

CHƯƠNG 3: PHÂN SỐ
BÀI 5: SO SÁNH PHÂN SỐ

Mục tiêu

❖ **Kiến thức**

- + Nắm vững cách so sánh hai phân số cùng mẫu, hai phân số khác mẫu.
- + Hiểu khái niệm phân số âm và phân số dương.

❖ **Kĩ năng**

- + Biết so sánh hai phân số.
- + Biết cách sắp xếp dãy các phân số theo thứ tự tăng dần hoặc giảm dần.

I. LÝ THUYẾT TRỌNG TÂM

So sánh hai phân số cùng mẫu

Hai phân số có cùng mẫu dương thì phân số nào có tử lớn hơn thì lớn hơn.

Ví dụ 1: $\frac{-4}{3} < \frac{0}{3}$ (vì $-4 < 0$).

Chú ý: Phương pháp bên sử dụng cho hai phân số cùng mẫu dương.

Ví dụ 2: $\frac{1}{-2} > \frac{2}{-2}$. Ta có thể chuyển các phân số có mẫu âm thành phân số có mẫu dương rồi so sánh.

So sánh hai phân số khác mẫu

Ta viết hai phân số không cùng mẫu thành hai phân số có cùng mẫu dương rồi so sánh tử số với nhau.

Phân số âm, phân số dương

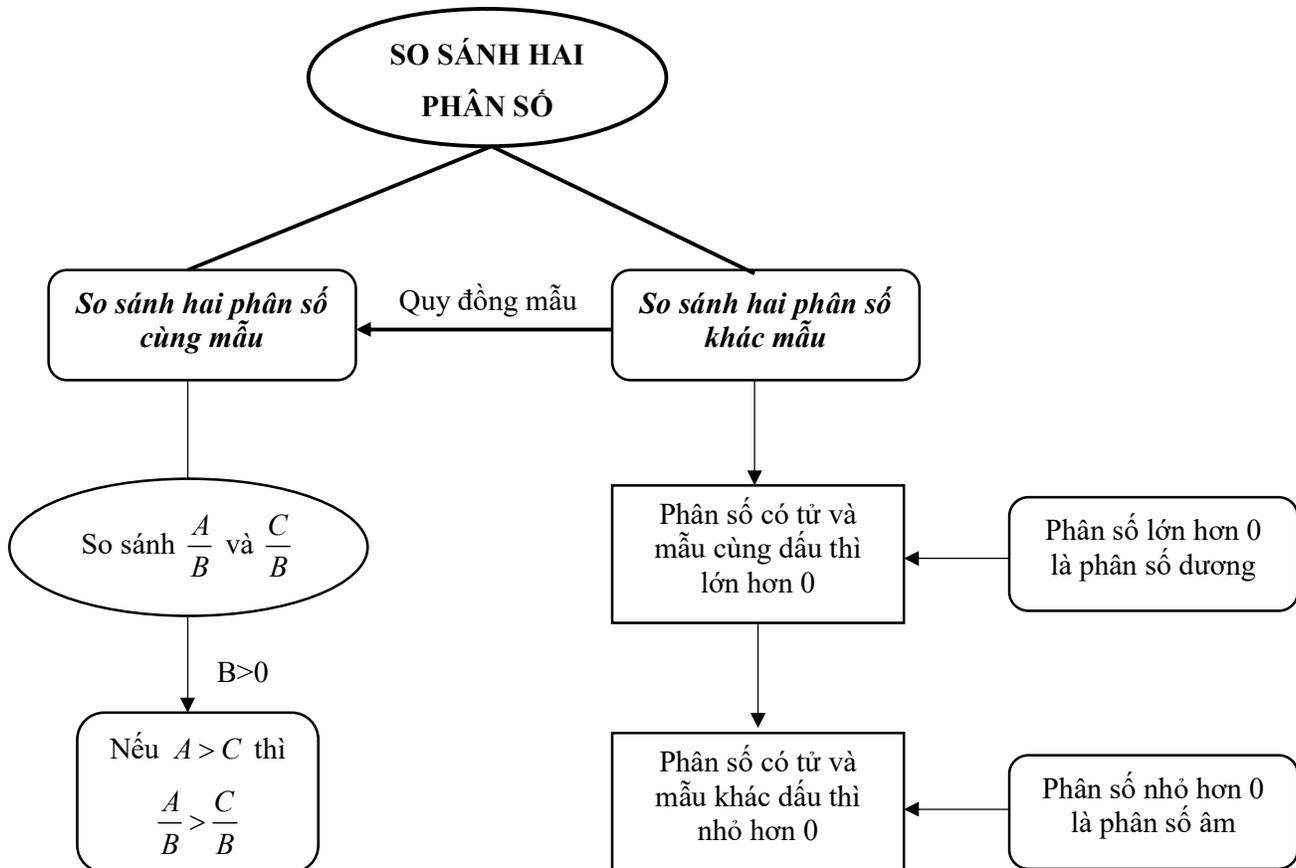
Phân số âm: là phân số nhỏ hơn 0.

Phân số dương: là phân số lớn hơn 0.

Chú ý: Phân số có tử và mẫu là hai số nguyên cùng dấu là phân số dương.

Phân số có tử và mẫu là các số nguyên khác dấu là phân số âm.

