CHÂU VĂN ĐIỆP – ĐẶNG VIỆT ĐÔNG – NGỌC HUYỀN LB – PHẠM TUẤN NGHỊ -
ĐỖ THỊ THÚY NGỌC – NGUYỄN TRƯỜNG SƠN – NGUYỄN TIẾN TIẾN

CÔNG PHÁ ĐỀ THI THPT QUỐC GIA 2018 MÔN TOÁN

BÁM SÁT ĐỀ MINH HỌA CỦA BGD PHÁT HÀNH NGÀY 14/01/2018

NHÀ XUẤT BẢN ĐẠI HỌC QUỐC GIA HÀ NỘI

NHÀ XUẤT BẢN ĐẠI HỌC QUỐC GIA HÀ NỘI

16 Hàng Chuối – Hai Bà Trưng – Hà Nội
Điện thoại: Biên tập – Chế bản: (04) 39714896;
Quản lý xuất bản: (043) 9728806; Tổng biên tập: (04) 397 15011
Fax: (04) 39729436

Chịu trách nhiệm xuất bản:
Giám đốc – Tổng biên tập: TS. PHẠM THỊ TRÂM

Biên tập xuất bản: ĐINH QUỐC THẮNG
Biên tập chuyên ngành: NGUYỄN THỊ HUỆ

Chế bản: CÔNG TY CỔ PHẦN GIÁO DỤC TRỰC TUYẾN VIỆT NAM – VEDU CORP

Trình bày bìa: NGUYỄN SƠN TÙNG

Sửa bản in: LƯƠNG VĂN THÙY – NGUYỄN THỊ HƯƠNG

Đối tác liên kết:
CÔNG TY CỔ PHẦN GIÁO DỤC TRỰC TUYẾN VIỆT NAM – VEDU CORP
Địa chỉ: 101 Nguyễn Ngọc Nại, phường Khương Mai, quận Thanh Xuân, Hà Nội

SÁCH LIÊN KẾT

CÔNG PHÁ ĐỀ THI THPT QUỐC GIA 2018 MÔN TOÁN

Mã số: 2L – 1646 PT2018
In 1000 cuốn, khổ 19 x 27cm tại CÔNG TY CP IN VÀ TRUYỀN THÔNG KẾT THÀNH
Địa chỉ: Số 5 ngách 26/56 đường Cầu Diễn, Phường Phú Diễn, Quận Bắc Từ Liêm, TP Hà Nội.
Số xác nhận ĐKXB: 3414 – 2018/CXBIPH/02- 363/ĐHQGHN, ngày 04/03/2018
Quyết định xuất bản số: 1646 LK-XH/ QĐ – NXBĐHQGHN, ngày 04/03/2018
In xong và nộp lưu chiểu năm 2018.

CÔNG PHÁ ĐỀ TOÁN 2018 là món quà cuối cùng trong năm học 2017 - 2018 nhóm tác giả Toán quê hương Ninh Bình gửi tới các em học sinh thân yêu. Chúng tôi xin chúc các em gặt hái thành công trong kì thi sắp tới. Cảm ơn các em đã tin tưởng và sử dụng CÔNG PHÁ TOÁN suốt thời gian qua

MA TRẬN ĐỀ MINH HỌA THI THPT QUỐC GIA NĂM 2018
MÔN TOÁN - BGD

STT	Các chủ đề	Mức độ kiến thức đánh giá				Tổng số câu hỏi
		Nhận biết	Thông hiểu	Vận dụng	Vận dụng cao	
1	Lượng giác			1		1
2	Tổ hợp - xác suất	1	2		1	4
3	Dãy số - Cấp số cộng - Cấp số nhân			1		1
4	Giới hạn	1				1
5	Đạo hàm			1		1
6	Phép biến hình trong mặt phẳng					
7	Quan hệ song song và quan hệ vuông góc trong không gian		3		1	4
8	Bài toán thực tế lớp 11		1		1	2
9	Hàm số và các bài toán liên quan	3	4	3		10
10	Mũ và Lôgarit	2	2	1		5
11	Nguyên hàm – Tích phân và ứng dụng	2	1	3	1	7
12	Số phức	1	1	1	1	4
13	Thể tích khối đa diện	1		1		2
14	Khối tròn xoay	1		1		2
15	Phương pháp tọa độ trong không gian	3	2	2	1	8
16	Bài toán thực tế lớp 12		1			1
Tổng	Số câu	15	15	15	5	50
	Tỷ lệ	30%	30%	30%	10%	100%

TỈ LỆ CÁC CHỦ ĐỀ (XẾP TỪ CAO XUỐNG THẤP)

1. Hàm số (10/50);
2. PPTĐ trong KG (8/50);
3. Nguyên hàm – Tích phân (7/50);
4. Lũy thừa, mũ, logarit (5/50);
5. Tổ hợp – Xác suất (4/50); QHSS, QHVG trong KG (4/50); Số phức (4/50);
6. Thể tích khối đa diện (2/50); Khối tròn xoay (2/50);
7. Lượng giác (1/50); Dãy số - Cấp số cộng - Cấp số nhân (1/50); Giới hạn (1/50); Đạo hàm (1/50)

MỤC LỤC

ĐỀ MINH HỌA KÌ THI THPT QUỐC GIA 2018 – BỘ GD & ĐT

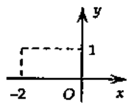
Câu 1: Điểm M trong hình vẽ bên là điểm biểu diễn số phức:

A. $z=-2+i$.

B. $z=1-2i$.

C. $z=2+i$.

D. $z=1+2i$.



Câu 2: $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{x-2}{x+3}$ bằng:

A. $-\dfrac{2}{3}$.　　B. 1.　　C. 2.　　D. −3.

Câu 3: Cho tập hợp M có 10 phần tử. Số tập con gồm 2 phần tử của M là:

A. A_{10}^{8}.　　B. A_{10}^{2}.　　C. C_{10}^{2}.　　D. 10^2.

Câu 4: Thể tích của khối chóp có chiều cao bằng h và diện tích đáy bằng B là:

A. $V=\dfrac{1}{3}Bh$.　　B. $V=\dfrac{1}{6}Bh$.　　C. $V=Bh$.　　D. $V=\dfrac{1}{2}Bh$.

Câu 5: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		$-$		0		2		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	3	$\searrow$	-1	$\nearrow$	3	$\searrow$	$+\infty$

Hàm số $y=f(x)$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-2;0)$.　　B. $(-\infty;-2)$.　　C. $(0;2)$.　　D. $(0;+\infty)$.

Câu 6: Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên đoạn $[a;b]$. Gọi D là hình phẳng giới hạn bởi đồ thị của hàm số $y=f(x)$, trục hoành và hai đường thẳng $x=a$, $x=b\,(a<b)$. Thể tích của khối tròn xoay tạo thành khi quay D quanh trục hoành được tính theo công thức:

A. $V=\pi\int_a^b f^2(x)\,dx$.　　B. $V=2\pi\int_a^b f^2(x)\,dx$.　　C. $V=\pi^2\int_a^b f^2(x)\,dx$.　　D. $V=\pi^2\int_a^b f(x)\,dx$.

Câu 7: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$+\infty$	$\searrow$	1	$\nearrow$	5	$\searrow$	$-\infty$

Hàm số đạt cực đại tại điểm:

A. $x=1$.　　B. $x=0$.　　C. $x=5$.　　D. $x=2$.

Câu 8: Với a là số thực dương bất kì, mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $\log(3a)=3\log a$.　　B. $\log a^3=\dfrac{1}{3}\log a$.　　C. $\log a^3=3\log a$.　　D. $\log(3a)=\dfrac{1}{3}\log a$.

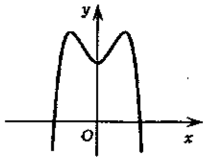
Câu 9: Họ nguyên hàm của hàm số $f(x)=3x^2+1$ là:

A. x^3+C. B. $\dfrac{x^3}{3}+x+C$. C. $6x+C$. D. x^3+x+C.

Câu 10: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(3;-1;1)$. Hình chiếu vuông góc của A trên mặt phẳng (Oyz) là điểm:

A. $M(3;0;0)$. B. $N(0;-1;1)$. C. $P(0;-1;0)$. D. $Q(0;0;1)$.

Câu 11: Đường cong trong hình bên là đồ thị của hàm số nào dưới đây?



A. $y=-x^4+2x^2+2$.

B. $y=x^4-2x^2+2$.

C. $y=x^3-3x^2+2$.

D. $y=-x^3+3x^2+2$.

Câu 12: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\dfrac{x-2}{-1}=\dfrac{y-1}{2}=\dfrac{z}{1}$. Đường thẳng d có một vectơ chỉ phương là:

A. $\overrightarrow{u_1}=(-1;2;1)$. B. $\overrightarrow{u_2}=(2;1;0)$. C. $\overrightarrow{u_3}=(2;1;1)$. D. $\overrightarrow{u_4}=(-1;2;0)$.

Câu 13: Tập nghiệm của bất phương trình $2^{2x}<2^{x+6}$ là

A. $(0;6)$. B. $(-\infty;6)$. C. $(0;64)$. D. $(6;+\infty)$.

Câu 14: Cho hình nón có diện tích xung quanh bằng $3\pi a^2$ và bán kính đáy bằng a. Độ dài đường sinh của hình nón đã cho bằng:

A. $2\sqrt{2}a$. B. $3a$. C. $2a$. D. $\dfrac{3a}{2}$.

Câu 15: Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $M(2;0;0), N(0;-1;0)$ và $P(0;0;2)$. Mặt phẳng (MNP) có phương trình là:

A. $\dfrac{x}{2}+\dfrac{y}{-1}+\dfrac{z}{2}=0$. B. $\dfrac{x}{2}+\dfrac{y}{-1}+\dfrac{z}{2}=-1$.

C. $\dfrac{x}{2}+\dfrac{y}{1}+\dfrac{z}{2}=1$. D. $\dfrac{x}{2}+\dfrac{y}{-1}+\dfrac{z}{2}=1$.

Câu 16: Đồ thị của hàm số nào dưới đây có tiệm cận đứng?

A. $y=\dfrac{x^2-3x+2}{x-1}$. B. $y=\dfrac{x^2}{x^2+1}$. C. $y=\sqrt{x^2-1}$. D. $y=\dfrac{x}{x+1}$.

Câu 17: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		3		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	$\nearrow$	4	$\searrow$	-2	$\nearrow$	$+\infty$

Số nghiệm của phương trình $f(x)-2=0$ là:

A. 0. B. 3. C. 1. D. 2.

Câu 18: Giá trị lớn nhất của hàm số $f(x)=x^4-4x^2+5$ trên đoạn $[-2;3]$ bằng:

A. 50. B. 5. C. 1. D. 122.

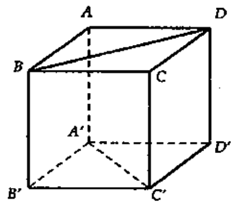
Câu 19: Tích phân $\int_0^2 \frac{dx}{x+3}$ bằng:

A. $\frac{16}{225}$. B. $\log\frac{5}{3}$. C. $\ln\frac{5}{3}$. D. $\frac{2}{15}$.

Câu 20: Gọi z_1 và z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $4z^2-4z+3=0$. Giá trị của biểu thức $|z_1|+|z_2|$ bằng:

A. $3\sqrt{2}$. B. $2\sqrt{3}$. C. 3. D. $\sqrt{3}$.

Câu 21: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng a (tham khảo hình vẽ bên). Khoảng cách giữa hai đường thẳng BD và $A'C'$ bằng:



A. $\sqrt{3}a$.

B. a.

C. $\frac{\sqrt{3}a}{2}$.

D. $\sqrt{2}a$.

Câu 22: Một người gửi 100 triệu đồng vào một ngân hàng với lãi suất 0,4%/ tháng. Biết rằng nếu không rút tiền ra khỏi ngân hàng thì cứ sau mỗi tháng, số tiền lãi sẽ được nhập vào vốn ban đầu để tính lãi cho tháng tiếp theo. Hỏi sau đúng 6 tháng, người đó được lĩnh số tiền (cả vốn ban đầu và lãi) gần nhất với số tiền nào dưới đây, nếu trong khoảng thời gian này người đó không rút tiền ra và lãi suất không thay đổi?

A. 102.424.000 đồng. B. 102.423.000 đồng.

C. 102.016.000 đồng. D. 102.017.000 đồng.

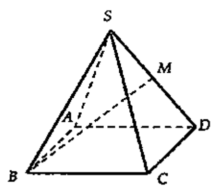
Câu 23: Một hộp chứa 11 quả cầu gồm 5 quả cầu màu xanh và 6 quả cầu màu đỏ. Chọn ngẫu nhiên đồng thời 2 quả cầu từ hộp đó. Xác suất để 2 quả cầu chọn ra cùng màu bằng:

A. $\frac{5}{22}$. B. $\frac{6}{11}$. C. $\frac{5}{11}$. D. $\frac{8}{11}$.

Câu 24: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(-1;2;1)$ và $B(2;1;0)$. Mặt phẳng qua A và vuông góc với AB có phương trình là:

A. $3x-y-z-6=0$. B. $3x-y-z+6=0$. C. $x+3y+z-5=0$. D. $x+3y+z-6=0$.

Câu 25: Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có tất cả các cạnh bằng a. Gọi M là trung điểm của SD (tham khảo hình vẽ bên). Tang của góc giữa đường thẳng BM và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng:



A. $\frac{\sqrt{2}}{2}$. B. $\frac{\sqrt{3}}{3}$.

C. $\frac{2}{3}$. D. $\frac{1}{3}$.

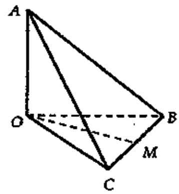
Câu 26: Với n là số nguyên dương thỏa mãn $C_n^1+C_n^2=55$, số hạng không chứa x trong khai triển của biểu thức $\left(x^3+\frac{2}{x^3}\right)^n$ bằng:

A. 322560. B. 3360. C. 80640. D. 13440.

Câu 27: Tổng giá trị tất cả các nghiệm của phương trình $\log_3 x.\log_9 x.\log_{27} x.\log_{81} x=\frac{2}{3}$ bằng:

A. $\frac{82}{9}$. B. $\frac{80}{9}$. C. 9. D. 0.

Câu 28: Cho tứ diện $OABC$ có OA, OB, OC đôi một vuông góc với nhau và $OA = OB = OC$. Gọi M là trung điểm của BC (tham khảo hình vẽ bên). Góc giữa hai đường thẳng OM và AB bằng:



A. 90°.

B. 30°.

C. 60°.

D. 45°.

Câu 29: Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1: \dfrac{x-3}{-1} = \dfrac{y-3}{-2} = \dfrac{z+2}{1}$; $d_2: \dfrac{x-5}{-3} = \dfrac{y+1}{2} = \dfrac{z-2}{1}$ và mặt phẳng $(P): x+2y+3z-5=0$. Đường thẳng vuông góc với (P), cắt d_1 và d_2 có phương trình là:

A. $\dfrac{x-1}{1} = \dfrac{y+1}{2} = \dfrac{z}{3}$.

B. $\dfrac{x-2}{1} = \dfrac{y-3}{2} = \dfrac{z-1}{3}$.

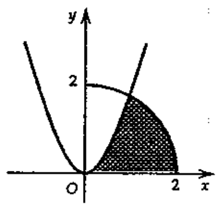
C. $\dfrac{x-3}{1} = \dfrac{y-3}{2} = \dfrac{z+2}{3}$.

D. $\dfrac{x-1}{3} = \dfrac{y+1}{2} = \dfrac{z}{1}$.

Câu 30: Có bao nhiêu giá trị nguyên âm của tham số m để hàm số $y = x^3 + mx - \dfrac{1}{5x^5}$ đồng biến trên khoảng $(0;+\infty)$?

A. 5. B. 3. C. 0. D. 4.

Câu 31: Cho (H) là hình phẳng giới hạn bởi parabol $y = \sqrt{3}x^2$, cung tròn có phương trình $y = \sqrt{4-x^2}$ (với $0 \le x \le 2$) và trục hoành (phần tô đậm trong hình vẽ). Diện tích của (H) bằng:



A. $\dfrac{4\pi + \sqrt{3}}{12}$.

B. $\dfrac{4\pi - \sqrt{3}}{6}$.

C. $\dfrac{4\pi + 2\sqrt{3} - 3}{6}$.

D. $\dfrac{5\sqrt{3} - 2\pi}{3}$.

Câu 32: Biết $\displaystyle\int_1^2 \frac{dx}{(x+1)\sqrt{x} + x\sqrt{x+1}} = \sqrt{a} - \sqrt{b} - c$ với a, b, c là các số nguyên dương. Tính $P = a+b+c$.

A. $P = 24$. B. $P = 12$. C. $P = 18$. D. $P = 46$.

Câu 33: Cho tứ diện đều $ABCD$ có cạnh bằng 4. Tính diện tích xung quanh S_{xq} của hình trụ có một đường tròn đáy là đường tròn nội tiếp tam giác BCD và chiều cao bằng chiều cao tứ diện $ABCD$.

A. $S_{xq} = \dfrac{16\sqrt{2}\pi}{3}$. B. $S_{xq} = 8\sqrt{2}\pi$. C. $S_{xq} = \dfrac{16\sqrt{3}\pi}{3}$. D. $S_{xq} = 8\sqrt{3}\pi$.

Câu 34: Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của tham số m để phương trình: $16^x - 2.12^x + (m-2).9^x = 0$ có nghiệm dương?

A. 1. B. 2. C. 4. D. 3.

Câu 35: Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $\sqrt[3]{m + 3\sqrt[3]{m + 3\sin x}} = \sin x$ có nghiệm thực?

A. 5. B. 7. C. 3. D. 2.

Câu 36: Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị của tham số thực m sao cho giá trị lớn nhất của hàm số $y=\left|x^3-3x+m\right|$ trên đoạn $\left[0;2\right]$ bằng 3. Số phần tử của S là:

A. 1. B. 2. C. 3. D. 4.

Câu 37: Cho hàm số $f\left(x\right)$ xác định trên $\mathbb{R}\setminus\left\{\frac{1}{2}\right\}$ thỏa mãn $f'\left(x\right)=\frac{2}{2x-1}$, $f\left(0\right)=1$ và $f\left(1\right)=2$. Giá trị của biểu thức $f\left(-1\right)+f\left(3\right)$ bằng:

A. $4+\ln 15$. B. $2+\ln 15$. C. $3+\ln 15$. D. $\ln 15$.

Câu 38: Cho số phức $z=a+bi,\left(a,b\in\mathbb{R}\right)$ thỏa mãn $z+2+i-\left|z\right|\left(1+i\right)=0$ và $\left|z\right|>1$. Tính $P=a+b$.

A. $P=-1$. B. $P=-5$. C. $P=3$. D. $P=7$.

Câu 39: Cho hàm số $y=f\left(x\right)$. Hàm số $y=f'\left(x\right)$ có đồ thị như hình bên.

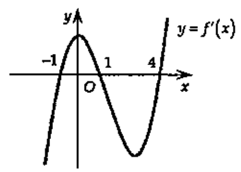
Hàm số $y=f\left(2-x\right)$ đồng biến trên khoảng:

A. $\left(1;3\right)$.

B. $\left(2;+\infty\right)$.

C. $\left(-2;1\right)$.

D. $\left(-\infty;-2\right)$.



Câu 40: Cho hàm số $y=\frac{-x+2}{x-1}$ có đồ thị $\left(C\right)$ và điểm $A\left(a;1\right)$. Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị thực của a để có đúng một tiếp tuyến của $\left(C\right)$ đi qua A. Tổng giá trị của tất cả các phần tử của S bằng:

A. 1. B. $\frac{3}{2}$. C. $\frac{5}{2}$. D. $\frac{1}{2}$.

Câu 41: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M\left(1;1;2\right)$. Hỏi có bao nhiêu mặt phẳng $\left(P\right)$ đi qua M và cắt các trục $x'Ox, y'Oy, z'Oz$ lần lượt tại các điểm A,B,C sao cho $OA=OB=OC\neq 0$?

A. 3. B. 1. C. 4. D. 8.

Câu 42: Cho dãy số $\left(u_n\right)$ thỏa mãn $\log u_1+\sqrt{2+\log u_1-2\log u_{10}}=2\log u_{10}$ và $u_{n+1}=2u_n$ với mọi $n\geq 1$. Giá trị nhỏ nhất của n để $u_n>5^{100}$ bằng:

A. 247. B. 248. C. 229. D. 290.

Câu 43: Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y=\left|3x^4-4x^3-12x^2+m\right|$ có 7 điểm cực trị?

A. 3. B. 5. C. 6. D. 4.

Câu 44: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A\left(2;2;1\right), B\left(-\frac{8}{3};\frac{4}{3};\frac{8}{3}\right)$. Đường thẳng đi qua tâm của đường tròn nội tiếp của tam giác OAB và vuông góc với mặt phẳng $\left(OAB\right)$ có phương trình là:

A. $\frac{x+1}{1}=\frac{y-3}{-2}=\frac{x+1}{2}$. B. $\frac{x+1}{1}=\frac{y-8}{-2}=\frac{z-4}{2}$.

C. $\frac{x+\frac{1}{3}}{1}=\frac{y-\frac{5}{3}}{-2}=\frac{z-\frac{11}{6}}{2}$. D. $\frac{x+\frac{2}{9}}{1}=\frac{y-\frac{2}{9}}{-2}=\frac{z+\frac{5}{9}}{2}$.

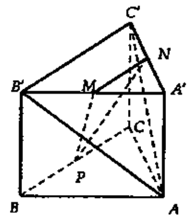
Câu 45: Cho hai hình vuông $ABCD$ và $ABEF$ có cạnh bằng 1, lần lượt nằm trên hai mặt phẳng vuông góc với nhau. Gọi S là điểm đối xứng với B qua đường thẳng DE. Thể tích của khối đa diện $ABCDSEF$ bằng:

A. $\frac{7}{6}$. B. $\frac{11}{12}$. C. $\frac{2}{3}$. D. $\frac{5}{6}$.

Câu 46: Xét các số phức $z=a+bi\ (a,b\in\mathbb{R})$ thỏa mãn $|z-4-3i|=\sqrt{5}$. Tính $P=a+b$ khi $|z+1-3i|+|z-1+i|$ đạt giá trị lớn nhất.

A. $P=10$. B. $P=4$. C. $P=6$. D. $P=8$.

Câu 47: Cho hình lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có $AB=2\sqrt{3}$ và $AA'=2$. Gọi M,N,P lần lượt là trung điểm của các cạnh $A'B',A'C'$ và BC (tham khảo hình vẽ bên). Côsin của góc tạo bởi hai mặt phẳng $(AB'C')$ và (MNP) bằng:



A. $\frac{6\sqrt{13}}{65}$. B. $\frac{\sqrt{13}}{65}$.

C. $\frac{17\sqrt{13}}{65}$. D. $\frac{18\sqrt{13}}{65}$.

Câu 48: Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(1;2;1), B(3;-1;1), C(-1;-1;1)$. Gọi (S_1) là mặt cầu có tâm A, bán kính bằng 2; (S_2) và (S_3) là hai mặt cầu có tâm lần lượt là B,C và bán kính đều bằng 1. Hỏi có bao nhiêu mặt phẳng tiếp xúc với cả ba mặt cầu $(S_1),(S_2),(S_3)$?

A. 5. B. 7. C. 6. D. 8.

Câu 49: Xếp ngẫu nhiên 10 học sinh gồm 2 học sinh lớp 12A, 3 học sinh lớp 12B, 5 học sinh lớp 12C thành một hàng ngang. Xác suất để trong 10 học sinh trên không có 2 học sinh cùng lớp đứng cạnh nhau bằng:

A. $\frac{11}{630}$. B. $\frac{1}{126}$. C. $\frac{1}{105}$. D. $\frac{1}{42}$.

Câu 50: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên đoạn $[0;1]$ thỏa mãn $f(1)=0$, $\int_0^1 [f'(x)]^2 dx=7$ và $\int_0^1 x^2 f(x)dx=\frac{1}{3}$. Tính $\int_0^1 f(x)dx$.

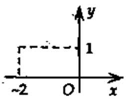
A. $\frac{7}{5}$. B. 1. C. $\frac{7}{4}$. D. 4.

ĐÁP ÁN

1.B	2.C	3.D	4.C	5.C	6.B	7.D	8.D	9.B	10.C
11.C	12.A	13.D	14.A	15.D	16.D	17.C	18.A	19.D	20.C
21.B	22.B	23.A	24.D	25.A	26.A	27.A	28.D	29.C	30.C
31.A	32.A	33.B	34.D	35.C	36.B	37.D	38.B	39.D	40.C
41.A	42.C	43.A	44.D	45.B	46.A	47.C	48.C	49.B	50.D

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

Câu 1: Đáp án A.



Trong hình vẽ bên, trên hệ trục tọa độ *Oxy*, điểm *M* có tọa độ là $M(-2;1)$. Do vậy điểm *M* biểu diễn số phức $z=-2+i$.

> Chú ý: Trong hệ trục tọa độ Oxy, nếu điểm M có tọa độ là $M(a;b)$ thì M là điểm biểu diễn của số phức $z=a+bi\ (a,b\in\mathbb{R})$.

Câu 2: Đáp án B.

Cách 1: Tư duy tự luận

Ta có $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{x-2}{x+3}=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{x\left(1-\dfrac{2}{x}\right)}{x\left(1+\dfrac{3}{x}\right)}=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{1-\dfrac{2}{x}}{1+\dfrac{3}{x}}=1$.

STUDY TIPS

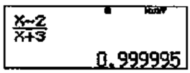
Tính giới hạn $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{P(x)}{Q(x)}$ với $\dfrac{P(x)}{Q(x)}=\dfrac{a_mx^m+...+a_1x+a_0}{b_mx^m+...+b_1x+b_0}$ ta chia cả tử và mẫu của phân thức đó cho x_m và giới hạn cần tính là $\lim\limits_{x\to\pm\infty}\dfrac{P(x)}{Q(x)}=\dfrac{a_m}{b_m}$.

Cách 2: Sử dụng máy tính cầm tay

Nhập vào màn hình $\dfrac{X-2}{X+3}$ và CALC $X=10^6$

[≡] [ALPHA] [)] [−] [2] [▼] [ALPHA] [)] [+] [3] [CALC] [1] [0] [x■] [6] [=]

Máy hiện kết quả bằng $0{,}999995\approx1$.



Câu 3: Đáp án C.

Số tập con gồm 2 phần tử của *M* là C_{10}^2 (tập hợp).

STUDY TIPS

Giả sử tập A có n phần tử, mỗi tập con gồm k phần tử của A được tính theo công thức được gọi là một tổ hợp chập k của n phần tử đã cho. Kí hiệu là C_n^k trong đó $0\le k\le n$.

Câu 4: Đáp án A.

Thể tích của khối chóp có chiều cao bằng *h*, diện tích đáy $S_{đáy}=B$ được tính theo công thức $V=\dfrac{1}{3}S_{đáy}.h=\dfrac{1}{3}Bh$.

Câu 5: Đáp án A.

Quan sát bảng biến thiên, ta thấy hàm số $y=f(x)$ nghịch biến trên mỗi khoảng $(-2;0)$ và $(2;+\infty)$.

Câu 6: Đáp án A.

Thể tích khối tròn xoay tạo thành khi quay *D* quanh trục hoành được tính theo công thức $V_x=\pi\int\limits_a^b f^2(x)\mathrm{d}x$.

Câu 7: Đáp án B.

Quan sát bảng biến thiên, ta thấy hàm số đạt cực tiểu tại điểm $x=0$.

STUDY TIPS

Cho hai số thực dương a, b; $a \neq 1$. Với mọi α ta có: $\log_a b^\alpha = \alpha.\log_a b$

Câu 8: Đáp án C.

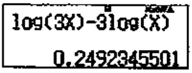
__Cách 1:__ Tư duy tự luận

Ta có $\log(3a) = \log 3 + \log a$. Loại phương án A, D.

Lại có $\log a^3 = 3\log a$. Loại B.

__Cách 2:__ Sử dụng máy tính cầm tay

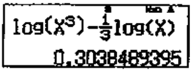
* Nhập vào màn hình $\log(3X) - 3\log(X)$, CALC $X = 1,3$



[log] [3] [ALPHA] [)] [)] [−] [3] [log] [ALPHA] [)] [)] [CALC] [1] [.] [3] [=]

Máy hiện kết quả bằng 0,2492345501. Loại A.

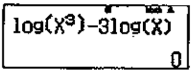
* Nhập vào màn hình $\log(X^3) - \frac{1}{3}\log(X)$, CALC $X = 1,3$



[log] [ALPHA] [)] [SHIFT] [x²] [)] [−] [1] [▭] [3] [▶] [log] [ALPHA] [)] [)] [CALC] [1] [.] [3] [=]

Máy hiện kết quả bằng 0,3038489395. Loại B.

* Nhập vào màn hình $\log(X^3) - 3\log(X)$, CALC $X = 1,3$



[◀] [◀] [◀] [◀] [◀] [DEL] [DEL] [DEL] [DEL] [3] [CALC] [1] [.] [3] [=]

Máy hiện kết quả bằng 0. Chọn C.

Câu 9: Đáp án D.

STUDY TIPS

Cách 1 có sử dụng các công thức sau:

1. $\int[f(x)+g(x)]dx = \int f(x)dx + \int g(x)dx$
2. $\int dx = x + C$
3. $\int x^\alpha dx = \frac{x^{\alpha+1}}{\alpha+1} + C, (\alpha \neq -1)$

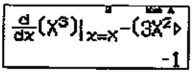
__Cách 1:__ Tư duy tự luận

Ta có $\int f(x)dx = \int(3x^2+1)dx$

$= 3\int x^2 dx + \int dx = 3.\frac{x^3}{3} + x + C = x^3 + x + C$.

__Cách 2:__ Sử dụng máy tính cầm tay

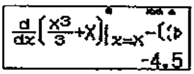
* Nhập vào màn hình $\frac{d}{dx}(X^3)\Big|_{x=X} - (3X^2+1)$, CALC với $X = 1,5$



[SHIFT] [∫] [ALPHA] [)] [SHIFT] [x³] [▶] [ALPHA] [)] [▶] [−] [(] [3] [ALPHA] [)] [x²] [+] [1] [)] [CALC] [1] [.] [5] [=]

Kết quả bằng −1. Loại A.

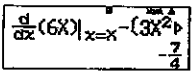
* Sửa màn hình thành $\frac{d}{dx}\left(\frac{X^3}{3} + X\right)\Big|_{x=X} - (3X^2+1)$, CALC với $X = 1,5$



[▶] [▶] [▶] [▶] [▶] [▶] [▭] [3] [▶] [+] [ALPHA] [)] [CALC] [1] [.] [5] [=]

Kết quả bằng −4,5. Loại B.

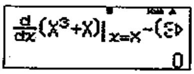
* Sửa màn hình thành $\frac{d}{dx}(6X)\Big|_{x=X} - (3X^2+1)$, CALC với $X = 1,5$



[▶] [▶] [▶] [▶] [▶] [▶] [▶] [▶] [▶] [▶] [▶] [DEL] [DEL] [DEL] [DEL] [DEL] [DEL] [DEL] [DEL] [DEL] [6] [CALC] [1] [.] [5] [=]

Kết quả bằng $-\frac{7}{4}$. Loại C.

* Sửa màn hình thành $\frac{d}{dx}(X^3+X)\Big|_{x=X} - (3X^2+1)$, CALC với $X = 1,5$



[▶] [▶] [▶] [DEL] [ALPHA] [)] [SHIFT] [x³] [+] [CALC] [1] [.] [5] [=]

Kết quả bằng 0. Chọn D.

Câu 10: Đáp án B.

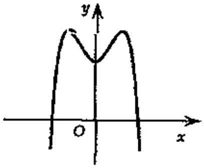
Hình chiếu của điểm $A(3;-1;1)$ trên mặt phẳng (Oyz) là $N(0;-1;1)$.

Chú ý: Trong hệ trục tọa độ Oxyz, cho điểm $M(x_0;y_0;z_0)$

1. Hình chiếu của điểm M trên mặt phẳng (Oxy) là $(x_0;y_0;0)$.

2. Hình chiếu của điểm M trên mặt phẳng (Oyz) là $(0;y_0;z_0)$.

3. Hình chiếu của điểm M trên mặt phẳng (Oxz) là $(x_0;0;z_0)$.



Câu 11: Đáp án A.

Đồ thị hình bên có dạng chữ M nên là hàm trùng phương với hệ số $a<0$. Ta thấy chỉ có phương án A thỏa mãn.

Câu 12: Đáp án A.

Đường thẳng $d:\frac{x-2}{-1}=\frac{y-1}{2}=\frac{z}{1}$ có một vectơ chỉ phương là $\vec{u}=(-1;2;1)$.

Chú ý: Trong không gian với hệ trục tọa độ Oxyz, đường thẳng d đi qua $M(x_0;y_0;z_0)$ và nhận $\vec{u}=(a;b;c)$, $a^2+b^2+c^2\neq 0$ làm vectơ chỉ phương (VTCP) thì có phương trình chính tắc là: $\frac{x-x_0}{a}=\frac{y-y_0}{b}=\frac{z-z_0}{c}$

STUDY TIPS

1. Nếu $\begin{cases}a^{f(x)}<a^{g(x)}\\0<a<1\end{cases}$ thì $f(x)>g(x)$.

2. Nếu $\begin{cases}a^{f(x)}<a^{g(x)}\\a>1\end{cases}$ thì $f(x)<g(x)$.

Câu 13: Đáp án B.

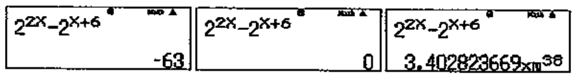
Cách 1: Tư duy tự luận

Bất phương trình tương đương với $2x<x+6\Leftrightarrow x<6$. Vậy tập nghiệm của bất phương trình là $S=(-\infty;6)$.

Cách 2: Sử dụng máy tính cầm tay

Nhập vào màn hình $2^{2X}-2^{X+6}$ và CALC $X=0, X=6, X=64$ để tìm điểm tới hạn.

2 x■ 2 ALPHA) ▶ − 2 x■ ALPHA) + 6 CALC 0 = CALC 6 = CALC 6 4 =



Suy ra $x=6$ là điểm tới hạn. Ta loại ngay A và C.

Lại thấy khi $x=0\in(-\infty;6)$ thì $2^{2x}-2^{x+6}=-63<0$; và khi $x=64\in(6;+\infty)$ thì $2^{2x}-2^{x+6}\approx 3{,}4\times 10^{38}>0$. Khi đó tập nghiệm của bất phương trình $2^{2x}<2^{x+6}$ là $(-\infty;6)$.

STUDY TIPS

Dạng toán "Tìm tập nghiệm của bất phương trình" bằng máy tính cầm tay đã được tác giả đề cập chi tiết tại chủ đề 8 trong cuốn "Công phá Casio".

Câu 14: Đáp án B.

Từ giả thiết ta có $S_{xq}=3\pi a^2=\pi rl$ và $r=a$.

Vậy độ dài đường sinh của hình nón là $l=\frac{S_{xq}}{\pi r}=\frac{3\pi a^2}{\pi .a}=3a$.

STUDY TIPS

Hình nón có bán kính đáy là r, độ dài đường sinh là l thì diện tích xung quanh được tính theo công thức: $S_{xq}=\pi rl$

Câu 15: Đáp án D.

Phương trình mặt phẳng (MNP) là $\frac{x}{2}+\frac{y}{-1}+\frac{z}{2}=1$.

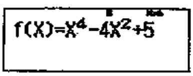
Chú ý: Nếu mặt phẳng (α) cắt các trục tọa độ Ox, Oy, Oz theo thứ tự lần lượt tại các điểm $A(a;0;0), B(0;b;0)$ và $C(0;0;c)$ với $abc\neq 0$ thì (α) có phương trình theo đoạn chắn là $\frac{x}{a}+\frac{y}{b}+\frac{z}{c}=1$.

Câu 16: Đáp án D.

STUDY TIPS
Xét hàm phân thức dạng $y=\frac{f(x)}{g(x)}$ với $f(x), g(x)$ là các đa thức. Nếu $\begin{cases} g(x_0)=0 \\ f(x_0)\neq 0\end{cases}$ thì đường thẳng $x=x_0$ là một đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

STUDY TIPS
Để xét số nghiệm của một phương trình có dạng $f(x)=g(m)$. Ta xét số giao điểm của đồ thị hàm số $y=f(x)$ và đường thẳng $y=g(m)$ qua bảng biến thiên (hay đồ thị) của hàm số $y=f(x)$.

STUDY TIPS
Dạng toán "Tìm giá trị lớn nhất – giá trị nhỏ nhất của hàm số trên một đoạn" (bằng tư duy tự luận và tư duy casio) đã được đề cập chi tiết trong cuốn "Công phá toán 3" và "Công phá Casio".



* $y=\frac{x^2-3x+2}{x-1}=\frac{(x-1)(x-2)}{x-1}=x-2$ nên hàm số có đồ thị là một đường thẳng và không có tiệm cận. Loại A.

* $y=\frac{x^2}{x^2+1}$: Ta thấy đây là một hàm phân thức (bậc hai trên bậc hai) và phương trình $x^2+1=0$ vô nghiệm trên $\mathbb{R}$ nên đồ thị hàm số này không có tiệm cận đứng. Loại B.

* $y=\sqrt{x^2-1}$ không phải là hàm số phân thức nên đồ thị không có tiệm cận đứng. Loại C.

* $y=\frac{x}{x+1}$ là một hàm phân thức (bậc nhất trên bậc nhất) và phương trình $x+1=0 \Leftrightarrow x=-1$ nên đồ thị hàm số này có một đường tiệm cận đứng là $x=-1$. Chọn D.

Câu 17: Đáp án B.

Số nghiệm của phương trình $f(x)-2=0$ chính là số giao điểm của đồ thị hàm số $y=f(x)$ và đường thẳng $y=2$.

Quan sát bảng biến thiên, ta thấy $-2<2<4$ nên đường thẳng $y=2$ và đồ thị hàm số $y=f(x)$ cắt nhau tại ba điểm phân biệt. Vậy phương trình $f(x)-2=0$ có ba nghiệm phân biệt.

Câu 18: Đáp án A.

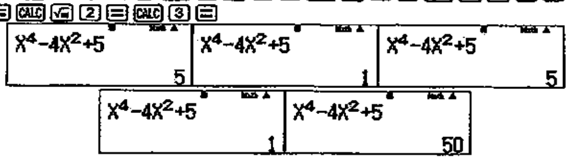
<u>Cách 1:</u> Tư duy tự luận kết hợp casio

Xét hàm số $f(x)=x^4-4x^2+5$ trên đoạn $[-2;3]$.

Đạo hàm $f'(x)=4x^3-8x=4x(x^2-2); f'(x)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=\pm\sqrt{2}\end{array}\right.$ (thỏa mãn).

Nhập vào màn hình X^4-4X^2+5 và CALC với $X=-2;-\sqrt{2};0;\sqrt{2};3$.

ALPHA) x^2 4 ▶ − 4 ALPHA) x^2 + 5 CALC (−) 2 = CALC (−) √ 2 = CALC 0 = CALC √ 2 = CALC 3 =



Suy ra $f(-2)=f(0)=5; f(-\sqrt{2})=f(\sqrt{2})=1; f(3)=50$ và $\max\limits_{[-2;3]} f(x)=f(3)=50$.

<u>Cách 2:</u> Sử dụng máy tính cầm tay

Sử dụng TABLE và nhập vào máy hàm số $f(X)=X^4-4X^2+5$. Chọn Start $=-2$; End $=3$ và Step $=\frac{3+2}{19}=\frac{5}{19}$.

MODE 7 ALPHA) x^2 4 ▶ − 4 ALPHA) x^2 + 5 = = − 2 = 3 = 5 ÷ 1 9 =

Quan sát bảng giá trị, ta thấy $\max\limits_{[-2;3]} f(x)=f(3)=50$.

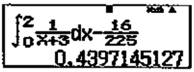
Câu 19: Đáp án C.

<u>Cách 1:</u> Tư duy tự luận

Ta có $\int_0^2 \frac{dx}{x+3} = \int_0^2 \frac{d(x+3)}{x+3} = \ln|x+3|\Big|_0^2 = \ln 5 - \ln 3 = \ln\frac{5}{3}$.

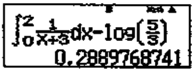
<u>Cách 2:</u> Sử dụng máy tính cầm tay

* Nhập vào màn hình $\int_0^2 \frac{1}{X+3}dx - \frac{16}{225}$



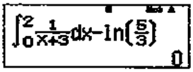
[∫] [1] [▭/▭] [ALPHA] [)] [+] [3] [▼] [0] [▲] [2] [►] [−] [1] [6] [▭/▭] [2] [2] [5] [=]
Máy hiện kết quả là 0,4397145127... Loại A.

* Sửa màn hình thành $\int_0^2 \frac{1}{X+3}dx - \log\left(\frac{5}{3}\right)$



[◄] [DEL] [DEL] [DEL] [DEL] [DEL] [DEL] [DEL] [DEL] [log] [5] [▭/▭] [3] [►] [)] [=]
Máy hiện kết quả bằng 0,2889768741... Loại B.

* Sửa màn hình thành $\int_0^2 \frac{1}{X+3}dx - \ln\left(\frac{5}{3}\right)$



[◄] [◄] [◄] [◄] [◄] [◄] [◄] [DEL] [ln] [=]
Máy hiện kết quả bằng 0. Chọn C.

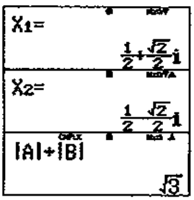
Câu 20: Đáp án D.

<u>Cách 1:</u> Tư duy tự luận

Ta có $4z^2 - 4z + 3 = 0 \Leftrightarrow 4z^2 - 4z + 1 = -2 \Leftrightarrow (2z-1)^2 = 2i^2 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 2z - 1 = \sqrt{2}i \\ 2z - 1 = -\sqrt{2}i \end{array}\right.$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} z_1 = \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2}i \\ z_2 = \frac{1}{2} - \frac{\sqrt{2}}{2}i \end{array}\right. \to |z_1| = |z_2| = \frac{\sqrt{3}}{2}. \text{ Vậy } |z_1| + |z_2| = 2.\frac{\sqrt{3}}{2} = \sqrt{3}.$$

> *Chú ý:* Với phương pháp tư duy tự luận, ta cũng có thể dùng công thức nghiệm của phương trình bậc hai để tìm nghiệm phức của phương trình bên.
>
> Với $\Delta' = (-2)^2 - 4.3 = -8 = 8i^2 \to \sqrt{\Delta'} = \pm 2\sqrt{2}i \to \left[\begin{array}{l} z_1 = \frac{2+2\sqrt{2}i}{4} = \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2}i \\ z_2 = \frac{2-2\sqrt{2}i}{4} = \frac{1}{2} - \frac{\sqrt{2}}{2}i \end{array}\right.$

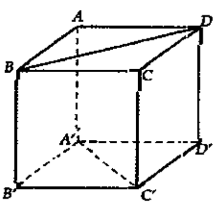


<u>Cách 2:</u> Sử dụng máy tính cầm tay

Giải phương trình $4z^2 - 4z + 3 = 0$ và lưu nghiệm vào các biến nhớ A, B.

[MODE] [5] [3] [4] [=] [−] [4] [=] [3] [=] [=] [SHIFT] [RCL] [(−)] [=] [SHIFT] [RCL] [°'"]
Về phương thức CMPLX, thực hiện phép tính trong môi trường số phức
[MODE] [2] [SHIFT] [hyp] [ALPHA] [(−)] [►] [+] [SHIFT] [hyp] [ALPHA] [°'"] [=]
Máy hiện kết quả bằng $\sqrt{3}$.

