

CHƯƠNG 2: TAM GIÁC

BÀI 1. TỔNG BA GÓC TRONG MỘT TAM GIÁC

Mục tiêu

❖ Kiến thức

- + Nắm được các định lý tổng ba góc trong một tam giác.
- + Nhận biết được tam giác vuông và nắm được tính chất về góc trong tam giác vuông.
- + Nhận biết được góc ngoài của một tam giác và nắm được định lý về tính chất góc ngoài của tam giác.

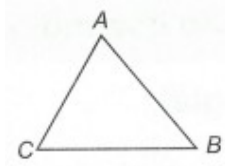
❖ Kỹ năng

- + Vận dụng các định lý trong bài để tính số đo các góc trong và ngoài tam giác.
- + Vận dụng các kiến thức đã học vào giải quyết các bài toán trong thực tiễn.

I. LÝ THUYẾT TRỌNG TÂM

Định lý tổng ba góc của một tam giác

Tổng ba góc của một tam giác bằng 180° .



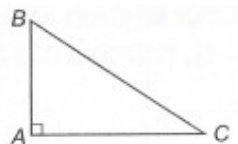
$$\Delta ABC \text{ có } \hat{A} + \hat{B} + \hat{C} = 180^\circ$$

Áp dụng vào tam giác vuông

Định nghĩa: Tam giác vuông là tam giác có một góc vuông.

Định lý: Trong một tam giác vuông, hai góc nhọn phụ nhau. Tam giác ABC vuông tại A nên $\hat{B} + \hat{C} = 90^\circ$.

Khi đó, hai góc nhọn được gọi là phụ nhau.

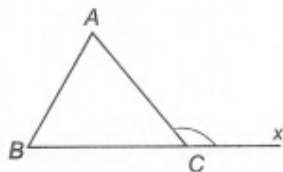


$$\Delta ABC \text{ vuông tại } A \Rightarrow \hat{B} + \hat{C} = 90^\circ$$

Góc ngoài của tam giác

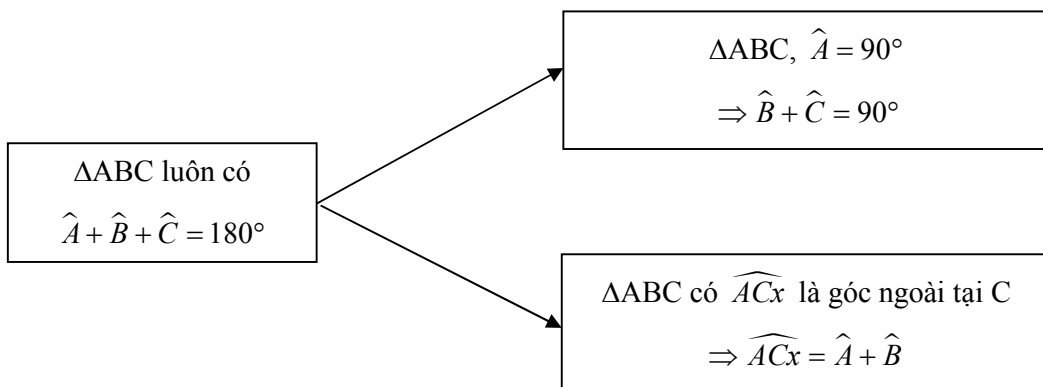
Định nghĩa: Góc ngoài của tam giác là góc kề bù với một góc của tam giác ấy.

Tính chất: Mỗi góc ngoài của một tam giác bằng tổng hai góc trong không kề với nó.



$$\Delta ABC \text{ có } \widehat{ACx} \text{ là góc ngoài đỉnh } C \Rightarrow \widehat{ACx} = \hat{A} + \hat{B}$$

SƠ ĐỒ HỆ THỐNG HÓA



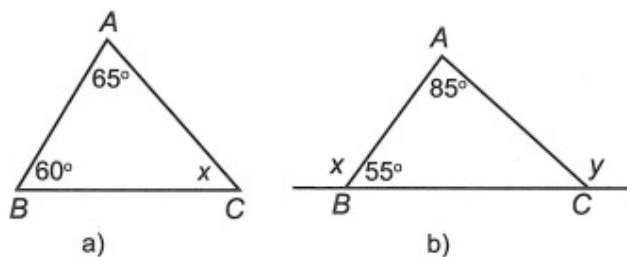
II. CÁC DẠNG BÀI TẬP

Dạng 1: Tính số đo của một góc, so sánh các góc

Phương pháp giải

- Sử dụng định lý tổng ba góc trong một tam giác và các định lý về góc khác.
- Lưu ý cách giải của một số dạng toán quen thuộc như tổng - hiệu, tổng - tỷ, tính chất của tỷ lệ thức và dãy tỷ số bằng nhau.

