

CHUYÊN ĐỀ MỘT SỐ HỆ THỨC VỀ CẠNH VÀ GÓC TRONG TAM GIÁC VUÔNG

A. KIẾN THỨC CẦN NHỚ

I. Định lý

Trong một tam giác vuông, mỗi cạnh góc vuông bằng:

- Cạnh huyền nhân với sin góc đối hoặc nhân với cosin góc kề;
- Cạnh góc vuông kia nhân với tang góc đối hoặc nhân với cotang góc kề

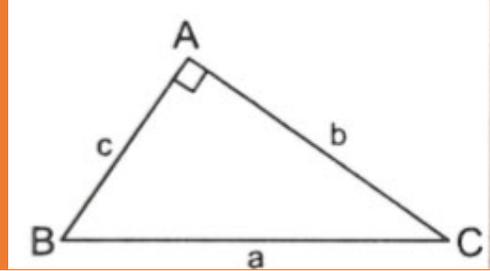
Trong hình bên thì:

$$b = a \sin B = a \cos C; c = a \sin C = a \cos B$$

$$b = c \tan B = c \cot C; c = b \tan C = b \cot B$$

II. Giải tam giác vuông

Là tìm tất cả các cạnh và góc của tam giác vuông B khi biết hai yếu tố của nó (trong đó ít nhất có một yếu tố về độ dài).



B. MỘT SỐ DẠNG BÀI CƠ BẢN VÀ NÂNG CAO

Ví dụ 1. Cho tam giác ABC vuông tại A, đường cao AH, $\widehat{B} = \alpha$. Tính giá trị của α để $BH = 3CH$.

Giải

Đặt $AH = h$.

Xét $\triangle ABH$ vuông tại H ta có:

$$BH = AH \cdot \cot B = h \cdot \cot \alpha.$$

Xét $\triangle ACH$ vuông tại H ta có:

$$CH = AH \cdot \cot C = AH \cdot \tan B = h \cdot \tan \alpha.$$

$$BH = 3CH \Leftrightarrow h \cdot \cot \alpha = 3h \cdot \tan \alpha \Leftrightarrow \frac{1}{\tan \alpha} = 3 \tan \alpha$$

$$\tan^2 \alpha = \frac{1}{3} \Leftrightarrow \tan \alpha = \frac{\sqrt{3}}{3} = \tan 30^\circ \Leftrightarrow \alpha = 30^\circ$$

Nhận xét: Trong bài giải ta đã biểu diễn BH và CH theo AH và theo một tỉ số lượng giác của góc α . Từ mối quan hệ giữa BH và CH ta tìm được giá trị của α .

Ví dụ 2. Giải tam giác ABC biết $\widehat{B} = 35^\circ, \widehat{C} = 50^\circ$ và đường cao $AH = 5,0\text{cm}$.

Giải

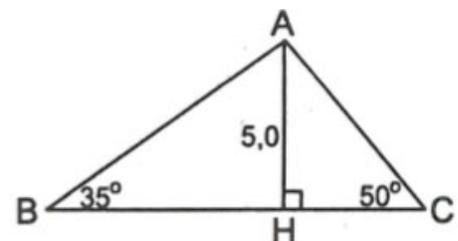
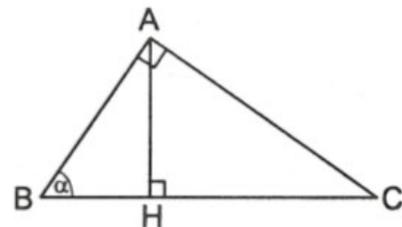
Ta phải tìm \widehat{A} , AB, AC và BC.

$$\widehat{A} = 180^\circ - (\widehat{B} + \widehat{C}) = 95^\circ$$

• Xét $\triangle ABH$ vuông tại H ta có:

$$AH = AB \cdot \sin B \Rightarrow AB = \frac{AH}{\sin B} = \frac{5,0}{\sin 35^\circ} \approx 8,7(\text{cm})$$

$$BH = AH \cdot \cot B \approx 5,0 \cdot \cot 35^\circ \approx 7,1(\text{cm})$$



• Xét $\triangle ACH$ vuông tại H ta có:

$$AH = AC \cdot \sin C \Rightarrow AC = \frac{AH}{\sin C} = \frac{5,0}{\sin 50^\circ} \approx 6,5 (cm)$$

$$CH = AH \cdot \cot C \approx 5,0 \cdot \cot 50^\circ \approx 4,2 (cm)$$

$$\text{Do đó } BC = BH + CH = 7,1 + 4,2 = 11,3 (cm)$$

$$\text{Vậy } \hat{A} = 95^\circ; AB = 8,7 cm; AC = 6,5 cm; BC = 11,3 cm$$

Lưu ý: Sau khi tính được AB và AC, có thể tính BH và CH theo AB và AC:

$$BH = AB \cdot \cos B; CH = AC \cdot \cos C$$

Tuy nhiên, ta nên tính BH và CH theo các số đo đã cho trong đề bài để kết quả được chính xác hơn.

Ví dụ 3. Cho tam giác ABC, cạnh BC cố định. Biết $BC = 4cm$, $AB + AC = 8cm$. Tính giá trị lớn nhất của góc A.

Giải

Vẽ đường phân giác AD. Vẽ $BH \perp AD$ và $CK \perp AD$.

Xét $\triangle ABH$ vuông tại H, $\triangle ACK$ vuông tại K, ta có: $BH = AB \cdot \sin \frac{A}{2}; CK = AC \sin \frac{A}{2}$

$$\text{Vậy } BH + CK = (AB + AC) \sin \frac{A}{2} = 8 \sin \frac{A}{2}$$

Mặt khác ,

$$BH + CK \leq BD + CD = BC = 4 (cm)$$

$$\text{nên } 8 \sin \frac{A}{2} \leq 4 \Rightarrow \sin \frac{A}{2} \leq \frac{1}{2} = \sin 30^\circ$$

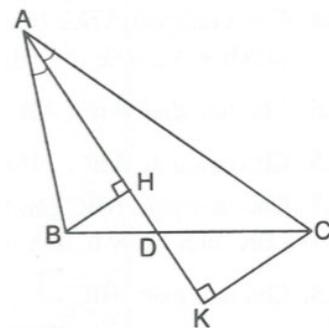
$$\text{Do đó } \frac{\hat{A}}{2} \leq 30^\circ \Rightarrow \hat{A} \leq 60^\circ$$

Vậy $\max \hat{A} = 60^\circ$ khi D, H, K trùng nhau $\Leftrightarrow \triangle ABC$ đều.

Nhận xét: Nhờ có việc vẽ đường phân giác AD và các đường thẳng BH, CK cùng vuông góc với AD mà ta tìm được sự liên hệ giữa AB, AC với BH, CK; sự liên hệ giữa BH, CK với BC. Do đó giữa AB, AC và BC có sự liên hệ với nhau, từ đó tìm được số đo của góc A.

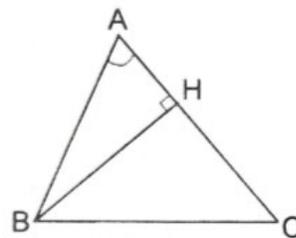
Ví dụ 4. Chứng minh định lý côsin: Trong một tam giác nhọn, bình phương của một cạnh bằng tổng các bình phương của hai cạnh kia trừ đi hai lần tích của hai cạnh ấy với côsin của góc xen giữa của chúng.

Giải



Vẽ đường cao BH. Xét ΔHBC vuông tại H ta có:

$$\begin{aligned}BC^2 &= HB^2 + HC^2 = HB^2 + (AC - AH)^2 \\&= HB^2 + AC^2 - 2AC \cdot AH + AH^2 \\&= (HB^2 + AH^2) + AC^2 - 2AC \cdot AH \\&= AB^2 + AC^2 - 2AC \cdot AH \quad (1)\end{aligned}$$



Xét ΔABH vuông tại H ta có : $AH = AB \cdot \cos A$

Thay vào (1) ta được $BC^2 = AB^2 + AC^2 - 2AC \cdot AB \cdot \cos A$

Nhận xét: Trong một tam giác nhọn, nếu biết hai cạnh và góc xen giữa thì nhờ định lí côsin ta có thể tính được cạnh thứ ba.

