

## HÌNH LĂNG TRỤ ĐỨNG

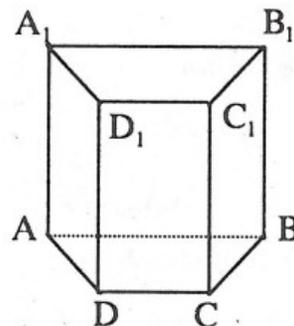
### A. BÀI GIẢNG CÙNG CỐ KIẾN THỨC NỀN

#### 1. HÌNH LĂNG TRỤ ĐỨNG

**Định nghĩa:** Hình lăng trụ đứng là hình có các mặt bên đều là những hình chữ nhật.

Hình bên cho ta hình ảnh của hình lăng trụ đứng  $ABCD.A_1B_1C_1D_1$ , và ở đó:

1. Các điểm  $A, B, C, D, A_1, B_1, C_1, D_1$  được gọi là các *đỉnh*.
2. Các đoạn  $AA_1, BB_1, CC_1, DD_1$  song song với nhau và bằng nhau, chúng được gọi là *các mặt bên*.
3. Các mặt  $ABB_1A_1, BCC_1B_1, CDD_1C_1, ADD_1A_1$  là những hình chữ nhật, chúng được gọi là *các mặt bên*.
4. Hai mặt  $ABCD, A_1B_1C_1D_1$  là *hai đáy*.
5. Hình lăng trụ này có đáy là tứ giác nên gọi là *lăng trụ tứ giác*.



**Ví dụ 1:** Cho một hình lăng trụ đứng:

- Hai mặt phẳng chứa hai đáy có song song với nhau hay không?
- Các cạnh bên có vuông góc với hai mặt phẳng đáy hay không?
- Các mặt bên có vuông góc với hai mặt phẳng đáy hay không?

✍ *Giải*

Ta lần lượt có:

- Hai mặt phẳng chứa hai đáy có song song với nhau, bởi chúng đều chứa hai cặp đường thẳng cắt nhau và song song với nhau.
- Các cạnh bên có vuông góc với hai mặt phẳng đáy, bởi mỗi cạnh bên đều vuông góc với hai cạnh đáy cắt nhau.
- Các mặt bên có vuông góc với hai mặt phẳng đáy, bởi chúng chứa cạnh bên vuông góc với đáy.

☞ **Nhận xét:** Như vậy:

- Hình hộp chữ nhật, hình lập phương cũng là những hình lăng trụ đứng.
- Hình lăng trụ đứng có đáy là hình bình hành được gọi là hình hộp đứng.

#### 2. THÍ DỤ

Với hình vẽ trong phần 1, ta nhận thấy:

- Hai mặt đáy  $ABCD$  và  $A_1B_1C_1D_1$  là hai đa giác bằng nhau và nằm trên hai mặt phẳng song song.
- Độ dài mỗi cạnh bên được gọi là *chiều cao*, thí dụ chiều cao  $AA_1$ .

### B. PHƯƠNG PHÁP GIẢI TOÁN

**VÍ DỤ 1:**  $ABC.A_1B_1C_1$  là một lăng trụ đứng tam giác.

- a) Trong hình lăng trụ đó hãy chỉ ra những cặp mặt phẳng song song với nhau.
- b) Trong hình lăng trụ đó hãy chỉ ra những cặp mặt phẳng vuông góc với nhau.
- c) Sử dụng kí hiệu “//”, “ $\perp$ ”, và “ $\in$ ” điền vào các ô trong bảng sau:

	$AA_1$	$BB_1$	$CC_1$	$AB$	$BC$	$AC$	$A_1B_1$	$B_1C_1$	$A_1C_1$
$(ABC)$									
$(A_1B_1C_1)$									
$(ABB_1A_1)$									

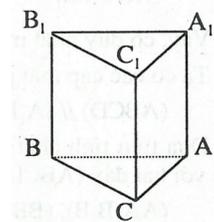
👉 *Hướng dẫn:* Sử dụng định nghĩa và tính chất của hình lăng trụ đứng.

✍ *Giải*

a) Ta chỉ có  $(ABC) // (A_1B_1C_1)$ .

b) Ta có:

- $(AA_1B_1B), (BB_1C_1C), (AA_1C_1C)$  cùng vuông góc với  $(ABC)$ .
- $(AA_1B_1B), (BB_1C_1C), (AA_1C_1C)$  cùng vuông góc với  $(A_1B_1C_1)$ .



c) Ta có:

	$AA_1$	$BB_1$	$CC_1$	$AB$	$BC$	$AC$	$A_1B_1$	$B_1C_1$	$A_1C_1$
$(ABC)$	$\perp$	$\perp$	$\perp$	$\in$	$\in$	$\in$	$//$	$//$	$//$
$(A_1B_1C_1)$	$\perp$	$\perp$	$\perp$	$//$	$//$	$//$	$\in$	$\in$	$\in$
$(ABB_1A_1)$	$\in$	$\in$	$//$	$\in$			$\in$		

VÍ DỤ 2: Cho hình lăng trụ đứng  $ABCD.A_1B_1C_1D_1$  có đáy  $ABCD$  là hình thang cân ( $AB // CD$ ) có  $AC$  vuông góc với  $BD$ .

