

CHƯƠNG 1: ĐƯỜNG THẲNG VUÔNG GÓC. ĐƯỜNG THẲNG SONG SONG

BÀI 5: TỪ VUÔNG GÓC ĐẾN SONG SONG

Mục tiêu

❖ Kiến thức

- + Phát biểu được quan hệ giữa tính vuông góc với tính song song.
- + Phát biểu được tính chất của ba đường thẳng song song.

❖ Kỹ năng

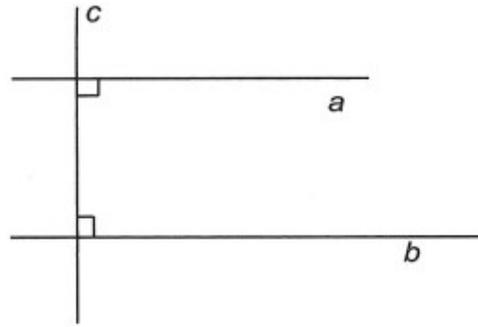
- + Vận dụng được các tính chất để chứng minh bài toán.

I. LÝ THUYẾT TRỌNG TÂM

Quan hệ giữa tính vuông góc với tính song song

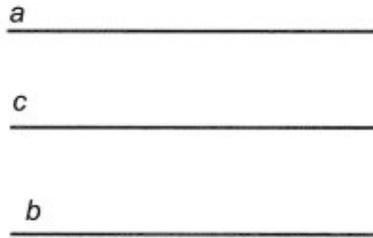
Hai đường thẳng phân biệt cùng vuông góc với một đường thẳng thứ ba thì chúng song song với nhau.

Một đường thẳng vuông góc với một trong hai đường thẳng song song thì nó cũng vuông góc với đường thẳng kia.



$$\begin{cases} a \perp c \\ b \perp c \end{cases} \Rightarrow a \parallel b.$$

$$\begin{cases} a \parallel b \\ c \perp a \end{cases} \Rightarrow c \perp b.$$



$$\begin{cases} a \parallel c \\ b \parallel c \end{cases} \Rightarrow a \parallel b$$

Ba đường thẳng song song

Hai đường thẳng phân biệt cùng song song với đường thẳng thứ ba thì chúng song song với nhau.

II. CÁC DẠNG BÀI TẬP

Dạng 1: Chứng minh hai đường thẳng vuông góc, hai đường thẳng song song

🔧 Phương pháp giải

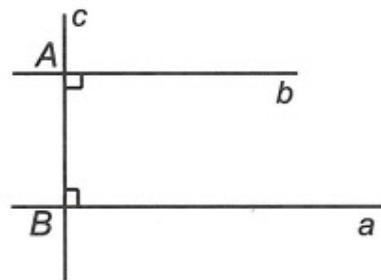
Chứng minh hai đường thẳng song song:

Ngoài sử dụng các dấu hiệu (hai góc so le trong bằng nhau, hai góc đồng vị bằng nhau, hai góc trong cùng phía bù nhau...), ta có thể dựa vào dấu hiệu: hai đường thẳng cùng vuông góc hoặc song song với một đường thẳng thứ ba.

Chứng minh hai đường thẳng vuông góc ta có thể dựa vào:

- Định nghĩa hai đường vuông góc: Hai đường thẳng vuông góc là hai đường thẳng cắt nhau và trong các góc tạo thành có một góc vuông.
- Một đường thẳng vuông góc với một trong hai

Ví dụ 1: Cho hình vẽ:



Chứng minh $a \parallel b$.

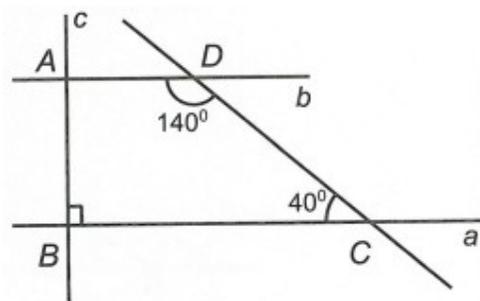
Hướng dẫn giải

Vì hai đường thẳng a và b cùng vuông góc với đường c nên $a \parallel b$.