HỆ THỐNG SƠ ĐỒ HÓA



II. CÁC DẠNG BÀI TẬP

Dạng 1: So sánh các phân số cùng mẫu

Bài toán 1. So sánh các phân số

Phương pháp giải

<p>Bước 1. Viết phân số có mẫu âm (nếu có) thành phân số có mẫu dương.</p> <p>Bước 2. So sánh tử của các phân số: Phân số nào có tử lớn hơn thì lớn hơn</p>	<p>Ví dụ: So sánh $\frac{2}{-5}$ và $\frac{4}{-5}$.</p> <p>Hướng dẫn giải</p> <p>Ta có: $\frac{2}{-5} = \frac{-2}{5}$; $\frac{4}{-5} = \frac{-4}{5}$.</p> <p>Vì $-2 > -4$ nên $\frac{-2}{5} > \frac{-4}{5}$.</p> <p>Vậy $\frac{2}{-5} > \frac{4}{-5}$.</p>
---	--

Ví dụ mẫu

Ví dụ 1. So sánh các phân số sau:

a) $\frac{1}{-4}$ và $\frac{3}{-4}$; b) $\frac{3}{-7}$ và $\frac{-4}{-7}$; c) $\frac{5}{-11}$ và $\frac{3}{11}$.

Hướng dẫn giải

a) Viết các phân số dưới dạng mẫu dương: $\frac{1}{-4} = \frac{-1}{4}$; $\frac{3}{-4} = \frac{-3}{4}$.

Vì $-1 > -3$ nên $\frac{-1}{4} > \frac{-3}{4}$. Vậy $\frac{1}{-4} > \frac{3}{-4}$.

b) Viết các phân số dưới dạng mẫu dương: $\frac{3}{-7} = \frac{-3}{7}$; $\frac{-4}{-7} = \frac{4}{7}$.

Vì $-3 < 4$ nên $\frac{-3}{7} < \frac{4}{7}$. Vậy $\frac{3}{-7} < \frac{-4}{-7}$.

Chú ý:

Ta có thể nhận xét $\frac{-3}{7} < 0$ và $\frac{4}{7} > 0$ nên $\frac{-3}{7} < \frac{4}{7}$.

c) Ta thấy $\frac{5}{-11} < 0$ và $\frac{3}{11} > 0$ nên $\frac{5}{-11} < \frac{3}{11}$.

Bài toán 2. Sắp xếp các phân số

Phương pháp giải

	<p>Ví dụ: Sắp xếp các phân số sau theo thứ tự tăng dần: $\frac{7}{36}$; $\frac{24}{36}$; $\frac{13}{36}$; $\frac{1}{36}$; $\frac{43}{36}$; $\frac{36}{36}$.</p> <p>Hướng dẫn giải</p>
--	---

<p>Bước 1. So sánh các phân số.</p> <p>Bước 2. Sắp xếp các phân số theo thứ tự yêu cầu của bài toán.</p>	<p>Vì $1 < 7 < 13 < 24 < 36 < 43$ nên</p> $\frac{1}{36} < \frac{7}{36} < \frac{13}{36} < \frac{24}{36} < \frac{36}{36} < \frac{43}{36}.$ <p>Vậy các phân số được sắp xếp theo thứ tự tăng dần là: $\frac{1}{36}; \frac{7}{36}; \frac{13}{36}; \frac{24}{36}; \frac{36}{36}; \frac{43}{36}.$</p>
--	--

Ví dụ mẫu

Ví dụ 1. Sắp xếp các phân số sau theo thứ tự giảm dần:

$$\frac{-5}{48}; \frac{11}{-48}; \frac{-7}{48}; \frac{13}{-48}; \frac{9}{-48}; \frac{-27}{48}.$$

Hướng dẫn giải

Viết lại các phân số dưới dạng mẫu dương:

$$\frac{11}{-48} = \frac{-11}{48}; \frac{13}{-48} = \frac{-13}{48}; \frac{9}{-48} = \frac{-9}{48}.$$

Vì $-27 < -13 < -11 < -9 < -7 < -5$ nên $\frac{-27}{48} < \frac{-13}{48} < \frac{-11}{48} < \frac{-9}{48} < \frac{-7}{48} < \frac{-5}{48}.$

Vậy các phân số được sắp xếp theo thứ tự giảm dần là:

$$\frac{-5}{48}; \frac{-7}{48}; \frac{-9}{48}; \frac{-11}{48}; \frac{-13}{48}; \frac{-27}{48}.$$

Ví dụ 2. Điền số thích hợp vào chỗ chấm: $\frac{-9}{11} < \frac{\dots}{11} < \frac{\dots}{11} < \frac{\dots}{11} < \frac{\dots}{11} < \frac{-4}{11}.$

Hướng dẫn giải

$$\frac{-9}{11} < \frac{-8}{11} < \frac{-7}{11} < \frac{-6}{11} < \frac{-5}{11} < \frac{-4}{11}.$$

Giải thích:

Do các phân số đều có cùng mẫu (dương) nên ta sẽ điền tử số là dãy các số nguyên tăng dần.

Bài tập tự luyện dạng 1

Câu 1: Điền số thích hợp vào ô vuông:

a) $\frac{-13}{18} < \frac{\square}{18} < \frac{\square}{18} < \frac{\square}{18} < \frac{\square}{18} < \frac{-8}{18};$

b) $\frac{-2}{9} > \frac{-2}{\square} > \frac{-2}{\square} > \frac{-2}{\square} > \frac{-2}{\square} > \frac{-2}{4};$

c) $\frac{-1}{2} < \frac{\square}{24} < \frac{\square}{12} < \frac{\square}{8} < \frac{-1}{3}.$

Câu 2:

a) Sắp xếp các phân số sau theo thứ tự tăng dần: $\frac{-15}{24}; \frac{-36}{24}; \frac{-2}{24}; \frac{-7}{24}; \frac{-72}{24}; \frac{-97}{24}.$

b) Sắp xếp các phân số sau theo thứ tự giảm dần: $\frac{71}{60}; \frac{13}{60}; \frac{21}{60}; \frac{12}{60}; \frac{60}{60}; \frac{1}{60}; \frac{8}{60}.$

Dạng 2: So sánh các phân số không cùng mẫu

Phương pháp giải

Cách 1. Quy đồng mẫu.