- a) Đường thẳng  $BD$  và  $A_1C$  có cắt nhau không? Vì sao?
- b) Đường thẳng  $AD$  song song với những mặt phẳng nào?
- c) Đường thẳng  $AC$  vuông góc với những mặt phẳng nào?
- d) Trong hình lăng trụ đó hãy chỉ ra những cặp mặt phẳng song song với nhau.
- e) Trong hình lăng trụ đó hãy chỉ ra những cặp mặt phẳng vuông góc với nhau.

👉 *Hướng dẫn:* Sử dụng định nghĩa và tính chất của hình lăng trụ đứng.

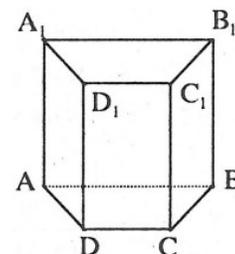
✍ *Giải*

a) Đường thẳng  $BD$  và  $A_1C$  không cắt nhau, bởi nếu chúng cắt nhau thì 4 điểm  $B, C, D, A_1$  cùng thuộc một mặt phẳng

$$\Rightarrow A_1 \in (BCD) \Leftrightarrow A_1 \in (ABCD), \text{ mâu thuẫn}$$

b) Ta có:

$$AD // A_1D_1 \in (A_1B_1C_1D_1) \Rightarrow AD // (A_1B_1C_1D_1).$$



$$AD // A_1D_1 \in (A_1D_1B) \Rightarrow AD // (A_1D_1B)$$

$$AD // A_1D_1 \in (A_1D_1C) \Rightarrow AD // (A_1D_1C)$$

Vậy, có 3 mặt phẳng  $(A_1B_1C_1D_1)$ ,  $(A_1D_1B)$ ,  $(A_1D_1C)$  song song với  $AD$ .

c) Ta có:

$$\begin{cases} AC \perp BD \\ AC \perp BB_1 \end{cases} \Rightarrow AC \perp (BB_1D_1D).$$

Vậy có duy nhất mặt phẳng  $(BB_1D_1D)$  vuông góc với  $AC$ .

d) Ta có các cặp mặt phẳng song song với nhau là:

$$(ABCD) // (A_1B_1C_1D_1) \text{ và } (ABB_1A_1) // (CDD_1C_1).$$

e) Dựa trên tính chất của hình lăng trụ đứng ta có ngay các mặt phẳng vuông góc với hai đáy  $(ABCD)$

và  $(A_1B_1C_1D_1)$  là:

$$(AA_1B_1B), (BB_1C_1C), (CC_1D_1D).$$

$$(AA_1D_1D), (AA_1C_1C), (BDD_1B_1).$$

Mặt khác:

▪ Vì  $AC \perp (BB_1D_1D)$  nên các mặt phẳng chứa  $AC$  đều vuông góc với mặt phẳng  $(BB_1D_1D)$ , do đó ta có:

$$(ACC_1A_1) \perp (BB_1D_1D), (ACB_1) \perp (BB_1D_1D), (ACD_1) \perp (BB_1D_1D).$$

▪ Vì  $BD \perp (ACC_1A_1)$  nên các mặt phẳng chứa  $BD$  đều vuông góc với mặt phẳng  $(ACC_1A_1)$ , do đó ta có:

$$(BDD_1B_1) \perp (ACC_1A_1)$$

$$(BDA_1) \perp (ACC_1A_1)$$

$$(BDC_1) \perp (ACC_1A_1)$$

▪ Vì  $A_1C_1 \perp (BB_1D_1D)$  nên các mặt phẳng chứa  $A_1C_1$  đều vuông góc với mặt phẳng  $(BB_1D_1D)$ , do đó ta có thêm:

$$(A_1C_1B) \perp (BB_1D_1D), (A_1C_1D) \perp (BB_1D_1D).$$

▪ Vì  $B_1D_1 \perp (ACC_1A_1)$  nên các mặt phẳng chứa  $B_1D_1$  đều vuông góc với mặt phẳng  $(ACC_1A_1)$ , do đó ta có thêm:

$$(B_1D_1A) \perp (ACC_1A_1), (B_1D_1C) \perp (ACC_1A_1).$$

### PHIẾU BÀI TỰ LUYỆN

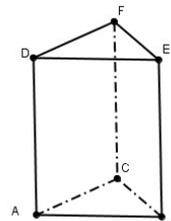
**Bài 1:** Cho hình lăng trụ đứng tam giác  $ABC.A'B'C'$ .

a) Những cặp mặt phẳng nào song song với nhau?

b) Những cặp mặt phẳng nào vuông góc với nhau?

