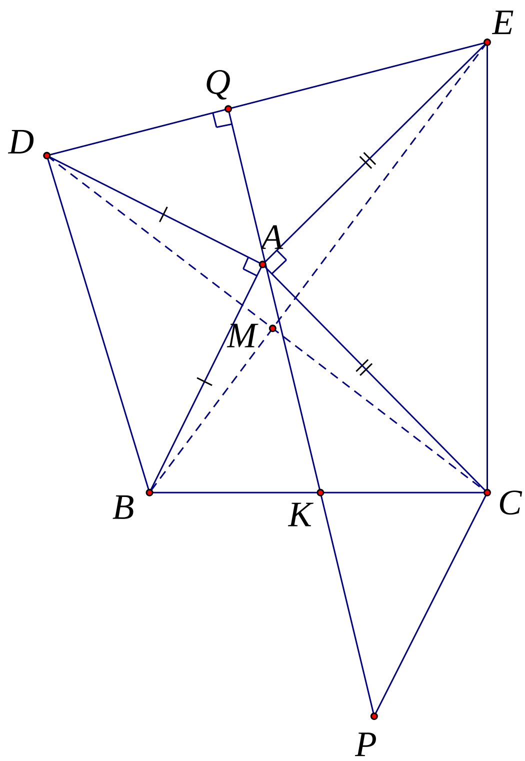
$=> BD^2 + CE^2 = BC^2 + DE^2$

c, Trên AC lấy điểm P sao cho AP=DE, Ta cm: $\Delta ADE = \Delta CPA$

$=> CP = AD => CP = AB,$

Chứng minh : $P = BAK = ABK = PCK$

$=> \Delta CPK = \Delta BAK => BK = KC$



Bài 7: Cho Δ ABC có $A < 90^0$, vẽ ra phía ngoài tam giác đó hai đoạn thẳng AD vuông góc và bằng AB, AE vuông góc và bằng AC, CMR: DC=BE và DC vuông góc BE

Bài làm:

Ta có:

$EAB = A_1 + A_2 = A_2 + A_3 = CAD$

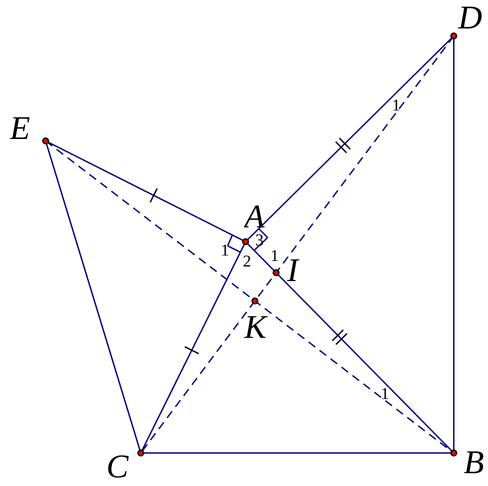
=> $\Delta AEB = \Delta ACD(c.g.c)$ =>BE=CD

Gọi I là giao của CD với AB, K là giao của CD với BE

Từ $\Delta AEB = \Delta ACD(c.g.c)$ => $D_1 = B_1$

mà $D_1 + I_1 = B_1 + I_2 = 90^0$

=> $IK \perp KB$ => $CD \perp BE$



Bài 8: Cho Δ ABC có $A < 90^0$, vẽ ra phía ngoài tam giác đó hai đoạn thẳng AD vuông góc và bằng AB, AE vuông góc và bằng AC, Gọi M là trung điểm của DE, kẻ MA, CMR: MA vuông góc với BC

Bài làm:

Gọi H là giao điểm của AM và BC

Trên AM lấy điểm F sao cho MA= MF

$\Delta AME = \Delta FMD(c.g.c)$ => $AE = DF$

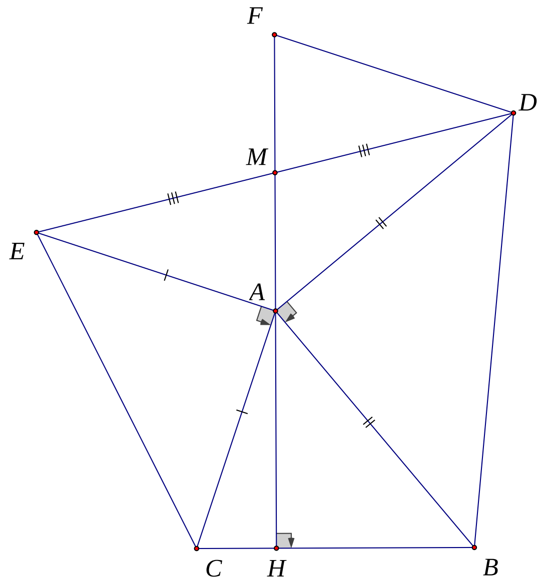
=>DF//AE=> $FDA + DAE = 180^0$

Mà: $DAE + BAC = 180^0$ => $FDA = BAC$

=> $\Delta FDA = \Delta CAB(c.g.c)$ => $DAM = ABC$

Mà $DAM + HAB = 90^0$ => $ABH + HAB = 90^0$

=> ΔAHB vuông tại H



Bài 9: Cho Δ ABC có $A < 90^0$, vẽ ra phía ngoài tam giác đó hai đoạn thẳng AD vuông góc và bằng AB, AE vuông góc và bằng AC, Gọi H là chân đường vuông góc kẻ từ A đến BC, CMR: HA đi qua trung điểm của DE

Bài làm:

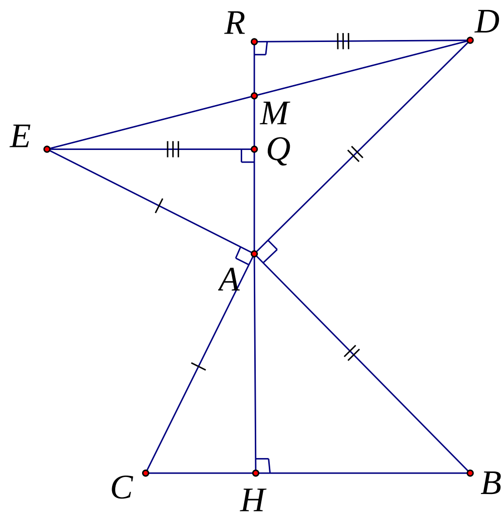
Kẻ $DR \perp AM, EQ \perp AM$

Chứng minh $\Delta EQA = \Delta AHC$ => $AH = EQ$ (1)

Chứng minh $\Delta DRA = \Delta AHB$ => $AH = DR$ (2)

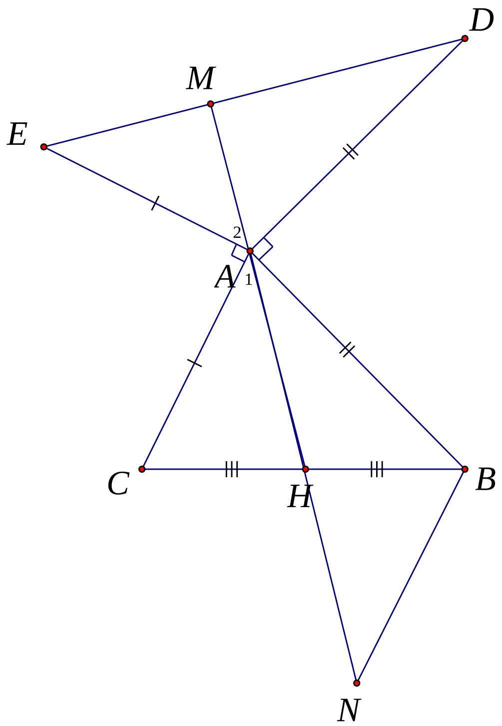
Từ (1) và (2) suy ra EQ=RD

=> $\Delta EQM = \Delta DRM$ => $ME = MD$ (đpcm)



Bài 10: Cho Δ ABC có $A < 90^0$, vẽ ra phía ngoài tam giác đó hai đoạn thẳng AD vuông góc và bằng AB, AE vuông góc và bằng AC, Gọi H là trung điểm của BC, CMR: HA vuông góc với DE

Bài làm:



Trên AH lấy N sao cho AH=HN

$=> \Delta AHC = \Delta NHB\left(c.g.c\right) => BN = AC = AE$

ta có: $EAD + CAB = 180^0, ABN + CAB = 180^0$

$=> EAD = NBA$

$=> \Delta EAD = \Delta NBA => N = E = A_1$

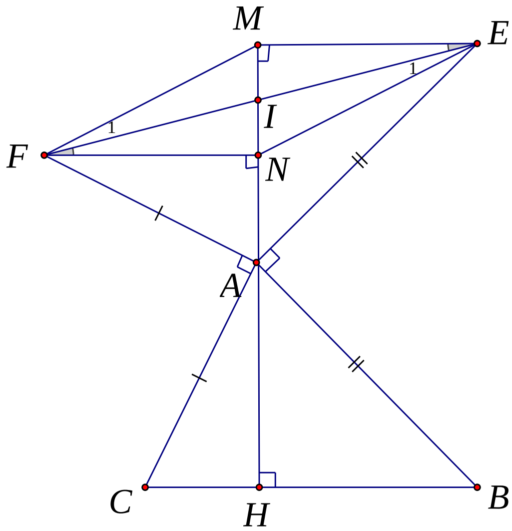
Mà $A_1 + A_2 = 90^0 => E + A_2 = 90^0 => M = 90^0 => AM \perp ED$

Bài 11: Cho Δ ABC có ba góc nhọn, đường cao AH, ở miền ngoài tam giác ta vẽ các tam giác vuông cân Δ ABE và Δ ACF đều nhận A làm đỉnh góc vuông, kẻ EM, FN cùng vuông góc với AH, (M, N thuộc AH)

a, CMR: EM+HC=NH

b, EN//FM

Bài làm:



a, Ta chứng minh Δ NAF= Δ HCA (Cạnh huyền góc nhọn)

nên FN=AH và NA=CH (1)

Tương tự ta chứng minh Δ AHB= Δ EMA (Cạnh huyền góc nhọn)

=> AH=ME,

Nên EM+HC=AH+NA=NH(đpcm)

b, Từ AH=FN =>ME=FN

=> Δ FNI= Δ EMI (g.c.g) => IM=IN và IF=IE

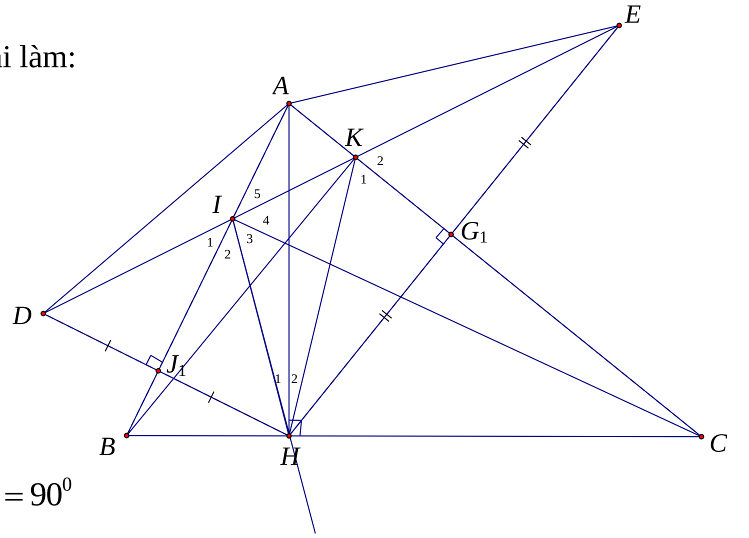
=> Δ FIM= Δ EIN(c.g.c)=> $F_1 = E_1$, lại ở vị trí so le nên EN//FM

Bài 12: Cho Δ ABC có góc $A \neq 90^0, B, C$ nhọn, đường cao AH, vẽ các điểm D và E sao cho AB là trung trực HD, AC là trung trực của HE, Gọi I, K lần lượt là giao của DE với AB, AC

a, CMR: Δ ADE cân tại A

b, Tính số đo AIC, AKB

Bài làm:



a, Chứng minh AD=AH, và AH=AE
=>AD=AE=> Δ ADE cân tại A

b, Δ IHK có IB là tia phân giác góc ngoài và KC là tia phân giác góc ngoài cắt nhau tại A
Nên AH là tia phân giác góc trong,
hay AH là tia phân giác góc $IHK \Rightarrow H_1 = H_2$

Lại có:

$H_1 = H_2, H_1 + H_2 + KHC + CHx = 180^0, H_2 + KHC = 90^0$

$\Rightarrow KHC = CHx$ => HC là tia phân giác góc ngoài Δ IHK

KC là tia phân giác góc ngoài Δ IHK=> IC là tia phân giác góc trong hay $I_3 = I_4 \Rightarrow I_3 + I_2 = 90^0$ hay $AIC = 90^0$

Chứng minh tương tự $AKB = 90^0$

Bài 13: Cho Δ ABC đường cao AH, vẽ ra ngoài tam giác ấy các tam giác vuông cân Δ ABD, Δ ACE cân tại B và C

a, Qua điểm C vẽ đường thẳng vuông góc với BE cắt HA tại K, CMR : DC $\perp$ BK

b, 3 đường thẳng Ah, BE và CD đồng quy

Bài làm:

a, Ta có: $B_1 = K_1$ (Cùng phụ với BCK)

Tương tự ta cũng có : $C_1 = E$ (cùng phụ với C_2)

=> Δ ECB= Δ CAK (g.c.g)=> AK=BC

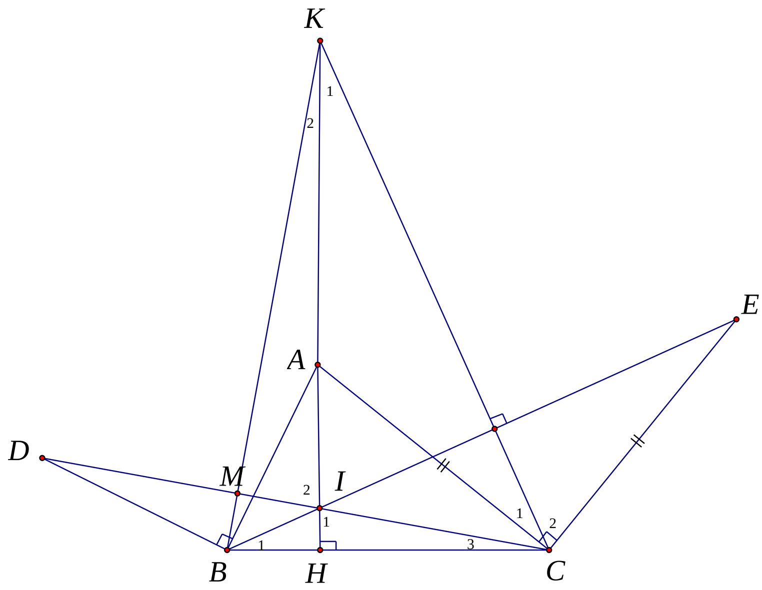
Chứng minh tương tự ta có :

Δ DBC= Δ BAK => $C_3 = K_2$

mà : $C_3 + I_1 = K_2 = I_2 = 90^0$

=> $KM \perp MI$ hay $DC \perp BK$

b, Δ KBC có ba đường cao nên đồng quy.

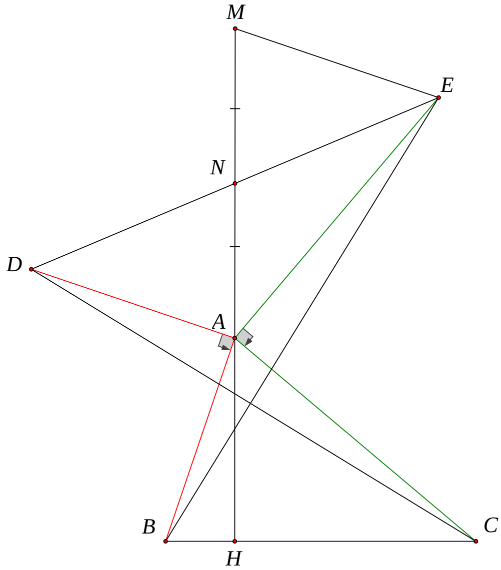


Bài 14: Cho Δ ABC có $A < 90^0$, vẽ ra phía ngoài các tam giác đó hai đoạn thẳng AD vuông góc và bằng AB, AE vuông góc và bằng AC

a, CMR: DC=BE và DC vuông góc BE

b, Gọi N là trung điểm của DE, trên tia đối của tia NA, lấy M sao cho NA=NM, CMR: AB=ME và Δ ABC = Δ EMA

c, CMR: MA $\perp$ BC



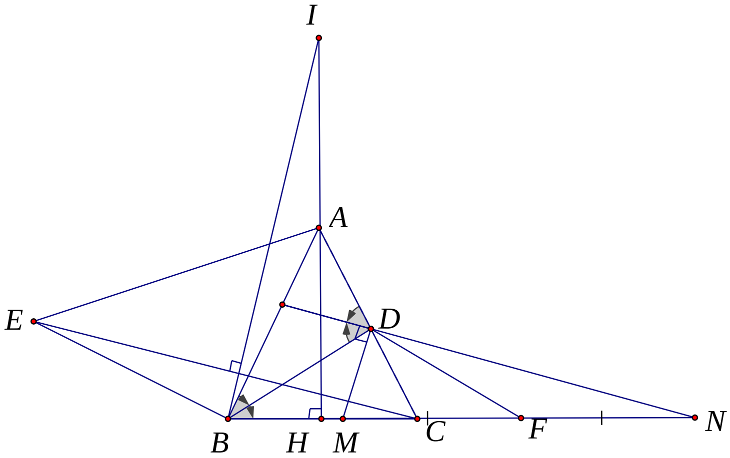
Bài 15: Cho Δ ABC cân tại A và cả ba góc đều là góc nhọn

a, Về phía ngoài cảu tam giác vẽ Δ ABE vuông cân ở B, Gọi H là trung điểm của BC, trên tia đối của tia HA lấy điểm I sao cho AI=BC, CMR: Δ ABI= Δ BEC và $BI \perp CE$

b, Phân giác của ABC, BDC cắt AB và BC lần lượt tại D và M, Phân giác BDA cắt BC tại N, CMR:

$BD = \frac{1}{2}MN$

HD:



Xét hai Δ AIB và Δ BCE có:

AI=BC(gt)

BE=BA(gt)

IAB là góc ngoài của Δ ABH nên:

$IAB = ABH + AHB = ABH = 90^0$

Ta có: $EBC = EBA + ABC = ABC = 90^0$,

Do đó: $IAB = EBC$

Do đó: Δ ABI= Δ BEC(c.g.c)

Do Δ ABI= Δ BEC(c.g.c) nên $AIB = BCE$

Trong Δ IHB vuông tại H có $AIB + IBH = 90^0$ do đó: $BCE + IBH = 90^0$ vậy CE vuông góc với BI

b, Do tính chất của đường phân giác ta có: $DM \perp DN$

Gọi F là trung điểm của MN, ta có: FM=FD=FN

Δ FDM cân tại F nên $FMD = MDF$

$FMD = MBD + BDM$ (Góc ngoài của Δ) $= MBD + CDM$

=> $MBD = CDF$ (1)

ta có: $MBD = CDF + CFD$ (2)

Do Δ ABC cân tại A nên $MCD = 2MBD$ (3)

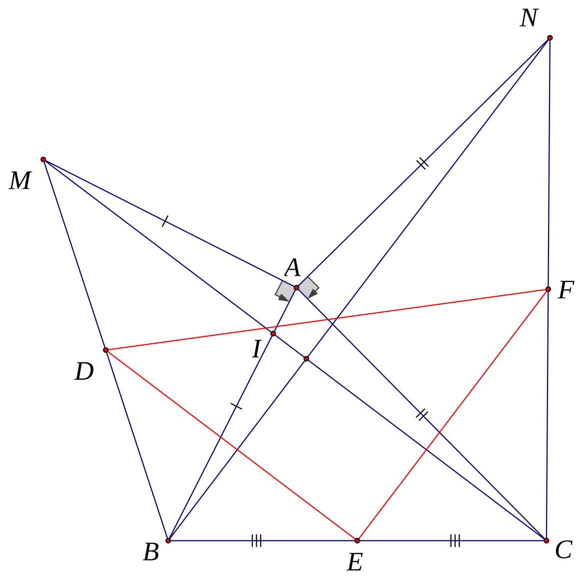
Từ (1), (2) và (3) suy ra: $MBD = DFC$ hay Δ DBF cân tại D, do đó: $BD = DF = \frac{1}{2}MN$

Bài 16: Cho Δ ABC. Vẽ ra phía ngoài tam giác đó các Δ ABM và Δ CAN vuông cân ở A, Gọi D, E, F lần lượt là trung điểm của Mb, BC và CN, CMR:

a, BN=CM

b, BN vuông góc với CM

c, Δ DEF là tam giác vuông cân

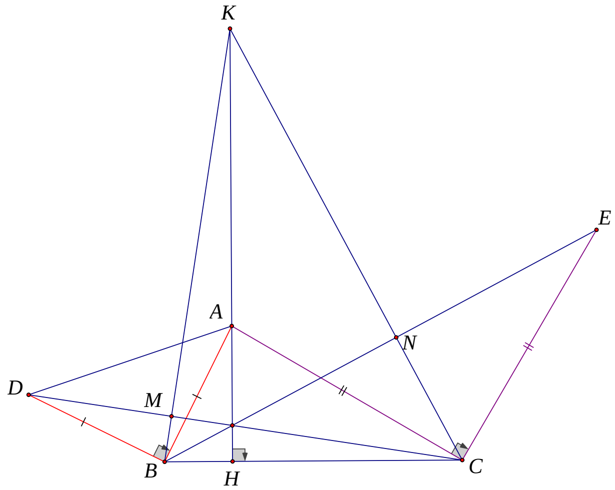


Bài 17: Cho Δ ABC có đường cao AH, trên nửa mp bờ BC có chứa điểm A, lấy hai điểm D và E sao cho Δ ABD và Δ ACE vuông cân tại B và C, trên tia đối của tia AH lấy điểm K sao cho AK=BC, CMR:

a, Δ ABK= Δ BDC

b, CD $\perp$ BK và BE $\perp$ CK

c, Ba đường thẳng AH, BE và CD đồng quy

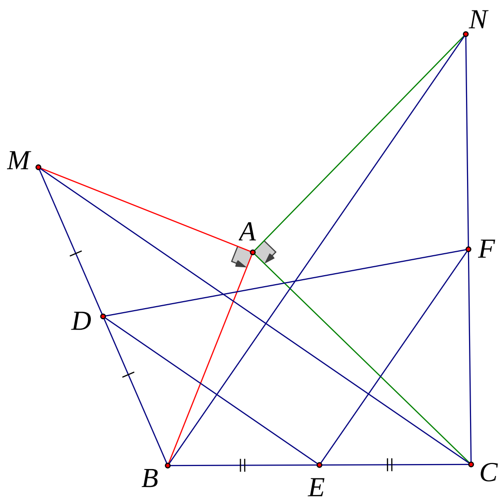


Bài 18: Cho Δ ABC, vẽ ra phía ngoài tam giác đó Δ ABM và Δ ACN vuông cân ở A, gọi D, E, F lần lượt là trung điểm cảu MB, BC, CN, CMR:

a, BN=CM

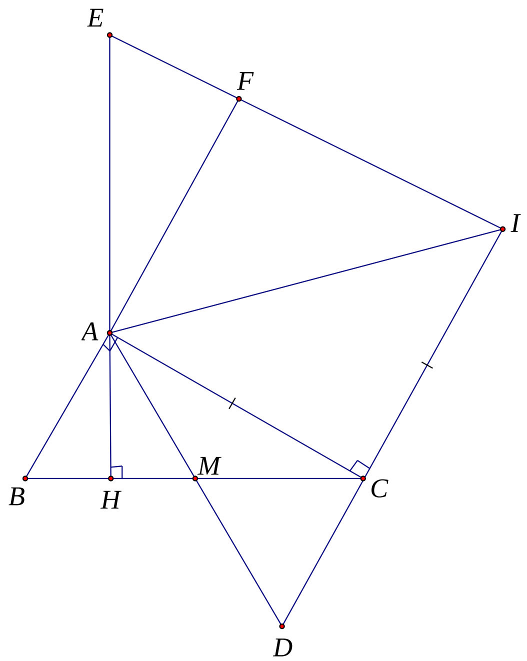
b, BN vuông góc với CM

c, Δ DEF là tam giác vuông cân



Bài 19: Δ ABC vuông tại A, đường cao AH, trung tuyến AM, trên tia đối của tia MA lấy điểm D Sao cho DM=MA, trên tia đối của CD lấy I sao cho CI=CA, Qua I vẽ đường thẳng song song với AC, cắt AH tại E, CMR : AE =BC

Bài làm:



Đường thẳng AB cắt EI tại F,

$\Delta ABM = \Delta DCM$, vì:

AM=DM(gt), MB=MC(gt) và $AMB = DMC$ (đ²)

=> $BAM = CDM => FB // ID => ID \perp AC$

và $FAI = CIA$(so le) (1)

$IE // AC => FAI = CIA$ (2)

Từ (1) và (2) => $\Delta CIA = \Delta FIA$ vì có AI chung

=> $IC = AC = AF$ (3)

Và $EFA = 90^0$ (4)

Mặt khác : $EAF = BAH$ (đ²)

$BAH = ACB$(cùng phụ ABC) => $EAF = ACB$ (5)

Từ (3),(4) và (5) ta có : $\Delta AFE = \Delta CAB => AE = BC$

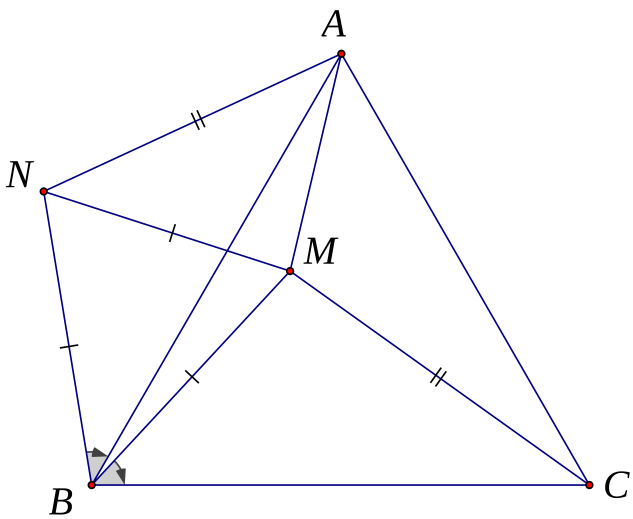
Bài 20: Cho Δ ABC đều, trong tam giác lấy điểm M sao cho MB=MC và $BMC = 90^0$

a, CMR: Δ AMB= Δ AMC

b, trong Δ BMC lấy điểm E sao cho $EBC = ECM = 30^0$, CMR: Δ MCE cân

c, Giả sử điểm M nằm trong tam giác ABC sao cho MA:MB:MC=3:4:5, Tính AMB

Bài làm:



a, $\Delta AMB = \Delta AMC\left(c.c.c\right)$

b, Từ câu a suy ra: $BAM = CAM = 30^0$

=> $CAM = EBC$ (1)

