

CHUYÊN ĐỀ 3
BÀI 7. PHÉP TRỪ PHÂN SỐ

Mục tiêu

❖ **Kiến thức**

- + Hiểu khái niệm phân số đối.
- + Hiểu quy tắc thực hiện phép trừ hai phân số.

❖ **Kĩ năng**

- + Biết cách tìm phân số đối của một phân số.
- + Biết cách thực hiện phép tính trừ phân số.
- + Biết cách tính biểu thức có chứa phép trừ và phép cộng phân số.

I. LÝ THUYẾT TRỌNG TÂM

Phân số đối

- Hai phân số được gọi là đối nhau nếu tổng của chúng bằng 0.

- Phân số đối của $\frac{a}{b}$ là $-\frac{a}{b}$.

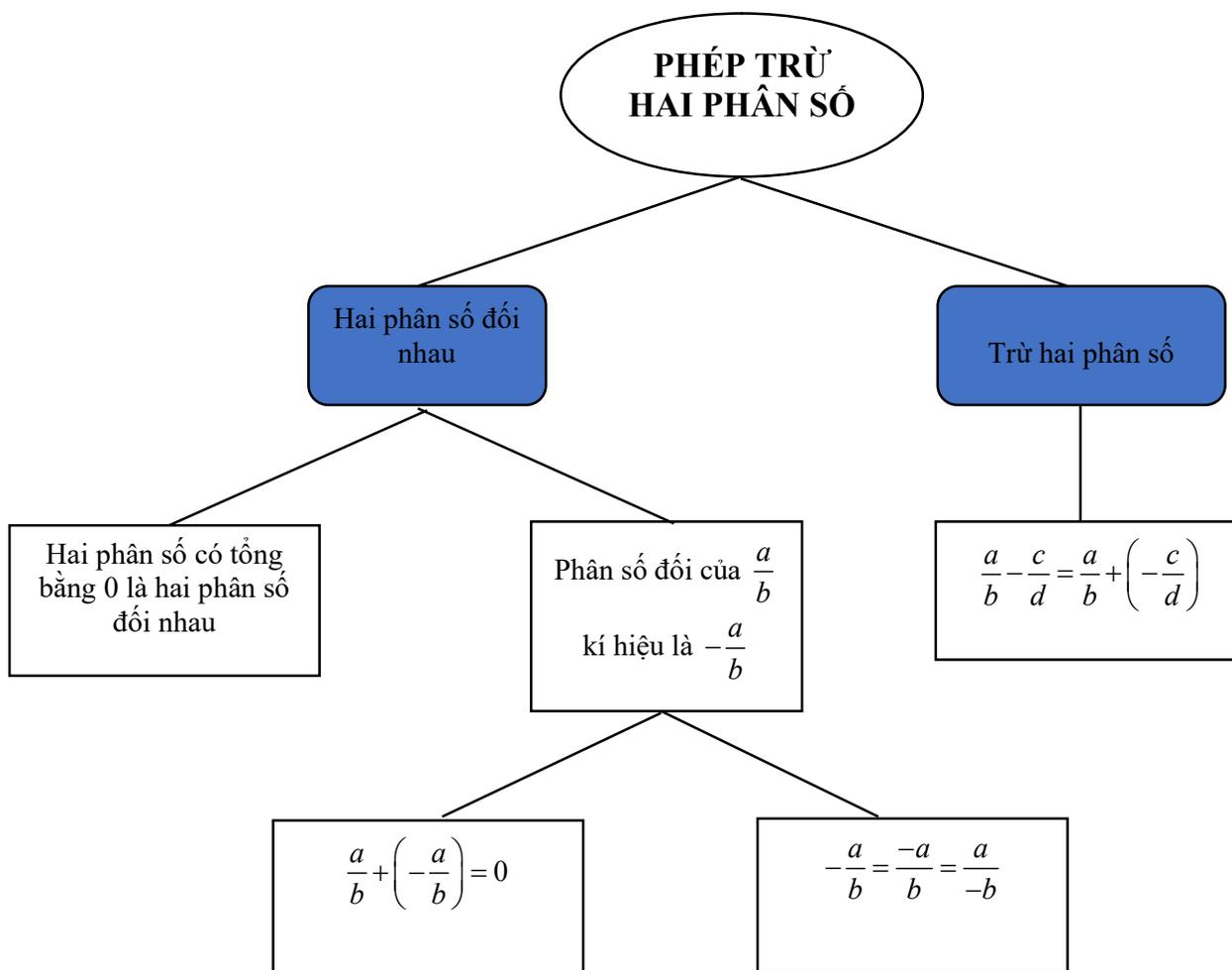
$$\frac{a}{b} + \left(-\frac{a}{b}\right) = 0$$

Phép trừ hai phân số

Ta cộng số bị trừ với số đối của số trừ:

$$\frac{a}{b} - \frac{c}{d} = \frac{a}{b} + \left(-\frac{c}{d}\right)$$

Chú ý: $-\frac{a}{b} = \frac{-a}{b} = \frac{a}{-b}$.



II. CÁC DẠNG BÀI TẬP

Dạng 1: Tìm số đối của phân số

📌 Phương pháp giải

Số đối của phân số $\frac{a}{b}$ là $-\frac{a}{b}$

$$\boxed{\frac{a}{b} + \left(-\frac{a}{b}\right) = 0}$$

$(a, b \in \mathbb{Z}, b \neq 0)$

$$\boxed{-\frac{a}{b} = \frac{-a}{b} = \frac{a}{-b}}$$

Ví dụ. Số đối của $\frac{2}{5}$ là $-\frac{2}{5}$.

$$\frac{2}{5} + \left(-\frac{2}{5}\right) = 0$$

$$-\frac{2}{5} = \frac{-2}{5} = \frac{2}{-5}$$

📌 Ví dụ mẫu

Ví dụ 1. Tìm số đối của đối số sau và giải thích rõ vì sao: $\frac{2}{7}; -3; \frac{-3}{5}; \frac{1}{-4}; 0; 2020$.

Hướng dẫn giải

Số đối của $\frac{2}{7}$ là $-\frac{2}{7}$ vì $\frac{2}{7} + \left(-\frac{2}{7}\right) = 0$.

Số đối của -3 là 3 vì $(-3) + 3 = 0$.

Số đối của $\frac{-3}{5}$ là $\frac{3}{5}$ vì $\left(\frac{-3}{5}\right) + \frac{3}{5} = 0$.

Số đối của $\frac{1}{-4}$ là $\frac{1}{4}$ vì $\frac{1}{-4} + \frac{1}{4} = 0$.

Số đối của 0 là 0 vì $0 + 0 = 0$.

Số đối của 2020 là -2020 vì $2020 + (-2020) = 0$.

Nhận xét: Số đối của 0 là 0 .

Ví dụ 2. Điền số thích hợp vào ô trống trong bảng sau:

$\frac{a}{b}$	$\frac{4}{9}$			
$-\frac{a}{b}$		$\frac{7}{8}$	0	
$-\left(\frac{-a}{b}\right)$				$-\frac{7}{15}$

Nhận xét:

Ta thấy

$$-\left(\frac{-a}{b}\right) = \frac{-a}{-b} = \frac{a}{b}$$

Do đó: $-\left(\frac{-a}{b}\right) = \frac{a}{b}$

Hướng dẫn giải

$\frac{a}{b}$	$\frac{4}{9}$	$-\frac{7}{8}$	0	$-\frac{7}{15}$
$-\frac{a}{b}$	$-\frac{4}{9}$	$\frac{7}{8}$	0	$\frac{7}{15}$
$-\left(\frac{-a}{b}\right)$	$\frac{4}{9}$	$-\frac{7}{8}$	0	$-\frac{7}{15}$

Bài tập tự luyện dạng 1

Câu 1: Tìm số đối của các số sau: $\frac{1}{5}$; $\frac{-3}{4}$; $\frac{2}{-9}$; -5 ; $\frac{-4}{-5}$; 1000.