Bước 1. Quy đồng mẫu số các phân số (biến đổi thành các phân số có cùng mẫu dương).

Bước 2. So sánh các phân số có cùng mẫu dương.

Cách 2. Quy đồng tử.

Nếu $a; b; c > 0$ và $b > c$ thì $\frac{a}{b} < \frac{a}{c}$.

Cách 3. Sử dụng phân số trung gian.

$$\left. \begin{array}{l} \frac{a}{b} > \frac{x}{y} \\ \frac{c}{d} < \frac{x}{y} \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{a}{b} > \frac{c}{d}.$$

Ngoài ra, còn một số phương pháp khác để so sánh hai phân số:

• Rút gọn phân số.

• Sử dụng định nghĩa hai phân số bằng nhau

Ví dụ 1: So sánh các phân số sau: $\frac{-15}{16}$ và $\frac{5}{-8}$.

Hướng dẫn giải

Viết lại phân số $\frac{5}{-8}$ dưới dạng mẫu số dương và

$$\text{quy đồng mẫu số: } \frac{5}{-8} = \frac{-5}{8} = \frac{-5 \cdot 2}{8 \cdot 2} = \frac{-10}{16}.$$

$$\text{Vì } -15 < -10 \text{ nên } \frac{-15}{16} < \frac{-10}{16}.$$

$$\text{Vậy } \frac{-15}{16} < \frac{5}{-8}.$$

Ví dụ 2: So sánh hai phân số sau: $\frac{4}{5}$ và $\frac{3}{7}$.

Hướng dẫn giải

Tử số chung là 12.

$$\text{Ta có: } \frac{4}{5} = \frac{4 \cdot 3}{5 \cdot 3} = \frac{12}{15}; \quad \frac{3}{7} = \frac{3 \cdot 4}{7 \cdot 4} = \frac{12}{28}.$$

$$\text{Vì } 15 < 28 \text{ nên } \frac{12}{15} > \frac{12}{28}.$$

$$\text{Vậy } \frac{4}{5} > \frac{3}{7}.$$

Ví dụ 3: So sánh các phân số sau $\frac{-7}{11}$ và $\frac{1}{5}$.

Hướng dẫn giải

$$\text{Vì } \frac{-7}{11} < 0 \text{ và } \frac{1}{5} > 0 \text{ nên } \frac{-7}{11} < \frac{1}{5}.$$

Ví dụ 4: So sánh các phân số sau: $\frac{7}{36}$ và $\frac{21}{108}$.

Hướng dẫn giải

Cách 1. Rút gọn

$$\text{Ta có: } \frac{21}{108} = \frac{21:3}{108:3} = \frac{7}{36}.$$

$$\text{Suy ra } \frac{7}{36} = \frac{21}{108}.$$

Cách 2. Sử dụng định nghĩa phân số bằng nhau:

	Ta có: $7.108 = 756$; $36.21 = 756$. Suy ra $\frac{7}{36} = \frac{21}{108}$.
--	---

 **Ví dụ mẫu**

Ví dụ 1. So sánh các phân số sau bằng hai cách quy đồng tử số và quy đồng mẫu số:

a) $\frac{-5}{8}$ và $\frac{-4}{7}$; b) $\frac{-7}{3}$ và $\frac{-6}{5}$.

Hướng dẫn giải

a) **Cách 1** (Quy đồng mẫu số).

Mẫu số chung là 56.

Ta có: $\frac{-5}{8} = \frac{-5.7}{8.7} = \frac{-35}{56}$; $\frac{-4}{7} = \frac{-4.8}{7.8} = \frac{-32}{56}$.

Vì $-35 < -32$ nên $\frac{-35}{56} < \frac{-32}{56}$.

Vậy $\frac{-5}{8} < \frac{-4}{7}$.

Cách 2 (Quy đồng tử số).

Ta sẽ so sánh hai phân số $\frac{5}{8}$ và $\frac{4}{7}$.

Tử số chung là 20.

Ta có: $\frac{5}{8} = \frac{5.4}{8.4} = \frac{20}{32}$; $\frac{4}{7} = \frac{4.5}{7.5} = \frac{20}{35}$.

Vì $32 < 35$ nên $\frac{20}{32} > \frac{20}{35}$.

Suy ra $\frac{5}{8} > \frac{4}{7}$. Vậy $\frac{-5}{8} < \frac{-4}{7}$.

Chú ý:

Sai lầm thường gặp khi so sánh hai phân số bằng cách quy đồng tử số:

$\frac{-5}{8} = \frac{-5.4}{8.4} = \frac{-20}{32}$; $\frac{-4}{7} = \frac{-4.5}{7.5} = \frac{-20}{35}$.

Nhận xét $32 < 35$ nên $\frac{-20}{32} > \frac{-20}{35}$.

Vậy $\frac{-5}{8} > \frac{-4}{7}$.

b) **Cách 1** (Quy đồng mẫu số).