Do ΔMBC vuông cân nên $MBC = 45^0, ECB = 15^0$

nên $ECB = 15^0 => ECB = MCA$ (2)

Lại có: AC=BC nên $\Delta ACM = \Delta BCE\left(c.g.c\right)$

=> $CE = CM$, hay ΔMCE cân ở C

c, Vẽ ΔMBN đều, Đặt MA=3a, MB=4a. MC=5a

=> MN=BN=4a

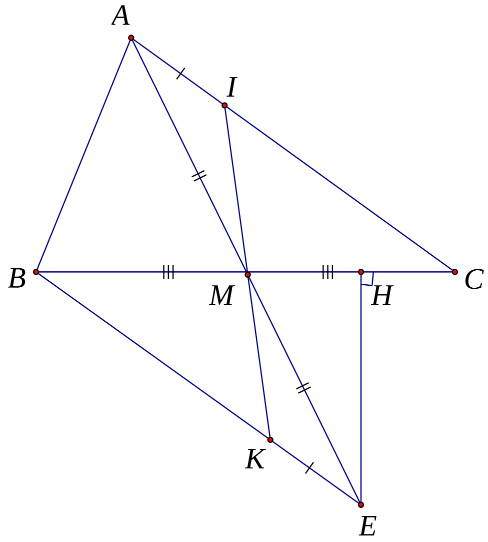
Ta được : $\Delta ABN = \Delta CBM\left(c.g.c\right) => AN = CM = 5a$

Xét ΔAMN có AM=3a, AN=5a, MN=4a

nên ΔAMN vuông tại M, mà $BMN = 60^0 => AMB = 150^0$

Bài 21: Cho Δ ABC, M là trung điểm của BC, trên tia đối của tia MA lấy điểm E sao cho ME=MA.
CMR:
a, AC=EB và AC//BE
b, Gọi I là 1 điểm trên AC, K là 1 điểm trên EB sao cho AI=EK, CMR: I, M, K thẳng hàng
c, Từ E kẻ EH vuông góc với BC , biết $HBE = 50^0$, $MEB = 25^0$, Tính HEM, BME

Bài làm:



a, $\Delta AMC = \Delta EMB$ có AM=EM(gt)=> $AMC = EMB$ (đ^2)
BM=MC(gt) nên $\Delta AMC = \Delta EMB\left(c.g.c\right)$ =>AC=EB

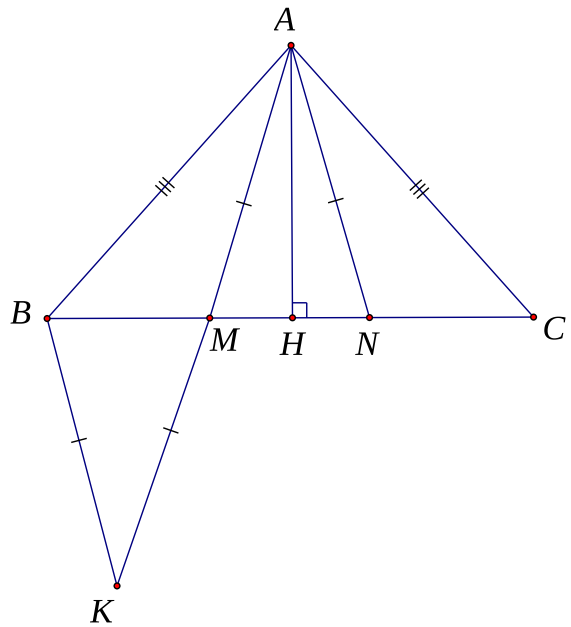
Vì $\Delta AMC = \Delta EMB => MAC = MEB => AC//BE$

b, Xét ΔAMI và ΔEMK có AM=EM(gt)
$MAI = MEK, AI = EK(gt) => \Delta AMI = \Delta EMK$ (c.g.c)
$=> AMI = EMK$, mà $AMI + IME = 180^0 => EMK + IME = 180^0$
Vạy I, M, K thẳng hàng

c, Trong $\Delta BHE\left(H = 90^0\right), HBE = 50^0 = HBE = 90^0 - HBE = 40^0$
$=> HEM = HEB - MEB = 40^0 - 25^0 = 15^0$
BME là góc ngoài tại đỉnh M của ΔHEM
nên $BME = HEM + MHE = 15^0 + 90^0 = 105^0$

Bài 22: Cho Δ ABC cân tại A, trên cạnh BC lần lượt lấy hai điểm M và N sao cho BM=MN=NC, Gọi H là trung điểm của BC
a, CMR: AM=AN và AH vuông góc với BC
b, Tính độ dài AM khi AB=5cm, BC=6cm
c, CM: $MAN > BAM = CAN$

Bài làm:



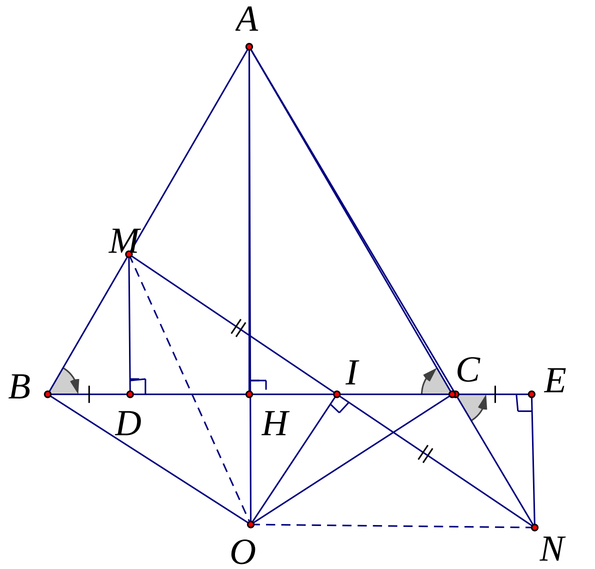
a, Cm: $\Delta ABM = \Delta ACN => AM = AN$
$=> AHB = AHC = 90^0$

b, Tính $AH^2 = AB^2 - BH^2 = 16 => AH = 4$
Tính $AM^2 = AH^2 + MH^2 = 17 => AM = \sqrt{17}$

c, Trên AM lấy điểm K sao cho AM=MK
$=> \Delta AMN = \Delta KMB\left(c.g.c\right)$
$=> MAN = BKM$ và AN=AM=BK
Do BA>AM=>BA>BK=> $BKA > BAK => MAN > BAM = CAN$

Bài 23: Cho Δ ABC cân tại A, trên BC lấy điểm D, trên tia đối của tia CB lấy điểm E sao cho BD=CE, các đường thẳng vuông góc với BC kẻ từ D và E cắt AB, AC lần lượt ở M và N
a, CMR: DM=EN
b, Đường thẳng BC cắt MN tại trung điểm I của MN
c, Đướng thẳng vuông góc với MN tại I luôn đi qua 1 điểm cố định khi D thay đổi trên BC

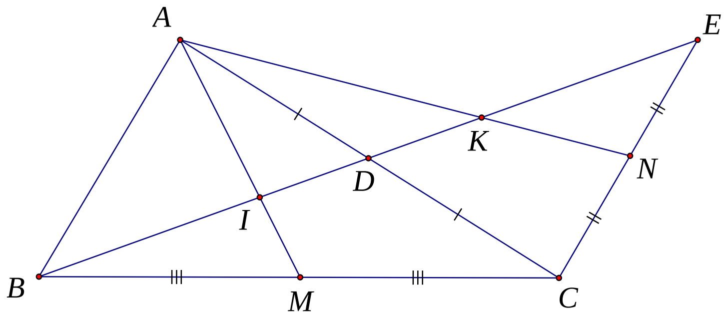
Bài làm:



a, Tự chứng minh
b, Cứng minh $\Delta IDM = \Delta IEN\left(g.c.g => MI = NI\right)$
c, Gọi H là chân đường vuông góc kẻ tử A xuống BC,
O là giao AH với đường vuông góc MN tại I
CM: $\Delta OAB = \Delta OAC\left(c.g.c\right), \Delta OBM = \Delta OCN\left(c.c.c\right)$
$=> OBA = OCA, OBM = OCN => OCA = OCN$
$=> OCA = OCN = 90^0 => OC \perp AN =>$ Điểm O cố định

Bài 24: Cho Δ ABC, đường trung tuyến BD, trên tia đối của tia DB lấy điểm E sao cho DE=DB, gọi M,N theo thứ tự là trung điểm của BC và CE, Gọi I, K theo thứ tự là giao điểm của AM, AN với BE, CMR: BI=IK=KE

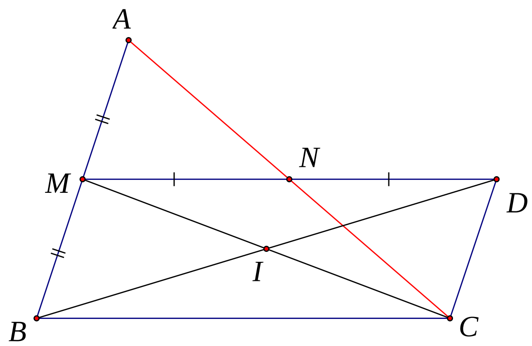
Bài làm :



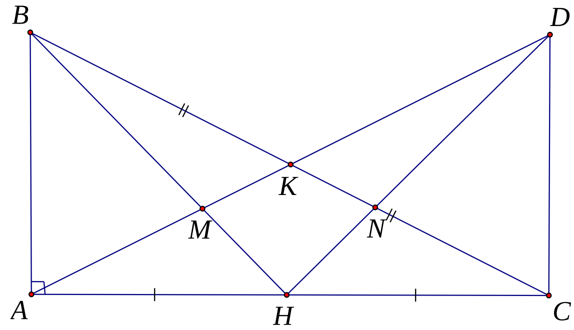
Theo bài ra ta có : I là trọng tậm của Δ ABC nên
$BI = \frac{2}{3}BD$
tương tự K là trọng tâm của Δ ACE nên:
$KE = \frac{2}{3}DE$ mà BD=DE=> BI=KE
Ta lại có

$ID = \frac{1}{3}BD, DK = \frac{1}{3}DE => IK = \frac{1}{3}BD + \frac{1}{3}DE = \frac{2}{3}BD = KE$, Vậy BI=IK=KE

Bài 25: Cho Δ ABC, M là trung điểm của AB, N là trung điểm của AC, trên tia đối của tia NM, lấy điểm D sao cho NM=ND
a, CMR: Δ AMN=Δ CDN=> MB=CD
b, CMR: MN//BC và MN=1/2 BC
c, CMR: BD đi qua trung điểm của MC

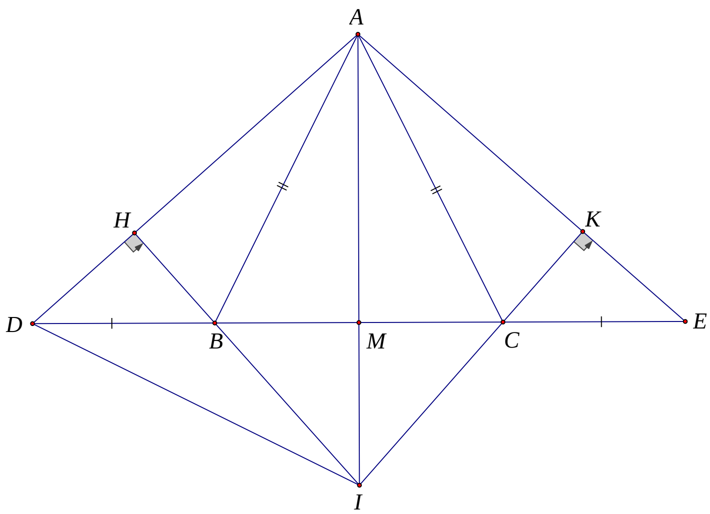


Câu 26: Cho Δ ABC vuông tại A , K là trung điểm của BC, trên tia đối của tia KA lấy D sao cho KD=KA
a, CMR : CD//AB
b, Gọi H là trung điểm của AC, BH cắt AD tại M, DH cắt BC tại N, CMR : Δ ABH= Δ CDH
c, CMR : Δ HMN cân



BG :
a, Xét ΔABK và ΔDCK có :
BK=CK (gt), $BKA = CKD$ (đối đỉnh)
AK=DK(gt)
=> Δ ABK= Δ DCK(c.g.c)
=> $DCK = DBK$,
mà $ABC = ACB = 90^0$ => $ACD = ACB + BCD = 90^0$
=> $ACD = 90^0 = BAC$ => $AB//CD(AB \perp AC, CD \perp AC)$
b, Xét hai Δ ABH và Δ CDH vuông có: BA=CD(Do Δ ABK= Δ DCK)
AH=CH=> Δ ABH= Δ CDH (c.g.c)
c, Xét hai tam giác vuông Δ ABC và Δ CDA có :
AB=CD, $ACD = 90^0 = BAC$, AC là cạnh chung => Δ ABC= Δ CDA(c.g.c)
=> $ACB = CAD$
mà AH=CH(gt) và $MHA = NHC$ (Vì Δ ABH= Δ CDH)
=> Δ AMH= Δ CNH (g.c.g) => MH=NH
Vậy Δ HMN cân tại H

Bài 27: Cho Δ ABC cân tại A, trung tuyến AM, trên tia đối của tia BC lấy điểm D, trên tia đối của tia CB lấy điểm E sao cho BD= CE
a, CMR : Δ ADE cân tại A
b, CM: AM là phân giác DAE
c, Từ B và C hạ BH, CJ theo thứ tự vuông góc với AD và AE, CMR: Δ AHB= Δ AKC
d, CM: HK//DE
e, Gọi I là giao điểm của HB và AM, CM: AB vuông góc với DI
f, CM: HB, AM và CK cùng đi qua 1 điểm



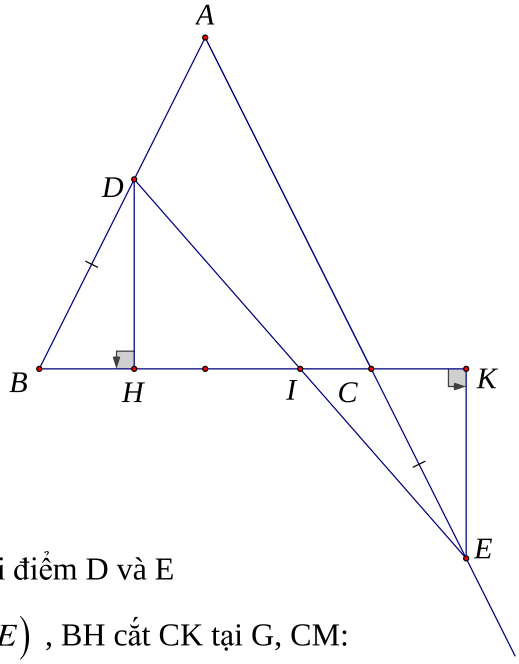
Bài 28: Cho Δ ABC cân tại A, trên cạnh AB lấy D, trên tia đối của tia CA lấy điểm E sao cho BD=CE, kẻ DH và EK vuông góc với đường thẳng BC (H và K thuộc đường thẳng BC)

a, CM: Δ BDH= Δ CEK, từ đó suy ra BC= HK

b, DE cắt BC tại I, CM I là trung điểm của DE

c, So sánh BC và DE

d, Chứng minh chu vi của Δ ABC < chu vi Δ ADE



Bài 29: Cho Δ ABC cân tại A $\left(A > 90^0\right)$, trên cạnh BC lấy hai điểm D và E sao cho BD=DE=EC. Kẻ $BH \perp AD, CK \perp AE \left(H \in AD, K \in AE\right)$, BH cắt CK tại G, CM:

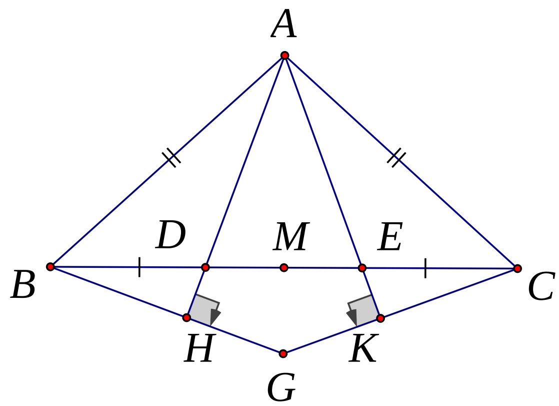
a, Δ ADE cân

b, BH=CK

c, Gọi M là trung điểm của BC, CM: A, M, G thẳng hàng

d, CM: AC> AD

g, CM: $DAE > DAB$



Bài 30: Cho Δ ABC có $B > C$, kẻ AH vuông góc với BC

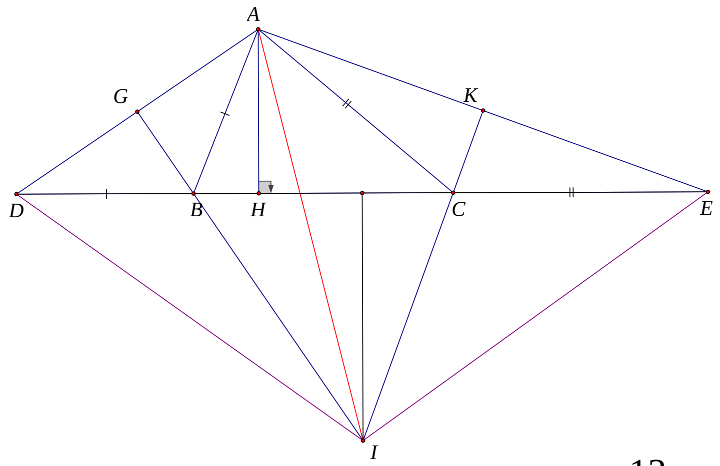
a, So sánh BH và CH

b, Lấy điểm D thuộc tia đối của tia BC sao cho BD=BA, lấy điểm E thuộc tia đối của tia CB sao cho CE=CA, CM: $ADE > AED$ từ đó so sánh AD và AE

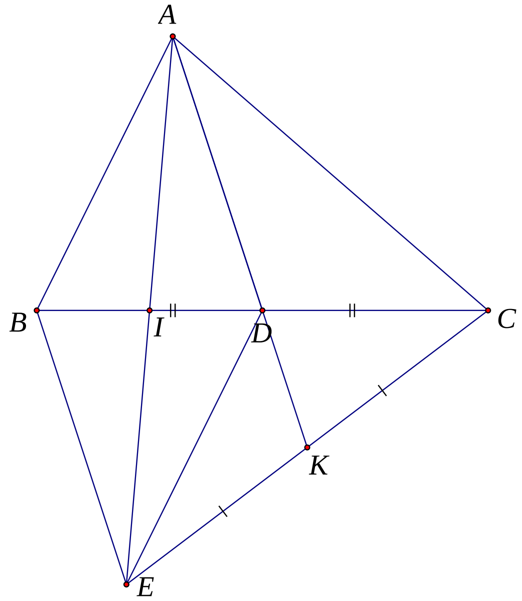
c, Gọi G và K lần lượt là trung điểm của AD và AE, đường BG là các đường gì đối với Δ ABD?

d, Gọi I là giao điểm BG và CK, CM AI là phân giác góc BAC

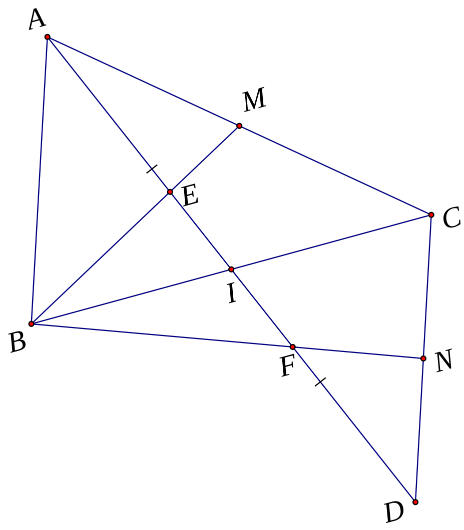
e, CM đường trung trực của DE đi qua I



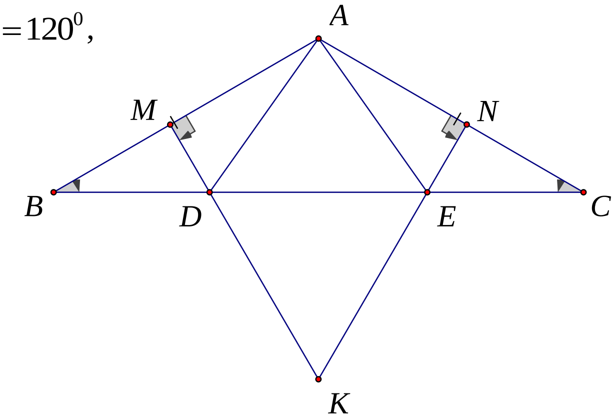
Bài 31: Cho Δ ABC có trung tuyến AD, đường thẳng qua D và song song với AB cắt đường thẳng qua B song song với AD tại E, AE cắt BD tại I, Gọi K là trung điểm của đoạn EC
a, CMR : Δ ABD = Δ EDB
b, IA=IE
c, Ba điểm A, D, K thẳng hàng



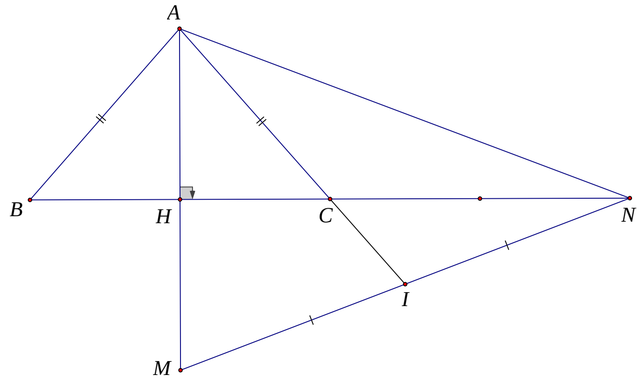
Bài 32: Cho Δ ABC đường trung tuyến AI, trên tia dối của tia IA lấy điểm D sao cho ID=IA, Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AC và CD, Gọi E, F lần lượt là giao của, BN với AD
CM: AE=EF= FD



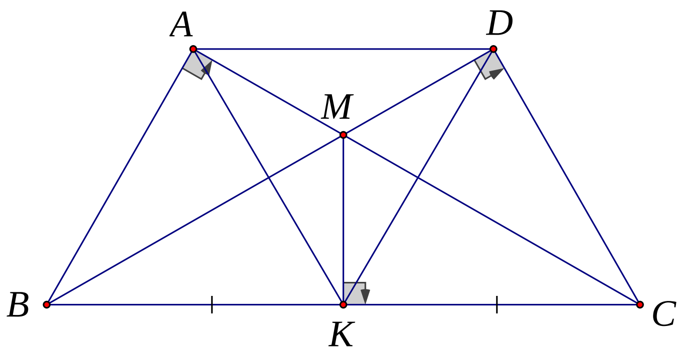
Bài 33: Cho Δ ABC cân tại A, trên cạnh BC lấy điểm D và E sao cho BD=CE (D nằm giữa B và E)
a, CMR: Δ ABD= Δ ACE
b, kẻ DM $\perp$ AB và EN $\perp$ AC, CMR : AM=AN
c, Gọi K là giao điểm của đường thẳng DM và EN, $BAC = 120^0$,
CMR Δ DKE đều



Bài 34: Cho Δ ABC cân tại A, Từ A hạ AH vuông góc với BC, Trên tia đối của HA lấy điểm M sao cho HM=HA, Trên tia đối của tia CB lấy điểm N sao cho CN=BC
a, Chứng minh C là trọng tâm của Δ AMN
b, Gọi I là trung điểm của MN, CMR: A, C, I thẳng hàng



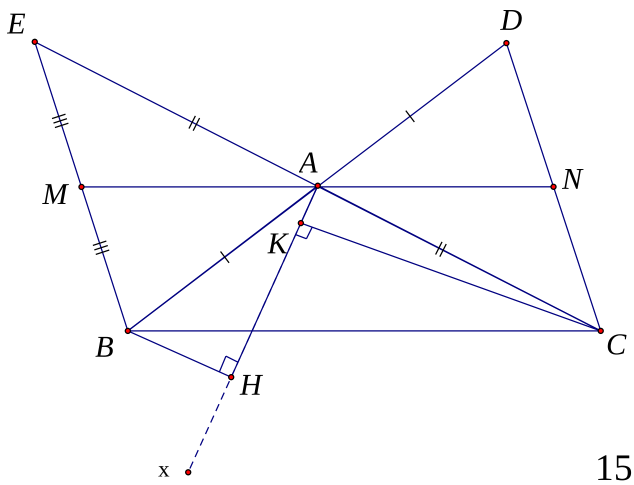
Bài 35: Cho Δ ABC vuông ở A (AB<AC) gọi K là trung điểm của BC, kẻ đường thẳng qua K và vuông góc với BC cắt AC tại M, kẻ đường thẳng CD vuông góc với tia BM tại D, CMR:
a, Δ AKD cân
b, Δ ABC=Δ DCB
c, Các đường thẳng BA, KM, CD đồng quy
d, $ADC + ABC = 180^0$



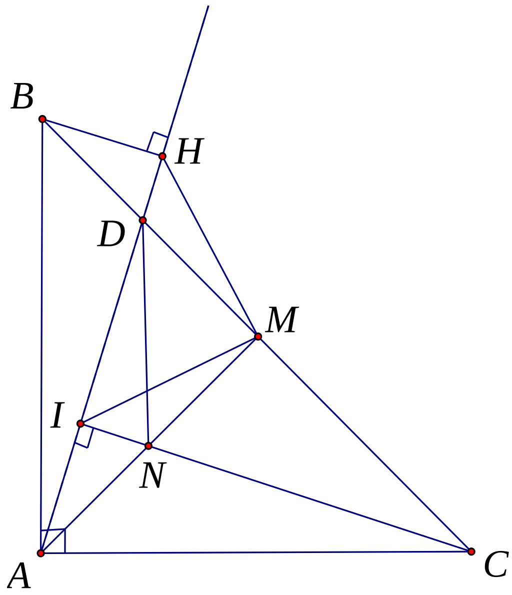
Bài 36: Cho Δ ABC có góc B và góc C là hai góc nhọn, trên tia đối của tia AB lấy điểm D sao cho AD=AB, trên tia đối của tia AC lấy điểm E sao cho AE=AC
a, CMR: BE=CD
b, Gọi M là trung điểm của BE, N là trung điểm của CD, CMR: A, M, N thẳng hàng
c, Ax là tia bất kì nằm giữa 2 tia AB và AC, gọi H và K lần lượt là hình chiếu của B và C trên Ax, CMR: BH+CK$\le$BC
d, Xác định vị trí của Ax để BH+CK có GTLN

Bài làm:

b, Chứng minh $\Delta ABM = \Delta ADN$
$=> AM = AN, MAB = NAD$
mà $BAN + NAD = 180^0$
nên M, A, N thẳng hàng
c, Gọi I là giao BC và Ax, ta có :
$BH \le BI, CK \le CI => BH + CK \le BI + CI = BC$
d, Theo câu c, $BH + CK \le BC$
nên BH+CK lớn nhất khi bằng BC, hay
$BH = BI$ và $CK = CI$
=> H trùng I và K trùng I
Hay Ax vuông góc với BC