Ví dụ: Tính số đo x, y trong các hình vẽ sau:



Hướng dẫn giải

a) Áp dụng định lý về tổng ba góc của một tam giác.

a) Xét $\triangle ABC$ có $\hat{A} + \hat{B} + \hat{C} = 180^\circ$

$$65^\circ + 60^\circ + \hat{C} = 180^\circ$$

$$\Rightarrow \hat{C} = 180^\circ - 65^\circ - 60^\circ = 55^\circ$$

b) Áp dụng định lý về góc ngoài của tam giác.

b) Xét $\triangle ABC$ có y là góc ngoài tại đỉnh C.

$$\text{Suy ra } y = \hat{A} + \hat{B} = 85^\circ + 55^\circ = 140^\circ.$$

$$\text{Lại có } x + \hat{B} = 180^\circ \text{ (hai góc kề bù).}$$

$$\text{Suy ra } x = 180^\circ - \hat{B} = 180^\circ - 55^\circ = 125^\circ.$$

Ví dụ mẫu

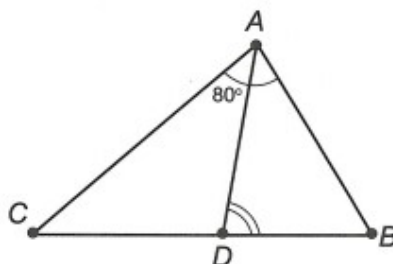
Ví dụ 1. Cho tam giác ABC có $\hat{A} = 80^\circ$ và $\hat{B} - \hat{C} = 20^\circ$.

a) Tính số đo các góc B, C của $\triangle ABC$.

b) Gọi AD là tia phân giác của $\hat{A}$. Tính số đo của $\widehat{ADB}$.

Hướng dẫn giải

a) Xét $\triangle ABC$ có $\hat{A} + \hat{B} + \hat{C} = 180^\circ$.



Theo giả thiết $\hat{A} = 80^\circ$ nên $\hat{B} + \hat{C} = 100^\circ$.

Mặt khác $\hat{B} - \hat{C} = 20^\circ$ (giả thiết).

Suy ra: $\widehat{B} = \frac{100^\circ + 20^\circ}{2} = 60^\circ$.

$\Rightarrow \widehat{C} = \widehat{B} - 20^\circ = 60^\circ - 20^\circ = 40^\circ$.

b) Do AD là tia phân giác góc $\widehat{A}$ nên $\widehat{BAD} = \widehat{DAC} = \frac{1}{2}\widehat{A} = \frac{1}{2}.80^\circ = 40^\circ$.

Xét $\triangle ACD$ có $\widehat{ADB}$ là góc ngoài đỉnh D nên $\widehat{ADB} = \widehat{DAC} + \widehat{ACD} = 40^\circ + 40^\circ = 80^\circ$

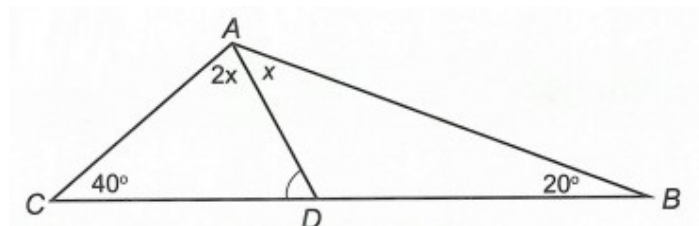
Ví dụ 2. Cho $\triangle ABC$ có $\widehat{B} = 20^\circ, \widehat{C} = 40^\circ$.

a) Tam giác ABC là tam giác gì?

b) Gọi AD là tia nằm giữa hai tia AB và AC . Biết $\widehat{CAD} = 2.\widehat{BAD}$.

Tính số đo của $\widehat{CDA}$.