Mẫu số chung là 15.

Ta có: $\frac{-7}{3} = \frac{-7.5}{3.5} = \frac{-35}{15}$; $\frac{-6}{5} = \frac{-6.3}{5.3} = \frac{-18}{15}$.

Vì $-35 < -18$ nên $\frac{-35}{15} < \frac{-18}{15}$.

Vậy $\frac{-7}{3} < \frac{-6}{5}$.

Chú ý: Khi so sánh hai phân số âm ta có thể so sánh hai phân số đối của hai phân số đó, từ đó suy ra kết luận đối với hai phân số ban đầu.

Cách 2 (Quy đồng tử số).

Ta sẽ so sánh hai phân số $\frac{7}{3}$ và $\frac{6}{5}$.

Tử số chung là 42.

Ta có: $\frac{7}{3} = \frac{7.6}{3.6} = \frac{42}{18}$; $\frac{6}{5} = \frac{6.7}{5.7} = \frac{42}{35}$.

Vì $18 < 35$ nên $\frac{42}{18} > \frac{42}{35}$.

Suy ra $\frac{7}{3} > \frac{6}{5}$. Vậy $\frac{-7}{3} < \frac{-6}{5}$.

Ví dụ 2. Không quy đồng tử hoặc mẫu, hãy so sánh các phân số sau:

a) $\frac{3}{2}$ và $\frac{5}{6}$; b) $\frac{-935}{-732}$ và $\frac{-10}{9}$;

c) $\frac{18}{31}$ và $\frac{15}{37}$.

Hướng dẫn giải

a) Vì $\frac{3}{2} > 1$ (tử lớn hơn mẫu) và $\frac{5}{6} < 1$ (tử nhỏ hơn mẫu) nên $\frac{3}{2} > \frac{5}{6}$.

b) Vì $\frac{-935}{-732} > 0$ (tử và mẫu cùng dấu) và $\frac{-10}{9} < 0$ (tử và mẫu trái dấu) nên $\frac{-935}{-732} > \frac{-10}{9}$.

c) Ta có: $\frac{18}{31} > \frac{18}{37}$ và $\frac{15}{37} < \frac{18}{37}$. Suy ra $\frac{18}{31} > \frac{15}{37}$.

Chú ý:

Ta có thể dùng 0 hoặc 1 hoặc một phân số làm số trung gian để so sánh hai phân số.

Phân số có tử và mẫu là hai số nguyên cùng dấu thì lớn hơn 0 (phân số dương). Phân số có tử và mẫu là hai số nguyên trái dấu thì nhỏ hơn 0 (phân số âm).

Phân số dương có tử lớn hơn mẫu thì phân số đó lớn hơn 1.

Phân số dương có tử nhỏ hơn mẫu thì phân số đó nhỏ hơn 1.

Cách chọn phân số trung gian.

So sánh $\frac{a}{b}$; $\frac{c}{d}$.

Chọn $\frac{a}{d}$ hoặc $\frac{c}{b}$.

Ví dụ 3. Không quy đồng tử hoặc mẫu, hãy so sánh các phân số sau:

a) $\frac{15}{19}$ và $\frac{13}{17}$; b) $\frac{-13}{20}$ và $\frac{-17}{28}$.

Hướng dẫn giải

a) Ta có: $15.17 = 255$;
 $19.13 = 247$.

Suy ra $15.17 > 19.13$ do đó $\frac{15}{19} > \frac{13}{17}$.

b) Ta có: $13.28 = 364$;
 $20.17 = 340$.

Suy ra $13.28 > 20.17$ do đó $\frac{13}{20} > \frac{17}{28}$.

Vậy $\frac{-13}{20} < \frac{-17}{28}$.

Ví dụ 4.

a) Cho phân số $\frac{a}{b}$ ($a, b \in \mathbb{N}, b \neq 0$). Giả sử $\frac{a}{b} < 1$ và $m \in \mathbb{N}^*$.

Chứng minh rằng: $\frac{a}{b} < \frac{a+m}{b+m}$.

b) Áp dụng kết quả của câu a) để so sánh: $A = \frac{17^{18} + 1}{17^{19} + 1}$; $B = \frac{17^{17} + 1}{17^{18} + 1}$.

Hướng dẫn giải

a) Ta có: $\frac{a}{b} = \frac{a.(b+m)}{b.(b+m)} = \frac{a.b + a.m}{b^2 + b.m}$

$$\frac{a+m}{b+m} = \frac{(a+m).b}{(b+m).b} = \frac{a.b + m.b}{b^2 + m.b}$$

Vì $\frac{a}{b} < 1$ nên $a < b$ suy ra $a.m < b.m$ với mọi $m \in \mathbb{N}^*$.

Do đó $a.b + a.m < a.b + b.m$ suy ra $\frac{a.b + a.m}{b^2 + b.m} < \frac{a.b + b.m}{b^2 + b.m}$.

Vậy $\frac{a}{b} < \frac{a+m}{b+m}$ với mọi $m \in \mathbb{N}^*$.

b) Vì $\frac{17^{18} + 1}{17^{19} + 1} < 1$ nên

$$A = \frac{17^{18} + 1}{17^{19} + 1} < \frac{17^{18} + 1 + 16}{17^{19} + 1 + 16} = \frac{17^{18} + 17}{17^{19} + 17} = \frac{17 \cdot (17^{17} + 1)}{17 \cdot (17^{18} + 1)} = \frac{17^{17} + 1}{17^{18} + 1} = B$$

Vậy $A < B$.