Bài 37: Cho Δ ABC vuông cân tại A, M là trung điểm của BC, lấy điểm D bất kỳ thuộc cạnh BC, H và I theo thứ tự là hình chiếu của B và C xuống AD, đường thẳng AM cắt CI tại N, CMR:
a, BH=AI
b, $BH^2 + CI^2$ có giá trị không đổi
c, DN vuông góc với AC
d, IM là tia phân giác HIC



Bài làm:

a, Chứng minh $\Delta AHB = \Delta CIA$ (Cạnh huyền góc nhọn)
=>BH=AI

b, Áp dụng định lý Py-ta-go vào Δ ABH vuông tại H ta có:
$BH^2 + AH^2 = AB^2 = BH^2 + IC^2 = AB^2$
mà AB không đổi nên $BH^2 + CI^2$ không đổi

c, Vì Δ ABC vuông cân tại A
nên AM là trung truyến và cũng là đường cao Δ ABC
Xét Δ ADC có hai đường cao IC và AM cắt nhau tại N
Nên N là trực tâm khi đó $DN \perp AC$

d, $IAM = ICM$, mà $ICM = HBM \Rightarrow HBM = IAM$
Chứng minh $\Delta HBM = \Delta IAM \left(c.g.c\right) \Rightarrow MH = MI$

Có $HMI = AMI + IMB = 90^0$
=> ΔHMK vuông cân tại M=> $HIM = 45^0$ mà $HIC = 90^0$ nên IM là phana giác góc HIC

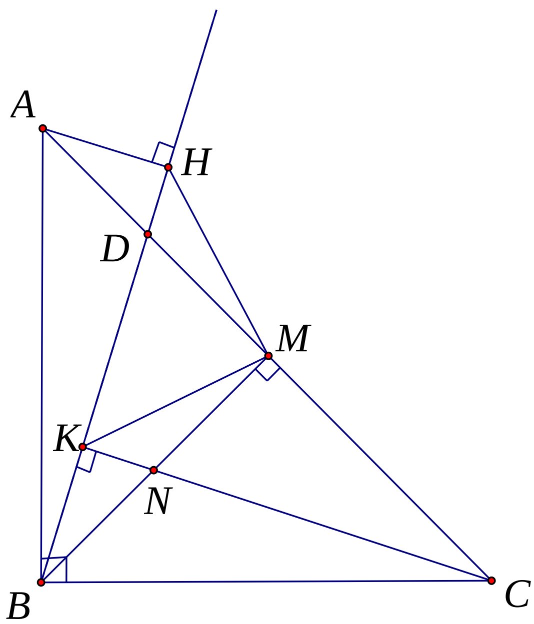
Bài 38: Cho Δ ABC vuông cân tại B, có trung tuyến BM, gọi D là một điểm bất kỳ thuộc cạnh AC, kẻ AH và CK vuông góc với BD (H, K thuộc BD), CMR:
a, BH=CK
b, Δ MHK vuông cân

Bài làm:

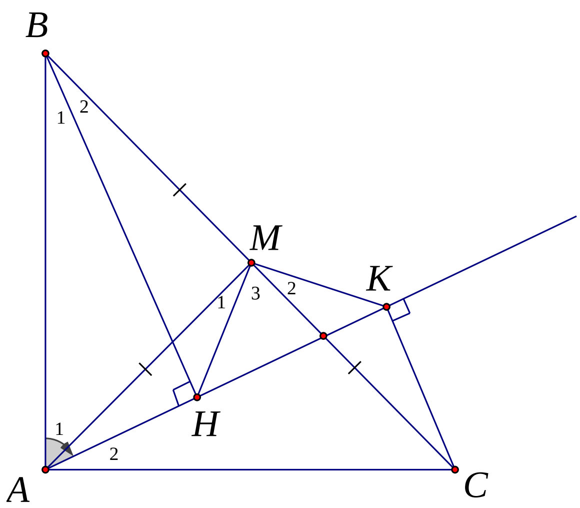
a, $\Delta ABH = \Delta BCK \Rightarrow BH = CK$

b, $KBM = KCA$, mà $KCA = HAM \Rightarrow HAM = KBM$
Chứng minh $\Delta HAM = \Delta KBM \left(c.g.c\right) \Rightarrow MH = MK$

Có $HMK = AMK + KMB = 90^0$
=> ΔHMK vuông cân tại M



Bài 39: Cho Δ ABC vuông cân ở A, M là trung điểm của BC, điểm E nằm giữa M và C, kẻ BH, CK vuông góc với AE, CMR:
a, BH=AK
b, Δ MBH=Δ MAK
c, Δ MHK vuông cân

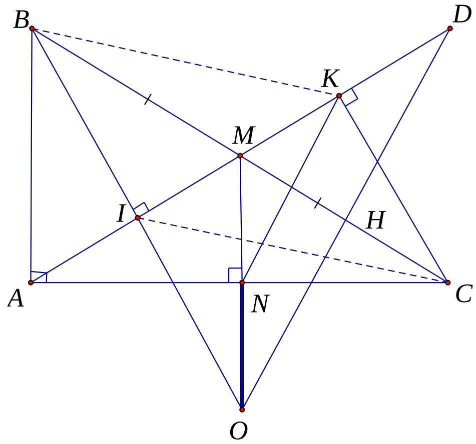


Bài làm:

a, Ta có:
$B_1 + A_1 = 90^0, A_1 + A_2 = 90^0 => B_1 = A_2$
=> Δ BHA=Δ AKC (cạnh huyền- góc nhọn)
=>BH=AK
b, Δ ABC vuông cân tại A=>AM=MB=MC
Ta có: $B_2 + B_1 = 45^0, MAH + A_2 = 45^0$
mà $B_1 = A_2 => B_2 = MAH => \Delta BMH = \Delta AMK$ (c.g.c)
c, Theo câu b, Δ BMH=Δ AMK=> MH=MK
=> Δ MHK cân tại M
và Δ MHA=Δ MKC (c.c.c)
=> $M_1 = M_2$,mà $M_1 = M_3 = 90^0$ => Δ MHK vuông cân tại M.

Bài 40: Cho Δ ABC vuông tại A, M là trung điểm của BC, trên tia đối của tia MA, lấy điểm D sao cho AM= MD, gọi I và K lần lượt là chân đường vuông góc hạ từ B và C xuống AD, N là chân đường vuông góc hạ từ M xuống AC
a, CMR : BK=CI và BK//CI
b, CMR : KN<MC
c, Δ ABC thỏa mãn điều kiện gì để AI=IM=MK=KD
d, Gọi H là chân đường vuông góc hạ từ D xuống BC, CMR: BI, DH, MN đồng quy

Bài làm :



a, Chứng minh $\Delta IBM = \Delta KCN => IM = MK$
Vì có : $CI = BK, MKB = MIC$ (so le)
=> BK//CI
b, Chỉ ra được $AM = MC => \Delta AMC$ cân tại M
=> MN là đường cao, trung tuyến của ΔAMC
Nên N là trung điểm của AC
ΔAKC vuông tại K, có KN là đường trung tuyến
=> $KN = \frac{1}{2}AC$, Mặt khác $MC = \frac{1}{2}BC$
Lại có ΔABC vuông cân tại A
=> $BC > AC => \frac{1}{2}BC > \frac{1}{2}AC => MC > KN$

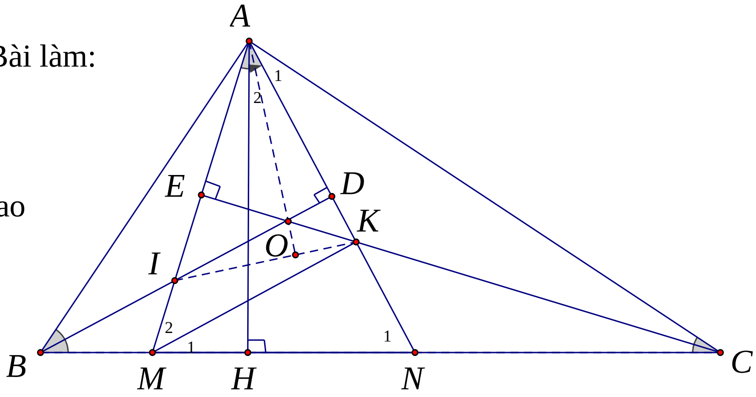
c, Theo câu a, IM=MK mà AM=MD(gt)=>AI=KD, vậy để AI=IM=MK=KD thì cần AI=IM
Mặt khác $BI \perp AM$ =>Khi đó Bi là đường trung tuyến, là đường cao $\Delta ABM => \Delta ABM$ cân tại B (1)
Mà ΔABC vuông tại A, trung tuyến AM nên ΔABM cân tại M (2)
Từ (1) và (2) => ΔABM là tam giác đều=> $ABM = 60^0$
Vậy ΔABC cần điều kiện $ABM = 60^0$
d, Xảy ra 2 TH
TH1 : Nếu I thuộc AM=> $H \in MC$ =>BI và DH cắt MN
Gọi O là giao của BI và MN và O' là giao của DH và MN
CMR: $\Delta AIO = \Delta MHO' => MO = MO'$ hay O trùng O'
=> BI, DH, MN đồng quy
TH2: Nếu $I \in MD => H \in MB => BI, BH$ cắt tia đối tia MN, chứng minh tương tự TH1
Vậy BI, DH, MN đồng quy

Bài 41: Cho Δ ABC vuông tại A, vẽ AH vuông góc với BC, trên BC lấy điểm N sao cho BN=BA, trên cạnh BC lấy điểm M sao cho CM=CA, Tia phân giác của ABC cắt AM tại I và cắt AN tại D, tia phân giác ACB cắt AN tại K và cắt AM tại E, gọi O là giao điểm của BD và CE

a, CMR: BD vuông góc với AN, CE vuông góc với AM

b, BD//MK

c, IK=OA



Bài làm:

a, Xét ΔABN có BA=BN=> Cân

=>BD là đường phân giác, đường cao

=> $BD \perp AN$

Tương tự : ΔCAM có CA=CM=> CE là đường cao

=> $CE \perp AM$

b, Vì ΔCAM cân, có CE vừa là đường cao, phân giác nên là đường trung trực

=> KA=KM và $A_2 = M_2 \Rightarrow M_1 = A_1$

Xét ΔMKN có : $M_1 + N_1 = A_1 + BAN = 90^0 \Rightarrow \Delta MKN$ vuông

=> $MK \perp MN \Rightarrow BD // MK$ vì cùng vuông góc với AN

c, Ta có:

ΔMAK vuông cân tại K nên KE vừa là đường cao, trung tuyến=> KE=AE=ME

ΔAIK có ID, KE là hai đường cao nên $AO \perp IK$

$\Rightarrow OAI + AIK = 90^0, EKI + EIK = 90^0 \Rightarrow OAI = EKI$

Xét ΔAEO và ΔKEI có :

$$\begin{cases} AEO = KEI = 90^0 \\ AE = KE \\ OAE = EKI \end{cases} \Rightarrow \Delta AEO = \Delta KEI\left(g.c.g\right) \Rightarrow Ao = IK$$

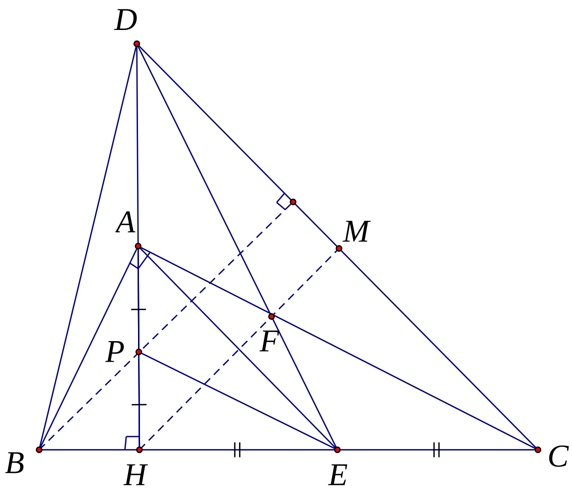
Bài 42: Cho Δ ABC vuông tại A, đường cao AH, Trên tia đối AH lấy điểm D sao cho AD=AH, Gọi E là trung điểm HC, F là giao điểm của DE và AC

a, CMR: H, F và trung điểm M của DC là ba điểm thẳng hàng

b, CMR: $HF = \frac{1}{3}.DC$

c, Gọi P là trung điểm AH, CMR: EP vuông góc AB

d, CMR: BP vuông góc DC và CP vuông góc với DB



Bài làm:

a, ΔDHC, DE, CA là hai đường trung tuyến cắt nhau tại F nên F là trọng tâm,

nên H, F và trung điểm M của DC thẳng hàng

b, Ta có : $HF = \frac{2}{3}.HM$

mà ΔDHC vuông tại H có HM là đường trung tuyến ứng với cạnh huyền nên HM=MD=MC=> $HM = \frac{1}{2}DC$

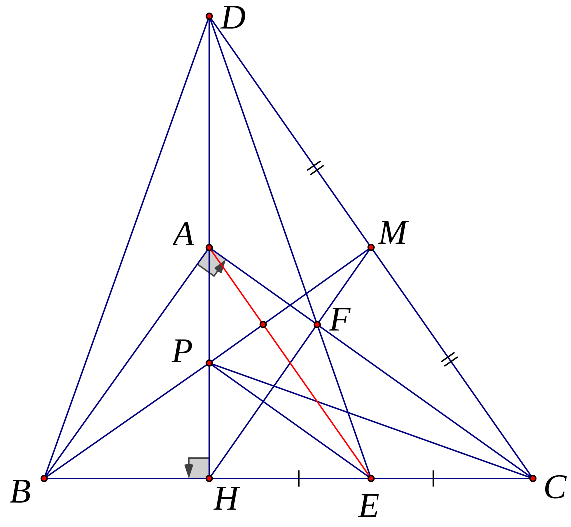
$\Rightarrow HF = \frac{2}{3}.\frac{1}{2}DC = \frac{DC}{3}$

c, Vì PE là đường trung bình của $\Delta AHC \Rightarrow PE // AC$ mà $AC \perp AB \Rightarrow PE \perp AB$

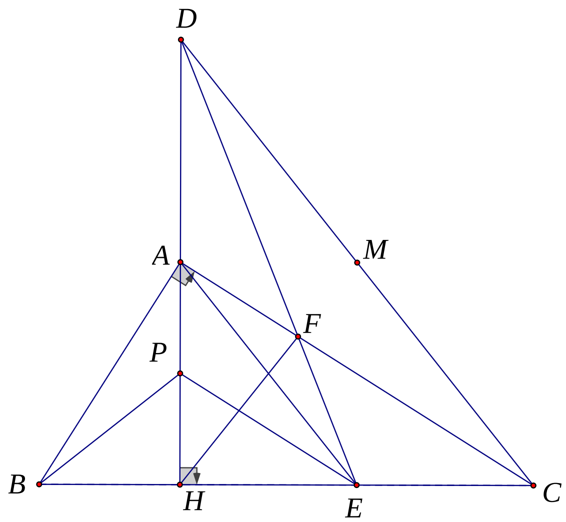
d, Theo câu c=> P là trực tâm của $\Delta ABE \Rightarrow BP \perp AE, AE // DC \Rightarrow BP \perp DC$

Xét ΔDBC có AH và BP là hai đường cao nên Plaf trực tâm=> $CP \perp AB$

Bài 43: Cho Δ ABC vuông tại A, đường cao AH, trên tia đối của tia AH lấy điểm D sao cho AD=AH, Gọi E là trung điểm của đoạn thẳng HC, F là giao điểm của DE và AC
a, Chứng minh: 3 điểm H, F và trung điểm M của đoạn CD là ba điểm thẳng hàng
b, CM: $HF = \frac{1}{3}DC$
c, Gọi P là trung điểm của đoạn thẳng AH, CM: EP $\perp$ AB
d, CM: $BP \perp DC, CP \perp DB$

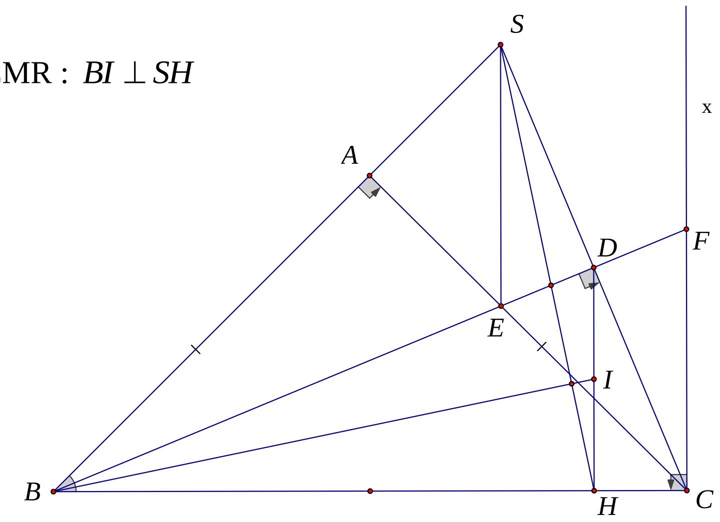


Bài 44: Cho Δ ABC vuông tại A, đường cao AH, trên tia đối của tia AH lấy điểm D sao cho AD=AH, Gọi E là trung điểm của đoạn thẳng HC, F là giao điểm của DE và AC
a, CMR: H, F và trung điểm M của đoạn thẳng DC là ba điểm thẳng hàng
b, CMR: $HF = \frac{1}{3}DC$
c, Gọi P là trung điểm của AH, CM $EP \perp AB, BP \perp DC$
d, Tính $CA^2 + DE^2$ theo DC



Bài 45: Cho Δ ABC vuông cân tại A, vẽ tia $Cx \perp BC$ cắt tia phân giác góc B tại F, BF cắt AC tại E, kẻ $CD \perp EF$, kéo dài BA và CD giặp nhau tại S

a, CM: $ABC = ACF$ và CD là tia phân giác ECF
b, CM : DE=DF, và SE=CF
c, CM : SE//CF và AE<EC
d, kẻ $DH \perp BC$, gọi I là trung điểm của DH, CMR : $BI \perp SH$



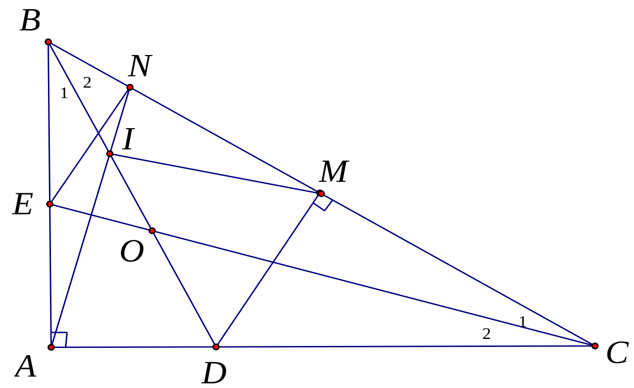
Bài 46: Cho Δ ABC có $A = 90^0$, vẽ phân giác BD và CE cắt nhau tại O

a, Tính BOC
b, Trên BC lấy M và N sao cho BM= BA, CN=CA, CMR: EN//DM
c, Gọi I là giao điểm của BD và AN, CMR: Δ AIM cân

Bài làm:

a, Tự cm

b, Δ ABD=Δ MBD => $M = 90^0 \Rightarrow DM \perp BC$
Chứng minh tương tự:
$N = 90^0 \Rightarrow EN \perp BC \Rightarrow EN // DM$
c, Δ IBA=Δ IBM
=>IA=IM=>Δ IAM cân



Bài 47: Cho Δ ABC vuông tại A, đường cao AH, Tia phân giác HAB cắt BC tại D, tia phân giác HAC cắt BC tại E, CMR : giao điểm các đường phân giác của Δ ABC là giao điểm các đường trung trực của Δ ADE

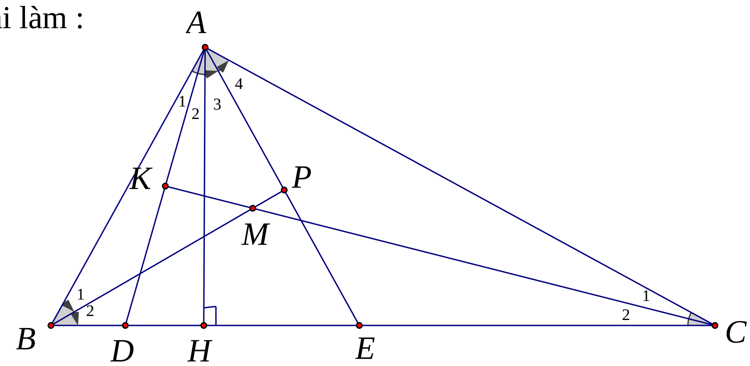
Bài làm :

Theo bài ra ta có :

$B_1 + B_2 = A_3 + A_4 \Rightarrow B_1 = B_2 = A_3 = A_4$

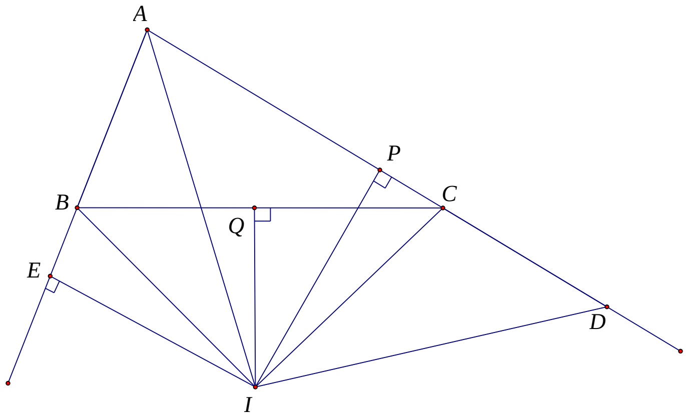
$\Rightarrow B_1 + BAP = A_4 + BAP = 90^0 \Rightarrow BP \perp AE$

Δ ABP Có BP vừa là đường phân giác vừa là đường cao nên là tam giác cân.
=>BP là đường trung trực của AE
Chứng minh tượng tự :
CK là đường trung trực của AD,



mà BP cắt CK tại M=> M là giao 2 đường trung trực của Δ ADE

Câu 48: Cho Δ ABC có AB<AC, Trên tia đối của tia CA lấy điểm D sao cho CD=AB, Gọi P và Q là trung điểm của AD. BC
và I là giao điểm các đường vuông góc với AD và BC tại P và Q
a, CMR: Δ AIB= Δ DIC
b, CM AI là phân giác BAC
c, Kẻ IE vuông góc với AB, CMR : $AE = \frac{1}{2}AD$



HD:

a, Ta có :
IB=IC,IA=ID
Lại có : AB=CD(gt)
=> $\Delta AIB = \Delta DIC\left(c.c.c\right)$

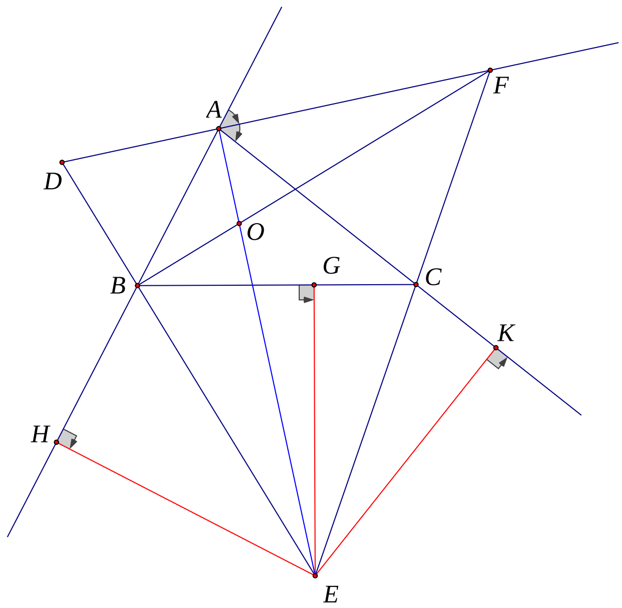
b, Chứng minh $DAI = D, \Delta AIB = \Delta DIC$ (Theo câu a)

=> $BAI = D$ => $DAI = BAI$

Vậy AI là tia phân giác của góc BAC
c, Kẻ $IE \perp AB$, ta có: Δ AIE= Δ AIP
=>AE=AP
mà $AP = \frac{1}{2}AD$ (Vì P là trung điểm AD)

=> $AE = \frac{1}{2}AD$

Bài 49: Cho Δ ABC các đường phân giác của góc ngoài tại B và C cắt nhau ở E, gọi G, H, K theo thứ tự là chân các đường vuông góc kẻ từ E đến đường thẳng BC, AB, AC
a, Có nhận xét gì về độ dài EH, EG, EK
b, CM AE là phân giác BAC
c, Đường phân giác góc ngoài tại đỉnh A của Δ ABC cắt các đường thẳng BE, CE theo thứ tự tại D và F, CM : $EA \perp DF$
d, CM điểm cách đều các cạnh của Δ ABC cũng chính là trực tâm của Δ DEF

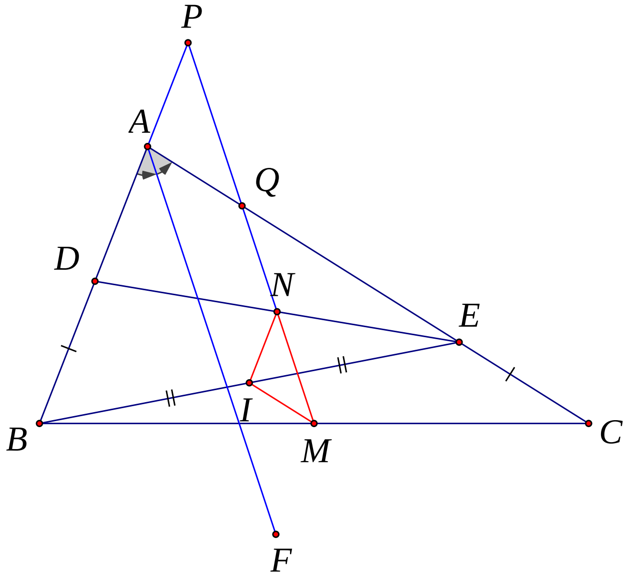


Bài 50: Cho Δ ABC (AB<AC) Gọi D là điểm nằm giữa A và B, E là điểm nằm giữa A và C sao cho BD=CE, Gọi M, N, I lần lượt là trung điểm của BC, DE và BE

a, Chứng minh Δ MIN cân

b, Đường thẳng MN cắt AB ở P, cắt AC ở Q, CM Δ APQ cân

c, Kẻ phân giác AF của Δ ABC, CM: MN//AF



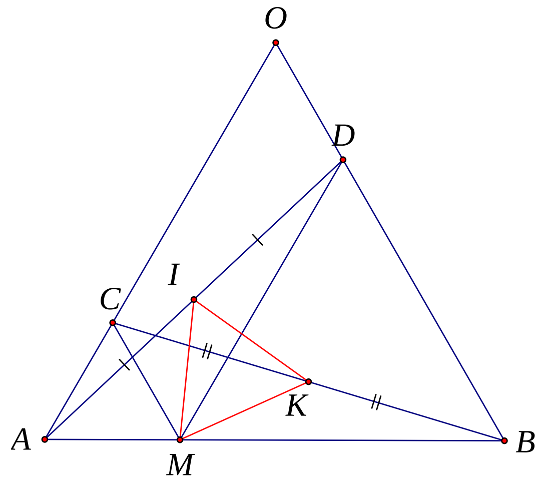
Bài 51: Cho đoạn thẳng AB và điểm M nằm giữa A và B, trên cùng một nửa mp bờ AB, vẽ các tam giác đều Δ MAC và Δ MBD. Các tia AC và BD cắt nhau tại O, gọi I và K theo thứ tự là trung điểm của AD và BC, CMR:

a, Δ AOB là tam giác đều

b, MC=OD và MD=OC

c, AD=BC

d, Δ MIK là tam giác đều



Bài 52: Cho Δ ABC vuông tại A, trên AC lấy điểm D sao cho $ABC = 3.ABD$, trên cạnh Ab lấy điểm E sao cho $ACB = 3.ACE$, Gọi F là giao điểm của BD và CE, I là giao điểm các đường phân giác của Δ BFC