Hướng dẫn giải



a) Xét $\triangle ABC$ có $\widehat{A} + \widehat{B} + \widehat{C} = 180^\circ$

$$\Rightarrow \widehat{A} = 180^\circ - (\widehat{B} + \widehat{C}) = 180^\circ - (20^\circ + 40^\circ) = 120^\circ.$$

Do $\widehat{A} > 90^\circ$ nên tam giác ABC là tam giác có một góc tù.

b) Theo giả thiết, ta có $\widehat{CAD} = 2.\widehat{BAD}$

$$\Rightarrow \frac{\widehat{BAD}}{\widehat{CAD}} = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{\widehat{BAD}}{\widehat{BAD} + \widehat{CAD}} = \frac{1}{1+2} \Rightarrow \frac{\widehat{BAD}}{\widehat{A}} = \frac{1}{3} \Rightarrow \widehat{BAD} = \frac{1}{3}\widehat{A} = \frac{1}{3}.120^\circ = 40^\circ.$$

Xét $\triangle ADB$ có $\widehat{ADC}$ là góc ngoài đỉnh D nên $\widehat{ADC} = \widehat{BAD} + \widehat{ABD} \Rightarrow \widehat{ADC} = 40^\circ + 20^\circ = 60^\circ$.

Bài tập tự luyện dạng 1

Câu 1: Tam giác ABC có số đo $\widehat{A} = 75^\circ, \widehat{B} = 45^\circ$. Góc C có số đo bằng

- A. $\widehat{C} = 90^\circ$. B. $\widehat{C} = 60^\circ$. C. $\widehat{C} = 45^\circ$. D. $\widehat{C} = 75^\circ$.

Câu 2: Cho tam giác ABC vuông tại B . Kết luận nào sau đây là **sai**?

- A. $\widehat{ABC} = 90^\circ$. B. $\widehat{A} + \widehat{C} = 90^\circ$. C. $\widehat{B} - \widehat{C} = 90^\circ$. D. $\widehat{C} = 90^\circ - \widehat{A}$.

Câu 3: Cho tam giác MNP có $\widehat{M} = 80^\circ$. Biết $\widehat{N} - \widehat{P} = 40^\circ$. Số đo của $\widehat{N}$ bằng

- A. $\widehat{N} = 75^\circ$. B. $\widehat{N} = 45^\circ$. C. $\widehat{N} = 70^\circ$. D. $\widehat{N} = 60^\circ$.

Câu 4: Kết luận nào sau đây là đúng?

- A. Một tam giác chỉ có tối đa hai góc nhọn.
B. Một tam giác chỉ có nhiều nhất một góc tù.

C. Trong một tam giác, có ít nhất hai góc có số đo nhỏ hơn 60° .

D. Trong một tam giác, số đo của mỗi góc luôn nhỏ hơn tổng số đo các góc còn lại.

Câu 5: Cho tam giác ABC có $\widehat{A} = 75^\circ$ và $\widehat{B} = 2\widehat{C}$. Số đo của góc C bằng

A. $\widehat{C} = 70^\circ$.

B. $\widehat{C} = 35^\circ$.

C. $\widehat{C} = 40^\circ$.

D. $\widehat{C} = 50^\circ$.

Câu 6: Cho tam giác ABC có $\widehat{A} = 75^\circ$. Biết góc B có số đo lớn hơn số đo góc C là 15° .

a) Tính số đo các góc B và C của tam giác ABC .

b) Gọi BD là tia phân giác của $\widehat{ABC}$ với $D \in AC$. Tính số đo của $\widehat{ADB}$.

Câu 7: Cho tam giác ABC có AD, BE lần lượt là tia phân giác trong các góc A, B ($D \in BC; E \in CA$).

Biết AD cắt BE tại K và $\widehat{AKB} = 110^\circ, \widehat{KAC} = 30^\circ$. Tính số đo các góc A, B, C của tam giác ABC .

Câu 8: Cho tam giác ABC . Tính số đo các góc còn lại của tam giác biết

A. $\widehat{A} = 96^\circ$ và $\widehat{C} = 32^\circ$.

B. $\widehat{A} : \widehat{B} : \widehat{C} = 2 : 7 : 1$.

C. $\widehat{B} = 75^\circ$ và $\widehat{A} : \widehat{C} = 3 : 2$

Dạng 2: Các bài toán chứng minh góc



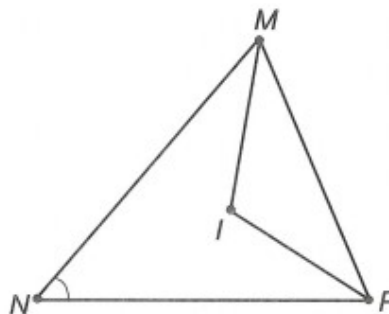
Phương pháp giải

Sử dụng linh hoạt các tính chất về góc của một tam giác, góc ngoài tại một đỉnh hay tính chất tia phân giác của góc.