**Bài 2:** Cho hình lăng trụ đứng tam giác  $ABC.DEF$ . Trong các phát biểu sau phát biểu nào đúng ?

- a) Các cạnh bên  $AB$  và  $AD$  vuông góc với nhau.
- b) Các cạnh bên  $BE$  và  $EF$  vuông góc với nhau.
- c) Các cạnh bên  $AC$  và  $DF$  vuông góc với nhau.
- d) Các cạnh bên  $AC$  và  $DF$  song song với nhau.
- e) Hai mặt phẳng  $(ABC)$  và  $(DEF)$  song song với nhau.
- f) Hai mặt phẳng  $(ACFD)$  và  $(BCFE)$  song song với nhau.
- g) Hai mặt phẳng  $(ABED)$  và  $(DEF)$  vuông góc với nhau.



**Bài 3:** Cho một hình hộp chữ nhật  $ABCD.A'B'C'D'$

- a) Những cặp mặt phẳng nào song song với nhau.
- b) Mặt phẳng  $(ABCD)$  vuông góc với những mặt phẳng nào.

**Bài 4:** Cho hình lăng trụ đứng tam giác  $ABC.A'B'C'$  có hai đáy là hai tam giác vuông tại  $A, A'$ . Chứng minh

- a)  $AB \perp mp(AA'C'C)$
- b)  $mp(AA'C'C) \perp mp(AA'B'B)$

**Bài 5:** Một khối gỗ hình lập phương  $ABCD.A'B'C'D'$ , có cạnh bằng  $a$ . Người ta cắt khối gỗ theo mặt  $(ACC'A')$  được hai hình lăng trụ đứng bằng nhau. Tính diện tích xung quanh của mỗi hình lăng trụ đó.

**Bài 6:** Cho hình lăng trụ đứng tam giác  $ABC.A'B'C'$ , có đáy là tam giác  $ABC$  cân tại  $C$ ,  $D$  là trung điểm của cạnh  $AB$ . Tính diện tích toàn phần của hình lăng trụ.

**Bài 7:** Cho lăng trụ đứng tam giác  $ABC.A'B'C'$  có đáy  $ABC$  là tam giác vuông cân tại  $B$  với  $BA = BC = a$ , biết  $A'B$  hợp với đáy  $ABC$  một góc  $60^\circ$ . Tính thể tích lăng trụ.

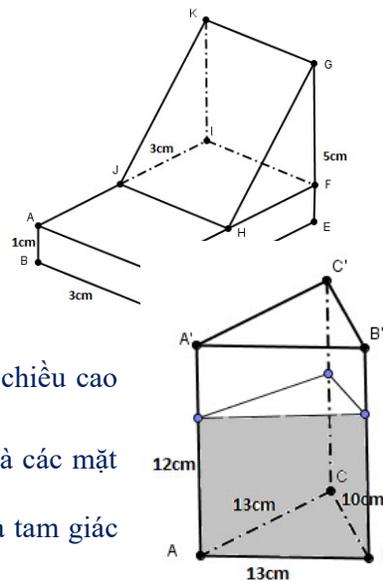
**Bài 8:** Cho hình lăng trụ có đáy là hình vuông cạnh  $a$ . Tính chiều cao (theo  $a$ ) của hình lăng trụ, biết diện tích xung quanh bằng  $\frac{1}{2}$  diện tích toàn phần.

**Bài 9:** Tính diện tích toàn phần (tổng diện tích các mặt) và thể tích của hình sau

\* Tính diện tích toàn phần hình lăng trụ  $HFG.JIK$

**Bài 10:** Cho hình lăng trụ đứng tam giác  $ABC.A'B'C'$  có đáy là tam giác  $ABC$  cân tại  $A$  có các kích thước như hình vẽ. Tính thể tích của hình lăng trụ.

**Bài 11:** Một bình thủy tinh hình lăng trụ đứng  $ABC.A'B'C'$ , đáy là tam giác cân  $ABC$  có kích thước như hình vẽ. Mực nước hiện tại trong bình bằng  $\frac{2}{3}$  chiều cao của lăng trụ. Bây giờ ta đặt



bình lại và lật đứng lên sao cho mặt  $(BCC'B')$  là mặt đáy. Tính chiều cao của mực nước khi đó.