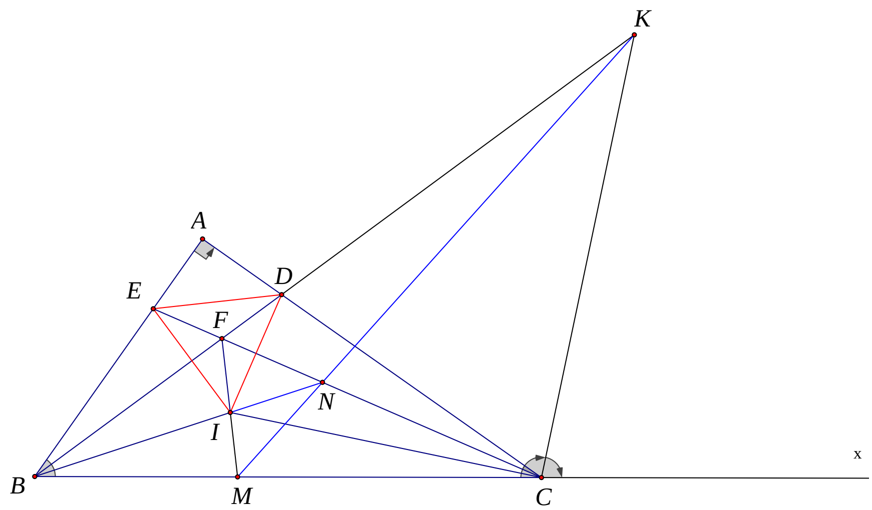
a, Tính BFC

b, CM: Δ BFE = Δ BFI

c, Chứng minh Δ IDE là tam giác đều

d, Gọi Cx là tia đối của tia CB, M là giao điểm của FI và BC, tia phân giác của FCx cắt BF tại K, CMR : MK là phân giác FMC

e, MK cắt CF tại N , CM B, I, N thẳng hàng



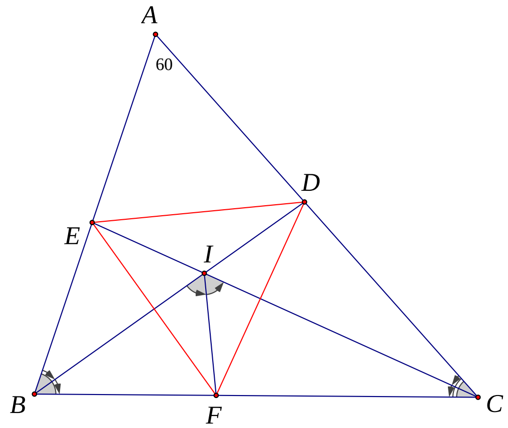
Bài 53: Cho Δ ABC có $A = 60^0$, các tia phân giác B, C cắt nhau ở I, cắt cạnh AC, AB ở D và E, tia phân giác BIC cắt BC ở F

a, Tính BIC

b, CM: ID=IE=IF

c, CM Δ DEF đều

d, CM I là giao điểm các đường phân giác của hai Δ ABC và DEF



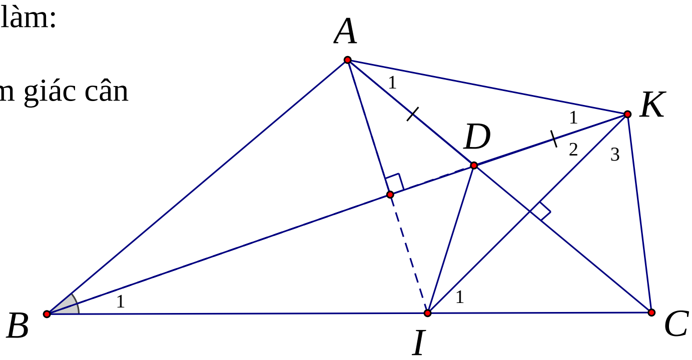
Bài 54: Cho Δ ABC cân tại A $\left(A=100^0\right)$, Tia phân giác góc B cắt AC tại D, qua A kẻ đường thẳng vuông góc với BD cắt BC ở I

a, CMR: BI=BA

b, Trên tia đối DB lấy K sao cho DK=DA, CMR: Δ AIK đều

c, Tính các góc Δ BCK

Bài làm:



a, ΔABI có BD vừa là đường cao, phân giác=> là tam giác cân

b, Vì ΔABI cân=> BD là đường trung trực

=> KA=KI=> ΔAKI cân tại K

mà ΔABC cân => $B=40^0$ => $B_1=20^0$ => $D_1=60^0$

Mà $D_1=2.K_1$ => $K_1=30^0$, mà

KD là tia phân giác => $AKI=60^0$ nên đều

c, Vì ΔAKI đều có DA=DK=> D nằm trên đường trung trực, cao

=> $DI=AK$ => D là trọng tâm, trực tâm=> AC là đường trung trực KI=> CK=CI

=> ΔCKI cân tại C=> $K_3=I_1=180^0-KIB$

ta có : $KIB=180^0-\left(K_2+B_1\right)=180^0-\left(30^0+20^0\right)=130^0$ => $\hat{I}=50^0$

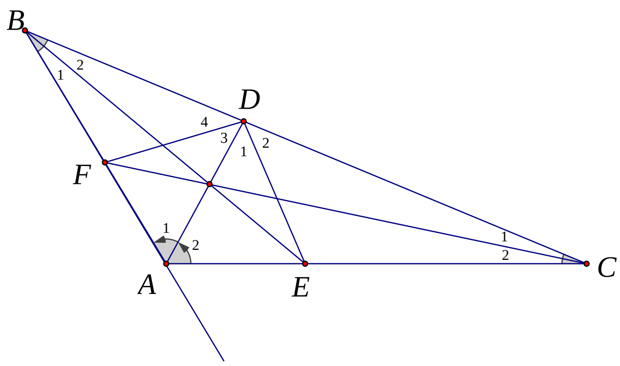
=> $K_3=50^0$ => $CKB=50^0+30^0=80^0$ => $KCB=80^0$

Bài 55: Cho Δ ABC có $A=120^0$, các đường phân giác AD, BE, CF

a, CMR DE là phân giác góc ngoài của Δ ADB

b, Tính EDF

Bài làm :



a, Ta có : $A_1=A_2=A_3=60^0$

nên AE là tia phân giác ngoài của Δ ABD,

BE là tia phân giác góc B, Và AE cắt BE tại E nên

DE là tia phân giác góc ngoài Δ ADB

b, Chứng minh tương tự FD là phân giác góc ngoài Δ ADC

Khi đó : $D_1=D_2, D_3=D_4$ => $D_1+D_3=90^0$

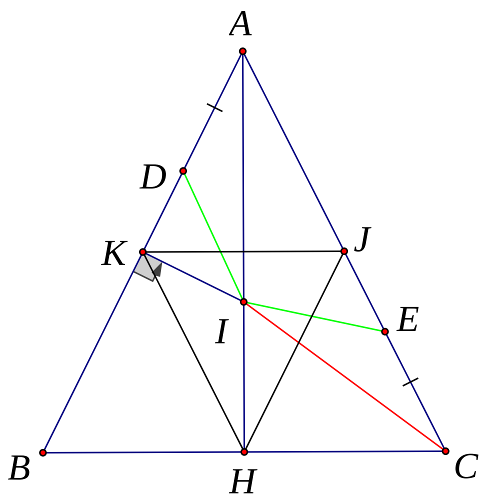
Bài 56: Cho Δ ABC cân tại A, đường cao AH, K là trung điểm của AB, J là trung điểm của AC, đường trung trực của đoạn AB cắt AH tại I, lấy D trên AB, E trên AC sao cho AD =CE, CM:

a, IA=IC

b, ID=IE

c, Δ HJK cân

d, Cho biết $A=40^0$, tính các góc của Δ HJK

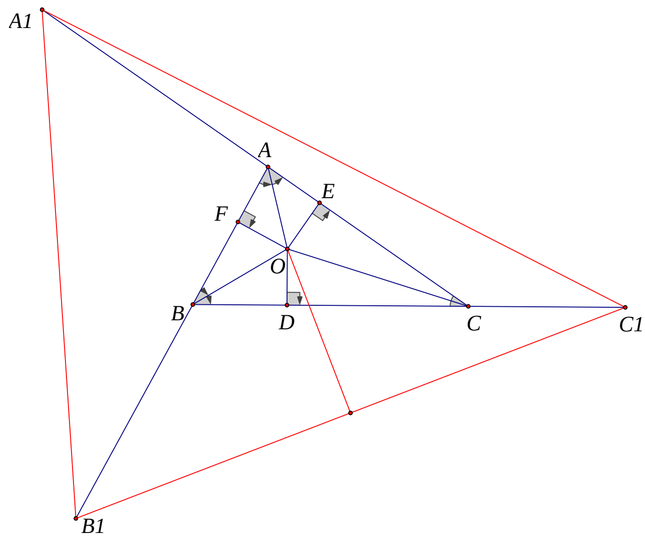


Bài 57: Cho Δ ABC, Gọi O là giao điểm các đường phân giác của tam giác đó, từ O kẻ OD, OE, OF lần lượt vuông góc với BC, CA, AB, Trên tia đối của tia AC, BA, CB lấy theo thứ tự 3 điểm A_1, B_1, C_1, sao cho: $AA_1 = BC, BB_1 = AC, CC_1 = AB$, CMR:

a, AE=AF, BD=BF, CD=CE

b, $EA_1 = FB_1 = DC_1$

c, O là giao điểm các đường trung trực của $\Delta A_1B_1C_1$



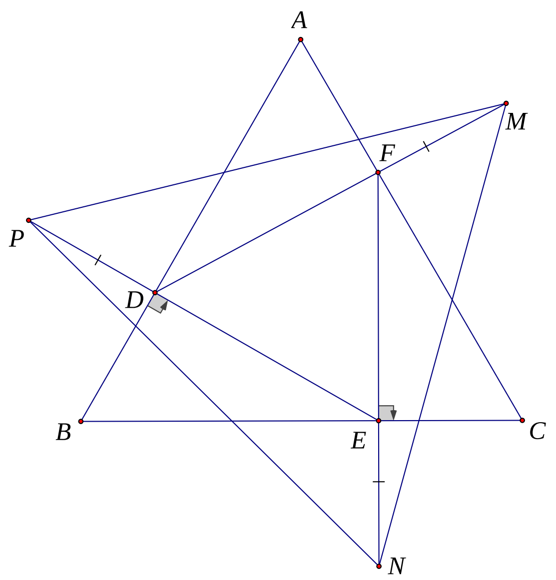
Bài 58: Cho Δ ABC đều, trên cạnh AB lấy điểm D sao cho $BD = \frac{1}{3}AB$, qua D kẻ đường thẳng vuông góc với AB cắt BC ở E, qua E kẻ đường vuông góc với BC cắt AC ở F

a, CMR: $DF \perp AC$

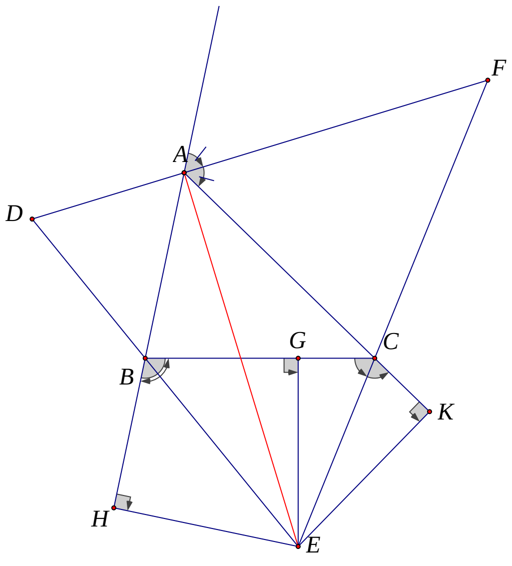
b, CM Δ DEF đều

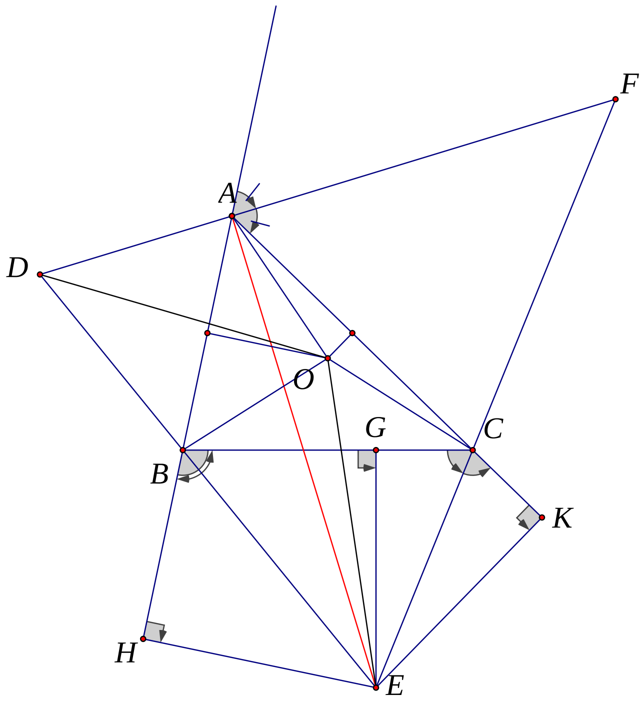
c, Trên tia đối của các tia DE, FD, EF lần lượt lấy các điểm P, M, N sao cho DP=FM=EN, Hỏi Δ MNP là Δ gì vì sao?

d, Chứng minh rằng Δ ABC, Δ DEF, Δ MPN có cùng trọng tâm

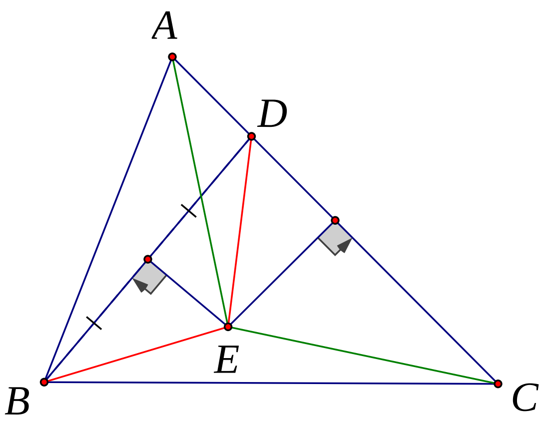


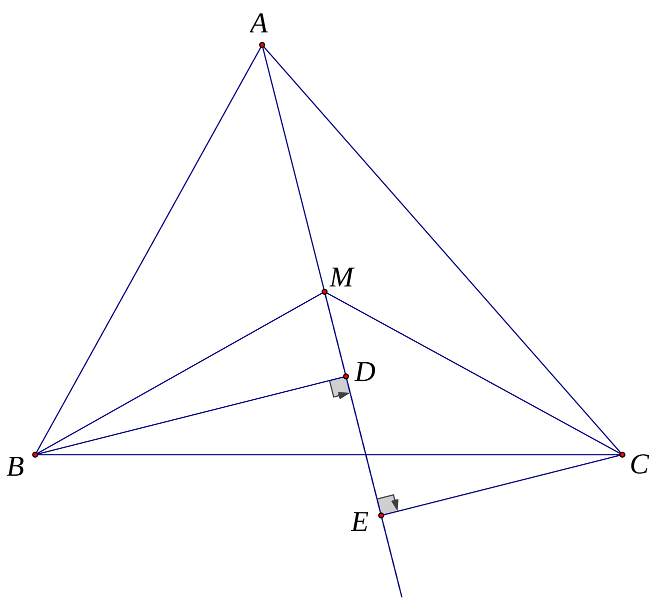
Bài 59: Cho Δ ABC, các đường phân giác của góc ngoài tại B và C cắt nhau ở E, gọi G, H, K theo thứ tự là chân các đường vuông góc kẻ từ E đến các đường thẳng BC, AB, AC
a, Có nhận xét gì về độ dài EH, EG, EK
b, Chứng minh AE là phân giác $\widehat{BAC}$
c, đường phân giác góc ngoài tại đỉnh A của Δ ABC cắt các đường thẳng BE, CE theo thứ tự tại D và F, CMR: EA $\perp$ DF
d, Chứng minh điểm cách đều các cạnh của Δ ABC cũng chính là trực tâm của Δ DEF



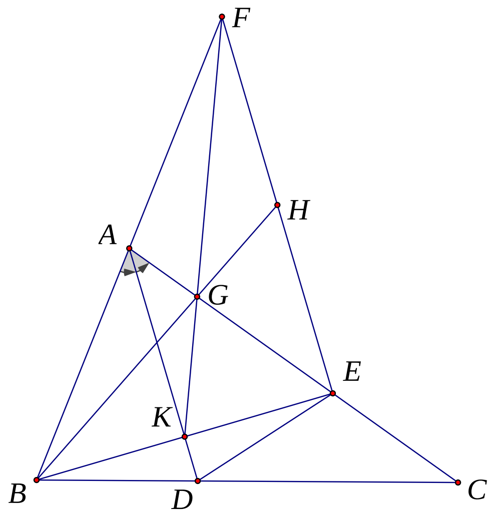


Bài 60: Cho Δ ABC nhọn có AB<AC, trên tia AC lấy điểm D sao cho CD=AB, Hai đường trung trực của BD và AC cắt nhau tại E
a, CM: Δ AEB= Δ CED
b, AE là phân giác trong tại đỉnh A của Δ ABC
c, Gọi M là 1 điểm bất kỳ nằm trong tam giác,
Xác định vị trí của M để biểu thức: MA.BC+MB.AC +MC.AB đạt giá trị nhỏ nhất

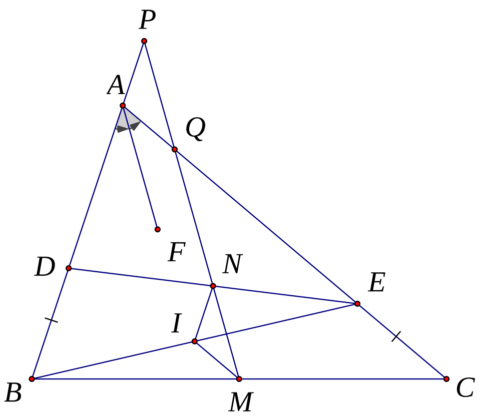




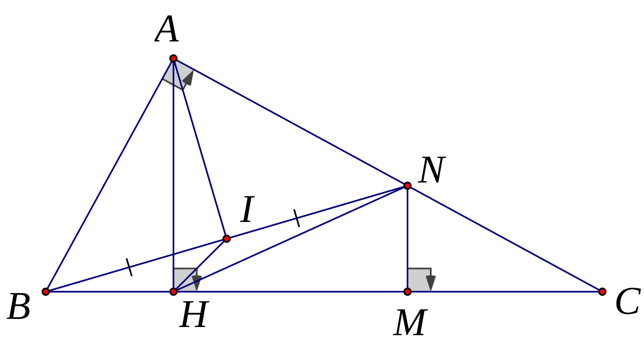
Bài 61: Cho Δ ABC, AB<AC, AD là tia phân giác BAC, trên cạnh AC lấy điểm E sao cho AB=AE
a, CMR: DB=DE
b, Giả sử AD cắt BE tại K, CMR: K là trung điểm của BE
c, Qua E kẻ đường thẳng d song song với AD cắt BA tại F, CMR: Δ AEF cân
d, Giả sử EA cắt FK tại G, BG cắt EF tại H. biết EA=9cm, BH=12cm. AH=? cm, Tính chu vi Δ BGE



Bài 62: Cho Δ ABC(AB<AC) gọi D là điểm nằm giữa A và B, E là điểm nằm giữa A và C và BD=CE, Gọi M, N, I lần lượt là trung điểm của BC, DE và BE
a, CMR : Δ MIN cân
b, Đường thẳng MN cắt đường thẳng AB ở P, cắt AC ở Q, CMR Δ APQ cân
c, Kẻ phân giác AF của Δ ABC, CMR : MN//AF



Bài 63: Cho Δ ABC vuông tại A, $B > C$, kẻ đường cao AH
a, So sánh AB với AC, HB với HC
b, Trên HC lấy M sao cho HM=HA, Từ M kẻ đường thẳng vuông góc với BC, đường thẳng này cắt AC tại N, so sánh AH và HN
c, CM Δ ABN vuông cân
d, Gọi I là trung điểm của BN, Tính AHI



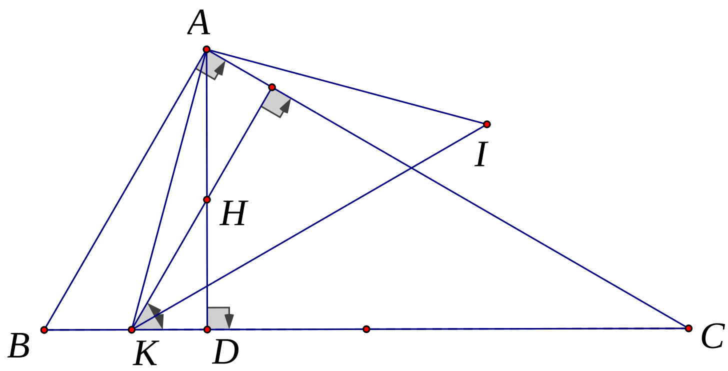
Bài 64: Cho Δ ABC vuông tại A (AB<AC) đường cao AD, tia phân giác BAD cắt BC tại K

a, CMR: $CAD = ABC$ và $CKA = CAK$

b, Gọi H là trực tâm của Δ CAK, CM KH//AB, KH=HA và AH>HD

c, Đường thẳng vuông góc với AK tại A cắt tia phân giác HKC tại I, Δ AKI là tam giác gì?

d, Δ ABC phải có thêm điều kiện gì để BH=AK



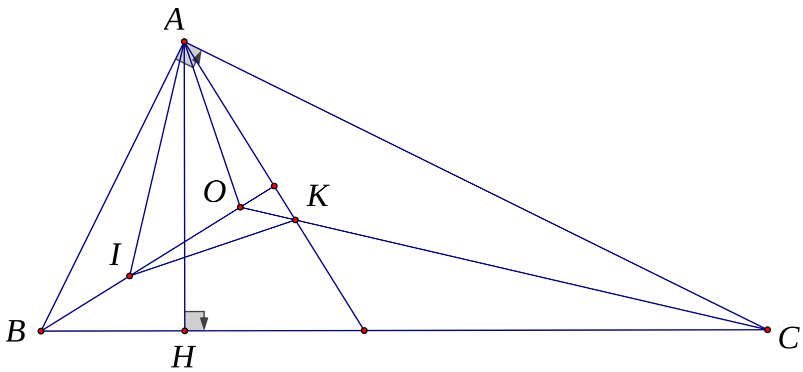
Bài 65: Cho Δ ABC vuông tại A(AB<AC) đường cao AH, gọi I và K theo thứ tự là giao điểm các đường phân giác của Δ AHB và Δ AHC

a, CM: HB<HC

b, CM: $BI \perp AK$

c, Gọi O là giao điểm của BI và CK, CM $AO \perp IK$

d, CM $BOC = AIB = AKC$



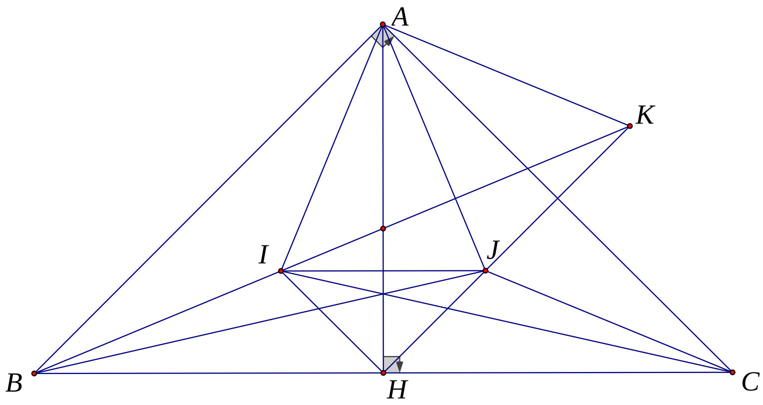
Bài 66: Cho Δ ABC vuông cân tại A, đường cao AH, hai tia phân giác của B, BAH cắt nhau ở I, Hai tia phân giác C, CAH cắt nhau ở J, CMR:

a, Δ ABI= Δ ACJ, Δ ABJ= Δ ACI

b, Δ IHJ vuông cân

c, Gọi giao điểm của tia BI và HJ là K, CMR: $AI \perp AK$

d, Trực tâm của Δ AIJ là giao điểm 3 đường phân giác của Δ ABC



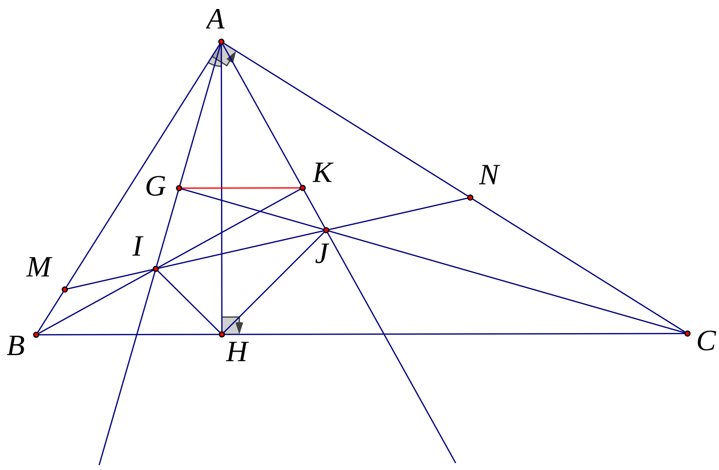
Bài 67: Cho Δ ABC vuông tại A, đường cao AH, Trên AB và AC lần lượt lấy các điểm M và N sao cho AM=AN=AH, Các đường phân giác trong góc BAH, CAH cắt MN tại I và J

a, CMR: IM=IH, JN=JH

b, CMR: $IJ^2 = IM^2 + JN^2$

c, CM BI là phân giác trong ABH và BI vuông góc với AJ tại K

d, CJ cắt AI tại G, CMR: $KG = \frac{1}{4}BC$



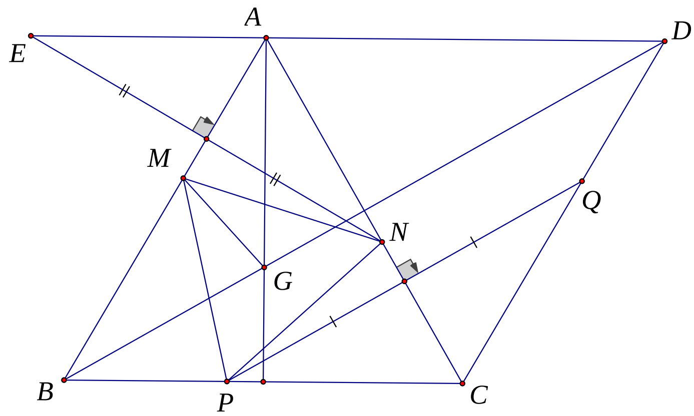
Bài 68: Cho Δ ABC đều có cạnh bằng a, các điểm M, N, P lần lượt thuộc các cạnh AB, AC, BC sao cho AN=BM=CP

a, Δ MNP là tam giác gì? Hãy chứng minh

b, CMR 2 Δ ABC và Δ MNP có cùng trọng tâm

c, Lấy các điểm E và Q sao cho AB và AC lần lượt là các đường trung trực của NE và PQ, Gọi D là giao điểm của EA và CQ. CMR: 3 điểm B, G, D thẳng hàng

d, Tính độ dài BD theo a



Bài 69: Cho Δ ABC có $B < 90^0, B = 2.C$, kẻ đường cao AH, trên tia đối cảu tia BA lấy điểm E sao cho BE =BH, đường thẳng HE cắt AC tại D

a, CMR: $BEH = ACB$

b, CMR: BH=DC=DA

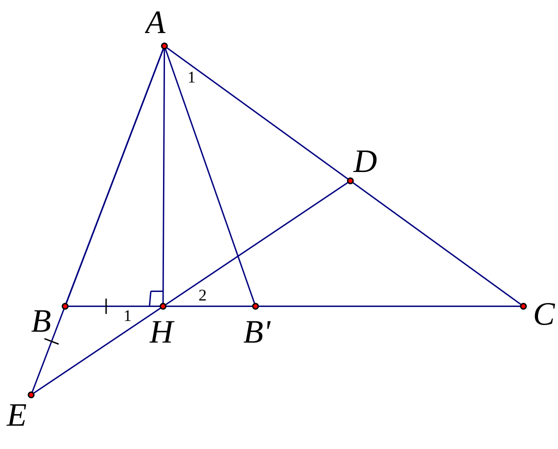
c, Lấy B' sao cho H là trung điểm của BB', CMR: Δ AB'C cân

d, CMR: AE=HC

Bài làm:

a, ΔBEH cân tại B nên $E = H_1$

$ABC = E + H_1 = 2.E$, mà $ABC = 2.C \Rightarrow BEH = ACB$



b, CM ΔDHC cân tại D, nên $DC = DH$

ΔDHA có $DAH = 90^0 - C = 90^0 - H_2 = DHA$

Nên ΔDAH cân tại D=> DA=DH

c, $\Delta ABB'$ cân tại A nên $B' = B = 2.C$

$\Rightarrow B' = A_1 + C \Rightarrow 2.C = A_1 + C \Rightarrow C = A_1 \Rightarrow \Delta AB'C$ cân tại B'