Bài tập tự luyện dạng 2

Câu 1: So sánh các cặp phân số sau bằng cách quy đồng mẫu số:

a) $\frac{2}{3}$ và $\frac{5}{6}$; b) $\frac{-4}{5}$ và $\frac{-3}{7}$; c) $\frac{-5}{6}$ và $\frac{63}{-70}$; d) $\frac{3}{11}$ và $\frac{4}{13}$.

Câu 2: So sánh các cặp phân số sau bằng cách quy đồng tử số:

a) $\frac{3}{4}$ và $\frac{6}{7}$; b) $\frac{-3}{7}$ và $\frac{2}{-9}$; c) $\frac{-4}{9}$ và $\frac{-3}{13}$; d) $\frac{13}{27}$ và $\frac{39}{47}$.

Câu 3:

- a) Thời gian nào dài hơn: $\frac{2}{3}$ giờ và $\frac{3}{4}$ giờ?
 b) Đoạn thẳng nào ngắn hơn: $\frac{7}{12}$ m và $\frac{5}{6}$ m?
 c) Khối lượng nào lớn hơn: $\frac{7}{8}$ kg hay $\frac{8}{9}$ kg?
 d) Vận tốc nào nhỏ hơn: $\frac{4}{5}$ km/h và $\frac{9}{10}$ km/h?

Câu 4: Lớp 6A có $\frac{2}{5}$ số học sinh thích bóng chuyền, $\frac{3}{8}$ số học sinh thích cầu lông và $\frac{5}{12}$ số học sinh thích bóng đá. Hỏi môn thể thao nào được nhiều học sinh lớp 6A yêu thích nhất?

Câu 5: Không quy đồng tử và mẫu, hãy so sánh các phân số sau:

a) $\frac{5}{7}$ và $\frac{13}{12}$; b) $\frac{25}{-34}$ và $\frac{26}{35}$; c) $\frac{-120}{133}$ và $\frac{-45}{-51}$.

Câu 6: Sắp xếp các phân số sau theo thứ tự tăng dần:

a) $\frac{13}{20}$; $\frac{7}{20}$; $\frac{9}{4}$; $\frac{2}{5}$; $\frac{1}{2}$. b) $\frac{-37}{100}$; $\frac{17}{-50}$; $\frac{23}{-25}$; $\frac{-7}{10}$; $\frac{-2}{5}$.

Câu 7: Sắp xếp các phân số sau theo thứ tự giảm dần:

a) $\frac{13}{21}$; $\frac{152}{17}$; $\frac{13}{17}$; $\frac{5}{21}$. b) $\frac{-1}{2}$; $\frac{3}{-4}$; $\frac{-2}{3}$; $\frac{4}{-5}$.

Bài tập nâng cao

Câu 8: Điền số nguyên thích hợp vào ô vuông: $\frac{-8}{15} < \frac{\square}{40} < \frac{-7}{15}$.

Câu 9: Không quy đồng tử và mẫu, hãy so sánh các phân số sau:

a) $\frac{23}{35}$ và $\frac{21}{37}$; b) $\frac{-17}{24}$ và $\frac{-13}{28}$; c) $\frac{9}{16}$ và $\frac{11}{24}$; d) $\frac{12}{47}$ và $\frac{19}{77}$.

Câu 10: Tìm các số tự nhiên x sao cho:

a) $\frac{1}{5} < \frac{x}{30} < \frac{1}{4}$; b) $\frac{8}{5} > \frac{4}{x} > \frac{5}{7}$.

Câu 11: Tìm ba phân số có mẫu khác nhau, các phân số này lớn hơn $\frac{1}{4}$ và nhỏ hơn $\frac{1}{3}$.

Câu 12: So sánh:

a) $A = \frac{98^{89} + 1}{98^{99} + 1}$ và $B = \frac{98^{88} + 1}{98^{98} + 1}$. b) $C = \frac{15^{16} + 1}{15^{17} + 1}$ và $D = \frac{15^{15} + 1}{15^{16} + 1}$.

Câu 13: Tìm hai phân số có mẫu khác nhau, các phân số này lớn hơn $\frac{1}{5}$ nhưng nhỏ hơn $\frac{1}{4}$.

ĐÁP ÁN

Dạng 1: So sánh các phân số cùng mẫu

Câu 1.

$$\text{a) } \frac{-13}{18} < \frac{\boxed{-12}}{18} < \frac{\boxed{-11}}{18} < \frac{\boxed{-10}}{18} < \frac{\boxed{-9}}{18} < \frac{-8}{18}.$$

$$\text{b) Ta có } \frac{2}{9} < \frac{2}{8} < \frac{2}{7} < \frac{2}{6} < \frac{2}{5} < \frac{2}{4}. \text{ Suy ra } \frac{-2}{9} > \frac{-2}{\boxed{8}} > \frac{-2}{\boxed{7}} > \frac{-2}{\boxed{6}} > \frac{-2}{\boxed{5}} > \frac{-2}{4};$$

$$\text{c) Quy đồng các phân số với mẫu số chung là 24, ta được: } \frac{-12}{24} < \frac{\boxed{}}{24} < \frac{2 \cdot \boxed{}}{24} < \frac{3 \cdot \boxed{}}{24} < \frac{-8}{24}.$$

$$\text{Suy ra } \frac{-12}{24} < \frac{\boxed{-11}}{24} < \frac{2 \cdot \boxed{-5}}{24} < \frac{3 \cdot \boxed{-3}}{24} < \frac{-8}{24}.$$

$$\text{Vậy } \frac{-1}{2} < \frac{\boxed{-11}}{24} < \frac{\boxed{-5}}{12} < \frac{\boxed{-3}}{8} < \frac{-1}{3}.$$