**Bài 12:** Tính thể tích của khối lăng trụ đứng có đáy là tam giác và các mặt bên là các hình vuông cạnh bằng  $a$ .

**Bài 13:** Cho hình lăng trụ đứng tam giác  $ABC.A'B'C'$  có đáy là tam giác  $ABC$  cân tại  $A$ . Gọi  $M, N$  lần lượt là trung điểm của  $BC$  và  $B'C'$

- a) Chứng minh  $AMNA'$  là hình chữ nhật
- b) Tính diện tích hình chữ nhật  $AMNA'$  biết thể tích của hình lăng trụ bằng  $V$  và  $BC = a$ .

**Bài 14:** Một bình thủy tinh hình lăng trụ đứng  $ABC.A'B'C'$ , đáy là tam giác  $ABC$  có  $AB = 6cm$ ,  $BC = 10cm$ ,  $AC = 8cm$ , chiều cao  $CC' = 12cm$ . Mực nước trong bình hiện

tại bằng  $\frac{2}{3}$  chiều cao của hình lăng trụ. Bây giờ ta đây bình lại và lật đứng lên sao cho mặt  $(ACC'A')$

là mặt đáy. Tính chiều cao của mực nước khi đó.

**Bài 15:** Một bình thủy tinh hình lăng trụ đứng  $ABC.A'B'C'$ , đáy là tam giác  $ABC$  có  $AB = 6cm$ ,  $BC = 10cm$ ,  $AC = 8cm$ , chiều cao  $CC' = 12cm$ . Mực nước trong bình hiện tại bằng  $\frac{2}{3}$  chiều cao của hình lăng trụ. Bây giờ ta đây bình lại và lật đứng lên sao cho mặt  $(BCC'B')$

là mặt đáy. Tính chiều cao của mực nước khi đó.

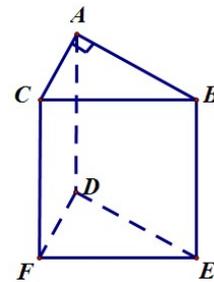
**Bài 16:** Đáy của lăng trụ đứng tam giác  $ABC.A'B'C'$  là tam giác  $ABC$  vuông cân tại  $A$  có cạnh  $BC = a\sqrt{2}$  và biết  $A'B = 3a$ . Tính thể tích khối lăng trụ.

**Bài 17:** Cho lăng trụ tứ giác đều  $ABCD.A'B'C'D'$  có cạnh bên bằng  $4a$  và đường chéo  $5a$ . Tính thể tích khối lăng trụ này.

## TỰ LUYỆN

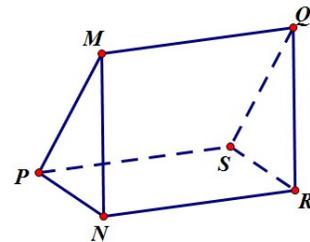
**Bài 1:** Cho hình lăng trụ đứng tam giác  $ABC.DEF$  có  $\Delta ABC$  vuông tại  $A$ .

- Những cặp mặt phẳng nào song song với với nhau?
- Những cặp mặt phẳng nào vuông góc với nhau?
- Cho biết  $DF = 2cm$ ;  $AB = 3cm$ ,  $AD = 5cm$ . Tính diện tích xung quanh, diện tích toàn phần và thể tích của hình lăng trụ.
- Gọi  $M$  là trung điểm của  $EF$ . Tính độ dài các đoạn thẳng  $BM$ ,  $AM$ .



**Bài 2:** Cho hình lăng trụ đứng tam giác  $MNP.QRS$ . (Mỗi câu sau đây có giả thiết riêng)

- Nếu  $\Delta MPN$  vuông tại  $P$  có  $PN = 2cm$ ;  $PS = 5cm$  và thể tích  $V = 15cm^3$ . Tính diện tích xung quanh hình lăng trụ.
- Nếu  $\Delta MPN$  cân ở  $M$  có  $MN = 15cm$ ;  $PN = 8cm$ ;  $PS = 22cm$ . Tính diện tích xung quanh và thể tích của hình lăng trụ.
- Nếu  $\Delta MPN$  đều có cạnh là  $a(cm)$ . Gọi  $H$  là trung điểm của cạnh  $SR$  và  $\widehat{MHQ} = 60^\circ$ . Tính độ dài  $MQ$ , diện tích xung quanh, toàn phần và thể tích của hình lăng trụ theo  $a$ .



**Bài 3:** Cho hình lăng trụ đứng  $ABCD.EFGH$ , đáy  $ABCD$  là hình thang vuông ở  $A$  và  $B$ .

- Hãy kể tên các cạnh song song với cạnh  $AD$ , song song với cạnh  $AB$ , các đường thẳng song song với  $mp(EFGH)$ ; các đường thẳng song song với  $mp(DCGH)$ .
- Cho biết  $AB = AD = 4cm$ ;  $BC = 2AD$  và  $\widehat{AFE} = 45^\circ$ . Tính diện tích xung quanh, diện tích toàn phần và thể tích của hình lăng trụ đứng.