Câu 2: Hoàn thành bảng sau:

$\frac{a}{b}$	$\frac{5}{24}$				$-\frac{5}{22}$
$-\frac{a}{b}$			-1	$\frac{-21}{25}$	
$-\left(\frac{-a}{b}\right)$		$\frac{3}{11}$			

Hướng dẫn giải bài tập tự luyện dạng 1

Câu 1.

Số đối của các số $\frac{1}{5}$; $\frac{-3}{4}$; $\frac{2}{-9}$; -5 ; $\frac{-4}{-5}$; 1000 lần lượt là: $-\frac{1}{5}$; $\frac{3}{4}$; $\frac{2}{9}$; 5; $\frac{-4}{5}$; -1000 .

Câu 2.

$\frac{a}{b}$	$\frac{5}{24}$	$\frac{3}{11}$	1	$\frac{21}{25}$	$-\frac{5}{22}$
$-\frac{a}{b}$	$-\frac{5}{24}$	$-\frac{3}{11}$	-1	$\frac{-21}{25}$	$\frac{5}{22}$
$-\left(\frac{-a}{b}\right)$	$\frac{5}{24}$	$\frac{3}{11}$	1	$\frac{21}{25}$	$-\frac{5}{22}$

Dạng 2: Thực hiện phép tính

Bài toán 1. Trừ hai phân số

Phương pháp giải

Muốn trừ một phân số cho một phân số, ta cộng số bị trừ với số đối của số trừ:

$$\frac{a}{b} - \frac{c}{b} = \frac{a}{b} + \left(-\frac{c}{b} \right)$$

Trừ hai phân số cùng mẫu

$$\frac{a}{m} - \frac{b}{m} = \frac{a-b}{m}$$

Ví dụ. $\frac{2}{5} - \frac{1}{5} = \frac{2-1}{5} = \frac{1}{5}$.

Trừ hai phân số khác mẫu

Bước 1. Quy đồng mẫu số các phân số

Ví dụ 2. Tính $\frac{1}{2} - \frac{1}{3}$.

Ta có $\frac{1}{2} = \frac{3}{6}$; $\frac{1}{3} = \frac{2}{6}$.

Bước 2. Thực hiện phép trừ hai phân số cùng mẫu.

Suy ra $\frac{1}{2} - \frac{1}{3} = \frac{3}{6} - \frac{2}{6} = \frac{3-2}{6} = \frac{1}{6}$.

Chú ý rút gọn kết quả.

Ví dụ mẫu

Ví dụ 1. Thực hiện các phép tính:

a) $\frac{5}{7} - \frac{2}{7}$;

b) $\frac{23}{30} - \frac{-7}{30}$;

c) $\frac{16}{-27} - \frac{2}{27}$.

Hướng dẫn giải

a) $\frac{5}{7} - \frac{2}{7} = \frac{5-2}{7} = \frac{3}{7}$.

b) $\frac{23}{30} - \frac{-7}{30} = \frac{23-(-7)}{30} = \frac{23+7}{30} = \frac{30}{30} = 1$.

c) $\frac{16}{-27} - \frac{2}{27} = \frac{-16}{27} - \frac{2}{27} = \frac{(-16)-2}{27} = \frac{-18}{27} = \frac{-2}{3}$.

Ví dụ 2. Thực hiện các phép tính:

a) $\frac{1}{5} - \frac{1}{3}$;

b) $\frac{5}{-18} - \frac{7}{3}$;

c) $\frac{4}{11} - 1$.

Hướng dẫn giải

a) $\frac{1}{5} - \frac{1}{3} = \frac{3}{15} - \frac{5}{15} = \frac{3-5}{15} = \frac{-2}{15}$.

b) $\frac{5}{-18} - \frac{7}{3} = \frac{-5}{18} - \frac{42}{18} = \frac{(-5)-42}{18} = \frac{-47}{18}$.

$$c) \frac{4}{11} - 1 = \frac{4}{11} - \frac{11}{11} = \frac{4-11}{11} = \frac{-7}{11}.$$

Ví dụ 3. Một kho thóc chứa $\frac{25}{2}$ tấn thóc. Người ta lấy ra lần thứ nhất $\frac{12}{5}$ tấn thóc, lần thứ hai $\frac{13}{4}$ tấn thóc. Hỏi trong kho còn bao nhiêu tấn thóc?

Hướng dẫn giải

Số thóc lấy ra ở cả hai lần là:

$$\frac{12}{5} + \frac{13}{4} = \frac{48}{20} + \frac{65}{20} = \frac{113}{20} \text{ (tấn)}.$$

Trong kho còn số tấn thóc là:

$$\frac{25}{2} - \frac{113}{20} = \frac{250}{20} - \frac{113}{20} = \frac{137}{20} \text{ (tấn)}.$$

📌 Bài toán 2. Thực hiện phép tính

📌 Ví dụ mẫu

Ví dụ 1. Thực hiện các phép tính:

$$a) \frac{2}{3} - \frac{1}{4} - \frac{-5}{12};$$

$$b) \frac{4}{21} - \frac{5}{7} + \frac{2}{3}.$$

Hướng dẫn giải

$$a) \frac{2}{3} - \frac{1}{4} - \frac{-5}{12} = \frac{8}{12} - \frac{3}{12} - \frac{-5}{12} = \frac{8-3-(-5)}{12} = \frac{10}{12} = \frac{5}{6}.$$

$$b) \frac{4}{21} - \frac{5}{7} + \frac{2}{3} = \frac{4}{21} - \frac{15}{21} + \frac{14}{21} = \frac{4-15+14}{21} = \frac{3}{21} = \frac{1}{7}.$$

Ví dụ 2. Tính bằng cách hợp lí:

$$a) A = \frac{-3}{13} + \frac{7}{12} - \frac{10}{13} + \frac{5}{12}.$$

$$b) B = \frac{15}{24} - \frac{6}{26} + \frac{28}{48} - \frac{30}{39} + \frac{10}{24}.$$

Hướng dẫn giải

$$\begin{aligned} a) \text{ Ta có: } A &= \frac{-3}{13} + \frac{7}{12} - \frac{10}{13} + \frac{5}{12} \\ &= \left(\frac{-3}{13} - \frac{10}{13} \right) + \left(\frac{7}{12} + \frac{5}{12} \right) \\ &= \frac{(-3)-10}{13} + \frac{7+5}{12} \\ &= \frac{-13}{13} + \frac{12}{12} \\ &= (-1) + 1 \\ &= 0. \end{aligned}$$

$$b) \text{ Ta có: } B = \frac{15}{24} - \frac{6}{26} + \frac{28}{48} - \frac{30}{39} + \frac{10}{24}.$$

$$\begin{aligned}
&= \frac{15:3}{24:3} - \frac{6:2}{26:2} + \frac{28:4}{48:4} - \frac{30:3}{39:3} + \frac{10:2}{24:2} \\
&= \frac{5}{8} - \frac{3}{13} + \frac{7}{12} - \frac{10}{13} + \frac{5}{12} \\
&= \frac{5}{8} + \left(-\frac{3}{13} - \frac{10}{13} \right) + \left(\frac{7}{12} + \frac{5}{12} \right) \\
&= \frac{5}{8} + \frac{(-3)-10}{13} + \frac{7+5}{12} \\
&= \frac{5}{8} + \frac{-13}{13} + \frac{12}{12} \\
&= \frac{5}{8} + (-1) + 1 \\
&= \frac{5}{8} + [(-1) + 1] \\
&= \frac{5}{8} + 0 \\
&= \frac{5}{8}.
\end{aligned}$$

Chú ý: Khi thực hiện các phép tính chứa phân số ta có thể rút gọn trước khi quy đồng để mẫu số chung đơn giản.