Ví dụ 2: Cho hình vẽ:

đường thẳng song song thì nó cũng vuông góc với một đường thẳng kia.

- Hai tia phân giác của hai góc kề bù thì vuông góc với nhau.



Chứng minh $b \perp c$.

Hướng dẫn giải

Ta có $\widehat{ADC} + \widehat{BCD} = 140^\circ + 40^\circ = 180^\circ$.

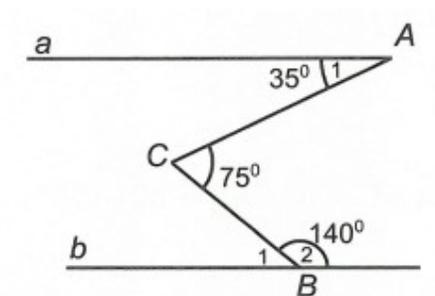
Suy ra $b \parallel a$ (hai góc trong cùng phía bù nhau).

Ta có $\widehat{B} = 90^\circ$ suy ra $c \perp a$.

Mà $b \parallel a$ nên $c \perp b$ (quan hệ giữa tính vuông góc và tính song song).

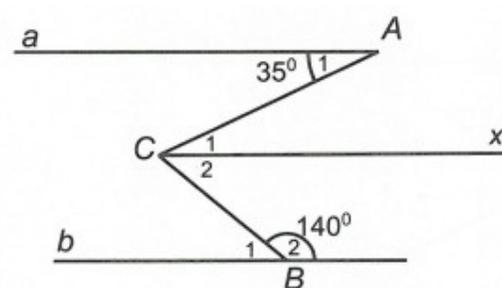
📌 Ví dụ mẫu

Ví dụ 1. Cho hình vẽ:



Chứng minh hai đường thẳng a và b song song với nhau.

Hướng dẫn giải



Ta có $\widehat{B}_1 + \widehat{B}_2 = 180^\circ$ (hai góc kề bù).

Mà $\widehat{B}_2 = 140^\circ$ nên $\widehat{B}_1 = 180^\circ - \widehat{B}_2 = 180^\circ - 140^\circ = 40^\circ$.

Vẽ tia Cx trong góc \widehat{ACB} sao cho $Cx \parallel a$

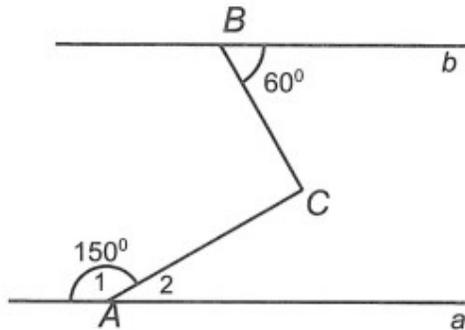
$\Rightarrow \widehat{A}_1 = \widehat{C}_1 = 35^\circ$ (hai góc so le trong bằng nhau).

Mặt khác $\widehat{ACB} = \widehat{C}_1 + \widehat{C}_2 \Rightarrow \widehat{C}_2 = \widehat{ACB} - \widehat{C}_1 = 75^\circ - 35^\circ = 40^\circ$.

Do đó $\widehat{B}_1 = \widehat{C}_2 = 40^\circ$ suy ra $Cx // b$ (hai góc so le trong bằng nhau).

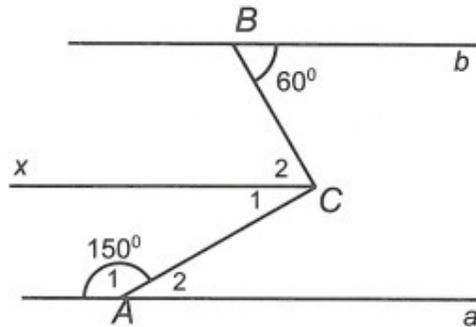
Vậy $a // b$ (hai đường thẳng cùng song song với đường thẳng thứ ba).