C. BÀI TẬP TỰ LUYỆN

• Vận dụng hệ thức về cạnh và góc trong tam giác vuông để chứng minh hoặc tính toán

Bài 1. Cho tam giác nhọn ABC. Vẽ các đường cao AD, BE, CF. Chứng minh rằng:

a) $AD \cdot BE \cdot CF = AB \cdot BC \cdot CA \cdot \sin A \cdot \sin B \cdot \sin C$; b) $AE \cdot BF \cdot CD = AB \cdot BC \cdot CA \cdot \cos A \cdot \cos B \cdot \cos C$.

Bài 2. Cho tam giác nhọn ABC. Vẽ các đường cao AA', BB', CC'. Chứng minh rằng:

$$AB' \cdot BC' \cdot CA' = A'B \cdot B'C \cdot C'A = AB \cdot BC \cdot CA \cdot \cos A \cdot \cos B \cdot \cos C$$

Bài 3. Cho đường thẳng xy và điểm A cố định cách xy là 2cm. Gọi M là một điểm di động trên xy. Vẽ tam giác ABM vuông tại M sao cho $\widehat{ABM} = \alpha$ ($0^\circ < \alpha < 90^\circ$). Tính độ dài ngắn nhất của AB.

Bài 4. Cho tam giác ABC, cạnh BC cố định và $BC = 3\sqrt{3} \text{cm}$. Điểm A di động sao cho $AB + AC = 6 \text{cm}$. Tính giá trị lớn nhất của góc A.

Bài 5. Cho tam giác ABC, $AB = 14 \text{cm}$, $AC = 11 \text{cm}$ và $\widehat{B} = 40^\circ$. Tính độ dài BC.

Bài 6. Cho tam giác ABC, $AB = 3,2 \text{cm}$; $AC = 5,0 \text{cm}$ và $\widehat{B} = 70^\circ$. Tính độ dài BC.

Bài 7. Cho tam giác ABC cân tại A, góc ở đáy bằng $\alpha < 90^\circ$. Vẽ các đường cao AH và BK. Biết $BK = h$, tính AH.

Bài 8. Cho tam giác ABC, $\widehat{B} = 40^\circ, \widehat{C} = 65^\circ$

a) Tính số đo của góc tạo thành bởi đường cao AH và đường trung tuyến AM (làm tròn đến độ);

b) Cho biết $BC = 45 \text{cm}$, tính độ dài AH (làm tròn đến centimet).

Bài 9. Tam giác ABC là tam giác nhọn hay tam giác tù nếu có:

a) $\widehat{A} = 50^\circ$, $AB = 2,4 \text{cm}$, $AC = 6,2 \text{cm}$; b) $\widehat{A} = 55^\circ$, $AB = 3,5 \text{cm}$, $AC = 4,5 \text{cm}$.

Bài 10. Cho tam giác ABC vuông tại A, $\widehat{A} = 64^\circ$, $AB = c$, $AC = 4,5 \text{cm}$. Xác định giá trị của c để tam giác ABC là tam giác tù.

Bài 11. Cho tam giác nhọn ABC, $AB = 4 \text{cm}$, $BC = 6 \text{cm}$. Một hình chữ nhật DEFG nội tiếp tam giác đó với $D \in AB, E \in AC; F, G \in BC$. Chứng minh rằng diện tích hình chữ nhật DEFG nhỏ hơn 6cm^2 .

Bài 12. Cho tam giác ABC, $AB = 5\text{cm}$, $BC = \sqrt{39}\text{cm}$ và $CA = 7\text{cm}$. Tính số đo góc A.

Bài 13. Giải tam giác ABC, biết:

a) $BC = 6,8\text{cm}$; $\hat{B} = 62^\circ$; $\hat{C} = 53^\circ$ b) $BC = 6,8\text{cm}$; $\hat{B} = 40^\circ$; $\hat{C} = 35^\circ$

Bài 14. Giải tam giác ABC, biết: $AB = 5\text{cm}$, $BC = 7\text{cm}$, $CA = 6\text{cm}$ (các số đo góc làm tròn đến độ).

Bài 15. Giải tam giác ABC, biết: $\hat{A} = 68^\circ$, $AB = 5,0\text{cm}$, $AC = 5,7\text{cm}$ (làm tròn các độ dài đến chữ số thập phân thứ nhất, làm tròn các số đo góc đến độ).

Bài 16. Giải tam giác ABC, biết: $\hat{A} = 50^\circ$, $AB = 4,6\text{cm}$, $BC = 3,7\text{cm}$ (làm tròn số đo góc đến độ, làm tròn độ dài đến hàng phần mười).

HƯỚNG DẪN

• Vận dụng hệ thức về cạnh và góc trong tam giác vuông để chứng minh hoặc tính toán

Bài 1. Cho tam giác nhọn ABC. Vẽ các đường cao AD, BE, CF. Chứng minh rằng:

a) $AD \cdot BE \cdot CF = AB \cdot BC \cdot CA \cdot \sin A \cdot \sin B \cdot \sin C$;

b) $AE \cdot BF \cdot CD = AB \cdot BC \cdot CA \cdot \cos A \cdot \cos B \cdot \cos C$.

Giải

a) $\triangle ACD$ vuông tại D, có $AD = AC \sin C$.

$\triangle ABE$ vuông tại E, có $BE = AB \sin A$.

$\triangle BCF$ vuông tại F, có $CF = BC \sin B$.

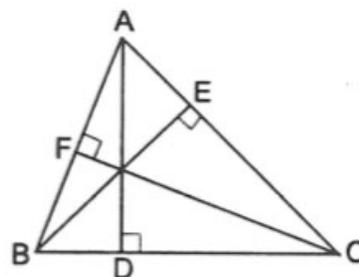
Suy ra $AD \cdot BE \cdot CF = AB \cdot BC \cdot CA \cdot \sin A \cdot \sin B \cdot \sin C$.

b) $\triangle ABE$ vuông tại E, có $AE = AB \cos A$.

$\triangle BCF$ vuông tại F, có $BF = BC \cos B$.

$\triangle ACD$ vuông tại D, có $CD = AC \cos C$.

Suy ra $AE \cdot BF \cdot CD = AB \cdot BC \cdot CA \cdot \cos A \cdot \cos B \cdot \cos C$.



Bài 2. Cho tam giác nhọn ABC. Vẽ các đường cao AA', BB', CC'. Chứng minh rằng:

$AB' \cdot BC' \cdot CA' = A'B \cdot B'C \cdot C'A = AB \cdot BC \cdot CA \cdot \cos A \cdot \cos B \cdot \cos C$

Giải

$\triangle ABB'$ vuông tại B', có $AB' = AB \cos A$.

$\triangle BCC'$ vuông tại C', có $BC' = BC \cos B$.

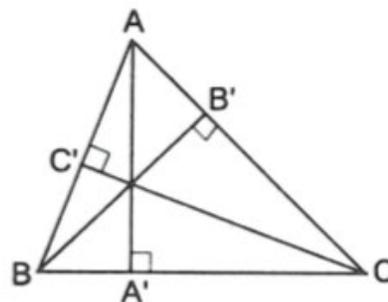
$\triangle CAA'$ vuông tại A', có $CA' = AC \cos C$.

Suy ra $AB' \cdot BC' \cdot CA' = AB \cdot BC \cdot CA \cdot \cos A \cdot \cos B \cdot \cos C$.

Chứng minh tương tự ta được:

$A'B \cdot B'C \cdot C'A = AB \cdot BC \cdot CA \cdot \cos A \cdot \cos B \cdot \cos C$.