**Bài 4:** Cho hình lăng trụ đứng  $ABCD.A'B'C'D'$  có đáy  $ABCD$  là hình thoi cạnh  $a(cm)$  và  $\widehat{ADC} = 60^\circ$  và  $DD' = a(cm)$ .

- Chứng minh  $mp(CB'D') \parallel mp(A'DB)$
- Chứng minh  $mp(AA'C'C) \parallel mp(DD'B'B)$ .
- Tính diện tích toàn phần và thể tích của hình lăng trụ.

**Bài 5:** Cho hình lăng trụ đứng  $ABC.A'B'C'$  có cạnh đáy  $AB = AC = 10\text{cm}$  và  $BC = 12\text{cm}$ . Gọi  $M$  là trung điểm của  $B'C'$ .

a) Chứng minh rằng  $B'C' \perp mp(AA'M)$

b) Cho biết  $AM = 17\text{cm}$ , tính diện tích toàn phần của hình lăng trụ.

**Bài 6:** Một hình lăng trụ đều có tổng số mặt, số đỉnh và số cạnh là 26. Biết thể tích của hình lăng trụ là  $540\text{cm}^3$ , diện tích xung quanh là  $360\text{cm}^2$ . Tính chiều cao của hình lăng trụ đó.

**Bài 7:** Hình hộp đứng  $ABCD.A'B'C'D'$  có đáy là hình thoi  $ABCD$  cạnh  $a$ , góc nhọn  $30^\circ$ . Cho biết diện tích toàn phần của hình lăng trụ đứng bằng hai lần diện tích xung quanh của nó. Tính chiều cao của hình lăng trụ đứng.

**Bài 8:** Hình lăng trụ đứng  $ABC.A'B'C'$  có  $AB = 5\text{cm}$ ,  $AC = 12\text{cm}$  và chiều cao  $AA' = 10\text{cm}$ . Biết diện tích xung quanh của hình lăng trụ là  $300\text{cm}^2$ , tính thể tích của nó.

**Bài 9:** Một hình lăng trụ đứng có đáy là hình thoi với các đường chéo bằng  $16\text{cm}$  và  $30\text{cm}$ . Diện tích toàn phần của hình lăng trụ này là  $2680\text{cm}^2$ , tính thể tích của nó.

**Bài 10:** Hình lăng trụ ngũ giác đều  $ABCDE.A'B'C'D'E'$  có cạnh đáy bằng  $a$ . Biết hiệu giữa các diện tích xung quanh của hai hình lăng trụ đứng  $ABCE.A'B'C'E'$  và  $CDE.C'D'E'$  là  $4a^2$ . Tính diện tích xung quanh của hình lăng trụ đã cho.

### LỜI GIẢI PHIẾU BÀI TỰ LUYỆN

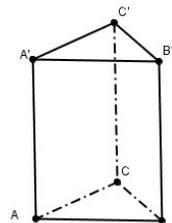
**Bài 1:** a) Những cặp mặt phẳng song song là:  $mp(ABC) // mp(A'B'C')$

b) Những cặp mặt phẳng vuông góc nhau là:

$$mp(ABC) \perp mp(AA'B'B) \quad mp(ABC) \perp mp(BB'C'C)$$

$$mp(ABC) \perp mp(AA'C'C) \quad mp(A'B'C') \perp mp(BB'C'C)$$

$$mp(A'B'C') \perp mp(AA'C'C) \quad mp(A'B'C') \perp mp(AA'B'B)$$



**Bài 2:** a) Sai vì  $AB$  và  $AD$  không phải là các cạnh bên.

b) Sai vì  $BE$  và  $EF$  không phải là các cạnh bên.

c) Sai vì  $AC$  và  $DF$  không phải là các cạnh bên.

d) Sai vì  $AC$  và  $DF$  không phải là các cạnh bên.