Câu 2.

a) Các phân số sắp xếp theo thứ tự tăng dần là:

$$\frac{-97}{24}; \frac{-72}{24}; \frac{-36}{24}; \frac{-15}{24}; \frac{-7}{24}; \frac{-2}{24}.$$

b) Các phân số sắp xếp theo thứ tự giảm dần là:

$$\frac{71}{60}; \frac{60}{60}; \frac{21}{60}; \frac{13}{60}; \frac{12}{60}; \frac{8}{60}; \frac{1}{60}.$$

Dạng 2: So sánh các phân số không cùng mẫu

Bài tập cơ bản

Câu 1: So sánh các cặp phân số sau bằng cách quy đồng mẫu số:

a) Mẫu số chung là 6.

$$\text{Ta có: } \frac{2}{3} = \frac{2 \cdot 2}{3 \cdot 2} = \frac{4}{6} < \frac{5}{6}.$$

$$\text{Vậy } \frac{2}{3} < \frac{5}{6}.$$

b) Mẫu số chung là 35.

$$\text{Ta có: } \frac{-4}{5} = \frac{-4 \cdot 7}{5 \cdot 7} = \frac{-28}{35}; \quad \frac{-3}{7} = \frac{-3 \cdot 5}{7 \cdot 5} = \frac{-15}{35}.$$

$$\text{Vì } \frac{-28}{35} < \frac{-15}{35} \text{ nên } \frac{-4}{5} < \frac{-3}{7}.$$

$$\text{c) Rút gọn phân số } \frac{63}{-70} = \frac{63:7}{-70:7} = \frac{9}{-10} = \frac{-9}{10}.$$

Mẫu số chung là 30.

$$\text{Ta có: } \frac{-5}{6} = \frac{-5 \cdot 5}{6 \cdot 5} = \frac{-25}{30}; \quad \frac{-9}{10} = \frac{-9 \cdot 3}{10 \cdot 3} = \frac{-27}{30}.$$

$$\text{Vi } \frac{-25}{30} > \frac{-27}{30} \text{ nên } \frac{-5}{6} > \frac{63}{-70}.$$

d) Mẫu số chung là $11.13 = 143$ (vì 11 và 13 là hai số nguyên tố cùng nhau).

$$\text{Ta có: } \frac{3}{11} = \frac{3.13}{11.13} = \frac{39}{143}; \quad \frac{4}{13} = \frac{4.11}{13.11} = \frac{44}{143}.$$

$$\text{Vi } \frac{39}{143} < \frac{44}{143} \text{ nên } \frac{3}{11} < \frac{4}{13}.$$

Câu 2.

a) Ta có: $\frac{3}{4} = \frac{3.2}{4.2} = \frac{6}{8} < \frac{6}{7}$. Vậy $\frac{3}{4} < \frac{6}{7}$.

b) So sánh hai phân số $\frac{3}{7}$ và $\frac{2}{9}$:

$$\text{Ta có } \frac{3}{7} = \frac{3.2}{7.2} = \frac{6}{14}; \quad \frac{2}{9} = \frac{2.3}{9.3} = \frac{6}{27}.$$

$$\text{Vi } \frac{6}{14} > \frac{6}{27} \text{ nên } \frac{3}{7} > \frac{2}{9}. \text{ Vậy } \frac{-3}{7} < \frac{2}{-9}.$$

c) So sánh hai phân số $\frac{4}{9}$ và $\frac{3}{13}$:

$$\text{Ta có: } \frac{4}{9} = \frac{4.3}{9.3} = \frac{12}{27}; \quad \frac{3}{13} = \frac{3.4}{13.4} = \frac{12}{52}.$$

$$\text{Vi } \frac{12}{27} > \frac{12}{52} \text{ nên } \frac{4}{9} > \frac{3}{13}. \text{ Vậy } \frac{-4}{9} < \frac{-3}{13}.$$

d) Ta có $\frac{13}{27} = \frac{13.3}{27.3} = \frac{39}{81} < \frac{39}{47}$. Vậy $\frac{13}{27} < \frac{39}{47}$.

Câu 3:

a) Vì $2.4 = 8 < 3.3 = 9$ nên $\frac{2}{3} < \frac{3}{4}$. Vậy $\frac{3}{4}$ giờ dài hơn.

b) Ta có: $\frac{5}{6} = \frac{5.2}{6.2} = \frac{10}{12} > \frac{7}{12}$. Vậy đoạn thẳng $\frac{7}{12}$ m ngắn hơn.

c) Ta có: $\frac{7}{8} = \frac{7.9}{8.9} = \frac{63}{72}; \quad \frac{8}{9} = \frac{8.8}{9.8} = \frac{64}{72}$. Suy ra $\frac{7}{8} < \frac{8}{9}$.

Vậy $\frac{8}{9}$ kg lớn hơn.

d) Ta có: $\frac{4}{5} = \frac{4.2}{5.2} = \frac{8}{10} < \frac{9}{10}$. Vậy vận tốc $\frac{4}{5}$ km/h nhỏ hơn.

Câu 4.

Ta so sánh các phân số: $\frac{2}{5}; \frac{3}{8}$ và $\frac{5}{12}$.