Bài tập tự luyện dạng 2

Câu 1: Thực hiện các phép tính:

a) $\frac{-2}{11} - \frac{5}{11}$; b) $\frac{3}{5} - \frac{1}{6}$; c) $\frac{-4}{9} - 2$; d) $\frac{-7}{8} - \frac{-3}{4}$.

Câu 2: Tính bằng cách hợp lí:

a) $A = \frac{-1}{2} + \frac{3}{7} - \frac{1}{9} - \frac{7}{18} + \frac{4}{7}$; b) $B = \frac{-5}{10} + \frac{12}{28} - \frac{3}{27} - \frac{7}{18} + \frac{20}{35}$.

Câu 3: Hai vòi nước cùng chảy vào một bể không có nước. Một mình vòi thứ nhất chảy đầy bể hết 3 giờ, vòi thứ hai hết 5 giờ. Hỏi trong 1 giờ vòi nào chảy được nhiều nước hơn và nhiều hơn bao nhiêu?

Câu 4: Một cái đĩa đựng một quả thanh long, một quả táo và một quả cam. Biết rằng quả thanh long nặng

$\frac{1}{3}$ kg, quả táo nặng $\frac{1}{8}$ kg và quả cam nặng $\frac{1}{4}$ kg. Hỏi cái đĩa nặng bao nhiêu nếu khối lượng của cả đĩa

và quả là $\frac{5}{4}$ kg?

Hướng dẫn giải bài tập tự luyện dạng 2

Câu 1.

$$\text{a) } \frac{-2}{11} - \frac{5}{11} = \frac{(-2)-5}{11} = \frac{-7}{11}.$$

$$\text{b) } \frac{3}{5} - \frac{1}{6} = \frac{18}{30} - \frac{5}{30} = \frac{18-5}{30} = \frac{13}{30}.$$

$$\text{c) } \frac{-4}{9} - 2 = \frac{-4}{9} - \frac{18}{9} = \frac{(-4)-18}{9} = \frac{-22}{9}.$$

$$\text{d) } \frac{-7}{8} - \frac{-3}{4} = \frac{-7}{8} - \frac{-6}{8} = \frac{(-7)-(-6)}{8} = \frac{-1}{8}.$$

Câu 2

a) Ta có:

$$\begin{aligned} A &= \frac{-1}{2} + \frac{3}{7} - \frac{1}{9} - \frac{7}{18} + \frac{4}{7} \\ &= \left(\frac{-1}{2} - \frac{1}{9} - \frac{7}{18} \right) + \left(\frac{3}{7} + \frac{4}{7} \right) \\ &= \left(\frac{-9}{18} - \frac{2}{18} - \frac{7}{18} \right) + \frac{3+4}{7} \\ &= \frac{(-9)-2-7}{18} + \frac{7}{7} \\ &= \frac{-18}{18} + 1 \\ &= (-1) + 1 \\ &= 0. \end{aligned}$$

b) Ta có:

$$\begin{aligned} B &= \frac{-5}{10} + \frac{12}{28} - \frac{3}{27} - \frac{7}{18} + \frac{20}{35} \\ &= \frac{-5:5}{10:5} + \frac{12:4}{28:4} - \frac{3:3}{27:3} - \frac{7}{18} + \frac{20:5}{35:5} \\ &= \frac{-1}{2} + \frac{3}{7} - \frac{1}{9} - \frac{7}{18} + \frac{4}{7} \\ &= 0 \text{ (theo câu a).} \end{aligned}$$

Câu 3.

Trong 1 giờ:

- Vòi thứ nhất chảy được $\frac{1}{3}$ bể.

- Vòi thứ hai chảy được $\frac{1}{5}$ bể.

Vì $\frac{1}{3} > \frac{1}{5}$ nên trong 1 giờ vòi thứ nhất chảy được nhiều nước hơn và nhiều hơn số phần bể là:

$$\frac{1}{3} - \frac{1}{5} = \frac{5}{15} - \frac{3}{15} = \frac{2}{15} \text{ (bê)}.$$

Câu 4.

Khối lượng của ba loại quả là:

$$\frac{1}{3} + \frac{1}{8} + \frac{1}{4} = \frac{8}{24} + \frac{3}{24} + \frac{6}{24} = \frac{8+3+6}{24} = \frac{17}{24} \text{ kg.}$$

Khối lượng của cái đĩa là:

$$\frac{5}{4} - \frac{17}{24} = \frac{30}{24} - \frac{17}{24} = \frac{30-17}{24} = \frac{13}{24} \text{ kg.}$$

📌 Dạng 3: Tính tổng của dãy số theo quy luật

📌 Ví dụ mẫu

Ví dụ 1.

a) Tính: $1 - \frac{1}{2}$; $\frac{1}{2} - \frac{1}{3}$; $\frac{1}{3} - \frac{1}{4}$; $\frac{1}{4} - \frac{1}{5}$; $\frac{1}{5} - \frac{1}{6}$.

b) Sử dụng kết quả của câu a) để tính nhanh tổng sau:

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{6} + \frac{1}{12} + \frac{1}{20} + \frac{1}{30}.$$

Hướng dẫn giải

a) Ta có:

$$1 - \frac{1}{2} = \frac{2}{2} - \frac{1}{2} = \frac{2-1}{2} = \frac{1}{2}.$$

$$\frac{1}{2} - \frac{1}{3} = \frac{3}{6} - \frac{2}{6} = \frac{3-2}{6} = \frac{1}{6}.$$

$$\frac{1}{3} - \frac{1}{4} = \frac{4}{12} - \frac{3}{12} = \frac{4-3}{12} = \frac{1}{12}.$$

$$\frac{1}{4} - \frac{1}{5} = \frac{5}{20} - \frac{4}{20} = \frac{5-4}{20} = \frac{1}{20}.$$

$$\frac{1}{5} - \frac{1}{6} = \frac{6}{30} - \frac{5}{30} = \frac{1}{30}.$$

b) Áp dụng kết quả của câu a) ta được:

$$\begin{aligned} & \frac{1}{2} + \frac{1}{6} + \frac{1}{12} + \frac{1}{20} + \frac{1}{30} \\ &= \left(1 - \frac{1}{2}\right) + \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3}\right) + \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{4}\right) + \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{5}\right) + \left(\frac{1}{5} - \frac{1}{6}\right) \\ &= 1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \frac{1}{4} - \frac{1}{5} + \frac{1}{5} - \frac{1}{6} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= 1 + \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{2}\right) + \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{3}\right) + \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{4}\right) + \left(\frac{1}{5} - \frac{1}{5}\right) - \frac{1}{6} \\
&= 1 + 0 + 0 + 0 + 0 - \frac{1}{6} \\
&= 1 - \frac{1}{6} \\
&= \frac{6}{6} - \frac{1}{6} \\
&= \frac{6-1}{6} \\
&= \frac{5}{6}.
\end{aligned}$$

Ví dụ 2.

a) Chứng tỏ rằng với mọi $n \in \mathbb{N}^*$ ta có: $\frac{1}{n(n+1)} = \frac{1}{n} - \frac{1}{n+1}$.

b) Áp dụng kết quả ở câu a) để tính nhanh tổng sau:

$$A = \frac{1}{1.2} + \frac{1}{2.3} + \frac{1}{3.4} + \dots + \frac{1}{9.10}.$$

Hướng dẫn giải

a) Ta có: $\frac{1}{n} - \frac{1}{n+1} = \frac{n+1}{n(n+1)} - \frac{n}{n(n+1)} = \frac{(n+1)-n}{n(n+1)} = \frac{1}{n(n+1)}$.

