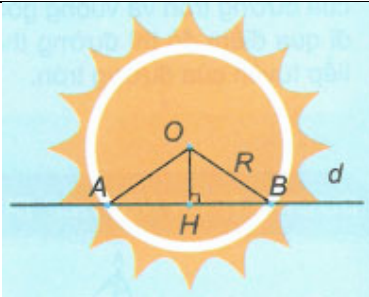
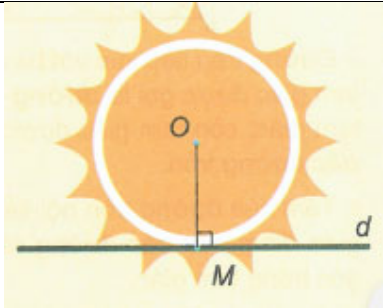
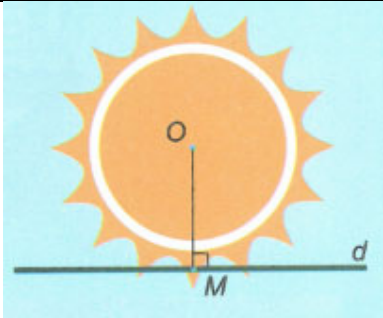
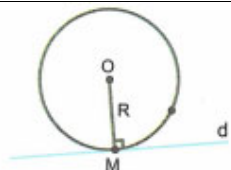
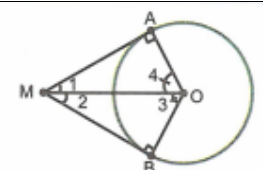
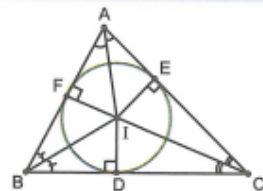
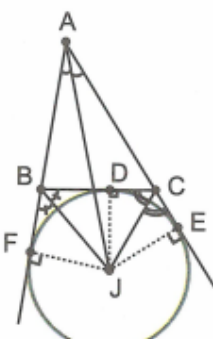


VỊ TRÍ TƯƠNG ĐỐI CỦA ĐƯỜNG THẲNG VÀ ĐƯỜNG TRÒN

A.KIẾN THỨC CẦN NHỚ

Vị trí tương đối	Số điểm chung	Hệ thức giữa d và R	Hình minh họa
Đường thẳng và đường tròn cắt nhau	2	$d(O; d) < R$	 d được gọi là cát tuyến của đường tròn (O).
Đường thẳng và đường tròn tiếp xúc nhau	1	$d(O; d) = R$	 d gọi là tiếp tuyến của (O) và M tiếp điểm.
Đường thẳng và đường tròn không cắt nhau	0	$d(O; d) > R$	

TÍNH CHẤT CỦA TIẾP TUYẾN	TÍNH CHẤT HAI TIẾP TUYẾN CẮT NHAU
--------------------------	-----------------------------------

 • Nếu một đường thẳng là tiếp tuyến của một đường tròn thì nó vuông góc với bán kính đi qua tiếp điểm. • Nếu một đường thẳng đi qua một điểm của đường tròn và vuông góc với bán kính đi qua điểm đó thì đường thẳng ấy là một tiếp tuyến của đường tròn.	 MA và MB là hai tiếp tuyến của đường tròn (O). Khi đó: $\begin{cases} MA = MB \\ \widehat{M_1} = \widehat{M_2} \\ \widehat{O_3} = \widehat{O_4} \end{cases}$
ĐƯỜNG TRÒN NỘI TIẾP TAM GIÁC	ĐƯỜNG TRÒN BÀNG TIẾP TAM GIÁC
 • Đường tròn tiếp xúc với ba cạnh của một tam giác được gọi là đường tròn nội tiếp tam giác, còn tam giác được gọi là ngoại tiếp đường tròn. • Tâm của đường tròn nội tiếp tam giác là giao điểm của các đường phân giác của các góc trong tam giác.	 • Đường tròn tiếp xúc với một cạnh của tam giác và tiếp xúc với các phần kéo dài của hai cạnh kia được gọi là đường tròn bàng tiếp tam giác. • Mỗi tam giác, có ba đường tròn bàng tiếp.

B.CÁC DẠNG BÀI TẬP TỰ LUẬN MINH HỌA

Dạng 1: Nhận biết vị trí tương đối của đường thẳng và đường tròn.

Phương pháp giải: So sánh d và R dựa vào bảng vị trí tương đối của đường thẳng và đường tròn đã nêu trong phần Tóm tắt lý thuyết.

Bài 1: Cho đường tròn tâm O bán kính R , gọi d là khoảng cách từ tâm O đến đường thẳng a . Viết các hệ thức tương ứng giữa d và R vào bảng sau.

Vị trí tương đối của đường thẳng và đường tròn	Số điểm chung	Hệ thức giữa d và R
Đường thẳng và đường tròn cắt nhau	2	
Đường thẳng và đường tròn tiếp xúc nhau	1	
Đường thẳng và đường tròn không giao nhau	0	

Bài 2: Cho đường tròn tâm O bán kính R , gọi d là khoảng cách từ tâm O đến đường thẳng a . Điền vào chỗ trống trong bảng sau.

Vị trí tương đối của đường thẳng và đường tròn	R	d
	8	6
Đường thẳng và đường tròn tiếp xúc nhau		6
	6	8

Bài 3: Điền vào ô trống

Vị trí của đường thẳng và đường tròn	Số Điểm Chung	Hệ thức giữa R và D	Hình Vẽ
Cắt Nhau			
Tiếp Xúc			
Không Giao Nhau			

Bài 4: Vẽ hình theo yêu cầu và xác định vị trí tương đối của đường thẳng và đường tròn

- Vẽ $(O, 5cm)$ đường thẳng (d) cách tâm O $6cm$
- Vẽ $(O, 10cm)$ đường thẳng (k) cách tâm O $7cm$
- Vẽ $(O, 5cm)$ đường thẳng (n) cách tâm O $6cm$
- Vẽ $(O, d = 10cm)$ đường thẳng (m) cách tâm O $5cm$

Dạng 2: Bài tập vận dụng tính chất tiếp tuyến

Bài 5: Cho điểm A thuộc đường tròn $(O; 3cm)$. Trên tiếp tuyến tại A của đường tròn (O) lấy điểm B sao cho $AB = 4cm$. Tính độ dài đoạn thẳng OB

Bài 6: Cho đường tròn $(O; 15cm)$, dây $AB = 24$ cm. Một tiếp tuyến của đường tròn song song với AB cắt các tia OA , OB theo thứ tự ở E , F . Tính độ dài EF .

Bài 7: Cho tam giác cân ABC ($AB = AC$) nội tiếp đường tròn (O) . Chứng minh rằng: BC song song với tiếp tuyến tại A của đường tròn (O)

Dạng 3: Chứng minh tiếp tuyến của đường tròn

Bài 8: Cho tam giác ABC đường cao AH . Chứng minh rằng BC là tiếp tuyến của đường tròn tâm A bán kính AH .

Bài 9: Cho hình thang vuông $ABCD$ ($\widehat{A} = \widehat{B} = 90^\circ$) có O là trung điểm của AB và góc $\widehat{COD} = 90^\circ$. Chứng minh CD là tiếp tuyến của đường tròn đường kính

Bài 10: Cho hình vuông $ABCD$ có cạnh bằng a . Gọi M, N là hai điểm trên các cạnh AB, AD sao cho chu vi tam giác AMN bằng $2a$. Chứng minh đường thẳng MN luôn tiếp xúc với 1 đường tròn cố định.

Bài 11: Cho tam giác ABC cân tại A đường cao BH . Trên nửa mặt phẳng chứa C bờ AB vẽ $Bx \perp BA$ cắt đường tròn tâm B bán kính BH tại D . Chứng minh CD là tiếp tuyến của (B)

Bài 12: Cho tam giác ABC vuông tại A ($AB < AC$)

đường cao AH . Gọi E là điểm đối xứng với B qua H . Đường tròn tâm O đường kính EC cắt AC tại K . Chứng minh HK là tiếp tuyến của đường tròn (O) .

Dạng 4: Nâng cao phát triển tư duy

Bài 13: Cho nửa đường tròn (O) đường kính AB . Qua điểm C thuộc nửa đường tròn, kẻ tiếp tuyến d của đường tròn. Gọi E và F lần lượt là chân các đường vuông góc kẻ từ A và B đến d . Gọi H là chân đường vuông góc kẻ từ C đến AB . Chứng minh:

- $CE = CF$.
- AC là tia phân giác của góc $\widehat{BAE}$.
- $CH^2 = AE \cdot BF$.