Câu 21: Đáp án B.



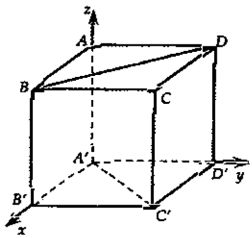
<u>Cách 1:</u> Tư duy tự luận

Ta có $\begin{cases} BD // (A'B'C'D') \\ BD \notin (A'B'C'D') \\ A'C' \in (A'B'C'D') \end{cases} \Rightarrow d(BD; A'C') = d(BD; (A'B'C'D')) = d(D; (A'B'C'D'))$

Mặt khác, do $DD' \perp (A'B'C'D')$ nên $d(D; (A'B'C'D')) = DD' = a$.

Vậy $d(BD; A'C') = a$.

Cách 2: Sử dụng máy tính cầm tay



Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ như hình vẽ: $A'(0;0;0), B'(a;0;0), C'(a;a;0)$, $D'(0;a;0)$; $A(0;0;a), B(a;0;a), C(a;a;a), D(0;a;a)$.

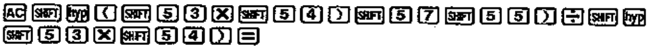
Ta có $\overrightarrow{BD}=(-a;a;0), \overrightarrow{A'C'}=(a;a;0)$ và $\overrightarrow{DA'}=(0;-a;-a)$.

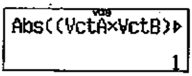
Khi đó $d(BD;A'C')=\dfrac{\left|\left[\overrightarrow{BD},\overrightarrow{A'C'}\right].\overrightarrow{DA'}\right|}{\left|\left[\overrightarrow{BD},\overrightarrow{A'C'}\right]\right|}$. Đưa máy về phương thức VECTOR và nhập $VctA=[-1,1,0], VctB=[1,1,0], VctC=[0,-1,-1]$.

STUDY TIPS

Kĩ thuật "Gắn hệ trục tọa độ Oxyz" đã được đề cập chi tiết tại Phụ lục 3 trong cuốn "Công phá Casio".

Ấn AC và nhập vào màn hình $Abs((VctA\times VctB)\bullet VctC)\div Abs(VctA\times VctB)$





Máy hiện kết quả bằng 1. Vậy $d(BD;A'C')=a$.

Câu 22: Đáp án A.

Phân tích:

Sau một tháng, số tiền người đó có trong ngân hàng là $T_1=A+A.r=A(1+r)$

Sau hai tháng, số tiền người đó có là $T_2=T_1+T_1.r=T_1(1+r)=A(1+r)^2$

Sau ba tháng, số tiền người đó có là $T_3=T_2+T_2.r=T_2(1+r)=A(1+r)^3$

....

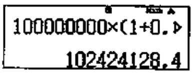
Tương tự, sau n tháng, số tiền người đó nhận được là $T_n=A(1+r)^n$ (1)

STUDY TIPS

Gửi vào ngân hàng một số tiền là a đồng với lãi suất r mỗi tháng theo hình thức lãi kép. Gửi theo phương thức có kì hạn m tháng. Số tiền cả gốc lẫn lãi A sau n kì hạn được tính theo công thức: $A_n=a(1+mr)^n$

Lời giải chi tiết:

Áp dụng công thức (1) với $A=100.000.000$ đồng, $r=0,4\%$ và $n=6$ tháng, ta có $T_6=100000000.(1+0,4\%)^6\approx 102424000$ (đồng).



Câu 23: Đáp án C.

Không gian mẫu là "Chọn ngẫu nhiên 2 quả cầu từ hộp chứa 11 quả cầu". Khi đó số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega)=C_{11}^2$.

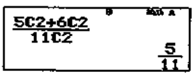
Gọi A là biến cố "2 quả cầu chọn ra có cùng màu". Để tính số phần tử của biến cố A, ta xét các trường hợp sau:

* Chọn hai quả cầu cùng màu xanh có C_5^2 cách chọn.

* Chọn hai quả cầu cùng màu đỏ có C_6^2 cách chọn.

Số kết quả thuận lợi có biến cố A là $n(A)=C_5^2+C_6^2$.

Vậy xác suất cần tính là $P(A)=\dfrac{n(A)}{n(\Omega)}=\dfrac{C_5^2+C_6^2}{C_{11}^2}=\dfrac{5}{11}$.



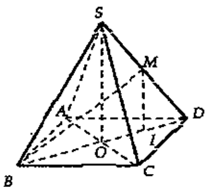
Câu 24: Đáp án B.

Ta có $\overrightarrow{AB}=(3;-1;-1)$. Mặt phẳng (P) đi qua A và vuông góc với AB nên có vectơ pháp tuyến là $\overrightarrow{n_{(P)}}=(3;-1;-1)$.

Phương trình mặt phẳng (P) là $3(x+1)-(y-2)-(z-1)=0\Leftrightarrow 3x-y-z+6=0$.

Câu 25: Đáp án D.

<u>Cách 1:</u> Tư duy tự luận



Gọi O là giao điểm của AC và BD. Từ giả thiết suy ra $SO\perp(ABCD)$.

Gọi I là trung điểm của OD thì MI là đường trung bình của ΔSOD

$\Rightarrow MI//SO$ và $MI=\frac{1}{2}SO$. Khi đó $MI\perp(ABCD)$.

Suy ra $\left(\widehat{BM,(ABCD)}\right)=\left(\widehat{BM,BI}\right)=\widehat{MBI}$.

Ta có $BD=a\sqrt{2}\Rightarrow BO=OD=\frac{a\sqrt{2}}{2}\Rightarrow OI=\frac{1}{2}OD=\frac{a\sqrt{2}}{4}\Rightarrow BI=BO+OI=\frac{3a\sqrt{2}}{4}$.

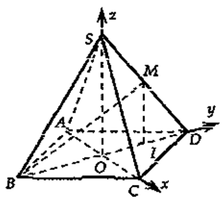
Lại có $SO=\sqrt{SB^2-OB^2}=\sqrt{a^2-\left(\frac{a\sqrt{2}}{2}\right)^2}=\frac{a\sqrt{2}}{2}\Rightarrow MI=\frac{1}{2}SO=\frac{a\sqrt{2}}{4}$.

STUDY TIPS
Hình chóp tứ giác đều là hình chóp có tất cả các cạnh bên bằng nhau và đáy là hình vuông. Khi đó hình chiếu của đỉnh của hình chóp trên đáy là tâm của đáy.

Trong tam giác ΔBIM vuông tại I có $\tan\widehat{MBI}=\frac{MI}{BI}=\frac{a\sqrt{2}}{4}:\frac{3a\sqrt{2}}{4}=\frac{1}{3}$.

Vậy $\tan\left(\widehat{BM,(ABCD)}\right)=\tan\widehat{MBI}=\frac{1}{3}$.

<u>Cách 2:</u> Sử dụng máy tính cầm tay



Gắn hệ trục tọa độ $Oxyz$ như hình vẽ: $O(0;0;0), A\left(-\frac{\sqrt{2}a}{2};0;0\right), B\left(0;-\frac{\sqrt{2}a}{2};0\right)$,

$C\left(\frac{\sqrt{2}a}{2};0;0\right), D\left(0;\frac{\sqrt{2}a}{2};0\right), S\left(0;0;\frac{\sqrt{2}a}{2}\right), M\left(0;\frac{\sqrt{2}a}{4};\frac{\sqrt{2}a}{4}\right)$ (M là trung điểm SD).

Ta có $\overrightarrow{BM}=\left(0;\frac{3\sqrt{2}a}{4};\frac{\sqrt{2}a}{4}\right), \overrightarrow{BA}=\left(-\frac{\sqrt{2}a}{2};\frac{\sqrt{2}a}{2};0\right)$ và $\overrightarrow{BC}=\left(\frac{\sqrt{2}a}{2};\frac{\sqrt{2}a}{2};0\right)$.

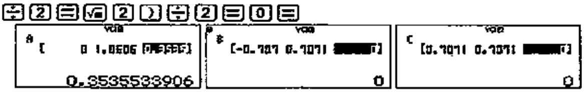
Khi đó đường thẳng BM có một vectơ chỉ phương là $\overrightarrow{BM}$, mặt phẳng $(ABCD)$ có vectơ pháp tuyến là $\left[\overrightarrow{BA},\overrightarrow{BC}\right]$.

STUDY TIPS
Góc giữa đường thẳng BM và mặt phẳng (ABCD) được tính theo công thức:
$\sin\left(\overrightarrow{BM},(ABCD)\right)$
$=\left|\cos\left(\overrightarrow{BM},\left[\overrightarrow{BA},\overrightarrow{BC}\right]\right)\right|$
$=\frac{\left|\overrightarrow{BM}.\left[\overrightarrow{BA},\overrightarrow{BC}\right]\right|}{\left|\overrightarrow{BM}\right|.\left|\left[\overrightarrow{BA},\overrightarrow{BC}\right]\right|}$.

Đưa máy về phương thức VECTOR và nhập các vectơ: VctA $=\left[0,\frac{3\sqrt{2}}{4},\frac{\sqrt{2}}{4}\right]$,

VctB $=\left[-\frac{\sqrt{2}}{2},\frac{\sqrt{2}}{2},0\right]$ và VctC $=\left[\frac{\sqrt{2}}{2},\frac{\sqrt{2}}{2},0\right]$.

MODE 8 1 1 0 = 3 √ 2) ÷ 4 = √ 2) ÷ 4 = SHIFT 5 1 2 1 (−) √ 2) ÷ 2 = √ 2) ÷ 2 = 0 = SHIFT 5 1 3 1 √ 2) ÷ 2 = √ 2) ÷ 2 = 0 =



Ấn AC, nhập Abs(VctA•(VctB×VctC))÷(Abs(VctA)×Abs(VctB×VctC))

[AC] [SHIFT] [hyp] [SHIFT] [5] [3] [SHIFT] [5] [7] [(] [SHIFT] [5] [4] [×] [SHIFT] [5] [5] [)] [)] [÷] [(] [SHIFT] [hyp] [SHIFT] [5] [3] [)] [×] [SHIFT] [hyp] [SHIFT] [5] [4] [×] [SHIFT] [5] [5] [)] [)] [=] [MODE] [1] [SHIFT] [sin] [Ans] [=] [tan] [Ans] [=]

Máy hiện kết quả bằng $\frac{1}{3}$. Vậy $\tan\left(\widehat{BM,(ABCD)}\right)=\tan\widehat{MBI}=\frac{1}{3}$.

Câu 26: Đáp án D.

<u>Cách 1:</u> Tư duy tự luận

Điều kiện $n\ge 2$ và $n\in\mathbb{N}$. Phương trình $C_n^1+C_n^2=55\Leftrightarrow\frac{n!}{(n-1)!}+\frac{n!}{(n-2)!.2!}=55$

$$\Leftrightarrow n+\frac{n(n-1)}{2}=55\Leftrightarrow n^2+n-110=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}n=10\,(\text{tm})\\n=-11\,(\text{L})\end{array}\right.$$

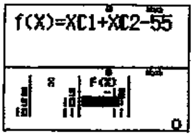
Với $n=10$ ta có khai triển $\left(x^3+\frac{2}{x^2}\right)^{10}=\left(x^3+2x^{-2}\right)^{10}=\sum_{k=0}^{10}C_{10}^k\left(x^3\right)^{10-k}\left(2x^{-2}\right)^k$

$=\sum_{k=0}^{10}C_{10}^k2^kx^{30-5k}$ trong đó $0\le k\le 10, k\in\mathbb{N}$.

Số hạng không chứa x trong khai triển tương ứng với giá trị k thỏa mãn $30-5k=0\Leftrightarrow k=6$ (thỏa mãn).

Vậy số hạng không chứa x trong khai triển cần tìm là $C_{10}^6 2^6 x^0=13440$.

<u>Cách 2:</u> Sử dụng máy tính cầm tay



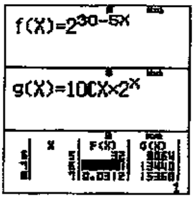
Điều kiện $n\ge 2$ và $n\in\mathbb{N}$. Giải phương trình bằng TABLE: Nhập hàm số $f(X)=XC1+XC2-55$ và chọn Start $=2$, End $=21$, Step $=1$.

[MODE] [7] [ALPHA] [)] [SHIFT] [÷] [1] [+] [ALPHA] [)] [SHIFT] [÷] [2] [−] [5] [5] [=] [=] [2] [=] [2] [1] [=] [1] [=]

Quan sát bảng giá trị, ta thấy khi $X=10$ thì $F(X)=0$. Vậy $n=10$.

Ta có khai triển $\left(x^3+\frac{2}{x^2}\right)^{10}=\left(x^3+2x^{-2}\right)^{10}=\sum_{k=0}^{10}C_{10}^k\left(x^3\right)^{10-k}\left(2x^{-2}\right)^k=\sum_{k=0}^{10}C_{10}^k2^kx^{30-5k}$ trong đó $0\le k\le 10, k\in\mathbb{N}$.

Đặt $\begin{cases}f(x;k)=x^{30-5k}\\g(k)=C_{10}^k2^k\end{cases}\xrightarrow[k=X]{x=2}\begin{cases}f(X)=2^{30-5X}\\g(X)=C_{10}^X.2^X=10CX\times 2^X\end{cases}$ $(0\le X\le 10; X\in\mathbb{N})$.



Dùng TABLE, nhập vào máy hai hàm $f(X)=2^{30-5X}$ và $g(X)=10CX\times 2^X$. Chọn Start $=0$, End $=10$, Step $=1$.

[MODE] [7] [2] [x■] [3] [0] [−] [5] [ALPHA] [)] [=] [1] [0] [SHIFT] [÷] [ALPHA] [)] [×] [2] [x■] [ALPHA] [)] [=] [0] [=] [1] [0] [=] [1] [=]

Quan sát bảng giá trị, ta thấy tại $F(X)=1=2^0=x^0$ (do $x=2$) thì $x=6\to k=6$ và $G(X)=13440$ là hệ số của số hạng không chứa x trong khai triển.

STUDY TIPS

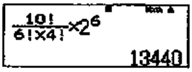
Kĩ thuật tìm số hạng chứa x^α bằng máy tính cầm tay (cách 2, cách 3) đã được tác giả đề cập chi tiết tại chủ đề 3 trong cuốn "Công phá Casio".

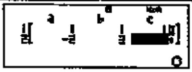
<u>Cách 3:</u> Sử dụng máy tính cầm tay

Để tìm n thỏa mãn $C_n^1+C_n^2=55$, ta sử dụng TABLE tương tự như cách 2. Ta tìm được $n=10$.

Ta có $\left(x^3+\frac{2}{x^2}\right)^{10}=\left(x^3+2x^{-2}\right)^{10}$. Ta có hệ $\begin{cases}k_{-2}+k_3=10\\-2k_{-2}+3k_3=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}k_{-2}=6\\k_3=4\end{cases}$

[MODE] [5] [1] [1] [=] [1] [=] [1] [0] [=] [−] [2] [=] [3] [=] [0] [=] [=] [=]





Vậy hệ số không chứa x trong khai triển là $\left[x^0\right]=\dfrac{10!}{6!.4!}.2^6=13440$.

Câu 27: Đáp án A.

<u>Cách 1:</u> Tư duy tự luận

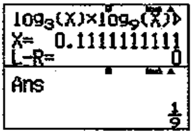
Điều kiện $x>0$. Phương trình tương đương với $\log_3 x.\log_{3^2} x.\log_{3^3} x.\log_{3^4} x=\dfrac{2}{3}$

$$\Leftrightarrow \log_3 x.\frac{1}{2}\log_3 x.\frac{1}{3}\log_3 x.\frac{1}{4}\log_3 x=\frac{2}{3}\Leftrightarrow \frac{1}{24}.\log_3^4 x=\frac{2}{3}\Leftrightarrow \log_3^4 x=16$$

$$\Leftrightarrow \left(\log_3^2 x+4\right)\left(\log_3 x-2\right)\left(\log_3 x+2\right)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\log_3 x=2\\ \log_3 x=-2\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=9\\ x=\dfrac{1}{9}\end{array}\right.$$

Vậy tổng tất cả các nghiệm của phương trình là $9+\dfrac{1}{9}=\dfrac{82}{9}$.

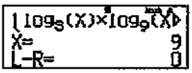
<u>Cách 2:</u> Sử dụng máy tính cầm tay



Nhập vào màn hình $\log_3(X)\times\log_9(X)\times\log_{27}(X)\times\log_{81}(X)-\dfrac{2}{3}$

[log□] [3] [▶] [ALPHA] [)] [▶] [×] [log□] [9] [▶] [ALPHA] [)] [▶] [×] [log□] [2] [7] [▶] [ALPHA] [)] [▶] [×]
[log□] [8] [1] [▶] [ALPHA] [)] [▶] [−] [2] [□/□] [3] [CALC] [1] [=] [SHIFT] [CALC] [=] [Ans] [=]

Ta tìm được một nghiệm $x=\dfrac{1}{9}$.



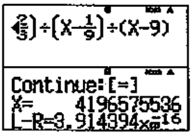
Sửa màn hình thành $\left(\log_3(X)\times\log_9(X)\times\log_{27}(X)\times\log_{81}(X)-\dfrac{2}{3}\right)\div\left(X-\dfrac{1}{9}\right)$

[▲] [▲] [▶] [(] [◀] [◀] [)] [÷] [(] [ALPHA] [)] [−] [1] [□/□] [9] [▶] [)] [SHIFT] [CALC] [5] [=]

Ta tìm tiếp được một nghiệm là $x=9$.

Sửa màn hình thành

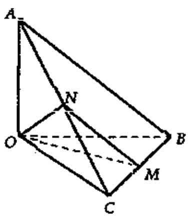
$$\left(\log_3(X)\times\log_9(X)\times\log_{27}(X)\times\log_{81}(X)-\frac{2}{3}\right)\div\left(X-\frac{1}{9}\right)\div(X-9)$$



[◀] [÷] [(] [ALPHA] [)] [−] [9] [)] [SHIFT] [CALC] [1] [0] [=]

Vậy phương trình đã hết nghiệm.

Tổng các nghiệm của phương trình là $9+\dfrac{1}{9}=\dfrac{82}{9}$.



Câu 28: Đáp án C.

<u>Cách 1:</u> Tư duy tự luận

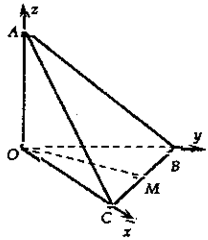
Gọi N là trung điểm của AC thì MN là đường trung bình của ΔABC.

Suy ra $MN//AB\Rightarrow\left(\widehat{OM,AB}\right)=\left(\widehat{OM,MN}\right)$.

Đặt $OA=OB=OC=a$. Ta có $AB=BC=CA=a\sqrt{2}$; $OM=ON=MN=\dfrac{a\sqrt{2}}{2}$. Khi đó tam giác OMN đều và $\widehat{OMN}=60°$. Vậy $\left(\widehat{OM,AB}\right)=\left(\widehat{OM,MN}\right)=\widehat{OMN}=60°$

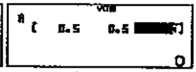
<u>Cách 2:</u> Sử dụng máy tính cầm tay

Đặt $OA=OB=OC=1$. Gắn hệ tọa độ $Oxyz$ như hình vẽ: $O(0;0;0)$, $A(0;0;1)$, $B(0;1;0)$, $C(1;0;0)$. Do M là trung điểm BC nên $M\left(\dfrac{1}{2};\dfrac{1}{2};0\right)$.



Ta có $\overrightarrow{OM}=\left(\frac{1}{2};\frac{1}{2};0\right)$ và $\overrightarrow{AB}=(0;1;-1)$. Đưa máy về phương thức VECTOR, nhập vào các vectơ: $\text{VctA}=\left[\frac{1}{2},\frac{1}{2},0\right]$, $\text{VctB}=[0,1,-1]$.

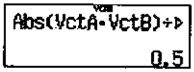
MODE 8 1 1 1 ÷ 2 = 1 ÷ 2 = 0 = SHIFT 5 1 2 1 0 = 1 = − 1 =

Ấn AC, nhập vào màn hình $\text{Abs}(\text{VctA}\bullet\text{VctB})\div(\text{Abs}(\text{VctA})\times\text{Abs}(\text{VctB}))$.

AC SHIFT hyp SHIFT 5 3 SHIFT 5 7 SHIFT 5 4) ÷ (SHIFT hyp SHIFT 5 3) × SHIFT hyp SHIFT 5 4)) =

Máy hiện kết quả bằng $\frac{1}{2}$. Vậy $\cos(OM,AB)=\frac{1}{2}\Rightarrow\left(\overrightarrow{OM},\overrightarrow{AB}\right)=60°$.

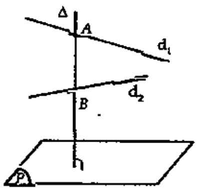


STUDY TIPS

Trong không gian *Oxyz*, góc giữa hai đường thẳng *OM* và *AB* được tính theo công thức:

$\cos\left(\widehat{OM,AB}\right)=\left|\cos\left(\overrightarrow{OM},\overrightarrow{AB}\right)\right|=\frac{\left|\overrightarrow{OM}.\overrightarrow{AB}\right|}{\left|\overrightarrow{OM}\right|.\left|\overrightarrow{AB}\right|}$

Câu 29: Đáp án A.



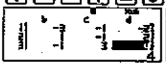
Giả sử đường thẳng cần tìm là Δ cắt hai đường thẳng d_1,d_2 lần lượt tại $A(3-t;3-2t;-2+t)$ và $B(5-3t';-1+2t';2+t')$. Suy ra một VTCP của đường thẳng Δ là $\overrightarrow{AB}=(2-3t'+t;-4+2t'+2t;4+t'-t)$.

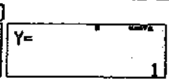
Mặt phẳng (P) có VTPT là $\overrightarrow{n_{(P)}}=(1;2;3)$.

Do $\Delta\perp(P)$ nên $\overrightarrow{AB}$ cùng phương với $\overrightarrow{n_{(P)}}$, tức là $\exists k\in\mathbb{R}:\overrightarrow{AB}=k.\overrightarrow{n_{(P)}}$

Suy ra $\begin{cases}2-3t'+t=k\\-4+2t'+2t=2k\\4+t'-t=3k\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}t-3t'-k=-2\\t+t'-k=2\\t-t'+3k=4\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}t=2\\t'=1\\k=1\end{cases}$

MODE 5 2 1 = − 3 = − 1 = − 2 = 1 = 1 = 1 = − 1 = 2 = 1 = − 1 = 3 = 4 = = = =



Suy ra $A(1;-1;0),B(2;1;3),\overrightarrow{u_\Delta}=(1;2;3)$, do đó $\Delta:\frac{x-1}{1}=\frac{y+1}{2}=\frac{z}{3}$.

Câu 30: Đáp án D.

Ta có $y'=3x^2+m+\frac{1}{x^6},x\in(0;+\infty)$. Để hàm số đồng biến trên $(0;+\infty)$

$\Leftrightarrow y'\geq 0,\forall x\in(0;+\infty)\Leftrightarrow m\geq -3x^2-\frac{1}{x^6},\forall x\in(0;+\infty)\Leftrightarrow m\geq\max\limits_{(0;+\infty)}\left(-3x^2-\frac{1}{x^6}\right)$.

STUDY TIPS

Ngoài ra, ta cũng có thể đặt $f(x)=-3x^2-\frac{1}{x^6}$. Khi đó điều kiện của m là $m\geq\max\limits_{(0;+\infty)}f(x)$. Từ bảng biến thiên của đồ thị hàm số $f(x)$ trên $(0;+\infty)$, ta xác định được GTLN của nó.

<u>Cách 1:</u> Tư duy tự luận

Ta có $3x^2+\frac{1}{x^6}=x^2+x^2+x^2+\frac{1}{x^6}\geq 4\sqrt[4]{x^2.x^2.x^2.\frac{1}{x^6}}=4$. Suy ra $-3x^2-\frac{1}{x^6}\leq -4$.

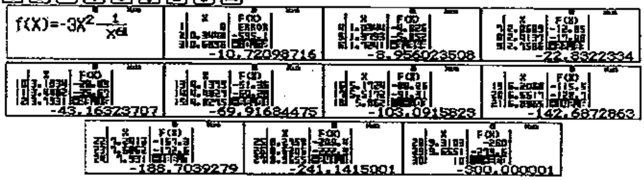
Dấu "=" xảy ra $\Leftrightarrow x^2=\frac{1}{x^6}\Leftrightarrow x=1$. Vậy $m\geq -4$, kết hợp với yêu cầu giả thiết ta tìm được 4 giá trị nguyên âm của *m* thỏa mãn là $m\in\{-4;-3;-2;-1\}$.

<u>Cách 2:</u> Sử dụng máy tính cầm tay

Sử dụng TABLE nhập vào máy hàm số $f(X)=-3X^2-\dfrac{1}{X^6}$. Chọn $Start=0, End=10, Step=\dfrac{10}{29}$.

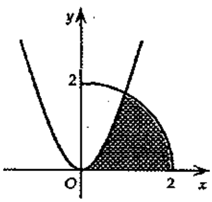
STUDY TIPS
Chế độ [SHIFT][MODE][▽][5][1] chỉ cho phép ta nhập duy nhất một hàm số $f(X)$. Khi đó, bảng hiển thị được tối đa 30 giá trị nên ta chọn $Start=0, End=10, Step=\dfrac{10}{29}$

[SHIFT][MODE][▽][5][1][MODE][7][(-)][3][ALPHA][)][x²][−][1][÷][ALPHA][)][x■][6][=][0][=][1][0][=][1][0][÷][2][9][=]



Quan sát bảng giá trị, ta thấy $\max\limits_{(0;+\infty)} f(X)\approx -4{,}026...$ Vậy $m\ge -4{,}026...$ và có 4 giá trị nguyên âm thỏa mãn bài toán là $m\in\{-4;-3;-2;-1\}$.

Câu 31: Đáp án B.



Phương trình hoành độ giao điểm: $\sqrt{3}x^2=\sqrt{4-x^2}\Leftrightarrow 3x^4+x^2-4=0$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x^2=1 \\ x^2=-\dfrac{4}{3}(L)\end{array}\right. \to x=1$ do $0\le x\le 2$.

Khi đó diện tích hình (H) là $S=\int\limits_0^1\sqrt{3}x^2dx+\int\limits_1^2\sqrt{4-x^2}dx$.

<u>Cách 1:</u> Tư duy tự luận

* Tính $S_1=\int\limits_0^1\sqrt{3}x^2dx=\dfrac{\sqrt{3}x^3}{3}\Big|_0^1=\dfrac{\sqrt{3}}{3}$.

* Tính $S_2=\int\limits_1^2\sqrt{4-x^2}dx$: Đặt $x=2\sin t, t\in\left[-\dfrac{\pi}{2};\dfrac{\pi}{2}\right]\Rightarrow dx=2\cos t dt$

Đổi cận: $x=1\to t=\dfrac{\pi}{6}; x=2\to t=\dfrac{\pi}{2}$.

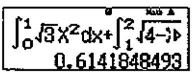
Suy ra $S_2=\int\limits_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{2}}\sqrt{4-4\sin^2 t}.2\cos t dt=4\int\limits_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{2}}\cos^2 t dt=2\int\limits_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{2}}(1+\cos 2t)=2\left(t+\dfrac{1}{2}\sin 2t\right)\Big|_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{2}}$

$=2.\dfrac{\pi}{2}-2\left(\dfrac{\pi}{6}+\dfrac{\sqrt{3}}{4}\right)=\dfrac{2\pi}{3}-\dfrac{\sqrt{3}}{2}$.

Vậy $S=S_1+S_2=\dfrac{\sqrt{3}}{3}+\dfrac{2\pi}{3}-\dfrac{\sqrt{3}}{2}=\dfrac{4\pi-\sqrt{3}}{6}$ (đvdt).

<u>Cách 2:</u> Sử dụng máy tính cầm tay

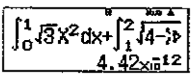
* Nhập vào màn hình $\int\limits_0^1\sqrt{3}X^2dx+\int\limits_1^2\sqrt{4-X^2}dx-\dfrac{4\pi+\sqrt{3}}{12}$



[∫][√■][3][▶][ALPHA][)][x²][▽][0][▲][1][▶][+][∫][√■][4][−][ALPHA][)][x²][▽][1][▲][2][▶][−][■/■][4][SHIFT][×10^x][+][√■][3][▽][1][2][=]

Máy hiện kết quả bằng 0,6141848493. Loại A.

* Sửa màn hình thành $\int\limits_0^1\sqrt{3}X^2dx+\int\limits_1^2\sqrt{4-X^2}dx-\dfrac{4\pi-\sqrt{3}}{6}$



[◀][◀][DEL][DEL][6][▲][◀][◀][◀][DEL][−][=]

Máy hiện kết quả bằng $4{,}42\times 10^{-12}$. Chọn B.

Câu 32: Đáp án D.

<u>Cách 1:</u> Tư duy tự luận

Ta có $\dfrac{1}{(x+1)\sqrt{x}+x\sqrt{x+1}}=\dfrac{1}{\sqrt{x(x+1)}\left(\sqrt{x}+\sqrt{x+1}\right)}=\dfrac{\sqrt{x+1}-\sqrt{x}}{\sqrt{x}\sqrt{x+1}}=\dfrac{1}{\sqrt{x}}-\dfrac{1}{\sqrt{x+1}}$

Suy ra $\int\limits_1^2\dfrac{dx}{(x+1)\sqrt{x}+x\sqrt{x+1}}=\int\limits_1^2\left(\dfrac{1}{\sqrt{x}}-\dfrac{1}{\sqrt{x+1}}\right)dx=\int\limits_1^2\dfrac{1}{\sqrt{x}}dx-\int\limits_1^2\dfrac{1}{\sqrt{x+1}}dx$

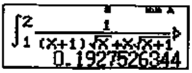
$=\int\limits_1^2\dfrac{2\sqrt{x}d\left(\sqrt{x}\right)}{\sqrt{x}}-\int\limits_1^2\dfrac{2\sqrt{x+1}d\left(\sqrt{x+1}\right)}{\sqrt{x+1}}=2\int\limits_1^2 d\left(\sqrt{x}\right)-2\int\limits_1^2 d\left(\sqrt{x+1}\right)=2\sqrt{x}\Big|_1^2-2\sqrt{x+1}\Big|_1^2$

$=\left(2\sqrt{2}-2\right)-\left(2\sqrt{3}-2\sqrt{2}\right)=4\sqrt{2}-2\sqrt{3}-2=\sqrt{32}-\sqrt{12}-2.$

Từ đó ta có $a=32,b=12,c=2\to P=a+b+c=46$.

<u>Cách 2:</u> Sử dụng máy tính cầm tay

Nhập vào màn hình $\int\limits_1^2\dfrac{1}{(X+1)\sqrt{X}+X\sqrt{X+1}}dx\to A$



[∫] [1] [÷] [(] [ALPHA] [)] [+] [1] [)] [√] [ALPHA] [)] [▶] [+] [ALPHA] [)] [√] [ALPHA] [)] [+] [1] [▼]
[1] [▲] [2] [SHIFT] [RCL] [(−)]

Khi đó ta có $A+c=\sqrt{a}-\sqrt{b}\Rightarrow a+b-2\sqrt{ab}=(A+c)^2\Rightarrow 4ab=\left[a+b-(A+c)^2\right]^2$

$\Rightarrow 4ab=\left[P-c-(A+c)^2\right]^2$.

* Nếu $P=24$ thì $4ab=\left[24-c-(A+c)^2\right]^2$. Sử dụng TABLE và nhập hàm số $f(X)=\left(24-X-(A+X)^2\right)^2$. Chọn Start $=-14$, End $=14$, Step $=1$

[SHIFT] [MODE] [▼] [5] [1] [MODE] [7] [(] [2] [4] [−] [ALPHA] [)] [−] [(] [ALPHA] [(−)] [+] [ALPHA] [)] [)] [x²]
[)] [x²] [=] [(−)] [1] [4] [=] [1] [4] [=] [1] [=]

Quan sát bảng giá trị, ta thấy không có giá trị $f(X)$ nào nguyên, khi đó $4ab\in\mathbb{Z}$.

Loại A.

* Nếu $P=12$ thì $4ab=\left[12-c-(A+c)^2\right]^2$. Sử dụng TABLE và nhập hàm số $f(X)=\left(12-X-(A+X)^2\right)^2$. Chọn Start $=-14$, End $=14$, Step $=1$.

[AC] [▶] [▶] [▶] [DEL] [DEL] [1] [2] [=] [(−)] [1] [4] [=] [1] [4] [=] [1] [=]

Quan sát bảng giá trị, ta thấy không có giá trị $f(X)$ nào nguyên, khi đó $4ab\in\mathbb{Z}$.

Loại B.

* Nếu $P=18$ thì $4ab=\left[18-c-(A+c)^2\right]^2$. Sử dụng TABLE và nhập hàm số $f(X)=\left(18-X-(A+X)^2\right)^2$. Chọn Start $=-14$, End $=14$, Step $=1$

[AC] [▶] [▶] [▶] [DEL] [8] [=] [=] [=] [=]

Quan sát bảng giá trị, ta thấy không có giá trị $f(X)$ nào nguyên, khi đó $4ab\in\mathbb{Z}$.

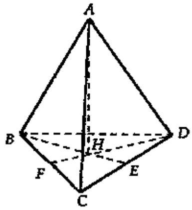
Loại C.

* Nếu $P=46$ thì $4ab=\left[46-c-(A+c)^2\right]^2$. Sử dụng TABLE và nhập hàm số $f(X)=\left(46-X-(A+X)^2\right)^2$. Chọn Start $=-14$, End $=14$, Step $=1$.

AC ▶ ▶ ▶ DEL DEL 4 6 = = = =

Quan sát bảng giá trị, tại $X=2$ thì $F(X)=1536$. Tức là $4ab=1536, c=2$. Chọn D.

Câu 33: Đáp án A.



Gọi E,F là trung điểm cạnh DC, BC. Do ΔBCD là tam giác đều, nên BE, DF cũng là đường cao, đường phân giác của ΔBCD. Các mặt bên cũng là tam giác đều.

Gọi $BE\cap CF=\{H\}$ thì AH là đường cao của tứ diện $ABCD$.

Ta có $AH=\sqrt{AB^2-BH^2}=\sqrt{4^2-\left(\frac{2}{3}.\frac{4\sqrt{3}}{2}\right)^2}=\frac{4\sqrt{6}}{3}$.

Đường tròn nội tiếp ΔBCD có bán kính $r=HE=\frac{1}{3}BE=\frac{4\sqrt{3}}{2.3}=\frac{2\sqrt{3}}{3}$.

Diện tích xung quanh của hình trụ là:

$$S_{xq}=2\pi rh=2.\frac{2\sqrt{3}}{3}.\frac{4\sqrt{6}}{3}.\pi=\frac{16\sqrt{2}\pi}{3}.$$

STUDY TIPS

Cho tứ diện đều ABCD cạnh bằng a

1. Chiều cao của tứ diện được tính là $h=\frac{a\sqrt{6}}{3}$.

2. Bán kính đường tròn nội tiếp đáy cũng chính là bán kính đường tròn nội tiếp tam giác đều cạnh a, được tính theo công thức:

$$r=\frac{a\sqrt{3}}{6}.$$

Câu 34: Đáp án B.

<u>Cách 1:</u> Tư duy tự luận

Ta có $16^x-2.12^x+(m-2).9^x=0\Leftrightarrow\left(\frac{4}{3}\right)^{2x}-2\left(\frac{4}{3}\right)^x+(m-2)=0$ (1)

Đặt $\left(\frac{4}{3}\right)^x=t$, phương trình trở thành $t^2-2t+(m-2)=0$ (2)

Để phương trình (1) có nghiệm dương thì phương trình (2) phải có nghiệm $t>1$.

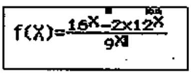
Ta có $t^2-2t+(m-2)=0\Leftrightarrow(t-1)^2=3-m$. Do $t>1$ nên $3-m>0\Leftrightarrow m<3$. Kết hợp với điều kiện đề bài ta có $0<m<3\Rightarrow m\in\{1;2\}$. Vậy có 2 giá trị của m thỏa mãn.

STUDY TIPS

Cách khác, phương trình (2) có nghiệm $\Leftrightarrow$ Đường thẳng $y=2-m$ cắt đồ thị hàm số $f(t)=t^2-2t$ trên $(1;+\infty)$. Trên khoảng $(1;+\infty)$, ta lập bảng biến thiên của hàm số $f(t)$, quan sát bảng biến thiên để tìm điều kiện của m.

<u>Cách 2:</u> Sử dụng máy tính cầm tay casio

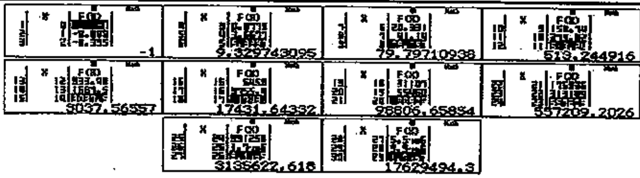
Phương trình $16^x-2.12^x+(m-2).9^x=0\Leftrightarrow\frac{16^x-2.12^x}{9^x}=2-m$. Phương trình này có nghiệm dương $\Leftrightarrow$ Đường thẳng $y=2-m$ cắt đồ thị hàm số $f(x)=\frac{16^x-2.12^x}{9^x}$ trên khoảng $(0;+\infty)$.



Sử dụng TABLE, nhập vào hàm số $f(X)=\frac{16^X-2\times12^X}{9^X}$ và chọn Start = 0, End = 29, Step = 1.

SHIFT MODE ▼ 5 1 MODE 7 $\frac{\square}{\square}$ 1 6 $x^\blacksquare$ ALPHA) ▶ − 2 × 1 2 $x^\blacksquare$ ALPHA) ▼ 9 $x^\blacksquare$ ALPHA) = 0 = 2 9 = 1 =

Quan sát bảng giá trị, ta kết luận hàm số $f(x)=\frac{16^x-2.12^x}{9^x}$ đồng biến (tăng) trên khoảng $(0;+\infty)$.



Như vậy, để đường thẳng $y=2-m$ cắt đồ thị hàm số $f(x)=\dfrac{16^x-2.12^x}{9^x}$ trên khoảng $(0;+\infty)$ thì $2-m>f(0)=-1\Leftrightarrow m<3$. Kết hợp với điều kiện đề bài ta có $0<m<3\Rightarrow m\in\{1;2\}$. Vậy có 2 giá trị của m thỏa mãn.

Câu 35: Đáp án A.

* Phương trình $\sqrt[3]{m+3\sqrt[3]{m+3\sin x}}=\sin x\Leftrightarrow m+3\sqrt[3]{m+3\sin x}=\sin^3 x$

$\Leftrightarrow(m+3\sin x)+3\sqrt[3]{m+3\sin x}=\sin^3 x+3\sin x \quad (1)$

* Xét hàm số $f(t)=t^3+3t$ trên $\mathbb{R}$. Ta có $f'(t)=3t^2+3>0,\forall t\in\mathbb{R}$ nên hàm số $f(t)$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Suy ra $(1)\Leftrightarrow f\left(\sqrt[3]{m+3\sin x}\right)=f(\sin x)\Leftrightarrow\sqrt[3]{m+3\sin x}=\sin x$

$\Leftrightarrow\sin^3 x-3\sin x=m$. Đặt $\sin x=t,t\in[-1;1]$. Phương trình trở thành $t^3-3t=m$

* Xét hàm số $g(t)=t^3-3t$ trên $t\in[-1;1]$. Ta có $g'(t)=3t^2-3\le 0,\forall t\in[-1;1]$ và $g'(t)=0\Leftrightarrow t=\pm 1$. Suy ra hàm số $g(t)$ nghịch biến trên $[-1;1]$.

* Để phương trình đã cho có nghiệm thực $\Leftrightarrow$ Phương trình $t^3-3t=m$ có nghiệm trên $[-1;1]\Leftrightarrow\min\limits_{[-1;1]}g(t)\le m\le\max\limits_{[-1;1]}g(t)\Leftrightarrow g(1)\le m\le g(-1)\Leftrightarrow -2\le m\le 2$. Vậy có 5 giá trị nguyên của m thỏa mãn là $m\in\{-2;-1;0;1;2\}$.

STUDY TIPS

Điều kiện để phương trình $f(x)=g(m)$ có nghiệm trên đoạn $[a;b]$ là đường thẳng $y=g(m)$ cắt đồ thị hàm số $y=f(x)$ với $x\in[a;b]$.

Khi đó: $\min\limits_{[a;b]}f(x)\le g(m)\le\max\limits_{[a;b]}f(x)$.

Câu 36: Đáp án B.

Xét hàm số $f(x)=x^3-3x+m$ trên đoạn $[0;2]$. Đạo hàm $f'(x)=3x^2-3$ và $f'(x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=-1\ (\text{L})\\x=1\ (\text{tm})\end{array}\right.$

Bảng biến thiên

x	$-\infty$	-1	0	1	2	$+\infty$
$f'(x)$	+	0	−	− 0	+	
$f(x)$			m	$m-2$	$2+m$	

Ta xét các trường hợp dưới đây:

* Trường hợp 1: Nếu $2+m<0\Leftrightarrow m<-2$ thì $\max\limits_{[0;2]}y=-(m-2)=2-m$.

Yêu cầu bài toán $\max\limits_{[0;2]}y=3\Leftrightarrow 2-m=3\Leftrightarrow m=-1$ (Loại).

* Trường hợp 2: $m<0<m+2\Leftrightarrow -2<m<0$ thì $\max\limits_{[0;2]}y=-(m-2)=2-m$

Yêu cầu bài toán $\max\limits_{[0;2]} y = 3 \Leftrightarrow 2 - m = 3 \Leftrightarrow m = -1$ (thỏa mãn).

* Trường hợp 3: $m - 2 < 0 < m \Leftrightarrow 0 < m < 2$ thì $\max\limits_{[0;2]} y = m + 2$

Yêu cầu bài toán $\max\limits_{[0;2]} y = 3 \Leftrightarrow m + 2 = 3 \Leftrightarrow m = 1$ (thỏa mãn).

* Trường hợp 4: $m - 2 > 0 \Leftrightarrow m > 2$ thì $\max\limits_{[0;2]} y = m + 2$

Yêu cầu bài toán $\max\limits_{[0;2]} y = 3 \Leftrightarrow m + 2 = 3 \Leftrightarrow m = 1$ (Loại).

Vậy có hai giá trị m thỏa mãn.

Câu 37: Đáp án C.

STUDY TIPS

Ta có

$\int \frac{dx}{ax+b} = \frac{1}{a}\ln|ax+b| + C$

* Trên $\left(-\infty; \frac{1}{2}\right)$ thì $f(x) = \int f'(x)dx = \int \frac{2}{2x-1}dx = \ln|2x-1| + C = \ln(1-2x) + C_1$

Từ $f(0) = 1$ ta có $\ln(1 - 2.0) + C_1 = 1 \Leftrightarrow C_1 = 1$.

* Trên $\left(\frac{1}{2}; +\infty\right)$ thì $f(x) = \int f'(x)dx = \int \frac{2}{2x-1}dx = \ln|2x-1| + C = \ln(2x-1) + C_2$

Từ $f(1) = 2$ ta có $\ln(2.1 - 1) + C_2 = 2 \Leftrightarrow C_2 = 2$.