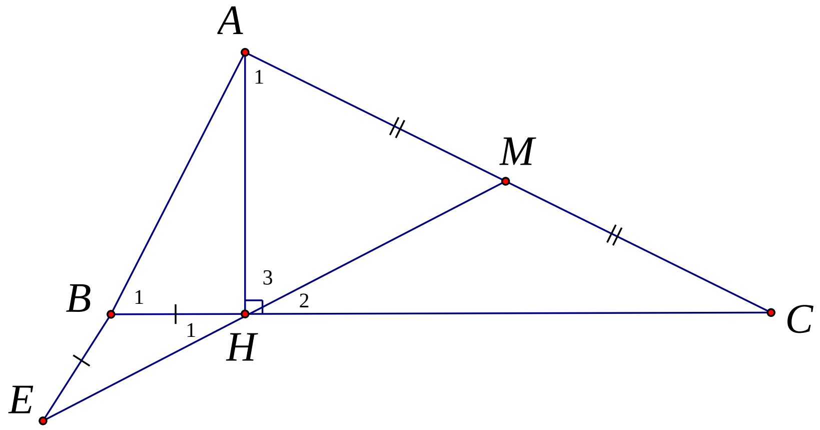
d, AB=AB'=CB', BE=BH=B'H

Có AE=AB+BE, HC=CB'+B'H=>AE=HC

Bài 70: Cho Δ ABC có góc B là góc nhọn, và $B = 2.C$, Dựng đường cao AH, trên tia đối của tia BA lấy điểm E sao cho BE=BH, CMR:

a, $BHE = C$

b, Đường thẳng EH di qua trung điểm AC



Bài làm:

a, Ta có:

B_1 là góc ngoài của ΔBEH

$=> B_1 = E + H = 2.H_1 = 2.C => H_1 = C$

b, Giả sử EH cắt AC tại M

$=> H_1 = H_2$ (đ^2)$=> \Delta MHC$ cân

Lại có : $H_2 + H_3 = 90^0, A_1 + C = 90^0 => A_1 + H_2 = 90^0$

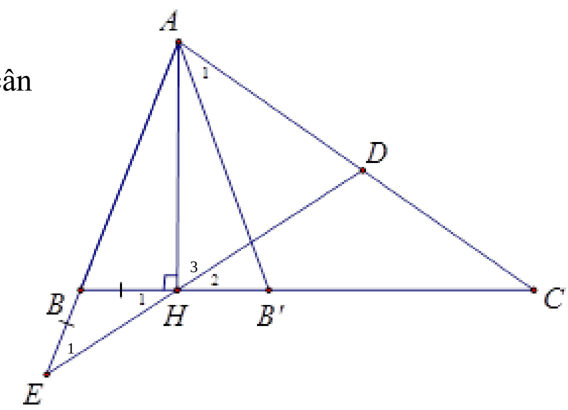
$=> A_1 = H_3 => \Delta AMH$ cân=> MA=MH=>MA=MH=MC

Bài 71: Cho Δ ABC có $B < 90^0$ và $B = 2.C$, kẻ đường cao AH, trên tia đối của tia BA lấy điểm E sao cho BE=BH, đường thẳng HE cắt AC tại D

a, CMR: $BEH = ACB$

b, CMR: DH=DC=DA

c, Lấy B' sao cho H là trung điểm của BB', CMR: Δ AB'C cân



Bài làm:

a, Ta có: $B_1 = E_1 + H_1 = 2.E_1$, mà $B_1 = 2.C => E_1 = C$

b, Ta có : $E_1 = H_1 = H_2 = C => DH = DC$

mà $A_1 + C = 90^0, H_3 + H_2 = 90^0 => H_3 + C = 90^0$

$=> A_1 = H_3 => DA = DH$

Vậy DA=DH=DC

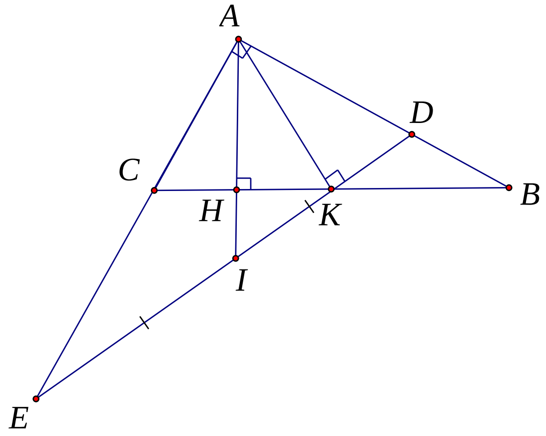
c, $\Delta ABB'$ cân $=> B_1 = B_1' = B'AC + B'CA = 2C => B'AC = C => \Delta AB'C$ cân

Bài 72: Cho Δ ABC vuông tại A, K là trung điểm của BC, qua K kẻ đường thẳng vuông góc với AK, đường thẳng này cắt các đường thẳng AB, AC lần lượt ở D và E, Gọi I là trung điểm của DE

a, CMR : AI vuông góc với BC

b, Có thể nói DE< BC được không?

Bài làm:



a, ΔADE vuông tại A có đường trung tuyến AI

=> ΔAIE cân tại I

và ΔACK cân tại K=> $A_1 = E, C_1 = CAK$

mà $E + CAK = 90^0$ => $A_1 + C_1 = 90^0$ => $AH \perp CK$

b, Để so sánh DE với BC

ta so sánh IE với CK và AI với AK

ΔAKI vuông => AI $\geq$ AK=>DE=BC khi K trùng với I

hay ΔABC vuông cân tại A

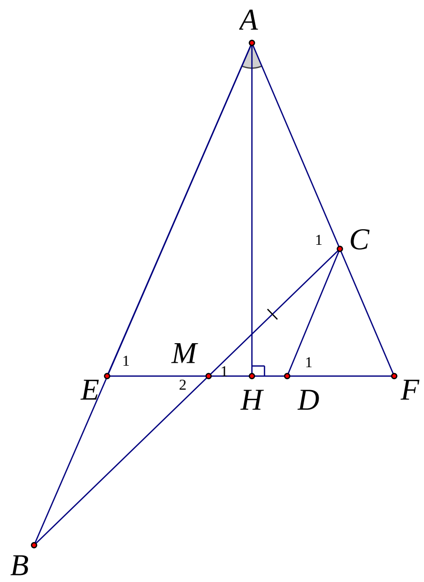
Bài 73: Cho Δ ABC (AB >AC), M là trung điểm BC, đường thẳng đi qua M và vuông góc với tia phân giác góc A tại H cắt hai tia AB và AC lần lượt ở E và F, CMR:

a, $\dfrac{EF^2}{4} + AH^2 = AE^2$

b, $2.BME = ACB - B$

c, BE=CF

Bài làm:



a, ΔAFH vuông tại H

=> $HF^2 + AH^2 = AF^2$ (1)

mà $\Delta AHE = \Delta AHF$ => $HF = \dfrac{EF}{2}, AE = AF$

Thay vào (1) => $\left(\dfrac{FE}{2}\right)^2 + AH^2 = FA^2$

b, Ta có: $E_1 = F$, ta có: ΔCMF có C_1 là góc ngoài nên :

$C_1 = CMF + F$ => $CMF = C_1 - F$

ΔBME có E_1 là góc ngoài=> $M_2 = E_1 - B$ => $2.M_2 = M_1 + M_2 = \left(C_1 - F\right) + \left(E_1 - B\right)$

=> $2.M_2 = C_1 - B$

c, Từ C vẽ CD//AB=> $\Delta BME = \Delta CMD\left(g.c.g\right)$ => $BE = CD$ (1)

mà $E_1 = D_1$ => $D_1 = F$ => ΔCDF cân => CF=CD (2)

Từ (1) và (2) => BE=CF

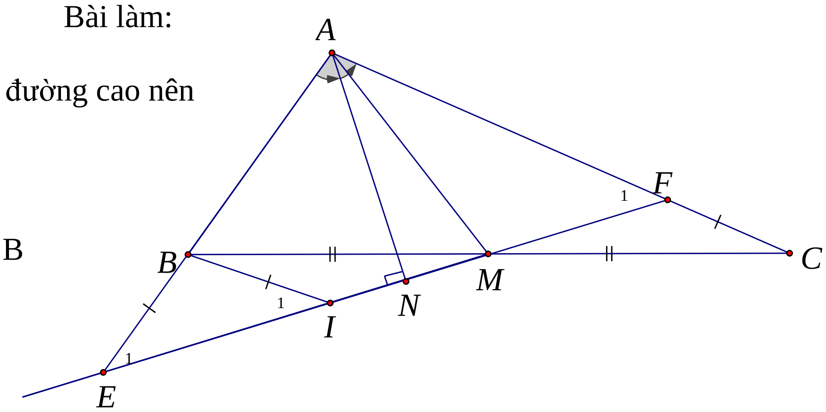
Bài 74: Cho Δ ABC có AB<AC, gọi M là trung điểm của BC, từ M kẻ đường thẳng vuông góc với tia phân giác góc A, cắt tia này tại N, cắt AB tại E và cắt AC tại F, CMR:

a, AE=AF

b, BE=CF

c, $AE = \dfrac{AB+AC}{2}$

Bài làm:



a, Δ AEF có AN vừa là tia phân giác vừa là đường cao nên Δ AEF cân tại A=> AE=AF

b, Từ B kẻ đường thẳng // AC cắt EF tại I

Khi đó:

$I_1 = F_1, F_1 = E_1 \Rightarrow I_1 = E_1 \Rightarrow \Delta BEI$ cân tại B

=>BE=BI

Δ MBI=Δ MCF(g.c.g)=>FC=BI

Từ hai điều trên ta có: FC=BI=BE

c, Ta có :

2.AE=AE+AE=(AB+BE)+AE

=AB+(BE+AE)=AB+(FC+AF)=AB+AC

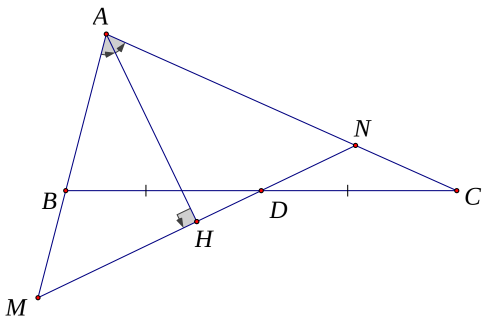
$\Rightarrow AE = \dfrac{AB+AC}{2}$

Bài 75 : Cho Δ ABC (AB<AC), từ trung điểm D của cạnh BC, kẻ 1 đường thẳng vuông góc với tia phân giác góc A, đường thẳng đó cắt AB và AC lần lượt ở M và N

a, CM : Δ AMN cân

b, CM: BM=CN

c, Cho AB=c, AC=b, tính AM và BM theo b và c



Bài 76: Cho Δ ABC, tia phân giác AD, gọi I là trung điểm của BC, đường thẳng qua I và vuông góc với AD cắt các đường thẳng AB, AC lần lượt tại M và N. kẻ BE// AC, E thuộc MI, CMR:

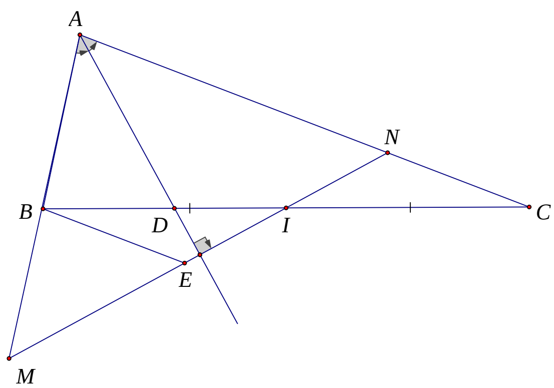
a, Δ IBE=Δ ICN

b, Δ AMN cân

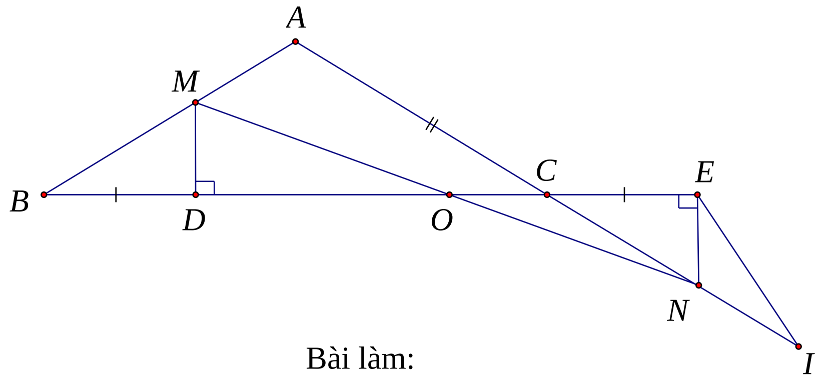
c, BM=CN

d, Δ ABC cần có thêm điều kiện gì để Δ BME đều

e, Biết $A = 70^0$, tính BEN



Bài 77: Cho Δ ABC cân tại A, góc A tù, trên cạnh BC lấy điểm D, trên tia đối của tia CB lấy điểm E sao cho BD =CE, trên tia đối của tia CA lấy điểm I sao cho CI=CA
a, CMR: Δ ABD= Δ ICE và AB+AC<AD+AE
b, Từ D và E kẻ các đường thẳng cùng vuông góc với BC cắt AB, AI lần lượt tại M và N, CMR: BM=CN
c, CMR: Chu vi Δ ABC nhỏ hơn chu vi Δ AMN



Bài làm:

a, CM: $\Delta ABD = \Delta ICE\left(c.g.c\right)$, Ta có :
AB+AC=AI, Vì $\Delta ABD = \Delta ICE => AD = EI$
Áp dụng BĐT trong ΔAEI : $AE + EI > AI$ hay AE+AD>AB+AC

b, CM: $\Delta BDM = \Delta CEN\left(g.c.g\right) => BM = CN$

c, Vì BM=CN=> AB+AC=AM+AN, có BD=CE (gt), =>BC=DE
Gọi O là giao của Mn và BC

$$=> \begin{cases} OM > OD \\ ON > OE \end{cases} => MO + ON > OD + OE => MN > DE => MN > BC \qquad (2)$$

từ (1) và (2) ta có : chu vi của Δ ABC nhỏ hơn chu vi của Δ AMN

Bài 78: Cho Δ ABC vuông tại C, kẻ CH vuông góc với AB, trên các cạnh AB, AC lấy tương ứng hai điểm M, N sao cho BM=BC và Cn=CH, CMR:
a, MN vuông góc với AC
b, AC+BC < AB+CH

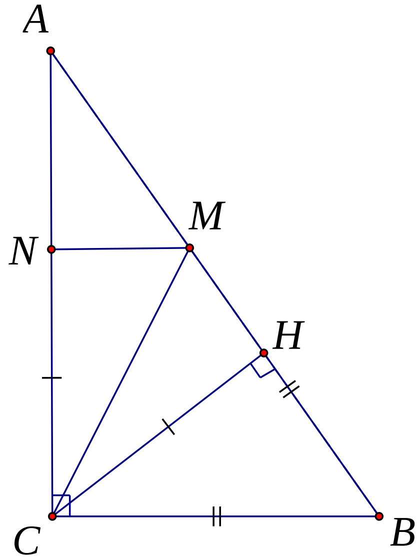
Bài làm:

a, Có BC=BM (gt)=> ΔCBM cân tại B

$$=> MCB = CMB => \begin{cases} MCB + ACM = 90^0 \\ CMB + MCH = 90^0 \end{cases} => ACM = MCH$$

$$\Delta MNC = \Delta MHC\left(c.g.c\right) => MNC = MCH$$

mà $MCH = 90^0 => MNC = 90^0$ hay MN, AC vuông góc với nhau
b, Ta có: BM=BC, CN=CH
ΔAMN có $N = 90^0$ => AM là cạnh lớn nhất
=> MB+MA+CH>BC+CN+NC=>BA+CH>BC+CA



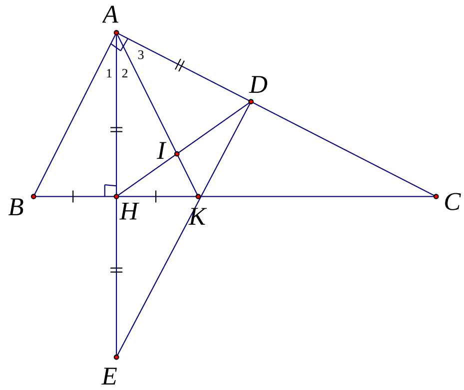
Bài 79: Cho Δ ABC vuông tại A, có $B = 60^0$, vẽ $AH \perp BC$

a, Tính số đo HAB

b, Trên cạnh AC lấy điểm D sao cho AD=AH, gọi I là trung điểm của HD, CMR: Δ AHI= Δ ADI

c,Tia AI cắt HC tại K, CMR: Δ AHK= Δ ADK, từ đó =>AB//KD

d, Trên tia đối của tia AH, lấy điểm E sao cho HE=AH, CM H là trung điểm của BK và 3 điểm D, K, E thẳng hàng



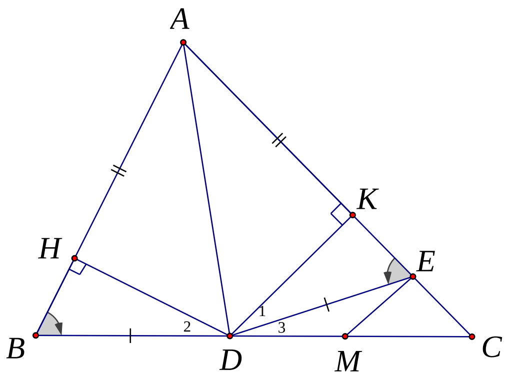
Bài 80: CHo Δ ABC có 3 góc nhọn(AB<AC). Tia phân giác BAC cắt BC tại D, lấy E trên AC sao cho AE=AB

a, CMR: Δ ADB= Δ ADE

b, Vẽ $DH \perp AB\left(H \in AB\right), DK \perp AC$ cmr: BH=EK

c, Từ E vẽ đường thẳng // KD,c ắt BC tại M, cmr: $DEM = BDH$

d, cmr: $DEM = ACB = 90^0 - CDE$



Bài 81: Cho Δ ABC vuông tại B, Phân giác AD, từ D kẻ DH vuông góc với AC (H $\in$ AC), HD và AB kéo dài cắt nhau tại I, CMR:

a, Δ ABD= Δ AHD

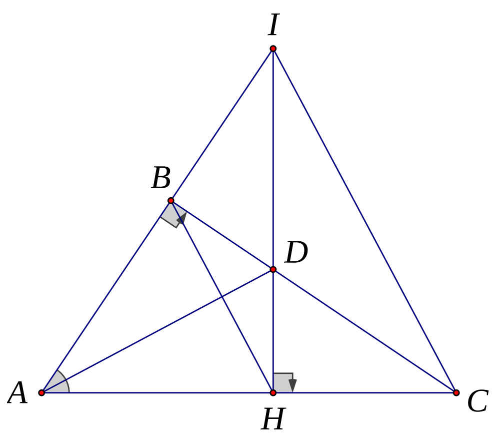
b, AD là trung trực của BH

c, Δ DIC cân

d, BH//IC

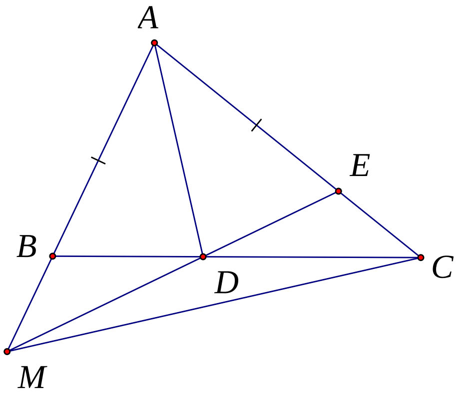
e, AD $\perp$ IC

g, BC>AC+AD - 2AB

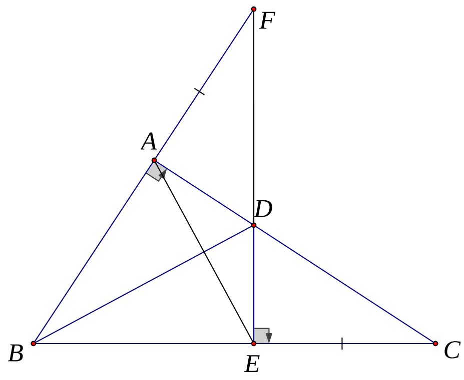


Bài 82: Cho Δ ABC có AB < AC, phân giác AD, trên tia AC lấy điểm E sao cho: AE=AB

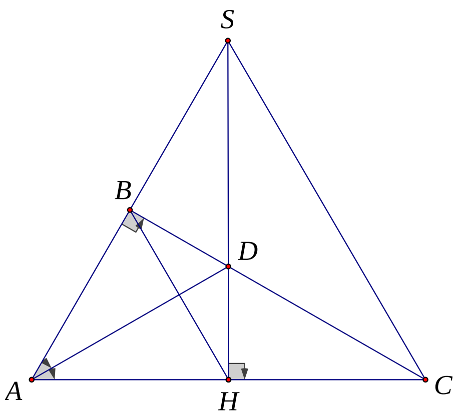
a, CMR: BD=DE
b, Gọi M là giao điểm của AB, ED, CMR: Δ BDM= Δ EDC
c, So sánh DE và DC từ đó so sánh BD và DC
d, Δ AMC là tam giác gì? Vì sao ?
e, CHứng minh AD vuông góc với MC



Bài 83: Cho Δ ABC vuông tại A, đường phân giác BD, kẻ DE vuông góc với BC (E$\in$ BC), trên tia đối của tia AB lấy điểm F sao cho AF=CE, CM:
a, Δ ABD= Δ EBD
b, BD là đường trung trực của AE
c, AD<DC
d, BA điểm E, D, F thẳng hàng và BD vuông góc với CF
ε, $2\left(AD+AF\right)>CF$

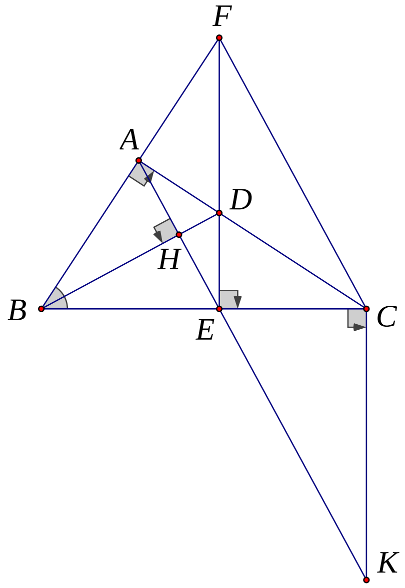


Bài 84: Cho Δ ABC vuông ở B có $A=60^0$, tia phân giác góc BAC cắt BC ở D, kẻ $DH\perp AC$ ($H\in AC$)
a, CMR: AB=AH và $AD\perp BH$
b, CM: HA=HC
c, CM: DC>AB
d, Gọi S là giao điểm của HD và AB, Chứng minh D là trọng tâm của Δ SAC

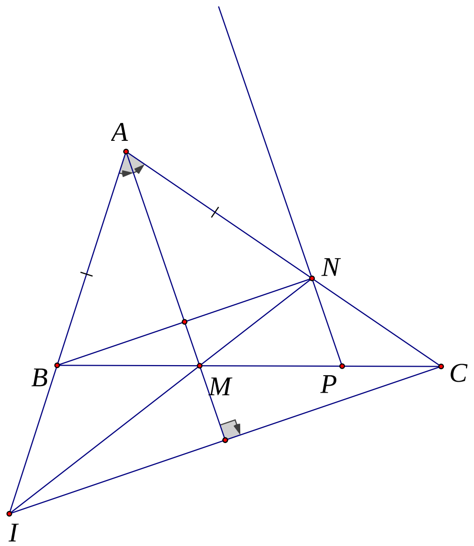


Bài 85: Cho Δ ABC vuông tại A, tia phân giác của ABC cắt AC tại D, Qua A kẻ đường thẳng vuông góc với BD, cắt BD tại H, cắt BC tại E

a, CMR: Δ ABE cân
b, CM: $DE \perp BC$
c, Tia BA cắt tia ED tại F, CMR: AE//FC
d, Kẻ Cx // DE, đường thẳng Cx cắt AE tại K, CMR: CK<CB