Ví dụ: Cho tam giác MNP . Các đường phân giác trong các góc M, P cắt nhau tại I.

Chứng minh rằng: $\widehat{MIP} = 90^\circ + \frac{\widehat{MNP}}{2}$

Hướng dẫn giải



Bước 1. Áp dụng tính chất tổng ba góc trong tam giác, tính góc trong yêu cầu của bài toán.

Xét ΔMIP có $\widehat{MIP} + \widehat{IMP} + \widehat{IPM} = 180^\circ$

$$\Rightarrow \widehat{MIP} = 180^\circ - (\widehat{IMP} + \widehat{IPM})$$

Lại có:

$$\widehat{IMP} = \frac{1}{2} \widehat{NMP} \text{ (do MI là phân giác của } \widehat{NMP} \text{)}.$$

$$\widehat{IPM} = \frac{1}{2} \widehat{NPM} \text{ (do PI là phân giác của } \widehat{NPM} \text{)}.$$

Bước 2. Kết hợp tính chất đường phân giác để chứng minh hệ thức.

$$\text{Suy ra } \widehat{MIP} = 180^\circ - \frac{1}{2} \cdot (\widehat{NMP} + \widehat{NPM}). \quad (1)$$

Mặt khác, xét $\triangle MNP$ có

$$\widehat{MNP} + \widehat{NMP} + \widehat{NPM} = 180^\circ$$

$$\Rightarrow \widehat{NMP} + \widehat{NPM} = 180^\circ - \widehat{MNP} \quad (2)$$

Thế (2) vào (1), ta được

$$\widehat{MIP} = 180^\circ - \frac{1}{2} \cdot (180^\circ - \widehat{MNP})$$

$$\Rightarrow \widehat{MIP} = 180^\circ - 90^\circ + \frac{1}{2} \cdot \widehat{MNP}$$

$$\Rightarrow \widehat{MIP} = 90^\circ + \frac{\widehat{MNP}}{2} \text{ (điều phải chứng minh)}$$

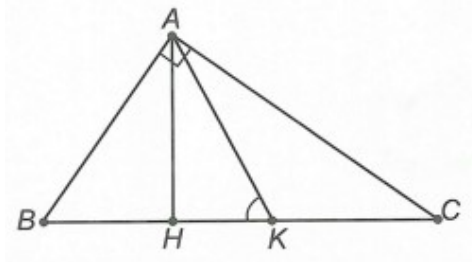
Ví dụ mẫu

Ví dụ. Cho tam giác ABC vuông tại A và $AH \perp BC$ ($H \in BC$).

a) Chứng minh $\widehat{BAH} = \widehat{BCA}$.

b) Tia phân giác của $\widehat{CAH}$ cắt CH tại K. Chứng minh $\widehat{AKB} = \widehat{BAK}$

Hướng dẫn giải



a) Xét $\triangle ABC$ có $\widehat{BAC} = 90^\circ \Rightarrow \widehat{ABC} + \widehat{ACB} = 90^\circ$.

Xét $\triangle ABH$ có $\widehat{AHB} = 90^\circ \Rightarrow \widehat{ABH} + \widehat{BAH} = 90^\circ$.

Suy ra $\widehat{ABC} + \widehat{ACB} = \widehat{ABH} + \widehat{BAH} (= 90^\circ)$

$\Rightarrow \widehat{ACB} = \widehat{BAH}$ (điều phải chứng minh).

b) Ta có AK là tia phân giác của $\widehat{CAH}$ nên $\widehat{CAK} = \widehat{KAH} = \frac{1}{2} \widehat{CAH}$.