Quy đồng tử số của các phân số:

$$\frac{2}{5} = \frac{2.15}{5.15} = \frac{30}{75}; \quad \frac{3}{8} = \frac{3.10}{8.10} = \frac{30}{80}; \quad \frac{5}{12} = \frac{5.6}{12.6} = \frac{30}{72}.$$

$$\text{Vì } \frac{30}{72} > \frac{30}{75} > \frac{30}{80} \text{ nên } \frac{5}{12} > \frac{2}{5} > \frac{3}{8}.$$

Vậy môn bóng đá được nhiều học sinh lớp 6A yêu thích nhất.

Câu 5.

a) Ta có: $\frac{5}{7} < 1$ (vì tử nhỏ hơn mẫu);

$$\frac{13}{12} > 1 \text{ (vì tử lớn hơn mẫu).}$$

Suy ra $\frac{5}{7} < \frac{13}{12}$.

b) Ta có $\frac{25}{-34} < 0$ (vì tử và mẫu trái dấu);

$$\frac{26}{35} > 0 \text{ (vì tử và mẫu cùng dấu).}$$

Suy ra $\frac{25}{-34} < \frac{26}{35}$.

c) Ta có $\frac{-120}{133} < 0$ (vì tử và mẫu trái dấu);

$$\frac{-45}{-51} > 0 \text{ (vì tử và mẫu cùng dấu).}$$

Suy ra $\frac{-120}{133} < \frac{-45}{-51}$.

Câu 6.

a) Ta thấy $\frac{9}{4} > 1$ và các phân số còn lại đều nhỏ hơn 1 nên $\frac{9}{4}$ là phân số lớn nhất.

Quy đồng mẫu số các phân số còn lại với mẫu số chung là 20.

Ta có: $\frac{2}{5} = \frac{2.4}{5.4} = \frac{8}{20}$; $\frac{1}{2} = \frac{1.10}{2.10} = \frac{10}{20}$.

Vì $\frac{7}{20} < \frac{8}{20} < \frac{10}{20} < \frac{13}{20}$ nên $\frac{7}{20} < \frac{2}{5} < \frac{1}{2} < \frac{13}{20}$.

Vậy các phân số được sắp xếp theo thứ tự tăng dần là:

$$\frac{7}{20}; \frac{2}{5}; \frac{1}{2}; \frac{13}{20}; \frac{9}{4}.$$

b) Viết lại các phân số dưới dạng mẫu số dương:

$$\frac{17}{-50} = \frac{-17}{50}; \frac{23}{-25} = \frac{-23}{25}.$$

Quy đồng mẫu số các phân số với mẫu số chung là 100:

$$\frac{-17}{50} = \frac{-17.2}{50.2} = \frac{-34}{100}; \quad \frac{-23}{25} = \frac{-23.4}{25.4} = \frac{-92}{100}; \quad \frac{-7}{10} = \frac{-7.10}{10.10} = \frac{-70}{100}; \quad \frac{-2}{5} = \frac{-2.20}{5.20} = \frac{-40}{100}.$$

Vì $\frac{-92}{100} < \frac{-70}{100} < \frac{-40}{100} < \frac{-37}{100} < \frac{-34}{100}$ nên $\frac{-23}{25} < \frac{-7}{10} < \frac{-2}{5} < \frac{-37}{100} < \frac{-17}{50}$.

Vậy các phân số được sắp xếp theo thứ tự tăng dần là:

$$\frac{-23}{25}; \frac{-7}{10}; \frac{-2}{5}; \frac{-37}{100}; \frac{-17}{50}.$$

Câu 7.

a) Ta có: $\frac{13}{17} < \frac{152}{17}$; $\frac{5}{21} < \frac{13}{21}$.

Lại có $\frac{13}{21} < \frac{13}{17}$ suy ra $\frac{5}{21} < \frac{13}{21} < \frac{13}{17} < \frac{152}{17}$.

Vậy các phân số được sắp xếp theo thứ tự giảm dần là: $\frac{152}{17}; \frac{13}{17}; \frac{13}{21}; \frac{5}{21}$.

b) Trước hết ta so sánh các phân số $\frac{1}{2}; \frac{3}{4}; \frac{2}{3}; \frac{4}{5}$.

Quy đồng tử số các phân số: $\frac{1}{2} = \frac{1 \cdot 12}{2 \cdot 12} = \frac{12}{24}$; $\frac{3}{4} = \frac{3 \cdot 4}{4 \cdot 4} = \frac{12}{16}$;

$$\frac{2}{3} = \frac{2 \cdot 6}{3 \cdot 6} = \frac{12}{18}; \quad \frac{4}{5} = \frac{4 \cdot 3}{5 \cdot 3} = \frac{12}{15}.$$

Vì $\frac{12}{24} < \frac{12}{18} < \frac{12}{16} < \frac{12}{15}$ nên $\frac{1}{2} < \frac{2}{3} < \frac{3}{4} < \frac{4}{5}$.

Suy ra $\frac{-1}{2} > \frac{-2}{3} > \frac{3}{-4} > \frac{4}{-5}$.

Vậy các phân số được sắp xếp theo thứ tự giảm dần là: $\frac{-1}{2}; \frac{-2}{3}; \frac{3}{-4}; \frac{4}{-5}$.

Bài tập nâng cao

Câu 8.