Vậy $f(x) = \begin{cases} \ln(1-2x) + 1 \text{ khi } x < \frac{1}{2} \\ \ln(2x-1) + 2 \text{ khi } x > \frac{1}{2} \end{cases}$ và $f(-1) + f(3) = 3 + \ln 15$.

Câu 38: Đáp án D.

Từ giả thiết $z + 2 + i - |z|(1+i) = 0 \Leftrightarrow \left(a + 2 - \sqrt{a^2+b^2}\right) + \left(b + 1 - \sqrt{a^2+b^2}\right)i = 0$

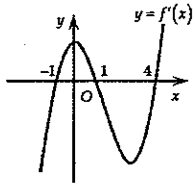
$\Leftrightarrow \begin{cases} a+2 = \sqrt{a^2+b^2} \\ b+1 = \sqrt{a^2+b^2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a+2 = \sqrt{a^2+b^2} \\ b+1 = a+2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a+2 = \sqrt{a^2+(a+1)^2} \\ b = a+1 \end{cases}$

$\Rightarrow \begin{cases} 2a^2 + 2a + 1 = (a+2)^2 \\ b = a+1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a^2 - 2a - 3 = 0 \\ b = a+1 \end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} a = -1; b = 0 \\ a = 3; b = 4 \end{array}\right.$

* Với $a = -1, b = 0 \to z = -1$ loại do $|z| > 1$.

* Với $a = 3, b = 4 \to z = 3 + 4i$. Vậy $a = 3, b = 4$ và $P = a + b = 7$.

Câu 39: Đáp án C.



Dựa vào đồ thị của hàm số $y = f'(x)$ ta có $f'(x) < 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x < -1 \\ 1 < x < 4 \end{array}\right.$

Lại có $\left(f(2-x)\right)' = (2-x)'.f'(2-x) = -f'(2-x)$.

Để hàm số $y = f(2-x)$ đồng biến thì $\left(f(2-x)\right)' > 0 \Leftrightarrow f'(2-x) < 0$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 2-x < -1 \\ 1 < 2-x < 4 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x > 3 \\ -2 < x < 1 \end{array}\right.$

Vậy hàm số $y = f(2-x)$ đồng biến trên mỗi khoảng $(-2;1)$ và $(3;+\infty)$.

Câu 40: Đáp án C.

Gọi đường thẳng đi qua $A(a;1)$ có hệ số góc k là $y = k(x-a) + 1$. Đường thẳng này là tiếp tuyến của hệ khi và chỉ khi hệ phương trình sau có nghiệm

$$\begin{cases}\dfrac{-x+2}{x-1}=k(x-a)+1 & (1)\\ -\dfrac{1}{(x-1)^2}=k & (2)\end{cases}$$

Thay (2) vào (1), ta được $\dfrac{-x+2}{x-1}=\dfrac{a-x}{(x-1)^2}+1 \Leftrightarrow (-x+2)(x-1)=a-x+(x-1)^2$

$\Leftrightarrow 2x^2-6x+3+a=0\ (*)$

Để qua A chỉ kẻ được đúng 1 tiếp tuyến của (C) thì phương trình $(*)$ có nghiệm kép hoặc có hai nghiệm phân biệt, trong đó một nghiệm bằng 1.

* Phương trình $(*)$ có nghiệm kép khi $\Delta'=9-2(3+a)=0 \Leftrightarrow a=\dfrac{3}{2}$.

* Phương trình $(*)$ có hai nghiệm phân biệt trong đó một nghiệm bằng 1

$\Leftrightarrow \begin{cases}\Delta'=9-2(3+a)>0\\ 2.1^2-6.1+3+a=0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}3-2a>0\\ a-1=0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}a<\dfrac{3}{2}\\ a=1\end{cases} \Leftrightarrow a=1$

Vậy tổng các phần tử của S là $1+\dfrac{3}{2}=\dfrac{5}{2}$.

Câu 41: Đáp án A.

Gọi $A(a;0;0),B(0;b;0),C(0;0;c)$ thì phương trình mặt phẳng (ABC) theo đoạn chắn là $\dfrac{x}{a}+\dfrac{y}{b}+\dfrac{z}{c}=1,(abc\neq 0)$. Khi đó $(P):\dfrac{x}{a}+\dfrac{y}{b}+\dfrac{z}{c}=1$.

Điểm $M(1;1;2)\in(P)$ nên $\dfrac{1}{a}+\dfrac{1}{b}+\dfrac{2}{c}=1\ (*)$

Ta có $OA=OB=OC\neq 0$ nên $|a|=|b|=|c|=t>0$. Khi đó $(a;b;c)$ là một trong các bộ số: $(t;t;t),(-t;t;t),(t;-t;t),(t;t;-t),(-t;-t;t),(-t;t;-t),(t;-t;-t),(-t;-t;-t)$.

* Với mỗi bộ số $(t;t;t),(-t;t;t),(t;-t;t)$ thay vào $(*)$ đều cho ta tìm được $t>0$ và xác định được phương trình mặt phẳng (P).

* Với mỗi bộ số $(t;t;-t),(-t;-t;t)$ thay vào $(*)$ ta được $0=1$ (Vô lý). Nên các bộ số này không thỏa mãn.

* Với mỗi bộ số $(-t;t;-t),(t;-t;-t),(-t;-t;-t)$ thay vào $(*)$ ta được $VT_{(*)}<0$ (Vô lý do $VT_{(*)}=1>0$). Nên các bộ số này không thỏa mãn.

Vậy có ba mặt phẳng (P) thỏa mãn yêu cầu bài toán.

STUDY TIPS

Mặt phẳng (P) đi qua ba điểm $A(a;0;0)$, $B(0;b;0)$ và $C(0;0;c)$ thì có phương trình theo đoạn chắn là:

$$\frac{x}{a}+\frac{y}{b}+\frac{z}{c}=1$$

Câu 42: Đáp án B.

Từ giả thiết $u_{n+1}=2u_n,\forall n\geq 1$, suy ra (u_n) là cấp số nhân với công bội $q=2$.

Khi đó $u_{10}=2^9u_1$.

Từ $\log u_1+\sqrt{2+\log u_1-2\log u_{10}}=2\log u_{10}$

$\Leftrightarrow \log u_1+\sqrt{2+\log u_1-2\log(2^9u_1)}=2\log(2^9u_1)$

$\Leftrightarrow \log u_1+\sqrt{2+\log u_1-18\log 2-2\log u_1}=18\log 2+2\log u_1$

$\Leftrightarrow 18\log 2+\log u_1-\sqrt{2-\log u_1-18\log 2}=0$.

Đặt $t=\sqrt{2-\log u_1-18\log 2}\geq 0 \Rightarrow \log u_1+18\log 2=2-t^2$.

STUDY TIPS

Nếu (u_n) là một cấp số nhân $(n\in N^*)$, thì ta có các công thức sau đây:

1. $u_{n+1}=u_n.q$ với q là công bội. Suy ra $q=\dfrac{u_{n+1}}{u_n}$.

2. Số hạng tổng quát: $u_n=u_1.q^{n-1},(n\geq 2,n\in N)$

Phương trình trên trở thành: $-t^2-t+2=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t=1(\text{tm}) \\ t=-2(\text{L}) \end{array}\right.$

Với $t=1$ ta có $\sqrt{2-\log u_1-18\log 2}=1 \Rightarrow \log u_1=1-18\log 2=\log 10-\log 2^{18}$

$\Rightarrow \log u_1=\log\dfrac{2.5}{2^{18}}=\log\dfrac{5}{2^{17}}$.

Ta có (u_n) là cấp số nhân với công bội $q=2$ nên $u_n=2^{n-1}u_1=2^{n-1}.\dfrac{5}{2^{17}}=5.2^{n-18}$.

Để $u_n>5^{100} \Leftrightarrow 2^{n-18}.5>5^{100} \Leftrightarrow 2^{n-18}>5^{99} \Leftrightarrow n>18+99\log_2 5 \approx 247,871$

Vậy giá trị nhỏ nhất của $n \in \mathbb{N}$ thỏa mãn là $n=248$.

Câu 43: Đáp án D.

Xét hàm số $f(x)=3x^4-4x^3-12x^2+m$. Đạo hàm $f'(x)=12x^3-12x^2-24x$

Ta có $f'(x)=0 \Leftrightarrow 12x(x^2-x-2)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0;y(0)=m \\ x=-1;y(-1)=m-5 \\ x=2;y(2)=m-32 \end{array}\right.$

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$		-1		0		2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	$m-5$	$\nearrow$	m	$\searrow$	$m-32$	$\nearrow$	$+\infty$

STUDY TIPS

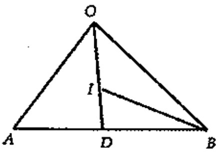
Số điểm cực trị của hàm số $y=|f(x)|$ là $a+b$. Trong đó a là số điểm cực trị của $f(x)$ và b là số nghiệm của phương trình $f(x)=0$ (nghiệm chung tính một lần).

Dễ thấy, hàm số $f(x)=3x^4-4x^3-12x^2+m$ có 3 điểm cực trị. Nên để hàm số $y=|f(x)|$ có 7 điểm cực trị thì phương trình $f(x)=0$ phải có 4 nghiệm phân biệt, hay đồ thị hàm số $y=f(x)$ cắt đường thẳng $y=0$ tại 4 điểm phân biệt. Quan sát bảng biến thiên, ta xác định được giá trị của m thỏa mãn.

Quan sát bảng biến thiên, ta thấy để hàm số $y=|3x^4-4x^3-12x^2+m|$ có 7 cực trị thì $m-5<0<m \Leftrightarrow 0<m<5$. Do $m\in\mathbb{Z}$ nên $m\in\{1;2;3;4\}$. Vậy có 4 giá trị của m thỏa mãn.

Câu 44: Đáp án A.

<u>Cách 1:</u> Tư duy tự luận



Ta có $\overrightarrow{OA}=(2;2;1), \overrightarrow{OB}=\left(-\dfrac{8}{3};\dfrac{4}{3};\dfrac{8}{3}\right) \Rightarrow OA=3, OB=4$ và $\left[\overrightarrow{OA},\overrightarrow{OB}\right]=(4;-8;8)$.

Suy ra mặt phẳng (OAB) có VTPT là $\vec{n}=(1;-2;2)$.

Gọi $D(x_0;y_0;z_0)$ là chân đường phân giác hạ từ O đến AB của ΔOAB.

Ta có $\dfrac{DA}{DB}=\dfrac{OA}{OB}=\dfrac{3}{4} \Rightarrow \overrightarrow{AD}=-\dfrac{3}{4}\overrightarrow{BD} \Rightarrow \begin{cases} x_0-2=-\dfrac{3}{4}\left(x_0+\dfrac{8}{3}\right) \\ y_0-2=-\dfrac{3}{4}\left(y_0-\dfrac{4}{3}\right) \\ z_0-1=-\dfrac{3}{4}\left(z_0-\dfrac{8}{3}\right) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_0=0 \\ y_0=\dfrac{12}{7} \\ z_0=\dfrac{12}{7} \end{cases}$

Vậy $D\left(0;\dfrac{12}{7};\dfrac{12}{7}\right)$ và $\overrightarrow{BD}=\left(\dfrac{8}{3};\dfrac{8}{21};-\dfrac{20}{27}\right) \Rightarrow BD=\dfrac{20}{7}$.

Gọi $I(x_I;y_I;z_I)$ là tâm đường tròn nội tiếp của tam giác ABC.

Ta có $\frac{IO}{ID}=\frac{OB}{BD}=\frac{7}{5}\Rightarrow\overrightarrow{OI}=-\frac{7}{5}\overrightarrow{DI}\Rightarrow\begin{cases}x_I=-\frac{7}{5}x_I\\ y_I=-\frac{7}{5}\left(y_I-\frac{12}{7}\right)\\ z_I=-\frac{7}{5}\left(z_I-\frac{12}{7}\right)\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x_I=0\\ y_I=1\\ z_I=1\end{cases}\Rightarrow I(0;1;1).$

Đường thẳng cần tìm đi qua $I(0;1;1)$ và có véc tơ chỉ phương $\vec{u}=(1;-2;2)$.

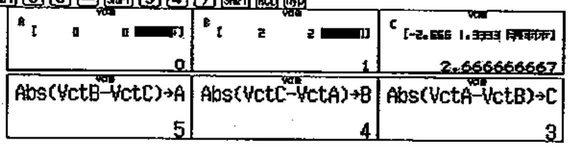
Thay tọa độ $I(0;1;1)$ vào thấy thỏa mãn phương trình $\frac{x+1}{1}=\frac{y-3}{-2}=\frac{z+1}{2}$.

<u>Cách 2:</u> Sử dụng máy tính cầm tay

Vào phương thức VECTOR, nhập $\text{VctA}=[0,0,0]$, $\text{VctB}=[2,2,1]$ và $\text{VctC}=\left[-\frac{8}{3};\frac{4}{3};\frac{8}{3}\right]$.

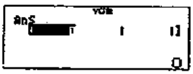
* Tìm tâm đường tròn nội tiếp tam giác OAB

[MODE] [8] [1] [1] [0] [=] [0] [=] [0] [=] [SHIFT] [5] [1] [2] [1] [2] [=] [2] [=] [1] [=] [SHIFT] [5] [1] [3] [1] [−] [8] [÷] [3] [=] [4] [÷] [3] [=] [8] [÷] [3] [=] [AC] [SHIFT] [hyp] [SHIFT] [5] [4] [−] [SHIFT] [5] [5] [)] [SHIFT] [RCL] [(−)] [SHIFT] [hyp] [SHIFT] [5] [5] [−] [SHIFT] [5] [3] [)] [SHIFT] [RCL] [°'''] [SHIFT] [hyp] [SHIFT] [5] [3] [−] [SHIFT] [5] [4] [)] [SHIFT] [RCL] [hyp]



Nhập vào màn hình $(\text{AVctA}+\text{BVctB}+\text{CVctC})\div(\text{A}+\text{B}+\text{C})$

[(] [ALPHA] [(−)] [SHIFT] [5] [3] [+] [ALPHA] [°'''] [SHIFT] [5] [4] [+] [ALPHA] [hyp] [SHIFT] [5] [5] [)] [÷] [(] [ALPHA] [(−)] [+] [ALPHA] [°'''] [+] [ALPHA] [hyp] [)] [=]



Màn hình hiện kết quả $[0,1,1]$. Vậy $I(0;1;1)$ là tâm đường tròn nội tiếp ΔOAB

* Tìm VTPT của mặt phẳng (OAB)

Nhập vào màn hình $(\text{VctB}-\text{VctA})\times(\text{VctC}-\text{VctA})$

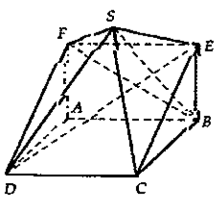
[AC] [(] [SHIFT] [5] [4] [−] [SHIFT] [5] [3] [)] [×] [(] [SHIFT] [5] [5] [−] [SHIFT] [5] [3] [)] [=]

Máy hiện kết quả $[4,-8,8]$. Suy ra $\left[\overrightarrow{OA},\overrightarrow{OB}\right]=(4;-8;8)$ và $\vec{n}=(1;-2;2)$ là VTPT của mặt phẳng (OAB).

* Đường thẳng $d\perp(OAB)$ nên có VTCP là $\vec{u}=(1;-2;2)$ và đi qua $I(0;1;1)$.

Thay tọa độ điểm I vào đáp án, ta thấy $\frac{x+1}{1}=\frac{y-3}{-2}=\frac{z+1}{2}$ là đường thẳng thỏa mãn.

Câu 45: Đáp án B.



Thể tích khối đa diện $ABCDSEF$ là $V=V_{ADF.BCE}+V_{S.CDFE}$.

* Do $ADF.BCE$ là hình lăng trụ đứng có đáy là tam giác vuông cân nên ta $V_{ADF.BCE}=AB.S_{BCE}=\frac{1}{2}$ (đvtt).

STUDY TIPS

Nếu tam giác ABC có D là chân đường phân giác kẻ từ A xuống BC thì ta có: $\frac{DB}{DC}=\frac{AB}{AC}\to\overrightarrow{DB}=-\frac{AB}{AC}\overrightarrow{DC}$

Nếu I là tâm đường tròn nội tiếp tam giác ABC thì I cũng là chân đường phân giác kẻ từ B xuống AD của ΔABD. Khi đó: $\frac{IA}{ID}=\frac{AB}{BD}\to\overrightarrow{IA}=-\frac{AB}{BD}\overrightarrow{ID}$

Nếu cho trước tọa độ ba điểm A, B, C thì sử dụng liên tiếp hai dữ kiện trên, ta tìm được tọa độ tâm I của đường tròn nội tiếp tam giác ABC.

STUDY TIPS

Phương pháp tìm tâm đường tròn nội tiếp tam giác bằng máy tính cầm tay đã được tác giả đề cập chi tiết tại chủ đề 10, sách "Công phá Casio".

* Do tứ giác $CDFE$ là hình chữ nhật và S là điểm đối xứng với S qua đường thẳng DE nên ta có:

$$V_{S.CDFE}=2V_{S.CDE}=2.V_{B.CDE}=2.V_{D.BCE}=2.\frac{1}{3}CD.S_{\Delta BCE}=2.\frac{1}{3}.1.\frac{1}{2}=\frac{1}{3}\text{ (đvtt)}$$

Vậy thể tích cần tính là $V=V_{ADF.BCE}+V_{S.CDFE}=\frac{1}{2}+\frac{1}{3}=\frac{5}{6}$ (đvtt).

Câu 46: Đáp án A.

<u>Cách 1:</u> Sử dụng bất đẳng thức Bunyakovsky

Từ giả thiết $|z-4-3i|=\sqrt{5}\Leftrightarrow(a-4)^2+(b-3)^2=5\Leftrightarrow a^2+b^2-8a-6b+20=0$

$\Leftrightarrow a^2+b^2=8a+6b-20$.

Mặt khác $T=|z+1-3i|+|z-1+i|=\sqrt{(a+1)^2+(b-3)^2}+\sqrt{(a-1)^2+(b+1)^2}$.

Suy ra $M^2\le(1^2+1^2)\left[(a+1)^2+(b-3)^2+(a-1)^2+(b+1)^2\right]=2\left[2(a^2+b^2)-4b+12\right]$

$$=2\left[2(8a+6b-20)-4b+12\right]=8(4a+2b-7)$$

Dấu "=" xảy ra khi $(a+1)^2+(b-3)^2=(a-1)^2+(b+1)^2\Leftrightarrow a-2b=-2$.

Lại có $4a+2b=4(a-4)+2(b-3)+22\le\sqrt{(4^2+2^2)\left[(a-4)^2+(b-3)^2\right]}+22$

$$=\sqrt{20.5}+22=32.$$

Dấu "=" xảy ra khi $\frac{a-4}{4}=\frac{b-3}{2}\Leftrightarrow a-4=2(b-3)\Leftrightarrow a-2b=-2$.

Suy ra $M^2\le 8(4a+2b-7)\le 8(32-7)=200\Rightarrow M\le 10\sqrt{2}$.

Vậy $M_{max}=10\sqrt{2}$ khi $\begin{cases}4a+2b=32\\a-2b=-2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=6\\b=4\end{cases}$. Vậy $P=a+b=10$.

STUDY TIPS

Với hai bộ số $(a_1;a_2;...;a_n)$ và $(b_1;b_2;...;b_n)$ ta có:

$(a_1b_1+a_2b_2+...+a_nb_n)^2\le(a_1^2+...+a_n^2)(b_1^2+...+b_n^2)$

Dấu "=" xảy ra khi và chỉ khi $\frac{a_1}{b_1}=\frac{a_2}{b_2}=...=\frac{a_n}{b_n}$

<u>Cách 2:</u> Lượng giác hóa

Từ giả thiết $|z-4-3i|=\sqrt{5}\Leftrightarrow(a-4)^2+(b-3)^2=5$. Đặt $\begin{cases}a=\sqrt{5}\sin\alpha+4\\b=\sqrt{5}\cos\alpha+3\end{cases}$

Khi đó $T=|z+1-3i|+|z-1+i|=\sqrt{(a+1)^2+(b-3)^2}+\sqrt{(a-1)^2+(b+1)^2}$

$=\sqrt{(\sqrt{5}\sin\alpha+5)^2+(\sqrt{5}\cos\alpha)^2}+\sqrt{(\sqrt{5}\sin\alpha+3)^2+(\sqrt{5}\sin\alpha+4)^2}$

$=\sqrt{10\sqrt{5}\sin\alpha+30}+\sqrt{6\sqrt{5}\sin\alpha+8\sqrt{5}\cos\alpha+30}$

Áp dụng BĐT Bunyakovsky ta có

$M\le\sqrt{(1^2+1^2)(16\sqrt{5}\sin\alpha+8\sqrt{5}\cos\alpha+60)}=\sqrt{2\left[8\sqrt{5}(2\sin\alpha+\cos\alpha)+60\right]}$

và $2\sin\alpha+\cos\alpha\le\sqrt{(2^2+1^2)(\sin^2\alpha+\cos^2\alpha)}=\sqrt{5}$.

Suy ra $M\le\sqrt{2\left[8\sqrt{5}(2\sin\alpha+\cos\alpha)+60\right]}\le\sqrt{2(8\sqrt{5}.\sqrt{5}+60)}=10\sqrt{2}$.

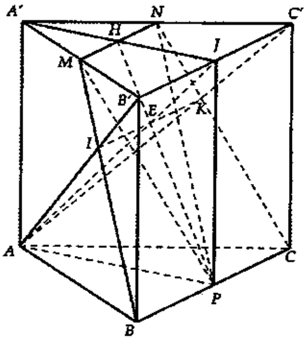
Nên $M_{max}=10\sqrt{2}$ khi $\begin{cases}\sin\alpha=\frac{2}{\sqrt{5}}\\\cos\alpha=\frac{1}{\sqrt{5}}\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}a=\sqrt{5}\sin\alpha+4=6\\b=\sqrt{5}\cos\alpha+3=4\end{cases}$. Vậy $P=a+b=10$.

Câu 47: Đáp án B.

Cách 1: Tư duy tự luận

Xử lý và vẽ lại hình như dưới đây để có thể dễ quan sát hơn.

Ta có $(MNP)\equiv(MNCB)$. Gọi I là giao điểm của BM và AB', K là giao điểm của CN và AC'.



Suy ra $IK=(MNCB)\cap(AB'C')$. Gọi J là trung điểm của $B'C'$, do $\Delta AB'C'$ cân tại A nên $AJ\perp B'C'$, dễ chứng minh $IK//B'C'$ nên $AJ\perp IK$

Gọi H là giao điểm của AJ và MN, suy ra H là trung điểm của MN. Dễ chứng minh được $IK//MN$ và $PH\perp MN$. Suy ra $PH\perp IK$.

Vậy $\left(\widehat{(MNP),(AB'C')}\right)=\left(\widehat{AJ,PH}\right)$.

Gọi E là giao điểm của AJ và $A'P$, ta tính góc $\widehat{AEP}$.

Ta có $HJ//AP\Rightarrow\dfrac{HJ}{AP}=\dfrac{EH}{EP}=\dfrac{EJ}{EA}=\dfrac{1}{2}\Rightarrow\begin{cases}EH=\dfrac{1}{2}EP\\EJ=\dfrac{1}{2}EA\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}PE=\dfrac{2}{3}PH\\AE=\dfrac{2}{3}AJ\end{cases}$

$$A'J=AP=\frac{2\sqrt{3}.\sqrt{3}}{2}=3;A'H=HJ=\frac{1}{2}A'J=\frac{3}{2};$$

$$AJ=\sqrt{AP^2+PJ^2}=\sqrt{3^2+2^2}=\sqrt{13};$$

$$PH=\sqrt{PJ^2+HJ^2}=\sqrt{2^2+\left(\frac{3}{2}\right)^2}=\frac{5}{2}.$$

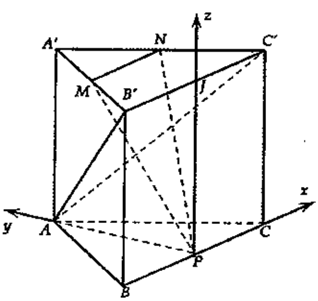
Suy ra $PE=\dfrac{2}{3}PH=\dfrac{2}{3}.\dfrac{5}{2}=\dfrac{5}{3};\ AE=\dfrac{2}{3}AJ=\dfrac{2\sqrt{13}}{3}$.

Áp dụng định lý hàm số cosin vào tam giác AEP ta có:

$$\cos\widehat{AEP}=\frac{AE^2+PE^2-AP^2}{2AE.PE}=\frac{\left(\frac{2\sqrt{13}}{3}\right)^2+\left(\frac{5}{3}\right)^2-3^2}{2.\frac{2\sqrt{13}}{3}.\frac{5}{3}}=-\frac{\sqrt{13}}{65}\Rightarrow 90^\circ<\widehat{AEP}<180^\circ.$$

Vậy $\left(\widehat{(MNP),(AB'C')}\right)=\left(\widehat{AJ,PH}\right)=180^\circ-\widehat{AEP}\Rightarrow\cos\left(\widehat{(MNP),(AB'C')}\right)$

$$=\cos\left(180^\circ-\widehat{AEP}\right)=-\cos\widehat{AEP}=\frac{\sqrt{13}}{65}.$$



Cách 2: Sử dụng máy tính cầm tay

Gọi J là trung điểm BC.

Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ như hình vẽ bên:

$A(0;3;0),B(-\sqrt{3};0;0),C(\sqrt{3};0;0),A'(0;3;2),B'(-\sqrt{3};0;2),$

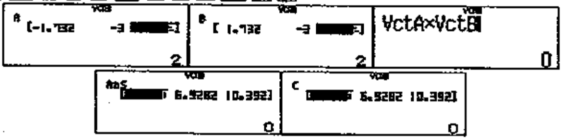
$C'(\sqrt{3};0;2),P(0;0;0)$.

M,N là trung điểm $A'B',A'C'$ thì $M\left(-\dfrac{\sqrt{3}}{2};\dfrac{3}{2};2\right),N\left(\dfrac{\sqrt{3}}{2};\dfrac{3}{2};2\right)$.

Ta có $\overrightarrow{AB'}=\left(-\sqrt{3};-3;2\right),\overrightarrow{AC'}=\left(\sqrt{3};-3;2\right),\overrightarrow{PM}=\left(-\dfrac{\sqrt{3}}{2};\dfrac{3}{2};2\right)$ và $\overrightarrow{PN}=\left(\dfrac{\sqrt{3}}{2};\dfrac{3}{2};2\right)$

Đưa máy về phương thức VECTOR, nhập $\text{VctA}=\left[-\sqrt{3};-3;2\right],\text{VctB}=\left[\sqrt{3};-3;2\right]$

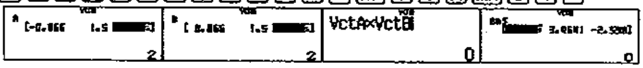
MODE 8 1 1 (−) √ 3 = − 3 = 2 = SHIFT 5 1 2 1 √ 3 = − 3 = 2 = AC SHIFT 5 3 × SHIFT 5 4 = SHIFT RCL hyp



Kết quả trên được gán vào VctC, đó cũng là một VTPT của mặt phẳng $(AB'C')$.

Nhập $\text{VctA}=\left[-\dfrac{\sqrt{3}}{2},\dfrac{3}{2},2\right]$ và $\text{VctB}=\left[\dfrac{\sqrt{3}}{2},\dfrac{3}{2},2\right]$.

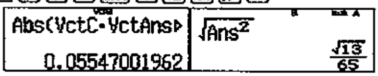
SHIFT 5 1 1 1 (−) √ 3) ÷ 2 = 3 ÷ 2 = 2 = SHIFT 5 1 2 1 √ 3) ÷ 2 = 3 ÷ 2 = 2 = AC SHIFT 5 3 × SHIFT 5 4 =



Kết quả trên được gán vào VctAns, đó cũng là một VTPT của mặt phẳng (MNP)

Nhập vào màn hình $\text{Abs}(\text{VctC}\bullet\text{VctAns})\div(\text{Abs}(\text{VctC})\times\text{Abs}(\text{VctAns}))$

AC SHIFT hyp SHIFT 5 5 SHIFT 5 7 SHIFT 5 6) ÷ (SHIFT hyp SHIFT 5 5) × SHIFT hyp SHIFT 5 6)) = MODE 1 √ Ans x² =



STUDY TIPS

Mặt phẳng (P) có VTPT là $\overrightarrow{n_1}$, mặt phẳng (Q) có VTPT là $\overrightarrow{n_2}$ thì góc giữa hai mặt phẳng (P),(Q) được tính theo công thức:

$$\cos\left(\widehat{(P),(Q)}\right)=\left|\cos\left(\overrightarrow{n_1},\overrightarrow{n_2}\right)\right|=\frac{\left|\overrightarrow{n_1}.\overrightarrow{n_2}\right|}{\left|\overrightarrow{n_1}\right|.\left|\overrightarrow{n_2}\right|}.$$

Vậy $\cos\left(\widehat{(AB'C'),(MNP)}\right)=\dfrac{\sqrt{13}}{65}$.

Câu 48: Đáp án B.

<u>Cách 1:</u> Gọi $\vec{n}=(a;b;c),\left(a^2+b^2+c^2\neq 0\right)$ là VTPT của mặt phẳng (P) tiếp xúc với cả ba mặt cầu $(S_1),(S_2),(S_3)$; M là trung điểm $BC\Rightarrow M(1;-1;1),\overrightarrow{BC}=(-4;0;0)$.

* *Trường hợp 1:* (P) đi qua trung điểm M của BC

$\Rightarrow (P): a(x-1)+b(y+1)+c(z-1)=0$ hay $(P): ax+by+cz-a+b-c=0$.

Ta có $\begin{cases} d(A;(P))=2 \\ d(B;(P))=1 \end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases} |3b|=2\sqrt{a^2+b^2+c^2} \\ |2a|=\sqrt{a^2+b^2+c^2} \end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases} |3b|=2|2a| \\ 3a^2=b^2+c^2 \end{cases}$

$$\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l} \begin{cases} b=\dfrac{4a}{3} \\ c^2=\dfrac{11a^2}{9} \end{cases} (1) \\ \begin{cases} b=-\dfrac{4a}{3} \\ c^2=\dfrac{11a^2}{9} \end{cases} (2) \end{array}\right.$$

Hệ (1) có 2 nghiệm, hệ (2) có 2 nghiệm và các nghiệm đó không trùng nhau. Vậy trường hợp này có 4 mặt phẳng (P).

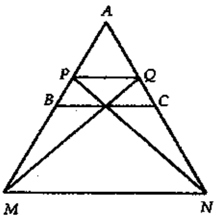
* *Trường hợp 2:* (P) song song với $BC \Rightarrow \overrightarrow{n_{(P)}}.\overrightarrow{BC}=0 \Leftrightarrow a=0 \Rightarrow (P): by+cz+d=0$

Ta có $\begin{cases} d(A;(P))=2 \\ d(B;(P))=1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} |2b+c+d|=2\sqrt{b^2+c^2} \\ |-b+c+d|=\sqrt{b^2+c^2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} |2b+c+d|=2|-b+c+d| \\ (-b+c+d)^2=b^2+c^2 \end{cases}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \left[\begin{array}{l} 2b+c+d=2(-b+c+d) \\ 2b+c+d=-2(-b+c+d) \end{array}\right. \\ (-b+c+d)^2=b^2+c^2 \end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} d=4b-c \\ (-b+c+d)^2=b^2+c^2 \end{cases} \\ \begin{cases} d=-c \\ (-b+c+d)^2=b^2+c^2 \end{cases} \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{ll} \begin{cases} d=4b-c \\ c^2=8b^2 \end{cases} & (3) \\ \begin{cases} d=-c \\ c=0 \\ b\neq 0 \end{cases} & (4) \end{array}\right.$$

Hệ (3) có 2 nghiệm, hệ (4) có 1 nghiệm và các nghiệm này không trùng nhau. Vậy trường hợp này có 3 mặt phẳng (P).

Vậy có tất cả 7 mặt phẳng (P) thỏa mãn.



Cách 2: Ta có $AB=AC=\sqrt{13}, BC=4, d(A;BC)=3$. Do $R_1=2R_2=2R_3$ nên các khoảng cách từ các điểm A đến (P) sẽ gấp đôi các khoảng cách từ các điểm B, C đến (P). Gọi M, N lần lượt là điểm đối xứng của A qua B,C và P,Q là điểm trên cạnh AB, AC sao cho $AP=2BP, AQ=2QC$. Bài toán quy về tìm các mặt phẳng (P) chính là các mặt phẳng đi qua MN,MQ,NP,PQ sao cho $d(A;(P))=2$.

* *Trường hợp 1:* Ta có $d(A;PQ)=2$ nên chỉ có duy nhất một mặt phẳng (P) qua PQ thỏa mãn.

* *Trường hợp 2:* $d(A;MN), d(A;MQ);, d(A;NP)$ đều lớn hơn 2 nên mỗi trường hợp sẽ có đúng hai mặt phẳng qua các cạnh MN, MQ, NP sao cho khoảng cách từ A đến nó bằng 2.

Vậy có tất cả 7 mặt phẳng thỏa mãn yêu cầu.

Câu 49: Đáp án A.

Không gian mẫu là xếp 10 học sinh thành hàng ngang. Số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega)=10!$.

Gọi A là biến cố: "trong 10 học sinh trên không có 2 học sinh cùng lớp đứng cạnh nhau". Ta có cách xếp như sau:

* Đầu tiên xếp 5 học sinh của lớp 12C, có $5!$ cách xếp. Khi đó, giữa 5 học sinh của lớp 12C có tất cả 6 chỗ trống (gồm 4 chỗ trống ở giữa và 2 chỗ trống trước, sau). Do 2 học sinh của lớp 12C không thể đứng gần nhau nên buộc phải có 4 người (của lớp 12A và 12B)

	C		C		C		C		C	

* Ta xét hai trường hợp sau :

+ Có 1 học sinh A hoặc B ở phía ngoài (trước hàng hoặc sau hàng), 4 học sinh còn lại xếp vào 4 chỗ trống ở giữa các bạn C, có $2.5!$ cách xếp.

+ Có một cặp học sinh A và B vào một chỗ trống, 3 học sinh còn lại xếp vào 3 vị trí còn lại, có $2.3.2.4.3!$ cách xếp.

Vậy số kết quả thuận lợi cho biến cố A là $n(A)=5!(2.5!+2.3.2.4.3!)$.

Vậy xác suất cần tính là $P(A)=\dfrac{n(A)}{n(\Omega)}=\dfrac{5!(2.5!+2.3.2.4.3!)}{10!}=\dfrac{11}{630}$.

Câu 50: Đáp án A.

Đặt $\begin{cases} u=f(x) \\ dv=x^2dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du=f'(x)dx \\ v=\dfrac{x^3}{3} \end{cases}$

Suy ra $\int\limits_0^1 x^2 f(x)dx=\dfrac{1}{3}x^3 f(x)\Big|_0^1-\dfrac{1}{3}\int\limits_0^1 x^3 f'(x)dx=-\dfrac{1}{3}\int\limits_0^1 x^3 f'(x)dx$ (do $f(1)=0$)

$\Rightarrow \int\limits_0^1 x^3 f'(x)dx=-3\int\limits_0^1 x^2 f(x)dx=-3.\dfrac{1}{3}=-1$.

Ta lại có $\int\limits_0^1 \left[f'(x)\right]^2dx=7; \int\limits_0^1 14x^3 f'(x)dx=-14; \int\limits_0^1 49x^6dx=7x^7\Big|_0^1=7$

$\Rightarrow \int\limits_0^1 \left[f'(x)\right]^2dx+\int\limits_0^1 14x^3 f'(x)dx+\int\limits_0^1 49x^6dx=0 \Leftrightarrow \int\limits_0^1 \left[f'(x)+7x^3\right]^2dx=0$

Mà $\int\limits_0^1 \left[f'(x)+7x^3\right]^2dx \geq 0$ nên đẳng thức xảy ra khi chỉ khi $f'(x)+7x^3=0$

$\Leftrightarrow f'(x)=-7x^3 \Rightarrow f(x)=\int f'(x)dx=-7\int x^3dx=-\dfrac{7x^4}{4}+C$.

Từ $f(1)=0 \Leftrightarrow C=\dfrac{7}{4} \Rightarrow f(x)=\dfrac{7}{4}(1-x^4)$.

Vậy $\int\limits_0^1 f(x)dx=\dfrac{7}{4}\int\limits_0^1(1-x^4)dx=\dfrac{7}{4}\left(x-\dfrac{x^5}{5}\right)\Big|_0^1=\dfrac{7}{4}\left(1-\dfrac{1}{5}\right)=\dfrac{7}{5}$.

ĐÔI LỜI NHẬN XÉT CỦA TÁC GIẢ VỀ ĐỀ THI

1. Về cấu trúc:

Đề thi gồm 50 câu trắc nghiệm, gồm có 20% kiến thức lớp 11 và 80% kiến thức lớp 12. Một số câu được thiết kế giao thoa cả hai khối lớp.

2. Về nội dung:

– Đề khá dài, độ phân hóa tốt với tỉ lệ 30/20. Tức là 30 câu đầu gồm nhận biết, thông hiểu, đối với các em học sinh nắm vững kiến thức và bản chất vấn đề có thể hoàn thành một cách nhanh chóng; 20 câu tiếp theo nằm trong mức độ vận dụng, vận dụng cao và độ khó tăng lên rất nhiều so với đề thi THPT Quốc Gia 2017, yêu cầu học sinh có tư duy và kĩ năng tốt.

– Khoảng 50% đề thi có thể sử dụng các kĩ năng về máy tính cầm tay nếu học sinh hiểu sâu về các tính năng và biết cách làm từng dạng bài.

3. Lời khuyên của tác giả:

– Để làm đề thi một cách tốt nhất, tác giả khuyên các em học sinh nên nắm vững lý thuyết, các công thức trong sách giáo khoa để kĩ năng xử lý 30 câu đầu tiên được tốt hơn. Tiếp theo, các em nên tham khảo nhiều đề thi thử của các trường trên cả nước, tìm và lọc các dạng bài mới, lạ để rèn luyện tư duy.

– Ngoài ra, nếu có điều kiện, các em nên tham khảo các cuốn "Công phá Toán 2", "Công phá Toán 3" và "Công phá kĩ thuật Casio", kết hợp nhuần nhuyễn giữa tư duy tự luận và máy tính cầm tay để kĩ năng làm bài được tốt hơn.

ĐỀ THỬ SỨC SỐ 1

Câu 1: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, tìm tập hợp điểm biểu diễn các số phức z có phần thực bằng -2.

A. Đường thẳng $x+2=0$.

B. Đường thẳng $y+2=0$.

C. Đường thẳng $x-2=0$.

D. Đường thẳng $y-2=0$.

Câu 2: Trong không gian $Oxyz$ tính khoảng cách d giữa hai mặt phẳng cho bởi các phương trình $z-2=0$ và $z-8=0$.

A. $d=3$.

B. $d=6$.

C. $d=5$.

D. $d=10$.

Câu 3: Đẳng thức nào dưới đây không đúng với mọi $x \in \mathbb{R}$?

A. $\sqrt[6]{x^6}=x$.

B. $\sqrt[4]{x^4}=|x|$.

C. $\sqrt[3]{x^3}=x$.

D. $\sqrt[7]{x^7}=x$.

Câu 4: Gieo một con súc sắc cân đối và đồng chất. Giả sử con súc sắc xuất hiện mặt b chấm. Tính xác suất sao cho phương trình $x^2-bx+b-1=0$ (x là ẩn số) có nghiệm lớn hơn 3.

A. $\frac{1}{3}$.

B. $\frac{5}{6}$.

C. $\frac{2}{3}$.

D. $\frac{1}{2}$.

Câu 5: Trong các dãy số có số hạng tổng quát dưới đây, dãy số nào là dãy giảm?

A. $u_n=\frac{n-1}{n+1}$.

B. $v_n=\frac{2n+1}{5n+2}$.

C. $w_n=\frac{3n-1}{n+2}$.

D. $t_n=\frac{3n+1}{5n+3}$.

Câu 6: Trong các giới hạn hữu hạn sau, giới hạn nào có giá trị khác với các giới hạn còn lại?

A. $\lim\left(1+\frac{n^3\cos 3n}{n^4+1}\right)$.

B. $\lim\frac{3^n-\sin 5n}{3^n}$.

C. $\lim\frac{n^3+\sin^2 n}{n^3+5}$.

D. $\lim\frac{5^n+\cos 2n}{5^{n+1}}$.

Câu 7: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số a sao cho hai đường thẳng sau đây cắt nhau.

$$d:\begin{cases}x=1+a^2t\\ y=t\\ z=-1+2t\end{cases}\ (t\in\mathbb{R}) \text{ và } d':\begin{cases}x=3-t'\\ y=2+t'\\ z=3-t'\end{cases}\ (t'\in\mathbb{R})$$

A. $a\in\mathbb{R}$.

B. $a=-1$.

C. $a=1$.

D. $a=\pm1$.

Câu 8: Có bao nhiêu cách chọn ra 4 bóng đèn từ 6 bóng đèn khác nhau rồi mắc nối tiếp chúng?

A. 24.

B. 15.

C. 30.

D. 360.

Câu 9: Gọi d là tiếp tuyến tại điểm cực đại của đồ thị hàm số $y=x^4-3x^2+2$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. d song song với đường thẳng $x=3$.

B. d song song với đường thẳng $y=3$.

C. d có hệ số góc âm.

D. d có hệ số góc dương.

Câu 10: Trong không gian $Oxyz$ cho điểm $M(1;2;3)$. Viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua M cắt các trục tọa độ Ox,Oy,Oz lần lượt tại A,B,C sao cho M là trọng tâm của tam giác ABC.

A. $(P): 6x+3y+2z+18=0$.

B. $(P): 6x+3y+2z+6=0$.

C. $(P): 6x+3y+2z-18=0$.

D. $(P): 6x+3y+2z-6=0$.

Câu 11: Cho hàm số $f(x)=\cos 2x-2x+3$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. Hàm số $f(x)$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

B. Hàm số $f(x)$ nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

C. Hàm số đồng biến trên $(0;+\infty)$ và nghịch biến trên $(-\infty;0)$.

D. Hàm số nghịch biến trên $(0;+\infty)$ và đồng biến trên $(-\infty;0)$.

Câu 12: Mệnh đề nào dưới đây sai?

A. Hai khối chóp có diện tích đáy và chiều cao tương ứng bằng nhau thì có thể tích bằng nhau.

B. Hai khối hộp chữ nhật có diện tích toàn phần bằng nhau thì có thể tích bằng nhau.

C. Hai khối lăng trụ có diện tích đáy và chiều cao tương ứng bằng nhau thì có thể tích bằng nhau.

D. Hai khối lập phương có diện tích toàn phần bằng nhau thì có thể tích bằng nhau.

Câu 13: Một hình trụ có hai đáy là hai hình tròn ngoại tiếp hai mặt của một hình lập phương cạnh a. Tính thể tích của khối trụ đó.

A. πa^3. B. $2\pi a^3$. C. $\frac{\pi a^3}{2}$. D. $\frac{\pi a^3}{4}$.

Câu 14: Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $i^{4n}=-i,\forall n\in\mathbb{N}^*$. B. $i^{4n+1}=-i,\forall n\in\mathbb{N}^*$. C. $i^{4n+2}=-i,\forall n\in\mathbb{N}^*$. D. $i^{4n+3}=-i,\forall n\in\mathbb{N}^*$.

Câu 15: Tính $\int x\ln(2x)dx$.

A. $\frac{x^2}{2}\ln(2x)+C$. B. $\frac{x^2}{2}\ln\frac{2x}{\sqrt{e}}+C$. C. $x^2\ln(2x)+C$. D. $x^2\ln\frac{2x}{\sqrt{e}}+C$.