Mà $\widehat{ACB} = \widehat{BAH}$ (chứng minh câu a) nên suy ra

$$\widehat{ACB} + \widehat{CAK} = \widehat{BAH} + \widehat{KAH}$$

$$\Rightarrow \widehat{ACB} + \widehat{CAK} = \widehat{BAK} \quad (1).$$

Mặt khác $\widehat{AKB}$ là góc ngoài đỉnh K của $\triangle AKC$ nên

$$\widehat{AKB} = \widehat{ACK} + \widehat{CAK} \text{ hay } \widehat{AKB} = \widehat{ACB} + \widehat{CAK} \quad (2)$$

Từ (1) và (2) ta có $\widehat{AKB} = \widehat{BAK}$ (điều phải chứng minh)

Bài tập tự luyện dạng 2

Câu 1: Cho tam giác ABC vuông tại A . Kẻ AH vuông góc với BC ($H \in BC$). Các tia phân giác góc ABC và góc HAC cắt nhau tại I . Chứng minh rằng $\widehat{AIB} = 90^\circ$.

Câu 2: Cho tam giác ABC có BD , CE lần lượt là tia phân giác các góc B , C . Gọi I là giao điểm của BD và CE .

a) Chứng minh rằng $\widehat{BIC} = 90^\circ + \frac{\widehat{A}}{2}$.

b) Biết $\widehat{BAC} = 60^\circ$. Tính số đo của $\widehat{BIE}$.

c) Tính số đo của $\widehat{BIC}$ biết số đo góc $\widehat{BAC}$ là trung bình cộng của hai góc $\widehat{ABC}$, $\widehat{ACB}$.

Câu 3: Cho tam giác ABC và đường cao AH ($H \in BC$). Biết rằng $\widehat{BAH} = \widehat{BCA}$.

a) Chứng minh rằng tam giác ABC là tam giác vuông.

b) Biết rằng số đo góc $\widehat{ABC}$ bằng trung bình cộng của hai góc $\widehat{BAC}$, $\widehat{ACB}$. Tính số đo các góc của tam giác ABC .

ĐÁP ÁN

Dạng 1. Tính số đo của một góc, so sánh các góc

ĐÁP ÁN TRẮC NGHIỆM

1-B	2-C	3-C	4-B	5-B					
-----	-----	-----	-----	-----	--	--	--	--	--

Câu 1: Xét $\triangle ABC$ có $\widehat{A} + \widehat{B} + \widehat{C} = 180^\circ \Rightarrow \widehat{C} = 180^\circ - (\widehat{A} + \widehat{B}) = 180^\circ - (75^\circ + 45^\circ) = 60^\circ$.

Câu 2: Vì tam giác ABC vuông tại B nên $\widehat{B} = 90^\circ$ (A đúng); $\widehat{A} + \widehat{C} = 90^\circ$ (B và D đúng).

C. $\widehat{B} - \widehat{C} = 90^\circ$ sai vì $\widehat{B} = 90^\circ$ nên $\widehat{B} - \widehat{C} < 90^\circ$.

Câu 3: Xét $\triangle MNP$ có $\widehat{M} + \widehat{N} + \widehat{P} = 180^\circ \Rightarrow \widehat{N} + \widehat{P} = 180^\circ - \widehat{M} = 180^\circ - 80^\circ = 100^\circ$.

Mặt khác $\widehat{N} - \widehat{P} = 40^\circ$. Suy ra $\widehat{N} = \frac{100^\circ + 40^\circ}{2} = 70^\circ$.

Câu 4:

A. Sai vì luôn tồn tại tam giác có ba góc nhọn. Ví dụ tam giác có ba góc bằng 60° .

B. Đúng. Giả sử tam giác có nhiều hơn 1 góc tù. Khi đó tổng ba góc trong tam giác lớn hơn 180° (mâu thuẫn với định lý tổng 3 góc trong tam giác). Vậy trong tam giác có nhiều nhất một góc tù.

C. Sai. Thật vậy xét tam giác ABC có $\widehat{A} < 60^\circ, \widehat{B} < 60^\circ, \widehat{C} < 60^\circ$. Khi đó $\widehat{A} + \widehat{B} + \widehat{C} < 180^\circ$ (mâu thuẫn với định lý tổng 3 góc trong tam giác).