Bài 14: Cho $\triangle ABC$ vuông tại A ($AB < AC$), đường cao AH . E là điểm đối xứng của B qua H . Vẽ đường tròn đường kính EC cắt AC tại K . Xác định vị trí tương đối của HK với đường tròn đường kính EC .

HƯỚNG DẪN

Dạng 1: Nhận biết vị trí tương đối của đường thẳng và đường tròn.

Bài 1: Cho đường tròn tâm O bán kính R , gọi d là khoảng cách từ tâm O đến đường thẳng a . Viết các hệ thức tương ứng giữa d và R vào bảng sau.

Vị trí tương đối của đường thẳng và đường tròn	Số điểm chung	Hệ thức giữa d và R
Đường thẳng và đường tròn cắt nhau	2	$d < R$
Đường thẳng và đường tròn tiếp xúc nhau	1	$d = R$
Đường thẳng và đường tròn không giao nhau	0	$d > R$

Bài 2: Cho đường tròn tâm O bán kính R , gọi d là khoảng cách từ tâm O đến đường thẳng a . Điền vào chỗ trống trong bảng sau.

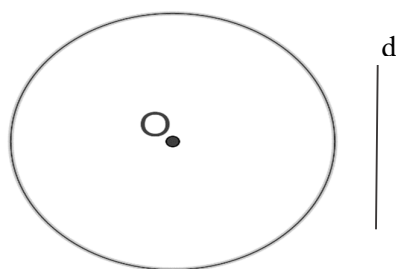
Vị trí tương đối của đường thẳng và đường tròn	R	d
Đường thẳng và đường tròn cắt nhau	8	6
Đường thẳng và đường tròn tiếp xúc nhau	6	6
Đường thẳng và đường tròn không giao nhau	6	8

Bài 3: Điền vào ô trống

Vị trí của đường thẳng và đường tròn	Số Điểm Chung	Hệ thức giữa R và D	Hình Vẽ
Cắt Nhau	2	$R > D$	Học sinh tự vẽ
Tiếp Xúc	1	$R = D$	Học sinh tự vẽ
Không Giao Nhau	0	$R < D$	Học sinh tự vẽ

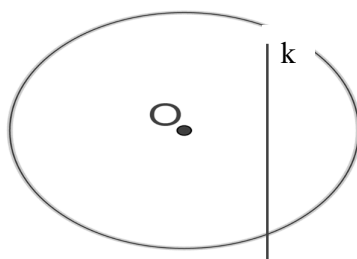
Bài 4: Vẽ hình theo yêu cầu và xác định vị trí tương đối của đường thẳng và đường tròn

a) Vẽ (O,5cm) đường thẳng (d) cách tâm O 6cm



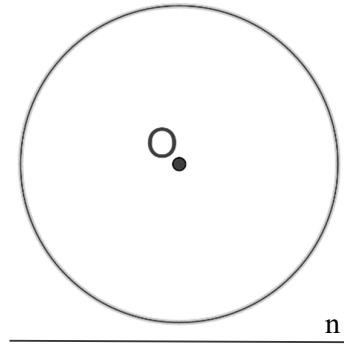
Đường thẳng không cắt đường tròn

b) Vẽ (O,10cm) đường thẳng (k) cách tâm O 7cm

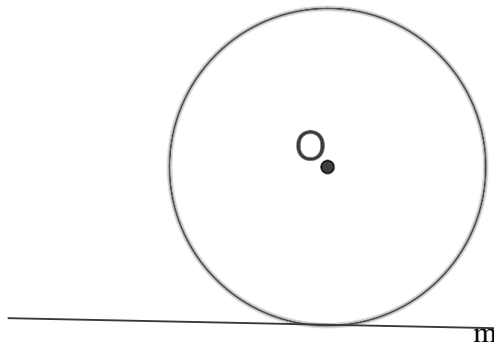


Đường tròn cắt đường thẳng

c) Vẽ (O,5cm) đường thẳng (n) cách tâm O 6cm



d) Vẽ (O,d=10cm) đường thẳng (m) cách tâm O 5cm



Dạng 2: Bài tập vận dụng tính chất tiếp tuyến

Bài 5: Cho điểm A thuộc đường tròn (O;3cm). Trên tiếp tuyến tại A của đường tròn (O) lấy điểm B sao cho $AB = 4cm$. Tính độ dài đoạn thẳng OB

Lời giải

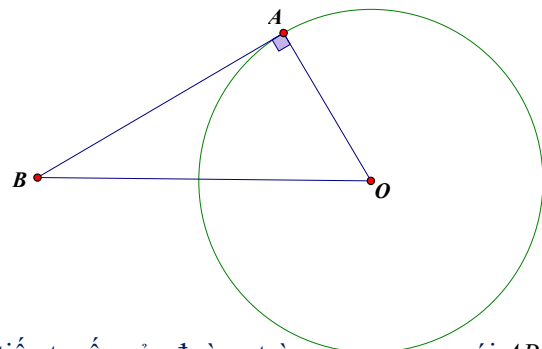
Do AB là tiếp tuyến của đường tròn (O;3cm)

Suy ra $AB \perp OA \Rightarrow \widehat{BOA} = 90^\circ$

Áp dụng định lý Pitago trong tam giác vuông AOB

Ta có: $OB^2 = OA^2 + AB^2$

$\Rightarrow OB^2 = 3^2 + 4^2 = 25 \Rightarrow OB = 5$



Bài 6: Cho đường tròn (O;15cm), dây $AB = 24$ cm. Một tiếp tuyến của đường tròn song song với AB cắt các tia OA, OB theo thứ tự ở E, F. Tính độ dài EF

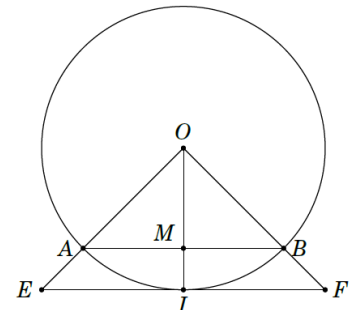
Lời giải

Dễ thấy rằng $\triangle OAB \sim \triangle OEF \Rightarrow \triangle OEF$ cân tại O.

Gọi tiếp điểm I, gọi M là trung điểm của AB.

Ta có $OM \perp AB \Rightarrow OI \perp EF$.

Trong tam giác vuông OMB có $OM = \sqrt{OB^2 - MB^2} = \sqrt{15^2 - 12^2} = 9$ cm.



Vì $MB \parallel IF$ nên theo định lý Ta-lét ta có $\frac{OM}{OI} = \frac{AB}{EF} \Leftrightarrow EF = \frac{AB \cdot OI}{OM} = 40 \text{ cm}$.

Bài 7: Cho tam giác cân ABC ($AB = AC$) nội tiếp đường tròn (O).. Chứng minh rằng:

BC song song với tiếp tuyến tại A của đường tròn (O)

Lời giải

Gọi d là tiếp tuyến tại A của đường tròn tâm O ,

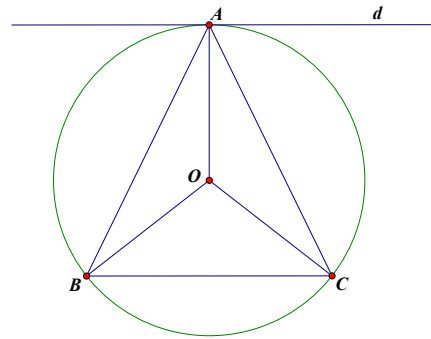
suy ra $d \perp OA$ (1) .

Mà $AB = AC$ suy ra A thuộc trung trực của đoạn thẳng BC

Lại có $OB = OC$ suy ra O thuộc trung trực của đoạn thẳng BC

Do đó OA là trung trực của đoạn thẳng $BC \Rightarrow OA \perp BC$ (2)

Từ (1) ; (2) $\Rightarrow d \parallel BC$



Dạng 3: Chứng minh tiếp tuyến của đường tròn

Bài 8: Cho tam giác ABC đường cao AH . Chứng minh rằng BC là tiếp tuyến của đường tròn tâm A bán kính AH .