Câu 16: Cho mặt cầu (S) có phương trình $(x-3)^2+(y+2)^2+(z-1)^2=100$ và mặt phẳng (α) có phương trình $2x-2y-z+9=0$. Tính bán kính của đường tròn (C) là giao tuyến của mặt phẳng (α) và mặt cầu (S).

A. 8. B. $a=4\sqrt{6}$. C. 10. D. 6.

Câu 17: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y=\ln(x^2-2mx+4)$ xác định với mọi $x\in\mathbb{R}$.

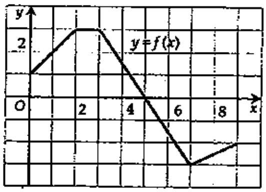
A. $m\in(-2;2)$. B. $m\in[-2;2]$.

C. $m\in(-\infty;-2)\cup(2;+\infty)$. D. $m\in[-\infty;-2]\cup[2;+\infty]$.

Câu 18: Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị là đường gấp khúc như hình vẽ bên. Tính $\int_0^9 f(x)dx$.

A. 18. B. 2.

C. 0. D. 16.



Câu 19: Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. Nếu đường thẳng a vuông góc với đường thẳng b và đường thẳng b vuông góc với đường thẳng c thì a vuông góc với c.

B. Nếu đường thẳng a vuông góc với đường thẳng b và đường thẳng b song song với đường thẳng c thì a vuông góc với c.

C. Cho ba đường thẳng a,b,c vuông góc với nhau từng đôi một. Nếu có một đường thẳng d vuông góc với a thì d song song với b hoặc c.

D. Cho hai đường thẳng a và b song song với nhau. Một đường thẳng c vuông góc với a thì c vuông góc với mọi đường thẳng nằm trong mặt phẳng (a,b).

Câu 20: Đồ thị hàm số nào dưới đây không có tiệm cận ngang?

A. $y=\frac{2-x}{9-x^2}$. B. $y=\frac{x^2+x+1}{3-2x-5x^2}$. C. $y=\frac{x^2-3x+2}{x+1}$. D. $y=\frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-1}$.

Câu 21: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho đường tròn tâm $I(2;-2)$, bán kính $R=4$. Viết phương trình đường tròn là ảnh của đường tròn $(I;R)$ qua phép vị tự tâm O, tỉ số $\frac{1}{2}$.

A. $(x-4)^2+(y+4)^2=4$.
B. $(x-4)^2+(y+4)^2=64$.
C. $(x-1)^2+(y+1)^2=4$.
D. $(x-1)^2+(y+1)^2=64$.

Câu 22: Mệnh đề nào dưới đây sai?

A. Nếu hai mặt phẳng có một điểm chung thì chúng còn có vô số điểm chung khác nữa.
B. Nếu hai mặt phẳng phân biệt cùng song song với mặt phẳng thứ ba thì chúng song song với nhau.
C. Nếu hai đường thẳng phân biệt cùng song song với một mặt phẳng thì song song với nhau.
D. Nếu một đường thẳng cắt một trong hai mặt phẳng song song với nhau thì sẽ cắt mặt phẳng còn lại.

Câu 23: Một đoàn tàu được ghép bởi bốn toa tàu A, B, C, D và được kéo bởi một đầu máy. Có bao nhiêu cách sắp xếp các toa tàu sao cho toa A gần đầu máy hơn toa B?

A. 4.
B. 12.
C. 24.
D. 6.

Câu 24: Cho hình lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$. Gọi I, J lần lượt là trọng tâm của các tam giác ABC và $A'B'C'$. Thiết diện tạo bởi mặt phẳng (AIJ) với hình lăng trụ đã cho là hình gì?

A. Tam giác cân.
B. Tam giác vuông.
C. Hình thang.
D. Hình bình hành.

Câu 25: Cho hai số thực dương a và b. Rút gọn biểu thức $A=\dfrac{a^{\frac{1}{3}}\sqrt{b}+b^{\frac{1}{3}}\sqrt{a}}{\sqrt[6]{a}+\sqrt[6]{b}}$.

A. $A=\sqrt[6]{ab}$.
B. $A=\sqrt[3]{ab}$.
C. $\dfrac{1}{\sqrt[3]{ab}}$.
D. $\dfrac{1}{\sqrt[6]{ab}}$.

Câu 26: Cho $\int_a^d f(x)dx=5$, $\int_b^d f(x)dx=2$. Tính $\int_b^a f(x)dx$.

A. 7.
B. 3.
C. 0.
D. -3.

Câu 27: Một hình trụ có bán kính đáy bằng r và khoảng cách giữa hai đáy bằng $r\sqrt{3}$. Một hình nón có đỉnh là tâm mặt đáy này và đáy trùng với mặt đáy kia của hình trụ. Tính tỉ số diện tích xung quanh của hình trụ và hình nón.

A. $\dfrac{1}{\sqrt{3}}$.
B. $\sqrt{3}$.
C. $\dfrac{1}{3}$.
D. 3.

Câu 28: Tính tổng các nghiệm trong khoảng $(-\pi;\pi)$ của phương trình $\cos(x-1)=0$.

A. -2.
B. 0.
C. 2.
D. $2\arccos\dfrac{2}{3}$.

Câu 29: Tính khoảng cách giữa hai cạnh đối của một tứ diện đều cạnh a.

A. $\dfrac{3a}{2}$.
B. $\dfrac{a\sqrt{2}}{2}$.
C. $\dfrac{a\sqrt{3}}{2}$.
D. $a\sqrt{2}$.

Câu 30: Cho $0<a,b,c,x\neq 1$; $abc\neq 1$. Biết $\log_a x=\alpha$, $\log_b x=\beta$, $\log_c x=\gamma$, tính $\log_{abc}x$ theo α, β, γ.

A. $\log_{abc}x=\alpha+\beta+\gamma$.
B. $\log_{abc}x=\alpha\beta\gamma$.
C. $\log_{abc}x=\dfrac{\alpha\beta+\beta\gamma+\gamma\alpha}{\alpha\beta\gamma}$.
D. $\log_{abc}x=\dfrac{\alpha\beta\gamma}{\alpha\beta+\beta\gamma+\gamma\alpha}$.

Câu 31: Biết $\int_0^{x^2} f(t)dt=x\cos(\pi x)\ \forall x\in\mathbb{R}$. Tính $f(4)$.

A. 1.
B. -1.
C. $\dfrac{1}{4}$.
D. $-\dfrac{1}{4}$.

Câu 32: Cho hình lập phương (H). Gọi (H') là hình bát diện đều có các đỉnh là tâm các mặt của (H). Tính tỉ số thể tích của (H') và (H).

A. $\frac{1}{2}$. B. $\frac{1}{4}$. C. $\frac{1}{6}$. D. $\frac{1}{12}$.

Câu 33: Cho số phức $z=2-5i$. Tìm phương trình bậc hai nhận $\frac{1}{z}$ và $\frac{1}{\bar{z}}$ làm nghiệm.

A. $29x^2+4x+1=0$. B. $29x^2+4x-1=0$. C. $29x^2-4x+1=0$. D. $29x^2-4x-1=0$.

Câu 34: Trong không gian $Oxyz$, viết phương trình đường thẳng Δ song song với trục Oz và cắt hai đường thẳng $d:\frac{x}{1}=\frac{y-1}{2}=\frac{z-6}{3}$, $d':\frac{x-1}{1}=\frac{y+2}{1}=\frac{z-3}{-1}$.

A. $\Delta:\begin{cases}x=2\\y=5\\z=12+t\end{cases}$. B. $\Delta:\begin{cases}x=-2\\y=-5\\z=12+t\end{cases}$. C. $\Delta:\begin{cases}x=-4\\y=-7\\z=-6+t\end{cases}$. D. $\Delta:\begin{cases}x=4\\y=7\\z=-6+t\end{cases}$.

Câu 35: Tìm phần nguyên của nghiệm lớn nhất trong khoảng $(-5\pi;-2\pi)$ của phương trình $\tan(2x+1)\tan(3x-1)=1$.

A. -2π. B. -3π. C. -6. D. -7.

Câu 36: Trong mặt phẳng có m đường thẳng song song với nhau và n đường thẳng vuông góc với m đường thẳng song song đó ($m,n\in\mathbb{N}$; $m,n\geq 2$). Có nhiều nhất bao nhiêu hình chữ nhật được tạo thành từ các đường thẳng đó nếu $m+n=15$?

A. 588. B. 586. C. 584. D. 582.

Câu 37: Trong không gian $Oxyz$ cho tứ diện $ABCD$ có thể tích $V=5$, các đỉnh $A=(2;1;-1)$, $B=(3;0;1)$, $C=(2;-1;3)$, đỉnh thứ tư D nằm trên trục Oy và có tung độ dương. Tìm tọa độ của D.

A. $D=(0;8;0)$. B. $D=(0;7;0)$. C. $D=\left(0;\frac{7}{4};0\right)$. D. $D=\left(0;\frac{17}{4};0\right)$.

Câu 38: Gọi S là diện tích của hình phẳng giới hạn bởi parabol $y=\frac{x^2}{2}$ và đường tròn có tâm tại gốc tọa độ, bán kính bằng $2\sqrt{2}$. Biết $S=a\pi+\frac{b}{c}$, trong đó $a,b,c\in\mathbb{N}^*$, $(b,c)=1$. Tính tổng $a+b+c$.

A. 6. B. 7. C. 8. D. 9.

Câu 39: Cho m và n là các số nguyên. Biết hàm số $y=2x^3+3(1-m)x^2+6(m-2)x+n$ có các cực trị đều là những số dương và một điểm cực trị $x_0=2$. Tìm giá trị nhỏ nhất của $m+n$.

A. -1. B. 0. C. 8. D. 1.

Câu 40: Cho hàm số $y=x^3-6x^2+9x-1$ và điểm $A(1;m)$. Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị thực của m sao cho có đúng một tiếp tuyến của đồ thị hàm số đi qua A. Biết S là hợp của một số khoảng rời nhau. Có bao nhiêu khoảng như vậy?

A. 4. B. 3. C. 2. D. 1.

Câu 41: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $f(x)=\sin x-m\sin 2x-\frac{1}{3}\sin 3x+2mx$ có $f'(x)\geq 0$ với mọi $x\in\mathbb{R}$.

A. $m\in[1;+\infty)$. B. $m\in[-1;1]$.

C. $m\in(-\infty;-1]$. D. $m\in[1;2]$.

Câu 42: Cho một tam giác vuông có tổng một cạnh góc vuông và cạnh huyền bằng a $(a>0)$. Tìm theo a giá trị lớn nhất của diện tích của tam giác vuông đó.

A. $\frac{a^2\sqrt{3}}{18}$. B. $\frac{a^2\sqrt{3}}{9}$. C. $\frac{a^2\sqrt{2}}{16}$. D. $\frac{a^2\sqrt{2}}{8}$.

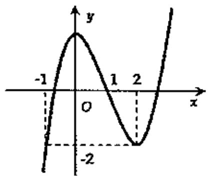
Câu 43: Gọi A là tập tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho tập nghiệm của phương trình $x.2^x = x(x-m+1)+m(2^x-1)$ có hai phần tử. Tìm số phần tử của A.

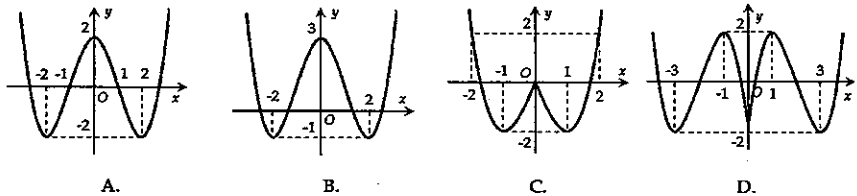
A. 1. B. 2. C. 3. D. Vô số.

Câu 44: Giả sử hàm chỉ mức sản xuất của một hãng DVD trong một ngày là $q(m,n)=m^{\frac{2}{3}}n^{\frac{1}{3}}$, trong đó m là số lượng nhân viên và n là số lượng lao động chính. Mỗi ngày hãng phải sản xuất được ít nhất 40 sản phẩm để đáp ứng nhu cầu của khách hàng. Biết rằng tiền lương một ngày cho một nhân viên là 16 USD và cho một lao động chính là 27 USD. Tìm giá trị nhỏ nhất của chi phí trong một ngày của hãng sản xuất này.

A. 1446 USD. B. 1440 USD. C. 1908 USD. D. 1892 USD.

Câu 45: Cho hàm số $y=f(x)=x^3-3x^2+2$ có đồ thị như hình vẽ bên. Trong bốn đường cong dưới đây, đường nào là đồ thị của hàm số $y=f(|x|+1)$?





Câu 46: Cho hình lăng trụ đứng tam giác $ABC.A'B'C'$ có tất cả các cạnh đều bằng a. Mặt phẳng đi qua $A'B'$ và trọng tâm tam giác ABC cắt AC và BC lần lượt tại E và F. Tính thể tích V của khối chóp $C.A'B'FE$.

A. $V=\frac{5a^3\sqrt{3}}{54}$. B. $V=\frac{5a^3\sqrt{3}}{18}$. C. $V=\frac{2a^3\sqrt{3}}{27}$. D. $V=\frac{2a^3\sqrt{3}}{9}$.

Câu 47: Tìm tập hợp các điểm M trên mặt phẳng tọa độ biểu diễn các số phức $w=(1+i\sqrt{3})z+2$, trong đó $|z-1|\le 2$.

A. Hình tròn tâm $I(3;\sqrt{3})$ bán kính $R=4$.

B. Đường tròn tâm $I(3;\sqrt{3})$ bán kính $R=4$.

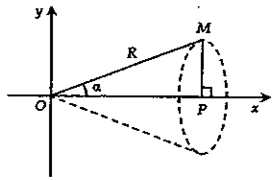
C. Hình tròn tâm $I(3;\sqrt{3})$ bán kính $R=8$.

D. Đường tròn tâm $I(3;\sqrt{3})$ bán kính $R=8$.

Câu 48: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a, cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy. Gọi B_1, C_1 lần lượt là hình chiếu của A trên SB, SC. Tính bán kính mặt cầu đi qua năm điểm A, B, C, B_1, C_1.

A. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$.   B. $\frac{a\sqrt{3}}{3}$.   C. $\frac{a\sqrt{3}}{4}$.   D. $\frac{a\sqrt{3}}{6}$.

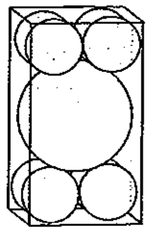
Câu 49: Cho tam giác vuông OPM có cạnh OP nằm trên trục Ox, cạnh huyền OM không đổi, $OM = R$ $(R > 0)$. Tính theo R giá trị lớn nhất của thể tích khối tròn xoay thu được khi quay tam giác đó xung quanh trục Ox.



A. $\frac{2\sqrt{3}\pi R^3}{27}$.   B. $\frac{2\sqrt{3}\pi R^3}{9}$.

C. $\frac{2\sqrt{2}\pi R^3}{27}$.   D. $\frac{2\sqrt{2}\pi R^3}{9}$.

Câu 50: Một hình hộp chữ nhật có kích thước $4 \times 4 \times h$ chứa một khối cầu bán kính bằng 2 và tám khối cầu nhỏ hơn có bán kính bằng 1. Các khối cầu nhỏ đôi một tiếp xúc nhau và tiếp xúc với ba mặt của hình hộp, khối cầu lớn tiếp xúc với cả tám khối cầu nhỏ (xem hình vẽ). Tìm giá trị của h.



A. $2 + 2\sqrt{7}$.   B. $3 + 2\sqrt{5}$.

C. $4 + 2\sqrt{7}$.   D. $5 + 2\sqrt{5}$.

ĐÁP ÁN

1.A	2.B	3.A	4.A	5.B	6.D	7.D	8.D	9.B	10.C
11.B	12.B	13.C	14.D	15.B	16.A	17.A	18.C	19.B	20.C
21.C	22.C	23.B	24.D	25.B	26.D	27.B	28.C	29.B	30.D
31.C	32.C	33.C	34.C	35.D	36.A	37.A	38.D	39.D	40.C
41.A	42.A	43.B	44.B	45.C	46.A	47.A	48.B	49.A	50.A

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

Câu 1: Đáp án A.

Tập hợp các điểm biểu diễn số phức z có phần thực bằng -2 là đường thẳng $x+2=0$.

Câu 2: Đáp án B.

Khoảng cách d giữa hai mặt phẳng cho bởi các phương trình $z-2=0$ và $z-8=0$ là $d=|8-2|=6$.

STUDY TIPS

1. Khoảng cách giữa hai MP $x+D=0$ và $x+D'=0$ là $d=|D'-D|$.
2. Khoảng cách giữa hai MP $y+D=0$ và $y+D'=0$ là $d=|D'-D|$.
3. Khoảng cách giữa hai MP $z+D=0$ và $z+D'=0$ là $d=|D'-D|$.

Câu 3: Đáp án A.

Ta chọn A do với $x=-1$ thì $\sqrt[6]{x^6}=\sqrt[6]{(-1)^6}=1\neq -1$.

Câu 4: Đáp án A.

Ta thấy phương trình $x^2-bx+b-1=0$ có $a+b+c=0$ nên có nghiệm $x_1=1, x_2=b-1$.

Vậy để phương trình có nghiệm lớn hơn 3 thì $b-1>3 \Leftrightarrow b>4 \Rightarrow b\in\{5;6\}$.

Do đó xác suất để phương trình có nghiệm lớn hơn 3 là $\frac{2}{6}=\frac{1}{3}$. Ta chọn A.

Câu 5: Đáp án B.

Cách 1:

Với A: Ta có $u_{n+1}-u_n=\frac{n+1-1}{n+1+1}-\frac{n-1}{n+1}=\frac{n}{n+2}-\frac{n-1}{n+1}=\frac{2}{(n+2)(n+1)}>0$.

Do vậy dãy số ở phương án A là dãy số tăng, ta loại A.

Với B: Ta có $v_{n+1}-v_n=\frac{2(n+1)+1}{5(n+1)+2}-\frac{2n+1}{5n+2}=\frac{-1}{(5n+7)(5n+2)}<0$.

Suy ra dãy số ở phương án B là dãy giảm, do vậy ta chọn B.

Cách 2:

Với A: Xét hàm số $y=\frac{x-1}{x+1}$ có $y'=\frac{2}{(x+1)^2}$ nên hàm số đồng biến trên các khoảng xác định. Suy ra (u_n) là dãy số tăng.

Với B: Xét hàm số $y=\frac{2x+1}{5x+2}$ có $y'=\frac{-1}{(5x+2)^2}<0$ nên hàm số nghịch biến trên các khoảng xác định. Suy ra (v_n) là dãy số giảm. Do vậy ta chọn B.

Câu 6: Đáp án D.

Với A: Ta có $\lim\left(1+\frac{n^3\cos 3n}{n^4+1}\right)=\lim 1+\lim\frac{\frac{\cos 3n}{n}}{1+\frac{1}{n^4}}=1$.

STUDY TIPS

Cho hai dãy số (a_n) và (b_n). Nếu $|a_n| \le b_n \; \forall n$ mà $\lim b_n = 0$ thì suy ra $\lim a_n = 0$.

Với B: $\lim \frac{3^n - \sin 5n}{3^n} = \lim\left(1 - \frac{\sin 5n}{3^n}\right)$.

Vì $\left|\frac{\sin 5n}{3^n}\right| < \frac{1}{3^n} \to 0 \Rightarrow \lim \frac{3^n - \sin 5n}{3^n} = 1$.

Với C: $\lim \frac{n^3 + \sin^2 n}{n^3 + 5} = \lim \frac{1 + \left(\frac{\sin^2 n}{n^3}\right)}{1 + \frac{5}{n^3}} = 1$.

Vậy ta chọn D.

Câu 7: Đáp án D.

Hai đường thẳng d và d' cắt nhau khi và chỉ khi hệ phương trình

$\begin{cases} 1 + a^2 t = 3 - t' \\ t = 2 + t' \\ -1 + 2t = 3 - t' \end{cases}$ có đúng một nghiệm $\Leftrightarrow \begin{cases} t = 2 \\ t' = 0 \\ a = \pm 1 \end{cases}$. Vậy ta chọn D.

Câu 8: Đáp án D.

Số cách chọn ra 4 bóng đèn từ 6 bóng đèn khác nhau là C_6^4.

Số cách mắc nối tiếp 4 bóng đèn vừa chọn ra là $4!$.

Vậy số cách chọn ra 4 bóng đèn từ 6 bóng đèn khác nhau rồi mắc nối tiếp chúng là $4!.C_6^4 = 360$ cách.

STUDY TIPS

Tiếp tuyến tại các điểm cực trị của đồ thị hàm số đa thức (bậc hai, bậc ba, bậc bốn trùng phương ...) là các đường thẳng song song với trục hoành.

Câu 9: Đáp án B.

Đồ thị hàm số có điểm cực đại $A(0;2)$. Phương trình tiếp tuyến tại A của đồ thị hàm số có dạng $y = y'(0)x + 2 \Leftrightarrow y = 2$. Vậy ta chọn B.

Câu 10: Đáp án C.

Đặt $A(a;0;0), B(0;b;0), C(0;0;c)$.

STUDY TIPS

Cho ΔABC có trọng tâm G. Khi đó ta có:

$\begin{cases} x_A + x_B + x_C = 3x_G \\ y_A + y_B + y_C = 3y_G \\ z_A + z_B + z_C = 3z_G \end{cases}$.

Mà M là trọng tâm tam giác $ABC \Rightarrow \begin{cases} \frac{a}{3} = 1 \\ \frac{b}{3} = 2 \\ \frac{c}{3} = 3 \end{cases} \Leftrightarrow a = 3; b = 6; c = 9$.

Phương trình mặt phẳng $(P): \frac{x}{3} + \frac{y}{6} + \frac{z}{9} = 1 \Leftrightarrow 6x + 3y + 2z - 18 = 0$.

> *Chú ý:* Cho mặt phẳng (P) cắt các trục xOx', yOy', zOz' lần lượt tại các điểm $A(a;0;0)$, $B(0;b;0)$, $C(0;0;c)$ $(abc \ne 0)$. Phương trình mặt phẳng (P) có dạng $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1$ (phương trình mặt phẳng theo đoạn chắn).

Câu 11: Đáp án B.

Ta có $f'(x) = -2\sin x - 2$.

Ta có $-1 \le \sin x \le 1 \Leftrightarrow -2 \le -2\sin x \le 2 \Leftrightarrow -4 \le -2\sin x - 2 \le 0$

$\Rightarrow f'(x) \le 0, \forall x \in \mathbb{R}$. Suy ra hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

Câu 12: Đáp án B.

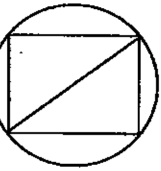
Với A: A đúng do công thức tính thể tích khối chóp là $V = \frac{1}{3}Bh$ với B là diện tích đáy, h là chiều cao của khối chóp. Nên nếu hai khối chóp có diện tích đáy và chiều cao tương ứng bằng nhau thì có thể tích bằng nhau.

Với B: Với khối hộp có kích thước $a; b; c$ thì diện tích toàn phần của khối hộp là $2(ab+bc+ca)$. Thể tích của khối hộp là abc. Từ hai dữ kiện này và phương án đề bài ra thì ta không thể kết luận được B đúng hay sai, do vậy ta xét tiếp C.

Với C: Tương tự A thì C đúng do công thức tính thể tích khối lăng trụ là $V = Bh$.

Với D: Hai khối lập phương có diện tích toàn phần bằng nhau thì có cạnh bằng nhau, suy ra hai khối có thể tích bằng nhau. Vậy từ đây ta chọn B.

Câu 13: Đáp án C.



Do hình trụ có hai đáy là hai hình tròn ngoại tiếp hai mặt của một hình lập phương cạnh a nên đường chéo của mặt hình lập phương chính là đường kính của hình tròn ngoại tiếp $\Rightarrow r = \frac{a\sqrt{2}}{2}$ là bán kính của hình tròn đáy hình trụ.

Thể tích khối trụ là $V = \pi r^2.a = \frac{\pi a^3}{2}$.

Câu 14: Đáp án D.

Với A: $i^{4n} = (i^2)^{2n} = (-1)^{2n} = 1$. Vậy ta loại A.

Với B: $i^{4n+1} = 1.i = i$. Vậy ta loại B.

Với C: $i^{4n+2} = 1.i^2 = -1$. Vậy ta loại C.

Từ đây ta chọn D. Thật vậy: $i^{4n+3} = i^{4n+2}.i = -1.i = -i$.

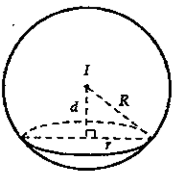
Câu 15: Đáp án B.

Đặt $\begin{cases} u = \ln 2x \\ dv = x dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = \frac{2}{2x}dx = \frac{1}{x}dx \\ v = \frac{x^2}{2} \end{cases}$.

$$\int x.\ln(2x)dx = \frac{x^2}{2}.\ln 2x - \int \frac{x^2}{2}.\frac{1}{x}dx = \frac{x^2}{2}.\ln 2x - \int \frac{x}{2}dx$$

$$= \frac{x^2}{2}.\ln 2x - \frac{x^2}{4} + C = \frac{x^2}{2}.\ln\frac{2x}{\sqrt{e}} + C.$$

Câu 16: Đáp án A.



Mặt cầu (S) có tâm $I(3;-2;1)$ và bán kính $R = 10$.

Khoảng cách từ tâm I đến mặt phẳng (α) là $d = \frac{|2.3 - 2.(-2) - 1 + 9|}{\sqrt{2^2 + (-2)^2 + (-1)^2}} = 6$.

Bán kính của đường tròn (C) là $r = \sqrt{R^2 - d^2} = \sqrt{10^2 - 6^2} = 8$.

Câu 17: Đáp án A.

Hàm số $\ln(x^2 - 2mx + 4)$ xác định với mọi $x \in \mathbb{R}$ khi $x^2 - 2mx + 4 > 0, \forall x \in \mathbb{R}$.

Để hàm số xác định với mọi $x \in \mathbb{R}$ thì $\begin{cases} a = 1 > 0 \\ \Delta' = (-m)^2 - 4 < 0 \end{cases} \Leftrightarrow m \in (-2;2)$.

Câu 18: Đáp án B.

Mỗi một ô vuông nhỏ trên hình có diện tích bằng 1.

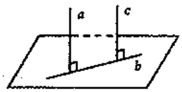
Ta thấy: Trên đoạn $[0;5]$, $f(x)\ge 0$; trên đoạn $[5;9]$, $f(x)\le 0$.

Do đó ta có $\int_0^9 f(x)\mathrm{d}x=\int_0^2 f(x)\mathrm{d}x+\int_2^3 f(x)\mathrm{d}x+\int_3^5 f(x)\mathrm{d}x+\int_5^7 f(x)\mathrm{d}x+\int_7^9 f(x)\mathrm{d}x$

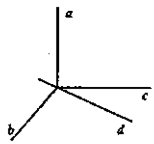
$$=4+3+3-(3+5)=2.$$

Câu 19: Đáp án B.

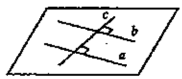
- A sai vì có thể xảy ra khả năng *a* và *c* song song với nhau và cùng vuông góc với *b*.



- C sai. Xét trường hợp *a, b, c* vuông góc với nhau từng đôi một và đồng quy tại một điểm. Khi đó $a\perp(b,c)$. Do đó *a* vuông góc với mọi đường thẳng *d* nằm trong mặt phẳng (b,c), trong đó có những đường thẳng cắt cả *b* và *c*.



- D sai vì nếu *c* nằm trong (a,b) và vuông góc với *a* thì *c* không thể vuông góc với mọi đường thẳng nằm trong (a,b).



Vậy B đúng (dựa vào định nghĩa góc giữa hai đường thẳng trong không gian có thể thấy B đúng).

Câu 20: Đáp án C.

Ta chọn C do hàm số ở phương án C có tử thức là đa thức có bậc lớn hơn bậc của mẫu thức. Do vậy đồ thị hàm số không có tiệm cận ngang.

Câu 21: Đáp án C.

Phép vị tự tâm O tỉ số $\frac{1}{2}$ biến $(I;R)$ thành $(I';R')$ nên ta có

$$\begin{cases}\overline{OI'}=\frac{1}{2}\overline{OI}\\ R'=\frac{1}{2}R\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}I'=(1;-1)\\ R'=2\end{cases}.$$ Vậy ta chọn C.

Câu 22: Đáp án C.

Ta chọn C do ta có trường hợp sau.

Cho hai mặt phẳng (P) và (Q) song song với nhau.

Gọi $d_1;d_2$ là hai đường thẳng cắt nhau thuộc (P).

STUDY TIPS

Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $[a;b]$.

+ $\int_a^a f(x)\mathrm{d}x=0$.

+ Nếu $f(x)>0\ \forall x\in(a;b)$ thì $\int_a^b f(x)\mathrm{d}x>0$.

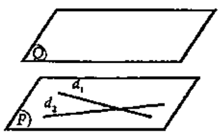
+ Nếu $f(x)<0\ \forall x\in(a;b)$ thì $\int_a^b f(x)\mathrm{d}x<0$.

STUDY TIPS

+ Phép vị tự tâm *I* tỉ số *k* biến *M* thành $M'\Rightarrow\overline{IM'}=k\overline{IM}$

+ Phép vị tự tâm *I* tỉ số *k* biến $(M;R)$ thành $(M';R)$

$\Rightarrow\begin{cases}\overline{IM'}=k\overline{IM}\\ R'=kR\end{cases}$



Do $(P)//(Q)$ nên $\begin{cases} d_1//(Q) \\ d_2//(Q) \end{cases}$, mà $d_1;d_2$ cắt nhau, không thỏa mãn tính chất ở phương án C đưa ra. Do vậy C là mệnh đề sai.

Câu 23: Đáp án B.

Gọi đầu kéo máy là X.

Cách 1:

Theo dữ kiện đề bài ta sẽ sử dụng phương pháp vách ngăn để sắp xếp các toa.

Trường hợp 1: Hai toa A và B không cạnh nhau.

Sắp xếp X | A | B | theo một hàng ta có 1 cách.

Ta có 3 vị trí để xếp các toa C; D vào hàng. Số cách xếp là $A_3^2 = 6$.

Vậy có 6 cách xếp cho trường hợp 1.

Trường hợp 2: Hai toa A và B cạnh nhau.

Buộc hai toa A và B vào với nhau có 1 cách (do A gần X hơn B).

Số cách sắp xếp thỏa mãn yêu cầu là $1.3.2.1 = 6$ cách.

Kết hợp hai trường hợp có tất cả $6 + 6 = 12$ cách.

Cách 2: Gọi các vị trí sau đầu máy là 1, 2, 3, 4.

Trường hợp 1: Toa A ở vị trí số 1. Khi đó toa B có thể ở một trong ba vị trí còn lại.

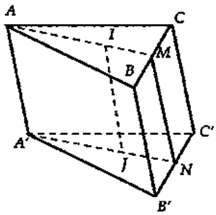
Trường hợp 2: Toa A ở vị trí số 2. Khi đó toa B có thể ở một trong hai vị trí 3, 4.

Trường hợp 3: Toa A ở vị trí số 3. Khi đó toa B phải ở vị trí số 4.

Trường hợp 4: Toa A ở vị trí số 4. Khi đó không thể xếp được toa B thỏa mãn điều kiện đầu bài.

Khi xếp xong hai toa A và B thì có hai cách xếp hai toa C và D (giao hoán).

Vậy có tất cả: $(3+2+1)\times 2 = 12$ cách xếp các toa tàu.



Câu 24: Đáp án D.

Gọi M là giao điểm của AI và BC; gọi N là giao điểm của $A'J$ và $B'C'$. Suy ra M, N lần lượt là trung điểm của $BC, B'C'$.

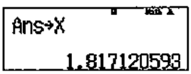
Ta có $\begin{cases} MN//BB' \\ AA'//BB' \end{cases} \Rightarrow MN//AA'$. Mặt khác $MN = BB' \Rightarrow MN = AA'$.

Từ hai dữ kiện trên suy ra $AMNA'$ là hình bình hành. Vậy thiết diện tạo bởi mặt phẳng (AIJ) và hình lăng trụ là hình bình hành.

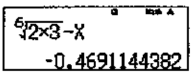
Câu 25: Đáp án B.

Sử dụng máy tính tính giá trị của A với $a = 2; b = 3$ rồi lưu vào biến X:

[□/□] [ALPHA] [(−)] [$x^{■}$] [1] [□/□] [3] [▶] [▶] [√■] [ALPHA] [°'"] [▶] [+] [ALPHA] [°'"] [$x^{■}$] [1] [□/□] [3] [▶] [▶]
[√■] [ALPHA] [(−)] [▼] [SHIFT] [$x^{■}$] [6] [▶] [ALPHA] [(−)] [▶] [+] [SHIFT] [$x^{■}$] [6] [▶] [ALPHA] [°'"] [CALC] [2] [=] [3]
[=] [SHIFT] [RCL] [)]

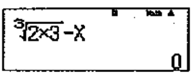


Với A: [SHIFT] [$x^{■}$] [6] [▶] [2] [×] [3] [▶] [−] [ALPHA] [)] [=]



Kết quả ra khác 0 nên ta loại A.

Với B: [SHIFT] [√■] [2] [×] [3] [▶] [−] [ALPHA] [)] [=]



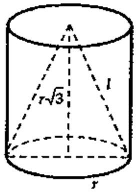
Vậy ta chọn B.

Câu 26: Đáp án D.

Ta có $\int_a^d f(x)\mathrm{d}x = 5 \Leftrightarrow \int_d^a f(x)\mathrm{d}x = -5$.

$\int_b^a f(x)\mathrm{d}x=\int_b^d f(x)\mathrm{d}x+\int_d^a f(x)\mathrm{d}x=-5+2=-3.$

Câu 27: Đáp án B.



Diện tích xung quanh của hình trụ là $S_{trụ}=2\pi r.r\sqrt{3}=2\sqrt{3}\pi r^2$.

Đường sinh của hình nón là $l=\sqrt{\left(r\sqrt{3}\right)^2+r^2}=2r$.

Diện tích xung quanh của hình nón là $S_{nón}=\pi rl=\pi r.2r=2\pi r^2$.

$\Rightarrow \dfrac{S_{trụ}}{S_{nón}}=\dfrac{2\sqrt{3}\pi r^2}{2\pi r^2}=\sqrt{3}.$

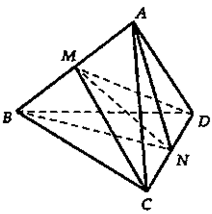
STUDY TIPS
+ Diện tích xung quanh của hình trụ: $S_{trụ}=2\pi rl$
+ Diện tích xung quanh của hình nón: $S_{nón}=\pi rl$

Câu 28: Đáp án C.

$\cos(x-1)=0\Leftrightarrow x=\dfrac{\pi}{2}+1+k\pi,\ (k\in\mathbb{Z}).$

Do $x\in(-\pi;\pi)$ nên $x\in\left\{\dfrac{\pi}{2}+1;-\dfrac{\pi}{2}+1\right\}\Rightarrow$ tổng các nghiệm trong khoảng $(-\pi;\pi)$ của phương trình $\cos(x-1)=0$ bằng 2.

Câu 29: Đáp án B.



Gọi $ABCD$ là tứ diện đều cạnh a.

Gọi M là trung điểm của AB và N là trung điểm của CD.

Do $NA=NB$ nên tam giác NAB cân $\Rightarrow MN\perp AB$.

Do $MC=MD$ nên tam giác MCD cân $\Rightarrow MN\perp CD$.

Suy ra MN là đoạn vuông góc chung của AB và CD.

Tam giác BMN vuông tại M

$\Rightarrow MN=\sqrt{BN^2-BM^2}=\sqrt{\left(\dfrac{a\sqrt{3}}{2}\right)^2-\left(\dfrac{a}{2}\right)^2}=\sqrt{\dfrac{2a^2}{4}}=\dfrac{a\sqrt{2}}{2}.$

Vậy $d(AB,CD)=MN=\dfrac{a\sqrt{2}}{2}$. Vậy ta chọn B.

Câu 30: Đáp án D.

Ta có $\log_x a=\dfrac{1}{\alpha};\log_x b=\dfrac{1}{\beta};\log_x c=\dfrac{1}{\gamma}$

$\Rightarrow \log_x a+\log_x b+\log_x c=\dfrac{1}{\alpha}+\dfrac{1}{\beta}+\dfrac{1}{\gamma}\Rightarrow \log_x(abc)=\dfrac{\alpha\beta+\beta\gamma+\gamma\alpha}{\alpha\beta\gamma}$

$\Leftrightarrow \log_{abc}x=\dfrac{\alpha\beta\gamma}{\alpha\beta+\beta\gamma+\gamma\alpha}.$

STUDY TIPS
Cho a và b là hai số thực dương khác 1. Ta có:
$\log_a b=\dfrac{1}{\log_b a}$.

Câu 31: Đáp án C.

Ta luôn có nếu $F'(x)=f(x)$ và $g(x)=\int_a^x f(t)\mathrm{d}t$ thì

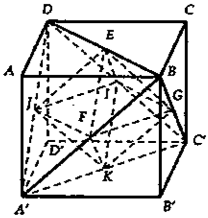
$g(x)=F(x)-F(a)\Rightarrow g'(x)=F'(x)\Rightarrow g'(x)=f(x).$

Áp dụng vào bài toán ta có

$\Leftrightarrow 2xf\left(x^2\right)=\left[x.\cos(\pi x)\right]'=\cos(\pi x)-\pi x\sin(\pi x)$

$\Rightarrow 4f(4)=\cos 2\pi-2\pi\sin 2\pi\ \Leftrightarrow f(4)=\dfrac{1}{4}.$

Câu 32: Đáp án C.



Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Gọi E, F, G, I, J, K là tâm các mặt của nó. Khi đó các đỉnh E, F, G, I, J, K tạo thành hình bát diện đều $EFGIJK$.

Đặt $AB = a$ thì $EJ = \dfrac{A'B}{2} = \dfrac{a\sqrt{2}}{2}$.

Thể tích của khối bát diện đều có cạnh bằng x được tính bằng công thức $V = \dfrac{x^3\sqrt{2}}{3}$. Áp dụng vào bài toán ta có $V_{EFGIJK} = \dfrac{1}{3}.\left(\dfrac{a\sqrt{2}}{2}\right)^3.\sqrt{2} = \dfrac{a^3}{6}$.

Vậy tỉ số thể tích cần tìm là $\dfrac{\frac{a^3}{6}}{a^3} = \dfrac{1}{6}$.

STUDY TIPS

Cho hai số x_1, x_2 có tổng bằng S và tích bằng P. Khi đó x_1, x_2 là hai nghiệm của phương trình $x^2 - Sx + P = 0$

Câu 33: Đáp án C.

Ta có $x_1 = \dfrac{1}{z} = \dfrac{2}{29} + \dfrac{5}{29}i;\ x_2 = \dfrac{1}{\bar{z}} = \dfrac{2}{29} - \dfrac{5}{29}i \Rightarrow \begin{cases} x_1x_2 = \dfrac{1}{29} \\ x_1 + x_2 = \dfrac{4}{29} \end{cases}$.

Vậy phương trình bậc hai nhận $x_1; x_2$ là nghiệm là

$x^2 - \dfrac{4}{29}x + \dfrac{1}{29} = 0 \Leftrightarrow 29x^2 - 4x + 1 = 0.$

Câu 34: Đáp án C.

Cách 1: Gọi $A(t;1+2t;6+3t)$ và $B(1+t';-2+t';3-t')$ lần lượt là giao điểm của Δ với d và d'. Ta có: $\overrightarrow{AB} = (1+t'-t;-3+t'-2t;-3-t'-3t)$.

Vì Δ song song với trục Oz mà trục Oz có vtcp $\vec{k} = (0;0;1)$.

Suy ra $\begin{cases} 1+t'-t=0 \\ -3+t'-2t=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t=-4 \\ t'=-5 \end{cases}$.

Vậy $A = (-4;-7;-6)$. Do đó Δ có phương trình tham số $\begin{cases} x=-4 \\ y=-7 \\ z=-6+t \end{cases}$.

Cách 2: Trục Oz có vtcp $\vec{u}_{Oz} = (0;0;1)$.

Đường thẳng d đi qua $M(0;1;6)$ và vtcp $\vec{u}_d = (1;2;3)$.

Đường thẳng d' đi qua $N(1;-2;3)$ và có vtcp $\vec{u}_{d'} = (1;1;-1)$.

- Gọi (P) là mặt phẳng song song với trục Oz và chứa $d: \dfrac{x}{1} = \dfrac{y-1}{2} = \dfrac{z-6}{3}$

$\Rightarrow \vec{n}_{(P)} = \left[\vec{u}_{Oz}, \vec{u}_d\right] = (-2;1;0)$.

Mặt phẳng (P) có phương trình $-2x + (y-1) = 0 \Leftrightarrow -2x + y - 1 = 0.$

- Gọi (Q) là mặt phẳng song song với trục Oz và chứa $d': \dfrac{x-1}{1} = \dfrac{y+2}{1} = \dfrac{z-3}{-1}$

song song với trục Oz và chứa $d': \dfrac{x-1}{1} = \dfrac{y+2}{1} = \dfrac{z-3}{-1}$

$\Rightarrow \vec{n}_{(Q)} = \left[\vec{u}_{Oz}, \vec{u}_{d'}\right] = (-1;1;0)$.

Mặt phẳng (Q) có phương trình

$-1(x-1) + 1.(y+2) + 0.(z-3) = 0 \Leftrightarrow -x + y + 3 = 0.$

- Đường thẳng Δ cần tìm là giao tuyến của hai mặt phẳng (P) và mặt phẳng (Q).

Gọi $A\in\Delta\Rightarrow A\in(P), A\in Q\Rightarrow A(-4;-7;-6)$.

Đường thẳng Δ có vtcp $\vec{u}_\Delta$ cùng phương với $\left[\vec{n}_{(P)},\vec{n}_{(Q)}\right]=(0;0;-1)$.

$$\Rightarrow\Delta:\begin{cases}x=-4\\y=-7\\z=-6+t\end{cases}\quad(t\in\mathbb{R}).$$

Câu 35: Đáp án D.

STUDY TIPS
$\cos(a\pm b)=\cos a.\cos b\mp\sin a.\sin b;$
$\sin(a\pm b)=\sin a.\cos b\pm\cos a.\sin b.$

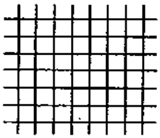
Điều kiện $\begin{cases}\cos(2x+1)\neq 0\\\cos(3x-1)\neq 0\end{cases}$. Khi đó:

$\tan(2x+1)\tan(3x-1)=1\Leftrightarrow\sin(2x+1).\sin(3x-1)=\cos(2x+1).\cos(3x-1)$

$\Leftrightarrow\cos(3x-1+2x+1)=0\Leftrightarrow\cos5x=0\Leftrightarrow 5x=\dfrac{\pi}{2}+k\pi\Leftrightarrow x=\dfrac{\pi}{10}+\dfrac{k\pi}{5},(k\in\mathbb{Z})$.

Mà ta tìm nghiệm lớn nhất nằm trong khoảng $(-5\pi;-2\pi)\Rightarrow x=\dfrac{-21\pi}{10}\Rightarrow[x]=-7$.

Câu 36: Đáp án A.