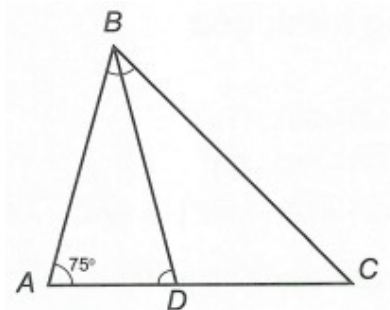
D. Sai. Thậy vậy, xét $\triangle ABC$ có $\widehat{A}$ tù. Khi đó góc ngoài $\widehat{A}_1$ tại A là góc nhọn. Ta có $\widehat{A} < \widehat{B} + \widehat{C} = \widehat{A}_1$ (mâu thuẫn vì góc tù luôn lớn hơn góc nhọn).

Câu 5: $\triangle ABC$ có $\widehat{A} + \widehat{B} + \widehat{C} = 180^\circ \Rightarrow \widehat{B} + \widehat{C} = 180^\circ - \widehat{A} = 180^\circ - 75^\circ = 105^\circ$.

Mặt khác $\widehat{B} = 2\widehat{C}$ nên $2\widehat{C} + \widehat{C} = 105^\circ \Rightarrow 3\widehat{C} = 105^\circ \Rightarrow \widehat{C} = 35^\circ$.

BÀI TẬP TỰ LUẬN

Câu 6:

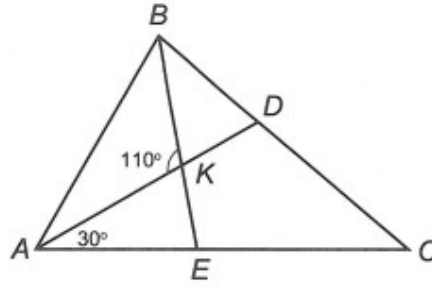


a) Xét $\triangle ABC$ có $\widehat{A} + \widehat{B} + \widehat{C} = 180^\circ \Rightarrow \widehat{B} + \widehat{C} = 180^\circ - \widehat{A} = 180^\circ - 75^\circ = 105^\circ$.

Mà $\widehat{B} - \widehat{C} = 15^\circ$ (giả thiết) nên $\widehat{B} = \frac{105^\circ + 15^\circ}{2} = 60^\circ, \widehat{C} = 105^\circ - 60^\circ = 45^\circ$.

b) Do BD là tia phân giác góc ABC nên $\widehat{ABD} = \widehat{DBC} = \frac{1}{2} \widehat{ABC} = \frac{1}{2} \cdot 60^\circ = 30^\circ$.

Xét $\triangle BCD$ có $\widehat{ADB}$ là góc ngoài đỉnh D nên $\widehat{ADB} = \widehat{DBC} + \widehat{DCB} = 30^\circ + 45^\circ = 75^\circ$.

Câu 7:

Ta có $\widehat{KAC} = 30^\circ$

Do AK là phân giác của $\widehat{BAC}$ nên $\widehat{KAB} = \widehat{KAC} = 30^\circ$ và $\widehat{BAC} = 2.\widehat{KAC} = 2.30^\circ = 60^\circ$.

Xét $\triangle ABK$ có $\widehat{KAB} + \widehat{KBA} + \widehat{AKB} = 180^\circ \Rightarrow 30^\circ + \widehat{KBA} + 110^\circ = 180^\circ \Rightarrow \widehat{KBA} = 180^\circ - (30^\circ + 110^\circ) = 40^\circ$

Mà BK là phân giác của $\widehat{ABC}$ nên $\widehat{ABC} = 2.\widehat{ABK} = 2.40^\circ = 80^\circ$.

Xét $\triangle ABC$ có $\widehat{A} + \widehat{B} + \widehat{C} = 180^\circ \Rightarrow 60^\circ + 80^\circ + \widehat{C} = 180^\circ \Rightarrow \widehat{C} = 180^\circ - (60^\circ + 80^\circ) = 40^\circ$.

Vậy $\triangle ABC$ có $\widehat{A} = 60^\circ$, $\widehat{B} = 80^\circ$, $\widehat{C} = 40^\circ$.

Câu 8: Xét $\triangle ABC$ có $\widehat{A} + \widehat{B} + \widehat{C} = 180^\circ$.

a) Có $\widehat{A} = 96^\circ$, $\widehat{C} = 32^\circ$ nên $\widehat{B} = 180^\circ - (\widehat{A} + \widehat{C}) = 180^\circ - (96^\circ + 32^\circ) = 52^\circ$.

b) Theo giả thiết $\widehat{A} : \widehat{B} : \widehat{C} = 2 : 7 : 1 \Rightarrow \frac{\widehat{A}}{2} = \frac{\widehat{B}}{7} = \frac{\widehat{C}}{1}$.