Lời giải

Cách 1: (sử dụng dấu hiệu về khoảng cách)

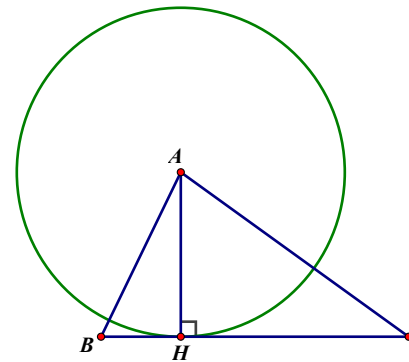
Ta thấy khoảng cách từ tâm A của $(A;AH)$ đến đường thẳng BC là AH

Suy ra BC là tiếp tuyến của $(A;AH)$

Cách 2 (sử dụng dấu hiệu vuông góc)

Ta có H là điểm chung của $(A;AH)$ và BC

Lại có $BC \perp AH$ tại H . Suy ra BC là tiếp tuyến của $(A; AH)$



Bài 9: Cho hình thang vuông $ABCD$ ($\widehat{A} = \widehat{B} = 90^\circ$) có O là trung điểm của AB và góc $\widehat{COD} = 90^\circ$. Chứng minh CD là tiếp tuyến của đường tròn đường kính AB .

Lời giải

Kéo dài OC cắt BD tại E vì $\widehat{COD} = 90^\circ$

Suy ra $\widehat{EOD} = 90^\circ$.

Xét tam giác COD và $\triangle EOD$ ta có OD chung

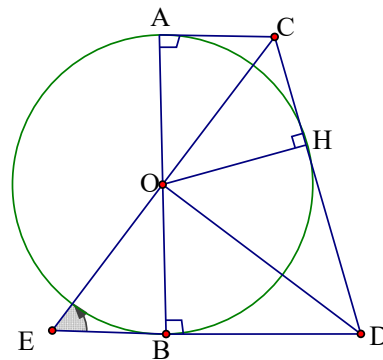
$$\frac{OC}{OD} = \frac{OA}{OB} = 1 \Rightarrow OC = OD \Rightarrow \triangle COD = \triangle EOD.$$

Suy ra $DC = DE$ hay tam giác ECD cân tại D .

Kẻ $OH \perp CD$ thì $\triangle OBD = \triangle OHD \Rightarrow OH = OB$

Mà $OB = OA \Rightarrow OH = OB = OA$ hay A, H, B thuộc đường tròn (O).

Do đó CD là tiếp tuyến của đường tròn đường kính AB .



Bài 10: Cho hình vuông $ABCD$ có cạnh bằng a . Gọi M, N là hai điểm trên các cạnh AB, AD sao cho chu vi tam giác AMN bằng $2a$. Chứng minh đường thẳng MN luôn tiếp xúc với 1 đường tròn cố định.

Lời giải

Trên tia đối của BA ta lấy điểm E sao cho $BE = ND$.

Ta có $\triangle BCE = \triangle DCN \Rightarrow CN = CE$.

Theo giả thiết ta có:

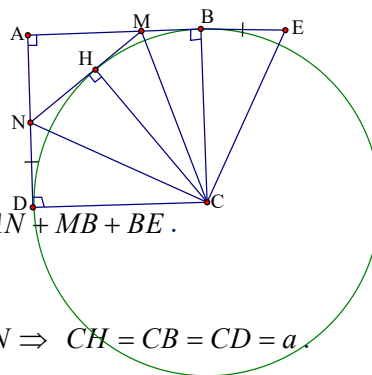
$$MN + AM + AN = AB + AD = AM + MB + AN + DN = AM + AN + MB + BE.$$

Suy ra $MN = MB + BE = ME$.

Từ đó ta suy ra $\triangle MNC = \triangle MEC \Rightarrow \widehat{CMN} = \widehat{CME}$. Kẻ $CH \perp MN \Rightarrow CH = CB = CD = a$.

Vậy D, H, B thuộc đường tròn tâm C bán kính $CB = a$

Suy ra MN luôn tiếp xúc với đường tròn tâm C bán kính bằng a .



Bài 11: Cho tam giác ABC cân tại A đường cao BH . Trên nửa mặt phẳng chứa C bờ AB vẽ $Bx \perp BA$ cắt đường tròn tâm B bán kính BH tại D . Chứng minh CD là tiếp tuyến của (B)

Lời giải

Vì tam giác ABC cân tại A nên ta có: $\widehat{B} = \widehat{C} = \alpha$.

Vì $Bx \perp BA \Rightarrow \widehat{B}_2 + \alpha = 90^\circ$.

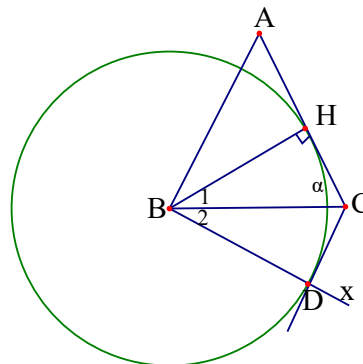
Mặt khác ta cũng có $\widehat{B}_1 + \alpha = 90^\circ \Rightarrow \widehat{B}_1 = \widehat{B}_2$.

Hai tam giác BHC và $\triangle BDC$

Có BC chung, $\widehat{B}_1 = \widehat{B}_2$, $BH = BD = R$

Suy ra $\triangle BHC = \triangle BDC$ (c.g.c) suy ra $\widehat{BHC} = \widehat{BDC} = 90^\circ$.

Nói cách khác CD là tiếp tuyến của đường tròn (B)



Bài 12: Cho tam giác ABC vuông tại A ($AB < AC$)

đường cao AH . Gọi E là điểm đối xứng với B qua H . Đường tròn tâm O đường kính EC cắt AC tại K .

Chứng minh HK là tiếp tuyến của đường tròn (O) .

Lời giải

Vì tam giác EKC có một cạnh EC là đường kính của (O)

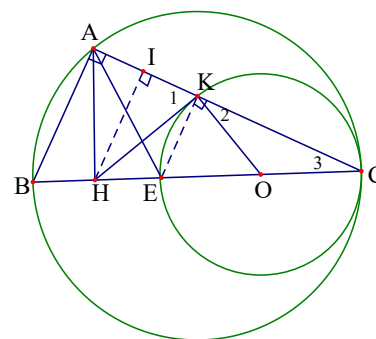
Nên $\widehat{EKC} = 90^\circ$. Kẻ $HI \perp AC \Rightarrow BA \parallel HI \parallel EK$

Suy ra $AI = IK$ từ đó ta có tam giác AHK cân tại H .

Do đó $\widehat{K}_1 = \widehat{B}$ (cùng phụ với góc hai góc bằng nhau là $\widehat{BAH}, \widehat{IHK}$).

Mặt khác ta cũng có: $\widehat{K}_2 = \widehat{C}_3$ (do tam giác KOC cân tại O).

Mà $\widehat{B} + \widehat{C}_3 = 90^\circ \Rightarrow \widehat{K}_1 + \widehat{K}_2 = 90^\circ$ suy ra $\widehat{HKO} = 90^\circ$



Hay HK là tiếp tuyến của (O) .

Bài 13: Cho nửa đường tròn (O) đường kính AB . Qua điểm C thuộc nửa đường tròn, kẻ tiếp tuyến d của đường tròn. Gọi E và F lần lượt là chân các đường vuông góc kẻ từ A và B đến d . Gọi H là chân đường vuông góc kẻ từ C đến AB . Chứng minh:

d) $CE = CF$.

e) AC là tia phân giác của góc $\widehat{BAE}$.

f) $CH^2 = AE.BF$.

Định hướng

– Tứ giác $ABFE$ là hình thang và $OC \parallel AE \parallel BF$ nên OC là đường trung bình của hình thang $ABFE$ (vì O là trung điểm AB). Suy ra $CE = CF$.

– Tam giác AOC cân tại O nên $\widehat{CAO} = \widehat{ACO}$ và $\widehat{CAE} = \widehat{ACO}$ do $AE \parallel OC$. Suy ra $\widehat{CAE} = \widehat{CAB}$.

– Ta thấy: $CH^2 = AH.BH$. Mà $AE = AH$, tương tự $BF = BH$. Suy ra $CH^2 = AE.BF$.

Lời giải

a) Ta có: $AE \perp d, BF \perp d \Rightarrow AE \parallel BF$.

Suy ra tứ giác $AEFB$ là hình thang.

Lại có O là trung điểm của AB và $OC \parallel AE \parallel BF$ (vì $OC \perp d$).

$\Rightarrow C$ là trung điểm của $EF \Rightarrow CE = CF$.

b) $AE \parallel OC \Rightarrow \widehat{CAE} = \widehat{ACO}$ (2 góc so le trong) (1).