Do đó $AB' \cdot BC' \cdot CA' = A'B \cdot B'C \cdot C'A$



$$= AB \cdot BC \cdot CA \cdot \cos A \cdot \cos B \cdot \cos C.$$

Nhận xét: Vì ba đường cao tam giác cùng đi qua một điểm nên nếu đề bài chỉ yêu cầu chứng minh $AB' \cdot BC' \cdot CA' = A'B \cdot B'C \cdot C'A$ thì theo định lý Xê-va ta có $\frac{A'B}{A'C} \cdot \frac{B'C}{B'A} \cdot \frac{C'A}{C'B} = 1$ từ đó suy ra ngay đpcm.

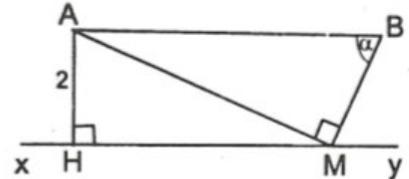
Bài 3. Cho đường thẳng xy và điểm A cố định cách xy là 2cm . Gọi M là một điểm di động trên xy . Vẽ tam giác ABM vuông tại M sao cho $\widehat{ABM} = \alpha (0^\circ < \alpha < 90^\circ)$. Tính độ dài ngắn nhất của AB .

Giải

$$\Delta ABM \text{ vuông tại } M, \text{ có } AM = AB \cdot \sin \alpha \Rightarrow AB = \frac{AM}{\sin \alpha}$$

Do đó AB ngắn nhất $\Leftrightarrow AM$ ngắn nhất $\Leftrightarrow M \equiv H \Leftrightarrow AM = 2\text{cm}$

$$\text{Vậy } \min AB = \frac{2}{\sin \alpha} \text{ khi } M \equiv H$$



Bài 4. Cho tam giác ABC , cạnh BC cố định và $BC = 3\sqrt{3}\text{cm}$. Điểm A di động sao cho $AB + AC = 6\text{cm}$. Tính giá trị lớn nhất của góc A .

Giải

Vẽ đường phân giác AD . Vẽ $BH \perp AD$,

$CK \perp AD$. Ta có $BH \leq BD, CK \leq CD$

Suy ra $BH + CK \leq BD + CD = BC$

$$\Delta ABH \text{ vuông tại } H, \text{ có: } BH = AB \cdot \sin \frac{A}{2}$$

$$\Delta ACK \text{ vuông tại } K, \text{ có: } CK = AC \cdot \sin \frac{A}{2}$$

$$\text{Do đó } BH + CK = (AB + AC) \cdot \sin \frac{A}{2} = 6 \sin \frac{A}{2} \text{ mà } BH + CK \leq BC = 3\sqrt{3}\text{cm} \text{ nên } 6 \sin \frac{A}{2} \leq 3\sqrt{3}$$

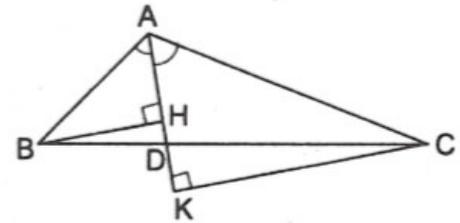
$$\text{Do đó } \sin \frac{A}{2} \leq \frac{3\sqrt{3}}{6} = \frac{\sqrt{3}}{2} = \sin 60^\circ. \text{ Suy ra } \frac{\widehat{A}}{2} \leq 60^\circ \Rightarrow \widehat{A} \leq 120^\circ$$

Vậy $\max \widehat{A} = 120^\circ$ khi $H \equiv K \equiv D \Leftrightarrow \Delta ABC$ vuông cân tại A .

Bài 5. Cho tam giác ABC , $AB = 14\text{cm}$, $AC = 11\text{cm}$ và $\widehat{B} = 40^\circ$. Tính độ dài BC .

Giải

* Tìm cách giải



Vẽ đường cao AH để vận dụng các hệ thức về cạnh và góc trong tam giác vuông. Tính HB và HC từ đó tính được BC.

* Trình bày lời giải

Vẽ đường cao AH. Xét $\triangle ABH$ vuông tại H có:

$$AH = AB \cdot \sin B = 14 \sin 40^\circ \approx 9,0 \text{ (cm)}$$

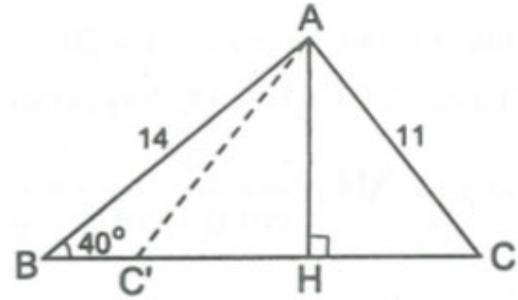
$$BH = AB \cdot \cos B = 14 \cdot \cos 40^\circ \approx 10,7 \text{ (cm)}$$

Xét $\triangle AHC$ vuông tại H có:

$$HC = \sqrt{AC^2 - AH^2} = \sqrt{11^2 - 9^2} \approx 6,3 \text{ (cm)}$$

• Nếu H nằm giữa B và C thì $BC = BH + HC \approx 10,7 + 6,3 = 17 \text{ (cm)}$

• Nếu C' nằm giữa B và H thì $BC' = BH - HC' \approx 10,7 - 6,3 = 4,4 \text{ (cm)}$



Bài 6. Cho tam giác ABC, $AB = 3,2 \text{ cm}$; $AC = 5,0 \text{ cm}$ và $\hat{B} = 70^\circ$. Tính độ dài BC.

Giải

Vẽ đường cao AH. Xét $\triangle ABH$ vuông tại H có:

$$AH = AB \cdot \sin B = 3,2 \sin 70^\circ \approx 3,0 \text{ (cm)}$$

$$BH = AB \cdot \cos B = 3,2 \cdot \cos 70^\circ \approx 1,1 \text{ (cm)}$$

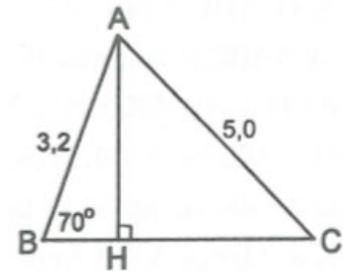
Xét $\triangle AHC$ vuông tại H có:

$$HC = \sqrt{AC^2 - AH^2} \approx \sqrt{5,0^2 - 3,0^2} = 4,0 \text{ (cm)}$$

Điểm C không thể nằm giữa H và B vì trên tia HB có $HC > HB$.

Chỉ còn trường hợp điểm H nằm giữa B và C.

Ta có $BC = BH + HC \approx 1,1 + 4,0 = 5,1 \text{ (cm)}$



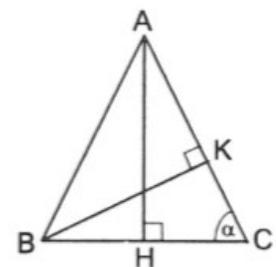
Bài 7. Cho tam giác ABC cân tại A, góc ở đáy bằng $\alpha < 90^\circ$. Vẽ các đường cao AH và BK. Biết $BK = h$, tính AH.

Giải

Xét $\triangle KBC$ vuông tại K, có: $BK = BC \cdot \sin \alpha \Rightarrow BC = \frac{BK}{\sin \alpha} = \frac{h}{\sin \alpha}$

Vì $\triangle ABC$ cân tại A nên $HB = HC = \frac{h}{2 \sin \alpha}$

Xét $\triangle AHC$ vuông tại H có: $AH = HC \cdot \tan \alpha = \frac{h}{2 \sin \alpha} \cdot \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = \frac{h}{2 \cos \alpha}$



Bài 8. Cho tam giác ABC, $\hat{B} = 40^\circ, \hat{C} = 65^\circ$

a) Tính số đo của góc tạo thành bởi đường cao AH và đường trung tuyến AM (làm tròn đến độ);

b) Cho biết $BC = 45\text{cm}$, tính độ dài AH (làm tròn đến centimet).