Ví dụ 2. Cho hình vẽ:



Biết $\widehat{A}_1 = 150^\circ$, $\widehat{B} = 60^\circ$ và $a // b$. Chứng minh rằng $AC \perp BC$.

Hướng dẫn giải



Ta có $\widehat{A}_1 + \widehat{A}_2 = 180^\circ$ (hai góc kề bù) $\Rightarrow \widehat{A}_2 = 180^\circ - \widehat{A}_1 = 180^\circ - 150^\circ = 30^\circ$.

Từ C kẻ đường thẳng $Cx // a // b$ (Cx nằm trong \widehat{ACB}).

Ta có $Cx // b$ nên $\widehat{C}_2 = \widehat{B} = 60^\circ$ (hai góc so le trong);

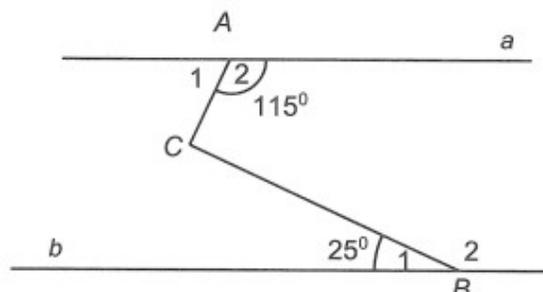
$Cx // a$ nên $\widehat{C}_1 = \widehat{A}_2 = 30^\circ$ (hai góc so le trong).

Mà tia Cx nằm giữa CA và CB nên $\widehat{ACB} = \widehat{ACx} + \widehat{BCx} = \widehat{C}_1 + \widehat{C}_2 = 60^\circ + 30^\circ = 90^\circ$.

Vậy $AC \perp BC$.

Bài tập tự luyện dạng 1

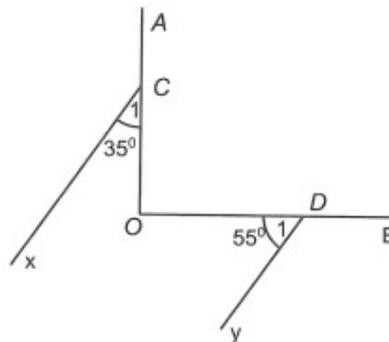
Câu 1: Cho hình vẽ:



Biết $a // b$, $\widehat{A}_2 = 115^\circ$, $\widehat{B}_1 = 25^\circ$. Chứng minh $AC \perp BC$.

Câu 2: Cho góc \widehat{AOB} . Trên OA , OB lần lượt lấy C và D . Vẽ ngoài góc \widehat{AOB} hai tia Cx và tia Dy sao cho $Cx // Dy$. Biết $\widehat{OCx} = 35^\circ$, $\widehat{ODy} = 55^\circ$ (như hình vẽ dưới).

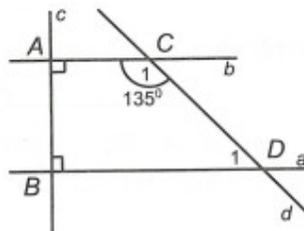
Chứng minh $OA \perp OB$.



Dạng 2: Tính góc

📌 Phương pháp giải

Ví dụ 1: Cho hình vẽ:



Biết $\widehat{C} = 135^\circ$. Xác định số đo của các góc \widehat{D}_1 .

Hướng dẫn giải

Ta có $c \perp a$, $c \perp b$ (giả thiết) suy ra $a // b$ (vì cùng vuông góc với c).

Do đó $\widehat{C}_1 + \widehat{D}_1 = 180^\circ$ (hai góc trong cùng phía).

Suy ra $\widehat{D}_1 = 180^\circ - \widehat{C}_1 = 180^\circ - 135^\circ = 45^\circ$.