Mặt khác

$OC = OA \Rightarrow \Delta AOC$ cân tại $O \Rightarrow \widehat{ACO} = \widehat{OAC}$ (2).

Từ (1) và (2) suy ra $\widehat{CAE} = \widehat{CAB}$.

Suy ra AC là phân giác $\widehat{BAE}$.

c) Do C thuộc nửa đường tròn đường kính $\Rightarrow OC = OA = OB = \frac{AB}{2} \Rightarrow \Delta ABC$ vuông tại C .

Áp dụng hệ thức lượng trong tam giác ABC vuông tại C , đường cao CH ta có: $CH^2 = AH.BH$ (3).

Xét ΔACE và ΔACH vuông ta có:

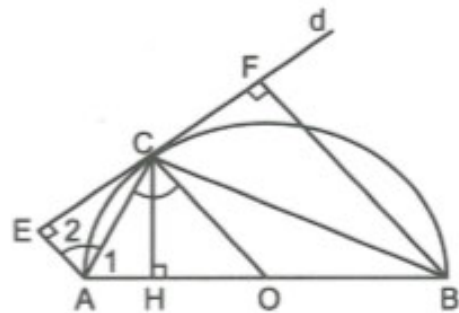
$\widehat{AEC} = \widehat{AHC} = 90^\circ$

$\widehat{CAE} = \widehat{CAH}$

Chung cạnh AC

$\Rightarrow \Delta ACE = \Delta ACH$ (cạnh huyền – góc nhọn).

Theo phần b ta có: $\Delta ACE = \Delta ACH \Rightarrow AH = AE$ (4).



Tương tự ta có: $BH = BF$ (5).

Từ (3), (4), (5) suy ra $CH^2 = AE.BF \Rightarrow \text{đpcm}$.

Bài 14: Cho $\triangle ABC$ vuông tại A ($AB < AC$), đường cao AH . E là điểm đối xứng của B qua H . Vẽ đường tròn đường kính EC cắt AC tại K . Xác định vị trí tương đối của HK với đường tròn đường kính EC .

Lời giải

Gọi I là tâm của đường tròn đường kính EC , I là trung điểm của EC .

Vì EC là đường kính của (I) và K thuộc (I) nên $EK \perp KC$.

Vì $K \in AC \Rightarrow AC \perp EK$.

Mặt khác $\triangle ABC$ vuông tại $A \Rightarrow AB \perp AC \Rightarrow AB \parallel KE$.

Suy ra tứ giác $ABEK$ là hình thang (dấu hiệu nhận biết hình thang).

Lấy M là trung điểm của AK . Vì E đối xứng với B qua H .

Suy ra H là trung điểm của BE , suy ra HM là đường trung bình của hình thang $ABEK \Rightarrow HM \parallel EK$, mà

$EK \perp AC \Rightarrow HM \perp AC \Rightarrow HM \perp AK$.

HM vừa là đường cao vừa là đường trung tuyến của $\triangle AHK$.

$\Rightarrow \triangle AHK$ cân tại $H \Rightarrow \widehat{HAK} = \widehat{AKH}$ (1).

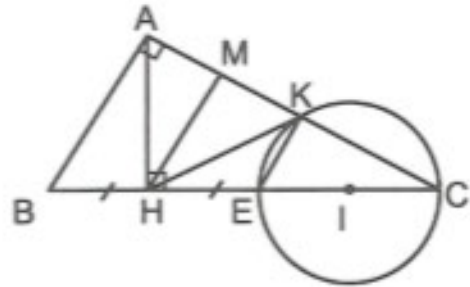
Vì $AK \perp EK$, $AH \perp BE \Rightarrow \widehat{HAK} = \widehat{KEI} = \widehat{EKI}$.

Vì E và K thuộc (I) nên $IK = IE \Rightarrow \triangle KEI$ cân tại

$I \Rightarrow \widehat{KEI} = \widehat{EKI}$ (2).

Từ (1) và (2) ta có: $\widehat{AKH} = \widehat{EKI} \Rightarrow \widehat{HKI} = \widehat{HKE} + \widehat{EKI} = \widehat{AKH} + \widehat{HKE} = \widehat{AKE} = 90^\circ$.

$\Rightarrow HK \perp IK \Rightarrow HK$ và đường tròn đường kính EC tiếp xúc với nhau.



C.TRẮC NGHIỆM RÈN LUYỆN PHẢN XẠ

Câu 1: Đường thẳng và đường tròn có nhiều nhất bao nhiêu điểm chung.

- A. 1. B. 2. C. 3. D. 4.

Câu 2: Nếu đường thẳng và đường tròn có duy nhất một điểm chung thì:

- A. Đường thẳng tiếp xúc với đường tròn. B. Đường thẳng cắt đường tròn.
C. Đường thẳng không cắt đường tròn. D. Đáp án khác.

Câu 3: Nếu đường thẳng và đường tròn có hai điểm chung thì

- A. Đường thẳng tiếp xúc với đường tròn. B. Đường thẳng cắt đường tròn.
C. Đường thẳng không cắt đường tròn. D. Đáp án khác.

Câu 4: Nếu đường thẳng d là tiếp tuyến của đường tròn (O) tại A thì:

- A. $d \parallel OA$. B. $d \equiv OA$. C. $d \perp OA$ tại A . D. $d \perp OA$ tại O .

Câu 5: Cho đường tròn (O) và điểm A nằm trên đường tròn (O) . Nếu đường thẳng $d \perp OA$ tại A thì:

A. d là tiếp tuyến của (O) . B. d cắt (O) tại hai điểm phân biệt.

C. d là tiếp xúc với (O) tại O . D. Cả A, B, C đều sai.

Câu 6: Cho đường tròn (O) và đường thẳng a . Kẻ $OH \perp a$, biết $OH > R$ khi đó đường thẳng a và đường thẳng (O) .

A. Cắt nhau. B. Không cắt nhau. C. Tiếp xúc. D. Đáp án khác.

Câu 7: Cho đường tròn (O) và đường thẳng a . Kẻ $OH \perp a$ tại H , biết $OH < R$, khi đó đường thẳng a và đường tròn (O) .

A. Cắt nhau. B. Không cắt nhau. C. Tiếp xúc. D. Đáp án khác.

Câu 8: Điền vào các vị trí (1); (2) trong bảng sau (R là bán kính của đường tròn, d là khoảng cách từ tâm đến đường thẳng).

R	d	Vị trí tương đối của đường thẳng và đường tròn
$5cm$	$4cm$	...(1)...
$8cm$	...(2)...	Tiếp xúc nhau

A. (1): cắt nhau; (2): $8cm$. B. (1): $9cm$; (2): Tiếp xúc nhau.

C. (1): không cắt nhau; (2): $8cm$. D. (1): cắt nhau; (2): $6cm$.

Câu 9: Điền vào các vị trí (1); (2) trong bảng sau (R là bán kính của đường tròn, d là khoảng cách từ tâm đến đường thẳng).

R	d	Vị trí tương đối của đường thẳng và đường tròn
$3cm$	$5cm$	...(1)...
...(2)...	$9cm$	Tiếp xúc nhau

A. (1): cắt nhau; (2): $9cm$. B. (1): tiếp xúc nhau; (2): $8cm$.

C. (1): không cắt nhau; (2): $9cm$. D. (1): không cắt nhau; (2): $10cm$.

Câu 10: Trên mặt phẳng tọa độ Oxy , cho điểm $A(4;5)$. Hãy xác định tương đối của đường tròn $(A;5)$ và các trục tọa độ.

A. Trục tung cắt đường tròn và trục hoành tiếp xúc với đường tròn.

B. Trục hoành cắt đường tròn và trục tung tiếp xúc với đường tròn.

C. Cả hai trục tọa độ đều cắt đường tròn.

D. Cả hai trục tọa độ đều tiếp xúc với đường tròn.

Câu 11: Trên mặt phẳng tọa độ Oxy , cho điểm $A(-2;3)$. Hãy xác định vị trí tương đối của đường tròn $(A;2)$ và các trục tọa độ.

A. Trục tung cắt đường tròn và trục hoành tiếp xúc với đường tròn.

B. Trục hoành không cắt đường tròn và trục tung tiếp xúc với đường tròn.

C. Cả hai trục tọa độ đều cắt đường tròn.

D. Cả hai trục tọa độ đều tiếp xúc với đường tròn.

Câu 12: Cho $a; b$ là hai đường thẳng song song và cách nhau một khoảng $3cm$. Lấy điểm I trên a và vẽ đường tròn $(I; 3,5cm)$. Khi đó đường tròn với đường thẳng b .