Giải

Đặt $\widehat{MAH} = \alpha$

a) Xét $\triangle ABH$ và $\triangle AHC$ vuông tại H ta có: $BH = AH \cot B$; $CH = AH \cot C$; $MH = AH \tan \alpha$

Ta có $BH - CH = (BM + MH) - (CM - MH) = 2MH$

Do đó $AH \cot B - AH \cot C = 2AH \tan \alpha$

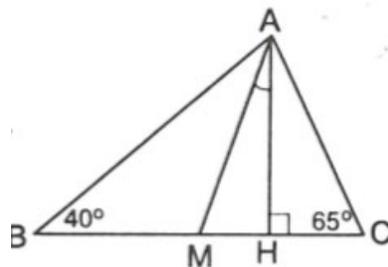
Suy ra $\cot B - \cot C = 2 \tan \alpha$

$$\text{Hay } \tan \alpha = \frac{\cot B - \cot C}{2} = \frac{\cot 40^\circ - \cot 65^\circ}{2} \approx 0,3627$$

$$\tan \alpha \approx \tan 19^\circ 56' \Rightarrow \alpha \approx 20^\circ$$

b) Ta có $BH + CH = BC$ hay $AH \cot B + AH \cot C = 45 \Rightarrow AH(\cot B + \cot C) = 45$

$$\text{Suy ra } AH = \frac{45}{\cot B + \cot C} = \frac{45}{\cot 40^\circ + \cot 65^\circ} \approx 27(\text{cm})$$



Bài 9. Tam giác ABC là tam giác nhọn hay tam giác tù nếu có:

a) $\widehat{A} = 50^\circ$, $AB = 2,4\text{cm}$, $AC = 6,2\text{cm}$;

b) $\widehat{A} = 55^\circ$, $AB = 3,5\text{cm}$, $AC = 4,5\text{cm}$.

Giải

a) Vẽ $CH \perp AB$. Xét $\triangle ACH$ vuông tại H, ta có:

$$AH = AC \cdot \cos A = 6,2 \cdot \cos 50^\circ \approx 4,0(\text{cm})$$

Trên tia AB có $AB < AH$ nên điểm B nằm giữa A và H.

$$\text{Suy ra } \widehat{ABC} > \widehat{H} = 90^\circ$$

Vậy $\triangle ABC$ là tam giác tù.

b) Vẽ $CH \perp AB$, $BK \perp AC$. Xét $\triangle ACH$ vuông tại H, ta có:

$$AH = AC \cdot \cos A = 4,5 \cdot \cos 55^\circ \approx 2,6(\text{cm})$$

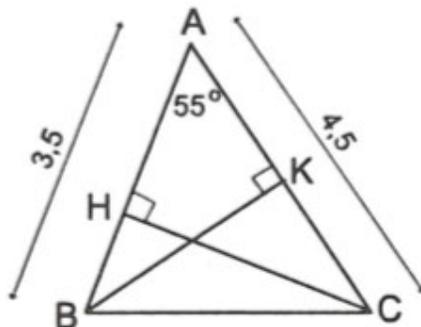
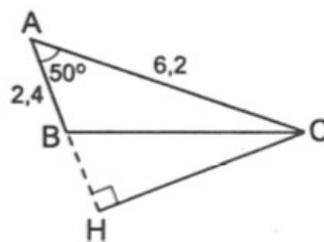
Xét $\triangle ABK$ vuông tại K, ta có:

$$AK = AB \cdot \cos A = 3,5 \cdot \cos 55^\circ \approx 2,0(\text{cm})$$

• Trên tia AB có $AH < AB$ nên điểm H nằm giữa A và B.

Xét $\triangle HBC$ có $\widehat{H} = 90^\circ$ nên \widehat{HBC} nhọn.

• Trên tia AC có $AK < AC$ nên điểm K nằm giữa A và C.



Xét ΔKBC có $\widehat{K} = 90^\circ$ nên \widehat{ACB} nhọn.

Tam giác ABC có ba góc nhọn nên là tam giác nhọn.

Bài 10. Cho tam giác ABC vuông tại A, $\widehat{A} = 64^\circ$, $AB = c$, $AC = 4,5\text{cm}$. Xác định giá trị của c để tam giác ABC là tam giác tù.

Giải

Vẽ $CH \perp AB$, $BK \perp AC$. ΔAHC vuông tại H, ta có:

$$AH = AC \cdot \cos A = 4,5 \cdot \cos 64^\circ \approx 2,0(\text{cm})$$

ΔAKB vuông tại K, ta có:

$$AK = AB \cdot \cos A = c \cdot \cos 64^\circ$$

ΔABC tù $\Leftrightarrow \widehat{B}$ tù hoặc \widehat{C} tù.

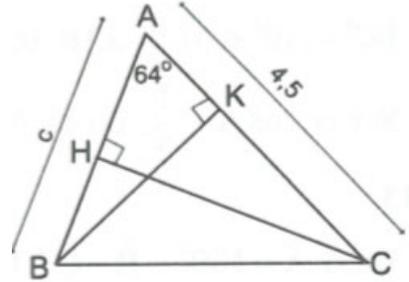
• Xét trường hợp \widehat{B} tù.

Ta có $\widehat{B} > 90^\circ \Leftrightarrow AH > AB \Leftrightarrow 2 > c$ hay $c < 2$ và $c > 0$

• Xét trường hợp \widehat{C} tù.

Ta có: $\widehat{C} > 90^\circ \Leftrightarrow AK > AC \Leftrightarrow c \cdot \cos 64^\circ > 4,5 \Leftrightarrow c > \frac{4,5}{\cos 64^\circ} \approx 10,3$.

Tóm lại, ΔABC tù khi $0 < c < 2\text{cm}$ hoặc $c > 10,3\text{cm}$



Bài 11. Cho tam giác nhọn ABC, $AB = 4\text{cm}$, $BC = 6\text{cm}$. Một hình chữ nhật DEFG nội tiếp tam giác đó với $D \in AB$, $E \in AC$; $F, G \in BC$. Chứng minh rằng diện tích hình chữ nhật DEFG nhỏ hơn 6cm^2 .

Giải

Ta đặt $\widehat{B} = \alpha$; $AD = x$ thì $DB = 4 - x$

Ta có $DE \parallel BC$ suy ra $\frac{DE}{BC} = \frac{AD}{AB}$ (hệ quả định lí Ta-lét)

$$\text{Do đó } DE = \frac{AD \cdot BC}{AB} = \frac{x \cdot 6}{4} = \frac{3x}{2}$$

Xét ΔDBG vuông tại G, ta có $DG = DB \cdot \sin \alpha = (4 - x) \sin \alpha$

Diện tích hình chữ nhật DEFG là $S = DE \cdot DG = \frac{3}{2}x(4 - x) \sin \alpha$

Vận dụng bất đẳng thức Cô-si đối với hai số không âm $ab \leq \left(\frac{a+b}{2}\right)^2$ ta được $x(4 - x) \leq \left(\frac{x+4-x}{2}\right)^2 = 4$

(dấu “=” xảy ra khi $x = 4 - x \Leftrightarrow x = 2$).

$$\text{Do đó } S \leq \frac{3}{2} \cdot 4 \sin \alpha = 6 \sin \alpha$$

Vì $0 < \sin \alpha < 1$ nên $S < 6(\text{cm}^2)$ khi D là trung điểm của AB.

Bài 12. Cho tam giác ABC, $AB = 5\text{cm}$, $BC = \sqrt{39}\text{cm}$ và $CA = 7\text{cm}$. Tính số đo góc A.

Giải

Xét ΔABC có CA là cạnh lớn nhất nên góc B là góc lớn nhất.

Ta thấy $AC^2 < BA^2 + BC^2$ (vì $7^2 < 5^2 + (\sqrt{39})^2$) nên góc B là góc nhọn (xem bài 1.18).