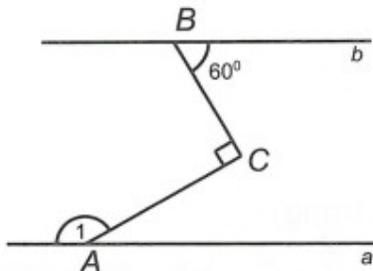
Vậy $\widehat{D}_1 = 45^\circ$.

Bước 1. Chứng minh hai đường thẳng vuông góc hoặc song song.

Bước 2. Sử dụng tính chất các cặp góc đối đỉnh, các góc kề bù nhau, các góc tạo bởi một đường thẳng cắt hai đường thẳng song song... để tính góc.

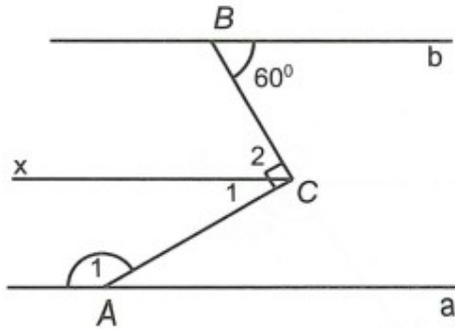
📌 Ví dụ mẫu

Ví dụ 1. Cho hình vẽ:



Biết $a // b$ và $\widehat{B} = 60^\circ$. Xác định số đo của góc \widehat{A}_1 .

Hướng dẫn giải



Trong góc \widehat{ACB} vẽ tia $Cx//a$, khi đó $Cx//b$ (vì $a//b$).

Suy ra $\widehat{C}_2 = \widehat{B} = 60^\circ$ (hai góc so le trong).

Vì tia Cx nằm giữa tia CA và tia CB nên $\widehat{ACB} = \widehat{C}_1 + \widehat{C}_2$.

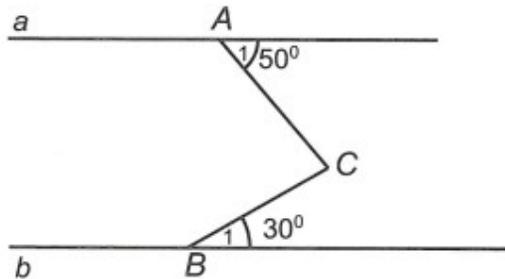
Suy ra $\widehat{C}_1 = \widehat{ACB} - \widehat{C}_2 = 90^\circ - 60^\circ = 30^\circ$.

Ta có $Cx//a$ nên $\widehat{C}_1 + \widehat{A}_1 = 180^\circ$ (hai góc trong cùng phía)

$\Rightarrow \widehat{A}_1 = 180^\circ - \widehat{C}_1 = 180^\circ - 30^\circ = 150^\circ$.

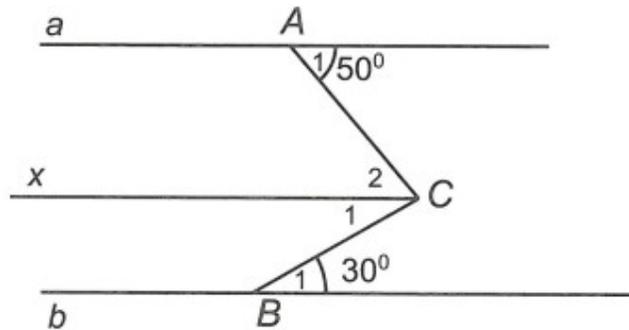
Vậy $\widehat{A}_1 = 150^\circ$.

Ví dụ 2. Cho hình vẽ:



Biết $a//b$ và $\widehat{A}_1 = 50^\circ$, $\widehat{B}_1 = 30^\circ$. Tính số đo góc \widehat{ACB} .