Bài 86: Cho Δ ABC có AB<AC, AM là tia phân giác BAC, trên AC lấy điểm N sao cho AN=AB
a, CMR: Δ AMB= Δ AMN
b, Qua N kẻ tia Nx song song với AM cắt MC tại P. CM Δ PMN cân
c, CM BN $\perp$ NP, Từ đó so sánh BN và BP
d, Từ C kẻ đường thẳng d vuông góc với AM cắt MN tại I, giả sử MN $\perp$ AC, CMR: A, B, I thẳng hàng



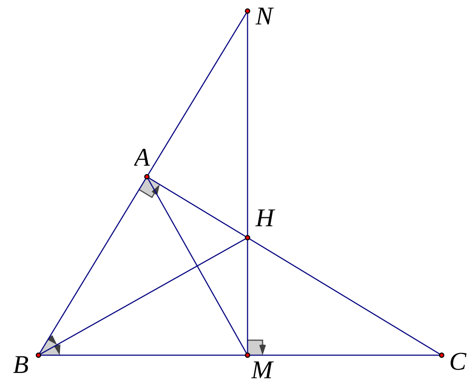
Bài 87: Cho Δ ABC có $\hat{A}=90^0$ và tia phân giác BH của góc B (H thuộc AC), Kẻ Hm HM vuông góc với BC (M thuộc BC) Gọi N là giao điểm của AB và MH, CMR :

a, Δ ABH= Δ MBH

b, BH là đường trung trực của AM

c, AM//CN

d, $BH \perp CN$

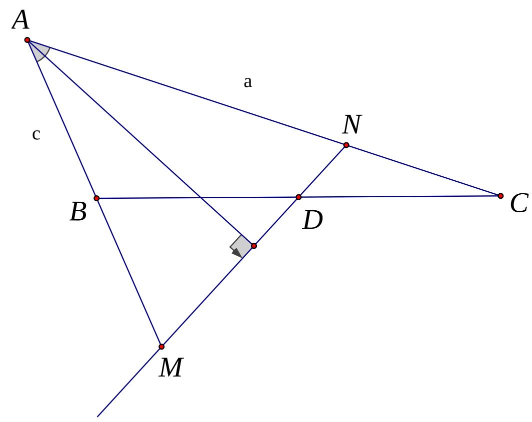


Bài 88: Cho Δ ABC(AB<AC), Từ trung điểm D của cạnh BC, kẻ 1 đường thẳng vuông góc với tia phân giác của góc A, đường thẳng đó cắt AB và AC theo thứ tự ở M và N

a, CM : Δ AMN cân

b, CM : BM=CN

c, Cho AB=c, AC=b, Tính AM, BM theo b và c



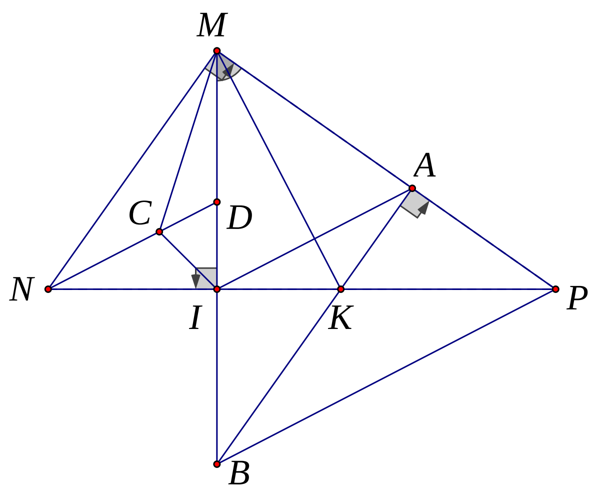
Bài 89 : Cho Δ MNP có $\hat{M}=90^0$, kẻ $MI \perp NP$, vẽ MK là phân giác của $\widehat{IMP}$, kẻ $KA \perp MP$

a, CMR : Δ MKA= Δ MKI

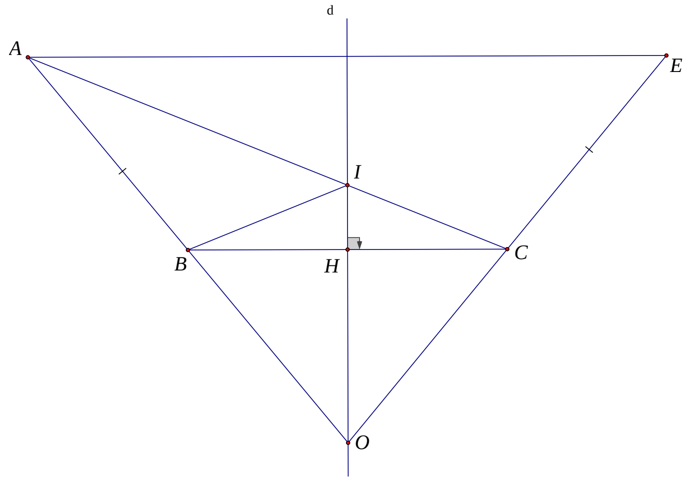
b, Gọi B là giao điểm của AK và MI. CMR : MK $\perp$ BP, IA//BP

c, So sánh KP và BP

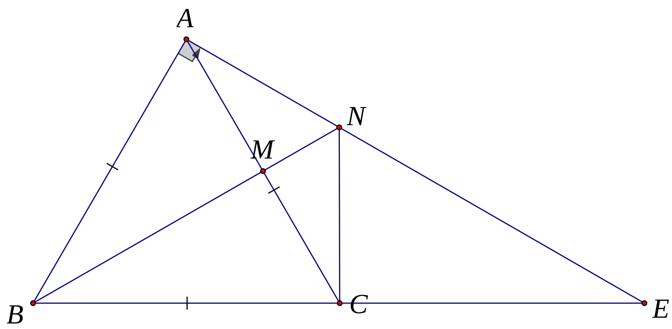
d, Các tia phân giác của $\widehat{NMI}, \widehat{MIN}$ cắt nhau ở C, NC cắt MI ở D, chứng minh D là trực tâm của Δ MNK



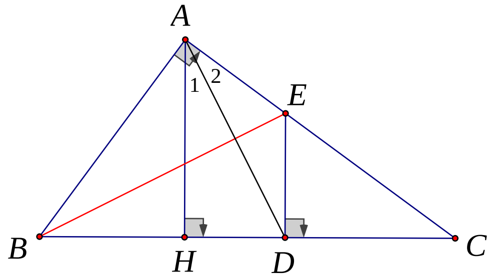
Bài 90: Cho Δ ABC có $B > 90^0$, gọi d là đường trung trực của BC, O là giao điểm của AB và đường thẳng d. trên tia đối của tia CO lấy điểm E sao cho CE=BA
a, CM d là đường trung trực của AE
b, Gọi I và H lần lượt là giao điểm của d với AC và BC, biết BI=10cm, BC=16cm, OH=15cm. Tính chu vi Δ IBO



Bài 91: Cho Δ ABC đều, tia phân giác góc B cắt AC tại M, từ A kẻ đường thẳng vuông góc với AB cắt BM, BC tại N và E, CMR:
a, Δ ANC cân
b, $NC \perp BC$
c, Xác định dạng Δ BNE
d, NC là trung trực của BE
g, Cho AB=10cm, Tính diện tích của Δ NBE và chu vi Δ ABE



Bài 92: Cho Δ ABC vuông tại A, đường cao AH, trên tia BC lấy điểm D sao cho BD= BA, đường vuông góc với BC tại D cắt AC tại E,CM:
a, H nằm giữa B và D
b, BE là đường trung trực của AD
c, Tia AD là tia phân giác của góc HAC



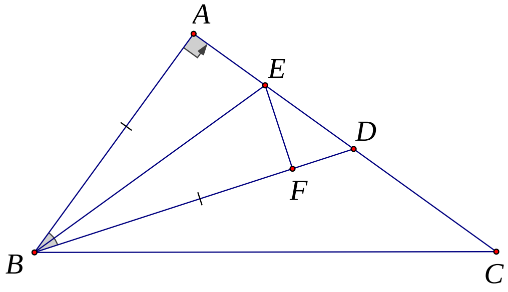
Bài 93: Cho Δ ABC vuông tại A, góc $B = 54^0$, trên cạnh AC lấy điểm D sao cho $ABD = 36^0$, BE là tia phân giác ABD, trên đoạn BD lấy điểm F sao cho BF=BA

a, Tính EFD

b, Δ BEC cân

c, FD<AE

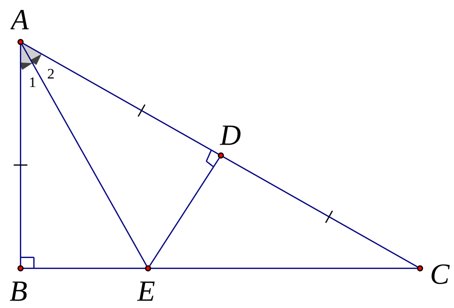
d, BD<AC



Bài 94: Cho Δ ABC, vuông tại B và AC=2AB, kẻ phân giác AE$\left(E \in BC\right)$

a, CMR: EA=EC

b, Tính các góc A và C của Δ ABC

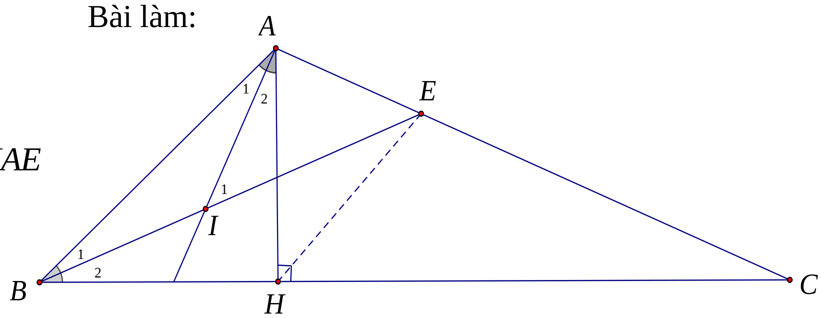


Bài 95: Cho Δ ABC có AH là đường cao và $BAH = 2.C$. Tia phân giác góc B cắt AC tại E

a, Tia phân giác BAH cắt BE tại I, CMR: Δ AIE vuông cân

b, CMR: HE là phân giác góc AHC

Bài làm:



a, Theo bài ra ta có: $A_1 = A_2 = C,$

Lại có :

$C + HAC = 90^0 \Rightarrow A_2 + HAC = 90^0 \Rightarrow \Delta IAE$ vuông tại A.

Lại có :

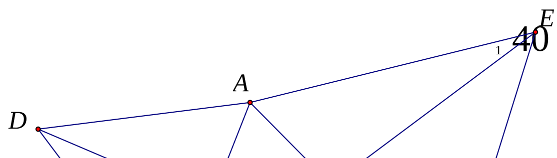
$AEI = C + B_2$ (Góc ngoài của Δ BEC)

và $I_1 = A_1 + B_1$ (góc ngoài của Δ ABI)

mà $A_1 = C, B_1 = B_2 \Rightarrow AEI = AIE$ hay Δ AEI vuông cân tại A

b, Vì $A_1 = A_2, AI \perp AE$ nên AE là tia phân giác ngoài của Δ ABH, và BE là tia phân giác góc trong Δ ABH cùng cắt nhau tại E nên HE là tia phân giác góc ngoài của Δ ABH nên HE là tia phân giác AHC

Bài 96: Cho Δ ABC nhọn, về phía ngoài tam giác vẽ các Δ ABD đều và Δ ACE đều, Gọi M là giao điểm của BC và BE



a, CMR: Δ ABE= Δ ADC

b, Tính BMC

Bài làm:

a, ΔABE và ΔADC có:

AD=AB, AE=AC=> $BAE = DAC \Rightarrow \Delta ABE = \Delta ADC$

b, $BMC = MCE + CEM = C_1 + C_2 + M_1 = E_1 + C_2 + M_1$

$= AEC + ACE = 60^0 + 60^0 = 120^0$

Bài 97: Cho Δ ABC có $A = 90^0, AC > AB$, Kẻ AH vuông góc với BC, trên tian HC lấy điểm D sao cho HD= HB, kẻ CE vuông góc với AD kéo dài $(E \in AD)$, CM:

a, Δ ABD cân

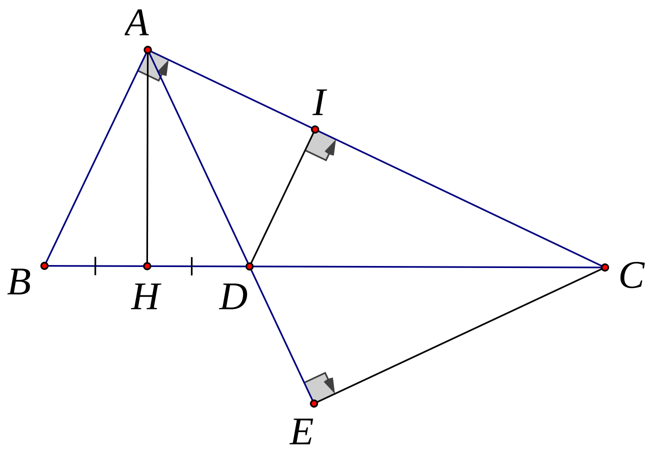
b, $DAH = ACB$

c, CB là tia phân giác ACE

d, CM: $DI \perp AC\left(I \in AC\right)$, chứng minh ba đường AH, ID và CE đồng quy

e, So sánh AC và CD

g, Tìm điều kiện của Δ ABC để I là trung điểm của AC



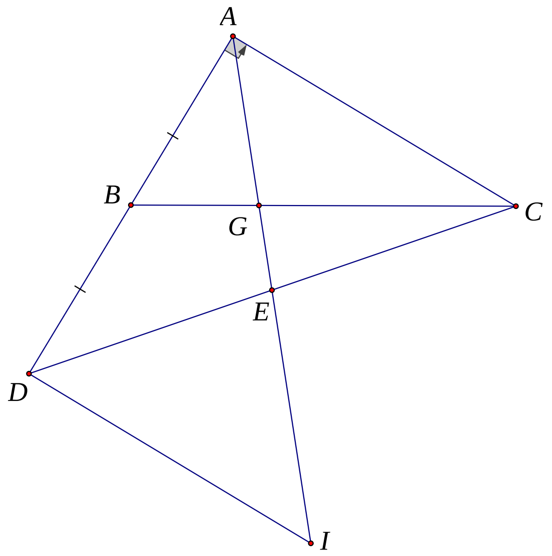
Bài 98: Cho Δ ABC vuông ở A, trên tia đối của tia BA lấy điểm D sao cho BD =BA. Trên cạnh BC lấy điểm G sao cho $BG = \frac{1}{3}BC$, Gọi E là giao điểm của AG và CD

a, CMR: DE=EC

b, Lấy I thuộc AE sao cho E là trung điểm của AI, CM Δ DAI là tam giác vuông

c, CM: $AE = \frac{1}{2}DC$

d, Cho AC= 6cm, CM: AE+BC> 9 cm



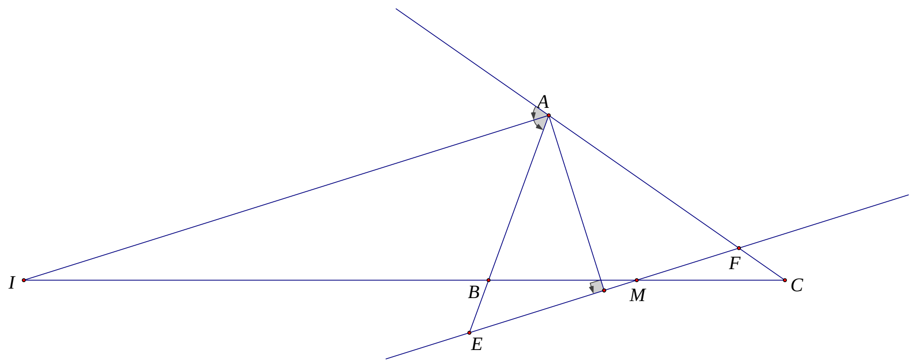
Bài 99: Cho Δ ABC có $A = 75^0$, $C = 35^0$, M là trung điểm của BC, đường thẳng qua M và vuông góc với phan giác góc A cắt tia AB, AC lần lượt tại E và F

a, CMR: Δ AEF cân

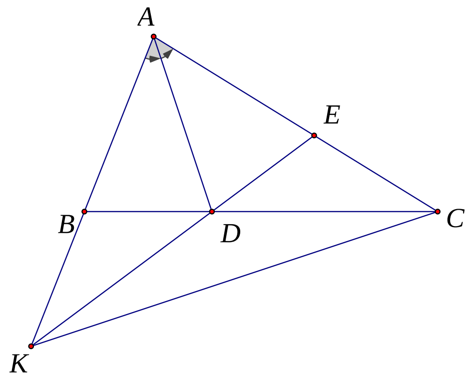
b, CMR: BE=CF từ đó suy ra $AE = \frac{AB + AC}{2}$

c, So sánh EF và BC

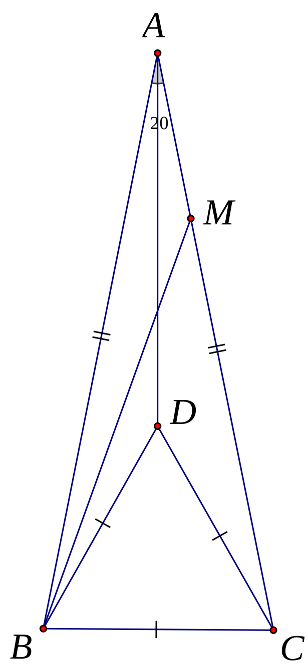
d, Phân giác góc ngoài A(của Δ ABC) cắt BC tại I, CMR: Chu vi Δ ABC bằng CI



Bài 100: Cho Δ ABC có AB<AC, Và đường phân giác AD,Trên AC lấy E sao cho AE=AB
a, CM: BD=DE
b, Gọi K là giao điểm của AB và ED, CMR: Δ DBK=Δ DEC
c, Δ ABC cần có thêm điều kiện gì để D cách đều 3 cạnh của Δ AKC



Bài 101: Cho Δ ABC cân tại A, có $A = 20^0$, vẽ tam giác đều DBC (D nằm trong tam giác). Tia phân giác của ABD cắt AC tại M, CMR:
a, Tia AD là phân giác góc BAC
b, AM=BC



Bài làm :

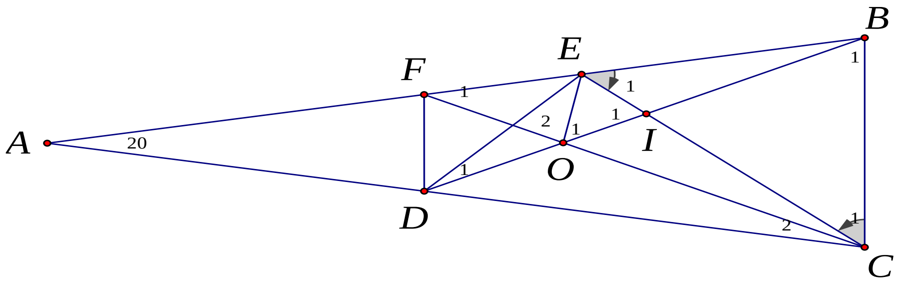
a, Chứng minh $\Delta ADB = \Delta ADC\left(c.c.c\right)$ => $DAB = DAC$

b, ΔABC cân tại A, $A = 20^0 \Rightarrow ABC = 80^0 = ACB$
ΔDBC đều nên $DBC = 60^0 \Rightarrow$ Tia BD nằm giữa hai tia BA và BC
=> $ABD = 20^0$
Xét ΔABM và ΔBDA có : AB cạnh chung, $BAM = ABD = 20^0$
$ABM = DAB = 10^0 \Rightarrow \Delta ABM = \Delta BAD$
=>AM=BD và BD=BC=> AM=BC

Bài 102: Cho Δ ABC cân tại A, Có $A = 20^0$, Từ B và C kẻ các đường thẳng BD, CF và CE cắt các cạnh đối diện tại D và E, biết $CBD = 60^0, BCE = 50^0$, và CF=BD

a, Tính BEC

b, Tính BDE



Bài làm:

a, Vì ΔABC cân tại A

=> $B = C = 80^0$, Mà $BCE = 50^0$

=> $BEC = 180^0 - \left(80^0 + 50^0\right) = 50^0$

b, Gọi O là giao của BD và CF

Ta cần cm: DE là đường trung trực của FO

Ta có : ΔODF cân vì OD=OF và $DOF = 60^0$ => ΔODF đều=> DO=DF (1)

ΔBOC cân có $B_1 = 60^0$ => $BC = BO = BE$, Vì ΔBEC cân => $BE = BO$ => ΔBEO cân tại B

=> $O_1 = 80^0$ => $O_2 = 40^0$, và $F_1 = DFE - 60^0 = 100^0 - 60^0 = 40^0$ => $F_1 = O_2$

=> ΔEFO cân=> EO=EF (2)

Từ (1) và (2) ta có : DE là đường trung trực nên DE đi qua trung điểm của FO

mà ΔDFO cân tại D=> DE là tia phân giác=> $D_1 = 30^0$

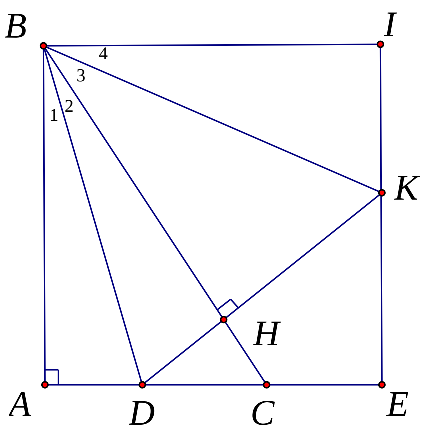
Bài 103: Cho Δ ABC vuông tại A (AB>AC) tia phân giác góc B cắt AC ở D, kẻ DH vuông góc với BC, trên AC lấy điểm E sao cho AE=AB, đường thẳng vuông góc với AE tại E cắt DH ở K, CMR:

a, BA=BH

b, $DBK = 45^0$

c, Cho AB=4cm, Tính chu vi Δ DEK

Bài làm:



a, Δ BAD= Δ BHD(cạnh huyền -góc nhọn)

=>BA=BH

b, Từ B kẻ đường thẳng // AE cắt EK tại I

Khi đó BI vuông góc với AB và IE

Nên ABIE là hình chữ nhật lại có AE=AB nên là hình vuông, khi đó BI=AB=BH

Δ BKH= Δ BKI(cạnh huyền góc nhọn)

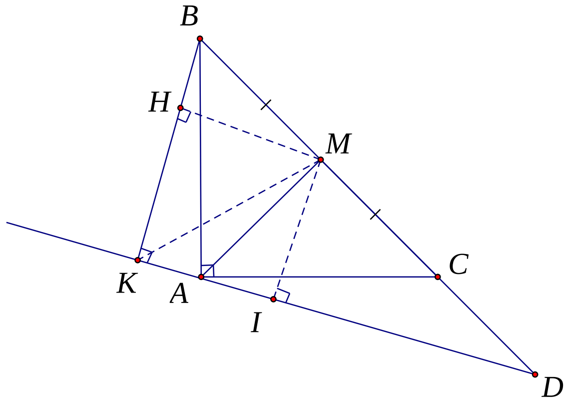
=> $B_3 = B_4$, => $B_2 + B_3 = B_1 + B_4 = 45^0$

c, Theo câu a và câu b ta có: DH=DA và IK=HK nên chu vi Δ DEK là:

DE+EK+DK=DE+EK+DH+HK=DE+EK+DA+IK=AE+IE=8CM

Bài 104: Cho Δ ABC vuông cân tại A, M là trung điểm của BC, trên tia BC lấy điểm D với D khác B và M, kẻ BK $\perp$ AD tại K, CMR : KM là phân giác trong hoặc ngoài của Δ BKD tại K

Bài làm:



Từ M hạ $MH \perp BK, MI \perp KD \Rightarrow MH // KD$

$\Rightarrow M_1 = 90^0 - AMH = BMH = M_2$

=> Δ BMH= Δ AMI =>MI=MH

(Do M cách đều KB và KD)

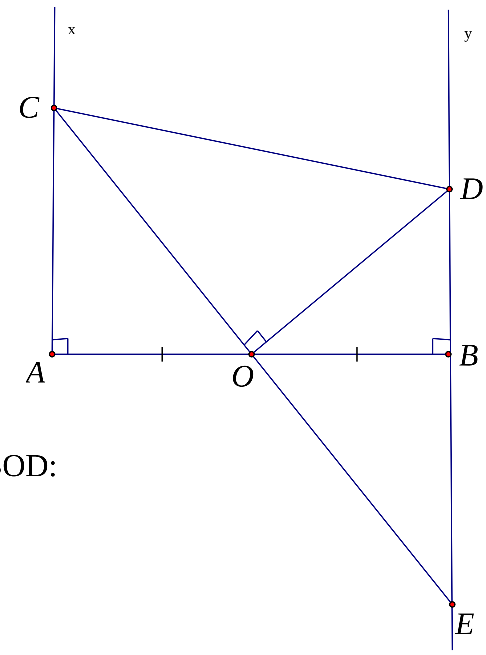
=>KM là phân giác BKD

Câu 105:

a, Cho đoạn thẳng AB. Trên cùng một nửa mp có bờ là đường thẳng AB vẽ hai tia Ax và By lần lượt vuông góc với AB tại A và B, Gọi O là trung điểm của đoạn thẳng AB. trên Ax lấy điểm C và trên tia By lấy điểm D sao cho góc $COD = 90^0$

a, CMR: AC+BD=CD

b, CMR: $AC.BD = \dfrac{AB^2}{4}$



HD:

a,Vẽ CO cắt tia đối của tia By tại E.