Do đó ΔABC là tam giác nhọn. Theo định lí cô-sin ta có:

$$BC^2 = AB^2 + AC^2 - 2AB \cdot AC \cdot \cos A \Leftrightarrow (\sqrt{39})^2 = 5^2 + 7^2 - 2 \cdot 5 \cdot 7 \cdot \cos A$$

$$\text{Suy ra } \cos A = \frac{1}{2}, \text{ do đó } \hat{A} = 60^\circ$$

Bài 13. Giải tam giác ABC, biết:

$$a) BC = 6,8\text{cm}; \hat{B} = 62^\circ; \hat{C} = 53^\circ$$

$$b) BC = 6,8\text{cm}; \hat{B} = 40^\circ; \hat{C} = 35^\circ$$

Giải

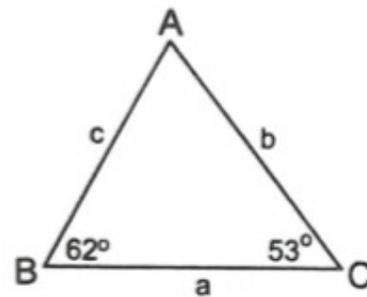
$$a) \text{ Ta có } \hat{A} = 180^\circ - \hat{B} - \hat{C} = 65^\circ$$

Vì ΔABC nhọn nên theo định lí sin ta có:

$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$$

$$\text{Do đó } \frac{6,8}{\sin 65^\circ} = \frac{b}{\sin 62^\circ} = \frac{c}{\sin 53^\circ}$$

$$\text{Suy ra } b = \frac{6,8 \cdot \sin 62^\circ}{\sin 65^\circ} \approx 6,6(\text{cm}); c = \frac{6,8 \cdot \sin 53^\circ}{\sin 65^\circ} \approx 6,0(\text{cm})$$



Nhận xét: Để giải tam giác trường hợp (g.c.g) ta dùng định lí sin.

$$b) \text{ Ta có } \hat{A} = 180^\circ - \hat{B} - \hat{C} = 105^\circ$$

Vậy ΔABC là tam giác tù, không vận dụng được định lí sin.

Vẽ đường cao AH. Vì các góc B và C nhọn nên điểm H nằm giữa B và C.

$$\text{Ta có } BH = AH \cot B, CH = AH \cot C$$

$$\text{Mà } BH + CH = BC \text{ nên } AH(\cot B + \cot C) = 6,8$$

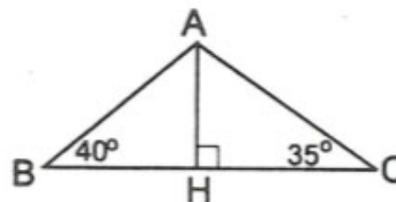
$$\Leftrightarrow AH = \frac{6,8}{\cot 40^\circ + \cot 35^\circ} \approx 2,6 (cm)$$

ΔABH vuông tại H, có $AH = AB \cdot \sin B$

$$\text{Suy ra } AB = \frac{AH}{\sin B} \approx \frac{2,6}{\sin 40^\circ} \approx 4,0 (cm)$$

ΔACH vuông tại H, có $AH = AC \cdot \sin C$

$$\text{Suy ra } AC = \frac{AH}{\sin C} \approx \frac{2,6}{\sin 35^\circ} \approx 4,5 (cm)$$



Bài 14. Giải tam giác ABC, biết: $AB = 5cm$, $BC = 7cm$, $CA = 6cm$ (các số đo góc làm tròn đến độ).

Giải

Xét ΔABC , cạnh BC là cạnh lớn nhất nên góc A là góc lớn nhất.

Ta có $BC^2 < AB^2 + AC^2$ (vì $7^2 < 5^2 + 6^2$) nên góc A là góc nhọn (xem bài 1.18).

Vậy ΔABC là tam giác nhọn. Theo định lí cô-sin, ta có:

$$\bullet BC^2 = AB^2 + AC^2 - 2AB \cdot AC \cdot \cos A$$

$$\text{Do đó } 7^2 = 5^2 + 6^2 - 2 \cdot 5 \cdot 6 \cdot \cos A$$

$$\text{Suy ra } \cos A = \frac{1}{5}, \text{ do đó } \hat{A} \approx 78^\circ$$

$$\bullet AC^2 = AB^2 + BC^2 - 2AB \cdot BC \cdot \cos B$$

$$\text{Do đó } 6^2 = 5^2 + 7^2 - 2 \cdot 5 \cdot 7 \cdot \cos B$$

$$\text{Suy ra } \cos B = \frac{19}{35}, \text{ do đó } \hat{B} \approx 57^\circ$$

$$\bullet \hat{C} = 180^\circ - (78^\circ + 57^\circ) = 45^\circ$$

Nhận xét: Để giải tam giác khi biết ba cạnh ta thường sử dụng định lí cô-sin.

Bài 15. Giải tam giác ABC, biết: $\hat{A} = 68^\circ$, $AB = 5,0cm$, $AC = 5,7cm$ (làm tròn các độ dài đến chữ số thập phân thứ nhất, làm tròn các số đo góc đến độ).

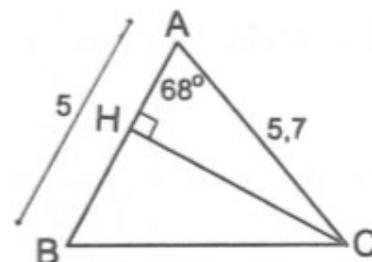
Giải

Vẽ $CH \perp AB$. Xét ΔACH vuông tại H, ta có:

$$CH = AC \cdot \sin A = 5,7 \cdot \sin 68^\circ \approx 5,3 (cm)$$

$$AH = AC \cdot \cos A = 5,7 \cdot \cos 68^\circ \approx 2,1 (cm)$$

Trên tia AB có $AH < AB$ ($2,1 < 5,0$) nên điểm H nằm giữa A và B. Do đó $BH = 5,0 - 2,1 = 2,9 (cm)$.



Xét ΔHBC vuông tại H, ta có: $BC = \sqrt{CH^2 + BH^2} \approx \sqrt{5,3^2 + 2,9^2} \approx 6,0(cm)$

Xét ΔABC có BC là cạnh lớn nhất nên góc A là góc lớn nhất.

Ta có $BC^2 < AB^2 + AC^2$ (vì $6^2 < 5^2 + 5,7^2$) nên góc A là góc nhọn, suy ra ΔABC nhọn. Do đó $5,7^2 = 5,0^2 + 6,0^2 - 2 \cdot 5,0 \cdot 6,0 \cdot \cos B$

Suy ra $\cos B \approx 0,4752 \Rightarrow \widehat{B} \approx 62^\circ$

Từ đó $\widehat{C} \approx 180^\circ - (68^\circ + 62^\circ) = 50^\circ$

Bài 16. Giải tam giác ABC, biết: $\widehat{A} = 50^\circ$, $AB = 4,6cm$, $BC = 3,7cm$ (làm tròn số đo góc đến độ, làm tròn độ dài đến hàng phần mười).

Giải

Vẽ $BH \perp AC$. ΔABH vuông tại H, ta có:

$$AH = AB \cdot \cos A = 4,6 \cdot \cos 50^\circ \approx 3,0(cm)$$

$$BH = AB \cdot \sin A = 4,6 \cdot \sin 50^\circ \approx 3,5(cm)$$

ΔHBC vuông tại H, ta có:

$$HC = \sqrt{BC^2 - BH^2} = \sqrt{3,7^2 - 3,5^2} \approx 1,2(cm)$$

• Nếu H nằm giữa A và C thì $AC = AH + HC \approx 3,0 + 1,2 = 4,2(cm)$

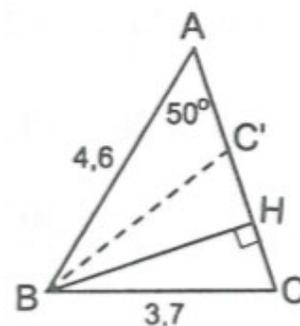
Khi đó $\widehat{C} < 90^\circ$ và $\sin C = \frac{BH}{BC} \approx \frac{3,5}{3,7} \approx \sin 71^\circ$

Suy ra $\widehat{C} = 71^\circ$ và $\widehat{B} \approx 180^\circ - (50^\circ + 71^\circ) = 59^\circ$

• Nếu C' nằm giữa H và A thì $AC' = AH - HC' \approx 3,0 - 1,2 = 1,8(cm)$

Khi đó $\widehat{AC'B} > 90^\circ$

Ta có $\widehat{BC'C} = \widehat{C} = 71^\circ \Rightarrow \widehat{AC'B} = 180^\circ - 71^\circ = 109^\circ$ và $\widehat{AB'C} = 180^\circ - (50^\circ + 109^\circ) = 21^\circ$

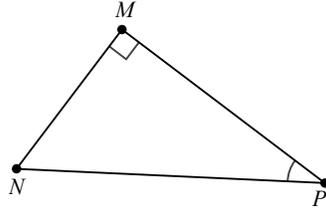


C.TRẮC NGHIỆM RÈN LUYỆN PHẢN XẠ

Câu 1: Cho tam giác MNP vuông tại N . Hệ thức nào sau đây là **đúng**?