Dễ thấy m và n càng chênh lệch ít thì số hình chữ nhật được tạo ra càng nhiều. Do đó số hình chữ nhật được tạo ra là lớn nhất nếu $m=7;n=8$ hoặc ngược lại. Để cho dễ hình dung ta xét trường hợp có 7 đường nằm ngang và 8 đường thẳng đứng. Cứ hai đường nằm ngang kết hợp với hai đường thẳng đứng thì tạo thành một hình chữ nhật. Vậy số hình chữ nhật là $C_7^2\times C_8^2=588$.

Câu 37: Đáp án A.

Ta có $\overrightarrow{AC}=(0;-2;4),\overrightarrow{AB}=(1;-1;2)\Rightarrow\left[\overrightarrow{AC},\overrightarrow{AB}\right]=(0;4;2)$.

D nằm trên trục Oy nên $D=(0;d;0)$.

Cách 1:

Ta có $\overrightarrow{AD}=(-2;d-1;1)$; $\left[\overrightarrow{AC},\overrightarrow{AB}\right]\overrightarrow{AD}=4(d-1)+2=4d-2$.

STUDY TIPS
Cho tứ diện $ABCD$:
$V_{ABCD}=\dfrac{1}{6}\left|\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right].\overrightarrow{AD}\right|$

$V_{ABCD}=\dfrac{1}{6}\left|\left[\overrightarrow{AC},\overrightarrow{AB}\right]\overrightarrow{AD}\right|\Rightarrow\dfrac{1}{6}|4d-2|=5\Rightarrow\left[\begin{array}{l}4d-2=30\\4d-2=-30\end{array}\right.\Rightarrow\left[\begin{array}{l}d=8\\d=-7\end{array}\right.$.

Từ đó ta chọn A.

Cách 2:

$S_{ABC}=\dfrac{1}{2}\left|\left[\overrightarrow{AC},\overrightarrow{AB}\right]\right|=\sqrt{5}$.

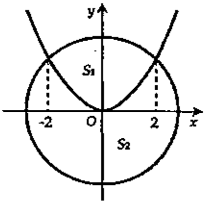
$V=5=\dfrac{1}{3}S_{ABC}\,d(D;(ABC))\Rightarrow d(D;(ABC))=3\sqrt{5}$.

Mặt phẳng (ABC): đi qua $A(2;1;-1)$ và có vtpt $\vec{n}=(0;4;2)$.

$\Rightarrow(ABC):4(y-1)+2(z+1)=0\Leftrightarrow 2y-2+z+1=0\Leftrightarrow 2y+z-1=0$

$d(D;(ABC))=\dfrac{|2d-1|}{\sqrt{5}}=3\sqrt{5}\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}d=8\\d=-7\end{array}\right.$. Vậy ta chọn A.

Câu 38: Đáp án D.



Phương trình đường tròn tâm O có bán kính $R=2\sqrt{2}$ là $x^2+y^2=8$.

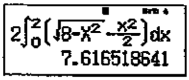
Ta có parabol và đường tròn như hình vẽ bên.

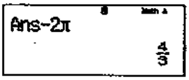
Giao điểm của parabol và đường tròn là nghiệm của hệ phương trình

$$\begin{cases} x^2+y^2=8 \\ y=\dfrac{x^2}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=\pm 2 \\ y=2 \end{cases}.$$

Vì parabol và đường tròn đều đối xứng qua trục Oy nên ta có

$$S=2\int_0^2\left(\sqrt{8-x^2}-\frac{x^2}{2}\right)dx.$$





Bấm máy tính, ta được kết quả như hình bên. Ta biết $S=a\pi+\dfrac{b}{c}$ nên ta thao tác tiếp theo trên máy như hình bên.

Vậy ta có $S=2\pi+\dfrac{4}{3}$. Do đó ta có $a=2, b=4, c=3 \Rightarrow a+b+c=9$. Chọn đáp án D.

Câu 39: Đáp án D.

Ta có $y'=6x^2+6(1-m)x+6(m-2)$.

Hàm số có điểm cực trị $x_0=2 \Rightarrow 6.2^2+6.(1-m).2+6(m-2)=0 \Leftrightarrow m=4$.

Với $m=4$ hàm số có thêm một điểm cực trị $x_1=\dfrac{m-2}{2}=1$.

Hàm số đã cho trở thành $y=2x^3-9x^2+12x+n$.

Hàm số này có hai cực trị là $y_0=y(2)=n+4$ và $y_1=y(1)=n+5$.

Hàm số có hai cực trị đều dương $\Leftrightarrow \begin{cases} n+4>0 \\ n+5>0 \end{cases} \Leftrightarrow n>-4$.

Vậy giá trị nguyên nhỏ nhất của n là -3. Do đó giá trị nhỏ nhất của $m+n$ (với m,n nguyên) là $4+(-3)=1$. Chọn đáp án D.

Câu 40: Đáp án C.

Ta có $y'=3x^2-12x+9$.

Gọi $M(x_0;y_0)$ là tiếp điểm của tiếp tuyến đi qua A của đồ thị hàm số.

Lúc này tiếp tuyến có phương trình

$$y=\left(3x_0^2-12x_0+9\right)(x-x_0)+x_0^3-6x_0^2+9x_0-1.$$

Tiếp tuyến đi qua $A(1;m) \Rightarrow m=\left(3x_0^2-12x_0+9\right)(1-x_0)+x_0^3-6x_0^2+9x_0-1$

$\Leftrightarrow m=-2x_0^3+9x_0^2-12x_0+8$ $(*)$.

Để có đúng một tiếp tuyến của đồ thị hàm số đi qua A thì phương trình $(*)$ có duy nhất một nghiệm.

Xét hàm số $f(x)=-2x_0^3+9x_0^2-12x_0+8$ có bảng biến thiên

x	$-\infty$		1		2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	3	$\nearrow$	4	$\searrow$	$-\infty$

Để phương trình $(*)$ có nghiệm duy nhất thì $\left[\begin{array}{l} m>4 \\ m<3 \end{array}\right. \Leftrightarrow m \in (-\infty;3) \cup (4;+\infty)$.

Vậy ta chọn C.

Câu 41: Đáp án A.

Ta có $f'(x) = \cos x - 2m\cos 2x - \cos 3x + 2m = \cos x - \cos 3x - 2m(\cos 2x - 1)$

Hàm số có $f'(x) \ge 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \cos x - \cos 3x \ge 2m(\cos 2x - 1), \forall x \in \mathbb{R} (*)$

Với $\cos 2x = 1$ thì thỏa mãn (*).

Với $\cos 2x \ne 1$ thì $(*) \Leftrightarrow \dfrac{\cos x - \cos 3x}{\cos 2x - 1} \le 2m, \forall x \in \mathbb{R}$.

Đặt $\dfrac{\cos x - \cos 3x}{\cos 2x - 1} = g(x)$. Để $g(x) \le 2m, \forall x \in \mathbb{R}$ thì $2m \ge \max\limits_{\mathbb{R}} g(x)$.

Sử dụng máy tính cầm tay ta có

SHIFT MODE 4 MODE 7 = cos ALPHA)) − cos 3 ALPHA)) ▼ cos 2 ALPHA))
− 1 = 0 = 2 SHIFT $\times10^x$ = SHIFT $\times10^x$ ÷ 1 2 =

Từ bảng giá trị kết hợp với phương án thì ta suy ra

$$\max\limits_{\mathbb{R}} g(x) = 2 \Leftrightarrow 2m \ge 2 \Leftrightarrow m \ge 1.$$

Câu 42: Đáp án A.

Giả sử cạnh góc vuông có độ dài bằng x $(0 < x < a)$.

Suy ra độ dài cạnh huyền là $a - x$.

Độ dài cạnh góc vuông còn lại là $\sqrt{(a-x)^2 - x^2} = \sqrt{a^2 - 2ax}$.

Diện tích tam giác vuông đó được tính bằng công thức $S = \dfrac{1}{2}.x.\sqrt{a^2 - 2ax}$.

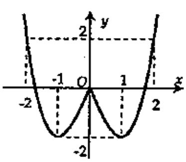
$$S = \frac{1}{2a}.\sqrt{ax}.\sqrt{ax}.\sqrt{a^2-2ax} \le \frac{1}{2a}\sqrt{\left(\frac{ax+ax+a^2-2ax}{3}\right)^3} = \frac{1}{2a}\sqrt{\frac{a^6}{27}} = \frac{a^2\sqrt{3}}{18}.$$

Dấu bằng xảy ra khi $ax = a^2 - 2ax \Leftrightarrow x = \dfrac{a}{3}$.

Câu 43: Đáp án B.

Ta có $x.2^x = x(x - m + 1) + m(2^x - 1) \Leftrightarrow (x-m)2^x = x^2 - (m-1)x - m$

$\Leftrightarrow (x-m)2^x = (x-m)(x+1) \Leftrightarrow (x-m)(2^x - x - 1) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = m \\ 2^x = x+1 \end{array}\right.$.



Giải phương trình $2^x = x + 1$.

MODE 7 2 $x^{\blacksquare}$ ALPHA) ▶ − ALPHA) − 1 = − 1 0 = 9 = =

Nhìn vào màn hình ta thấy phương trình $2^x = x + 1$ có hai nghiệm phân biệt là $x = 0; x = 1$. Do vậy để tập nghiệm của phương trình đã cho có đúng hai phần tử thì $m \in \{0;1\}$. Vậy có 2 giá trị của m thỏa mãn, ta chọn B.

Câu 44: Đáp án B.

Theo bài ra ta có $m^{\frac{2}{3}}n^{\frac{1}{3}} \ge 40 \Rightarrow m^2 n \ge 40^3$.

Số chi phí phải trả mỗi ngày là $P = 16m + 27n$. Ta cần tìm min$P$.

Áp dụng bất đẳng thức Cauchy ta có

$P = 8m + 8m + 27n \ge 3\sqrt[3]{8m.8m.27n} = 3\sqrt[3]{1728m^2 n} \ge 3\sqrt[3]{1728.40^3} = 1440$.

Vậy $\min P = 1440$.

Câu 45: Đáp án C.

Tịnh tiến đồ thị hàm số $y=f(x)$ sang trái 1 đơn vị.

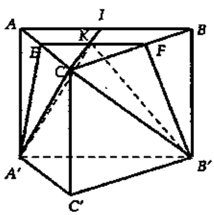
Giữ nguyên phần đồ thị hàm số nằm bên phải trục tung. Xóa phần đồ thị hàm số nằm bên trái trục tung.

Lấy đối xứng phần đồ thị hàm số nằm bên phải trục tung qua trục tung.

Từ đây ta có đồ thị hàm số $y=f(|x|+1)$.

Câu 46: Đáp án A.

Gọi K là trọng tâm tam giác ABC. Qua K kẻ đường thẳng song song với $A'B'$ lần lượt cắt AC; BC tại E và F. Gọi I là giao của CK và AB. Ta có



$CI\perp(ABB'A')\Rightarrow V_{CBA'B'}=\frac{1}{3}CI.S_{BA'B'}=\frac{1}{3}.\frac{a\sqrt{3}}{2}.\frac{a^2}{2}=\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$.

Kí hiệu như hình vẽ. Ta có $V=V_{CFA'B'}+V_{CEA'F}$.

Mà $\frac{V_{CEA'F}}{V_{CA'BB'}}=\frac{2}{3}.\frac{2}{3}.1\Rightarrow V_{CEA'F}=\frac{4}{9}.\frac{1}{3}.AA'.S_{ABC}=\frac{4}{27}.a.\frac{a^2\sqrt{3}}{4}=\frac{a^3\sqrt{3}}{27}$.

$\frac{V_{CFA'B'}}{V_{CBA'B'}}=\frac{2}{3}.1.1\Rightarrow V_{CFA'B'}=\frac{2}{3}.\frac{a^3\sqrt{3}}{12}=\frac{a^3\sqrt{3}}{18}$. Suy ra $V=\frac{a^3\sqrt{3}}{27}+\frac{a^3\sqrt{3}}{18}=\frac{5a^3\sqrt{3}}{54}$.

Câu 47: Đáp án A.

STUDY TIPS

Cho hai số phức z, z' lần lượt được biểu diễn bởi các điểm M, M'. Khi đó ta có:

$|z-z'|=MM'$.

Cách 1: $w=(1+i\sqrt{3})z+2\Leftrightarrow z=\frac{w-2}{1+i\sqrt{3}}$. Từ đó

$$|z-1|\le 2\Leftrightarrow\left|\frac{w-2}{1+i\sqrt{3}}-1\right|\le 2\Leftrightarrow\left|w-3-i\sqrt{3}\right|\le 2\left|1+i\sqrt{3}\right|\Leftrightarrow\left|w-(3+i\sqrt{3})\right|\le 4.$$

Vậy tập hợp cần tìm là hình tròn tâm $I(3;\sqrt{3})$ bán kính $R=4$. Chọn đáp án A.

Cách 2: Gọi $w=x+yi;\ (x;y\in\mathbb{R})$. Khi đó ta có

$$w=(1+i\sqrt{3})z+2\Leftrightarrow x+yi=(1+i\sqrt{3})z+2\Leftrightarrow\frac{x-2+yi}{1+i\sqrt{3}}=z$$

$$\Rightarrow|z-1|=\left|\frac{x-2+yi}{1+i\sqrt{3}}-1\right|=\left|\frac{x-3+(y-\sqrt{3})i}{1+i\sqrt{3}}\right|\Rightarrow|z-1|=\left|\frac{x-y\sqrt{3}+i(y-x\sqrt{3}+4\sqrt{3})}{4}\right|$$

$$|z-1|\le 2\Rightarrow\sqrt{(x-y\sqrt{3})^2+(y-x\sqrt{3}+4\sqrt{3})^2}\le 8\Rightarrow(x-3)^2+(y-\sqrt{3})^2\le 16.$$

Vậy tập hợp cần tìm là hình tròn tâm $I(3;\sqrt{3})$ bán kính $R=4$. Chọn đáp án A.

Bài toán tổng quát: Xác định tập hợp các điểm trong mặt phẳng phức biểu diễn các số $w=\alpha z+\beta$ trong đó z là số phức tùy ý thỏa mãn $|z-z_0|\le R$ ($z_0,\alpha\ne 0,\beta$ là những số phức cho trước, R là số thực dương cho trước).

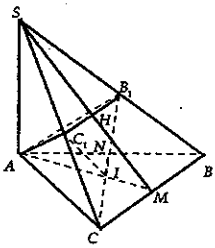
Tương tự như lời giải trên, ta có tập hợp cần tìm là hình tròn có tâm là điểm biểu diễn số phức $\alpha z_0+\beta$, với bán kính bằng $R|\alpha|$.

Câu 48: Đáp án B.

Gọi I là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác $ABC\Rightarrow IA=IB=IC$ (1)

Ta có $\Delta SAC=\Delta SAB\Rightarrow AB_1=AC_1$. Từ đây ta chứng minh được $B_1C_1//BC$.

Gọi M là trung điểm của $BC\Rightarrow BC\perp(SAM)\Rightarrow B_1C_1\perp(SAM)$.



Gọi $\{H\} = SM \cap B_1C_1 \Rightarrow \dfrac{HB_1}{MB} = \dfrac{HC_1}{MC}$, do $MB = MC$ nên $HB_1 = HC_1$

Mặt phẳng (SAM) đi qua trung điểm H của B_1C_1 và $B_1C_1 \perp (SAM)$ nên (SAM) là mặt phẳng trung trực của B_1C_1. Do $I \in AM \subset (SAM)$ nên $IB_1 = IC_1$ (2).

Gọi N là trung điểm của AB, suy ra $\begin{cases} AB \perp IN \\ SA \perp IN \end{cases} \Rightarrow IN \perp (SAB)$.

Tam giác ABB_1 vuông tại B_1 có N là trung điểm của AB nên $NA = NB_1 = \dfrac{1}{2}AB$.

Như vậy ta có các tam giác vuông sau bằng nhau

$\Delta INA = \Delta INB = \Delta INB_1 \Rightarrow IA = IB = IB_1$ (3).

Từ (1),(2) và (3) suy ra 5 điểm $A;B;C;B_1;C_1$ cùng nằm trên mặt cầu tâm I, bán kính $R = IA = \dfrac{2}{3}.\dfrac{a\sqrt{3}}{2} = \dfrac{a\sqrt{3}}{3}$ (do ABC là tam giác đều và I là tâm đường tròn ngoại tiếp $\Rightarrow I$ cũng là trọng tâm tam giác ABC).

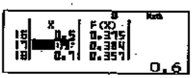
Câu 49: Đáp án A.

Tam giác OPM vuông tại P suy ra $OP = R.\cos\alpha; MP = R.\sin\alpha$.

Thể tích khối nón được tính bằng công thức

$$V = \frac{1}{3}.OP.\pi MP^2 = \frac{1}{3}R\cos\alpha.\pi.R^2.\sin^2\alpha = \frac{\pi R^3}{3}.\cos\alpha.\sin^2\alpha = \frac{\pi R^3}{3}.\cos\alpha\left(1-\cos^2\alpha\right).$$

V đạt giá trị lớn nhất khi $-\cos^3\alpha + \cos\alpha$ đạt giá trị lớn nhất.



Sử dụng TABLE ta có

MODE 7 (-) ALPHA) x^3 3 ▶ + ALPHA) = − 1 = 1 = 0 . 1 =

Ta thấy hàm số đạt giá trị lớn nhất là $0,384 = \dfrac{2\sqrt{3}}{9}$. Suy ra $\max V = \dfrac{2\sqrt{3}\pi R^3}{27}$.

Câu 50: Đáp án A.

Bốn tâm của các bi nhỏ cùng với tâm của các bi lớn tạo thành hình chóp tứ giác đều có cạnh đáy bằng 2 và cạnh bên bằng 3. Khi đó chiều cao của hình chóp đều này là $\sqrt{7}$.

Khoảng cách từ tâm của bi lớn đến đáy của hình hộp là $\sqrt{7}+1$.

Do đó chiều cao của hình hộp là $2.\left(\sqrt{7}+1\right) = 2+2\sqrt{7}$.

ĐỀ THỬ SỨC SỐ 02

Câu 1: Tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y=x^3-3x^2+2$ tại điểm $M(x_0;y_0)$ có hệ số góc k bằng

A. $k=3x_0^2-6x_0$. B. $k=x_0^3-3x_0^2+2$. C. $k=3x_0^2-2x_0$. D. $k=3x_0^2-6x_0+2$.

Câu 2: Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như hình dưới đây.

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	2	$\searrow$	-2	$\nearrow$	$+\infty$

Mệnh đề nào dưới đây là đúng?

A. Hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty;2)$ và $(-2;+\infty)$.

B. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-2;2)$.

C. Hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty;-1)$ và $(1;+\infty)$.

D. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(2;-2)$.

Câu 3: Tìm tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{3x+1}{2x-1}$.

A. $x=\dfrac{3}{2}$. B. $y=\dfrac{1}{2}$. C. $x=\dfrac{1}{2}$. D. $y=\dfrac{3}{2}$.

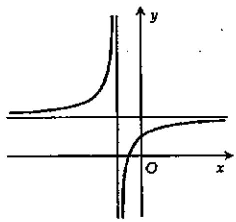
Câu 4: Cho hàm số $y=\dfrac{ax+b}{cx+d}$ có đồ thị như hình vẽ bên, trong đó $d<0$. Mệnh đề nào dưới đây là mệnh đề đúng?

A. $a<0,b<0,c<0$.

B. $a>0,b<0,c>0$.

C. $a<0,b>0,c<0$.

D. $a>0,b>0,c>0$.



Câu 5: Tìm nghiệm của phương trình $\log_5(x+2)=2018$.

A. $x=5^{2018}-2$. B. $x=2018^5-2$. C. $x=5^{2018}+2$. D. $x=2018^5+2$.

Câu 6: Giả sử một hình thang cong giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=f(x)$, trục Ox và hai đường thẳng $x=a$ và $x=b$ $(a<b)$ quay xung quanh trục Ox tạo thành một khối tròn xoay. Viết công thức tính thể tích V của khối tròn xoay đó.

A. $V=\pi\int_b^a f^2(x)dx$. B. $V=\int_a^b |f(x)|dx$. C. $V=\pi\int_a^b f^2(x)dx$. D. $V=\int_a^b f^2(x)dx$.

Câu 7: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, số phức $z=7-2i$ có điểm biểu diễn là điểm nào dưới đây?

A. $M_1(7;2)$. B. $M_2(7;-2)$. C. $M_3(7;-2i)$. D. $M_4(-2;7)$.

Câu 8: Cho hai số phức $z_1=4-2i$ và $z_2=1+5i$. Tìm số phức $z=z_1+z_2$.

A. $z=5+3i$. B. $z=3-7i$. C. $z=-2+6i$. D. $z=5-7i$.

Câu 9: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):(x+2)^2+(y-3)^2+(z-1)^2=16$. Tìm tọa độ tâm I và tính bán kính R mặt cầu (S).

A. $I(2;-3;-1)$ và $R=16$.
B. $I(-2;3;1)$ và $R=4$.
C. $I(-2;3;1)$ và $R=16$.
D. $I(2;-3;-1)$ và $R=4$.

Câu 10: Trong mặt phẳng với hệ trục tọa độ Oxy, phép đối xứng qua trục Ox biến điểm $I(-3;7)$ thành điểm nào dưới đây?

A. $I_1(3;-7)$.
B. $I_2(-3;7)$.
C. $I_3(3;7)$.
D. $I_4(-3;-7)$.

Câu 11: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi G_1, G_2 lần lượt là trọng tâm của các tam giác SAB và SAD. Mệnh đề nào dưới đây là đúng?

A. $G_1G_2 // (SBD)$.
B. $G_1G_2 // (SBC)$.
C. $G_1G_2 // (SAC)$.
D. $G_1G_2 // (SCD)$.

Câu 12: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B và cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy (ABC). Mệnh đề nào dưới đây là sai?

A. $(SBC)\perp(SAB)$.
B. $(SAB)\perp(ABC)$.
C. $(SAC)\perp(ABC)$.
D. $(SBC)\perp(SAC)$.

Câu 13: Tính đạo hàm của hàm số $y=(2x-1)\sqrt{4x+3}$.

A. $y'=\dfrac{4}{\sqrt{4x+3}}$.
B. $y'=\dfrac{12x+4}{\sqrt{4x+3}}$.
C. $y'=\dfrac{18x+2}{\sqrt{4x+3}}$.
D. $y'=\dfrac{2\left(\sqrt{4x+3}+1\right)}{\sqrt{4x+3}}$.

Câu 14: Tính $I=\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{2x^2-8}{3x^2-6x}$.

A. $I=\dfrac{4}{3}$.
B. $I=\dfrac{8}{3}$.
C. $I=0$.
D. $I=\dfrac{2}{3}$.

Câu 15: Cho cấp số cộng (u_n) có số hạng đầu $u_1=3$ và công sai $d=5$. Viết công thức tính số hạng tổng quát u_n của cấp số cộng đó.

A. $u_n=3+5n$.
B. $u_n=3.5^{n-1}$.
C. $u_n=5n-2$.
D. $u_n=5n+8$.

Câu 16: Tìm số hạng chính giữa trong khai triển của $(5x+2y)^4$.

A. $6x^2y^2$.
B. $600x^2y^2$.
C. $24x^2y^2$.
D. $60x^2y^2$.

Câu 17: Giải phương trình $\sin 2x=1$.

A. $x=\dfrac{\pi}{2}+k2\pi, k\in\mathbb{Z}$.
B. $x=\dfrac{\pi}{4}+k2\pi, k\in\mathbb{Z}$.
C. $x=\dfrac{\pi}{4}+k\pi, k\in\mathbb{Z}$.
D. $x=\pi+k4\pi, k\in\mathbb{Z}$.

Câu 18: Trong các mệnh đề dưới đây mệnh đề nào sai?

A. Hàm số $y=\sin 2x$ là hàm số tuần hoàn với chu kỳ π.

B. Hàm số $y=\sin\dfrac{x}{2}$ là hàm số tuần hoàn với chu kỳ π.

C. Hàm số $y=\tan x$ là hàm số tuần hoàn với chu kỳ π.

D. Hàm số $y=\cot x$ là hàm số tuần hoàn với chu kỳ π.

Câu 19: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\dfrac{x-2}{1}=\dfrac{y+1}{-2}=\dfrac{z-3}{2}$. Đường thẳng d không đi qua điểm nào trong các điểm dưới đây?

A. $N_1(3;-3;5)$.
B. $N_2(-1;5;-3)$.
C. $N_3(-2;7;9)$.
D. $N_4(0;3;-1)$.

Câu 20: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(2;-1;1), B(1;2;0)$ và $C(3;2;-1)$. Vectơ nào dưới đây là một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (ABC)?

A. $\overrightarrow{n_1}=(1;1;2)$.
B. $\overrightarrow{n_2}=(1;-1;2)$.
C. $\overrightarrow{n_3}=(1;5;-2)$.
D. $\overrightarrow{n_4}=(2;1;1)$.

Câu 21: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A, cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng (ABC) và có $SA = a\sqrt{3}, AB = a, AC = a\sqrt{2}$. Tính bán kính r của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$ theo a.

A. $r = \dfrac{a\left(1+\sqrt{2}+\sqrt{3}\right)}{2}$. B. $r = \dfrac{a\sqrt{6}}{3}$. C. $r = \dfrac{a\sqrt{6}}{2}$. D. $r = a\sqrt{6}$.

Câu 22: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a, cạnh bên SA vuông góc với đáy và $SA = a$. Tính theo a thể tích V của khối chóp $S.ABCD$.

A. $V = a^3$. B. $V = \dfrac{1}{6}a^3$. C. $V = \dfrac{1}{2}a^3$. D. $V = \dfrac{1}{3}a^3$.

Câu 23: Cho số phức $z = 3 - 2i$. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, điểm nào dưới đây là điểm biểu diễn của số phức $i\bar{z}$.?

A. $M_1(3;-2)$. B. $M_2(-2;3)$. C. $M_3(2;3)$. D. $M_4(-2;3i)$.

Câu 24: Giải phương trình $z^2 + 4z + 9 = 0$.

A. $z = -2 - i\sqrt{5}$ hoặc $z = -2 + i\sqrt{5}$.

B. $z = 2 - i\sqrt{5}$ hoặc $z = 2 + i\sqrt{5}$.

C. $z = 2 - 5i$ hoặc $z = 2 + 5i$.

D. $z = \dfrac{-2 - i\sqrt{5}}{2}$ hoặc $z = \dfrac{-2 + i\sqrt{5}}{2}$.

Câu 25: Biết rằng $\int f(x)\mathrm{d}x = F(x) + C$. Tính $I = \int f(5x-3)\mathrm{d}x$.

A. $I = F(5x-3) + C$. B. $I = 5F(5x-3) + C$. C. $I = \dfrac{1}{5}F(5x-3) + C$. D. $I = \dfrac{1}{5}F(x) + C$.

Câu 26: Tính tích phân $I = \int\limits_{\sqrt{5}}^{2\sqrt{3}} x\sqrt{x^2+4}\,\mathrm{d}x$ bằng cách đặt $t = \sqrt{x^2+4}$, mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $I = \int\limits_{\sqrt{5}}^{2\sqrt{3}} t^2\mathrm{d}t$. B. $I = \int\limits_{3}^{4} t^2\mathrm{d}t$. C. $I = \dfrac{1}{2}\int\limits_{3}^{4} t^2\mathrm{d}t$. D. $I = \int\limits_{3}^{4} t\mathrm{d}t$.

Câu 27: Bằng cách đặt $t = 3^x$, bất phương trình $9^x - 5.3^{x+1} + 54 \le 0$ trở thành bất phương trình nào dưới đây?

A. $t^2 - 5t + 54 \le 0$. B. $t^2 - 8t + 54 \le 0$. C. $-12t + 54 \le 0$. D. $t^2 - 15t + 54 \le 0$.

Câu 28: Cho a,b là các số thực dương và a khác 1, đặt $P = \log_{a^2} b^6 + 2\log_{\sqrt{a}} b^4$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $P = 10\log_a b$. B. $P = 19\log_a b$. C. $P = 7\log_a b$. D. $P = 16\log_a b$.

Câu 29: Tìm tập xác định D của hàm số $y = \left(2x^2 - 8\right)^{\frac{2}{5}}$.

A. $D = \mathbb{R}$.

B. $D = (-\infty;-2) \cup (2;+\infty)$.

C. $D = \left(-\infty;-2\sqrt{2}\right) \cup \left(2\sqrt{2};+\infty\right)$.

D. $D = (0;+\infty)$.

Câu 30: Cho hàm số $f(x) = \dfrac{2x-m}{x+1}$, với $m \ne -2$. Mệnh đề nào dưới đây là **sai**?

A. $\min\limits_{[1;3]} f(x) = \dfrac{2-m}{2}$ khi $m > -2$.

B. $\min\limits_{[1;3]} f(x) = \min\left\{\dfrac{2-m}{2};\dfrac{6-m}{4}\right\}$.

C. $\max\limits_{[1;3]} f(x) = \max\left\{\dfrac{2-m}{2};\dfrac{6-m}{4}\right\}$.

D. $\max\limits_{[1;3]} f(x) = \dfrac{6-m}{4}$ khi $m < -2$.

Câu 31: Gọi S là tập hợp các nghiệm thuộc đoạn $\left[0;2\pi\right]$ của phương trình $\sin 2x+\sqrt{3}\cos 2x=-\sqrt{2}$. Biết rằng tổng các phần tử thuộc S bằng $\frac{m\pi}{n}$, trong đó m,n là các số nguyên dương và phân số $\frac{m}{n}$ tối giản. Tính $T=22m+6n+2018$.

A. $T=2322$. B. $T=2340$. C. $T=2278$. D. $T=2388$.

Câu 32: Đội thanh niên xung kích của một trường trung học phổ thông có 15 học sinh, gồm 4 học sinh khối 10, 6 học sinh khối 11 và 5 học sinh khối 12. Chọn ngẫu nhiên 4 học sinh trong đội xung kích để làm nhiệm vụ trực tuần. Tính xác suất để chọn được 4 học sinh sao cho mỗi khối có ít nhất một học sinh.

A. $\frac{91}{96}$. B. $\frac{48}{91}$. C. $\frac{2}{91}$. D. $\frac{222}{455}$.

Câu 33: Cho hàm số $f(x)=\begin{cases}\frac{x^6-6x+5}{x^2-2x+1} & khi\, x<1\\ x^2+ax+b & khi\, x\ge 1\end{cases}$, trong đó a,b là các số thực thỏa mãn $a^2+ab+b^2=148$.

Khi hàm số liên tục trên $\mathbb{R}$, hãy tính giá trị của biểu thức $T=a^3+b^3$.

A. $T=2072$. B. $T=-728$. C. $T=728$. D. $T=\pm 728$.

Câu 34: Biết rằng đồ thị hàm số $f(x)=x^3+ax^2+bx+c$ nhận điểm $I(1;-3)$ làm điểm cực tiểu và cắt đường thẳng $y=-6x+12$ tại điểm có tung độ bằng 24. Tính $T=ab^2+bc^2+ca^2$.

A. $T=-261$. B. $T=43145$. C. $T=196713$. D. $T=225$.

Câu 35: Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông tâm O. Khoảng cách từ điểm O đến mặt phẳng (SCD) bằng $\frac{a\sqrt{14}}{7}$ và góc giữa đường thẳng SB với mặt đáy bằng 60^0. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABC$ theo a.

A. $V=\frac{3a^3\sqrt{2}}{2}$. B. $V=\frac{3a^3\sqrt{2}}{4}$. C. $V=\frac{3a^3\sqrt{2}}{16}$. D. $V=\frac{9a^3\sqrt{2}}{4}$.

Câu 36: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(1;2;3)$ và hai đường thẳng

$$d_1:\frac{x-2}{2}=\frac{y+2}{-1}=\frac{z-3}{1} \text{ và } d_2:\frac{x-1}{-1}=\frac{y-1}{2}=\frac{z+1}{1}.$$

Gọi Δ là đường thẳng đi qua A, vuông góc với d_1 và cắt d_2. Đường thẳng Δ không nằm trong mặt phẳng nào dưới đây?

A. $(P_1):x+2y-z-2=0$. B. $(P_2):2x-y+z-3=0$.

C. $(P_3):x-3y+2z-1=0$. D. $(P_4):x+4y+z-12=0$.

Câu 37: Biết $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)=\frac{6x^2+13x+11}{2x^2+5x+2}$ thỏa mãn $F(2)=7$. Giả sử rằng $F\left(\frac{1}{2}\right)=\frac{5}{2}+a\ln 2-b\ln 5$, trong đó a,b là các số nguyên. Tính trung bình cộng của a và b.

A. 8. B. 3. C. 10. D. 5.

Câu 38: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang vuông tại A và D với $AB=AD=1, CD=2$. Cạnh bên SD vuông góc với mặt đáy, còn cạnh bên SA tạo với mặt đáy một góc 45^0. Gọi E là trung điểm của cạnh CD. Tính bán kính R của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.BCE$.

A. $R=\frac{\sqrt{3}}{2}$. B. $R=\frac{\sqrt{14}}{2}$. C. $R=\frac{5}{2}$. D. $R=\frac{\sqrt{11}}{2}$.

Câu 39: Tìm tất cả các giá trị của tham số m để đường thẳng $y=2m+3$ cắt đồ thị hàm số $y=\dfrac{\log_5^2 x-7}{\log_5 x-2}$ tại hai điểm phân biệt có hoành độ x_1,x_2 thỏa mãn $x_1x_2=625$.

A. $m=\dfrac{1}{2}$. B. $\dfrac{313}{2}$. C. $m=-\dfrac{7}{2}$. D. $m=311$.

Câu 40: Biết rằng tập hợp tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $f(x)=\dfrac{x^2+2x+2m-1}{x-m}$ đồng biến trên nửa khoảng $[2;+\infty)$ là $S=\left(-\infty;\dfrac{a}{b}\right]$, trong đó a,b là các số nguyên dương và $\dfrac{a}{b}$ là phân số tối giản. Tính tổng bình phương của a và b.

A. 169. B. 41. C. 89. D. 81.

Câu 41: Tìm tập nghiệm S của bất phương trình $\log_{\frac{1}{3}}\left(\log_6\dfrac{x^2+x}{x+4}\right)>0$.

A. $S=(-3;-2)\cup(2;8)$. B. $S=(-4;-3)\cup(8;+\infty)$.

C. $S=(-\infty;-4)\cup(-3;8)$. D. $S=(-4;-2)\cup(2;+\infty)$.

Câu 42: Cho hình phẳng D giới hạn bởi đường cong $y=\sqrt{\dfrac{3+(x-2)e^x}{xe^x+1}}$, trục hoành và hai đường thẳng $x=0,x=1$. Khối tròn xoay tạo thành khi quay D quanh trục hoành có thể tích $V=\pi\left[a+b\ln\left(1+\dfrac{1}{e}\right)\right]$, trong đó a,b là các số hữu tỷ. Mệnh đề nào dưới đây là đúng?

A. $a+b=5$. B. $a-2b=5$. C. $a+b=3$. D. $a-2b=7$.

Câu 43: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác đều cạnh a. Hình chiếu vuông góc của S trên mặt phẳng (ABC) là điểm H thuộc cạnh AB sao cho $HA=2HB$. Góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng (ABC) bằng 60^0. Tính khoảng cách d giữa hai đường thẳng SA và BC theo a.

A. $d=\dfrac{a\sqrt{42}}{8}$. B. $d=\dfrac{a\sqrt{21}}{12}$. C. $d=\dfrac{a\sqrt{42}}{12}$. D. $d=\dfrac{a\sqrt{462}}{66}$.

Câu 44: Cho hàm số $f(x)=(x^2-2x-3)e^{-x}$. Gọi M,m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $F(x)=(ax^2+bx+c)e^{-x}$ trên đoạn $[-1;0]$, biết rằng $F'(x)=f(x),\forall x\in\mathbb{R}$. Tính $T=am+bM+c$.

A. $T=2-24e$. B. $T=0$. C. $T=3-2e$. D. $T=-16e$.

Câu 45: Xét các hình chóp $S.ABCD$ thỏa mãn các điều kiện: đáy $ABCD$ là hình vuông, cạnh bên SA vuông góc với đáy và khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng (SBC) bằng a. Biết rằng thể tích khối chóp $S.ABCD$ đạt giá trị nhỏ nhất V_0 khi cosin góc giữa đường thẳng SB và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng $\sqrt{\dfrac{p}{q}}$, trong đó p,q là các số nguyên dương và phân số $\dfrac{p}{q}$ là tối giản. Tính $T=(p+q).V_0$.

A. $T=3\sqrt{3}a^3$. B. $T=\sqrt{6}a^3$. C. $T=2\sqrt{3}a^3$. D. $T=\dfrac{5\sqrt{3}}{2}a^3$.

Câu 46: Giả sử đường thẳng $y=x+m$ cắt đồ thị (C) của hàm số $y=\dfrac{x-1}{1-2x}$ tại hai điểm phân biệt E và F. Gọi k_1,k_2 lần lượt là hệ số góc của các tiếp tuyến với (C) tại E và F. Tìm giá trị nhỏ nhất $\min S$ của biểu thức $S=k_1^4+k_2^4-3k_1k_2$.

A. $\min S=-1$. B. $\min S=-\dfrac{5}{8}$. C. $\min S=135$. D. $\min S=-\dfrac{25}{81}$.

Câu 47: Cho khối trụ có bán kính đáy bằng r và chiều cao bằng h. Cắt khối trụ bằng mặt phẳng (P) song song với trục và cách trục một khoảng bằng $\frac{r\sqrt{2}}{2}$. Mặt phẳng (P) chia khối trụ thành hai phần. Gọi V_1 là thể tích của phần chứa tâm của đường tròn đáy và V_2 thể tích của phần không chứa tâm của đường tròn đáy, tính tỷ số $\frac{V_1}{V_2}$.

A. $\frac{V_1}{V_2}=\frac{3\pi-2}{\pi-2}$. B. $\frac{V_1}{V_2}=\frac{\pi-2}{3\pi+2}$. C. $\frac{V_1}{V_2}=3+2\sqrt{2}$. D. $\frac{V_1}{V_2}=\frac{3\pi+2}{\pi-2}$.

Câu 48: Xét các số phức z thỏa mãn điều kiện $|z-3+4i|+|z+2-i|=5\sqrt{2}$. Gọi M,m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của $|z-4-3i|$. Tính tổng bình phương của M và m.

A. 82. B. 162. C. 90. D. $90+40\sqrt{5}$.

Câu 49: Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có $A(x_0;0;0)$, $B(-x_0;0;0)$, $C(0;1;0)$ và $B'(-x_0;0;y_0)$, trong đó x_0, y_0 là các số thực dương và thoả mãn $x_0+y_0=4$. Khi khoảng cách giữa hai đường thẳng AC' và $B'C$ lớn nhất thì bán kính R của mặt cầu ngoại tiếp hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ bằng bao nhiêu?

A. $R=\frac{3\sqrt{6}}{2}$. B. $R=\frac{29}{4}$. C. $R=\frac{\sqrt{41}}{4}$. D. $R=\frac{\sqrt{29}}{2}$.

Câu 50: Xét các tam giác ABC nhọn nội tiếp đường tròn $(O;R)$. Gọi V_1, V_2 và V_3 lần lượt là thể tích của các khối tròn xoay sinh ra khi quay tam giác OCA quanh trung trực của đoạn thẳng CA, quay tam giác OAB quanh trung trực của đoạn thẳng AB và quay tam giác OBC quanh trung trực của đoạn thẳng BC. Tính V_3 theo R khi biểu thức V_1+V_2 đạt giá trị lớn nhất.

A. $V_3=\frac{2\pi\sqrt{3}}{9}R^3$. B. $V_3=\frac{8\pi}{81}R^3$. C. $V_3=\frac{2\sqrt{2}}{81}\pi R^3$. D. $V_3=\frac{\sqrt{18-6\sqrt{2}}}{9}\pi R^3$.

ĐÁP ÁN

1.A	6.C	11.A	16.B	21.C	26.B	31.A	36.D	41.A	46.A
2.C	7.B	12.D	17.C	22.D	27.D	32.B	37.A	42.B	47.D
3.C	8.A	13.B	18.B	23.B	28.B	33.C	38.D	43.A	48.A
4.A	9.B	14.A	19.C	24.A	29.B	34.D	39.A	44.B	49.D
5.A	10.D	15.C	20.A	25.C	30.D	35.B	40.C	45.C	50.B

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

Câu 1: Đáp án A.

Ta có $y'=3x^2-6x$ nên hệ số góc tiếp tuyến của đồ thị hàm số tại điểm $M(x_0;y_0)$ là $k=y'(x_0)=3x_0^2-6x_0$.

Phân tích phương án nhiễu:

Phương án B: Sai do HS nhầm $k=y'(x_0)$ với $k=y(x_0)=x_0^3-3x_0^2+2$.

Phương án C: Sai do HS tính sai $y'=3x^2-2x$ nên $k=y'(x_0)=3x_0^2-2x_0$.

Phương án D: Sai do HS tính sai $y'=3x^2-6x+2$ nên $k=y'(x_0)=3x_0^2-6x_0+2$.

STUDY TIPS

Hệ số góc của phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y=f(x)$ tại điểm $M(x_0;y_0)$ là $k=y'(x_0)$.

Câu 2: Đáp án C.

Câu 3: Đáp án C.

Vì $\lim\limits_{x\to\frac{1}{2}^-}\dfrac{3x+1}{2x-1}=-\infty;\lim\limits_{x\to\frac{1}{2}^+}\dfrac{3x+1}{2x-1}=+\infty$ nên $x=\dfrac{1}{2}$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho.

Phân tích phương án nhiễu:

Phương án A: Sai do HS nhầm với đường tiệm cận ngang $y=\dfrac{3}{2}$ với đường $x=\dfrac{3}{2}$.

Phương án B: Sai do HS nhầm đường tiệm cận đứng $x=\dfrac{1}{2}$ với đường $y=\dfrac{1}{2}$.

Phương án D: Sai do HS nhầm với đường tiệm cận ngang $y=\dfrac{3}{2}$.

STUDY TIPS

Đồ thị hàm số $y=\dfrac{ax+b}{cx+d},(c\neq 0;ad-bc\neq 0)$ có đường tiệm cận đứng $x=-\dfrac{d}{c}$ và tiệm cận ngang $y=\dfrac{a}{c}$.

Câu 4: Đáp án A.

Cách 1: Từ đồ thị, ta có $\dfrac{b}{d}=y(0)>0$. Suy ra $b<0$.

Lại có $y=0\Leftrightarrow x=-\dfrac{b}{a}<0$. Suy ra $a<0$. Do đó đáp án đúng là A.

Cách 2: Từ đồ thị, ta có đường tiệm cận đứng $x=-\dfrac{d}{c}<0$ và tiệm cận ngang $y=\dfrac{a}{c}>0$. Do $d<0$ nên $c<0$. Suy ra $a<0$.

Lại do $\dfrac{b}{d}=y(0)>0$ nên suy ra $b<0$. Do đó đáp án đúng là A.

Câu 5: Đáp án A.

Đúng. Ta có $\log_5(x+2)=2018\Leftrightarrow x+2=5^{2018}\Leftrightarrow x=5^{2018}-2$.

Phân tích phương án nhiễu:

Phương án B: Sai do HS biến đổi

$$\log_5(x+2)=2018 \Leftrightarrow x+2=2018^5 \Leftrightarrow x=2018^5-2.$$

Phương án C: Sai do HS biến đổi

$$\log_5(x+2)=2018 \Leftrightarrow x+2=5^{2018} \Leftrightarrow x=5^{2018}+2.$$

Phương án D: Sai do HS biến đổi

$$\log_5(x+2)=2018 \Leftrightarrow x+2=2018^5 \Leftrightarrow x=2018^5+2.$$

Câu 6: Đáp án C.