CM $\Delta AOC = \Delta BOE\left(g.c.g\right) \Rightarrow AC = BE, CO = EO$

CM $\Delta DOC = \Delta DOE\left(c.g.c\right) \Rightarrow CD = ED$

mà EB=EB+BD=AC+BD

Từ đó=> CD=AC+BD (đpcm)

b, Áp dụng đinh lí Py-Ta-Go vào các tam giác vuông Δ BOE và Δ BOD:

$$\begin{cases} OE^2 = OB^2 + EB^2 \\ OD^2 = OB^2 + DB^2 \end{cases} \Rightarrow OE^2 + OD^2 = 2.OB^2 + EB^2 + DB^2$$

Mà $OE^2 + OD^2 = DE^2 \Rightarrow DE^2 = 2.\text{OB}^2 + EB^2 + DB^2$

$= 2.OB^2 + EB\left(DE - BD\right) + DB\left(DE - BE\right)$

$= 2.\text{OB}^2 + EB.DE - EB, BD + DB.DE - DB.BE$

$= 2.OB^2 + \left(EB.DE + DB, DE\right) - 2BD.DE$

$= 2.OB^2 + DE\left(EB + DB\right) - 2BD.BE$

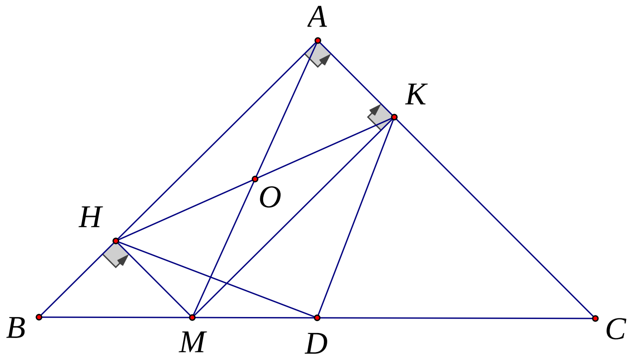
$= 2.OB^2 + DE^2 - 2.BD.BE$

$\Rightarrow 2.OB^2 - 2.BD.BE = 0 \Rightarrow BD.BE = OB^2$

Mà $BE = AC; OB = \dfrac{AB}{2} \Rightarrow AC.BD = \left(\dfrac{AB}{2}\right)^2 = \dfrac{AB^2}{4}$

b, Cho Δ ABC nhọn có trực tâm H, CMR: $HA + HB + BC < \dfrac{2}{3}\left(AB + BC + CA\right)$

Bài 106: Cho Δ ABC vuông cân tại A, lấy điểm M bất kỳ trên cạnh BC, kẻ MH, MK lần lượt vuông góc với AB, AC, Gọi O là giao điểm của AM và HK
a, CMR: AM=HK và O là trung điểm của AM và HK
b, lấy trung điểm D của BC, CM Δ DHK vuông cân tại D
c, Điểm M ở vị trí nào trên BC thì HK có độ dài nhỏ nhất
d, So sánh HK và AB



Câu 107:

a. Cho $xAy = 60^0$, vẽ tia phân giác Az của góc đó, từ 1 điểm B trên Ax vẽ đường thẳng // với Ay cắt Az tại C, vẽ $BH \perp Ay, CM \perp Ay, BK \perp AC$, CMR :

a, K là trung điểm cảu AC

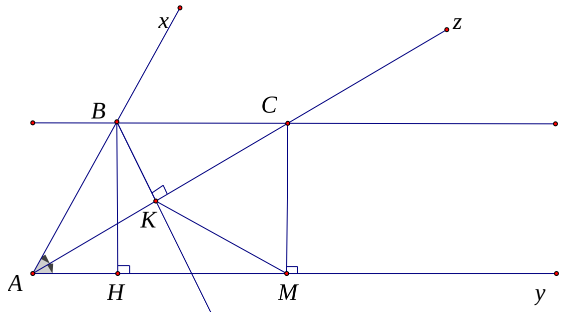
b, $BH = \dfrac{AC}{2}$

c, Δ KMC là tam giác đều

HD :

a, Vì BC//Ay nên $BCA = CAy(sole)$

mà $CAy = xAC$ (AC là tia phân giác xAy



=> $xAC = BCA$ => $BAC = BCA$ => ΔBAC cân tại B, lại có $BK \perp AC$ nên Bk vừa là đường cao vừa là trung tuyến => K là trung điểm AC=> $AK = \dfrac{AC}{2}$

b, Ta có : $BAK = \dfrac{1}{2} xAy = 30^0; ABH = 90^0 - BAH = 90^0 - 60^0 = 30^0$

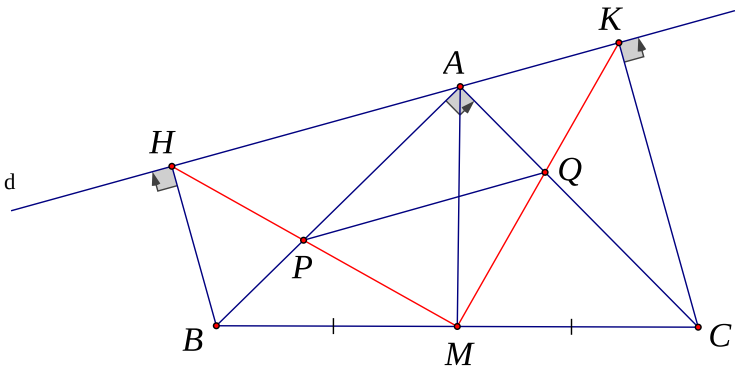
Xét Δ HAB và Δ KBA vuông có :
AB là cạnh chung
$BAK = ABH \left(cmt\right)$=> Δ BAK= Δ KBA(c.h-g.n)
=>BH=AK=AC/2
c, Vì BC//Ay nên BH=CM(Cùng bằng khoảng cách giữa BC và Ay)
mà BH=KC nên KC=CM => Δ CKM cân tại C
Lại có: $KCM = 90^0 - CAM = 90^0 - 30^0 = 60^0$
nên Δ CKM là tam giác đều

Bài 108: Cho Δ ABC vuông cân tại A, trung tuyến AM. Kẻ đường thẳng d đi qua A sao cho B và C nằm cùng phía đối với d, kẻ BH và CK vuông góc với d (H và K thuộc d)

a, CM: AH=CK

b, CM: Δ MHK vuông cân

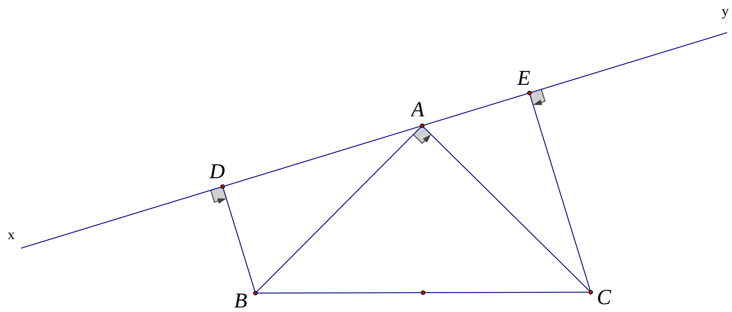
c, Gọi P là giao điểm của AB và MH, Q là giao điểm của AC và MK, CM: PQ// d



Bài 109: Cho ΔABC vuông tại A, có AB=AC, qua A kẻ đường thẳng xy sao cho B và C nằm cùng phía đối với đường thẳng xy, vẽ BD$\perp$xy tại D, CE$\perp$xy tại E

a, CMR: ΔABD=ΔACE

b, CM: DE=BD+CE



Bài 110: Cho Δ ABC có $A = 60^0$, tia phân giác góc B cắt AC tại D, tia pân giác góc C cắt AB tại E, các tia phân giác đó cắt nhau tại I, CMR: ID=IE

Bài làm:

Kẻ IH là tia phân giác BIC

ta chứng minh : $BIC = 2.A = 120^0$

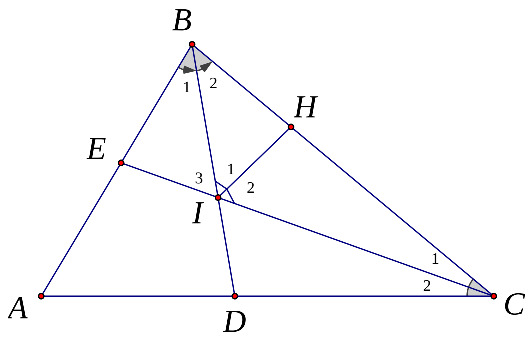
=> $BIH = 60^0$ => $BIE = 180^0 - BIC = 60^0 = CID = 60^0$

Xét ΔBIE và ΔBIH có :

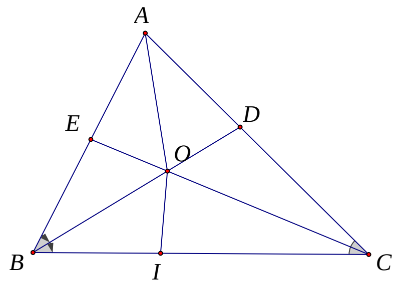
$B_1 = B_2, I_1 = I_3$ và Bi cạnh chung

=>IE=IH

Chưng minh tương tự: IH=ID nên IE=ID



Bài 111: Cho ΔABC có tia phân giác góc ABC cắt cạnh AC ở D, tia phân giác ACB cắt cạnh AB ở E, Tính số đo góc A biết BE+CD=BC



Trên BC lấy điểm I sao cho BI =BE
Do BE+CD=BC nên IC=DC

Ta có: Δ EOB= Δ IOB(c-g-c)=> $EOB = IOB$

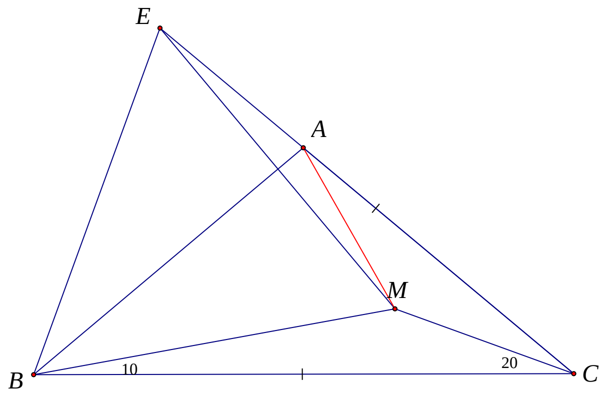
Và Δ DOC = Δ IOC (c-g-c)=> $DOC = IOC$

Mà $EOB = DOC$ (đ[2])=> $EOB = IOB = DOC = IOC$

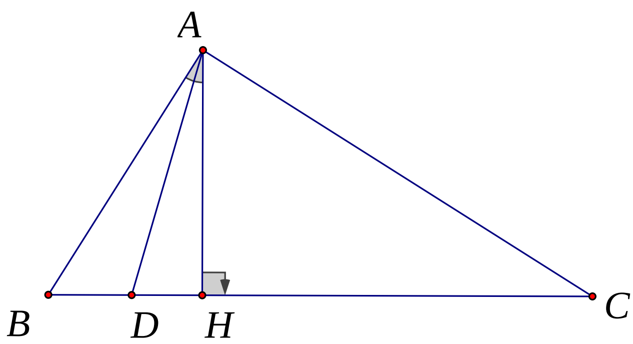
Vậy thì : $IOB = DOC = IOC = \frac{180^0}{3} = 60^0$ => $BOC = 120^0$

Tính góc $A = 60^0$

Bài 112: Cho Δ ABC cân ở A có $A = 100^0$, M là một điểm nằm trong tam giác sao cho $MBC = 10^0$, $MCB = 20^0$, trên CA lấy điểm E sao cho CE =CB
a, CMR: Δ MCB = Δ MCE
b, Chứng minh Δ EMB là tam giác đều
c, Tính AMB



Bài 113: Cho ΔABC vuông tại A, vẽ AH vuông góc với BC tại H, Tia phân giác của BAH cắt Bh tại D, CMR: $CAD = CDA$

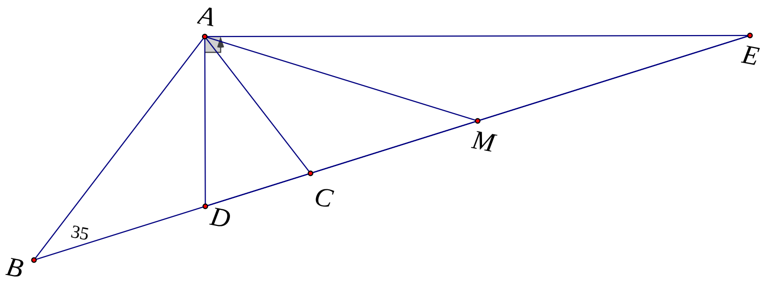


Bài 114: Cho Δ ABC có $BAC = 75^0, ABC = 35^0$, phân giác của BAC cắt BC tại D, đường thẳng qua A và vuông góc với AD cắt BC tại E, Gọi M là trung điểm của DE, CMR:

a, Δ ACM là tam giác cân

b, $AB < \dfrac{AD + AE}{2}$

c, Chu vi Δ ABC bằng độ dài đoạn thẳng BE

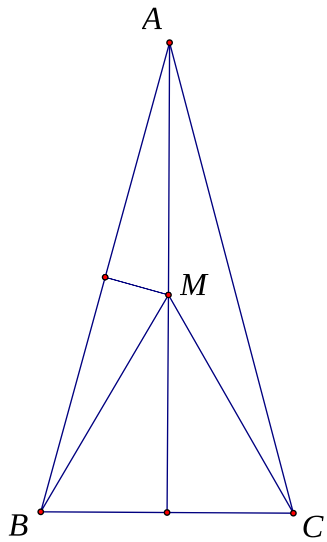


Bài 115: Cho Δ ABC cân tại A có $A = 30^0$, M là 1 điểm nằm trong tam giác sao cho $ABM = ACM = 15^0$, CMR:

a, Δ MBC đều

b, AM là phân giác BAC

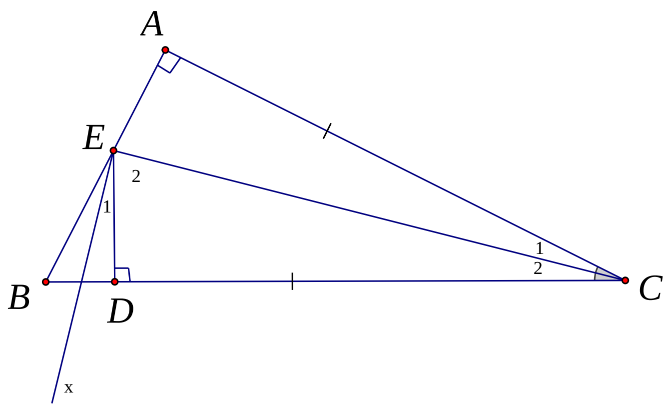
c, M là giao điểm 3 đường trung trực của Δ ABC



Bài 116: Cho Δ ABC vuông tại A, trên cạnh CB lấy điểm D sao cho CD=CA, tia phân giác C cắt AB tại E

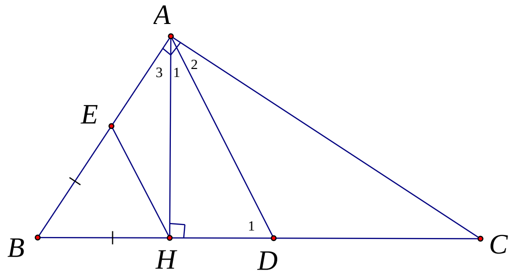
a, CMR: Δ ACE=Δ DCE, So sánh FA và ED

b, CMR: $BED = ACB$ và tia phân giác $BED \perp EC$



Bài 117: Cho Δ ABC vuông tại A, vẽ $AH \perp BC$, tia phân giác HAC cắt HC tại D, E là điểm trên cạnh AB sao cho BE=BH

CMR: EH//AD



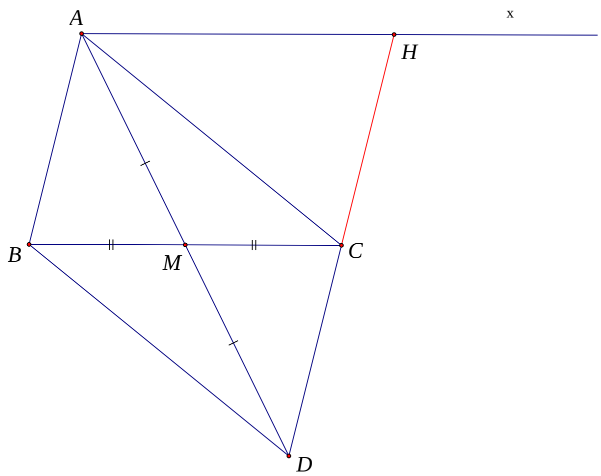
Bài 118: Cho Δ ABC (AB<AC) Gọi M là trung điểm cảu BC, trên tia đối của tia MA lấy điểm D sao cho MA=MD

a, CMR: Δ ABM= Δ DCM

b, CMR: AC//BD

c, Trên nửa mp bờ AD không chứa B, vẽ tia Ax //BC trên tia Ax lấy điểm H sao cho AH=BC,

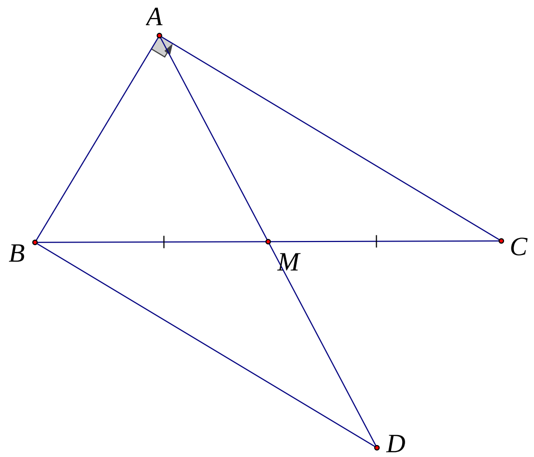
CMR: H, C, D thẳng hàng



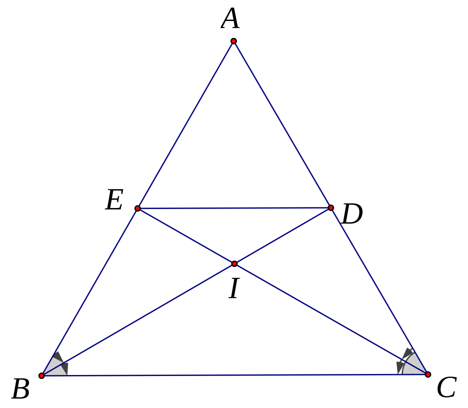
Bài 119: Cho Δ ABC vuông tại A, trung tuyến AM, đường thẳng qua B và song song với AC cắt đường thẳng AM tại D, CM:

a, Δ BMD= Δ CMA

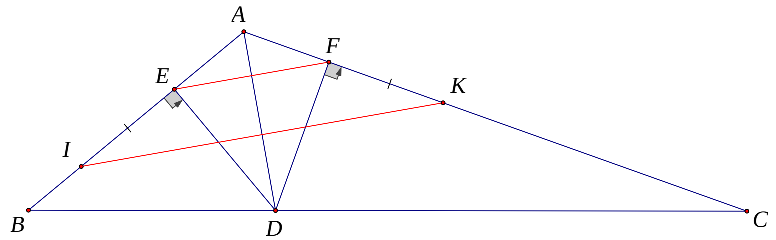
b, Δ AMC cân từ đó suy ra $AM = \frac{1}{2}BC$



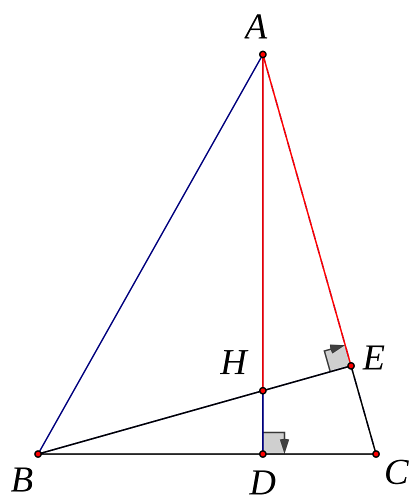
Bài 120: Cho ΔABC cân có $A = 60^0$, Các tia phân giác của góc B và C lần lượt cắt AC và AB tại D và E
a/ CMR: BE+CD=BC
b/ Gọi I là giao điểm của BD và CE. Tính số đo các góc của ΔIDE



Bài 121: Cho Δ ABC có $A = 120^0$, tia phân giác AD, kẻ DE vuông góc với AB, DF vuông góc với AC, trên tia EB lấy điểm I, trên FC lấy điểm K sao cho EI =FK
a, CM: Δ AED= Δ AFD
b, Δ DEF đều
c, Δ DIK cân
d, EF//IK



Bài 122: Cho Δ ABC nhọn, có $BAC = 45^0$, trực tâm H, AH cắt BC tại D, BH cắt AC tại E, CMR: Δ EAH= Δ EBC



Bài 123: Cho Δ ABC có AB=3cm, AC=4cm, BC =5cm

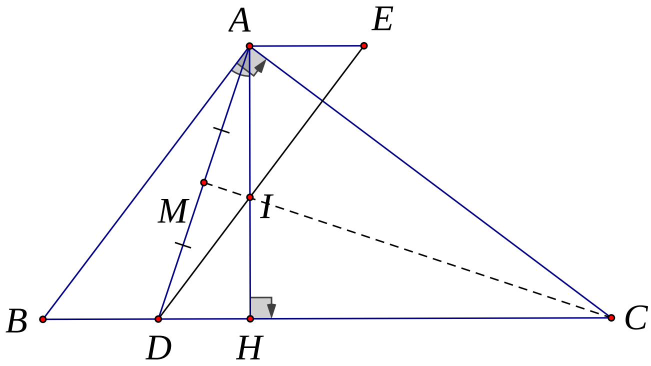
a, Δ ABC là tam giác gì vì sao?

b, Kẻ AH vuông góc với BC(H $\in$ BC), gọi AD là phân giác $BAH\left(D \in BC\right)$, Qua A vẽ đường thẳng song song với BC, trên đó lấy 1 điểm E sao cho AE=BD (E và C cùng phía đối với AB,

c, CM : DE=AB

d, Chứng minh Δ ADC cân

e, Gọi M là trung điểm cảu AD, I là giao điểm của AH và DE, Chứng minh 3 điểm C, I, M thẳng hàng



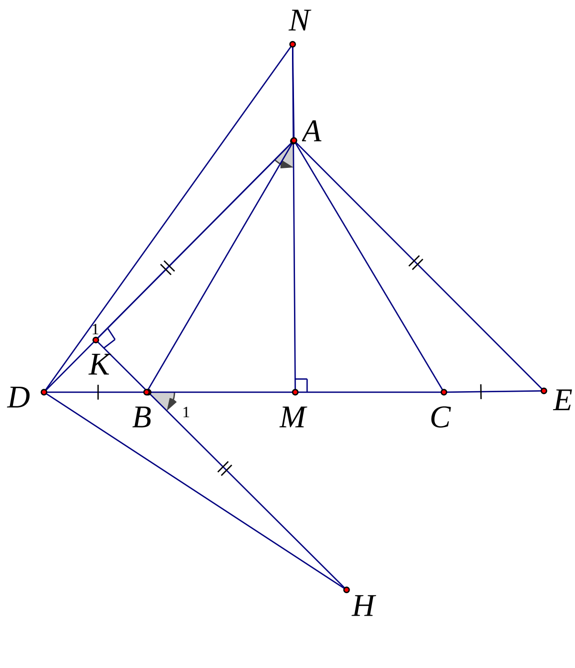
Bài 124: Cho Δ ABC có AB=AC, và M là trung điểm của BC, trên tia đối của tia BC lấy điểm D, trên tia đối của tia CB lấy điểm E sao cho BD=CE

a, CMR: Δ ABM= Δ ACM, từ đó suy ra $AM \perp BC$

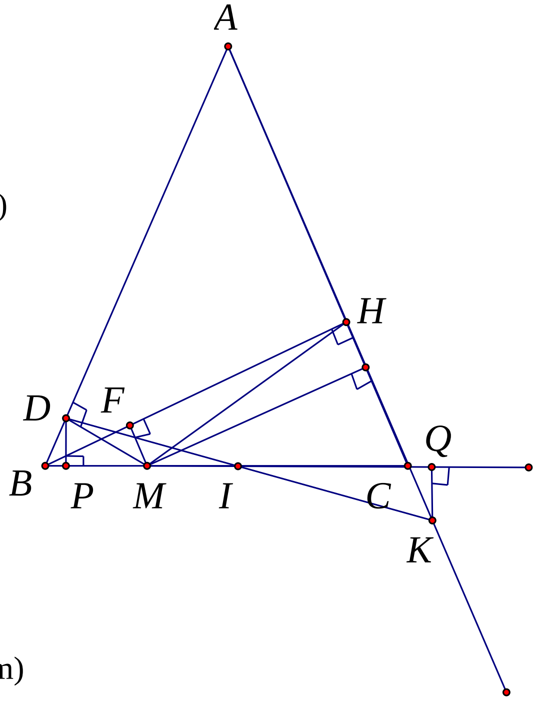
b, CMR: Δ ABD= Δ ACE, từ đó suy ra AM là phân giác góc DAE

c, kẻ $BK \perp AD\left(K \in AD\right)$, trên tia đối của tia BK lấy điểm H sao cho BH=AE, trên tia đối của tia AM lấy điểm N sao cho AN=CE, CMR: $MAD = MBH$

d, CMR: $DN \perp DH$



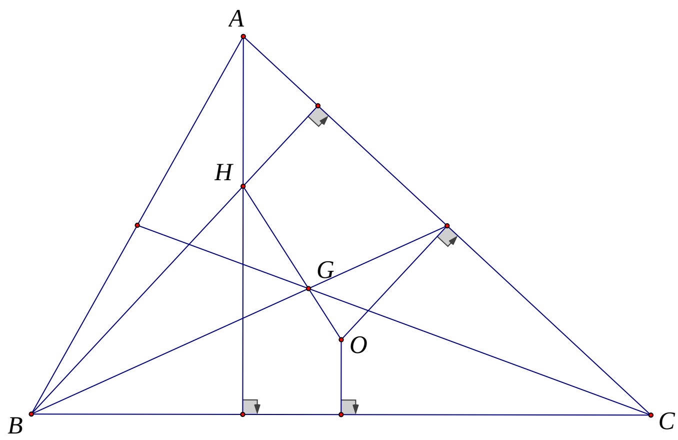
Câu 125: Cho tam giác ABC cân tại A, BH vuông góc với AC tại H, trên cạnh BC lấy điểm M bất kì (Khác B và C). Gọi D ,E, F là chân đường vuông góc hạ từ M đến AB, AC, BH
a, Chứng minh $\Delta DBM = \Delta FMB$
b, Chứng minh khi M chạy trên BC thì tổng MD+ME có giá trị không đổi
c, Trên tia đối của tia CA lấy điểm K sao cho CK=EH, Chứng minh BC đi qua trung điểm của DK
HD :



a, Chứng minh được : $\Delta DBM = \Delta FMB$ (Cạnh huyền- Góc nhọn)
b, Theo câu a ta có:
$\Delta DBM = \Delta FMB\left(ch - gn\right) => MD = BF$ (Hai cạnh tương ứng)
Chứng minh $\Delta MFH = \Delta HEM => ME = FH$ (Hai cạnh tương ứng)
Từ đó=> $MD + ME = BF + BH$
Mà BH không đổi nên MD+ME không đổi

c, Vẽ $DP \perp BC, KQ \perp BC$, Gọi I là giao điểm của DK và BC
Chứng minh BD=FM=EH=CK
Chứng minh Δ BDP= Δ CKQ(ch-gn)=>DP=KQ
Chứng minh $IDP = IKQ => \Delta DPI = \Delta KQI$ (g.c.g)=>ID=IK.(dpcm)

Bài 126: Cho Δ ABC, gọi G, H, O lần lượt là trọng tâm, trực tâm và giao của ba đường trung trực của ba cạnh tam giác, chứng minh rằng:
a, Độ dài AH bằng 2 lần khoảng cách từ O đến BC
b, Ba điểm H, G, O thẳng hàng và GH=2GO