Hướng dẫn giải



Từ C kẻ đường thẳng $Cx//a$ (Cx nằm trong \widehat{ACB})

Mà $a//b$ nên $Cx//b$.

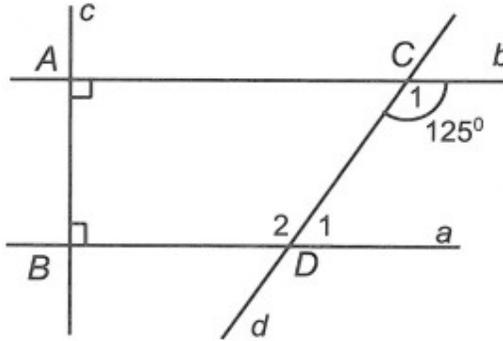
Suy ra $\widehat{BCx} = \widehat{C}_1 = \widehat{B}_1 = 30^\circ$ (hai góc so le trong)

Lại có $Cx \parallel a$ nên $\widehat{ACx} = \widehat{C}_2 = \widehat{A}_1 = 50^\circ$ (hai góc so le trong)

Mà tia Cx nằm giữa CA và CB nên $\widehat{ACB} = \widehat{ACx} + \widehat{BCx} = \widehat{C}_2 + \widehat{C}_1 = 50^\circ + 30^\circ = 80^\circ$.

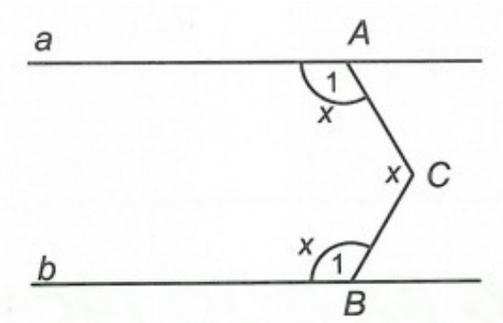
Bài tập tự luyện dạng 2

Câu 1: Cho hình vẽ:



Biết $\widehat{C}_1 = 125^\circ$, $c \perp a$, $c \perp b$. Tính \widehat{D}_1 và \widehat{D}_2 .

Câu 2: Cho hình vẽ:



Biết $a \parallel b$, $\widehat{A}_1 = \widehat{B}_1 = \widehat{C}$. Tìm x .

Câu 3: Cho góc nhọn \widehat{AOB} . Từ M trên tia OA vẽ MN vuông góc với OB ($N \in OB$), từ N vẽ NP vuông góc với OA ($P \in OA$), từ P vẽ PQ vuông góc với OB ($Q \in OB$), từ Q vẽ $QR \perp OA$ ($R \in OA$).

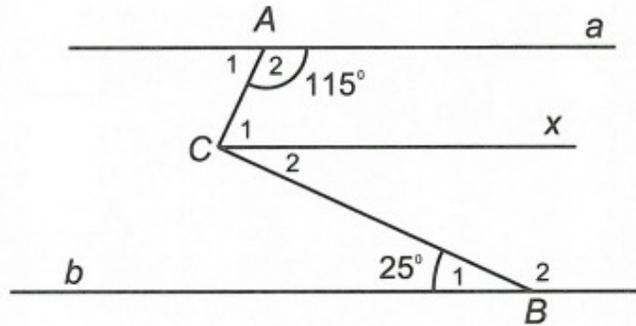
a) Chứng minh $MN \parallel PQ$ và $NP \parallel QR$.

b) Xác định các góc có số đo bằng số đo góc \widehat{PMN} , các góc có số đo bằng số đo \widehat{MNP} biết $\widehat{QOR} + \widehat{RQO} = 90^\circ$.

ĐÁP ÁN

Dạng 1. Chứng minh hai đường thẳng vuông góc, song song

Câu 1.



Từ C kẻ đường thẳng $Cx // a \Rightarrow Cx // b$ (Cx nằm trong \widehat{ACB}).

Vì $Cx // b$ nên $\widehat{BCx} = \widehat{C}_2 = \widehat{B}_1 = 25^\circ$ (hai góc so le trong).