Áp dụng tính chất dãy tỉ số bằng nhau, ta có: $\frac{\widehat{A}}{2} = \frac{\widehat{B}}{7} = \frac{\widehat{C}}{1} = \frac{\widehat{A} + \widehat{B} + \widehat{C}}{2 + 7 + 1} = \frac{180^\circ}{10} = 18^\circ$

Suy ra $\widehat{A} = 2.18^\circ = 36^\circ$; $\widehat{B} = 7.18^\circ = 126^\circ$; $\widehat{C} = 1.18^\circ = 18^\circ$.

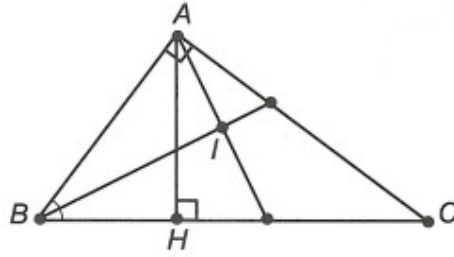
c) Do $\widehat{B} = 75^\circ$ nên ta có $\widehat{A} + \widehat{C} = 180^\circ - 75^\circ = 105^\circ$.

Từ giả thiết $\widehat{A} : \widehat{C} = 3 : 2 \Rightarrow \frac{\widehat{A}}{3} = \frac{\widehat{C}}{2}$.

Áp dụng tính chất dãy tỉ số bằng nhau, ta có: $\frac{\widehat{A}}{3} = \frac{\widehat{C}}{2} = \frac{\widehat{A} + \widehat{C}}{3 + 2} = \frac{105^\circ}{5} = 21^\circ$

Suy ra $\widehat{A} = 3.21^\circ = 63^\circ$; $\widehat{C} = 2.21^\circ = 42^\circ$.

Dạng 2. Các bài toán chứng minh góc**Câu 1:**



Xét $\triangle ABC$ vuông tại A có $\widehat{ABC} + \widehat{ACB} = 90^\circ$. (1)

Xét $\triangle AHC$ vuông tại H có $\widehat{HAC} + \widehat{ACH} = 90^\circ$. (2)

Từ (1) và (2), ta có $\widehat{HAC} + \widehat{ACH} = \widehat{ABC} + \widehat{ACB} (= 90^\circ) \Rightarrow \widehat{HAC} = \widehat{ABC}$.

Lại có $\widehat{ABI} = \frac{1}{2} \widehat{ABC}$ (do BI là phân giác của $\widehat{ABC}$); $\widehat{HAI} = \frac{1}{2} \widehat{HAC}$ (do AI là phân giác của $\widehat{HAC}$).

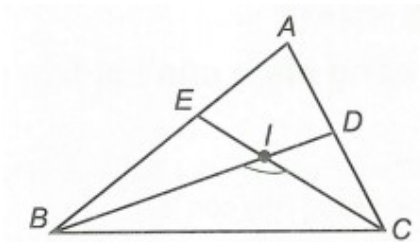
Suy ra $\widehat{ABI} + \widehat{HAI} = \frac{1}{2} \widehat{ABC} + \frac{1}{2} \widehat{HAC} = \widehat{HAC}$ (do $\widehat{HAC} = \widehat{ABC}$).

Xét $\triangle ABI$ có: $\widehat{ABI} + \widehat{IAB} = \widehat{ABI} + \widehat{IAH} + \widehat{HAB} = \widehat{HAC} + \widehat{HAB} = \widehat{BAC} = 90^\circ$.

Mà $\widehat{ABI} + \widehat{IAB} + \widehat{AIB} = 180^\circ$.

Suy ra $\widehat{AIB} = 180^\circ - (\widehat{ABI} + \widehat{IAB}) = 180^\circ - 90^\circ = 90^\circ$ (điều phải chứng minh).

Câu 2:



a) Ta có $\widehat{IBA} = \widehat{IBC} = \frac{1}{2} \widehat{B}$ (do BI là tia phân giác $\widehat{B}$), $\widehat{ICA} = \widehat{ICB} = \frac{1}{2} \widehat{C}$ (do CI là tia phân giác $\widehat{C}$).