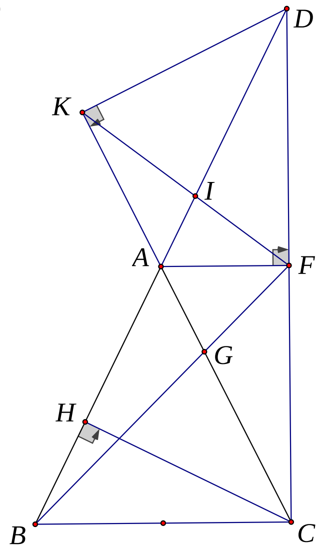


Bài 127: Cho Δ ABC cân tại A, $A < 90^0$, trên tia đối của tia AB, lấy D sao cho AD=AB, kẻ đường cao AF của Δ ACD, AC cắt BF tại G

a, CMR: F là trung điểm của DC và G là trọng tâm của Δ BDC, CMR: BD=6. AG

b, Kẻ $CH \perp BD, DK \perp CA$, chứng minh các đoạn thẳng AF, CH và DK đồng quy

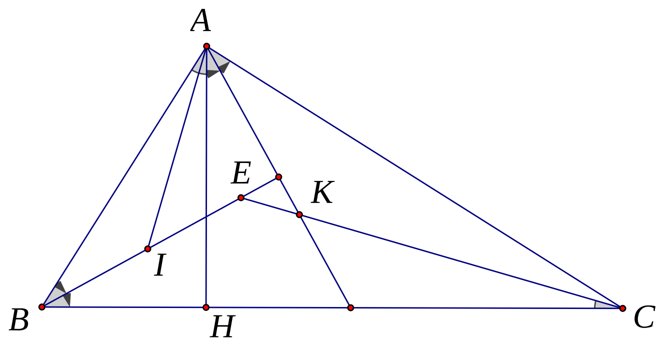
c, KF cắt AD tại I, biết: $BAC = 45^0$, So sánh các đoạn thẳng: CH, HI và ID



Bài 128: Cho Δ ABC vuông tại A, Đường cao AH, gọi E, I, K theo thứ tự là giao điểm các đường phân giác của Δ ABC, Δ ABH, Δ ACH, CMR:

a, $ABH = CAH$

b, $BI \perp AK$



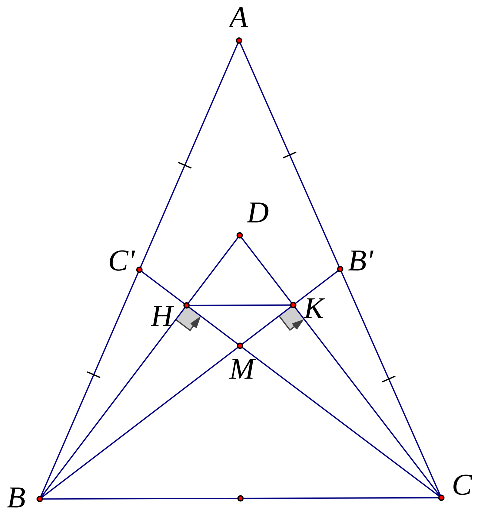
Bài 129: Cho Δ ABC cân tại A, Trung tuyến BB' và CC' cắt nhau ở M, Kẻ $BH \perp CC', CK \perp BB'$. Gọi giao điểm của tia BH và CK là D, CMR:

a, Δ BHC'=Δ CKB'

b, Δ HMK cân và HK//BC

c, Trọng tâm Δ ABC đồng thời là trực tâm của Δ BDC

d, Tìm điều kiện của Δ ABC để Δ DHK đều

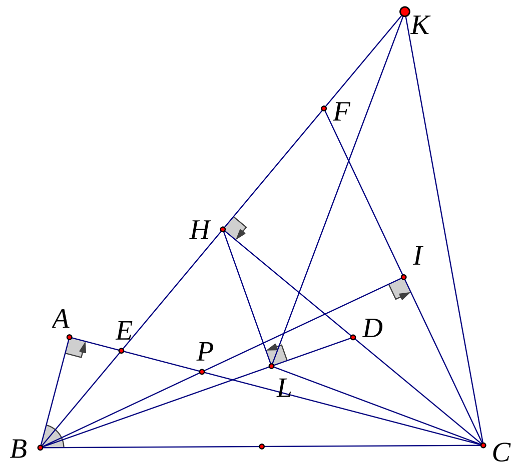


Bài 130: Cho Δ ABC vuông tại A, có $\widehat{ABC} = 75^0$, trên cạnh AC lấy 2 điểm E và P sao cho $\widehat{ABE} = \widehat{EBP} = \widehat{PBC}$, Gọi I là chân đường vuông góc hạ từ C xuống đường thẳng BP, đường thẳng CI cắt BE ở F

a, CMR: Δ ECF cân

b, Trên tia đối tia EB lấy điểm K sao cho EK=BC, tính số đo các góc của Δ BCK

c, Gọi H là hình chiếu vuông góc vủa C trên BK, D là trung điểm của đoạn CH, L là hình chiếu vuông góc của H trên BD, CM KL vuông góc với LC



Bài 131: Cho Δ ABC và điểm M bất kỳ nằm trong tam giác: CMR: 2(MA+MB+MC)>AB+AC+BC

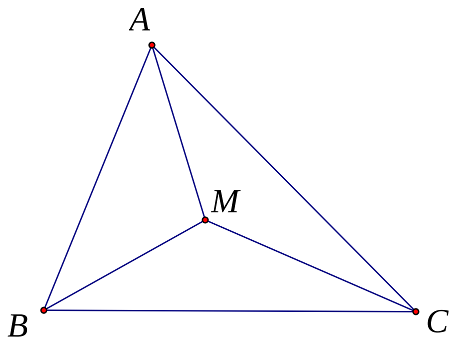
Bài làm:

Ta có: ΔMBC có: MB+MC>BC

Tương tự : MC+MA>AC, MA+MB>AB

Cộng theo vế ta được:

$2(MA+MB+MC) > AB+AC+BC$



Bài 132: Cho Δ ABC, AN, BP và CQ là ba đường trung tuyến, CMR:

$\frac{4}{3}(AN+BP+CQ) > AB+AC+BC$

Bài làm:

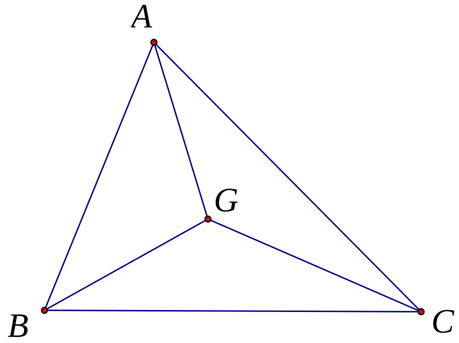
Gọi M là trọng tâm của tam giác, Theo bài 21 ta có:

$2(GA+GB+GC) > AB+AC+BC$

Mà, $GA = \frac{2}{3}AN, \mathrm{GB} = \frac{2}{3}BP, GC = \frac{2}{3}CQ$

Thay vào trên ta có: $2\left(\frac{2}{3}AN + \frac{2}{3}BP + \frac{2}{3}CQ\right) > AB+AC+BC$

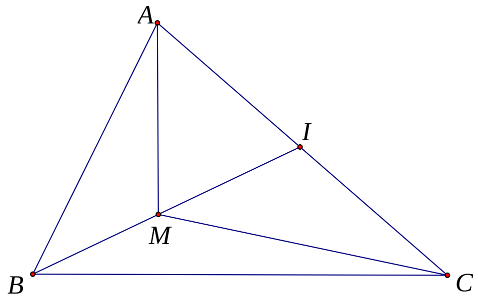
=> $\frac{4}{3}(AN+BP+CQ) > AB+AC+BC$



Bài 133: Nếu M là 1 điểm nằm trong tam giác ABC thì:

$$\frac{1}{2}(AB+BC+CA) < MA+MB+MC < AB+BC+CA$$

Bài làm :



$\Delta AMB \Rightarrow MA+MB > AB$

$\Delta AMC \Rightarrow MA+MC > AC$

$\Delta BMC \Rightarrow MB+MC > BC$

Cộng theo vế ta được: 2(MA+MB+MC)>AB+AC+BC

$\Rightarrow \frac{1}{2}(AB+AC+BC) < MA+MB+MC$

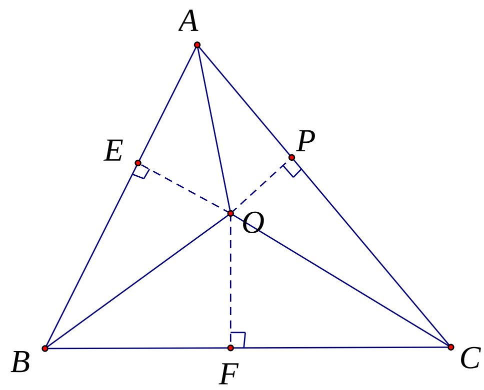
Mặt khác : MA<MI+IA, Cộng vào hai vế với MB ta được :
MA+MB<MI+MB+IA=BI+IA<(IC+BC)+IA=AC+BC
Tương tự : MA+MC<BA+BC VÀ MC+MB<AB+AC
Cộng theo vế ta được : 2(MA+MB+MC)<2(AB+AC+BC
=>MA+MB+MC<AB+BC+CA

Bài 134: Cho O nằm trong tam giác ABC, Gọi E, F, D lần lượt là hình chiếu của O trên AB, BC, CA, CMR:

a, $AE^2+BF^2+CP^2 = AP^2+BE^2+CF^2$

B, $\frac{AB+BC+CA}{2} < OA+OB+OC < AB+BC+CA$

Bài làm:



a, Ta có:

$AE^2 = AO^2 - EO^2$

$BF^2 = OB^2 - FO^2$

$CP^2 = OC^2 - PO^2$

$\Rightarrow AE^2+BF^2+CP^2 = (AO^2+BO^2+CO^2)-(OE^2+OF^2+OP^2)$

$AP^2 = AO^2 - OP^2$

Và : $BE^2 = BO^2 - OE^2 \Rightarrow AP^2+BE^2+CF^2 = (AO^2+BO^2+CO^2)-(OP^2+OE^2+FO^2)$

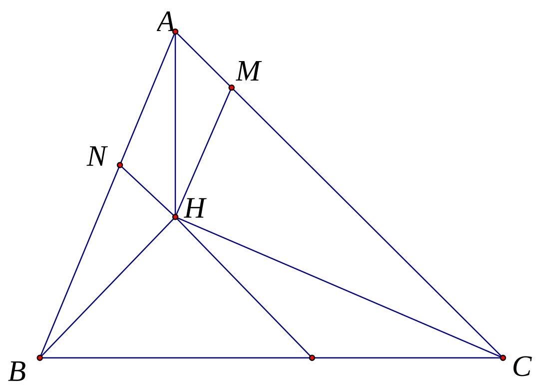
$CF^2 = CO^2 - OF^2$

Từ đó suy ra điều phải chứng minh :
b, Chứng minh giống bài 27

Bài 135: Gọi H là trực tâm của tam giác ABC, CMR:
a, HA+HB+HC<AB+AC

b, $HA+HB+HC < \frac{2}{3}(AB+BC+CA)$

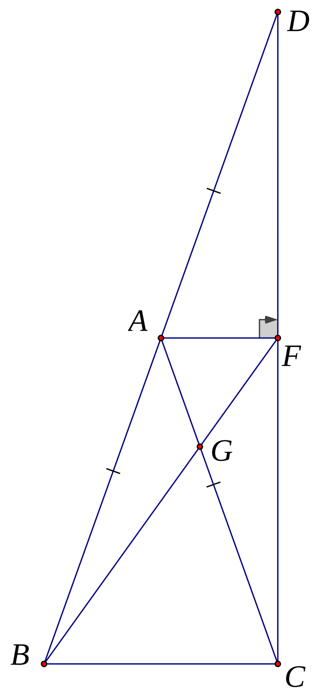
Bài làm:



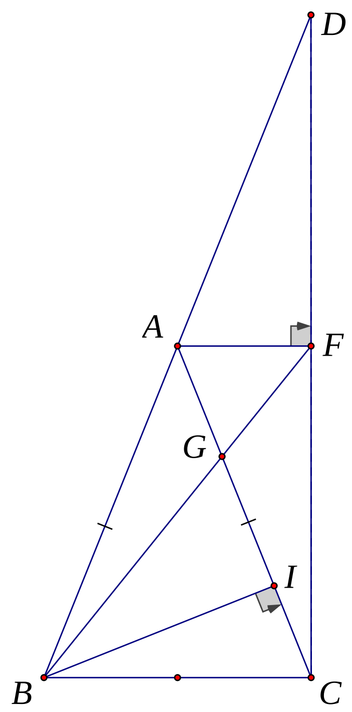
a, Kẻ NH//AC, MH//AB
ta có: HA<AM+MH=AM+AN (1)
do $BH \perp AC$ mà HN//AC=> $BH \perp HN$
Do đó: BH<BN (2)
Chứng minh tương tự: HC<CM (3)
Cộng (1), (2) và (3) ta có:
HA+HB+HC<AM+AN+BN+CM<AB+AC
B, Ta có:

HA+HB+HC<AB+AC (Theo câu a)
Tương tự ta cũng có:
HA+HB+HC<BC+AC
HA+HB+HC<AB+BC
Cộng theo vế ta được đpcm

Bài 136: Cho Δ ABC cân tại A, $A<90^0$. trên tia đối của tia AB lấy điểm D sao cho AD=AB, kẻ đường cao AF của Δ ACD, Nối AC cắt BF tại G
a, CMR: Δ BCD vuông
b, CMR: G là trọng tâm của Δ BDC
c, CMR: BD=6AG
d, Cho AB=13cm, BC=10cm, tính độ dài đường cao BI của Δ ABC



Bài 137: Cho Δ ABC cân tại A có $A<90^0$, trên tia đối của tia AB, lấy điểm D sao cho AD=AB, kẻ đường cao AF của Δ ACD, nối AC cắt BF tại G
a, CMR: Δ BCD vuông
b, CMR: G là trọng tâm của Δ BDC
c, CMR: BD=6.AG
d, Cho AB=13cm, BC=10cm, Tính độ dài đường cao BI của Δ ABC



Bài 138: Cho Δ ABC vuông tại A, tia phân giác của góc B cắt AC ở E, trên cạnh BC lấy điểm D sao cho BD=BA

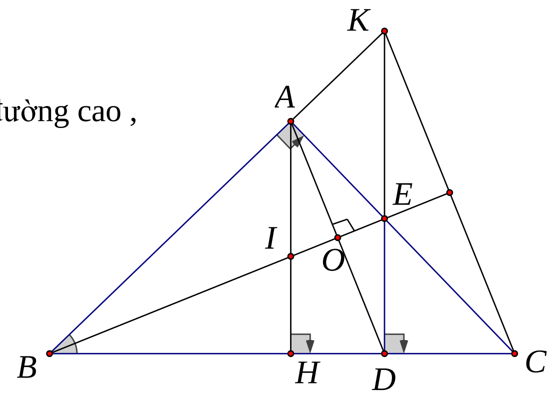
a, CMR: Δ ABE= Δ DBE

b, CMR: ED $\perp$ BC

c, Tia DE cắt BA tại K, CM: BK=BC

d, Từ A kẻ AH vuông góc với BC (H$\in$ BC), AH cắt BE tại I, CMR: AD là đường trung trực của IE

HD :



d, Gọi O là giao của IE và AD

Δ ABD có AB=BD nên cân tại B, nên tia phân giác BO cũng là đường cao ,

Khi đó BO $\perp$ AD

Δ AED có AE=DE nên cân tại E

⇨ $EAO = EDO$ (1)

Mà $\begin{cases} ED \perp BC \\ AH \perp BC \end{cases} \Rightarrow ED // AH$

Khi đó: $EDO = OAI$ (So le trong) (2)

Từ (1) và (2) suy ra $EAO = IAO$ hay AO là phân giác IAE

Δ IAE có AO vừa là đường cao, vừa là phân giác nên là đường trung trực

Bài 139: Cho Δ ABC nhọn có AB<AC, trên tia AC lấy điểm D sao cho CD=AB, hai đường trung trực của BD và AC cắt nhau tại E

a, CMR: Δ AEB= Δ CED

b, AE là phân giác trong tại đỉnh A của Δ ABC

c, Gọi M là 1 điểm bất kỳ nằm trong tam giác, xaị trí của M để biểu thức: MA.BC+MB.AC+MC.AB đạt giác trị nhỏ nhất

HD:

c, Kẻ BD và CE cùng vuông góc với AM, ta có:

$S_{MAB} + S_{MAC} = \left(BD + CE\right).\frac{AM}{2} \le BC.\frac{AM}{2}$ (Đường vuông góc nhỏ hơn hoặc bằng đường xiên) (1)

Dấu "=" xảy ra khi $AM \perp BC$

Tương tự

$S_{MBC} + S_{MAB} \le \frac{AC.BM}{2}$ (2)

$S_{MBC} + S_{MAC} \le \frac{AB.MC}{2}$ (3)

Cộng (1), (2) và (3) ta được:

$$2\left[S_{MAB} + S_{MBC} + S_{MAC}\right] \le \frac{BC.AM}{2} + \frac{AC.BM}{2} + \frac{AB.MC}{2} \Leftrightarrow MA.BC + MB.CA + MC.AB \ge 4.S_{ABC}$$

Vậy min MA.BC+MB.CA+MC.AB= 4. S_{ABC}

Xảy ra khi: $AM \perp BC, BM \perp AC, CM \perp AB$ Hay M là trực tâm của Δ ABC

Bài 140 : Cho Δ ABC vuông ở B, trên các cạnh AB, BC, CA lần lượt vẽ về phía ngoài Δ ABC các Δ AKB, Δ BMC, Δ CNA vuông cân tại K, M, và tại N, Gọi H, I, J lần lượt là trung điểm của AC, BA và BC

a, CMR : Δ KMN vuông cân tại H

b, Từ N hạ NN' $\perp$ KH, Từ N hạ NM' $\perp$ MH, CMR: NN'=HI, NM'=HJ

Bài 141: Cho Δ ABC, từ trung điểm D của cạnh BC, kẻ đường vuông góc với đường phân giác của góc A cắt AB và AC tại M và N
a, CMR: BM=CN
b, Gọi AB=c, AB=b, Tính Am và Bm theo b và c
Bài 142: Gọi H là trực tâm của Δ ABC nhọn, CMR: $HA+HB+HC<\frac{2}{3}\left(AB+BC+CA\right)$
Bài 143: Cho Δ ABC vuông tại A, vẽ đường cao AH, trên cạnh BC lấy điểm D sao cho BD=DA
a, CMR: tia AD là tia phân giác của HAC
b, Vẽ $DK\perp AC\left(K\in AC\right)$, CMR: AK=AH
c, CMR: AB+AC<BC+AH
Bài 144: Cho Δ ABC cân tại A, từ A hạ AH vuông góc với BC, trên tia đối của HA lấy điểm M sao cho HM=HA, trên tia đối của tia CB lấy điểm N sao cho CN= BC
a, CMR: C là trọng tâm của Δ AMN
b, Gọi I là trung điểm của MN, CM : A, C, I thẳng hàng
Bài 145: Cho Δ ABC vuông tại A, đường cao AH, Gọi E, I, K theo thứ tự là giao các đường phân giác của Δ ABC, Δ ABH, Δ ACH, CMR:
a, $ABH=CAh$
b, $BI\perp AK$
c, $AE\perp IK$
Bài 146: Cho Δ ABC (AB<AC), lấy điểm D thuộc cạnh AB, E thuộc cạnh AC sao cho BD=CE, Gọi M và N lần lượt là trung điểm của BC và DE
a, CMR: MN song song với tia phân giác góc A
b, đường thẳng MN cắt Ab và AC tại K và I, CMR: Δ AIK cân
c, Trên AB, AC lấy điểm P và Q sao cho AP+AQ =m không đổi, CMR: đường trung trực của PC luôn đi qua 1 điểm cố định
Bài 147: Cho Δ ABC, đường cao AH, trên nửa mp bờ BC có chứa điểm A lấy các điểm D và E sao cho Δ ABD và Δ ACE vuông cân tại B và C, trên tia đối của tia AH lấy điểm K sao cho, AK=BC, CMR:
a, Δ ABK= Δ BCD
b, $CD\perp BK, BR\perp CK$
c, Ba đường AH, BE và CD đồng quy
Bài 148: Cho Δ ABC cân tại A, kẻ AH vuông góc với BC $\left(H\in BC\right)$, Gọi N là trung điểm của AC
a, CMR: Δ ABH= Δ ACH
b, Hai đoạn BN và Ah cắt nhau tại G, trên tia đối của tia NB lấy K sao cho NK=NG, CMR: AG//CK
c, CM: G là trung điểm BK
d, Gọi M là trung điểm cảu AB, CM : BC+AG > 4.GM
Bài 149: Cho Δ ABC có AB>AC, từ trung điểm M của BC vẽ 1 đường thẳng vuông góc với tia phân giác của A, đường thẳng này cắt AB, AC lần lượt tại E và F, Qua C kẻ CK//AB $\left(K\in EF\right)$
a, CMR: CK=BE
b, CMR: BE=CF và $AE=\frac{AB+AC}{2}$
c, CMR: $BME=\frac{ACB-B}{2}$
Bài 150: Cho Δ ABC (AB=AC) đường cao AH, từ điểm D thuộc BC kẻ DE $\perp$ AB, DF $\perp$ AC và DK $\perp$ BH
a, CMR: $KDB=ACB$
b, CMR: Δ EBD= Δ KDB
c, CMR: DE+DF=BH
d, Trên tia đối của tia CA lấy điểm P sao cho CP=HF, CMR: trung điểm của EP nằm trên BC

e, Cho $A = 40^0$, kẻ đường cao AH, trên các đoạn AH, AC lấy lần lượt E và F sao cho $ABE = CBF = 30^0$ Tính AEF

Bài 151: Cho Δ ABC có $A = 50^0$ và $7B = 6C$
a, Tính các góc của Δ ABC
b, Kẻ phân giác BD và đường thẳng đi qua A, song song với BD, cắt CB tại E, CMR: Δ ABE có hai góc chụ bằng nhau
c, Kẻ tia phân giác của ABE cắt AE tại H, CMR: BH vuông góc với AE

Bài 152: Cho Δ ABC cân có $A = 100^0$, trên BC lấy D sao cho $BAD = 60^0$, trên nửa mp bờ BC chứa A vẽ tia Cx//AD, trên Cx lấy điểm M sao cho CM=BD
a, Tính các góc của Δ ABD
b, CMR: Δ ABD= Δ ACM
c, Kẻ BH $\perp$ AD $(H \in AD)$, MN $\perp$ BC $(N \in BC)$, CMR: Δ HBD= Δ NMC
d, CMR: MD là phân giác của AMC và $DN = \frac{1}{2}AC$

Bài 153: Cho Δ ABC nhọn (AB<AC), M là trung điểm của BC, kẻ Ax // BM, trên Ax lấy điểm D sao cho AD=BM, (M và D khác phía đối với A và B) Gọi I là trung điểm của AB
a, CMR: Δ AID= Δ BIM
b, CMR: Δ AIM= Δ BID, AM//BD
c, Đường trung trực của BC cắt AC tại E, tia BE cắt đường thẳng Ax tại F, CMR: BF=AC
d, Hai đường thẳng Ab và FC cắt nhau ở O, CM ba điểm O, E, M thẳng hàng

Bài 154: Cho Δ ABC cân tại A có $A < 90^0$ tia Bx vuông góc với Ab cắt AC tại D, tia Cy vuông góc với AC cắt tia AB tại E, Gọi giao điểm của hai tia Bx và Cy là I, CMR:
a, AD=AE, BD=CE
b, Δ EID cân, $BAI = IAC$
c, BC//ED, AI $\perp$ ED
d, Tìm điều kiện của Δ ABC sao cho $IED = 30^0$

Bài 155: Cho Δ ABC vuông tại A (AB>AC), tia phân giác ACB cắt cạnh Ab tại D, trên cạnh BC lấy điểm E sao cho CE=CA
a, CMR: Δ CDA= Δ CDE và $DE \perp BC$
b, Vẽ đường thẳng d vuông góc với AC tại C, Qua A vẽ đường thẳng song song với CD cắt d tại M, CMR: AM=CD
c, Qua B vẽ đường thẳng vuông góc với CD tại N, cắt AC tại K, CMR: KE $\perp$ BC và 3 điểm K, D, E thẳng hàng

Bài 156: Cho Δ ABC cân tại A, cso $A = 30^0$, kẻ đường phân giác của góc A cắt BC tại H, lấy điểm I thuộc AH sao cho $ABI = 15^0$, trên nửa mp bờ BC có chứa điểm A kẻ hai tia Bx và Cy cùng vuông góc với BC, trên Bx lấy điểm D sao cho BD=BC, trên Cy lấy điểm E sao cho CE=CB
a, CMR: Δ IBC là tam giác đều
b, CMR : Δ ADB= Δ AIB
c, Tính DIC
d, Δ ADE là tam giác gì? Vì sao ?

Bài 157 : Cho Δ ABC có AB<AC, tia phân giác của góc A cắt BC tại I, trên cạnh AC lấy điểm D sao cho AD=AB
a, CMR : BI=ID
b, Tia DI cắt AB tại E, CMR : Δ IBE= Δ IDC
c, CMR: BD//EC
d, Cho $ABC = 2.ACB$, CMR: AB+BI=AC

Bài 158: Cho Δ ABC vuông tại A(AB<AC), đường cao AH, M là trung điểm của BC, trên tia đối của tia MA lấy D sao cho MD=MA
a, CMR: DC $\perp$ AC
b, CMR: Δ MAC cân
c, Trên nửa mp bờ BC không chứa A vẽ tia Mx vuông góc với BC, lấy N thuộc Mx sao cho MN= MA.

Chứng minh AN là tia phân giác HAM, BAC
d,Trên tia đối của tia CD lấy điểm E sao cho CE=CA, Qua E kẻ đường thẳng song song với AC cắt tia đối của tia AH tại F, CMR: AF=2. MN
Bài 159: Cho Δ ABC vuông tại A, kẻ đường phân giác BD, kẻ DE $\perp$ BC
a, CMR: BD là đường trung trực của AE và AD<DC
b, Tia ED cắt tia BA tại F, CMR: BD $\perp$ CF, AE//CF
c, Tia BD cắt FC tại G. CMR: D cách đều ba cạnh của Δ AEG
d, Lấy M và N tương ứng di động trên BF và BC sao cho BM+BN=BC, CMR: trung điểm I của MN luôn nằm trên 1 đường thẳng cố định

Bài 160: Cho Δ ABC vuông ở A, có $ABC = 75^0$, Trên cạnh AC lấy hai điểm E và P sao cho

$ABE = EBP = PBC$, Gọi I là chân đường vuông góc hạ từ C xuống đường BP, đường thẳng CI cắt BE ở F
a, CMR: Δ ECF cân
b, Trên tia đối EB lấy K sao cho EK= BC, Tính số đo các góc Δ BCK
c, Gọi H là hình chiếu vuông góc của C trên BK, D là trung điểm của CH, I là hình chiếu vuông góc của H trên BD, CMR: KL vuông góc với LC
Bài 161: Cho Δ ABC nhọn (AB<AC) có đường cao AH sao cho AH=HC, trên AH lấy I sao cho HI=HB. Gọi P và Q lần lượt là trung điểm của BI và AC, D là giao điểm của đường thẳng BI với AC
a, CMR: I là trực tâm Δ ABC
b, CMR: QC+PH=BD
c, Kẻ HN $\perp$ AB tại N, CMR: HN+AB>BC