Phân tích phương án nhiễu:

Phương án A: Sai do HS viết nhầm thứ tự cận.

Phương án B: Sai do HS nhớ nhầm với công thức tính diện tích hình phẳng.

Phương án D: Sai do HS thiếu π trong công thức tính thể tích.

Câu 7: Đáp án B.

Điểm biểu diễn của số phức $z=a+bi,(a,b\in\mathbb{R})$ là $M(a;b)$.

Phân tích phương án nhiễu:

Phương án A: Sai do HS nhớ nhầm sang điểm biểu diễn của $\overline{z}$.

Phương án C: Sai do HS xác định sai phần ảo của z (thay vì là -2 thì lại viết $-2i$).

Phương án D: Sai do HS xác định nhầm lẫn phần thực và phần ảo của z.

Câu 8: Đáp án A.

Do $z_1+z_2=(4+1)+(-2i+5i)=5+3i.$

Phân tích phương án nhiễu:

Phương án B: Sai do HS biến đổi sai $z=(4-1)+(-2i-5i)=3-7i.$

Phương án C: Sai do HS biến đổi sai $z=(4-2)+(1+5)i=-2+6i.$

Phương án D: Sai do HS biến đổi sai $z=(4+1)-(2i+5i)=5-7i.$

Câu 9: Đáp án B.

Mặt cầu $(S):(x-a)^2+(y-b)^2+(z-c)^2=R^2$ có tâm $I(a;b;c)$ và bán kính R.

Phân tích phương án nhiễu:

Phương án A: HS sai do xác định sai tọa độ tâm I và bán kính R (quên không khai căn bậc hai của 16).

Phương án C: HS sai do tính sai bán kính R (quên không khai căn bậc hai của 16).

Phương án D: HS sai do xác định sai tọa độ tâm I.

Câu 10: Đáp án D.

Phép đối xứng qua trục Ox biến điểm $M(a;b)$ thành điểm $M'(a;-b)$.

STUDY TIPS
Phép đối xứng qua trục Ox biến điểm $M(a;b)$ thành điểm $M'(a;-b)$.

Phân tích phương án nhiễu:

Phương án A: HS nhầm lẫn với phép đối xứng qua tâm O.

Phương án B: HS nhầm lẫn với phép quay tâm O với góc quay 360^0.

Phương án C: HS nhầm lẫn với phép đối xứng qua trục Oy.

Câu 11: Đáp án D.

Câu 12: Đáp án D.

Phân tích phương án nhiễu:

Phương án A: Đúng vì $BC\perp AB, SA\perp BC$ nên $BC\perp(SAB)\Rightarrow(SBC)\perp(SAB)$.

Phương án B: Đúng vì $SA\perp(ABC)$ và $SA\subset(SAB)$ nên $(SAB)\perp(ABC)$.

Phương án C: Đúng vì $SA \perp (ABC)$ và $SA \subset (SAC)$ nên $(SAC) \perp (ABC)$.

Câu 13: Đáp án B.

Ta có

$$y' = 2.\sqrt{4x+3} + (2x-1).\frac{2}{\sqrt{4x+3}} = \frac{2(4x+3)+2(2x-1)}{\sqrt{4x+3}} = \frac{12x+4}{\sqrt{4x+3}}.$$

Phân tích phương án nhiễu:

Phương án A: HS nhớ sai công thức tính đạo hàm của một tích $(u.v)' = u'.v'$.

Phương án C: HS nhớ sai đạo hàm của hàm số $y = \sqrt{u(x)}$.

Cụ thể: $\left(\sqrt{u(x)}\right)' = \frac{u'(x)}{2\sqrt{u(x)}}$.

Phương án D: HS nhớ sai công thức $(u.v)' = u' + v'$.

Câu 14: Đáp án A.

Vì $I = \lim\limits_{x\to 2} \frac{2(x+2)}{3x} = \frac{2(2+2)}{3.2} = \frac{4}{3}$.

Phân tích phương án nhiễu:

Phương án B: HS viết sai $I = \lim\limits_{x\to 2} \frac{2(x+2)}{3} = \frac{2(2+2)}{3} = \frac{8}{3}$.

Phương án C: HS viết sai $I = \lim\limits_{x\to 2} \frac{2(x^2-4)}{3x(x-6)} = 0$.

Phương án D: HS viết sai $I = \lim\limits_{x\to 2} \frac{2-\frac{8}{x^2}}{3-\frac{6}{x}} = \frac{2}{3}$ do nhớ nhầm với quy tắc tìm giới hạn tại vô cực.

Câu 15: Đáp án C.

Ta có $u_n = u_1 + (n-1)d = 3 + (n-1).5 = 5n-2$.

Phân tích phương án nhiễu:

Phương án A: Sai do HS nhớ nhầm công thức $u_n = u_1 + (n-1)d$ thành công thức $u_n = u_1 + nd$.

Phương án B: Sai do HS nhớ nhầm công thức tổng quát của cấp số nhân $u_n = u_1 d^{n-1}$.

Phương án D: Sai do HS nhớ nhầm công thức $u_n = u_1 + (n-1)d$ thành công thức $u_n = u_1 + (n+1)d$.

Câu 16: Đáp án B.

Số hạng chính giữa của khai triển là $C_4^2(5x)^2(2y)^2 = 600x^2y^2$.

Phân tích phương án nhiễu:

Phương án A: Sai do HS nhớ sai công thức số hạng chính giữa $C_4^2(5x)^2(2y)^2$ thành $C_4^2(x)^2(y)^2$.

Phương án C: Sai do HS viết sai công thức $C_4^2(5x)^2(2y)^2$ thành $C_4^2(x)^2(2y)^2$.

STUDY TIPS

$\left(\sqrt{u(x)}\right)' = \frac{u'(x)}{2\sqrt{u(x)}}$.

STUDY TIPS

Tính giới hạn dạng $\frac{0}{0}$.

Giới hạn hàm số $y = \frac{f(x)}{g(x)}$ khi $x \to a$ có dạng $\frac{0}{0}$ thì ta phân tích

$y = \frac{f(x)}{g(x)} = \frac{(x-a)p(x)}{(x-a)q(x)} = \frac{p(x)}{q(x)}$

Lúc này $\lim\limits_{x\to a} \frac{f(x)}{g(x)} = \lim\limits_{x\to a} \frac{p(x)}{q(x)}$.

STUDY TIPS

Số hạng chính giữa trong khai triển nhị thức $(a+b)^n$.

- Nếu n chẵn: Số hạng chính giữa cho $k = \frac{n}{2}$.
- Nếu n lẻ: Số hạng chính giữa cho $\left[\begin{array}{l} k = \frac{n-1}{2} \\ k = \frac{n+1}{2} \end{array}\right.$.

Phương án D: Sai do HS viết sai công thức $C_4^2(5x)^2(2y)^2$ thành $C_4^2 5x^2 2y^2$.

Câu 17: Đáp án C.

Ta có $\sin 2x = 1 \Leftrightarrow 2x = \frac{\pi}{2} + k2\pi \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{4} + k\pi, (k \in \mathbb{Z})$.

Phân tích phương án nhiễu:

Phương án A: Sai do HS nhớ nhầm sang công thức nghiệm của phương trình $\sin x = 1$.

Phương án B: Sai do biến đổi $\sin 2x = 1 \Leftrightarrow 2x = \frac{\pi}{2} + k2\pi \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{4} + k2\pi$.

Phương án D: Sai do HS biến đổi $\sin 2x = 1 \Leftrightarrow 2x = \frac{\pi}{2} + k2\pi \Leftrightarrow x = \pi + k4\pi$.

Câu 18: Đáp án B.

Hàm số $y = \sin\frac{x}{2}$ là hàm số tuần hoàn với chu kỳ 4π.

Phân tích phương án nhiễu:

Phương án A, C, D: Các hàm số $y = \sin 2x$, $y = \tan x$, $y = \cot x$ là hàm số tuần hoàn với chu kỳ π.

STUDY TIPS

Phần tính tuần hoàn của hàm số lượng giác được giới thiệu kĩ trong phần đầu của sách Công phá toán 2.

Câu 19: Đáp án C.

Vì $\frac{-2-2}{1} = \frac{7+1}{-2} = -4 \neq 3 = \frac{9-3}{2}$ nên d không đi qua điểm N_3.

Phân tích phương án nhiễu:

Phương án A, B và D: Sai do HS đọc không kỹ đề bài nên hiểu yêu cầu đường thẳng d đi qua điểm.

Câu 20: Đáp án A.

Ta có $\overrightarrow{AB} = (-1;3;-1), \overrightarrow{AC} = (1;3;-2)$ nên (ABC) có một vectơ pháp tuyến là $-\frac{1}{3}\left[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}\right] = (1;1;2)$.

Phân tích phương án nhiễu:

Phương án B: Sai do HS tính sai

$$\left[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}\right] = \left(\begin{vmatrix} 3 & -1 \\ 3 & -2 \end{vmatrix}; \begin{vmatrix} -1 & -1 \\ 1 & -2 \end{vmatrix}; \begin{vmatrix} -1 & 3 \\ 1 & 3 \end{vmatrix}\right) = (-3;3;-6).$$

Do đó suy ra được vec tơ pháp tuyến là $\overrightarrow{n_2} = -\frac{1}{3}\left[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}\right] = (1;-1;2)$.

Phương án C: Sai do HS tính sai tọa độ các vectơ $\overrightarrow{AB} = (3;1;1), \overrightarrow{AC} = (5;1;0)$ nên kéo theo tính sai tọa độ của vectơ pháp tuyến $\left[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}\right] = (1;5;-2)$.

Phương án D: Sai do HS tính sai

$$\left[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}\right] = \left(\begin{vmatrix} -1 & 3 \\ 1 & 3 \end{vmatrix}; \begin{vmatrix} 3 & -1 \\ 3 & -2 \end{vmatrix}; \begin{vmatrix} -1 & -1 \\ -2 & 1 \end{vmatrix}\right) = (-6;-3;-3).$$

Do đó suy ra được vec tơ pháp tuyến là $\overrightarrow{n_4} = -\frac{1}{3}\left[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}\right] = (2;1;1)$.

STUDY TIPS

Cách viết mặt phẳng biết ba điểm không thẳng hàng thuộc mặt phẳng.

Mặt phẳng (P) đi qua ba điểm không thẳng hàng A; B; C. Khi đó mặt phẳng (P) có vectơ pháp tuyến là $\vec{n} = \left[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}\right]$ và đi qua điểm A.

Câu 21: Đáp án C.

Hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A, cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng (ABC) thì mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$ có bán kính $r = \frac{1}{2}.\sqrt{SA^2 + AB^2 + AC^2}$. Với giả thiết của bài toán, ta có $r = \frac{a\sqrt{6}}{2}$.

Phân tích phương án nhiễu:

Phương án A: Sai do HS nhớ đúng công thức tính $r=\frac{1}{2}.\sqrt{SA^2+AB^2+AC^2}$ nhưng lại biến đổi nhầm $\sqrt{x^2+y^2+z^2}=x+y+z.$

Phương án B: Sai do HS có thể gắn hệ trục tọa độ $Oxyz$ vào hình chóp (A trùng với O và B,C,S lần lượt thuộc các tia Ox,Oy,Oz) và nhầm rằng tâm của mặt cầu chính là trọng tâm $G\left(\frac{a}{3};\frac{a\sqrt{2}}{3};\frac{a\sqrt{3}}{3}\right)$ của tam giác ABC nên tính được

$$r=OG=\frac{a\sqrt{6}}{3}.$$

Phương án D: Sai do HS nhớ nhầm công thức $r=\frac{1}{2}.\sqrt{SA^2+AB^2+AC^2}$ thành $r=\sqrt{SA^2+AB^2+AC^2}$.

Lời bàn: *Kết quả trên đây được suy ra từ kết quả của bài toán cơ bản sau:* Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB=a,AD=b$ và $AA'=c$.

a) Tính thể tích V_0 của khối hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$.

b) Tính bán kính R của mặt cầu ngoại tiếp hình hộp chữ nhật đó.

Kết quả: $V_0=AB.AD.AA'$ và $R=\frac{1}{2}\sqrt{AB^2+AD^2+AA'^2}$.

Từ kết quả của bài toán này, chúng ta suy ra kết quả của một số bài toán sau đây:

1) *Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B và cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng (ABC).*

a) *Thể tích của khối chóp $S.ABC$ là $V=\frac{1}{6}SA.BA.BC$.*

b) *Mặt cầu ngoại tiếp hình chóp có bán kính là $R=\frac{1}{2}\sqrt{SA^2+BA^2+BC^2}$.*

(Hình chóp trong trường hợp này như là hình chóp $A'.ABC$ trong hình hộp chữ nhật nói trên).

2) *Cho tứ diện gần đều $ABCD$ có $AB=CD=a;AC=BD=b;AD=BC=c$.*

a) *Thể tích khối tứ diện $ABCD$ là*

$$V=\frac{1}{3}V_0=\frac{\sqrt{2}}{12}.\sqrt{\left(a^2+b^2-c^2\right)\left(b^2+c^2-a^2\right)\left(c^2+a^2-b^2\right)}.$$

Mặt cầu ngoại tiếp tứ diện có bán kính là $R=\frac{\sqrt{2}}{4}.\sqrt{a^2+b^2+c^2}$.

(Hình tứ diện trong trường hợp này như là tứ diện $A'C'BD$ trong hình hộp chữ nhật nói trên).

3) *Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A.*

a) *Thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ là $V=\frac{1}{2}AB.AC.AA'$.*

b) *Mặt cầu ngoại tiếp hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có bán kính $R=\frac{1}{2}\sqrt{AB^2+AC^2+AA'^2}$.*

(Hình lăng trụ trong trường hợp này như là hình lăng trụ $ABD.A'B'D'$ trong hình hộp chữ nhật nói trên)

Câu 22: Đáp án D.

Ta có $V=\frac{1}{3}SA.S_{ABCD}=\frac{1}{3}SA.AB.AD=\frac{1}{3}a^3$.

Phân tích phương án nhiễu:

STUDY TIPS

Hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC vuông tại A, cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng (ABC) thì mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$ có bán kính $r=\frac{1}{2}\sqrt{SA^2+AB^2+AC^2}$.

STUDY TIPS

1. Hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B và cạnh bên SA vuông góc với (ABC)

- Thể tích khối chóp là $V=\frac{1}{6}SA.BA.BC$.

2. Tứ diện gần đều $ABCD$ có $AB=CD=a;$ $AC=BD=b;AD=BC=c.$

- Thể tích khối tứ diện $ABCD$ là $V=\frac{\sqrt{2}}{12}.\sqrt{ABC}$ trong đó $A=a^2+b^2-c^2;$ $B=b^2+c^2-a^2;$ $C=c^2+a^2-b^2.$

- Bán kính mặt cầu ngoại tiếp $R=\frac{\sqrt{2}}{4}.\sqrt{a^2+b^2+c^2}$.

3. Hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC vuông tại A.

- Thể tích $V=\frac{1}{2}AB.AC.AA'$.

- Bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình lăng trụ: $R=\frac{1}{2}\sqrt{AB^2+AC^2+AA'^2}$.

Phương án A: Sai do HS nhớ nhầm công thức tính thể tích

$$V = SA.S_{ABCD} = a.a^2 = a^3.$$

Phương án B: Sai do HS tính sai diện tích hình vuông $ABCD$ là

$$S_{ABCD} = \frac{1}{2}AB.AD = \frac{1}{2}a^2.$$

Do đó tính được $V = \frac{1}{3}SA.S_{ABCD} = \frac{1}{6}a^3.$

Phương án C: Sai do HS nhớ nhầm công thức tính diện tích hình vuông $S_{ABCD} = \frac{1}{2}AB.AD = \frac{1}{2}a^2$ và nhớ nhầm cả công thức tính thể tích

$$V = SA.S_{ABCD} = a.\frac{1}{2}a^2 = \frac{1}{2}a^3.$$

Câu 23: Đáp án B.

Ta có $\overline{z} = 3+2i$ nên $i\overline{z} = i(3+2i) = -2+3i.$

Vì điểm biểu diễn của số phức $w = a+bi, (a,b \in \mathbb{R})$ là $M(a;b)$ nên điểm biểu diễn của số phức $i\overline{z}$ là $M_2(-2;3).$

Phân tích phương án nhiễu:

Phương án A: Sai do HS nhầm với yêu cầu tìm điểm biểu diễn của z.

Phương án C: Sai do HS tính sai $i\overline{z} = 2+3i.$

Phương án D: Sai do HS xác định phần ảo vẫn còn số i.

Câu 24: Đáp án A.

Vì $z^2+4z+9=0 \Leftrightarrow (z+2)^2 = -5 \Leftrightarrow z = -2-i\sqrt{5}$ hoặc $z = -2+i\sqrt{5}.$

Phân tích phương án nhiễu:

Phương án B: Sai do HS xác định sai $-b'$ trong công thức nghiệm $z = \frac{-b' \pm i\sqrt{|\Delta'|}}{a}$ của phương trình bậc hai $az^2+bz+c=0$ với $a,b,c \in \mathbb{R}$ và $\Delta' = b'^2 - ac < 0.$

Phương án C: Sai do HS xác định sai $-b'$ và không khai căn bậc hai đối với $|\Delta'| = 5$ trong công thức nghiệm $z = \frac{-b' \pm i\sqrt{|\Delta'|}}{a}.$

Phương án D: Sai do HS nhớ nhầm công thức nghiệm $z = \frac{-b' \pm i\sqrt{|\Delta'|}}{a}$ thành $z = \frac{-b' \pm i\sqrt{|\Delta'|}}{2a}.$

Câu 25: Đáp án C.

Vì $I = \int f(5x-3)dx = \frac{1}{5}\int f(5x-3)d(5x-3) = \frac{1}{5}F(5x-3)+C$ nên chọn phương án C.

(cần lưu ý trong công thức $\int f(x)dx = F(x)+C$ thì x trong $f(x)$, dx và $F(x)$ phải là như nhau).

Phân tích phương án nhiễu:

STUDY TIPS

Với bài toán này ta có thể sử dụng máy tính cầm tay chức năng giải phương trình bậc hai MODE 5 3 để giải phương trình tìm nghiệm.

STUDY TIPS
Ghi nhớ:
$\int f(ax+b)dx = \frac{1}{a}F(ax+b)+C$

Phương án A: Sai do HS nhầm rằng từ $\int f(x)dx = F(x)+C$ thì suy ra $\int f(5x-3)dx = F(5x-3)+C$ mà chưa chú ý đến vi phân dx đáng ra phải là $d(5x-3)$.

Phương án B: Sai do HS nhớ nhầm công thức $\int f(ax+b)dx = \frac{1}{a}F(ax+b)+C$ thành $\int f(ax+b)dx = aF(ax+b)+C$.

Phương án D: Sai do HS tính sai

$$I = \int f(5x-3)dx = \frac{1}{5}\int f(5x-3)d(5x-3) = \frac{1}{5}F(x)+C.$$

Câu 26: Đáp án B.

Vì $t=\sqrt{x^2+4} \Rightarrow \begin{cases} x^2 = t^2-4 \\ xdx = tdt \end{cases}$ và $x=\sqrt{5} \Rightarrow t=3; x=2\sqrt{3} \Rightarrow t=4$

nên $I = \int_{\sqrt{5}}^{2\sqrt{3}} \sqrt{x^2+4}.xdx = \int_3^4 t.tdt = \int_3^4 t^2dt.$

STUDY TIPS
Chú ý khi sử dụng phương pháp đổi biến trong tích phân rất nhiều HS không đổi cận dẫn đến kết quả sai.

Phân tích phương án nhiễu:

Phương án A: Sai do HS quên không đổi cận: $x=\sqrt{5} \Rightarrow t=3; x=2\sqrt{3} \Rightarrow t=4.$

Phương án C: Sai do HS tính sai $dt = \frac{2x}{\sqrt{x^2+4}}dx$ (đúng phải là $dt = \frac{x}{\sqrt{x^2+4}}dx$)

nên $xdx = \frac{1}{2}tdt$. Do đó $I = \frac{1}{2}\int_3^4 t^2dt.$

Phương án D: Sai do HS biến đổi sai $I = \int_{\sqrt{5}}^{2\sqrt{3}} \sqrt{x^2+4}.xdx = \int_3^4 tdt.$

Câu 27: Đáp án D.

Vì $9^x - 5.3^{x+1} + 54 \le 0 \Leftrightarrow (3^x)^2 - 15.3^x + 54 \le 0$ nên ta có bất phương trình $t^2 - 15t + 54 \le 0.$

Phân tích phương án nhiễu:

Phương án A: Sai do HS chưa chuyển 3^{x+1} thành 3.3^x.

Phương án B: Sai do HS biến đổi $9^x - 5.3^{x+1} + 54 \le 0$ thành

$$(3^x)^2 - 8.3^x + 54 \le 0.$$

Phương án C: Sai do HS biến đổi $9^x = 3.3^x$ và $5.3^{x+1} = 15.3^x$ nên $9^x - 5.3^{x+1} + 54 \le 0$ thành $-12.3^x + 54 \le 0.$

Câu 28: Đáp án B.

Ta có $P = \frac{6}{2}\log_a b + 2.\frac{4}{\frac{1}{2}}\log_a b = 3\log_a b + 16\log_a b = 19\log_a b.$

Phân tích phương án nhiễu:

Phương án A: Sai do HS biến đổi $P = 6\log_a b + 2.\frac{4}{2}\log_a b = 10\log_a b.$

Phương án C: Sai do HS biến đổi

$$P = \frac{6}{2}\log_a b + 2.\frac{4}{2}\log_a b = 3\log_a b + 4\log_a b = 7\log_a b.$$

Phương án D: Sai do HS biến đổi

$$P = 6.2\log_a b + 2.4.\frac{1}{2}\log_a b = 12\log_a b + 4\log_a b = 16\log_a b.$$

STUDY TIPS
Tập xác định của hàm số lũy thừa $y = x^\alpha$ tùy thuộc vào giá trị của α. Cụ thể
- Với α nguyên dương, tập xác định là $\mathbb{R}$;
- Với α nguyên âm hoặc bằng 0, tập xác định là $\mathbb{R}\setminus\{0\}$;
- Với α không nguyên, tập xác định là $(0;+\infty)$.

Câu 29: Đáp án B.

Vì do $\frac{2}{5}$ là số không nguyên nên hàm số xác định khi

$$2x^2 - 8 > 0 \Leftrightarrow x^2 - 4 > 0 \Leftrightarrow x < -2 \text{ hoặc } x > 2.$$

Do đó tập xác định của hàm số là $D = (-\infty;-2)\cup(2;+\infty)$.

Phân tích phương án nhiễu:

Phương án A: Sai do HS nhớ nhầm $\left[f(x)\right]^\alpha$ xác định khi $f(x)$ xác định (mà chưa chú ý đến α).

Phương án C: Sai do HS giải sai điều kiện $2x^2 - 8 > 0 \Leftrightarrow x < -2\sqrt{2}$ hoặc $x > 2\sqrt{2}$ nên dẫn đến tập xác định là $D = \left(-\infty;-2\sqrt{2}\right)\cup\left(2\sqrt{2};+\infty\right)$.

Phương án D: Sai do HS nhầm lẫn khi α không nguyên thì $\left[f(x)\right]^\alpha$ xác định khi $f(x) > 0$ nên khẳng định tập xác định của hàm số là $D = (0;+\infty)$.

STUDY TIPS
Do hàm số $y = \frac{ax+b}{cx+d}, (ad - bc \neq 0)$ luôn đơn điệu trên từng khoảng xác định nên với $-\frac{d}{c} \notin [a;b]$ thì giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số trên $[a;b]$ đạt được tại hai điểm đầu mút $x = a; x = b$.

Câu 30: Đáp án D.

Ta có $\max\limits_{[1;3]} f(x) = \max\left\{\frac{2-m}{2};\frac{6-m}{4}\right\}$.

Do đó $\max\limits_{[1;3]} f(x) = \frac{6-m}{4} \Leftrightarrow \frac{6-m}{4} \geq \frac{2-m}{2} \Leftrightarrow m > -2$. Vậy phương án sai là D.

Phân tích phương án nhiễu:

Phương án A, B và C: Sai vì đây là những khẳng định đúng. Vì khi $m \neq -2$ thì $f'(x) = \frac{2+m}{(x+1)^2}$ luôn dương hoặc luôn âm trên đoạn $[1;3]$. Nên

$$\min\limits_{[1;3]} f(x) = \min\{f(1);f(3)\} = \min\left\{\frac{2-m}{2};\frac{6-m}{4}\right\};$$

$$\max\limits_{[1;3]} f(x) = \max\{f(1);f(3)\} = \max\left\{\frac{2-m}{2};\frac{6-m}{4}\right\}.$$

Hơn nữa: $\min\limits_{[1;3]} f(x) = \frac{2-m}{2} \Leftrightarrow \frac{2-m}{2} \leq \frac{6-m}{4} \Leftrightarrow m > -2$.

Câu 31: Đáp án A.

Ta có $\sin 2x + \sqrt{3}\cos 2x = -\sqrt{2} \Leftrightarrow \cos\left(2x - \frac{\pi}{6}\right) = -\frac{\sqrt{2}}{2}$

$\Leftrightarrow x = -\frac{7\pi}{24} + k\pi$ hoặc $x = \frac{11\pi}{24} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Nghiệm thuộc đoạn $[0;2\pi]$ của phương trình là $\frac{11\pi}{24};\frac{17\pi}{24};\frac{35\pi}{24};\frac{41\pi}{24}$.

Suy ra $S = \left\{\frac{11\pi}{24};\frac{17\pi}{24};\frac{35\pi}{24};\frac{41\pi}{24}\right\}$.

Do đó tổng các phần tử thuộc S là $\frac{11\pi}{24} + \frac{17\pi}{24} + \frac{35\pi}{24} + \frac{41\pi}{24} = \frac{104}{24}\pi = \frac{13}{3}\pi$.

Ta có $m = 13$ và $n = 3$ nên $T = 2322$.

Phân tích phương án nhiễu:

STUDY TIPS
Do
$\cos(a-b)$
$=\cos a\cos b+\sin a\sin b.$
Nên $\frac{1}{2}\sin 2x+\frac{\sqrt{3}}{2}\cos 2x$
$=\sin\frac{\pi}{6}.\sin 2x+\cos\frac{\pi}{6}.\cos 2x$
$=\cos\left(2x-\frac{\pi}{6}\right).$

Phương án B: Sai do HS biến đổi sai. Cụ thể:

$$\sin 2x+\sqrt{3}\cos 2x=-\sqrt{2}\Leftrightarrow\cos\left(2x-\frac{\pi}{6}\right)=-\frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\Leftrightarrow 2x-\frac{\pi}{6}=\frac{3\pi}{4}+k2\pi \text{ hoặc } 2x-\frac{\pi}{6}=-\frac{3\pi}{4}+k2\pi, k\in\mathbb{Z}$$

$\Leftrightarrow x=\frac{11\pi}{24}+k2\pi$ hoặc $x=-\frac{7\pi}{24}+k2\pi, k\in\mathbb{Z}$ (do không chia 2 trong $k2\pi$).

Vì vậy $S=\left\{\frac{11\pi}{24};\frac{41\pi}{24}\right\}$ nên $\frac{11\pi}{24}+\frac{41\pi}{24}=\frac{52}{24}\pi=\frac{13}{6}\pi.$

Từ đó rút ra được $m=13; n=6.$

đúng nghiệm nhưng lại rút ra được $m=104$ và $n=24$ (không rút gọn để được phân số tối giản).

Phương án C: Sai do HS biến đổi sai

$$\sin 2x+\sqrt{3}\cos 2x=-\sqrt{2}\Leftrightarrow\cos\left(2x+\frac{\pi}{6}\right)=-\frac{\sqrt{2}}{2}.$$

Do đó tìm được hai họ nghiệm là $x=\frac{7\pi}{24}+k\pi; x=-\frac{11\pi}{24}+k\pi, k\in\mathbb{Z}.$

Vì vậy, $S=\left\{\frac{7\pi}{24};\frac{13\pi}{24};\frac{31\pi}{24};\frac{37\pi}{24}\right\}$ nên $\frac{7\pi}{24}+\frac{13\pi}{24}+\frac{31\pi}{24}+\frac{37\pi}{24}=\frac{88}{24}\pi=\frac{11}{3}\pi.$

Từ đó rút ra được $m=11; n=3$.

Phương án D: Sai do HS nhầm công thức nghiệm của phương trình $\cos x=m$ sang công thức nghiệm của phương trình $\sin x=m$. Cụ thể:

$$\sin 2x+\sqrt{3}\cos 2x=-\sqrt{2}\Leftrightarrow\cos\left(2x+\frac{\pi}{6}\right)=-\frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\Leftrightarrow x=-\frac{\pi}{24}+k\pi \text{ hoặc } x=\frac{17\pi}{24}+k\pi, k\in\mathbb{Z}.$$

Do đó $S=\left\{\frac{17\pi}{24};\frac{23\pi}{24};\frac{41\pi}{24};\frac{47\pi}{24}\right\}$ nên $\frac{17\pi}{24}+\frac{23\pi}{24}+\frac{41\pi}{24}+\frac{47\pi}{24}=\frac{128}{24}\pi=\frac{16}{3}\pi.$

Từ đó rút ra được $m=16; n=3.$

Câu 32: Đáp án B.

STUDY TIPS
Phân tích thực tế: Để chọn 4 học sinh sao cho mỗi khối có ít nhất một học sinh thì có ba trường hợp:
- TH1: 2 học sinh khối 10; 1 học sinh khối 11; 1 học sinh khối 12.
- TH2: 1 học sinh khối 10; 2 học sinh khối 11; 1 học sinh khối 12.
- TH3: 1 học sinh khối 10; 1 học sinh khối 11; 2 học sinh khối 12.

Số cách chọn 4 học sinh trong đội thanh niên xung kích là $C_{15}^4=1365.$

Số cách chọn 4 học sinh sao cho mỗi khối có ít nhất một học sinh là $C_4^2C_6^1C_5^1+C_4^1C_6^2C_5^1+C_4^1C_6^1C_5^2=720.$

Suy ra xác suất để chọn được 4 học sinh sao cho mỗi khối có ít nhất một học sinh là $p=\frac{720}{1365}=\frac{48}{91}.$

Phân tích phương án nhiễu:

Phương án A: Sai do HS tính sai số cách chọn 4 học sinh sao cho mỗi khối có ít nhất một học sinh và nhớ sai công thức tính xác suất.

Cụ thể: Chọn mỗi khối một học sinh, sau đó chọn 1 học sinh trong số các học sinh còn lại. Theo cách này thì số cách chọn 4 học sinh sao cho mỗi khối có ít nhất một học sinh là $C_4^1C_6^1C_5^1C_{12}^1=1440.$

Suy ra xác suất cần tìm là $\frac{1365}{1440}=\frac{91}{96}.$

Phương án C: Sai do HS tính sai số cách chọn 4 học sinh từ trong đội thanh niên xung kích. Cụ thể là số cách chọn đó là $A_{15}^4 = 32760$.

Suy ra xác suất cần tìm là $\dfrac{720}{32760} = \dfrac{2}{91}$.

Phương án D: Sai do HS tính số cách chọn 4 học sinh sao cho mỗi khối có ít nhất một học sinh theo phần bù nhưng lại tính sai. Cụ thể là số cách chọn 4 học sinh sao cho mỗi khối có ít nhất một học sinh là

$$C_{15}^4 - \left(C_{10}^4 + C_9^4 + C_{11}^4\right) = 666.$$

Suy ra xác suất cần tìm là $\dfrac{666}{1365} = \dfrac{222}{455}$.

Câu 33: Đáp án C.

Hàm số liên tục trên từng khoảng $(-\infty;1)$ và $(1;+\infty)$.

Ta có $\lim\limits_{x\to 1^+} f(x) = \lim\limits_{x\to 1^+}\left(x^2 + ax + b\right) = a + b + 1 = f(1)$.

$\lim\limits_{x\to 1^-} f(x) = \lim\limits_{x\to 1^-}\dfrac{x^6 - 6x + 5}{x^2 - 2x + 1} = \lim\limits_{x\to 1^-}\dfrac{6x^5 - 6}{2x - 2} = \lim\limits_{x\to 1^-}\dfrac{30x^4}{2} = 15.$

Hàm số liên tục trên $\mathbb{R}$ khi và chỉ khi

$$\lim_{x\to 1^+} f(x) = \lim_{x\to 1^-} f(x) = f(1) \Leftrightarrow a + b + 1 = 15 \Leftrightarrow a + b = 14.$$

Suy ra ta có $\begin{cases} a+b=14 \\ a^2+ab+b^2=148 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a^2+2ab+b^2=196 \\ a^2+ab+b^2=148 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} ab=48 \\ a^2+b^2=100 \end{cases}$.

Do đó $T = (a+b)\left(a^2 - ab + b^2\right) = 14.(100 - 48) = 728$.

Phân tích phương án nhiễu:

Phương án A: Sai do HS giải đúng như trên nhưng khi tính giá trị của T thì lại nhầm lẫn rằng $a^3 + b^3 = (a+b)\left(a^2 + ab + b^2\right)$

(đúng phải là $a^3 + b^3 = (a+b)\left(a^2 - ab + b^2\right)$).

Phương án B và D: Sai do HS biến đổi

$\begin{cases} a+b=14 \\ a^2+ab+b^2=148 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a^2+2ab+b^2=196 \\ a^2+ab+b^2=148 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} ab=48 \\ a^2+b^2=100 \end{cases}$.

Và giải ra được $a=8, b=6$ hoặc $a=6, b=8$ hoặc $a=-8, b=-6$ hoặc $a=-6, b=-8$.

Do đó tính được $T = 728$ hoặc $T = -728$.

Câu 34: Đáp án A.

Ta có $f'(x) = 3x^2 + 2ax + b$.

Giao điểm của đồ thị hàm số với đường thẳng $y = -6x + 12$ là điểm $I(-2;24)$.

Như vậy, từ giả thiết ta có $\begin{cases} f(-2)=24 \\ f(1)=-3 \\ f'(1)=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4a-2b+c=32 \\ a+b+c=-4 \\ 2a+b=-3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=3 \\ b=-9 \\ c=2 \end{cases}$.

Khi đó đồ thị hàm số $f(x) = x^3 + 3x^2 - 9x + 2$ nhận điểm $I(1;-3)$ làm điểm cực tiểu vì $f''(1) = 12 > 0$ nên hàm số đạt cực tiểu tại $x = 1$.

Do đó $a = 3, b = -9, c = 2$ thỏa mãn yêu cầu của bài toán.

Suy ra $T = 3.(-9)^2 + (-9).2^2 + 2.3^2 = 225$. Vậy phương án đúng là D.

STUDY TIPS

Hàm số $f(x)$ liên tục tại điểm $x = x_0$ khi và chỉ khi $\lim\limits_{x\to x_0^-} f(x) = \lim\limits_{x\to x_0^+} f(x) = f(x_0)$

Phân tích phương án nhiễu:

Phương án A: Sai do HS giải như trên và tìm đúng $a=3,b=-9,c=2$ nhưng khi thay vào biểu thức T lại bị sai dấu. Cụ thể: $T=-3.9^2-9.2^2+2.3^2=-261$.

Phương án B: Sai do HS tìm sai hoành độ giao điểm bằng 2 nên dẫn đến hệ phương trình $\begin{cases}4a+2b+c=16\\a+b+c=-4\\2a+b=-3\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=23\\b=-49\\c=22\end{cases}$.

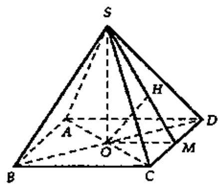
Khi đó ta tính được $T=43145$.

Phương án C: Sai do HS biến đổi sai

$$\begin{cases}f(-2)=24\\f(1)=-3\\f'(1)=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}4a+2b+c=32\\a+b+c=-4\\2a+b=-3\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=39\\b=-81\\c=38\end{cases}.$$

Do đó tính được $T=196713$.

Câu 35: Đáp án B.



Ta có góc giữa đường thẳng SB với mặt phẳng $(ABCD)$ chính là góc $\widehat{SBO}$ nên $\widehat{SBO}=60^0$.

Gọi M là trung điểm của đoạn thẳng CD thì ta có $CD\perp(SOM)$.

Từ O kẻ $OH\perp SM, H\in SM$ thì $OH=d(O,(SCD))$.

Đặt $AB=2x$ thì $OM=x$ và $OB=x\sqrt{2}$.

Tam giác SOB vuông tại O nên $SO=OB\tan\widehat{SBO}=x\sqrt{6}$.

Ta có $OH=\dfrac{SO.OM}{\sqrt{SO^2+OM^2}}$ nên $OH=\dfrac{x\sqrt{6}.x}{\sqrt{6x^2+x^2}}=\dfrac{x\sqrt{42}}{7}$.

Theo giả thiết, ta có $\dfrac{x\sqrt{42}}{7}=\dfrac{a\sqrt{14}}{7}\Leftrightarrow x=\dfrac{a\sqrt{3}}{2}$. Do đó $AB=a\sqrt{3}, SO=\dfrac{3a\sqrt{2}}{2}$.

Vì vậy thể tích của khối chóp $S.ABC$ là $V=\dfrac{1}{3}SO.S_{ABC}=\dfrac{3a^3\sqrt{2}}{4}$.

Vậy phương án đúng là B.

Phân tích phương án nhiễu:

Phương án A: Sai do HS tính thể tích của khối chóp $S.ABCD$ chứ không phải khối chóp $S.ABC$.

Phương án C: Sai do HS tìm ra được $x=\dfrac{a\sqrt{3}}{2}$ thì nhầm lẫn diện tích tam giác ABC là $S_{ABC}=\dfrac{1}{2}(AB)^2=\dfrac{1}{2}\left(\dfrac{a\sqrt{3}}{2}\right)^2=\dfrac{3a^2}{8}$ nên tính được $V=\dfrac{3a^3\sqrt{2}}{16}$.

Phương án D: Sai do HS thiếu $\dfrac{1}{3}$ trong công thức $V=\dfrac{1}{3}.SO.S_{ABC}$.

Câu 36: Đáp án D.

Đường thẳng d_1 có vectơ chỉ phương là $\overrightarrow{u_1}=(2;-1;1)$.

Gọi $B(1-t;1+2t;-1+t)\in d_2$ là giao điểm của Δ với d_2. Khi đó $\overrightarrow{AB}=(-t;2t-1;t-4)$ là một vectơ chỉ phương của Δ.

Do đó $d_1 \perp \Delta \Leftrightarrow \overrightarrow{u_1}.\overrightarrow{AB}=0 \Leftrightarrow -2t-2t+1+t-4=0 \Leftrightarrow t=-1$.

Suy ra Δ đi qua điểm $A(1;2;3)$ và có vectơ chỉ phương $\vec{u}=(1;-3;-5)$.

Dễ thấy điểm A thuộc cả 4 mặt phẳng còn vectơ $\vec{u}$ vuông góc với vectơ pháp tuyến của các mặt phẳng $(P_1),(P_2),(P_3)$ nên Δ thuộc các mặt phẳng $(P_1),(P_2),(P_3)$. Do đó loại các phương án A, B và C.

Suy ra phương án đúng là D.

Phương án D được xây dựng trên sự sai lầm trong giải phương trình $-2t-2t+1+t-4=0 \Leftrightarrow t=1$.

Do đó tìm được $\overrightarrow{AB}=(-1;1;-3)$. Khi đó thì $\Delta \subset (P_4)$.

STUDY TIPS

Viết phương trình đường thẳng d đi qua A, vuông góc với đường thẳng d_1 và cắt đường thẳng d_2.

- Cách 1:

* B1: Viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua A và vuông góc với đường thẳng d_1.

* B2: Tìm giao điểm $B=(P)\cap(d_2)$.

* B3: Đường thẳng d đi qua hai điểm A, B.

- Cách 2:

* B1: Viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua điểm A và vuông góc với d_1.

* B2: Viết phương trình mặt phẳng (Q) đi qua điểm A và chứa d_2.

* B3: Đường thẳng cần tìm $d=(P)\cap(Q)$.

Câu 37: Đáp án A.

Ta có $f(x)=3+\dfrac{4}{2x+1}-\dfrac{3}{x+2}$ nên

$$F(x)=3x+2\ln|2x+1|-3\ln|x+2|+C.$$

Do đó $F(2)=7 \Leftrightarrow 6+2\ln5-3\ln4+C=7 \Leftrightarrow C=1+6\ln2-2\ln5$.

Suy ra $F(x)=3x+2\ln|2x+1|-3\ln|x+2|+1+6\ln2-2\ln5$.

Ta có $F\left(\dfrac{1}{2}\right)=\dfrac{5}{2}+11\ln2-5\ln5$. Từ đó, ta có $a=11, b=5$.

Vậy trung bình cộng của a và b là $\dfrac{11+5}{2}=8$. Do đó phương án đúng là A.

Phân tích phương án nhiễu:

Phương án B: Sai do HS tìm đúng $F\left(\dfrac{1}{2}\right)$ nhưng lại suy ra $a=11, b=-5$ nên $\dfrac{a+b}{2}=3$.

Phương án C: Sai do HS tìm sai

$$F(x)=3x+4\ln|2x+1|-3\ln|x+2|+1+6\ln2-4\ln5.$$

Vì vậy, khi tính $F\left(\dfrac{1}{2}\right)=\dfrac{5}{2}+13\ln2-7\ln5$ thì sẽ tìm được $a=13, b=7$. (Nếu HS lại tìm sai $a=13, b=-7$ thì kết quả là phương án B).

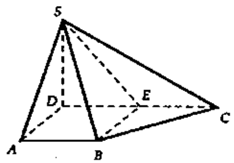
Phương án D: Sai do HS tìm đúng nguyên hàm nhưng biến đổi $F\left(\dfrac{1}{2}\right)$ sai. Cụ thể: $F\left(\dfrac{1}{2}\right)=\dfrac{3}{2}+2\ln2-3\ln\dfrac{5}{2}+1+6\ln2-2\ln5$

$=\dfrac{5}{2}+8\ln2-2\ln5-3\ln5-3\ln2=\dfrac{5}{2}+5\ln2-5\ln5$.

Do đó suy ra $a=5, b=5$ nên $\dfrac{a+b}{2}=5$.

Câu 38: Đáp án D.

Dễ thấy $BE \perp CD; SD=AD=1$. Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ sao cho $E \equiv O$, B thuộc tia Ox, C thuộc tia Oy và tia DS cùng hướng với tia Oz.



Với cách chọn hệ trục tọa độ như vậy, ta có $B(1;0;0), C(0;1;0), D(0;-1;0)$, $S(0;-1;1)$.

Giả sử mặt cầu đi qua bốn điểm S,B,C,E có phương trình là $x^2+y^2+z^2+2ax+2by+2cz+d=0$, với điều kiện $a^2+b^2+c^2-d>0$.

Ta có hệ phương trình $\begin{cases} d=0 \\ 2a+1=0 \\ 2b+1=0 \\ -2b+2c+2=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=b=-\dfrac{1}{2} \\ c=-\dfrac{3}{2}; d=0 \end{cases}$ (thỏa mãn).

Vậy, mặt cầu đi qua bốn điểm S,B,C,E có phương trình là

$$x^2+y^2+z^2-x-y-3z=0.$$

Suy ra bán kính của mặt cầu là $R=\sqrt{\left(\dfrac{1}{2}\right)^2+\left(\dfrac{1}{2}\right)^2+\left(\dfrac{3}{2}\right)^2}=\dfrac{\sqrt{11}}{2}$.