Ta có $BCNN(15, 40) = 120$ nên quy đồng mẫu số các phân số, ta được:

$$\frac{-8.8}{15.8} < \frac{3 \cdot \square}{40.3} < \frac{-7.8}{15.8} \text{ hay } \frac{-64}{120} < \frac{3 \cdot \square}{120} < \frac{-56}{120}.$$

Suy ra $-64 < 3 \cdot \square < -56$, do đó $3 \cdot \square \in \{-63; -60; -57\} \Rightarrow \square \in \{-21; -20; -19\}$.

Vậy các giá trị thích hợp là $-21; -20; -19$.

Câu 9.

a) Chọn phân số trung gian là $\frac{23}{37}$.

Ta có: $\frac{23}{35} > \frac{23}{37}$; $\frac{21}{37} < \frac{23}{37}$. Suy ra $\frac{23}{35} > \frac{21}{37}$.

b) Ta so sánh hai phân số $\frac{17}{24}$ và $\frac{13}{28}$.

Chọn phân số $\frac{17}{28}$ làm phân số trung gian.

Ta có $\frac{17}{24} > \frac{17}{28}$; $\frac{13}{28} < \frac{17}{28}$. Suy ra $\frac{17}{24} > \frac{13}{28}$. Do đó $\frac{-17}{24} < \frac{-13}{28}$.

c) Ta thấy cả hai phân số $\frac{9}{16}$ và $\frac{11}{24}$ đều xấp xỉ $\frac{1}{2}$ nên ta dùng phân số $\frac{1}{2}$ làm phân số trung gian.

Ta có: $\frac{9}{16} > \frac{8}{16} = \frac{1}{2}$; $\frac{11}{24} < \frac{12}{24} = \frac{1}{2}$. Suy ra $\frac{9}{16} > \frac{11}{24}$.

d) Ta thấy cả hai phân số $\frac{12}{47}$ và $\frac{19}{77}$ đều xấp xỉ $\frac{1}{4}$ nên ta dùng phân số $\frac{1}{4}$ làm phân số trung gian.

Ta có: $\frac{12}{47} > \frac{12}{48} = \frac{1}{4}$; $\frac{19}{77} < \frac{19}{76} = \frac{1}{4}$. Suy ra $\frac{12}{47} > \frac{19}{77}$.

Câu 10.

a) Quy đồng mẫu số các phân số với mẫu số chung là 60, ta được:

$$\frac{1.12}{5.12} < \frac{x.2}{30.2} < \frac{1.15}{4.15} \text{ hay } \frac{12}{60} < \frac{x.2}{60} < \frac{15}{60}.$$

Suy ra $12 < x.2 < 15$, do đó $x.2 = 14$ hay $x = 7$. Vậy $x = 7$.

b) Quy đồng tử số các phân số với tử số chung là 40, ta được:

$$\frac{8.5}{5.5} > \frac{4.10}{x.10} > \frac{5.8}{7.8} \text{ hay } \frac{40}{25} > \frac{40}{x.10} > \frac{40}{56}.$$

Suy ra $25 < x.10 < 56$, do đó $x.10 \in \{30; 40; 50\}$. Vậy $x \in \{3; 4; 5\}$.

Câu 11.

Quy đồng các phân số với mẫu số chung là 48, ta được:

$$\frac{1}{4} = \frac{1.12}{4.12} = \frac{12}{48}; \quad \frac{1}{3} = \frac{1.16}{3.16} = \frac{16}{48}.$$

Ta có: $\frac{12}{48} < \frac{13}{48} < \frac{14}{48} < \frac{15}{48} < \frac{16}{48}$.

Rút gọn các phân số trên ta được: $\frac{1}{4} < \frac{13}{48} < \frac{7}{24} < \frac{5}{16} < \frac{1}{3}$.

Vậy ba phân số cần tìm là: $\frac{13}{48}$; $\frac{7}{24}$ và $\frac{5}{16}$.

Câu 12.

a) Ta thấy $A = \frac{98^{89} + 1}{98^{99} + 1} < 1$ (vì tử nhỏ hơn mẫu) nên:

$$A = \frac{98^{89} + 1}{98^{99} + 1} < \frac{98^{89} + 1 + 97}{98^{99} + 1 + 97} = \frac{98^{89} + 98}{98^{99} + 98} = \frac{98 \cdot (98^{88} + 1)}{98 \cdot (98^{98} + 1)} = \frac{98^{88} + 1}{98^{98} + 1} = B.$$

Vậy $A < B$.

b) Ta thấy $C = \frac{15^{16} + 1}{15^{17} + 1} < 1$ (vì tử nhỏ hơn mẫu) nên:

$$C = \frac{15^{16} + 1}{15^{17} + 1} < \frac{15^{16} + 1 + 14}{15^{17} + 1 + 14} = \frac{15^{16} + 15}{15^{17} + 15} = \frac{15 \cdot (15^{15} + 1)}{15 \cdot (15^{16} + 1)} = \frac{15^{15} + 1}{15^{16} + 1} = D.$$

Vậy $C < D$.

Câu 13.

Quy đồng hai phân số $\frac{1}{5}$ và $\frac{1}{4}$ với mẫu số chung là 60, ta được:

$$\frac{1}{5} = \frac{1.12}{5.12} = \frac{12}{60}; \quad \frac{1}{4} = \frac{1.15}{4.15} = \frac{15}{60}.$$

Ta có: $\frac{12}{60} < \frac{13}{60} < \frac{14}{60} < \frac{15}{60}$.

Rút gọn các phân số trên ta được: $\frac{1}{5} < \frac{13}{60} < \frac{7}{30} < \frac{1}{4}$.

Vậy hai phân số cần tìm là: $\frac{13}{60}$ và $\frac{7}{30}$.