Xét $\triangle IBC$ có $\widehat{BIC} + \widehat{IBC} + \widehat{ICB} = 180^\circ$.

Suy ra $\widehat{BIC} = 180^\circ - (\widehat{IBC} + \widehat{ICB}) = 180^\circ - \left(\frac{1}{2} \widehat{B} + \frac{1}{2} \widehat{C} \right) = 180^\circ - \frac{1}{2} (\widehat{B} + \widehat{C})$ (1)

Xét $\triangle ABC$ có $\widehat{A} + \widehat{B} + \widehat{C} = 180^\circ \Rightarrow \widehat{B} + \widehat{C} = 180^\circ - \widehat{A}$ (2)

Thế (2) vào (1) ta có:

$\widehat{BIC} = 180 - \frac{1}{2} (180^\circ - \widehat{A}) = 180^\circ - 90^\circ + \frac{1}{2} \widehat{A} = 90^\circ + \frac{1}{2} \widehat{A}$ (điều phải chứng minh).

b) Từ chứng minh câu a, ta có: $\widehat{BIC} = 90^\circ + \frac{1}{2} \widehat{BAC} = 90^\circ + \frac{1}{2} \cdot 60^\circ = 120^\circ$.

Mà ta có $\widehat{BIE} + \widehat{BIC} = 180^\circ$ (hai góc kề bù). Suy ra $\widehat{BIE} = 180^\circ - \widehat{BIC} = 180^\circ - 120^\circ = 60^\circ$.

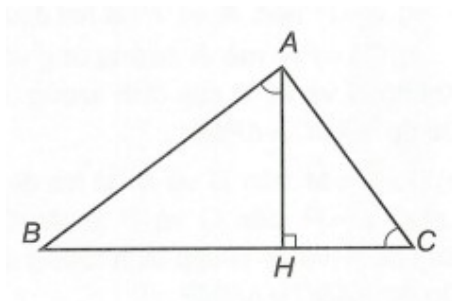
c) Do $\widehat{BAC}$ có số đo là trung bình cộng số đo của $\widehat{ABC}$ và $\widehat{ACB}$ nên

$$\widehat{BAC} = \frac{1}{2}(\widehat{ABC} + \widehat{ACB}) \text{ hay } \hat{B} + \hat{C} = 2.\hat{A}$$

$$\text{Mà } \hat{A} + \hat{B} + \hat{C} = 180^\circ \text{ nên } 3.\hat{A} = 180^\circ \Rightarrow \hat{A} = \frac{180^\circ}{3} = 60^\circ.$$

$$\text{Áp dụng chứng minh ở ý a ta có: } \widehat{BIC} = 90^\circ + \frac{\hat{A}}{2} = 90^\circ + \frac{60^\circ}{2} = 120^\circ.$$

Câu 3:



a) Xét $\triangle AHC$ vuông tại H có $\widehat{HAC} + \widehat{HCA} = 90^\circ$ (1)

Theo giả thiết, ta có $\widehat{BAH} = \widehat{BCA}$ hay $\widehat{HAB} = \widehat{HCA}$

Theo (1), ta có: $\widehat{HAC} + \widehat{HAB} = 90^\circ \Rightarrow \widehat{BAC} = 90^\circ \Rightarrow AB \perp AC$.

Vậy tam giác ABC vuông tại A .

b) Do số đo góc $\widehat{ABC}$ bằng trung bình cộng của hai góc $\widehat{BAC}$, $\widehat{ACB}$ nên ta có

$$\widehat{ABC} = \frac{\hat{A} + \hat{C}}{2} = \frac{90^\circ + \hat{C}}{2}. \quad (2)$$

Tam giác ABC vuông tại A nên $\hat{B} + \hat{C} = 90^\circ \Rightarrow \hat{B} = 90^\circ - \hat{C}. \quad (3)$

Từ (2) và (3) ta có: $\frac{90^\circ + \hat{C}}{2} = 90^\circ - \hat{C}.$

Giải phương trình ta tìm được $\hat{C} = 30^\circ$. Khi đó, ta có $\hat{B} = 90^\circ - \hat{C} = 90^\circ - 30^\circ = 60^\circ$.

Vậy $\triangle ABC$ có $\hat{A} = 90^\circ$; $\hat{B} = 60^\circ$; $\hat{C} = 30^\circ$.