$Cx // a$ nên $\widehat{ACx} + \widehat{A}_2 = 180^\circ$ (hai góc trong cùng phía).

Mà $\widehat{A}_2 = 115^\circ$ nên $\widehat{ACx} = 180^\circ - \widehat{A}_2 \Rightarrow \widehat{ACx} = 180^\circ - 115^\circ = 65^\circ$.

Mặt khác tia Cx nằm giữa CA và CB nên $\widehat{ACB} = \widehat{ACx} + \widehat{BCx} = \widehat{C}_2 + \widehat{C}_1 = 25^\circ + 65^\circ = 90^\circ$.

Vậy $CA \perp CB$.

Câu 2.

Trong góc \widehat{AOB} dựng tia $OM // Cx \Rightarrow OM // Dy$.

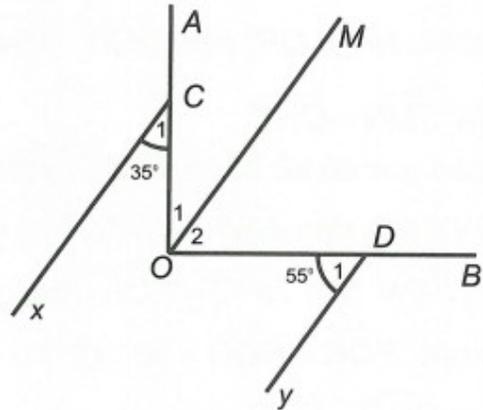
Vì $OM // Cx$ nên $\widehat{C}_1 = \widehat{O}_1$ (hai góc so le trong),

$OM // Dy$ nên $\widehat{D}_1 = \widehat{O}_2$ (hai góc so le trong).

Mặt khác $\widehat{C}_1 = 35^\circ$, $\widehat{D}_1 = 55^\circ$ nên

$\widehat{AOB} = \widehat{O}_1 + \widehat{O}_2 = \widehat{C}_1 + \widehat{D}_1 = 35^\circ + 55^\circ = 90^\circ$.

Vậy $OA \perp OB$.



Dạng 2. Tính góc

Câu 1.

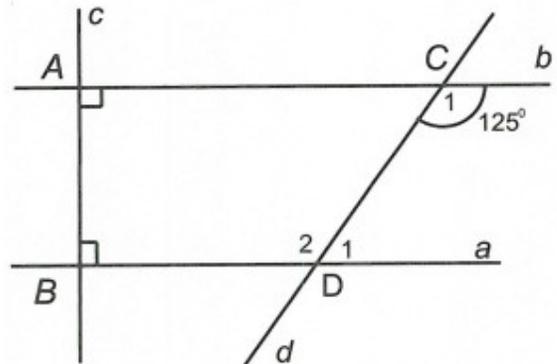
Ta có $c \perp a$, $c \perp b$ (giả thiết) suy $a // b$ (vì cùng vuông góc với c).

Vì $a // b$ nên $\widehat{C}_1 = \widehat{D}_2 = 125^\circ$ (hai góc so le trong),

$\widehat{D}_1 + \widehat{C}_1 = 180^\circ$ (hai góc trong cùng phía).

Suy ra $\widehat{D}_1 = 180^\circ - \widehat{C}_1 = 180^\circ - 125^\circ = 55^\circ$.

Vậy $\widehat{D}_1 = 55^\circ$, $\widehat{D}_2 = 125^\circ$.



Câu 2.

Từ C kẻ tia $Cy // a \Rightarrow Cy // b$ (Cy nằm trong \widehat{ACB}).