Vậy với mọi $n \in \mathbb{N}^*$ ta có: $\frac{1}{n(n+1)} = \frac{1}{n} - \frac{1}{n+1}$.

b) Áp dụng kết quả ở câu a) ta có:

$$\frac{1}{1.2} = \frac{1}{1} - \frac{1}{2} = 1 - \frac{1}{2}.$$

$$\frac{1}{2.3} = \frac{1}{2} - \frac{1}{3}.$$

$$\frac{1}{3.4} = \frac{1}{3} - \frac{1}{4}.$$

.....

$$\frac{1}{9.10} = \frac{1}{9} - \frac{1}{10}.$$

Suy ra:

$$A = \left(1 - \frac{1}{2}\right) + \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3}\right) + \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{4}\right) + \dots + \left(\frac{1}{9} - \frac{1}{10}\right)$$

$$\begin{aligned}
&= 1 + \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{2}\right) + \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{3}\right) + \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{4}\right) + \dots + \left(\frac{1}{9} - \frac{1}{9}\right) - \frac{1}{10} \\
&= 1 + 0 + 0 + 0 + \dots + 0 - \frac{1}{10} \\
&= 1 - \frac{1}{10} \\
&= \frac{10}{10} - \frac{1}{10} \\
&= \frac{9}{10}.
\end{aligned}$$

Ví dụ 3. Tính các tổng sau:

a) $A = \frac{1}{2.4} + \frac{1}{4.6} + \frac{1}{6.8} + \dots + \frac{1}{18.20}$;

b) $B = \frac{1}{15} + \frac{1}{35} + \frac{1}{63} + \frac{1}{99} + \frac{1}{143}$.

Hướng dẫn giải

a) Với mọi $n \in \mathbb{N}^*$ ta có:

$$\frac{1}{n(n+1)} = \frac{1}{2} \cdot \frac{(n+2) - n}{n(n+2)} = \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{n+2}{n(n+2)} - \frac{n}{n(n+2)} \right) = \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{1}{n} - \frac{1}{n+2} \right).$$

Suy ra $\boxed{\frac{1}{n(n+1)} = \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{1}{n} - \frac{1}{n+2} \right)}$.

Khi đó: $\frac{1}{2.4} = \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{4} \right)$.

$$\frac{1}{4.6} = \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{6} \right).$$

$$\frac{1}{6.8} = \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{1}{6} - \frac{1}{8} \right).$$

.....

$$\frac{1}{18.20} = \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{1}{18} - \frac{1}{20} \right).$$

Suy ra:

$$A = \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{4} \right) + \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{6} \right) + \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{1}{6} - \frac{1}{8} \right) + \dots + \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{1}{18} - \frac{1}{20} \right).$$

$$= \frac{1}{2} \cdot \left[\frac{1}{2} - \frac{1}{4} + \frac{1}{4} - \frac{1}{6} + \frac{1}{6} - \frac{1}{8} + \dots + \frac{1}{18} - \frac{1}{20} \right]$$

Mở rộng:

Với mọi $a, n \in \mathbb{N}^*$ ta có:

$$\frac{1}{n.(n+a)}$$

$$= \frac{1}{a} \cdot \frac{(n+a) - n}{n.(n+a)}$$

$$= \frac{1}{a} \cdot \left(\frac{1}{n} - \frac{1}{n+a} \right).$$

$$\begin{aligned}
&= \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{20} \right) \\
&= \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{10}{20} - \frac{1}{20} \right) \\
&= \frac{1}{2} \cdot \frac{9}{20} \\
&= \frac{9}{40}.
\end{aligned}$$

Vậy $A = \frac{9}{40}$.

b) Ta có: $B = \frac{1}{3.5} + \frac{1}{5.7} + \frac{1}{7.9} + \frac{1}{9.11} + \frac{1}{11.13}$.

Theo câu a) ta có: $\frac{1}{3.5} = \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{5} \right)$.

$$\frac{1}{5.7} = \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{1}{5} - \frac{1}{7} \right).$$

$$\frac{1}{7.9} = \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{1}{7} - \frac{1}{9} \right).$$

$$\frac{1}{9.11} = \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{1}{9} - \frac{1}{11} \right).$$

$$\frac{1}{11.13} = \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{1}{11} - \frac{1}{13} \right).$$

Suy ra :

$$\begin{aligned}
B &= \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{5} \right) + \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{1}{5} - \frac{1}{7} \right) + \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{1}{7} - \frac{1}{9} \right) + \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{1}{9} - \frac{1}{11} \right) + \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{1}{11} - \frac{1}{13} \right) \\
&= \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{5} + \frac{1}{5} - \frac{1}{7} + \frac{1}{7} - \frac{1}{9} + \frac{1}{9} - \frac{1}{11} + \frac{1}{11} - \frac{1}{13} \right) \\
&= \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{13} \right) \\
&= \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{13}{39} - \frac{3}{39} \right) \\
&= \frac{1}{2} \cdot \frac{10}{39} \\
&= \frac{5}{39}.
\end{aligned}$$

Vậy $B = \frac{5}{39}$.

Bài tập tự luyện dạng 3

Câu 1. Tính các tổng sau:

$$\text{a) } A = \frac{1}{6} + \frac{1}{12} + \frac{1}{20} + \frac{1}{30} + \frac{1}{42} + \frac{1}{56}.$$

$$\text{b) } B = \frac{1}{56} + \frac{1}{72} + \frac{1}{90} + \frac{1}{110} + \frac{1}{132} + \frac{1}{156}.$$

$$\text{c) } C = \frac{1}{4} + \frac{1}{28} + \frac{1}{70} + \frac{1}{130} + \frac{1}{208} + \frac{1}{304}.$$

Câu 2. Tính các tổng sau:

$$\text{a) } M = \frac{4}{21} + \frac{4}{77} + \frac{4}{165} + \frac{4}{285} + \frac{4}{437} + \frac{4}{621};$$

$$\text{b) } N = \frac{1}{1.6} + \frac{1}{6.11} + \frac{1}{11.16} + \frac{1}{16.21} + \frac{1}{21.26} + \frac{1}{26.31}.$$

Câu 3. Tính tổng: $P = \frac{1}{2} + \frac{1}{14} + \frac{1}{35} + \frac{1}{65} + \frac{1}{104} + \frac{1}{152}.$

Hướng dẫn giải bài tập tự luyện dạng 3

Câu 1.