- A. Cắt nhau. B. Không cắt nhau. C. Tiếp xúc. D. Đáp án khác.

Câu 13: Cho $a; b$ là hai đường thẳng song song và cách nhau một khoảng $2,5cm$. Lấy điểm I trên a và vẽ đường tròn $(I; 2,5cm)$. Khi đó đường tròn với đường thẳng b .

- A. Cắt nhau. B. Không cắt nhau. C. Tiếp xúc. D. Đáp án khác.

Câu 14: Cho góc $\widehat{xOy}$ ($0 < \widehat{xOy} < 180^\circ$). Đường tròn (I) là đường tròn tiếp xúc với cả hai cạnh $Ox; Oy$. Khi đó điểm I chạy trên đường nào?

- A. Đường thẳng vuông góc với Ox tại O . B. Tia phân giác của góc $\widehat{xOy}$.
C. Tia Oz nằm giữa Ox và Oy . D. Tia phân giác của góc $\widehat{xOy}$ trừ điểm O .

Câu 15: Cho đường tròn tâm O bán kính $3cm$ và một điểm A cách O là $5cm$. Kẻ tiếp tuyến AB với đường tròn (B là tiếp điểm). Tính độ dài AB .

- A. $AB = 3cm$. B. $AB = 4cm$. C. $AB = 5cm$. D. $AB = 2cm$.

Câu 16: Cho đường tròn tâm O bán kính $6cm$ và một điểm A cách O là $10cm$. Kẻ tiếp tuyến AB với đường tròn (B là tiếp điểm). Tính độ dài AB .

- A. $AB = 12cm$. B. $AB = 4cm$. C. $AB = 6cm$. D. $AB = 8cm$.

Câu 17: Cho đường tròn $(O; R)$ và dây $AB = 1,2R$. Vẽ một tiếp tuyến song song với AB , cắt các tia OA, OB lần lượt tại E và F . Tính diện tích tam giác OEF theo R .

- A. $S_{OEF} = 0,75R^2$. B. $S_{OEF} = 1,5R^2$. C. $S_{OEF} = 0,8R^2$. D. $S_{OEF} = 1,75R^2$.

Câu 18: Cho đường tròn $(O; 6cm)$ và dây $AB = 9,6cm$. Vẽ một tiếp tuyến song song với AB , cắt các tia OA, OB lần lượt tại E và F . Tính diện tích tam giác OEF theo R .

- A. $S_{OEF} = 36(cm^2)$. B. $S_{OEF} = 24(cm^2)$. C. $S_{OEF} = 48(cm^2)$. D. $S_{OEF} = 96(cm^2)$.

Câu 19: Cho đường tròn $(O; R)$. Cắt tuyến qua A ở ngoài (O) cắt (O) tại B và C . Cho biết $AB = BC$ và kẻ đường kính COD . Tính độ dài đoạn thẳng AD .

- A. $AD = R$. B. $AD = 3R$. C. $AD = \frac{R}{2}$. D. $AD = 2R$.

Câu 20: Cho đường tròn $(O; 5cm)$. Cắt tuyến qua A ở ngoài (O) cắt (O) tại B và C . Cho biết $AB = BC$ và kẻ đường kính COD . Tính độ dài đoạn thẳng AD .

- A. $AD = 2,5cm$. B. $AD = 10cm$. C. $AD = 5cm$. D. $AD = 15cm$.

Câu 21: Cho hai đường thẳng a và b song song với nhau một khoảng là h . Một đường tròn (O) tiếp xúc với a và b . Hỏi tâm O di động trên đường nào?

- A. Đường thẳng c song song và cách đều a, b một khoảng $\frac{h}{2}$.

B. Đường thẳng c song song và cách đều a, b một khoảng $\frac{2h}{3}$.

C. Đường thẳng c đi qua O vuông góc với a, b .

D. Đường tròn $(A; AB)$ với A, B lần lượt là tiếp điểm của a, b với (O) .

Câu 22: Cho hai đường thẳng a và b song song với nhau, cách nhau một khoảng là $6cm$. Một đường tròn (O) tiếp xúc với a và b . Hỏi tâm O di động trên đường nào?

A. Đường thẳng c song song và cách đều a, b một khoảng $4cm$.

B. Đường thẳng c song song và cách đều a, b một khoảng $6cm$.

C. Đường thẳng c đi qua O vuông góc với a, b .

D. Đường thẳng c song song và cách đều a, b một khoảng $3cm$.

Cho đường tròn $(O; R)$ đường kính AB . Vẽ các tia tiếp tuyến Ax, By với nửa đường tròn. Lấy điểm M di động trên Ax , điểm N di động trên tia Oy sao cho $AM \cdot BN = R^2$.

Câu 23: Chọn câu đúng:

A. MN là tiếp tuyến của đường tròn (O) .

B. $\widehat{MON} = 90^\circ$.

C. Cả A, B đều đúng.

D. Cả A, B đều sai.

Câu 24: Chọn câu đúng:

A. Đường tròn ngoại tiếp tam giác OMN luôn tiếp xúc với đường thẳng AB cố định.

B. Đường tròn ngoại tiếp tam giác OMN luôn tiếp xúc với đường thẳng AM cố định.

C. Đường tròn ngoại tiếp tam giác OMN luôn tiếp xúc với đường thẳng BN cố định.

D. Cả A, B, C đều sai.

Câu 25: Từ một điểm A nằm bên ngoài đường tròn (O) ta vẽ hai tiếp tuyến AB, AC với đường tròn (B, C là các tiếp điểm). Trên AO lấy điểm M sao cho $AM = AB$. Các tia BM và CM lần lượt cắt đường tròn tại một điểm thứ hai là D và E . Chọn câu đúng.

A. M là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác OBC .

B. DE là đường kính của đường tròn (O) .

C. M là tâm đường tròn nội tiếp tam giác OBC .

D. Cả A, B, C đều sai.

HƯỚNG DẪN

1. Lời giải:

Đường thẳng và đường tròn có nhiều nhất hai điểm chung.

Đáp án cần chọn là B.

2. Lời giải:

Vị trí tương đối của đường thẳng và đường tròn	Số điểm chung	Hệ thức giữa d và R
--	---------------	-------------------------

Đường thẳng và đường tròn cắt nhau	2	$d < R$
Đường thẳng và đường tròn tiếp xúc nhau	1	$d = R$
Đường thẳng và đường tròn không giao nhau	0	$d > R$

Đường thẳng và đường tròn chỉ có một điểm chung thì đường thẳng tiếp xúc với đường tròn.

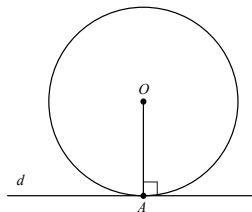
Đáp án cần chọn là A.

3. Lời giải:

Vị trí tương đối của đường thẳng và đường tròn	Số điểm chung	Hệ thức giữa d và R
Đường thẳng và đường tròn cắt nhau	2	$d < R$
Đường thẳng và đường tròn tiếp xúc nhau	1	$d = R$
Đường thẳng và đường tròn không giao nhau	0	$d > R$

Đường thẳng và đường tròn có hai điểm chung thì đường thẳng cắt đường tròn.

4. Lời giải:



Nếu một đường thẳng là tiếp tuyến của đường tròn thì nó vuông góc với bán kính đi qua tiếp điểm.

Nên $d \perp OA$ tại điểm A .

Đáp án cần chọn là C.

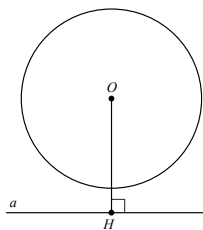
5. Lời giải:

Nếu một đường thẳng đi qua một điểm thuộc đường tròn và vuông góc với bán kính đi qua điểm đó thì đường thẳng đó là tiếp tuyến của đường tròn.

Hay d là tiếp tuyến của (O) tại A .

Đáp án cần chọn là A.

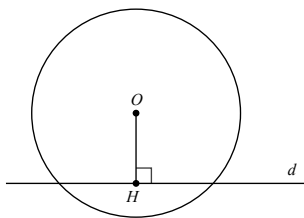
6. Lời giải:



Vì $OH > R$ nên a không cắt (O) .

Đáp án cần chọn là B.

7. Lời giải:



Vì $OH < R$ nên a cắt (O) .

Đáp án cần chọn là A.

8. Lời giải:

+ Vì $d < R (4cm < 5cm)$ nên đường thẳng cắt đường tròn.