Phân tích phương án nhiễu:

Phương án A: Sai do HS cũng làm như trên nhưng tìm sai các hệ số a,b,c,d. Cụ thể:

Ta có hệ phương trình $\begin{cases} d=0 \\ 2a+1=0 \\ 2b+1=0 \\ 2b+2c+2=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=b=c=-\dfrac{1}{2} \\ d=0 \end{cases}$. Suy ra $R=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$.

Phương án B: Sai do HS thiết lập đúng hệ phương trình nhưng lại tìm sai các hệ số a,b,c,d. Cụ thể:

Ta có hệ phương trình $\begin{cases} d=0 \\ 2a+1=0 \\ 2b+1=0 \\ -2b+2c+2=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=b=-\dfrac{1}{2} \\ c=-3; d=0 \end{cases}$. Suy ra $R=\dfrac{\sqrt{14}}{2}$.

Phương án C: Sai do HS thiết lập đúng hệ phương trình nhưng lại giải sai nghiệm. Cụ thể:

Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ sao cho $D\equiv O$, A thuộc tia Ox, C thuộc tia Oy và S thuộc tia Oz.

Khi đó ta tìm được $A(1;0;0), B(1;1;0), C(0;2;0), E(0;1;0), S(0;0;1)$.

Giả sử mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.BCE$ có phương trình là

$$x^2+y^2+z^2-2ax-2by-2cz+d=0, \text{ trong đó } a^2+b^2+c^2-d>0.$$

Khi đó ta có hệ phương trình $\begin{cases} -2a-2b+d+2=0 \\ -4b+d+4=0 \\ -2b+d+1=0 \\ -2c+d+1=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=\dfrac{1}{2}; b=-\dfrac{3}{2} \\ c=\dfrac{3}{2}; d=-4 \end{cases}$.

Suy ra $R=\dfrac{5}{2}$.

Câu 39: Đáp án A.

Điều kiện $x>0, x\neq 25$.

Hoành độ giao điểm của hai đường là nghiệm của phương trình

$\dfrac{\log_5^2 x-7}{\log_5 x-2}=2m+3 \Leftrightarrow \log_5^2 x-7=(2m+3)(\log_5 x-2)$

$\Leftrightarrow \log_5^2 x-(2m+3)\log_5 x+4m-1=0.$

Ta có $x_1>0, x_2>0$ nên $\log_5 x_1+\log_5 x_2=\log_5(x_1x_2)=\log_5 625=4.$

Lại có $\log_5 x_1, \log_5 x_2$ là hai nghiệm của phương trình $t^2-(2m+3)t+4m-1=0$ nên $\log_5 x_1+\log_5 x_2=2m+3$.

Từ đó ta tìm được $m=\dfrac{1}{2}$. Thử lại thấy $m=\dfrac{1}{2}$ thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Phân tích phương án nhiễu:

Phương án B: Sai do HS thiết lập đúng phương trình nhưng nhầm lẫn rằng $x_1x_2=4m-1$ nên giải ra được $m=\dfrac{313}{2}$.

Phương án C: Sai do HS thiết lập đúng phương trình nhưng xác định sai $\log_5 x_1+\log_5 x_2=-(2m+3)$.

Vì vậy tìm được $m=-\dfrac{7}{2}$.

Phương án D: Sai do HS xác định sai $x_1x_2=2m+3$ nên tìm được $m=311$.

Câu 40: Đáp án C.

Ta có $f'(x)=\dfrac{x^2-2mx+1-4m}{(x-m)^2}$.

Hàm số đồng biến trên $[2;+\infty)$ khi và chỉ khi $f'(x)\ge 0, \forall x\in[2;+\infty)$

$\Leftrightarrow \begin{cases} m\notin[2;+\infty) \\ x^2-2mx+1-4m\ge 0, \forall x\in[2;+\infty) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m<2 \\ 2m\le \dfrac{x^2+1}{x+2}, \forall x\in[2;+\infty) \end{cases}$.

Bằng cách khảo sát hàm số $y=\dfrac{x^2+1}{x+2}$ trên nửa khoảng $[2;+\infty)$, ta được

$$\min_{[2;+\infty)} y=y(2)=\frac{5}{4}.$$

Vì vậy $2m\le\dfrac{x^2+1}{x+2}, \forall[2;+\infty) \Leftrightarrow 2m\le \min\limits_{[2;+\infty)}\dfrac{x^2+1}{x+2}=\dfrac{5}{4}\Leftrightarrow m\le\dfrac{5}{8}$.

Suy ra $a=5, b=8$.

Do đó $a^2+b^2=89$.

Vậy phương án đúng là C.

Phân tích phương án nhiễu:

Phương án A: Sai do HS tìm được $a=5, b=8$ nhưng lại hiểu tổng bình phương của a và b là $(a+b)^2$ nên tính được 169.

Phương án B: Sai do HS trình bày lời giải như trên nhưng tìm ra $m\le\dfrac{5}{4}$ nên chọn được $a=5, b=4$.

Do đó tính được $a^2+b^2=41$.

Phương án D: Sai do HS trình bày lời giải như trên nhưng tìm ra $m \le \frac{5}{4}$ nên chọn được $a=5, b=4$. Đồng thời, hiểu tổng bình phương của a và b là $(a+b)^2$ nên tính được 81.

Câu 41: Đáp án A.

STUDY TIPS
Với $0<a<1$ thì $\log_a b < \log_a c \Leftrightarrow b > c > 0$.

Ta có $\log_{\frac{1}{3}}\left(\log_6 \frac{x^2+x}{x+4}\right) > 0 \Leftrightarrow 0 < \log_6 \frac{x^2+x}{x+4} < 1 \Leftrightarrow 1 < \frac{x^2+x}{x+4} < 6$

$\Leftrightarrow \begin{cases} \frac{x^2-4}{x+4} > 0 \\ \frac{x^2-5x-24}{x+4} < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} -3<x<-2 \\ 2<x<8 \end{array}\right.$. Suy ra $S=(-3;-2)\cup(2;8)$.

Vậy phương án đúng là A.

Phân tích phương án nhiễu:

Phương án B: Sai do HS biến đổi sai do hiểu nhầm hàm số $y=\log_{\frac{1}{3}} x$ đồng biến trên $(0;+\infty)$. Cụ thể:

$\log_{\frac{1}{3}}\left(\log_6 \frac{x^2+x}{x+4}\right) > 0 \Leftrightarrow \log_6 \frac{x^2+x}{x+4} > 1 \Leftrightarrow \frac{x^2+x}{x+4} > 6$

$\Leftrightarrow \frac{x^2-5x-24}{x+4} > 0 \Leftrightarrow -4<x<-3$ hoặc $x>8$. Suy ra $S=(-4;-3)\cup(8;+\infty)$.

Phương án C: Sai do HS thiếu điều kiện $\log_6 \frac{x^2+x}{x+4} > 0$ để $\log_{\frac{1}{3}}\left(\log_6 \frac{x^2+x}{x+4}\right)$ tồn tại. Cụ thể:

$\log_{\frac{1}{3}}\left(\log_6 \frac{x^2+x}{x+4}\right) > 0 \Leftrightarrow \log_6 \frac{x^2+x}{x+4} < 1 \Leftrightarrow \frac{x^2+x}{x+4} < 6$

$\Leftrightarrow \frac{x^2-5x-24}{x+4} < 0 \Leftrightarrow x<-4$ hoặc $-3<x<8$. Suy ra $S=(-\infty;-4)\cup(-3;8)$.

Phương án D: Sai do HS biến đổi sai bất phương trình. Cụ thể:

$\log_{\frac{1}{3}}\left(\log_6 \frac{x^2+x}{x+4}\right) > 0 \Leftrightarrow \log_6 \frac{x^2+x}{x+4} > 1 \Leftrightarrow \frac{x^2+x}{x+4} > 1$

$\Leftrightarrow \frac{x^2-4}{x+4} > 0 \Leftrightarrow -4<x<-2$ hoặc $x>2$. Suy ra $S=(-4;-2)\cup(2;+\infty)$.

Câu 42: Đáp án B.

Đúng. Vì $V=\pi\int_0^1 \frac{3+(x-2)e^x}{xe^x+1}dx = \pi\int_0^1\left[3-2\frac{(x+1)e^x}{xe^x+1}\right]dx$

$=3\pi x\Big|_0^1 - 2\pi\ln\left(xe^x+1\right)\Big|_0^1 = 3\pi - 2\pi\ln(e+1)$

$=\pi - 2\pi\left[\ln(e+1)-\ln e\right] = \pi\left[1-2\ln\left(1+\frac{1}{e}\right)\right]$.

Do đó $a=1, b=-2$ nên $a+b=-1$ còn $a-2b=5$. Suy ra phương án đúng là B.

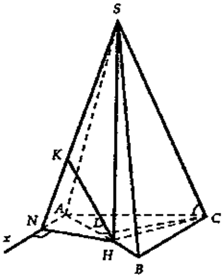
Phân tích phương án nhiễu:

Phương án A: Sai do HS tính đúng V nhưng lại tìm ra được $a=3; b=2$.

Phương án C: Sai do HS tính đúng V nhưng lại tìm ra được $a=1; b=2$.

Phương án D: Sai do HS tính đúng V nhưng lại tìm ra được $a=3;b=-2$.

Câu 43: Đáp án A.



Ta có $\widehat{SCH}=60^0$ và $HC=\dfrac{a\sqrt{7}}{3};SH=HC\tan\widehat{SCH}=\dfrac{a\sqrt{21}}{3}$.

Từ A kẻ tia $Ax//CB$ (như hình vẽ). Khi đó $BC//(SAx)$ và do $BA=\dfrac{3}{2}HA$ nên

$d(BC,SA)=d(BC,(SAx))=d(B,(SAx))=\dfrac{3}{2}d(H,(SAx))$.

Gọi N và K lần lượt là hình chiếu vuông góc của H trên Ax và SN.

Do $AN\perp(SHN)$ và $HK\perp SN$ nên $HK\perp(SAN)$. Khi đó $d(BC,SA)=\dfrac{3}{2}HK$.

Ta có $AH=\dfrac{2a}{3};HN=AH\sin\widehat{NAH}=\dfrac{a\sqrt{3}}{3}$.

Suy ra $HK=\dfrac{HN.HS}{\sqrt{HN^2+HS^2}}=\dfrac{a\sqrt{42}}{12}$. Vậy $d(BC,SA)=\dfrac{a\sqrt{42}}{8}$.

Phân tích phương án nhiễu:

Phương án B: Sai do HS giải như trên nhưng tính sai

$$SH=HC\tan\widehat{SCH}=\frac{a\sqrt{7}}{3}.\frac{1}{\sqrt{3}}=\frac{a\sqrt{21}}{9}.$$

Do đó tìm được $d=\dfrac{a\sqrt{21}}{12}$.

Phương án C: Sai do HS tìm được $HK=\dfrac{a\sqrt{42}}{12}$ và kết luận ngay $d=\dfrac{a\sqrt{42}}{12}$.

Phương án D: Sai do HS giải như trên nhưng tính sai

$$HN=AH\sin\widehat{NAH}=\frac{2a}{3}.\frac{1}{2}=\frac{a}{3}.$$

Do đó tìm được $d=\dfrac{a\sqrt{462}}{66}$.

Câu 44: Đáp án B.

Ta có $F'(x)=\left[-ax^2+(2a-b)x+b-c\right]e^{-x}$.

$$F'(x)=f(x),\forall x\in\mathbb{R}\Leftrightarrow\begin{cases}-a=1\\2a-b=-2\\b-c=-3\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=-1\\b=0\\c=3\end{cases}\Rightarrow F(x)=(3-x^2)e^{-x}.$$

$$F'(x)=0\Leftrightarrow f(x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=-1\in[-1;0]\\x=3\notin[-1;0]\end{array}\right..$$

Ta có $F(-1)=2e;F(0)=3$. Suy ra $M=2e;m=3\Rightarrow T=-1.3+0.2e+3=0$.

Phân tích phương án nhiễu:

Phương án A: Sai do HS tính sai $F'(x)=\left[ax^2+(2a+b)x+b+c\right]e^{-x}$.

$$\text{Do đó } F'(x)=f(x),\forall x\in\mathbb{R}\Leftrightarrow\begin{cases}a=1\\b=-4\\c=1\end{cases}\Rightarrow F(x)=(x^2-4x+1)e^{-x}.$$

$F'(x)=0 \Leftrightarrow f(x)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-1\in[-1;0] \\ x=3\notin[-1;0] \end{array}\right.$.

Ta có $F(-1)=6e; F(0)=1$. Suy ra $M=6e; m=1 \Rightarrow T=2-24e$.

Phương án C: Sai do HS giải đúng $M=2e; m=3$ nhưng lại tính sai T. Cụ thể:

$$T=-1.2e+0.3+3=3-2e.$$

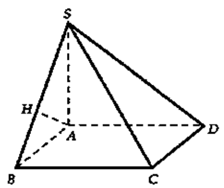
Phương án D: Sai do HS tính sai $F'(x)=\left[-ax^2+(2a+b)x+b+c\right]e^{-x}$ và giải sai a,b,c.

Do đó $F'(x)=f(x), \forall x\in\mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} a=-1 \\ b=-4 \\ c=1 \end{cases} \Rightarrow F(x)=\left(-x^2-4x+1\right)e^{-x}$.

$F'(x)=0 \Leftrightarrow f(x)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-1\in[-1;0] \\ x=3\notin[-1;0] \end{array}\right.$.

Ta có $F(-1)=4e; F(0)=1$. Suy ra $M=4e; m=1 \Rightarrow T=-1.1-4.4e+1=-16e$.

Câu 45: Đáp án C.



Ta có $BC\perp AB; BC\perp SA$ nên $BC\perp(SAB)$.

Gọi H là hình chiếu vuông góc của A trên SB.

Khi đó $AH\perp(SBC)$ và $d\left(A,(SBC)\right)=AH$.

Ta có góc giữa đường thẳng SB và mặt phẳng $(ABCD)$ là góc $\widehat{SBA}$.

Đặt $\widehat{SBA}=\alpha$.

Theo giả thiết ta có $AB=\dfrac{a}{\sin\alpha}; SA=\dfrac{a}{\cos\alpha}$.

Thể tích khối chóp $S.ABCD$ là $V=\dfrac{1}{3}SA.S_{ABCD}=\dfrac{1}{3\sin^2\alpha\cos\alpha}a^3$.

Áp dụng bất đẳng thức Cô-si, ta có

$$\sin^2\alpha.\sin^2\alpha.2\cos^2\alpha\le\left(\frac{\sin^2\alpha+\sin^2\alpha+2\cos^2\alpha}{3}\right)^3=\frac{8}{27}.$$

Suy ra $\sin^2\alpha\cos\alpha\le\dfrac{2\sqrt{3}}{9}$. Do đó $V\ge\dfrac{\sqrt{3}}{2}a^3$.

Dấu bằng xảy ra khi $\sin^2\alpha=2\cos^2\alpha\Rightarrow\cos\alpha=\sqrt{\dfrac{1}{3}}$.

Vậy thể tích khối chóp $S.ABCD$ đạt giá trị nhỏ nhất bằng $\dfrac{\sqrt{3}}{2}a^3$ khi $\cos\alpha=\sqrt{\dfrac{1}{3}}$.

Suy ra $V_0=\dfrac{\sqrt{3}}{2}a^3; p=1, q=3$

$\Rightarrow T=(p+q)V_0=2\sqrt{3}a^3$.

Phân tích phương án nhiễu:

Phương án A: Sai do HS giải đúng như trên nhưng tìm ra được $\cos\alpha=\dfrac{\sqrt{3}}{3}$ thì lại suy ra $p=3; q=3$ nên $T=3\sqrt{3}a^3$.

Phương án B: Sai do HS đánh giá sai $\sin^2\alpha\cos\alpha \le \frac{2\sqrt{6}}{9}$ (quên không chia cho 2 trước khi khai căn).

Do đó dẫn đến $V_0 = \frac{\sqrt{6}}{4}a^3$. Suy ra $T = \sqrt{6}a^3$.

Phương án D: Sai do HS tính sai $V = \frac{1}{3\sin\alpha\cos^2\alpha}a^3$. Do đó đánh giá $V \ge \frac{\sqrt{3}}{2}a^3$.

Nhưng dấu bằng xảy ra khi $\cos\alpha = \sqrt{\frac{2}{3}}$ do vậy tính ra được

$$T = (2+3).\frac{\sqrt{3}}{2}a^3 = \frac{5\sqrt{3}}{2}a^3.$$

Câu 46: Đáp án A.

Phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị (C) với đường thẳng đã cho là

$\frac{x-1}{1-2x} = x+m \Leftrightarrow x-1 = (1-2x)(x+m)$ (do $x = \frac{1}{2}$ không là nghiệm)

$\Leftrightarrow 2x^2 + 2mx - m - 1 = 0$ $(*)$.

Đồ thị (C) với đường thẳng đã cho cắt nhau tại hai điểm phân biệt khi và chỉ khi $(*)$ có hai nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow m^2 + 2m + 2 > 0$ (nghiệm đúng với mọi m).

Giả sử $E(x_1;y_1), F(x_2;y_2)$ thì x_1, x_2 là hai nghiệm của $(*)$.

Suy ra $x_1 + x_2 = -m; x_1x_2 = -\frac{m+1}{2}$.

Do đó $(2x_1-1)(2x_2-1) = 4x_1x_2 - 2(x_1+x_2) + 1 = -1$.

Ta có $k_1 = -\frac{1}{(2x_1-1)^2}; k_2 = -\frac{1}{(2x_2-1)^2}$ nên $k_1k_2 = 1$.

Suy ra $S \ge 2k_1^2k_2^2 - 3k_1k_2 = -1$. Dấu bằng xảy ra khi $\begin{cases} k_1 = -1 \\ k_2 = -1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_1 = 0 \\ x_2 = 1 \end{cases}$ hoặc $\begin{cases} x_1 = 1 \\ x_2 = 0 \end{cases} \Rightarrow m = -1$. Vậy S đạt giá trị nhỏ nhất bằng -1.

Phân tích phương án nhiễu:

Phương án B: Sai do HS tính sai $(2x_1-1)(2x_2-1) = -2(m+1) - 2(-m) + 1 = 2$.

Suy ra $k_1k_2 = \frac{1}{4}$. Do đó $S \ge 2(k_1k_2)^2 - 3k_1k_2 = -\frac{5}{8}$. Vậy $\min S = -\frac{5}{8}$.

Phương án C: Sai do HS tính sai hệ số góc. Cụ thể:

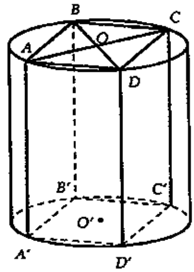
$$k_1 = \frac{3}{(2x_1-1)^2}; k_2 = \frac{3}{(2x_2-1)^2} \text{ nên } k_1k_2 = 9.$$

Suy ra $S \ge 2(k_1k_2)^2 - 3k_1k_2 = 135$. Vậy $\min S = 135$.

Phương án D: Sai do HS tính sai $(2x_1-1)(2x_2-1) = -2(m+1) - 2(-m) + 1 = 3$.

Suy ra $k_1k_2 = \frac{1}{9}$. Do đó $S \ge 2(k_1k_2)^2 - 3k_1k_2 = -\frac{25}{81}$. Vậy $\min S = -\frac{25}{81}$.

Câu 47: Đáp án D.



Mặt phẳng (P) cắt đường tròn đáy theo dây cung có độ dài bằng $2\sqrt{r^2-\left(\frac{r\sqrt{2}}{2}\right)^2}=r\sqrt{2}$.

Độ dài $r\sqrt{2}$ chính là độ dài cạnh của hình vuông nội tiếp đường tròn bán kính r.

Xét hình hộp chữ nhật có đáy là hình vuông nội tiếp hình trụ. Khi đó khối hộp chữ nhật đó chia khối trụ thành 5 phần gồm một phần là khối hộp và bốn phần bằng nhau ở ngoài khối hộp nhưng ở trong khối trụ.

Thể tích khối trụ là $V=\pi r^2h$. Thể tích khối hộp chữ nhật nói trên là

$$V_0=\left(r\sqrt{2}\right)^2h=2r^2h.$$

Suy ra $V_2=\frac{1}{4}\left(V-V_0\right)=\frac{\pi-2}{4}r^2h$ và $V_1=V-V_2=\frac{3\pi+2}{4}r^2h$.

Do đó $\frac{V_1}{V_2}=\frac{3\pi+2}{\pi-2}$.

Phân tích phương án nhiễu:

Phương án A: Sai do HS giải đúng như trên nhưng khi tính V_1 lại sai. Cụ thể:

$$V_1=V-V_2=\pi r^2h-\frac{\pi-2}{4}r^2h=\frac{3\pi-2}{4}r^2h.$$

Do đó $\frac{V_1}{V_2}=\frac{3\pi-2}{\pi-2}$.

Phương án B: Sai do HS xác định sai các phần do mặt phẳng (P) tạo ra nên tính được $V_1=\frac{\pi-2}{4}r^2h$ và $V_2=V-V_1=\frac{3\pi+2}{4}r^2h$.

Phương án C: Sai do HS cho rằng khi chiều cao bằng nhau thì tỷ số thể tích bằng tỷ số đoạn thẳng chắn trên đường kính tương ứng. Cụ thể:

$$\frac{V_1}{V_2}=\frac{r+\frac{r\sqrt{2}}{2}}{r-\frac{r\sqrt{2}}{2}}=3+2\sqrt{2}.$$

Câu 48: Đáp án A.

Giả sử $z=a+bi,(a,b\in\mathbb{R})$. Khi đó

$|z-3+4i|+|z+2-i|=5\sqrt{2}\Leftrightarrow\sqrt{(a-3)^2+(b+4)^2}+\sqrt{(a+2)^2+(b-1)^2}=5\sqrt{2}$.

Coi $I(a;b),P(3;-4),Q(-2;1)$ và $R(4;3)$, với chú ý $PQ=5\sqrt{2}$ thì đẳng thức trên trở thành $IP+IQ=PQ$.

Đẳng thức trên chỉ xảy ra khi I thuộc đoạn PQ. Hơn nữa $|z-4-3i|=IR$.

Nhận thấy tam giác PQR là tam giác có ba góc nhọn nên

$$\min RI=d(R,PQ);\max RI=\max\{RP,RQ\}.$$

Bằng tính toán ta có $m=4\sqrt{2};M=5\sqrt{2}$. Suy ra $M^2+m^2=82$.

Phân tích phương án nhiễu:

Phương án B: Sai do HS tính đúng như trên nhưng lại cho rằng tổng bình phương của M và m là $(M+m)^2$ nên tính được kết quả 162.

Phương án C: Sai do HS cho rằng

$$\min RI = \min\{RP, RQ\}; \max RI = \max\{RP, RQ\}$$

nên tìm được $M = 5\sqrt{2}$ và $m = 2\sqrt{10}$. Do đó tính được kết quả bằng 90.

Phương án D: Sai do HS cho rằng

$$\min RI = \min\{RP, RQ\}; \max RI = \max\{RP, RQ\}$$

nên tìm được $M = 5\sqrt{2}$ và $m = 2\sqrt{10}$. Đồng thời, hiểu tổng bình phương của M và m là $(M+m)^2$ nên tính được kết quả bằng $90 + 40\sqrt{5}$.

Câu 49: Đáp án D.

Ta tìm được $A'(x_0;0;y_0), C'(0;1;y_0)$.

Gọi (P) là mặt phẳng chứa AC' và song song với $B'C$ thì

$$(P): y_0x + x_0z - x_0y_0 = 0.$$

Do đó $d(AC', B'C) = d(C,(P)) = \frac{x_0y_0}{\sqrt{x_0^2 + y_0^2}} \le \frac{\sqrt{2}}{2}\sqrt{x_0y_0} \le \frac{\sqrt{2}}{4}(x_0 + y_0) = \sqrt{2}.$

Dấu bằng xảy ra khi $x_0 = y_0 = 2$.

Tam giác ABC có $AB = 4; AC = BC = \sqrt{5}$ nên có bán kính đường tròn ngoại tiếp là $r = \frac{5}{2}$. Ta lại có $BB' = 2$ nên mặt cầu ngoại tiếp hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có bán kính $R = \sqrt{r^2 + \frac{1}{4}BB'^2} = \frac{\sqrt{29}}{2}$.

Phân tích phương án nhiễu:

Phương án A: Sai do HS giải như trên nhưng khi tính R lại sai. Cụ thể:

$$R = \sqrt{r^2 + \frac{1}{4}B'B^2} = \sqrt{\frac{25}{2} + 1} = \frac{3\sqrt{6}}{2}.$$

Phương án B: Sai do HS giải như trên khi tính R lại sai. Cụ thể:

$$R = r^2 + \frac{1}{4}BB'^2 = \frac{29}{4}.$$

Phương án C: Sai do HS tính sai bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC. Cụ thể:

Bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC là $r = \frac{BC}{2\sin A} = \frac{\sqrt{5}}{2.\frac{2}{\sqrt{5}}} = \frac{5}{4}$.

Do đó bán kính mặt cầu là $R = \sqrt{\left(\frac{5}{4}\right)^2 + 1} = \frac{\sqrt{41}}{4}$.

Câu 50: Đáp án B.

Đặt $a = BC, b = CA, c = AB$.

Quay tam giác OCA quanh trung trực của đoạn thẳng CA thì khối tròn xoay sinh ra là khối nón có chiều cao $h_1 = \sqrt{R^2 - \frac{1}{4}b^2}$ và bán kính đáy $r_1 = \frac{1}{2}b$ nên ta có $V_1 = \frac{1}{3}\pi r_1^2 h_1 = \frac{1}{24}\pi b^2\sqrt{4R^2 - b^2}$.

Tương tự, ta có $V_2=\frac{1}{24}\pi c^2\sqrt{4R^2-c^2};V_3=\frac{1}{24}\pi a^2\sqrt{4R^2-a^2}$.

Bằng việc khảo sát hàm số $f(t)=t^2(4R^2-t)$ trên khoảng $(0;4R^2)$ hoặc dựa vào bất đẳng thức Cô-si

$$\frac{1}{2}b^2.\frac{1}{2}b^2.(4R^2-b^2)\le\left(\frac{\frac{1}{2}b^2+\frac{1}{2}b^2+4R^2-b^2}{3}\right)^3=\frac{64}{27}R^6.$$

Ta được $V_1\le\frac{2\pi\sqrt{3}}{9}R^3;V_2\le\frac{2\pi\sqrt{3}}{9}R^3$. Suy ra $V_1+V_2\le\frac{4\pi\sqrt{3}}{9}R^3$.

Dấu bằng xảy ra khi và chỉ khi $b=c=\frac{2\sqrt{6}}{3}R$.

Vậy V_1+V_2 đạt giá trị lớn nhất bằng $\frac{4\pi\sqrt{3}}{9}R^3$ khi $b=c=\frac{2\sqrt{6}}{3}R$.

Khi đó tam giác ABC cân tại A và có $AB=AC=\frac{2\sqrt{6}}{3}R$.

Gọi AH là đường cao của tam giác ABC thì $2R.AH=AB^2$. Từ đó suy ra $AH=\frac{AB^2}{2R}=\frac{4}{3}R$. Do đó $OH=AH-R=\frac{1}{3}R$ và $a=2\sqrt{R^2-OH^2}=\frac{4\sqrt{2}}{3}R$.

Suy ra $V_3=\frac{8\pi}{81}R^3$.

Phân tích phương án nhiễu:

Phương án A: Sai do HS tìm ra được $AB=AC=\frac{2\sqrt{6}}{3}R$ thì nghĩ ngay rằng lúc đó tam giác ABC đều nên tương tự ta cũng có $V_3=\frac{2\pi\sqrt{3}}{9}R^3$. Cần chú ý rằng tam giác ABC nội tiếp đường tròn $(O;R)$ nên nếu tam giác ABC đều thì $AB=BC=CA=R\sqrt{3}$ chứ không phải là $AB=AC=\frac{2\sqrt{6}}{3}R$.

Phương án C: Sai do HS giải đúng như trên nhưng thay nhầm số liệu trong công thức tính V_3. Cụ thể: $V_3=\frac{1}{24}\pi\left(\frac{2R}{3}\right)^2.\frac{4\sqrt{2}}{3}R=\frac{2\sqrt{2}}{81}\pi R^3$.

Phương án D: Sai do HS giải đúng như trên nhưng khi tính V_3 lại nhầm. Cụ thể:

$$V_3=\frac{1}{24}\pi a^2\sqrt{4R^2-a^2}=\frac{1}{24}\pi.\frac{4\sqrt{2}}{3}R^2\sqrt{4R^2-\frac{4\sqrt{2}}{3}R^2}=\frac{\sqrt{18-6\sqrt{2}}}{9}\pi R^3.$$

ĐỀ THỬ SỨC SỐ 3

Câu 1: Cho số phức $z=1-2i$. Trên mặt phẳng tọa độ, điểm nào dưới đây là điểm biểu diễn của số phức liên hợp của số phức z?

A. $M_1(1;2)$. B. $M_2(-1;2)$. C. $M_3(-1;-2)$. D. $M_4(1;-2)$.

Câu 2: Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho tam giác ABC có $A(2;-1;3), B(3;5;-1)$ và $C(1;2;7)$. Tìm toạ độ trọng tâm G của tam giác ABC.

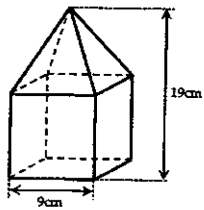
A. $G(2;2;3)$. B. $G(6;6;9)$. C. $G\left(\frac{4}{3};\frac{7}{3};\frac{10}{3}\right)$. D. $G\left(3;3;\frac{9}{2}\right)$.

Câu 3: Có 16 đội bóng tham gia thi đấu. Hỏi cần phải tổ chức bao nhiêu trận đấu sao cho hai đội bất kì đều gặp nhau đúng một lần?

A. 8. B. 16. C. 120. D. 240.

Câu 4: Người ta đặt một khối chóp tứ giác đều lên trên một khối lập phương để thu được một khối mới như trong hình. Tính thể tích V của khối mới thu được?

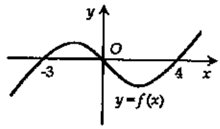
A. $V = 513$ (cm³) B. $V = 999$ (cm³)
C. $V = 1242$ (cm³) D. $V = 1539$ (cm³)



Câu 5: Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho tứ diện $ABCD$ với $A(0;0;3), B(0;0;-1)$, $C(1;0;-1)$ và $D(0;1;-1)$. Mệnh đề nào dưới đây sai?

A. $AB \perp BC$. B. $AB \perp BD$. C. $AB \perp CD$. D. $AB \perp AC$.

Câu 6: Cho đồ thị hàm số $y=f(x)$ đi qua gốc tọa độ O, ngoài ra còn cắt trục Ox tại các điểm có hoành độ lần lượt bằng -3 và 4 như hình bên. Tính diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số và trục Ox.



A. $S=\int_{-3}^{4} f(x)dx$. B. $S=\int_{-3}^{0} f(x)dx+\int_{0}^{4} f(x)dx$.

C. $S=\int_{-3}^{0} f(x)dx+\int_{4}^{0} f(x)dx$. D. $S=\int_{0}^{-3} f(x)dx+\int_{0}^{4} f(x)dx$.

Câu 7: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a, cạnh bên SA vuông góc với đáy và $SA=a$. Tính góc giữa đường thẳng SB và mặt phẳng (SAC).

A. 30°. B. 45°. C. 60°. D. 90°.

Câu 8: Cho hàm số $y=f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}\setminus\{0\}$, liên tục trên mỗi khoảng xác định và có bảng biến thiên như hình vẽ sau.

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
y'		+	||	+	0	-	
y	$-\infty$	↗	$+\infty$ || 1	↗	3	↘	$-\infty$

Tìm tất cả các giá trị của tham số thực m để phương trình $f(x)-m=0$ có nghiệm duy nhất.

A. $m\in(3;+\infty)$.
B. $m\in(-\infty;1)\cup(3;+\infty)$.
C. $m\in[3;+\infty)$.
D. $m\in(-\infty;1]\cup[3;+\infty)$.

Câu 9: Tìm giá trị lớn nhất của hàm số $y=x-e^{2x}$ trên đoạn $[-1;1]$.

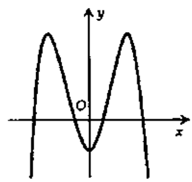
A. $\max\limits_{[-1;1]} y=-(1+e^{-2})$.
B. $\max\limits_{[-1;1]} y=1-e^{2}$.
C. $\max\limits_{[-1;1]} y=\dfrac{-(\ln 2+1)}{2}$.
D. $\max\limits_{[-1;1]} y=\dfrac{\ln 2+1}{2}$.

Câu 10: Cho tam giác đều ABC cạnh a quay xung quanh đường cao AH tạo nên một hình nón. Tính diện tích xung quanh S của hình nón.

A. $S=\pi a^2$.
B. $S=2\pi a^2$.
C. $S=\dfrac{1}{2}\pi a^2$.
D. $S=\dfrac{3}{4}\pi a^2$.

Câu 11: Cho hàm số $y=ax^4+bx^2+c$ $(a\neq 0)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $a<0,b<0,c<0$.
B. $a<0,b<0,c>0$.
C. $a<0,b>0,c<0$.
D. $a<0,b>0,c>0$.



Câu 12: Có bao nhiêu số nguyên dương x thỏa mãn điều kiện $\log(x-40)+\log(60-x)<2$?

A. 19.
B. 18.
C. 21.
D. 20.

Câu 13: Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho điểm $A(1;2;3)$ và mặt phẳng $(\alpha):x-4y+z=0$. Viết phương trình mặt phẳng (β) đi qua A và song song với mặt phẳng (α).

A. $x-4y+z-4=0$.
B. $x-4y+z+4=0$.
C. $2x+y+2z-10=0$.
D. $2x+y+2z+10=0$.

Câu 14: Cho phương trình $z^4+2z^2-8=0$ có các nghiệm là $z_1;z_2;z_3;z_4$. Tính giá trị biểu thức $F=z_1^2+z_2^2+z_3^2+z_4^2$.

A. $F=4$.
B. $F=-4$.
C. $F=2$.
D. $F=-2$.

Câu 15: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông $ABCD$ cạnh a, cạnh SA vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$ và $SA=a$. Tính theo a khoảng cách d giữa hai đường thẳng SC và BD.

A. $d=\dfrac{a\sqrt{2}}{2}$.
B. $d=\dfrac{a\sqrt{3}}{3}$.
C. $d=\dfrac{a\sqrt{5}}{5}$.
D. $d=\dfrac{a\sqrt{6}}{6}$.

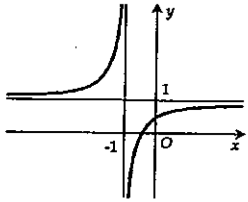
Câu 16: Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(-1;3;4)$ và $B(3;1;0)$. Gọi M là điểm trên mặt phẳng (Oxz) sao cho tổng khoảng cách từ M đến A và B là ngắn nhất. Tìm hoành độ x_0 của điểm M.

A. $x_0=1$.
B. $x_0=2$.
C. $x_0=3$.
D. $x_0=4$.

Câu 17: Tính thể tích V của phần vật thể giới hạn bởi hai mặt phẳng $x=0$ và $x=3$, biết rằng thiết diện của vật thể cắt bởi mặt phẳng vuông góc với trục Ox tại điểm có hoành độ x $(0\le x\le 3)$ là một hình chữ nhật có hai kích thước là x và $2\sqrt{9-x^2}$.

A. $V=4\pi\int\limits_0^3(9-x^2)\,dx$.
B. $V=\int\limits_0^3 2x\sqrt{9-x^2}\,dx$.
C. $V=2\int\limits_0^3\left(x+2\sqrt{9-x^2}\right)dx$.
D. $V=\int\limits_0^3\left(x+2\sqrt{9-x^2}\right)dx$.

Câu 18: Đường cong trong hình bên là đồ thị của một trong bốn hàm số dưới đây. Đó là hàm số nào?



A. $y=\dfrac{x-1}{x+1}$. B. $y=\dfrac{x+2}{x+1}$.

C. $y=\dfrac{2x+1}{2(x+1)}$. D. $y=\dfrac{2x+7}{2(x+1)}$.

Câu 19: Cho a và b là các số thực khác 0. Tìm hệ thức liên hệ giữa a và b để giới hạn $\lim\limits_{x\to 3^-}\left(\dfrac{a}{x^2-7x+12}-\dfrac{b}{x^2-4x+3}\right)$ là hữu hạn.

A. $4a+b=0$. B. $3a+b=0$. C. $2a+b=0$. D. $a+b=0$.

Câu 20: Một đa giác đều có 54 đường chéo. Tính số hình chữ nhật có 4 đỉnh là 4 đỉnh của đa giác đều đó.

A. 702. B. 351. C. 30. D. 15.

Câu 21: Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\dfrac{x+1}{2}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z-2}{1}$, mặt phẳng $(P):x+y-2z+5=0$ và điểm $A(1;-1;2)$. Viết phương trình đường thẳng Δ cắt d và (P) lần lượt tại M và N sao cho A là trung điểm của đoạn thẳng MN.

A. $\Delta:\dfrac{x-3}{2}=\dfrac{y-2}{3}=\dfrac{z-4}{2}$. B. $\Delta:\dfrac{x-1}{6}=\dfrac{y+1}{1}=\dfrac{z-2}{2}$.

C. $\Delta:\dfrac{x+5}{6}=\dfrac{y+2}{1}=\dfrac{z}{2}$. D. $\Delta:\dfrac{x+1}{2}=\dfrac{y+4}{3}=\dfrac{z-3}{2}$.

Câu 22: Cho số tự nhiên x thỏa mãn $\log_{\sqrt{2}}\sqrt{x}+\log_2 x+\log_4 x^2+\log_8 x^3+\log_{16} x^4=40$. Tìm số các ước tự nhiên của x.

A. 8. B. 9. C. 10. D. 11.

Câu 23: Từ các chữ số 1, 2, 3, 4, 5, 6, lập các số tự nhiên gồm 6 chữ số đôi một khác nhau. Hỏi trong số đó có bao nhiêu số nhỏ hơn 432000?

A. 414. B. 360. C. 408. D. 420.

Câu 24: Sau một trận mưa, cứ một mét vuông mặt đất thì hứng một lít rưỡi nước mưa rơi xuống. Hỏi mực nước trong một bể bơi ngoài trời tăng lên bao nhiêu sau trận mưa?

A. Phụ thuộc vào kích thước của bể bơi. B. 0,015 (cm).

C. 0,15 (cm). D. 1,5 (cm).

Câu 25: Cho số phức $z=a+bi$ $(a,b\in\mathbb{R})$; $a^2+b^2>0$ thỏa mãn $(1-i)|z|^2+(2+2i)z^2+2z(z+i)=0$. Tìm giá trị của biểu thức $F=\dfrac{a}{b}$.

A. $F=-5$. B. $F=-\dfrac{1}{5}$. C. $F=\dfrac{3}{5}$. D. $F=\dfrac{5}{3}$.

Câu 26: Cho hai số thực a và b $(a<b)$ sao cho $\int_a^b\left(3+2x-x^2\right)dx$ đạt giá trị lớn nhất. Tìm $b-a$.

A. 2. B. 4. C. 6. D. 8.

Câu 27: Cho hình lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có $AB=2\sqrt{3}$ và $AA'=2$. Gọi M và N lần lượt là trung điểm của $A'C'$ và $A'B'$. Tính cosin của góc tạo bởi hai mặt phẳng $(AB'C')$ và $(BCMN)$.

A. $\dfrac{\sqrt{13}}{65}$. B. $\dfrac{-\sqrt{13}}{65}$. C. $\dfrac{\sqrt{13}}{130}$. D. $\dfrac{-\sqrt{13}}{130}$.

Câu 28: Cho hàm số $y=x^3+2(m-2)x^2-5x+1$. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho hàm số có hai điểm cực trị x_1,x_2 $(x_1<x_2)$ thỏa mãn $|x_1|-|x_2|=-2$.

A. $\frac{7}{2}$. B. -1. C. $\frac{1}{2}$. D. 5.

Câu 29: Tìm số điểm cực trị của hàm số $y=|x|^3-x^2-|x|+1$.

A. $n=4$. B. $n=2$. C. $n=3$. D. $n=1$.

Câu 30: Gọi n là tổng số tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\frac{|2-x|}{x^2-4x+3}$. Tìm n.

A. $n=4$. B. $n=2$. C. $n=3$. D. $n=1$.

Câu 31: Cho phương trình $\left(\frac{1}{5}\right)^{|x^2-4x+3|}=m^4-m^2+1$. Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho phương trình có bốn nghiệm phân biệt. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. S là một khoảng. B. S là một đoạn.

C. S là hợp của hai đoạn rời nhau. D. S là hợp của hai khoảng rời nhau.

Câu 32: Gọi $h(t)$ (cm) là mức nước ở một bồn chứa sau khi bơm nước vào bồn được t giây. Biết rằng $h'(t)=\frac{1}{5}\sqrt[3]{t+8}$ và lúc đầu bồn không có nước. Tìm mức nước ở bồn sau khi bơm nước được 56 giây.

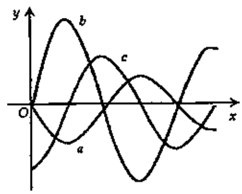
A. 40,8 cm. B. 38,4 cm. C. 36 cm. D. 51,2 cm.

Câu 33: Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho điểm $H(1;2;3)$. Viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua H, cắt các trục $x'Ox$, $y'Oy$, $z'Oz$ lần lượt tại các điểm A, B, C $(A,B,C\neq O)$ sao cho H là trực tâm của tam giác ABC.

A. $(P): 2x+y+3z-13=0$. B. $(P): 2x+3y+z-11=0$.

C. $(P): x+2y+3z-14=0$. D. $(P): x+3y+2z-13=0$.

Câu 34: Cho ba đường cong a, b, c như hình bên. Đồ thị của các hàm số $y=f(x)$, $y=f'(x)$, $y=\int_0^x f(t)\,dt$ lần lượt là



A. a, b, c. B. b, a, c.

C. b, c, a. D. c, b, a.

Câu 35: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y=\frac{mx+4}{x+m}$ nghịch biến trên khoảng $(-\infty;1)$.

A. $-2<m\le -1$. B. $-2\le m\le -1$. C. $-2\le m<-1$. D. $-2<m<1$.

Câu 36: Cho hàm số $y=\frac{1}{3}x^3-(2m+1)x^2-mx+2018$. Hỏi có bao nhiêu giá trị nguyên dương của tham số m để hàm số có hai điểm cực trị x_1, x_2 $(x_1<x_2)$ thỏa mãn $|x_1|>|x_2|$.

A. 2. B. 1. C. 0. D. vô số.

Câu 37: Người ta xếp 7 viên bi có cùng bán kính r vào một cái lọ hình trụ sao cho tất cả các viên bi đều tiếp xúc với đáy, viên bi nằm chính giữa tiếp xúc với 6 viên bi xung quanh và mỗi viên bi xung quanh đều tiếp xúc với các đường sinh của lọ hình trụ. Tính diện tích đáy S của cái lọ.

A. $S=16\pi r^2$. B. $S=25\pi r^2$. C. $S=9\pi r^2$. D. $S=36\pi r^2$.

Câu 38: Một bồn nước inox được thiết kế có dạng hình trụ (có nắp) đựng được 10 mét khối nước. Tìm bán kính r của đáy bồn nước biết lượng inox được sử dụng để làm bồn nước là ít nhất?

A. $r=\sqrt[3]{5\pi}$ (m). B. $r=\sqrt[3]{\dfrac{5}{\pi}}$ (m). C. $r=\sqrt[3]{\dfrac{5}{2\pi}}$ (m). D. $r=\sqrt[3]{\dfrac{10}{\pi}}$ (m).