A. $MN = MP \cdot \sin P$. **B.** $MN = MP \cdot \cos P$. **C.** $MN = MP \cdot \tan P$. **D.** $MN = MP \cdot \cot P$.

Câu 2: Cho tam giác MNP vuông tại N . Hệ thức nào sau đây là đúng?



A. $NP = MP \cdot \cos P$. **B.** $NP = MN \cdot \cos P$. **B.** $NP = MN \cdot \tan P$. **D.** $NP = MP \cdot \cot P$.

Câu 3: Cho tam giác ABC vuông tại A có $BC = a, AC = b, AB = c$. Chọn khẳng định sai?

A. $b = a \cdot \sin B = a \cdot \cos C$. **B.** $a = c \cdot \tan B = c \cdot \cot C$. **C.** $a^2 = b^2 + c^2$. **D.** $c = a \cdot \sin C = a \cdot \cos B$.

Câu 4: Cho tam giác ABC vuông tại A có $BC = a, AC = b, AB = c, \widehat{ABC} = 50^\circ$. Chọn khẳng định đúng?

A. $b = c \cdot \sin 50^\circ$. **B.** $b = a \cdot \tan 50^\circ$. **C.** $b = c \cdot \cot 50^\circ$. **D.** $c = b \cdot \cot 50^\circ$.

Câu 5: Cho tam giác ABC vuông tại A có $AC = 10 \text{ cm}, \widehat{C} = 30^\circ$. Tính $AB; BC$.

A. $AB = \frac{5\sqrt{3}}{3}; BC = \frac{20\sqrt{3}}{3}$. **B.** $AB = \frac{10\sqrt{3}}{3}; BC = \frac{14\sqrt{3}}{3}$.

C. $AB = \frac{10\sqrt{3}}{3}; BC = 20\sqrt{3}$. **D.** $AB = \frac{10\sqrt{3}}{3}; BC = \frac{20\sqrt{3}}{3}$.

Câu 6: Cho tam giác ABC vuông tại A có $AC = 20 \text{ cm}, \widehat{C} = 60^\circ$. Tính $AB; BC$.

A. $AB = 20\sqrt{3}; BC = 40$. **B.** $AB = 20\sqrt{3}; BC = 40\sqrt{3}$. **C.** $AB = 20; BC = 40$. **D.** $AB = 20; BC = 20\sqrt{3}$.

Câu 7: Cho tam giác ABC vuông tại A có $BC = 12 \text{ cm}, \widehat{B} = 40^\circ$. Tính $AC; \widehat{C}$ (làm tròn đến chữ số thập phân thứ hai)

A. $AC \approx 7,71; \widehat{C} = 40^\circ$. **B.** $AC \approx 7,72; \widehat{C} = 50^\circ$. **C.** $AC \approx 7,71; \widehat{C} = 50^\circ$. **D.** $AC \approx 7,73; \widehat{C} = 50^\circ$.

Câu 8: Cho tam giác ABC vuông tại A có $BC = 15 \text{ cm}, \widehat{B} = 55^\circ$. Tính $AC; \widehat{C}$ (làm tròn đến chữ số thập phân thứ hai).

A. $AC \approx 12,29; \widehat{C} = 45^\circ$. **B.** $AC \approx 12,29; \widehat{C} = 35^\circ$. **C.** $AC \approx 12,2; \widehat{C} = 35^\circ$. **D.** $AC \approx 12,92; \widehat{C} = 40^\circ$.

Câu 9: Cho tam giác ABC vuông tại A có $BC = 15 \text{ cm}, AB = 12 \text{ cm}$. Tính $AC; \widehat{B}$.

A. $AC = 8(\text{cm}); \widehat{B} \approx 36^\circ 52'$. **B.** $AC = 9(\text{cm}); \widehat{B} \approx 36^\circ 52'$.

C. $AC = 9(\text{cm}); \widehat{B} \approx 37^\circ 52'$. **D.** $AC = 9(\text{cm}); \widehat{B} \approx 36^\circ 55'$.

Câu 10: Cho tam giác ABC vuông tại A có $BC = 26 \text{ cm}, AB = 10 \text{ cm}$. Tính $AC; \widehat{B}$ (làm tròn đến độ).

A. $AC = 22; \widehat{C} \approx 67^\circ$. **B.** $AC = 24; \widehat{C} \approx 66^\circ$. **C.** $AC = 24; \widehat{C} \approx 67^\circ$. **D.** $AC = 24; \widehat{C} \approx 68^\circ$.

Câu 10: Cho tam giác ABC vuông tại A có $AC = 7\text{cm}, AB = 5\text{cm}$. Tính $BC; \widehat{C}$.

A. $BC = \sqrt{74}(\text{cm}); \widehat{C} \approx 35^\circ 32'$. **B.** $BC = \sqrt{74}(\text{cm}); \widehat{C} \approx 36^\circ 32'$.

C. $BC = \sqrt{74}(\text{cm}); \widehat{C} \approx 35^\circ 33'$. **D.** $BC = \sqrt{75}(\text{cm}); \widehat{C} \approx 35^\circ 32'$.

Câu 11: Cho tam giác ABC có $AB = 16, AC = 14$ và $\widehat{B} = 60^\circ$. Tính BC .

A. $BC = 10$. **B.** $BC = 11$. **C.** $BC = 9$. **D.** $BC = 12$.

Câu 12: Cho tam giác ABC có $AB = 12, AC = 15$ và $\widehat{B} = 60^\circ$. Tính BC .

A. $BC = 3\sqrt{3} + 6$. **B.** $BC = 3\sqrt{13} + 6$. **C.** $BC = 9$. **D.** $BC = 6$.

Câu 13: Cho tam giác ABC có $\widehat{B} = 60^\circ, \widehat{C} = 50^\circ, CA = 3,5\text{cm}$. Diện tích tam giác ABC gần nhất với giá trị nào dưới đây?

A. 4. **B.** 5. **C.** 7. **D.** 8.

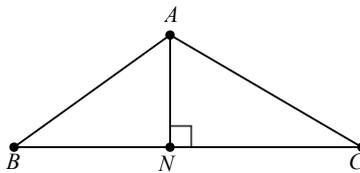
Câu 14: Cho tứ giác $ABCD$ có $\widehat{A} = \widehat{D} = 90^\circ, \widehat{C} = 40^\circ, AB = 4\text{cm}, AD = 3\text{cm}$. Tính diện tích tứ giác $ABCD$. (làm tròn đến chữ số thập phân thứ hai).

A. $17,34\text{cm}^2$. **B.** $17,4\text{cm}^2$. **C.** $17,54\text{cm}^2$. **D.** $17,54\text{cm}^2$.

Câu 15: Cho tứ giác $ABCD$ có $\widehat{A} = \widehat{D} = 90^\circ, \widehat{C} = 45^\circ, AB = 6\text{cm}, AD = 8\text{cm}$. Tính diện tích tứ giác $ABCD$.