e) Đúng

f) Sai vì Hai mặt phẳng  $(ACFD)$  và  $(BCFE)$  vuông góc

g) Đúng

**Bài 3: Bài giải**

a) Những mặt phẳng song song với nhau là:

$$mp(ABCD) // mp(A'B'C'D');$$

$$mp(AA'D'D) // mp(BB'C'C);$$

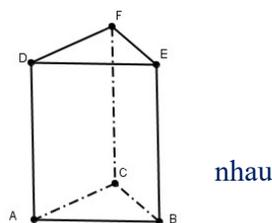
$$mp(DCC'D') // mp(AA'B'B)$$

b)  $mp(ABCD) \perp mp(AA'B'B)$

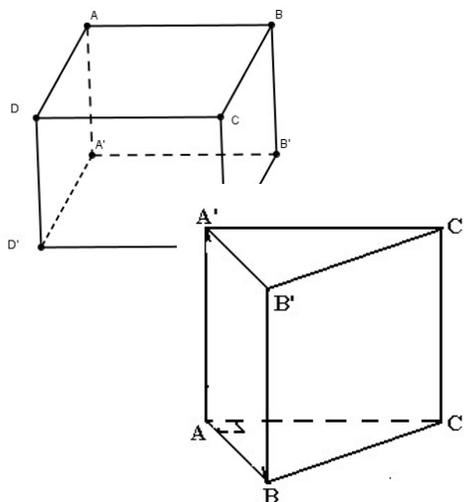
$$mp(ABCD) \perp mp(BCC'B')$$

$$mp(ABCD) \perp mp(AA'D'D)$$

**Bài 4:** a)  $AB \perp AC$  ( $\triangle ABC$  vuông tại  $A$ )



nhau



$AB \perp AA'$  ( $AA'B'B$  là hình chữ nhật) nên  $AB$  vuông góc với hai đường thẳng cắt nhau  $AC$  và  $AA'$  của mặt phẳng ( $AA'C'C$ ).

Suy ra  $AB \perp mp(AA'C'C)$

b)  $mp(AA'B'B)$  chứa  $AB$ , mà  $AB$  vuông góc với  $mp(AA'C'C)$  nên  $mp(AA'C'C) \perp mp(AA'B'B)$

**Bài 5: HD:**

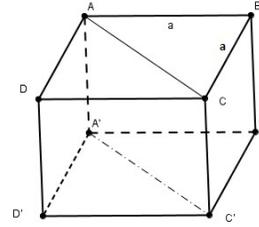
Ta có  $AC = \sqrt{a+a^2} = a\sqrt{2}cm$

Chu vi đáy hình lăng trụ

$$a + a + a\sqrt{2} = (2 + \sqrt{2})a$$

Diện tích xung quanh của hình lăng trụ

$$S_{xq} = 2ph = \frac{2(2 + \sqrt{2})a \cdot a}{2} = (2 + \sqrt{2})a^2 \text{ (cm}^2\text{)}$$



**Bài 6:**

$D$  là trung điểm  $AB$ , suy ra  $CD$  là chiều cao tam giác đáy

$$\text{Vậy nên } DB = \sqrt{5^2 - 4^2} = \sqrt{25 - 16} = \sqrt{9} = 3cm$$

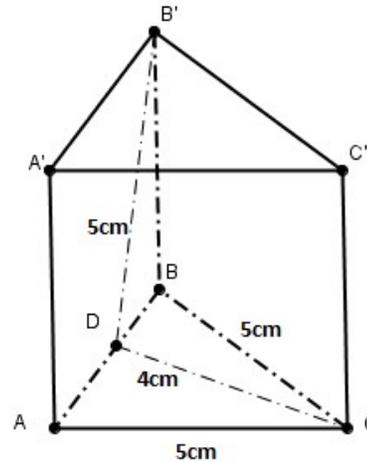
$BB' \perp AB$ , áp dụng định lý py-ta-go, ta có

$$BB' = \sqrt{5^2 - 3^2} = \sqrt{25 - 9} = \sqrt{16} = 4cm$$

Diện tích toàn phần của hình lăng trụ là

$$S_{tp} = S_{xq} + 2S_d = (5 + 5 + 6) \cdot 4 + 2 \left( \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 6 \right)$$

$$S_{tp} = 64 + 24 = 88 \text{ cm}^2$$



**Bài 7:**

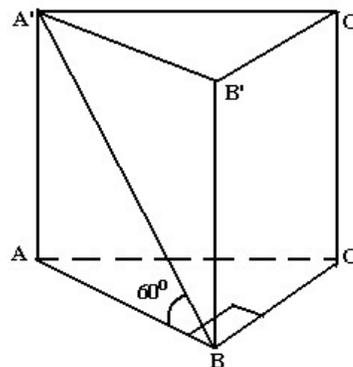
Ta có  $A'A \perp (ABC) \Rightarrow A'A \perp AB$  và  $AB$  là hình chiếu của  $A'B$  trên đáy  $ABC$  và  $\widehat{ABA'} = 60^\circ$