Vì $Cy \parallel a$ nên $\widehat{C}_1 = \widehat{A}_2$ (hai góc so le trong),

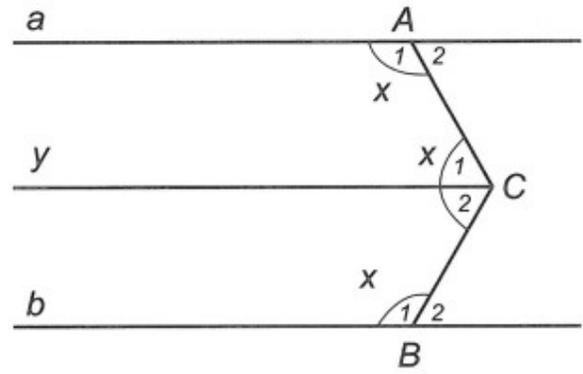
$Cy \parallel b$ nên $\widehat{C}_2 = \widehat{B}_2$ (hai góc so le trong).

Mà $\widehat{A}_1 + \widehat{A}_2 + \widehat{B}_1 + \widehat{B}_2 = 180^\circ + 180^\circ = 360^\circ$ nên

$$\widehat{A}_1 + \widehat{C}_1 + \widehat{B}_1 + \widehat{C}_2 = 360^\circ.$$

Mặt khác $\widehat{A}_1 = \widehat{B}_1 = \widehat{C}_2 + \widehat{C}_1 = x$ nên

$$\widehat{A}_1 + \widehat{C}_1 + \widehat{B}_1 + \widehat{C}_2 = 3x = 360^\circ \Rightarrow x = 120^\circ.$$



Câu 3.

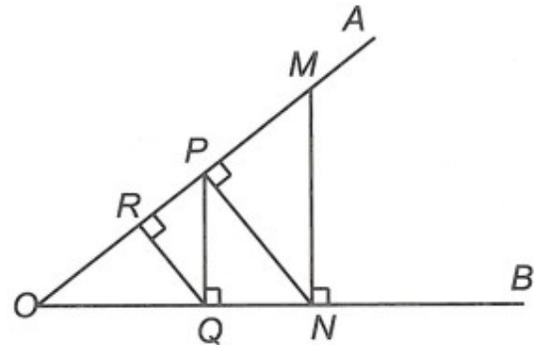
a) $MN \perp OB$, $PQ \perp OB$ (giả thiết) suy ra $MN \parallel PQ$

$NP \perp OA$, $QR \perp OA$ (giả thiết) suy ra $QR \parallel PN$

b) Vì $MN \parallel PQ$ nên $\widehat{PMN} = \widehat{RPQ}$ (hai góc đồng vị);

Lại có $NP \parallel QR$ nên $\widehat{PQR} = \widehat{QPN}$ (hai góc so le trong).

Mà
$$\begin{cases} \widehat{QPR} + \widehat{QPN} = 90^\circ \\ \widehat{OQR} + \widehat{RQP} = 90^\circ \end{cases} \Rightarrow \widehat{RPQ} = \widehat{OQR} \quad \text{hay}$$



$$\widehat{OQR} = \widehat{PMN}$$

Mặt khác $NP \parallel QR$ nên $\widehat{OQR} = \widehat{QNP}$ (hai góc đồng vị).

Suy ra $\widehat{PMN} = \widehat{QNP}$.

Vậy các góc có số bằng số đo \widehat{PMN} là \widehat{QNP} , \widehat{QPR} , \widehat{OQR} .

Vì $MN \parallel PQ$ nên $\widehat{MNP} = \widehat{NPQ}$ (hai góc so le trong bằng nhau);

$QR \parallel PN$ nên $\widehat{NPQ} = \widehat{PQR}$ (hai góc so le trong bằng nhau).

Mặt khác $\widehat{PQR} + \widehat{RQO} = 90^\circ$ ($PQ \perp OB$) và $\widehat{QOR} + \widehat{RQO} = 90^\circ$ (giả thiết).

Suy ra $\widehat{QOR} = \widehat{PQR}$.

Vậy các góc có số đo bằng góc \widehat{MNP} là \widehat{NPQ} , \widehat{PQR} , \widehat{QOR} .