A. 60cm^2 . **B.** 80cm^2 . **C.** 40cm^2 . **D.** 160cm^2 .

Cho tam giác ABC có $BC = 11\text{cm}, \widehat{ABC} = 40^\circ$ và $\widehat{ACB} = 30^\circ$. Gọi N là chân đường vuông góc hạ từ A xuống cạnh BC .



Câu 16: Độ dài AN gần nhất với giá trị nào dưới đây?

A. 5. **B.** 4. **C.** 6. **D.** 7.

Câu 17: Độ dài AC gần nhất với giá trị nào dưới đây?

A. 7. **B.** 6. **C.** 5. **D.** 4.

Câu 18: Diện tích tam giác ABC gần nhất với giá trị nào dưới đây?

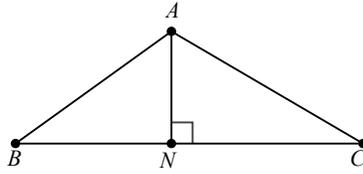
A. 27.

B. 23.

C. 22.

D. 21.

Cho tam giác ABC có $BC = 9\text{cm}$, $\widehat{ABC} = 50^\circ$ và $\widehat{ACB} = 35^\circ$. Gọi N là chân đường vuông góc hạ từ A xuống cạnh BC .



Câu 19: Độ dài AN gần nhất với giá trị nào dưới đây?

A. 5.

B. 4.

C. 2.

D. 3.

Câu 20: Độ dài AC gần nhất với giá trị nào dưới đây?

A. 7.

B. 6.

C. 5.

D. 4.

Câu 21: Diện tích tam giác ABC gần nhất với giá trị nào dưới đây?

A. 13.

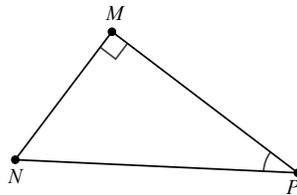
B. 15.

C. 16.

D. 25.

HƯỚNG DẪN

1. Lời giải:



Ta có $\sin P = \frac{MN}{MP} \Rightarrow MN = MP \cdot \sin P$.

Đáp án cần chọn là A.

2. Lời giải:

Ta có $\cot P = \frac{NP}{MN} \Rightarrow NP = MN \cdot \cot P$

Đáp án cần chọn là B.

3. Lời giải:

Cho tam giác ABC vuông tại A có $BC = a, AC = b, AB = c$. Ta có:

+ Theo định lý Pytago ta có $a^2 = b^2 + c^2$ nên C đúng.

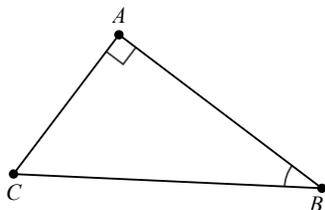
+ Theo hệ thức về cạnh và góc trong tam giác vuông ta có:

$$b = a \cdot \sin B = a \cdot \cos C; c = a \cdot \sin C = a \cdot \cos B; b = c \cdot \tan B = c \cdot \cot C; c = b \cdot \tan C = b \cdot \cot B.$$

Nên A, D đúng.

Đáp án cần chọn là B.

4. Lời giải:



Cho tam giác ABC vuông tại A có $BC = a, AC = b, AB = c$.

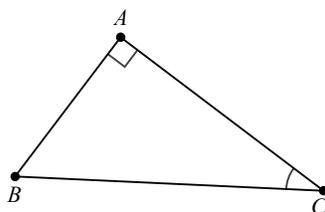
+ Theo hệ thức về cạnh và góc trong tam giác vuông ta có:

$$b = a \cdot \sin B = a \cdot \sin 50^\circ; c = a \cdot \cos B = a \cdot \cos 50^\circ; b = c \cdot \tan 50^\circ; c = b \cdot \cot 50^\circ.$$

Nên D đúng.

Đáp án cần chọn là D.

5. Lời giải:

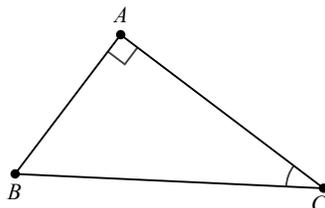


Xét tam giác ABC vuông tại A có: $\tan C = \frac{AB}{AC} \Rightarrow AB = AC \cdot \tan C = 10 \cdot \tan 30^\circ = \frac{10\sqrt{3}}{3}$;

$$\cos C = \frac{AC}{BC} \Rightarrow BC = \frac{AC}{\cos C} = \frac{10}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = \frac{20\sqrt{3}}{3}. \text{ Vậy } AB = \frac{10\sqrt{3}}{3}; BC = \frac{20\sqrt{3}}{3}.$$

Đáp án cần chọn là D.

6. Lời giải:

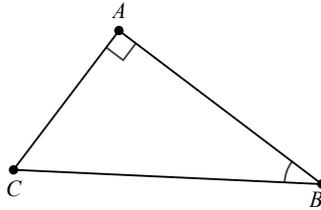


Xét tam giác ABC vuông tại A có: $\tan C = \frac{AB}{AC} \Rightarrow AB = AC \cdot \tan C = 20 \cdot \tan 30^\circ = 20\sqrt{3}$;

$$\cos C = \frac{AC}{BC} \Rightarrow BC = \frac{AC}{\cos C} = \frac{20}{\frac{1}{2}} = 40. \text{ Vậy } AB = 20\sqrt{3}; BC = 40.$$

Đáp án cần chọn là A.

7. Lời giải:



Xét tam giác ABC vuông tại A có

$$+ \sin B = \frac{AC}{BC} \Rightarrow AC = BC \cdot \sin B = 12 \cdot \sin 40^\circ \approx 7,71.$$

$$+ \hat{A} + \hat{B} + \hat{C} = 180^\circ \Rightarrow \hat{C} = 180^\circ - 40^\circ - 90^\circ = 50^\circ.$$

Vậy $AC \approx 7,71; \hat{C} = 50^\circ$.

Đáp án cần chọn là C.

8. Lời giải:

Xét tam giác ABC vuông tại A có

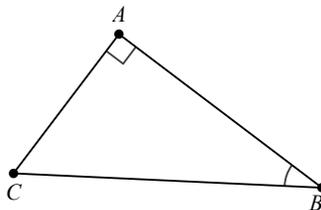
$$+ \sin B = \frac{AC}{BC} \Rightarrow AC = BC \cdot \sin B = 15 \cdot \sin 55^\circ \approx 12,29.$$

$$+ \hat{A} + \hat{B} + \hat{C} = 180^\circ \Rightarrow \hat{C} = 180^\circ - 55^\circ - 90^\circ = 35^\circ.$$

Vậy $AC \approx 12,29; \hat{C} = 35^\circ$.

Đáp án cần chọn là B.

9. Lời giải:



Xét tam giác ABC vuông tại A có:

$$+ BC^2 = AB^2 + AC^2 \Rightarrow AC = \sqrt{BC^2 - AB^2} = \sqrt{15^2 - 12^2} = 9(\text{cm}).$$

$$+ \sin B = \frac{AC}{BC} = \frac{9}{15} = \frac{3}{5} \Rightarrow \widehat{B} \approx 36^\circ 52'.$$

Vậy $AC = 9(\text{cm}); \widehat{B} \approx 36^\circ 52'$.

Đáp án cần chọn là B.

10. Lời giải:

Xét tam giác ABC vuông tại A có:

$$+ BC^2 = AB^2 + AC^2 \Rightarrow AC = \sqrt{BC^2 - AB^2} = \sqrt{26^2 - 10^2} = 24(\text{cm}).$$

$$+ \sin B = \frac{AC}{BC} = \frac{24}{26} = \frac{12}{13} \Rightarrow \widehat{B} \approx 67^\circ.$$

Vậy $AC = 24; \widehat{C} \approx 67^\circ$.

Đáp án cần chọn là C.