$$\begin{aligned} \text{a) Ta có: } A &= \frac{1}{6} + \frac{1}{12} + \frac{1}{20} + \frac{1}{30} + \frac{1}{42} + \frac{1}{56} \\ &= \frac{1}{2.3} + \frac{1}{3.4} + \frac{1}{4.5} + \frac{1}{5.6} + \frac{1}{6.7} + \frac{1}{7.8} \\ &= \frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \frac{1}{4} - \frac{1}{5} + \frac{1}{5} - \frac{1}{6} + \frac{1}{6} - \frac{1}{7} + \frac{1}{7} - \frac{1}{8} \\ &= \frac{1}{2} - \frac{1}{8} \\ &= \frac{4}{8} - \frac{1}{8} \\ &= \frac{3}{8}. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b) Ta có: } B &= \frac{1}{56} + \frac{1}{72} + \frac{1}{90} + \frac{1}{110} + \frac{1}{132} + \frac{1}{156} \\ &= \frac{1}{7.8} + \frac{1}{8.9} + \frac{1}{9.10} + \frac{1}{10.11} + \frac{1}{11.12} + \frac{1}{12.13} \\ &= \frac{1}{7} - \frac{1}{8} + \frac{1}{8} - \frac{1}{9} + \frac{1}{9} - \frac{1}{10} + \frac{1}{10} - \frac{1}{11} + \frac{1}{11} - \frac{1}{12} + \frac{1}{12} - \frac{1}{13} \\ &= \frac{1}{7} - \frac{1}{13} \\ &= \frac{13}{91} - \frac{7}{91} \end{aligned}$$

$$= \frac{6}{91}.$$

c) Ta có: $C = \frac{1}{4} + \frac{1}{28} + \frac{1}{70} + \frac{1}{130} + \frac{1}{208} + \frac{1}{304}$

$$= \frac{1}{1.4} + \frac{1}{4.7} + \frac{1}{7.10} + \frac{1}{10.13} + \frac{1}{13.16} + \frac{1}{16.19}$$

$$= \frac{1}{3} \cdot \left(\frac{3}{1.4} + \frac{3}{4.7} + \frac{3}{7.10} + \frac{3}{10.13} + \frac{3}{13.16} + \frac{3}{16.19} \right)$$

$$= \frac{1}{3} \cdot \left(\frac{4-1}{1.4} + \frac{7-4}{4.7} + \frac{10-7}{7.10} + \frac{13-10}{10.13} + \frac{16-13}{13.16} + \frac{19-16}{16.19} \right)$$

$$= \frac{1}{3} \cdot \left[\left(1 - \frac{1}{4}\right) + \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{7}\right) + \left(\frac{1}{7} - \frac{1}{10}\right) + \left(\frac{1}{10} - \frac{1}{13}\right) + \left(\frac{1}{13} - \frac{1}{16}\right) + \left(\frac{1}{16} - \frac{1}{19}\right) \right]$$

$$= \frac{1}{3} \cdot \left(1 - \frac{1}{19}\right)$$

$$= \frac{1}{3} \cdot \left(\frac{19}{19} - \frac{1}{19}\right)$$

$$= \frac{1}{3} \cdot \frac{18}{19}$$

$$= \frac{6}{19}.$$

Câu 2.

a) Ta có: $M = \frac{4}{21} + \frac{4}{77} + \frac{4}{165} + \frac{4}{285} + \frac{4}{437} + \frac{4}{621}$

$$= \frac{4}{3.7} + \frac{4}{7.11} + \frac{4}{11.15} + \frac{4}{15.19} + \frac{4}{19.23} + \frac{4}{23.27}$$

$$= \frac{7-3}{3.7} + \frac{11-7}{7.11} + \frac{15-11}{11.15} + \frac{19-15}{15.19} + \frac{23-19}{19.23} + \frac{27-23}{23.27}$$

$$= \frac{1}{3} - \frac{1}{7} + \frac{1}{7} - \frac{1}{11} + \frac{1}{11} - \frac{1}{15} + \frac{1}{15} - \frac{1}{19} + \frac{1}{19} - \frac{1}{23} + \frac{1}{23} - \frac{1}{27}$$

$$= \frac{1}{3} - \frac{1}{27}$$

$$= \frac{9}{27} - \frac{1}{27}$$

$$= \frac{8}{27}.$$

b) Ta có: $N = \frac{1}{1.6} + \frac{1}{6.11} + \frac{1}{11.16} + \frac{1}{16.21} + \frac{1}{21.26} + \frac{1}{26.31}$

$$\begin{aligned}
&= \frac{1}{5} \cdot \left(\frac{5}{1.6} + \frac{5}{6.11} + \frac{5}{11.16} + \frac{5}{16.21} + \frac{5}{21.26} + \frac{5}{26.31} \right) \\
&= \frac{1}{5} \cdot \left(\frac{6-1}{1.6} + \frac{11-6}{6.11} + \frac{16-11}{11.16} + \frac{21-16}{16.21} + \frac{26-21}{21.26} + \frac{31-26}{26.31} \right) \\
&= \frac{1}{5} \cdot \left[\left(1 - \frac{1}{6} \right) + \left(\frac{1}{6} - \frac{1}{11} \right) + \left(\frac{1}{11} - \frac{1}{16} \right) + \left(\frac{1}{16} - \frac{1}{21} \right) + \left(\frac{1}{21} - \frac{1}{26} \right) + \left(\frac{1}{26} - \frac{1}{31} \right) \right] \\
&= \frac{1}{5} \cdot \left(1 - \frac{1}{31} \right) \\
&= \frac{1}{5} \cdot \left(\frac{31}{31} - \frac{1}{31} \right) \\
&= \frac{1}{5} \cdot \frac{30}{31} \\
&= \frac{6}{31}.
\end{aligned}$$

Câu 3.

Ta có: $P = \frac{2}{4} + \frac{2}{28} + \frac{2}{70} + \frac{2}{130} + \frac{2}{208} + \frac{2}{304}$

$$\begin{aligned}
&= \frac{2}{1.4} + \frac{2}{4.7} + \frac{2}{7.10} + \frac{2}{10.13} + \frac{2}{13.16} + \frac{2}{16.19} \\
&= \frac{2}{3} \cdot \left(\frac{3}{1.4} + \frac{3}{4.7} + \frac{3}{7.10} + \frac{3}{10.13} + \frac{3}{13.16} + \frac{3}{16.19} \right) \\
&= \frac{2}{3} \cdot \left(\frac{4-1}{1.4} + \frac{7-4}{4.7} + \frac{10-7}{7.10} + \frac{13-10}{10.13} + \frac{16-13}{13.16} + \frac{19-16}{16.19} \right) \\
&= \frac{2}{3} \cdot \left(1 - \frac{1}{4} + \frac{1}{4} - \frac{1}{7} + \frac{1}{7} - \frac{1}{10} + \frac{1}{10} - \frac{1}{13} + \frac{1}{13} - \frac{1}{16} + \frac{1}{16} - \frac{1}{19} \right) \\
&= \frac{2}{3} \cdot \left(1 - \frac{1}{19} \right) \\
&= \frac{2}{3} \cdot \left(\frac{19}{19} - \frac{1}{19} \right) \\
&= \frac{2}{3} \cdot \frac{18}{19} \\
&= \frac{12}{19}.
\end{aligned}$$

 **Dạng 4. Tìm số chưa biết trong một đẳng thức**

 **Ví dụ mẫu**

Ví dụ 1: Tìm x biết:

a) $x = \frac{6}{13} - \frac{2}{3}$;

b) $\frac{4}{15} - x = \frac{-1}{5}$;

c) $x + \frac{5}{24} = \frac{3}{8}$;

c) $|x| + \frac{1}{7} = \frac{2}{3} - \frac{1}{9}$.