Trong  $\triangle ABA'$  ta có

$$\Rightarrow AA' = AB \cdot \tan 60^\circ = a\sqrt{3}$$

$$S_{ABC} = \frac{1}{2} BA \cdot BC = \frac{a^2}{2}$$

$$\text{Vậy } V = S_{ABC} \cdot AA' = \frac{a^3 \sqrt{3}}{2}$$



**Bài 8:**

Diện tích xung quanh hình trụ

$$S_{xq} = 2(a+a) \cdot h \text{ (cm)}$$

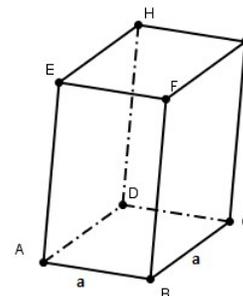
Diện tích toàn phần của hình trụ

$$S_{tp} = S_{xq} + 2S_d = 2(a+a) \cdot h + 2a \cdot a \Rightarrow S_{tp} = 4ah + 2a^2 = 2a(2h+a)$$

$$\text{Theo đề ta có } S_{xq} = \frac{1}{2} S_{tp}$$

$$\text{Hay } 4ah = \frac{1}{2} 2a(a+2h) \Rightarrow 4h = a+2h \Rightarrow 2h = a \Rightarrow h = \frac{a}{2}$$

Vậy chiều cao của hình trụ là  $\frac{a}{2}$  (cm)



**Bài 9:** Độ dài đường chéo của tam giác đáy là  $JK = HG = \sqrt{3^2 + 4^2} = \sqrt{25} = 5cm$

Diện tích tam giác đáy  $S_{\Delta HFG} = S_{\Delta TIK} = \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot 4 = 6 \text{ cm}^2$

Diện tích toàn phần hình lăng trụ  $HFG.JIK$

$$S_{tp1} = S_{xq} + 2S_{day} = 2 \left( \frac{3+4+5}{2} \right) \cdot 3 + 2 \cdot 6 = 48 \text{ cm}^2$$

\* Tính diện tích toàn phần của hình hộp chữ nhật  $ABCD.EFII'$  ( $I'$  là điểm phía dưới)

$$S_{tp2} = S_{xq} + 2S_d = 2(1+3) \cdot 5 + 2 \cdot 1 \cdot 3 = 46 \text{ cm}^2$$

$$* S_{JIFH} = 3 \cdot 3 = 9 \text{ cm}^2$$

\* Diện tích toàn phần của hình đã cho là

$$S_{tp} = S_{tp1} + S_{tp2} - S_{MFH} = 48 + 46 - 9 = 85 \text{ cm}^2$$

$$\text{Thể tích hình lăng trụ } V_1 = S_d \cdot h = 6 \cdot 3 = 18 \text{ cm}^3$$

$$\text{Thể tích hình hộp chữ nhật } V_2 = S_d \cdot h = 3 \cdot 5 = 15 \text{ cm}^3$$

$$\text{Thể tích của hình đã cho là } V = V_1 + V_2 = 18 + 15 = 33 \text{ cm}^3$$

**Bài 10:** Chiều cao của tam giác đáy

$$h' = \sqrt{13^2 - 5^2} = \sqrt{169 - 25} \Rightarrow h' = \sqrt{144} = 12 \text{ cm}$$

$$\text{Diện tích tam giác } ABC \text{ là } S = \frac{1}{2} h' \cdot BC = \frac{1}{2} \cdot 12 \cdot 10 = 60 \text{ cm}^2$$

$$\text{Thể tích của hình lăng trụ } ABC.A'B'C' \text{ là } V = S_d \cdot h = 60 \cdot 12 = 720 \text{ cm}^3$$

**Bài 11 :** Chiều cao của tam giác

$$\text{đáy } h' = \sqrt{13^2 - 5^2} = \sqrt{169 - 25} \Rightarrow h' = \sqrt{144} = 12 \text{ cm}$$

$$\text{Diện tích tam giác } ABC \text{ là } S = \frac{1}{2} h' \cdot BC = \frac{1}{2} \cdot 12 \cdot 10 = 60 \text{ cm}^2$$

$$\text{Thể tích nước hiện tại trong hình lăng trụ là } V = 60 \cdot \frac{2}{3} \cdot 12 = 480 \text{ cm}^3$$

$$\text{Nếu chọn đáy là } (BCC'B') \text{ thì } S_d = 10 \cdot 12 = 120 \text{ cm}^2$$

$$\text{Chiều cao mực nước mới là } h' = \frac{V}{S_d} = \frac{480}{120} \Rightarrow h' = 4 \text{ cm}$$

Vậy chiều cao mực nước mới là 4cm.