10. Lời giải:

Xét tam giác ABC vuông tại A có:

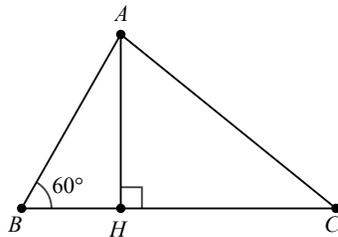
$$+ BC^2 = AB^2 + AC^2 = 5^2 + 7^2 = 74 \Rightarrow BC = \sqrt{74}(\text{cm}).$$

$$+ \tan C = \frac{AB}{AC} = \frac{5}{7} \Rightarrow \widehat{C} \approx 35^\circ 32'$$

Vậy $BC = \sqrt{74}(\text{cm}); \widehat{C} \approx 35^\circ 32'$.

Đáp án cần chọn là A.

11. Lời giải:



Kẻ đường cao AH .

Xét tam giác vuông ABH , ta có: $BH = AB \cdot \cos B = AB \cdot \cos 60^\circ = 16 \cdot \frac{1}{2} = 8$

$$AH = AB \cdot \sin B = AB \cdot \sin 60^\circ = 16 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 8\sqrt{3}.$$

Áp dụng định lý Pytago vào tam giác vuông AHC ta có:

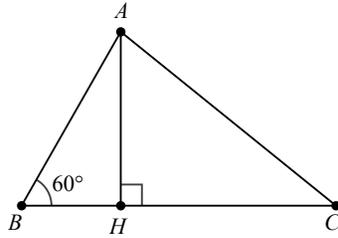
$$HC^2 = AC^2 - AH^2 = 14^2 - (8\sqrt{3})^2 = 196 - 192 = 4.$$

Suy ra $HC = 2$.

Vậy $BC = CH + HB = 2 + 8 = 10$.

Đáp án cần chọn là A.

12. Lời giải:



Kẻ đường cao AH .

Xét tam giác vuông ABH , ta có: $BH = AB \cdot \cos B = AB \cdot \cos 60^\circ = 12 \cdot \frac{1}{2} = 6$

$$AH = AB \cdot \sin B = AB \cdot \sin 60^\circ = 12 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 6\sqrt{3}.$$

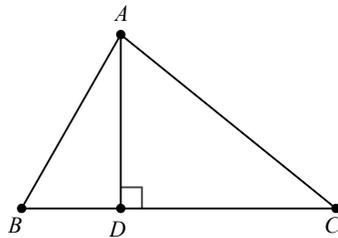
Áp dụng định lý Pytago vào tam giác vuông AHC ta có: $HC^2 = AC^2 - AH^2 = 15^2 - (6\sqrt{3})^2 = 117$.

Suy ra $HC = 3\sqrt{13}$.

Vậy $BC = CH + HB = 3\sqrt{13} + 6$.

Đáp án cần chọn là B.

13. Lời giải:



Kẻ đường cao AD .

Xét tam giác vuông ACD , ta có: $AD = AC \cdot \sin C = 3,5 \cdot \sin 50^\circ \approx 2,68 \text{ cm}$

$$CD = AC \cdot \cos C = 3,5 \cdot \cos 50^\circ \approx 2,25 \text{ cm}.$$

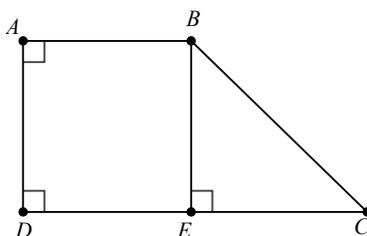
Xét tam giác ABD , có $BD = AD \cdot \cot B \approx 2,68 \cdot \cot 60^\circ \approx 1,55 \text{ cm}$.

Suy ra $BC = BD + CD = 3,8$.

Do đó $S_{ABC} = \frac{AD \cdot BC}{2} \approx 5,09 \text{ cm}^2$.

Đáp án cần chọn là B.

14. Lời giải:



Vì $\widehat{A} = \widehat{D} = 90^\circ \Rightarrow AD \parallel BC$ hay $ABCD$ là hình thang vuông tại A, D .

Kẻ $BE \perp DC$ tại E .

Tứ giác $ABED$ có ba góc vuông $\widehat{A} = \widehat{D} = \widehat{E} = 90^\circ$ nên $ABED$ là hình chữ nhật.

Suy ra $DE = AB = 4 \text{ cm}; BE = AD = 3 \text{ cm}$.

Xét tam giác BEC vuông tại E có $EC = BE \cdot \cot 40^\circ \approx 3,56 \text{ (cm)} \Rightarrow DC = DE + EC \approx 7,56 \text{ (cm)}$.

Do đó $S_{ABCD} = \frac{(AB + CD) \cdot AD}{2} \approx 17,34 \text{ cm}^2$.

Đáp án cần chọn là A.

15. Lời giải:

Vì $\widehat{A} = \widehat{D} = 90^\circ \Rightarrow AD \parallel BC$ hay $ABCD$ là hình thang vuông tại A, D .

Kẻ $BE \perp DC$ tại E .

Tứ giác $ABED$ có ba góc vuông $\widehat{A} = \widehat{D} = \widehat{E} = 90^\circ$ nên $ABED$ là hình chữ nhật.

Suy ra $DE = AB = 6 \text{ cm}; BE = AD = 8 \text{ cm}$.

Xét tam giác BEC vuông tại E có $\widehat{BCE} = 45^\circ$ nên BEC vuông cân tại E .

$\Rightarrow EC = BE = 8 \text{ cm} \Rightarrow DC = DE + EC = 6 + 8 = 14 \text{ cm}$.

Do đó $S_{ABCD} = \frac{(AB + CD) \cdot AD}{2} = \frac{(6 + 14) \cdot 8}{2} = 80 \text{ cm}^2$.

Đáp án cần chọn là B.

16. Lời giải:

Đặt $BN = x$ ($0 < x < 11$) $\Rightarrow NC = 11 - x$.

Xét tam giác ABN vuông tại N có $AN = BN \cdot \tan B = x \cdot \tan 40^\circ$

Xét tam giác ACN vuông tại N có $AN = CN \cdot \tan C = (11 - x) \cdot \tan 30^\circ$

Nên $x \tan 40^\circ = (11 - x) \cdot \tan 30^\circ \Rightarrow x \approx 4,48$ (thoả mãn).

Khi đó $AN = BN \cdot \tan B = 4,48 \cdot \tan 40^\circ \approx 3,76$ (cm).

Đáp án cần chọn là B.

17. Lời giải:

Theo câu trước ta có $AN \approx 3,76$

Xét tam giác ACN vuông tại N có $\sin C = \frac{AN}{AC} \Rightarrow AC = \frac{AN}{\sin C} = 7,52$

Đáp án cần chọn là A.

18. Lời giải:

Theo kết quả các câu trước ta có $AN \approx 3,76$ nên $S_{ABC} = \frac{AN \cdot BC}{2} = 20,68 \text{ cm}^2$.

Đáp án cần chọn là D.

19. Lời giải:

Đặt $BN = x$ ($0 < x < 9$) $\Rightarrow NC = 9 - x$.

Xét tam giác ABN vuông tại N có $AN = BN \cdot \tan B = x \cdot \tan 50^\circ$

Xét tam giác ACN vuông tại N có $AN = CN \cdot \tan C = (9 - x) \cdot \tan 35^\circ$

Nên $x \tan 50^\circ = (9 - x) \cdot \tan 35^\circ \Rightarrow x \approx 3,33$ (thoả mãn).

Khi đó $AN = BN \cdot \tan B = 3,33 \cdot \tan 50^\circ \approx 2,79$.

Đáp án cần chọn là D.

20. Lời giải:

Theo câu trước ta có $AN \approx 2,79$

Xét tam giác ACN vuông tại N có $\sin C = \frac{AN}{AC} \Rightarrow AC = \frac{AN}{\sin C} \approx 4,87$

Đáp án cần chọn là C.

21. Lời giải:

Theo kết quả các câu trước ta có $AN \approx 2,79$ nên $S_{ABC} = \frac{AN \cdot BC}{2} = 12,555 \text{ cm}^2$.

Đáp án cần chọn là A.

-----**Toán Học Sơ ĐỒ**-----