Hướng dẫn giải

a) Ta có: $\frac{6}{13} - \frac{2}{3} = \frac{18}{39} - \frac{26}{39} = \frac{18-26}{39} = \frac{-8}{39}$. Vậy $x = \frac{-8}{39}$.

b) $\frac{4}{5} - x = \frac{-1}{5}$ suy ra $x = \frac{4}{5} - \frac{-1}{5} = \frac{4}{5} - \frac{-3}{5} = \frac{4-(-3)}{5} = \frac{7}{5}$. Vậy $x = \frac{7}{5}$.

c) $x + \frac{5}{24} = \frac{3}{8}$ suy ra $x = \frac{3}{8} - \frac{5}{24} = \frac{9}{24} - \frac{5}{24} = \frac{9-5}{24} = \frac{4}{24} = \frac{1}{6}$. Vậy $x = \frac{1}{6}$.

d) Ta có: $\frac{2}{3} - \frac{1}{9} = \frac{6}{9} - \frac{1}{9} = \frac{6-1}{9} = \frac{5}{9}$.

Khi đó $|x| + \frac{1}{7} = \frac{5}{9}$ suy ra $|x| = \frac{5}{9} - \frac{1}{7} = \frac{35}{63} - \frac{9}{63} = \frac{35-9}{63} = \frac{26}{63}$.

Do đó $|x| = \frac{26}{63}$ ta được $x = \pm \frac{26}{63}$.

Vậy $x = \frac{26}{63}$ hoặc $x = -\frac{26}{63}$.

Ví dụ 2. Điền phân số thích hợp vào ô vuông:

a) $\frac{3}{8} + \square = \frac{9}{8}$;

b) $\square + \frac{-3}{14} = \frac{2}{7}$;

Hướng dẫn giải

a) $\frac{3}{8} + \square = \frac{9}{8}$ suy ra $\square = \frac{9}{8} - \frac{3}{8} = \frac{9-3}{8} = \frac{6}{8} = \frac{3}{4}$.

Ta được: $\frac{3}{8} + \boxed{\frac{3}{4}} = \frac{9}{8}$.

b) $\square + \frac{-3}{14} = \frac{2}{7}$ suy ra $\square = \frac{2}{7} - \frac{-3}{14} = \frac{4}{14} - \frac{-3}{14} = \frac{4-(-3)}{14} = \frac{7}{14} = \frac{1}{2}$.

Ta được: $\boxed{\frac{1}{2}} + \frac{-3}{14} = \frac{2}{7}$.

Ví dụ 3. Tìm số nguyên x biết:

a) $\frac{7}{9} - \frac{x}{3} = \frac{1}{9}$;

b) $\frac{1}{x} - \frac{-2}{15} = \frac{7}{15}$;

c) $\frac{-11}{14} - \frac{-4}{x} = \frac{3}{14}$;

d) $\frac{x}{21} - \frac{2}{3} = \frac{5}{21}$.

Hướng dẫn giải

$$\text{a) } \frac{7}{9} - \frac{x}{3} = \frac{1}{9} \text{ suy ra } \frac{x}{3} = \frac{7}{9} - \frac{1}{9} = \frac{7-1}{9} = \frac{6}{9} = \frac{2}{3}.$$

Khi đó $\frac{x}{3} = \frac{2}{3}$ ta được $x = 2$. Vậy $x = 2$.

$$\text{b) } \frac{1}{x} - \frac{-2}{15} = \frac{7}{15} \text{ suy ra } \frac{1}{x} = \frac{7}{15} + \frac{-2}{15} = \frac{7+(-2)}{15} = \frac{5}{15} = \frac{1}{3}.$$

Khi đó $\frac{1}{x} = \frac{1}{3}$ ta được $x = 3$. Vậy $x = 3$.

$$\text{c) } \frac{-11}{14} - \frac{-4}{x} = \frac{3}{14} \text{ suy ra } \frac{-4}{x} = \frac{-11}{14} - \frac{3}{14} = \frac{(-11)-3}{14} = \frac{-14}{14} = -1 = \frac{-4}{4}.$$

Khi đó $\frac{-4}{x} = \frac{-4}{4}$ ta được $x = 4$. Vậy $x = 4$.

$$\text{d) } \frac{x}{21} - \frac{2}{3} = \frac{5}{21} \text{ suy ra } \frac{x}{21} = \frac{5}{21} + \frac{2}{3} = \frac{5}{21} + \frac{14}{21} = \frac{5+14}{21} = \frac{19}{21}.$$

Khi đó $\frac{x}{21} = \frac{19}{21}$ ta được $x = 19$. Vậy $x = 19$.

Bài tập tự luyện dạng 4

Câu 1. Điền phân số thích hợp vào ô vuông:

$$\text{a) } \frac{-1}{15} + \square = \frac{-2}{5};$$

$$\text{b) } \frac{-1}{2} + \square = \frac{-5}{9};$$

$$\text{c) } \frac{1}{5} - \square = \frac{1}{25};$$

$$\text{d) } \frac{-7}{25} + \square = 0.$$

Câu 2. Tìm x biết:

$$\text{a) } x - \frac{5}{7} = \frac{4}{9};$$

$$\text{b) } \frac{-2}{7} - x = \frac{4}{5} - \frac{2}{3};$$

Câu 3. Hoàn thành các phép tính:

$$\text{a) } \frac{2}{5} + \frac{\dots}{10} = \frac{7}{10};$$

$$\text{b) } \frac{2}{\dots} - \frac{2}{15} = \frac{-8}{15};$$

$$\text{c) } \frac{\dots}{21} - \frac{1}{3} = \frac{-1}{7};$$

$$\text{d) } \frac{11}{12} + \frac{5}{\dots} = \frac{31}{12}.$$

Câu 4. Tìm x biết:

$$\text{a) } x + \frac{1}{9} - \frac{1}{3} = \frac{1}{6};$$

$$\text{b) } \frac{5}{16} - x + \frac{5}{12} = \frac{-5}{6}.$$

Câu 5. Tìm số nguyên x biết:

$$\text{a) } \frac{x}{5} - \frac{2}{3} + \frac{3}{4} = \frac{17}{60};$$

$$\text{b) } \frac{1}{8} - \frac{7}{5} - \frac{2}{x} = \frac{-233}{120}.$$

Hướng dẫn giải bài tập dạng 4

Câu 1.

$$\text{a) } \frac{-1}{15} + \square = \frac{-2}{5} \text{ suy ra } \square = \frac{-2}{5} - \frac{-1}{15} = \frac{-6}{15} - \frac{-1}{15} = \frac{(-6)-(-1)}{15} = \frac{-5}{15} = \frac{-1}{3}.$$

$$\text{Vậy } \frac{-1}{15} + \boxed{\frac{-1}{3}} = \frac{-2}{5}.$$

$$\text{b) } \frac{-1}{2} + \square = \frac{-5}{9} \text{ suy ra } \square = \frac{-5}{9} - \frac{-1}{2} = \frac{-10}{18} - \frac{-9}{18} = \frac{(-10)-(-9)}{18} = \frac{-1}{18}.$$

$$\text{Vậy } \frac{-1}{2} + \boxed{\frac{-1}{18}} = \frac{-5}{9}.$$

$$\text{c) } \frac{1}{5} - \square = \frac{1}{25} \text{ suy ra } \square = \frac{1}{5} - \frac{1}{25} = \frac{5}{25} - \frac{1}{25} = \frac{5-1}{25} = \frac{4}{25}.$$

$$\text{Vậy } \frac{1}{5} - \boxed{\frac{4}{25}} = \frac{1}{25}.$$

$$\text{d) } \frac{-7}{25} + \square = 0 \text{ suy ra } \square = \frac{7}{25} \text{ (vì } \frac{7}{25} \text{ là đối của } \frac{-7}{25}\text{)}.$$

$$\text{Vậy } \frac{-7}{25} + \boxed{\frac{7}{25}} = 0.$$

Câu 2.