**Bài 12:** Hình lăng trụ có đáy là tam giác đều cạnh a, đường cao tam giác đáy

$$\text{là } h = \frac{a\sqrt{3}}{2} \text{ cm}$$

$$\text{Diện tích tam giác đáy là } S = \frac{1}{2} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} \cdot a = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$$

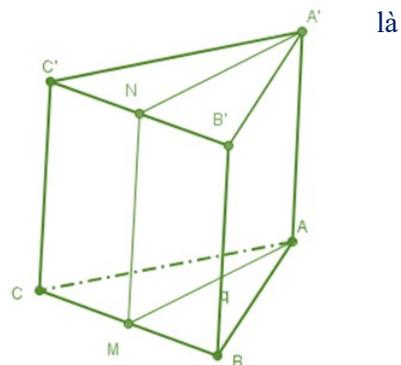
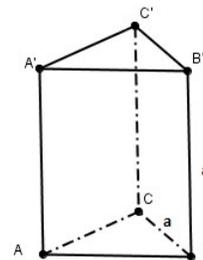
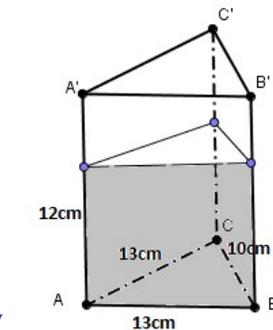
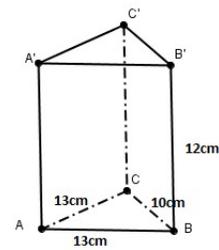
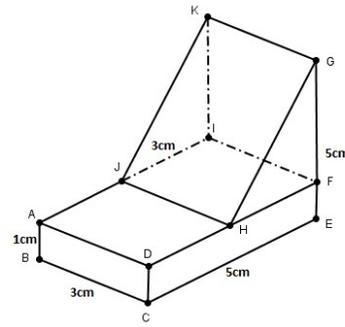
$$\text{Thể tích hình lăng trụ là } V = S \cdot h = \frac{a^2\sqrt{3}}{4} \cdot a = \frac{a^3\sqrt{3}}{4} \text{ cm}^3$$

**Bài 13:** a) Ta có  $A'N \parallel AM$  và  $A'N = AM$  nên  $A'NMA$  hình bình hành.

Mặt khác  $A'N \perp mp(CC'B'B)$  nên  $A'N \perp NM$

Vậy  $AMNA'$  là hình chữ nhật

$$\text{b) } V = S_d \cdot h = \frac{1}{2} AMBC \cdot AA'$$



mà  $AA' = MN$  nên diện tích hình chữ nhật  $AMNA'$  là  $S = \frac{1}{2} AM \cdot AA' = \frac{V}{a} \text{ (cm}^2\text{)}$

**Bài 14:** Diện tích tam giác đáy là  $S = \frac{1}{2} \cdot 8 \cdot 6 = 24 \text{ cm}^2$

Thể tích nước hiện tại trong hình lăng trụ là  $V = 24 \cdot \frac{2}{3} \cdot 12 = 192 \text{ cm}^3$

Nếu chọn đáy là  $(ACC'A')$  thì  $S_d = 8 \cdot 12 = 96 \text{ cm}^2$

Chiều cao mực nước mới là  $h' = \frac{V}{S_d} = \frac{192}{96} \Rightarrow h' = 2 \text{ cm}$

Vậy chiều cao mực nước mới là 2cm.

**Bài 15:**

Diện tích tam giác đáy là  $S = \frac{1}{2} \cdot 8 \cdot 6 = 24 \text{ cm}^2$

Thể tích nước hiện tại trong hình lăng trụ là  $V = 24 \cdot \frac{2}{3} \cdot 12 = 192 \text{ cm}^3$

Nếu chọn đáy là  $(BCC'B')$  thì  $S_d = 6 \cdot 12 = 72 \text{ cm}^2$

Chiều cao mực nước mới là  $h' = \frac{V}{S_d} = \frac{192}{72} \Rightarrow h' \approx 2,7 \text{ cm}$

Vậy chiều cao mực nước mới là 2,7cm.

**Bài 16:** Ta có  $\Delta ABC$  vuông cân tại A nên  $AB = AC = a$

$ABC.A'B'C'$  là lăng trụ đứng  $\Rightarrow AA' \perp AB$

$\Delta AA'B \Rightarrow AA'^2 = A'B^2 - AB^2 = 8a^2$

$\Rightarrow AA' = 2a\sqrt{2}$

Vậy  $V = B \cdot h = S_{ABC} \cdot AA' = a^3 \sqrt{2}$

**Bài 17:**  $ABCD.A'B'C'D'$  là lăng trụ đứng nên

$BD^2 = BD'^2 - DD'^2 = 9a^2 \Rightarrow BD = 3a$

$ABCD$  là hình vuông  $\Rightarrow AB = \frac{3a}{\sqrt{2}}$

Suy ra  $B = S_{ABCD} = \frac{9a^2}{4}$

Vậy  $V = B \cdot h = S_{ABCD} \cdot AA' = 9a^3$ .