+ Vì đường thẳng tiếp xúc với đường tròn nên $d = R = 8cm$.

Đáp án cần chọn là A.

9. Lời giải:

+ Vì $d > R (5cm > 3cm)$ nên đường thẳng không cắt đường tròn hay (1) điền là: không cắt nhau.

+ Vì đường thẳng tiếp xúc với đường tròn nên $d = R = 9cm$ hay (2) điền là $9cm$.

Đáp án cần chọn là C.

10. Lời giải:

Vì $A(4;5)$ nên khoảng cách từ A đến trục hoành là $d_1 = |y_A| = 5$, khoảng cách từ A đến trục tung là

$$d_2 = |x_A| = 4.$$

Nhận thấy $d_2 = R (= 5)$ nên trục hoành tiếp xúc với đường tròn $(A;5)$.

Và $d_2 = 4 < 5 = R$ nên trục tung cắt đường tròn $(A;5)$.

Đáp án cần chọn là A.

11. Lời giải:

Vì $A(-2;3)$ nên khoảng cách từ A đến trục hoành là $d_1 = |y_A| = 3$, khoảng cách từ A đến trục tung là

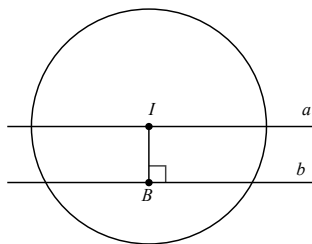
$$d_2 = |x_A| = 2.$$

Nhận thấy $d_2 = R (= 2)$ nên trục tung tiếp xúc với đường tròn $(A;2)$.

Và $d_2 = 3 > 2 = R$ nên trục hoành không cắt đường tròn $(A;2)$.

Đáp án cần chọn là B.

12. Lời giải:

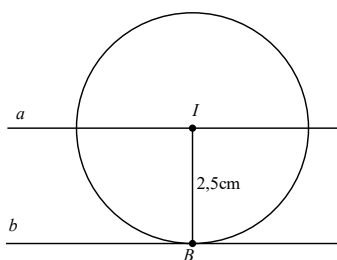


Vì hai đường thẳng song song a, b cách nhau một khoảng là 3cm mà $I \in a$ nên khoảng cách từ tâm I đến đường thẳng b là $d = 3\text{cm}$.

Suy ra $d < R (3\text{cm} < 3,5\text{cm})$ nên đường tròn $(I; 3,5\text{cm})$ và đường thẳng b cắt nhau.

Đáp án cần chọn là A.

13. Lời giải:

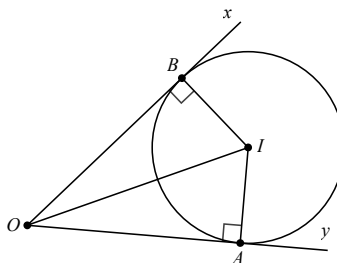


Vì hai đường thẳng song song a, b cách nhau một khoảng là $2,5\text{cm}$ mà $I \in a$ nên khoảng cách từ tâm I đến đường thẳng b là $d = 2,5\text{cm}$.

Suy ra $d = R = 2,5\text{cm}$ nên đường tròn $(I; 2,5\text{cm})$ và đường thẳng b tiếp xúc với nhau.

Đáp án cần chọn là C.

14. Lời giải:

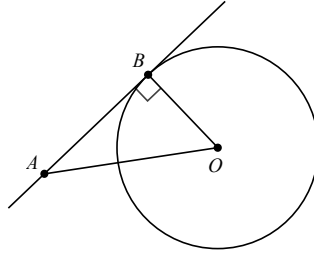


Kẻ $IA \perp Oy; IB \perp Ox$ tại A, B .

Vì (I) tiếp xúc với cả $Ox; Oy$ nên $IA = IB$ suy ra I thuộc tia phân giác của góc $\widehat{xOy}$ ($I \neq O$) (tính chất tia phân giác của một góc).

Đáp án cần chọn là D.

15. Lời giải:



Vì AB là tiếp tuyến và B là tiếp điểm nên $OB = R = 3cm$; $AB \perp OB$ tại B .

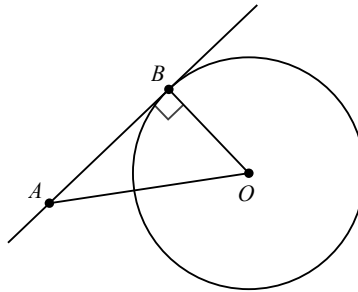
Áp dụng định lý Pytago cho tam giác ABO vuông tại B ta được:

$$AB = \sqrt{OA^2 - OB^2} = \sqrt{5^2 - 3^2} = 4cm.$$

Vậy $AB = 4cm$.

Đáp án cần chọn là B.

16. Lời giải:



Vì AB là tiếp tuyến và B là tiếp điểm nên $OB = R = 6cm$; $AB \perp OB$ tại B .

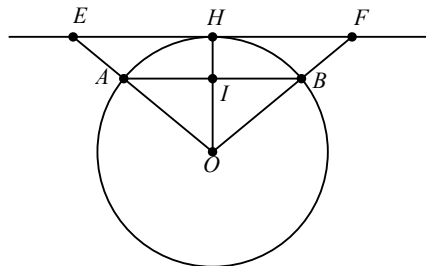
Áp dụng định lý Pytago cho tam giác ABO vuông tại B ta được:

$$AB = \sqrt{OA^2 - OB^2} = \sqrt{10^2 - 6^2} = 8cm.$$

Vậy $AB = 8cm$.

Đáp án cần chọn là D.

17. Lời giải:



Kẻ $OH \perp EF$ tại H và cắt AB tại I suy ra $OI \perp AB$ (vì $AB \parallel EF$)

Xét (O) có $OI \perp AB$ tại I nên I là trung điểm của AB (liên hệ giữa đường kính và dây)

$$\Rightarrow IA = IB = \frac{AB}{2} = 0,6R. \text{ Lại có } OA = R.$$

Áp dụng định lý Pytago cho tam giác vuông OIA ta có $OI = \sqrt{OA^2 - IA^2} = 0,8R$.

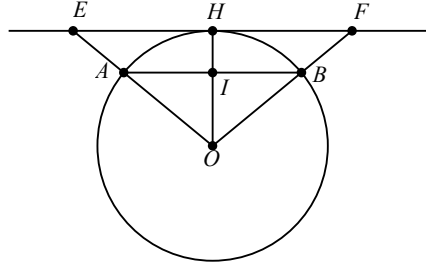
Mà $AI // EH$ nên $\frac{AI}{EH} = \frac{OI}{OH} = \frac{0,8R}{R} \Rightarrow EH = \frac{0,6R}{0,8} = 0,75R$

$\triangle OEF$ cân tại O (vì $\widehat{E} = \widehat{F} = \widehat{BAO} = \widehat{ABO}$) có $OH \perp EF$ nên H là trung điểm của EF .

$$\Rightarrow EF = 2EH = 1,5R \Rightarrow S_{EOF} = \frac{OH \cdot EF}{2} = 0,75R^2.$$

Đáp án cần chọn là A.

18. Lời giải:



Kê $OH \perp EF$ tại H và cắt AB tại I suy ra $OI \perp AB$ (vì $AB // EF$)

Xét (O) có $OI \perp AB$ tại I nên I là trung điểm của AB (liên hệ giữa đường kính và dây)

$$\Rightarrow IA = IB = \frac{AB}{2} = 4,8 \text{ cm}. \text{ Lại có } OA = 6 \text{ cm}.$$

Áp dụng định lý Pytago cho tam giác vuông OIA ta có $OI = \sqrt{OA^2 - IA^2} = \sqrt{6^2 - 4,8^2} = 3,6 \text{ cm}.$

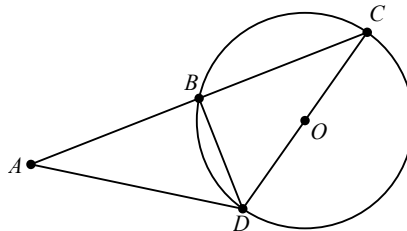
Mà $AI // EH$ nên $\frac{AI}{EH} = \frac{OI}{OH} = \frac{3,6}{6} = \frac{3}{5} \Rightarrow EH = \frac{AI \cdot 5}{3} = \frac{4,8 \cdot 5}{3} = 8$

$\triangle OEF$ cân tại O (vì $\widehat{E} = \widehat{F} = \widehat{BAO} = \widehat{ABO}$) có $OH \perp EF$ nên H là trung điểm của EF .

$$\Rightarrow EF = 2EH = 16 \text{ cm} \Rightarrow S_{EOF} = \frac{6 \cdot 16}{2} = 48 (\text{cm}^2).$$

Đáp án cần chọn là C.