$$\text{a) } x - \frac{5}{7} = \frac{4}{9} \text{ suy ra } x = \frac{4}{9} + \frac{5}{7} = \frac{28}{63} + \frac{45}{63} = \frac{28+45}{63} = \frac{73}{63}. \text{ Vậy } x = \frac{73}{63}.$$

$$\text{b) Ta có: } \frac{4}{5} - \frac{2}{3} = \frac{12}{15} - \frac{10}{15} = \frac{12-10}{15} = \frac{2}{15}.$$

$$\text{Khi đó } \frac{-2}{7} - x = \frac{2}{15} \text{ suy ra } x = \frac{-2}{7} - \frac{2}{15} = \frac{-30}{105} - \frac{14}{105} = \frac{(-30)-14}{105} = \frac{-44}{105}. \text{ Vậy } x = \frac{-44}{105}.$$

Câu 3.

$$\text{a) } \frac{2}{5} + \frac{\dots}{10} = \frac{7}{10} \text{ suy ra } \frac{\dots}{10} = \frac{7}{10} - \frac{2}{5} = \frac{7}{10} - \frac{4}{10} = \frac{7-4}{10} = \frac{3}{10}.$$

$$\text{Do đó } 3 = 3. \text{ Vậy } \frac{2}{5} + \frac{3}{10} = \frac{7}{10}.$$

$$\text{b) } \frac{2}{\dots} - \frac{2}{15} = \frac{-8}{15} \text{ suy ra } \frac{2}{\dots} = \frac{-8}{15} + \frac{2}{15} = \frac{-8+2}{15} = \frac{-6}{15} = \frac{-2}{5} = \frac{2}{-5}.$$

$$\text{Do đó } -5 = -5. \text{ Vậy } \frac{2}{-5} - \frac{2}{15} = \frac{-8}{15}.$$

$$\text{c) } \frac{\dots}{21} - \frac{1}{3} = \frac{-1}{7} \text{ suy ra } \frac{\dots}{21} = \frac{-1}{7} + \frac{1}{3} = \frac{-3}{21} + \frac{7}{21} = \frac{-3+7}{21} = \frac{4}{21}.$$

$$\text{Do đó } 4 = 4. \text{ Vậy } \frac{4}{21} - \frac{1}{3} = \frac{-1}{7}.$$

$$\text{d) } \frac{11}{12} + \frac{5}{\dots} = \frac{31}{12} \text{ suy ra } \frac{5}{\dots} = \frac{31}{12} - \frac{11}{12} = \frac{31-11}{12} = \frac{20}{12} = \frac{5}{3}.$$

Do đó $3 = 3$. Vậy $\frac{11}{12} + \frac{5}{3} = \frac{31}{12}$.

Câu 4.

a) Ta có:

$$x + \frac{1}{9} - \frac{1}{3} = \frac{1}{6}$$

$$x + \frac{1}{9} = \frac{1}{6} + \frac{1}{3}$$

$$x + \frac{1}{9} = \frac{1}{2}$$

$$x = \frac{1}{2} - \frac{1}{9}$$

$$x = \frac{7}{18}$$

Vậy $x = \frac{7}{18}$.

b) Ta có:

$$\frac{5}{16} - x + \frac{5}{12} = \frac{-5}{6}$$

$$\frac{5}{16} - x = \frac{-5}{6} - \frac{5}{12}$$

$$\frac{5}{16} - x = \frac{-5}{4}$$

$$x = \frac{5}{16} - \frac{-5}{4}$$

$$x = \frac{25}{16}$$

Vậy $x = \frac{25}{16}$.

Câu 5.

a) Ta có:

$$\frac{x}{5} - \frac{2}{3} + \frac{3}{4} = \frac{17}{60}$$

$$\frac{x}{5} - \frac{2}{3} = \frac{17}{60} - \frac{3}{4}$$

$$\frac{x}{5} - \frac{2}{3} = \frac{-7}{15}$$

$$\frac{x}{5} = \frac{-7}{15} + \frac{2}{3}$$

$$\frac{x}{5} = \frac{1}{5}$$

Suy ra $x = 5$.

b) Ta có:

$$\frac{1}{8} - \frac{7}{5} - \frac{2}{x} = \frac{-233}{120}$$

$$\left(\frac{1}{8} - \frac{7}{5}\right) - \frac{2}{x} = \frac{-233}{120}$$

$$\frac{-51}{40} - \frac{2}{x} = \frac{-233}{120}$$

$$\frac{2}{x} = \frac{-51}{40} - \frac{-233}{120}$$

$$\frac{2}{x} = \frac{2}{3}$$

Suy ra $x = 3$.

 **Dạng 5. So sánh phân số**

Cách 1. Dùng “phần bù” với 1: $1 - \frac{a}{b} = \frac{a'}{b'}$ thì $\frac{a'}{b'}$

Ví dụ. So sánh $\frac{4}{5}$ và $\frac{6}{7}$.

được gọi là “phần bù” với 1 của $\frac{a}{b}$.

Ta có: $1 - \frac{4}{5} = \frac{5}{5} - \frac{4}{5} = \frac{1}{5}$.

Phân số nào có “phần bù” lớn hơn thì nhỏ hơn.

$$1 - \frac{6}{7} = \frac{7}{7} - \frac{6}{7} = \frac{1}{7}.$$

Cách 2. Dùng “phần hơn” với 1: $\frac{c}{d} - 1 = \frac{c'}{d'}$ thì $\frac{c'}{d'}$

được gọi là “phần hơn” với 1 của $\frac{c}{d}$.

Phân số nào có “phần hơn” lớn hơn thì lớn hơn.

Nhận xét: Dùng phần bù với phân số nhỏ hơn 1 và dùng phần hơn với phân số lớn hơn 1.

Vì $\frac{1}{5} > \frac{1}{7}$ nên $\frac{4}{5} < \frac{6}{7}$ (“phần bù” lớn hơn thì nhỏ hơn).

Ví dụ. So sánh $\frac{9}{8}$ và $\frac{3}{2}$.

Ta có: $\frac{9}{8} - 1 = \frac{9}{8} - \frac{8}{8} = \frac{1}{8}$.

$$\frac{3}{2} - 1 = \frac{3}{2} - \frac{2}{2} = \frac{1}{2}.$$

Vì $\frac{1}{8} < \frac{1}{2}$ nên $\frac{9}{8} < \frac{3}{2}$ (“phần hơn” nhỏ hơn thì nhỏ hơn).

Ví dụ mẫu

Ví dụ 1. So sánh các phân số sau:

a) $\frac{11}{12}$ và $\frac{17}{18}$;

b) $\frac{2018}{2020}$ và $\frac{2017}{2019}$.