19. Lời giải:



Xét (O) có $OB = OC = OD \Rightarrow BO = \frac{DC}{2} \Rightarrow \triangle BDC$ vuông tại B (tam giác có đường trung tuyến ứng với một cạnh bằng nửa cạnh ấy thì tam giác đó là tam giác vuông).

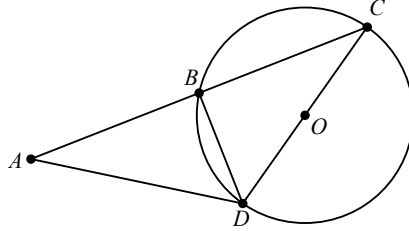
Suy ra $BD \perp AC$.

Xét $\triangle ADC$ có BD vừa là đường trung tuyến vừa là đường cao nên $\triangle ADC$ cân tại $D \Rightarrow DA = DC = 2R$.

Vậy $AD = 2R$.

Đáp án cần chọn là D.

20. Lời giải:



Xét (O) có $OB = OC = OD \Rightarrow BO = \frac{DC}{2} \Rightarrow \triangle BDC$ vuông tại B (tam giác có đường trung tuyến ứng với một cạnh bằng nửa cạnh ấy thì tam giác đó là tam giác vuông).

Suy ra $BD \perp AC$.

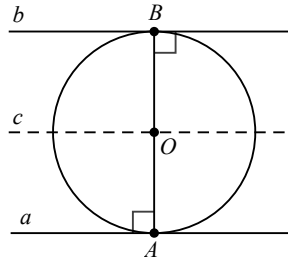
Xét $\triangle ADC$ có BD vừa là đường trung tuyến vừa là đường cao nên $\triangle ADC$ cân tại

$D \Rightarrow DA = DC = 2R = 10\text{cm}$.

Vậy $AD = 10\text{cm}$.

Đáp án cần chọn là B.

21. Lời giải:



Kẻ đường thẳng $OA \perp a$ tại A cắt b tại B thì $OB \perp b$ tại B vì $a \parallel b$.

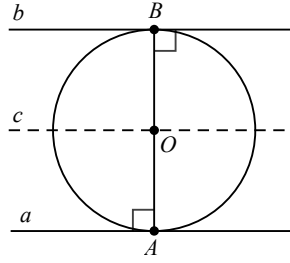
Vì (O) tiếp xúc với cả a, b nên $OA = OB$. Lại có $AB = h \Rightarrow OA = OB = \frac{h}{2}$.

Hay tâm O cách a và b một khoảng cùng bằng $\frac{h}{2}$.

Nên O chạy trên đường thẳng c song song và cách đều a, b một khoảng $\frac{h}{2}$.

Đáp án cần chọn là A.

22. Lời giải:



Kẻ đường thẳng $OA \perp a$ tại A cắt b tại B thì $OB \perp b$ tại B vì $a \parallel b$.

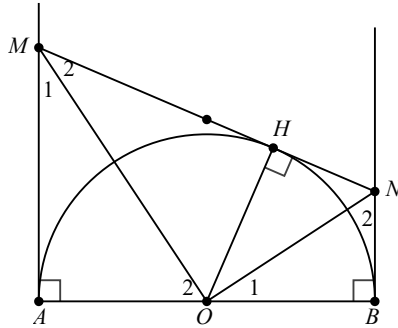
Vì (O) tiếp xúc với cả a, b nên $OA = OB$. Lại có $AB = 6\text{cm} \Rightarrow OA = OB = \frac{6}{2} = 3\text{cm}$.

Hay tâm O cách a và b một khoảng cùng bằng 3cm .

Nên O chạy trên đường thẳng c song song và cách đều a, b một khoảng 3cm .

Đáp án cần chọn là D.

23. Lời giải:



Vẽ $OH \perp MN, H \in MN$. Vì $AM \cdot BN = R^2 = AO \cdot BO$ nên $\frac{AM}{BO} = \frac{AO}{BN}$.

Xét $\triangle AOM$ và $\triangle BNO$ có: $\widehat{MAO} = \widehat{NBO} = 90^\circ; \frac{AM}{BO} = \frac{AO}{BN} \Rightarrow \triangle AOM \sim \triangle BNO$ (c.g.c)

$$\Rightarrow \widehat{M_1} = \widehat{O_1}; \widehat{O_2} = \widehat{N_2}.$$

Do đó góc MON bằng 90° .

$$\text{Ta có: } \frac{AM}{BO} = \frac{OM}{ON} \text{ (do } \triangle AOM \sim \triangle BNO) \Rightarrow \frac{AM}{BO} = \frac{OA}{ON}$$

$$\text{Do đó } \triangle AOM \sim \triangle ONM \text{ (c.g.c)} \Rightarrow \widehat{M_1} = \widehat{M_2}$$

$$\triangle AOM = \triangle HOM \text{ (cạnh huyền, góc nhọn)}$$

$$\Rightarrow AO = OH \Rightarrow OH = R, \text{ do đó } MN \text{ là tiếp tuyến của đường tròn } (O).$$

Đáp án cần chọn là C.

24. Lời giải:

$\Rightarrow D, O, E$ thẳng hàng.

Vậy DE là đường kính của đường tròn (O) .

Đáp án cần chọn là B.

D. TỰ LUYỆN

Bài 1: Cho tam giác ABC vuông tại A có $AB = 3cm, AC = 4cm$. Vẽ đường tròn tâm A bán kính $2,8cm$.

Xác định vị trí tương đối của đường thẳng BC và đường tròn tâm A bán kính $2,8cm$.

Bài 2: Cho tam giác ABC vuông tại A có BD là đường phân giác.

Xác định vị trí tương đối của đường thẳng BC và đường tròn tâm D bán kính DA .

Bài 3: Cho đường thẳng m . Tâm A của tất cả các đường tròn có bán kính là $3cm$ và đường thẳng m tiếp xúc nhau nằm trên đường nào?

Bài 4: Cho hình thang vuông $ABCD$ có $\widehat{A} = \widehat{B} = 90^\circ, AD = 2cm, BC = 6cm, CD = 8cm$.

Chứng minh rằng AB tiếp xúc với đường tròn đường kính CD .

Bài 5: Cho đường tròn $(O; R)$ đường kính AB và tiếp tuyến xAy . Trên xy lấy một điểm M , kẻ dây cung BN song song với OM . Chứng minh MN là tiếp tuyến của đường tròn (O) .

Bài 6: Chứng minh rằng:

- Nếu đường thẳng xy không cắt $(O; R)$ thì mọi điểm của xy nằm bên ngoài đường tròn đó.
- Nếu đường thẳng xy qua một điểm bên trong $(O; R)$ thì phải cắt đường tròn này tại hai điểm phân biệt.
- Nếu đường thẳng xy cắt $(O; R)$ tại A và B (A khác B) thì mọi điểm nằm giữa A và B đều nằm bên trong đường tròn, các điểm còn lại (trừ A, B) nằm bên ngoài đường tròn đó.

Bài 7: Cho đường thẳng d và đường tròn $(O; R)$ không giao nhau. A là điểm trên (O) .

Xác định vị trí điểm A để khoảng cách từ A đến đường thẳng d lớn nhất.

Bài 8: Cho điểm A nằm ngoài đường tròn $(O; R)$. Đường thẳng d qua A , gọi B và C là giao điểm của đường thẳng d và đường tròn (O) .

Xác định vị trí của đường thẳng d để tổng $AB + AC$ lớn nhất.

HƯỚNG DẪN

Bài 1:

Vẽ AH là đường cao của tam giác vuông ABC

Ta có:
$$\frac{1}{AH^2} = \frac{1}{AB^2} + \frac{1}{AC^2}$$

$$\frac{1}{AH^2} = \frac{1}{3^2} + \frac{1}{4^2}$$

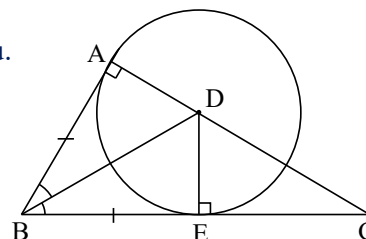
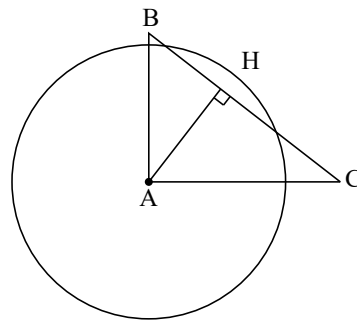
$$\frac{1}{AH^2} = \frac{4^2 \cdot 3^2}{3^2 + 4^2}$$

$$AH = 2,4cm < 2,8(d < R).$$

Do đó đường thẳng BC và đường tròn $(A; 2,8cm)$ cắt nhau.