Hướng dẫn giải

a) Ta có: $1 - \frac{11}{12} = \frac{12}{12} - \frac{11}{12} = \frac{1}{12}$.

$$1 - \frac{17}{18} = \frac{18}{18} - \frac{17}{18} = \frac{1}{18}.$$

Vì $\frac{1}{12} > \frac{1}{18}$ nên $\frac{11}{12} < \frac{17}{18}$.

b) Ta có: $1 - \frac{2018}{2020} = \frac{2020}{2020} - \frac{2018}{2020} = \frac{2}{2020}$.

$$1 - \frac{2017}{2019} = \frac{2019}{2019} - \frac{2017}{2019} = \frac{2}{2019}.$$

Vì $\frac{2}{2020} < \frac{2}{2019}$ nên $\frac{2018}{2020} > \frac{2017}{2019}$.

Ví dụ 2. So sánh các phân số sau:

a) $\frac{77}{76}$ và $\frac{84}{83}$;

b) $\frac{2013}{2010}$ và $\frac{2018}{2015}$.

Hướng dẫn giải

a) Ta có: $\frac{77}{76} - 1 = \frac{77}{76} - \frac{76}{76} = \frac{1}{76}$.

$$\frac{84}{83} - 1 = \frac{84}{83} - \frac{83}{83} = \frac{1}{83}.$$

$$\text{Vì } \frac{1}{76} > \frac{1}{83} \text{ nên } \frac{77}{76} > \frac{84}{83}.$$

$$\text{b) Ta có: } \frac{2013}{2010} - 1 = \frac{2013}{2010} - \frac{2010}{2010} = \frac{3}{2010}.$$

$$\frac{2018}{2015} - 1 = \frac{2018}{2015} - \frac{2015}{2015} = \frac{3}{2015}.$$

$$\text{Vì } \frac{3}{2010} > \frac{3}{2015} \text{ nên } \frac{2013}{2010} > \frac{2018}{2015}.$$

Ví dụ 3. So sánh các phân số sau:

$$\text{a) } \frac{-387}{386} \text{ và } \frac{-592}{591};$$

$$\text{b) } \frac{-1999}{2000} \text{ và } \frac{-2000}{2001}.$$

Hướng dẫn giải

$$\text{a) Ta có: } \frac{387}{386} - 1 = \frac{387}{386} - \frac{386}{386} = \frac{1}{386}.$$

$$\frac{592}{591} - 1 = \frac{592}{591} - \frac{591}{591} = \frac{1}{591}.$$

$$\text{Vì } \frac{1}{386} > \frac{1}{591} \text{ nên } \frac{387}{386} > \frac{592}{591}. \text{ Suy ra } \frac{-387}{386} < \frac{-592}{591}.$$

$$\text{b) Ta có: } 1 - \frac{1999}{2000} = \frac{2000}{2000} - \frac{1999}{2000} = \frac{1}{2000}.$$

$$1 - \frac{2000}{2001} = \frac{2001}{2001} - \frac{2000}{2001} = \frac{1}{2001}.$$

$$\text{Vì } \frac{1}{2000} > \frac{1}{2001} \text{ nên } \frac{1999}{2000} < \frac{2000}{2001}. \text{ Suy ra } \frac{-1999}{2000} < \frac{-2000}{2001}.$$

Bài tập tự luyện dạng 5

Câu 1. So sánh các cặp phân số sau bằng cách dùng phần bù (hoặc phần dư) so với 1:

$$\text{a) } \frac{36}{37} \text{ và } \frac{97}{98};$$

$$\text{b) } \frac{65}{-67} \text{ và } \frac{-43}{45};$$

$$\text{c) } \frac{2017}{2016} \text{ và } \frac{2020}{2019};$$

$$\text{d) } \frac{-1015}{1010} \text{ và } \frac{-1025}{1020}.$$

Bài tập nâng cao

Câu 2. Chứng minh rằng: $S = \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} + \frac{1}{4^2} + \dots + \frac{1}{10^2} < 1$.

Hướng dẫn giải bài tập tự luyện dạng 5

Câu 1.

$$\text{a) Ta có: } 1 - \frac{36}{37} = \frac{37}{37} - \frac{36}{37} = \frac{37-36}{37} = \frac{1}{37}; \quad 1 - \frac{97}{98} = \frac{98}{98} - \frac{97}{98} = \frac{98-97}{98} = \frac{1}{98}.$$

$$\text{Vì } \frac{1}{37} > \frac{1}{98} \text{ nên } \frac{36}{37} < \frac{97}{98}.$$

b) Ta sẽ so sánh hai phân số $\frac{65}{67}$ và $\frac{43}{45}$.

$$\text{Ta có: } 1 - \frac{65}{67} = \frac{67}{67} - \frac{65}{67} = \frac{67-65}{67} = \frac{2}{67};$$

$$1 - \frac{43}{45} = \frac{45}{45} - \frac{43}{45} = \frac{45-43}{45} = \frac{2}{45}.$$

Vì $\frac{2}{67} < \frac{2}{45}$ nên $\frac{65}{67} > \frac{43}{45}$. Suy ra $\frac{65}{-67} < \frac{-43}{45}$.

$$\text{c) Ta có: } \frac{2017}{2016} - 1 = \frac{2017}{2016} - \frac{2016}{2016} = \frac{2017-2016}{2016} = \frac{1}{2016};$$

$$\frac{2020}{2019} - 1 = \frac{2020}{2019} - \frac{2019}{2019} = \frac{2020-2019}{2019} = \frac{1}{2019}.$$

Vì $\frac{1}{2016} > \frac{1}{2019}$ nên $\frac{2017}{2016} > \frac{2020}{2019}$.

d) Ta sẽ so sánh hai phân số $\frac{1015}{1010}$ và $\frac{1025}{1020}$.

$$\text{Ta có: } \frac{1015}{1010} - 1 = \frac{1015}{1010} - \frac{1010}{1010} = \frac{1015-1010}{1010} = \frac{5}{1010};$$

$$\frac{1025}{1020} - 1 = \frac{1025}{1020} - \frac{1020}{1020} = \frac{1025-1020}{1020} = \frac{5}{1020}.$$

Vì $\frac{5}{1010} > \frac{5}{1020}$ nên $\frac{1015}{1010} > \frac{1025}{1020}$. Suy ra $\frac{-1015}{1010} < \frac{-1025}{1020}$.

Bài tập nâng cao

Câu 2.

$$\text{Ta thấy } \frac{1}{2^2} = \frac{1}{2.2} < \frac{1}{1.2};$$

$$\frac{1}{3^2} = \frac{1}{3.3} < \frac{1}{2.3};$$

$$\frac{1}{4^2} = \frac{1}{4.4} < \frac{1}{3.4};$$

.....

$$\frac{1}{10^2} = \frac{1}{10.10} < \frac{1}{9.10}.$$

$$\text{Suy ra } S < \frac{1}{1.2} + \frac{1}{2.3} + \frac{1}{3.4} + \dots + \frac{1}{9.10}.$$

Ta có:

$$\frac{1}{1.2} + \frac{1}{2.3} + \frac{1}{3.4} + \dots + \frac{1}{9.10}$$

$$\begin{aligned} &= \left(1 - \frac{1}{2}\right) + \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3}\right) + \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{4}\right) + \dots + \left(\frac{1}{9} - \frac{1}{10}\right) \\ &= 1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{9} - \frac{1}{10} \\ &= 1 - \frac{1}{10} \\ &= \frac{10}{10} - \frac{1}{10} \\ &= \frac{9}{10}. \end{aligned}$$

Do đó $S < \frac{9}{10} < 1$.

Vậy $S < 1$.