Bài 2:

23. TOÁN HỌC SƠ ĐỒ - THCS.TOANMATH.com



Vẽ $DE \perp BC (E \in BC)$

D thuộc tia phân giác góc ABC

$DA \perp AB, DE \perp BC$

Nên $DE = DA$

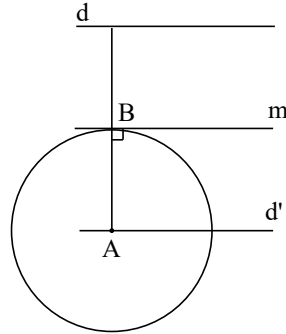
Do đó: đường thẳng BC và đường tròn tâm D bán kính DA tiếp xúc nhau.

Bài 3:

Vẽ $AB \perp m (B \in m)$

Có $AB = 3cm$ không đổi, đường thẳng m cố định.

Do đó: A thuộc đường thẳng song song với m cách m một khoảng cách bằng $3cm$.



Bài 4:

Gọi I, K lần lượt là trung điểm của CD và AB .

Ta có: IK là đường trung bình của hình thang $ABCD$

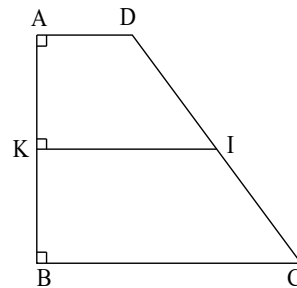
Nên $IK = \frac{AD + BC}{2} = 4(cm)$

$AD \parallel IK, AD \perp AB$

Nên $IK \perp AB$

$IK = \frac{CD}{2} (= 4cm), IK \perp AB$

Do đó: AB tiếp xúc với đường tròn tâm I đường kính CD .



Bài 5:

Vì $BN \parallel OM$

Nên $\widehat{AOM} = \widehat{ABN}$;

$\widehat{MON} = \widehat{ONB}$

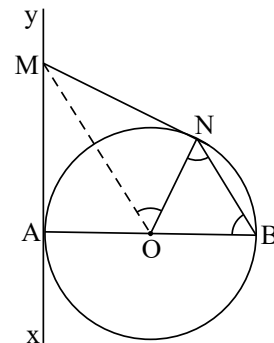
Mà $\triangle OBN$ cân tại O

Nên: $\widehat{OBM} = \widehat{ONB}$

Do đó: $\widehat{MON} = \widehat{AOM}$

Ta có: $\triangle OAM = \triangle ONM$

(vì $OA = ON = R; \widehat{AOM} = \widehat{MON}; OM$ là cạnh chung)



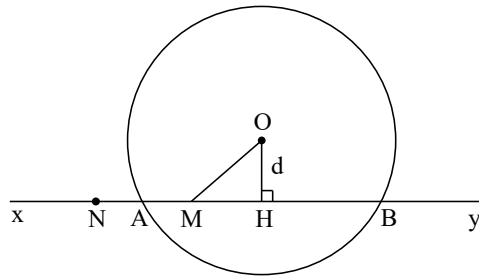
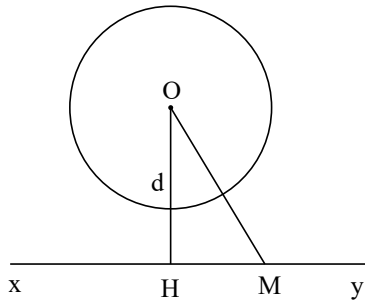
Suy ra: $\widehat{ONM} = \widehat{OAM}$

Ta lại có: $\widehat{OAM} = 90^\circ$ (vì xy là tiếp tuyến tại A)

Nên ta có: $\widehat{ONM} = 90^\circ$, hay $MN \perp ON$.

Vậy MN là tiếp tuyến của đường tròn (O) .

Bài 6:



a) Nếu đường thẳng xy không cắt (O) thì $d > R$

Kẻ $OH \perp xy$ thì $OH = d$

Gọi M là một điểm bất kỳ thuộc d , ta có $OM \geq OH$

Nên $OM > R \Rightarrow M$ ở ngoài $(O; R)$

b) Gọi M là một điểm ở bên trong $(O; R)$ thì $OM < R$

Giả sử đường thẳng xy qua M kẻ $OH \perp xy$ thì $OH = d$

Ta có: $OH \leq OM$

Do đó $d < R$ suy ra đường thẳng xy cắt $(O; R)$ ở hai điểm phân biệt

c) Giả sử M là một điểm bất kỳ nằm giữa A và B có thể xảy ra ba trường hợp:

- Nếu $M \equiv H$ khi đó $OM = OH < R \Rightarrow M$ ở bên trong đường tròn $(O; R)$

- Nếu M nằm giữa A và H khi đó $MH < AH \Rightarrow OM < OA$ (OM và OA là hai đường xiên kẻ từ O tới xy , có hai hình chiếu trên xy là MH và AH).

Do đó $OM < R \Rightarrow M$ ở bên trong đường tròn $(O; R)$

- M nằm giữa B và H , chứng minh tương tự trên ta được M ở bên trong đường tròn $(O; R)$.

Giả sử M là một điểm bất kỳ nằm trên xy nhưng ở ngoài đường thẳng AB , ta luôn luôn có $HN > HA$ (hoặc HB)

$\Rightarrow ON > OA$ (hoặc OB) $\Rightarrow ON > R$

Vậy N nằm ngoài đường tròn $(O; R)$.

Bài 7:

Gọi H, B lần lượt là hình chiếu của A, O trên

đường thẳng d , ta có B cố định

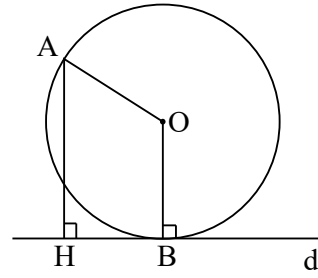
$$AH \perp HB \text{ nên } AH \leq AB$$

Xét ba điểm O, A, B có $AB \leq OA + OB$

Do đó: $AH \leq R + OB, R + OB$ không đổi

$$\text{Dấu “=” xảy ra} \Leftrightarrow \begin{cases} H \equiv B \\ O \text{ nằm giữa } A \text{ và } B \end{cases}$$

Vậy khi A là giao điểm của tia đối tia OB và đường tròn (O) (B là hình chiếu của O trên d) thì khoảng cách từ A đến d lớn nhất.

**bài 8:**

Vẽ đường thẳng qua A tiếp xúc với đường tròn

tại D và D' , ta có D và D' cố định.

• Nếu d trùng với AD hoặc AD'

Ta có các điểm B, C, D trùng nhau nên

$$AB + AC = 2AD = 2AD'$$

• Nếu d không trùng với AD hoặc AD'

Vẽ $OH \perp d (H \in d)$

Ta có: H là trung điểm BC

(Định lý đường kính vuông góc dây cung)

Và có $OH < R$

$$\text{Nên } AB + AC = AH + HB + AH - HC = 2AH$$

Xét $\triangle OAH$ vuông tại H nên theo định lý Py-ta-go,

$$\text{Ta có: } OH^2 + AH^2 = OA^2$$

Xét $\triangle OAD$ vuông tại D nên theo định lý Py-ta-go,

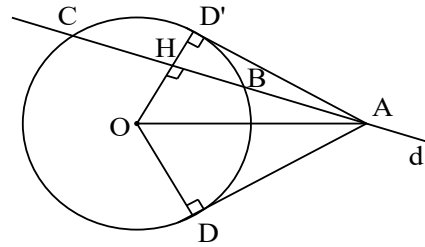
$$\text{Ta có: } OD^2 + AD^2 = OA^2$$

$$\text{Do đó: } OH^2 + AH^2 = OD^2 + AD^2$$

$$\text{Mà } OH < OD = R \text{ nên } AH > AD$$

$$\text{Nên } AB + AC > 2AD$$

Vậy khi đường thẳng d tiếp xúc với đường tròn thì $AB + AC$ nhỏ nhất.



-----Toán Học Sơ Đẳng-----