Câu 39: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh bằng $2\sqrt{2}$, cạnh SC vuông góc với đáy và $SC=1$. Gọi D và E lần lượt là trung điểm của AB và BC. Tính góc giữa hai đường thẳng CD và SE.

A. $\dfrac{3\pi}{4}$. B. $\dfrac{\pi}{4}$. C. $\dfrac{2\pi}{3}$. D. $\dfrac{\pi}{3}$.

Câu 40: Biết $\log_{12}162$, $\log_{12}x$, $\log_{12}y$, $\log_{12}z$, $\log_{12}1250$ theo thứ tự lập thành một cấp số cộng và x là một số tự nhiên. Tìm tổng các chữ số của x.

A. 8. B. 9. C. 10. D. 11.

Câu 41: Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho phương trình $\dfrac{2\sin x+1}{\sin x+2}=m$ có đúng hai nghiệm thuộc đoạn $[0;\pi]$. Khi đó S là

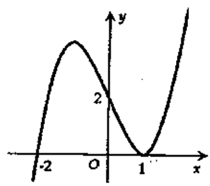
A. một khoảng. B. một đoạn.
C. một nửa khoảng. D. một tập hợp có hai phần tử.

Câu 42: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng a. Tính theo a khoảng cách giữa hai đường thẳng AB' và BC'.

A. $\dfrac{a\sqrt{3}}{3}$. B. $\dfrac{a\sqrt{2}}{3}$. C. $\dfrac{a\sqrt{3}}{2}$. D. $\dfrac{a\sqrt{2}}{2}$.

Câu 43: Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để đồ thị hàm số $y=f(|x|+m)$ có 5 điểm cực trị.

A. $m\le -1$. B. $m<-1$.
C. $m\ge -1$. D. $m>1$.

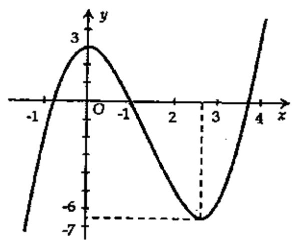


Câu 44: Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2+y^2+z^2-2x-2y-2z=0$ và điểm $A(2;2;0)$. Viết phương trình mặt phẳng (OAB), biết rằng điểm B thuộc mặt cầu (S), có hoành độ dương và tam giác OAB đều.

A. $x-y-2z=0$. B. $x-y+z=0$. C. $x-y-z=0$. D. $x-y+2z=0$.

Câu 45: Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị là đường cong trong hình vẽ bên. Đặt $g(x)=f[f(x)]$. Tìm số nghiệm của phương trình $g'(x)=0$.

A. 2. B. 4.
C. 6. D. 8.



Câu 46: Cho hàm số $y=x^3-6x^2+9x-1$ có đồ thị là (C). Gọi T là tập hợp tất cả các điểm thuộc đường thẳng $y=x-1$ mà từ điểm đó kẻ được đúng 2 tiếp tuyến đến đồ thị (C). Tìm tổng tung độ của các điểm thuộc T.

A. -1. B. 0. C. 1. D. 2.

Câu 47: Để cấp tiền cho con trai tên là Lâm học đại học, ông Anh gửi vào ngân hàng 200 triệu đồng với lãi suất cố định 0,7%/tháng, số tiền lãi hàng tháng được nhập vào vốn để tính lãi cho tháng tiếp theo (thể thức lãi kép). Cuối mỗi tháng, sau khi chốt lãi, ngân hàng sẽ chuyển vào tài khoản của Lâm một khoản tiền giống nhau. Tính số tiền m mỗi tháng Lâm nhận được từ ngân hàng, biết rằng sau bốn năm (48 tháng), Lâm nhận hết số tiền cả vốn lẫn lãi mà ông Anh đã gửi vào ngân hàng (kết quả làm tròn đến đồng).

A. $m = 5.008.376$ (đồng). B. $m = 5.008.377$ (đồng).

C. $m = 4.920.224$ (đồng). D. $m = 4.920.223$ (đồng).

Câu 48: Cho hai số phức $z_1 = 7 + 9i$ và $z_2 = 8i$. Gọi $z = a + bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$) là số phức thỏa mãn $|z - 1 - i| = 5$. Tìm $a + b$, biết biểu thức $P = |z - z_1| + 2|z - z_2|$ đạt giá trị nhỏ nhất.

A. -3. B. -7. C. 3. D. 7.

Câu 49: Có 8 người ngồi xung quanh một chiếc bàn tròn. Mỗi người cầm một đồng xu cân đối, đồng chất. Cả 8 người đồng thời tung đồng xu. Ai tung được mặt ngửa thì phải đứng dậy, ai tung được mặt sấp thì ngồi yên tại chỗ. Tính xác suất sao cho không có hai người nào ngồi cạnh nhau phải đứng dậy?

A. $\frac{47}{256}$. B. $\frac{67}{256}$. C. $\frac{55}{256}$. D. $\frac{23}{128}$.

Câu 50: Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có $A(x_0;0;0)$, $B(-x_0;0;0)$, $C(0;1;0)$ và $B'(-x_0;0;y_0)$, trong đó x_0, y_0 là các số thực dương và thoả mãn $x_0 + y_0 = 4$. Khi khoảng cách giữa hai đường thẳng AC' và $B'C$ lớn nhất thì mặt cầu ngoại tiếp hình lăng trụ có bán kính R bằng bao nhiêu?

A. $R = \sqrt{17}$. B. $R = \frac{29}{4}$. C. $R = 17$. D. $R = \frac{\sqrt{29}}{2}$.

ĐÁP ÁN

1.A	2.A	3.C	4.B	5.D	6.C	7.A	8.A	9.C	10.C
11.C	12.B	13.B	14.B	15.D	16.B	17.B	18.B	19.C	20.D
21.A	22.B	23.A	24.C	25.C	26.B	27.A	28.C	29.C	30.C
31.D	32.C	33.C	34.D	35.A	36.C	37.C	38.B	39.B	40.B
41.C	42.A	43.B	44.C	45.D	46.D	47.C	48.D	49.A	50.D

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

Câu 1: Đáp án A.

Số phức liên hợp của $z = 1 - 2i$ là $\overline{z} = 1 + 2i$.

Do đó $M_1(1;2)$ là điểm biểu diễn của $\overline{z}$.

STUDY TIPS
Cho số phức $z = a + bi$.
+ Số phức liên hợp của z là $\overline{z} = a - bi$.
+ Trên mặt phẳng tọa độ, điểm biểu diễn của z là $M = (a;b)$.

Câu 2: Đáp án A.

Ta có: $G = \left(\dfrac{2+3+1}{3}; \dfrac{-1+5+2}{3}; \dfrac{3+(-1)+7}{3}\right) = (2;2;3)$.

Chú ý: Trong không gian $Oxyz$, cho tam giác ABC. Khi đó trọng tâm G của tam giác có tọa độ là: $\left(\dfrac{x_A+x_B+x_C}{3}; \dfrac{y_A+y_B+y_C}{3}; \dfrac{z_A+z_B+z_C}{3}\right)$.

Câu 3: Đáp án C.

Số trận đấu cần phải tổ chức là số tổ hợp chập 2 của 16, tức là bằng

$$C_{16}^2 = 120.$$

STUDY TIPS
+ Số tổ hợp chập k của n là $C_n^k = \dfrac{n!}{k!(n-k)!}$.
+ Việc tính C_n^k có thể thực hiện dễ dàng trên MTCT.

Câu 4: Đáp án B.

+ Thể tích của khối lập phương bằng $9^3 = 729$ (cm³).

+ Khối chóp tứ giác đều có cạnh đáy bằng 9 (cm) và chiều cao bằng $19 - 9 = 10$ (cm). Do đó khối chóp có thể tích bằng $\dfrac{1}{3}.9^2.10 = 270$ (cm³).

+ Vậy khối vật thể có thể tích bằng $729 + 270 = 999$ (cm³).

Chú ý:
+ Khối lập phương có cạnh bằng a có thể tích là a^3.
+ Công thức tính thể tích khối chóp: $V = \dfrac{1}{3}Bh$, trong đó B là diện tích đáy, h là chiều cao của khối chóp.

Câu 5: Đáp án D.

Ta có $\overrightarrow{AB} = (0;0;-4); \overrightarrow{BC} = (1;0;0); \overrightarrow{BD} = (0;1;0); \overrightarrow{CD} = (-1;1;0); \overrightarrow{AC} = (1;0;-4)$. Rõ ràng $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AB}.\overrightarrow{BD} = \overrightarrow{AB}.\overrightarrow{CD} = 0$, $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC} \neq 0$ nên suy ra D sai.

STUDY TIPS
$\vec{a} \perp \vec{b} \Leftrightarrow \vec{a}\vec{b} = 0$

Câu 6: Đáp án C.

Dễ thấy trên đoạn $[-3;0]$ thì $f(x) \geq 0$, trên đoạn $[0;4]$ thì $f(x) \leq 0$.

$$S = \int_{-3}^{4}|f(x)|dx = \int_{-3}^{0}|f(x)|dx + \int_{0}^{4}|f(x)|dx = \int_{-3}^{0}f(x)dx - \int_{0}^{4}f(x)dx$$
$$= \int_{-3}^{0}f(x)dx + \int_{4}^{0}f(x)dx.$$

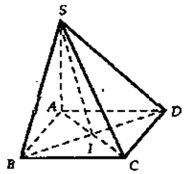
STUDY TIPS
$\int_a^b f(x)dx = -\int_b^a f(x)dx$

Câu 7: Đáp án A.

Cách 1: Gọi I là giao điểm của AC và BD.

Ta có $SA\perp(ABCD)\Rightarrow SA\perp BD$. Lại có $AC\perp BD$ (tính chất hình vuông).

Suy ra $BD\perp(SAC)$. Do đó hình chiếu của SB trên (SAC) là SI. Suy ra góc giữa đường thẳng SB và mặt phẳng (SAC) là góc giữa SB và SI, tức là góc $\widehat{ISB}$ (do tam giác ISB vuông tại I nên $\widehat{ISB}$ là góc nhọn).



STUDY TIPS
Góc giữa đường thẳng và mặt phẳng bằng góc giữa đường thẳng đó và hình chiếu vuông góc của nó trên mặt phẳng.

Ta có:

$SB=\sqrt{SA^2+AB^2}=\sqrt{a^2+a^2}=a\sqrt{2}$, $IB=\dfrac{BD}{2}=\dfrac{a\sqrt{2}}{2}$.

Do đó $\sin\widehat{ISB}=\dfrac{IB}{SB}=\dfrac{1}{2}\Rightarrow\widehat{ISB}=30^\circ$.

Cách 2: (Phương pháp tọa độ hóa) Không mất tổng quát, gán tọa độ như sau: $A(0;0;0),B(1;0;0),D(0;1;0),S(0;0;1)$. Khi đó $C=(1;1;0)$.

Ta có $\overrightarrow{SA}=(0;0;-1),\overrightarrow{SC}=(1;1;-1),\overrightarrow{SB}=(1;0;-1)$.

Đặt $\vec{n}=\left[\overrightarrow{SA},\overrightarrow{SC}\right]=(1;-1;0)$. Khi đó $\vec{n}$ là một VTPT của (SAC).

Gọi α là góc giữa đường thẳng SB và mặt phẳng (SAC), β là góc giữa véc tơ $\vec{n}$ và véc tơ $\overrightarrow{SB}$. Ta có $\sin\alpha=|\cos\beta|=\dfrac{\left|\vec{n}.\overrightarrow{SB}\right|}{|\vec{n}|.\left|\overrightarrow{SB}\right|}=\dfrac{|1|}{\sqrt{2}.\sqrt{2}}=\dfrac{1}{2}\Rightarrow\alpha=30^\circ$.

STUDY TIPS
Cho đường thẳng d có VTCP là $\vec{u}$ và mặt phẳng (P) có VTPT là $\vec{n}$. Gọi α là góc giữa d và (P), β là góc giữa $\vec{u}$ và $\vec{n}$. Khi đó ta có:

$$\sin\alpha=|\cos\beta|=\frac{|\vec{n}.\vec{u}|}{|\vec{n}|.|\vec{u}|}.$$

Câu 8: Đáp án A.

Ta có $f(x)-m=0\Leftrightarrow f(x)=m$. Số nghiệm của phương trình là số giao điểm của đồ thị hàm số $y=f(x)$ và đường thẳng $y=m$.

Do đó để phương trình đã cho có nghiệm duy nhất thì đường thẳng $y=m$ phải cắt đồ thị hàm số $y=f(x)$ tại một điểm duy nhất. Khi đó $m\in(3;+\infty)$.

Câu 9: Đáp án C.

+ $y'=1-2e^{2x}$.

+ $y'=0\Leftrightarrow 1-2e^{2x}=0\Leftrightarrow e^{2x}=\dfrac{1}{2}\Leftrightarrow 2x=-\ln 2\Leftrightarrow x=\dfrac{-\ln 2}{2}\in[-1;1]$.

+ $y(-1)=-1-e^{-2}$; $y(1)=1-e^2$; $y\left(\dfrac{-\ln 2}{2}\right)=\dfrac{-\ln 2}{2}-\dfrac{1}{2}=\dfrac{-(\ln 2+1)}{2}$.

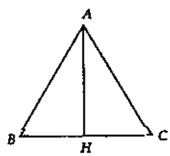
+ Suy ra $\max\limits_{[-1;1]}y=\dfrac{-(\ln 2+1)}{2}$.

```
-1-e^-2
        -1.135335283
1-e^2
        -6.389056099
-(ln(2)+1)
     2
        -0.8465735903
```

Câu 10: Đáp án C.

Hình nón được tạo thành có đường sinh bằng cạnh của tam giác, tức là bằng a.

Bán kính đáy của hình nón bằng một nửa cạnh của tam giác, tức là bằng $\dfrac{a}{2}$.



Vậy diện tích xung quanh của hình nón là $S_{xq}=\pi.\dfrac{a}{2}.a=\dfrac{\pi a^2}{2}$.

STUDY TIPS
Công thức tính diện tích xung quanh của hình nón có bán kính đáy bằng r và độ dài đường sinh bằng l:
$S_{xq}=\pi rl$

Câu 11: Đáp án C.

Đồ thị hàm bậc bốn trùng phương có dạng chữ M nên suy ra $a<0$.

Đồ thị hàm số cắt trục Oy tại điểm $(0;c)$ nên suy ra $c<0$.

Hàm số có ba cực trị nên suy ra $ab<0$ (a,b trái dấu). Mà $a<0$ nên suy ra $b>0$.

Vậy C là đáp án đúng.

STUDY TIPS
Độc giả có thể xem lại các kiến thức về hàm bậc bốn trùng phương trong sách "Công phá Toán 3" để hiểu hơn về lời giải của câu 11.

Câu 12: Đáp án B.

Điều kiện: $\begin{cases} x-40>0 \\ 60-x>0 \end{cases} \Leftrightarrow 40<x<60$. Khi đó ta có:

$\log(x-40)+\log(60-x)<2 \Leftrightarrow \log\left[(x-40)(60-x)\right]<2 \Leftrightarrow (x-40)(60-x)<10^2$

$x^2-100x+2500>0 \Leftrightarrow (x-50)^2>0 \Leftrightarrow x\neq 50$ (do $(x-50)^2\geq 0$ với mọi x).

Kết hợp với điều kiên ta có $x\in(40;60)\setminus\{50\}$.

Suy ra có $(60-40-1)-1=18$ số nguyên dương thỏa mãn điều kiện đã cho.

Lưu ý: Lỗi sai thường gặp:

$(x-50)^2>0 \Leftrightarrow x>50$; $(x-50)^2>0$ thỏa mãn với mọi $x\in\mathbb{R}$.

STUDY TIPS
Cho a và b là các số nguyên ($a<b$).
+ Trong khoảng $(a;b)$ có $b-a-1$ số nguyên.
+ Trong đoạn $[a;b]$ có $b-a+1$ số nguyên.

Câu 13: Đáp án B.

Vì (β) song song với (α) nên loại đáp án C và D.

Thử trực tiếp thấy điểm $A(1;2;3)$ thuộc mặt phẳng $x-4y+z+4=0$.

Do đó đáp án đúng là B.

STUDY TIPS
Cho mặt phẳng (α) có PT $Ax+By+Cz+D=0$.
Khi đó các mặt phẳng song song với (α) đều có dạng $Ax+By+Cz+D'=0$ $(D'\neq D)$

Câu 14: Đáp án B.

Đặt $t=z^2$ ta được phương trình $t^2+2t-8=0$ (*).

Vì $ac<0$ nên suy ra phương trình (*) có hai nghiệm phân biệt.

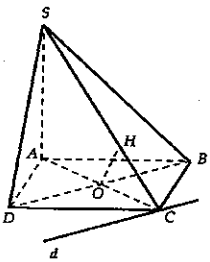
Suy ra $z_1^2=z_2^2=t_1$; $z_3^2=z_4^2=t_2$.

Theo Vi-ét ta có $t_1+t_2=\dfrac{-b}{a}=-2$.

Do đó $F=z_1^2+z_2^2+z_3^2+z_4^2=2(t_1+t_2)=2.(-2)=-4$.

STUDY TIPS
Định lí Vi-ét cho PTBH:
Cho phương trình $ax^2+bx+c=0$ $(a\neq 0)$ có hai nghiệm x_1, x_2.
Khi đó ta có:
$x_1+x_2=\dfrac{-b}{a}$; $x_1.x_2=\dfrac{c}{a}$.

Câu 15: Đáp án D.



Trong mặt phẳng $(ABCD)$, gọi O là giao điểm của AC và BD.

Trong mặt phẳng (SAC), qua O kẻ đường thẳng vuông góc với SC, cắt SC tại H.

Ta có $\begin{cases} BD\perp AC \\ BD\perp SA \end{cases} \Rightarrow BD\perp(SAC)\Rightarrow BD\perp OH\Rightarrow OH$ là đường vuông góc chung của hai đường thẳng SC và BD.

Lại có $AC=a\sqrt{2}\Rightarrow CS=\sqrt{SA^2+AC^2}=\sqrt{a^2+2a^2}=\sqrt{3a^2}=a\sqrt{3}$.

Hai tam giác COH và CSA đồng dạng với nhau. Suy ra

$\dfrac{OH}{SA}=\dfrac{CO}{CS}\Rightarrow OH=\dfrac{SA.CO}{CS}=\dfrac{a.\dfrac{a\sqrt{2}}{2}}{a\sqrt{3}}=\dfrac{a\sqrt{6}}{6}$.

Vậy khoảng cách giữa hai đường thẳng SC và BD bằng $\dfrac{a\sqrt{6}}{6}$.

Chọn đáp án D.

Câu 16: Đáp án B.

Rõ ràng A và B đều nằm về cùng một phía đối với mặt phẳng (Oxz) (do đều có tung độ dương). Gọi A' là điểm đối xứng của A qua (Oxz) thì $A'=(-1;-3;4)$. Ta có $MA+MB=MA'+MB$ (do $M\in(Oxz)$ và A' là điểm đối xứng của A qua (Oxz)). Do đó $MA+MB$ ngắn nhất $\Leftrightarrow$ $MA'+MB$ ngắn nhất $\Leftrightarrow$ A',M,B thẳng hàng, tức M là giao điểm của $A'B$ và (Oxz).

Ta có $\overrightarrow{A'B}=(4;4;-4)$. Suy ra phương trình đường thẳng $A'B$: $\begin{cases}x=3+t\\y=1+t\\z=-t\end{cases}$.

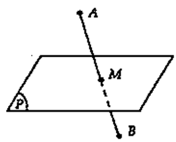
Phương trình mặt phẳng (Oxz) là $y=0$. Giải phương trình $1+t=0\Leftrightarrow t=-1$.
Suy ra $M=(2;0;1)$. Do đó M có hoành độ bằng 2. Vậy B là đáp án đúng.

Bài toán tổng quát: Trong không gian cho mặt phẳng (P) và hai điểm A, B không nằm trên (P). Tìm trên (P) điểm M sao cho tổng khoảng cách từ M đến A và B là ngắn nhất.

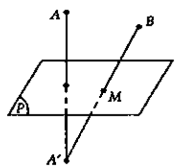
Lời giải:

+ Trường hợp 1: A và B nằm khác phía đối với (P). Khi đó điểm M cần tìm là giao điểm của đường thẳng AB và mặt phẳng (P) (tức là ba điểm A,M,B thẳng hàng vì đường gấp khúc ngắn nhất khi nó là đường thẳng).

+ Trường hợp 2: A và B nằm cùng phía đối với (P). Lập luận tương tự như trong lời giải câu 16, thì điểm M cần tìm là giao điểm của đường thẳng $A'B$ và mặt phẳng (P), trong đó A' là điểm đối xứng với A qua (P).



Trường hợp 1

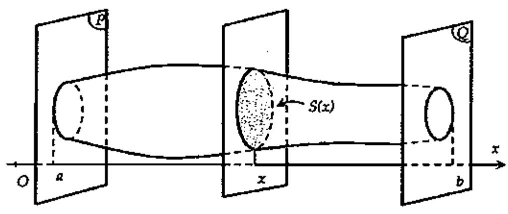


Trường hợp 2

Câu 17: Đáp án B.

Diện tích thiết diện là $S(x)=x.2\sqrt{9-x^2}=2x\sqrt{9-x^2}$

Do đó thể tích của vật thể là $V=\int_0^3 2x\sqrt{9-x^2}\,dx$



STUDY TIPS

Cắt một vật thể $\mathscr{V}$ bởi hai mặt phẳng (P) và (Q) vuông góc với trục Ox tại $x=a$, $x=b$ $(a<b)$. Một mặt phẳng tùy ý vuông góc với Ox tại điểm x $(a\le x\le b)$. Cắt $\mathscr{V}$ theo thiết diện có diện tích là $S(x)$. Giả sử $S(x)$ liên tục trên đoạn $[a;b]$. Người ta chứng minh được rằng thể tích V của phần vật thể $\mathscr{V}$ giới hạn bởi hai mặt phẳng (P) và (Q) được tính bởi công thức: $V=\int_a^b S(x)\,dx$

Câu 18: Đáp án C.

Đồ thị hàm số có đường tiệm cận đứng $x=-1$; đường tiệm cận ngang $y=1$.

Đồ thị hàm số cắt trục hoành tại một điểm có hoành độ $-1<x_0<0$. Từ đây ta loại luôn được A; B; D. Ta chọn C.

Câu 19: Đáp án C.

$$\frac{a}{x^2-7x+12}-\frac{b}{x^2-4x+3}=\frac{a}{(x-3)(x-4)}-\frac{b}{(x-1)(x-3)}=\frac{a(x-1)-b(x-4)}{(x-1)(x-3)(x-4)}.$$

Ta có: + $\lim\limits_{x\to 3^-}\left[(x-1)(x-3)(x-4)\right]=0$;

+ $\lim\limits_{x\to 3^-}\left[a(x-1)-b(x-4)\right]=2a+b$.

Do đó $\lim\limits_{x\to 3^-}\left[\frac{a}{x^2-7x+12}-\frac{b}{x^2-4x+3}\right]$ hữu hạn thì $2a+b=0$. Vậy C đúng.

Câu 20: Đáp án D.

Gọi n là số đỉnh của đa giác đều.

Khi đó số đường chéo của đa giác đều đó là $\frac{n(n-3)}{2}$.

Giải phương trình $\frac{n(n-3)}{2}=54\Leftrightarrow n^2-3n-108=0\Rightarrow n=12$.

$\Rightarrow$ Đa giác có 6 đường chéo đi qua tâm.

Cứ hai đường chéo đi qua tâm thì tạo thành một hình chữ nhật. Vậy số hình chữ nhật có 4 đỉnh là 4 đỉnh của đa giác đều đã cho là $C_6^2=15$.

Câu 21: Đáp án A.

$M\in d\Rightarrow$ Tọa độ $M=(-1+2t;t;2+t)$

Vì A là trung điểm $MN\Rightarrow$ Tọa độ $N=(3-2t;-2-t;2-t)$

$N\in(P)\Rightarrow 3-2t-2-t-2(2-t)+5=0\Leftrightarrow 2-t=0\Leftrightarrow t=2$

$\Rightarrow M(3;2;4), N(-1;-4;0)\Rightarrow\overrightarrow{MN}=(-4;-6;-4)$

$\Rightarrow$ Phương trình đường thẳng $\Delta:\frac{x-3}{2}=\frac{y-2}{3}=\frac{z-4}{2}$.

Câu 22: Đáp án B.

Điều kiện: $x>0$.

Ta có: $\log_{\sqrt{2}}\sqrt{x}+\log_2 x+\log_4 x^2+\log_8 x^3+\log_{16} x^4=40$

$\Leftrightarrow\log_{2^{\frac{1}{2}}} x^{\frac{1}{2}}+\log_2 x+\log_{2^2} x^2+\log_{2^3} x^3+\log_{2^4} x^4=40$

$\Leftrightarrow\log_2 x+\log_2 x+\log_2 x+\log_2 x+\log_2 x=40$

$\Leftrightarrow 5\log_2 x=40\Leftrightarrow\log_2 x=8\Leftrightarrow x=2^8$

$\Rightarrow$ Số ước tự nhiên của x là $8+1=9$.

Câu 23: Đáp án A.

Gọi $n=\overline{a_1a_2a_3a_4a_5a_6}$ là số tự nhiên gồm 6 chữ số đôi một khác nhau được lập thành từ các chữ số 1, 2, 3, 4, 5, 6 thỏa mãn $n<432000$.

$n<432000\Rightarrow a_1$ có thể nhận một trong các giá trị 1, 2, 3, 4.

* $a_1\in\{1,2,3\}\Rightarrow a_2,a_3,a_4,a_5,a_6$ là một hoán vị của 5 chữ số thuộc tập $\{1,2,3,4,5,6\}\setminus\{a_1\}$. Trường hợp này có $3.5!=360$ số.

STUDY TIPS

Để hiểu thêm về lời giải, độc giả có thể đọc chương "Giới hạn" trong sách "Công phá toán 2".

STUDY TIPS

Cho đa giác đều có n cạnh:

+ Số đường chéo của đa giác đều đó là $\frac{n(n-3)}{2}$.

+ Nếu n chẵn thì có $\frac{n}{2}$ đường chéo đi qua tâm.

+ Nếu n chẵn thì cứ hai đường chéo đi qua tâm tạo thành một hình chữ nhật.

STUDY TIPS

Cho hai điểm M và N, A là trung điểm MN. Ta có:

$$\begin{cases}x_M+x_N=2x_A\\ y_M+y_N=2y_A\\ z_M+z_N=2z_A\end{cases}$$

STUDY TIPS

Cho số tự nhiên

$$x=a_1^{n_1}a_2^{n_2}...a_k^{n_k}$$

$(a_1,...,a_k,n_1,...,n_k\in\mathbb{N}^*)$.

Khi đó x có số các ước tự nhiên là

$$(n_1+1)(n_2+1)...(n_k+1).$$

* $a_1 = 4 \Rightarrow a_2$ có thể nhận một trong các giá trị 1, 2, 3.

+ $a_2 \in \{1,2\} \Rightarrow a_3, a_4, a_5, a_6$ là một hoán vị của 4 chữ số thuộc tập $\{1,2,3,4,5,6\} \setminus \{a_1, a_2\}$. Trường hợp này có $2.4! = 48$ số.

+ $a_2 = 3 \Rightarrow a_3$ chỉ có thể nhận giá trị bằng 1. Khi đó a_4, a_5, a_6 là một hoán vị của 3 chữ số thuộc tập $\{2,5,6\}$. Trường hợp này có $3! = 6$ số.

Vậy theo quy tắc cộng có tất cả $360 + 48 + 6 = 414$ số.

STUDY TIPS

$1m = 10dm = 100cm$

1 lít $= 1dm^3$

$1m^3 = 1000dm^3 = 1000$ lít

Thể tích của hình hộp $V = B.h$ trong đó B là diện tích đáy, h là chiều cao.

Câu 24: Đáp án C.

Đổi 1,5 lít = 0,0015 m^3.

Ta tưởng tượng có một chiếc hộp không nắp dạng hình hộp chữ nhật để ngoài trời mưa. Đáy của chiếc hộp rộng $1m^2$. Sau trận mưa, lượng nước trong hộp là $0{,}0015m^3$. Suy ra mực nước trong hộp là $h = \frac{0{,}0015}{1} = 0{,}0015$ (m) $= 0{,}15$ (cm).

Mực nước trong chiếc hộp này cũng chính là mực nước tăng lên trong bể bơi. Vậy đáp án là C.

Câu 25: Đáp án C.

STUDY TIPS

Ta nên chú ý công thức sau để thuận tiện hơn trong các bài toán. Cho số phức $z = a + bi, (a;b \in \mathbb{R})$ thì $z.\overline{z} = a^2 + b^2 = |z|^2$.

Đặt $z = a + bi, (a,b \in \mathbb{R})$. Ta có $(1-i)|z|^2 + (2+2i)z^2 + 2z(z+i) = 0$.

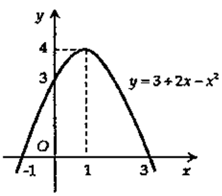
Với $a^2 + b^2 > 0 \Rightarrow z \neq 0; |z|^2 = z.\overline{z}$. Ta có

$$(1) \Leftrightarrow (1-i)z.\overline{z} + (2+2i)z^2 + 2z(z+i) = 0 \Leftrightarrow (1-i)\overline{z} + (2+2i)z + 2(z+i) = 0$$

$$\Leftrightarrow (1-i)(a-bi) + (2+2i)(a+bi) + 2(a+(b+1)i) = 0$$

$$\Leftrightarrow a - b - (a+b)i + 2a - 2b + (2a+2b)i + 2a + (2b+2)i = 0$$

$$\Leftrightarrow 5a - 3b + (a+3b+2)i = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 5a - 3b = 0 \\ a + 3b = -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -\frac{1}{3} \\ b = -\frac{5}{9} \end{cases} \Rightarrow F = \frac{3}{5}.$$

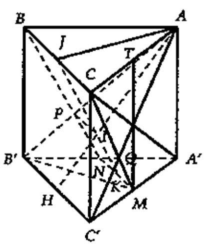


Câu 26: Đáp án B.

Bảng xét dấu:

x	$-\infty$		-1		3		$+\infty$
y		$+$	0	$+$	0	$-$	

Từ bảng xét dấu, dễ thấy $\int_a^b (3 + 2x - x^2)dx$ lớn nhất khi $a = -1$ và $b = 3$, tức là $b - a = 4$.



Câu 27: Đáp án A.

Cách 1: Gọi P là giao điểm của BN và $A'B'$ $\Rightarrow P$ là trọng tâm $\Delta A'B'B$.

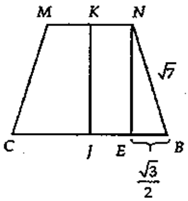
Q là giao điểm của CM và $A'C'$ $\Rightarrow Q$ là trọng tâm $\Delta A'C'C$.

$\Rightarrow PQ // B'C'$. Ta có: $(AB'C') \cap (BCMN) = PQ$.

Gọi H là trung điểm của $B'C'$ và I là giao điểm của AH và PQ

$\Rightarrow I$ là trung điểm của PQ.

Qua I kẻ đường thẳng vuông góc với BC, cắt BC và MN lần lượt tại J và K



STUDY TIPS
Định lí hàm số côsin:
Cho ΔABC có ba cạnh $BC = a, CA = b, AB = c$.
Khi đó:
$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\cos A$
$b^2 = c^2 + a^2 - 2ca\cos B$
$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab\cos C$

$\Rightarrow J$ là trung điểm BC và K là trung điểm MN.

Ta có $AB' = AC' \Rightarrow \Delta AB'C'$ cân tại $A \Rightarrow AH \perp BC \Rightarrow AI \perp PQ$.

Lại có $IJ \perp PQ \Rightarrow$ Góc giữa $(AB'C')$ và $(BCMN)$ là góc giữa IJ và IA.

Ta có: $AC' = \sqrt{AC^2 + CC'^2} = \sqrt{\left(2\sqrt{3}\right)^2 + 2^2} = 4$

$\Rightarrow AH = \sqrt{AC'^2 - HC'^2} = \sqrt{4^2 - \left(\sqrt{3}\right)^2} = \sqrt{13} \Rightarrow AI = \frac{2}{3}AH = \frac{2\sqrt{13}}{3}$.

$BN = \sqrt{BB'^2 + B'N^2} = \sqrt{2^2 + \left(\sqrt{3}\right)^2} = \sqrt{7}$.

$KJ = NE = \sqrt{BN^2 - EB^2} = \sqrt{7 - \frac{3}{4}} = \frac{5}{2} \Rightarrow IJ = \frac{2}{3}KJ = \frac{5}{3}$.

Lại có $AJ = \frac{2\sqrt{3}.\sqrt{3}}{2} = 3$.

Trong ΔAIJ: $\cos\widehat{AIJ} = \frac{IJ^2 + IA^2 - AJ^2}{2.IJ.IA} = \frac{\frac{25}{9} + \frac{4.13}{9} - 9}{2.\frac{5}{3}.\frac{2\sqrt{13}}{3}} = \frac{-\sqrt{13}}{65}$.

$\Rightarrow$ Cosin của góc giữa $(AB'C')$ và $(BCMN)$ là $\frac{\sqrt{13}}{65}$.

Cách 2: (Tọa độ hóa)

Gọi T là trung điểm AC. Đặt $M = (0;0;0), B'(3;0;0), C'\left(0;\sqrt{3};0\right), T(0;0;2)$

$\Rightarrow A\left(0;-\sqrt{3};2\right), B(3;0;2), C\left(0;\sqrt{3};2\right) \Rightarrow \overrightarrow{MB} = (3;0;2), \overrightarrow{MC} = \left(0;\sqrt{3};2\right)$.

$\vec{n} = \left[\overrightarrow{MB}, \overrightarrow{MC}\right] = \left(-2\sqrt{3};-6;3\sqrt{3}\right)$ là một vectơ pháp tuyến của $(MNBC)$.

Lại có $\overrightarrow{AB'} = \left(3;\sqrt{3};-2\right), \overrightarrow{AC'} = \left(0;2\sqrt{3};-2\right)$

$\Rightarrow \vec{n'} = \left[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC'}\right] = \left(2\sqrt{3};6;6\sqrt{3}\right)$ là một vectơ pháp tuyến của $(AB'C')$.

Gọi α là góc giữa $(AB'C')$ và $(MNBC)$.

Ta có:

$$\cos\alpha = \left|\cos\left(\widehat{\vec{n};\vec{n'}}\right)\right| = \frac{\left|-2\sqrt{3}.2\sqrt{3} + (-6).6 + 3\sqrt{3}.6\sqrt{3}\right|}{\sqrt{\left(-2\sqrt{3}\right)^2 + (-6)^2 + \left(3\sqrt{3}\right)^2}.\sqrt{\left(2\sqrt{3}\right)^2 + 6^2 + \left(6\sqrt{3}\right)^2}} = \frac{\sqrt{13}}{65}.$$

Câu 28: Đáp án C.

Ta có $y' = 3x^2 + 4(m-2)x - 5$; $y' = 0 \Leftrightarrow 3x^2 + 4(m-2)x - 5 = 0$ (*).

Phương trình (*) có $ac < 0$ nên luôn có hai nghiệm trái dấu $x_1 < 0 < x_2$.

Suy ra $|x_1| = -x_1; |x_2| = x_2$.

Khi đó x_1, x_2 là hai điểm cực trị của hàm số.

$|x_1| - |x_2| = -2 \Leftrightarrow -x_1 - x_2 = -2 \Leftrightarrow x_1 + x_2 = 2 \Leftrightarrow \frac{-4(m-2)}{3} = 2 \Leftrightarrow m = \frac{1}{2}$

Câu 29: Đáp án C.

Cách 1: Tập xác định: $D = \mathbb{R}$

Ta có: $y = |x|^3 - x^2 - |x| + 1 = \sqrt{x^6} - x^2 - \sqrt{x^2} + 1$

$\Rightarrow y' = \dfrac{6x^5}{2\sqrt{x^6}} - 2x - \dfrac{2x}{2\sqrt{x^2}} = \dfrac{3x^5 - 2x\sqrt{x^6} - x.\sqrt{x^4}}{\sqrt{x^6}}$

Ta thấy y' không xác định tại $x = 0$.

- Nếu $x > 0 : y' = \dfrac{3x^5 - 2x^4 - x^3}{x^3} = 3x^2 - 2x - 1$; $y' = 0 \Rightarrow x = 1$.

- Nếu $x < 0 : y' = \dfrac{3x^5 + 2x^4 - x^3}{-x^3} = -3x^2 - 2x + 1$; $y' = 0 \Rightarrow x = -1$.

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		-	0	+	||	-	0	+	
y	$+\infty$	↘	0	↗	1	↘	0	↗	$+\infty$

$\Rightarrow$ Hàm số đã cho có 3 điểm cực trị.

Cách 2: Đặt $t = |x|, t \geq 0$. Xét hàm số $f(t) = t^3 - t^2 - t + 1, t \geq 0$.

Ta có: $f'(t) = 3t^2 - 2t - 1$; $f'(t) = 0 \Leftrightarrow t = 0$.

Bảng biến thiên của hàm số $f(t)$:

t	0		1		$+\infty$
$f'(t)$		-	0	+	
$f(t)$	1	↘	0	↗	$+\infty$

Ta có hàm số $y = |x|^3 - x^2 - |x| + 1$ là hàm số chẵn (đồ thị đối xứng qua trục Oy).

Suy ra bảng biến thiên của hàm số $y = |x|^3 - |x|^2 - |x| + 1$:

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		-	0	+	||	-	0	+	
y	$+\infty$	↘	0	↗	1	↘	0	↗	$+\infty$

STUDY TIPS
+ Đồ thị hàm số chẵn đối xứng qua Oy.
+ Đồ thị hàm số lẻ đối xứng qua gốc O.

Do đó hàm số $y = |x|^3 - x^2 - |x| + 1$ có 3 điểm cực trị.

Câu 30: Đáp án C.

Ta có: $x^2 - 4x + 3 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 1 \\ x = 3 \end{array}\right.$ mà $x = 1$ và $x = 3$ không là nghiệm của tử thức

$\Rightarrow x = 1$ và $x = 3$ là các tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho.

Lại có bậc tử nhỏ hơn bậc mẫu $\Rightarrow y = 0$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho.

Vậy đồ thị hàm số đã cho có 3 đường tiệm cận.

Câu 31: Đáp án D.

Ta có: $m^4 - m^2 + 1 = \left(m^2 - \dfrac{1}{2}\right)^2 + \dfrac{3}{4} \geq \dfrac{3}{4} \forall m$.

$$\left(\frac{1}{5}\right)^{\left|x^2-4x+3\right|}=m^4-m^2+1\Leftrightarrow\left|x^2-4x+3\right|=-\log_5\left(m^4-m^2+1\right)$$

Xét hàm số $y=x^2-4x+3$ có bảng biến thiên:

x	$-\infty$		1		2		3		$+\infty$
y'		$-$			0	$+$			
y	$+\infty$	$\searrow$	0	$\searrow$	-1	$\nearrow$	0	$\nearrow$	$+\infty$

Suy ra bảng biến thiên của hàm số $y=\left|x^2-4x+3\right|$:

x	$-\infty$		1		2		3		$+\infty$
y'		$-$	$\|$	$+$	0	$-$	$\|$	$+$	
y	$+\infty$	$\searrow$	0	$\nearrow$	1	$\searrow$	0	$\nearrow$	$+\infty$

STUDY TIPS

* $y=\left|f(x)\right|=\begin{cases}f(x), \forall x \text{ mà } f(x)\ge 0\\ -f(x), \forall x \text{ mà } f(x)<0\end{cases}$
* Phép biến đổi từ đồ thị hàm số $y=f(x)$ sang đồ thị hàm số $y=\left|f(x)\right|$:

- Giữ nguyên phần nằm trên trục hoành của đồ thị hàm số $y=f(x)$.
- Lấy đối xứng qua Ox phần nằm dưới trục hoành của đồ thị hàm số $y=f(x)$ rồi xóa phần dưới của đồ thị hàm số $y=f(x)$.

$\Rightarrow$ Phương trình $\left|x^2-4x+3\right|=-\log_5\left(m^4-m^2+1\right)$ có 4 nghiệm phân biệt

$\Leftrightarrow 0<-\log_5\left(m^4-m^2+1\right)<1\Leftrightarrow -1<\log_5\left(m^4-m^2+1\right)<0$

$\Leftrightarrow \frac{1}{5}<m^4-m^2+1<1\Leftrightarrow m^4-m^2+1<1$ (do $m^4-m^2+1\ge\frac{3}{4}>\frac{1}{5}$)

$\Leftrightarrow m^4-m^2<0\Leftrightarrow m^2\left(m^2-1\right)<0\Leftrightarrow\begin{cases}m\ne 0\\ m^2-1<0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m\ne 0\\ -1<m<1\end{cases}$

$\Leftrightarrow m\in(-1;0)\cup(0;1)$.

Vậy $S=(-1;0)\cup(0;1)$, tức là S là hợp của hai khoảng với nhau. Vậy D là đáp án đúng.

Lỗi sai thường gặp: $m^2\left(m^2-1\right)<0\Leftrightarrow m^2-1<0\Leftrightarrow m^2<1\Leftrightarrow -1<m<1$.

Ở đây ta lưu ý: Vì $m^2\ge 0\ \forall m$ nên để $m^2\left(m^2-1\right)<0$ thì ngoài điều kiện $m^2-1<0$ ta cần thêm điều kiện $m\ne 0$ nữa!

Câu 32: Đáp án C.

Mực nước trong bồn sau khi bơm được 56 giây là:

$$\int_0^{56}h'(t)\,dt=\int_0^{56}\frac{1}{5}\sqrt[3]{t+8}\,dt=36\ \text{(cm)}.$$

STUDY TIPS

Phương trình mặt phẳng theo đoạn chắn:

Cho mặt phẳng (P) cắt các trục tọa độ $x'Ox$, $y'Oy$, $z'Oz$ theo thứ tự tại các điểm $A(a;0;0), B(0;b;0), C(0;0;c)$ $(abc\ne 0)$. Khi đó phương trình (P) có dạng:

$$\frac{x}{a}+\frac{y}{b}+\frac{z}{c}=1.$$

Câu 33: Đáp án C.

Đặt $A=(a;0;0)$, $B(0;b;0)$, $C(0;0;c)$ $(abc\ne 0)$.

Ta có $\overrightarrow{HA}=(a-1;-2;-3), \overrightarrow{HB}=(-1;b-2;-3), \overrightarrow{BC}=(0;-b;c), \overrightarrow{AC}=(-a;0;c)$.

H là trực tâm $\Delta ABC\Rightarrow\begin{cases}\overrightarrow{HA}.\overrightarrow{BC}=0\\ \overrightarrow{HB}.\overrightarrow{AC}=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}2b-3c=0\\ a-3c=0\end{cases}$.

Phương trình mặt phẳng (ABC) có dạng: $\frac{x}{a}+\frac{y}{b}+\frac{z}{c}=1$

STUDY TIPS

H là trực tâm ΔABC

$\Leftrightarrow \begin{cases} \overrightarrow{HA}.\overrightarrow{BC}=0 \\ \overrightarrow{HB}.\overrightarrow{AC}=0 \\ H\in(ABC) \end{cases}$

STUDY TIPS

Cho hàm số $y=f(x)$ xác định trên $(a;b)$.

+ $f(x)$ đồng biến trên $(a;b)$ $\Leftrightarrow f'(x)\ge 0\ \forall x\in(a;b)$

+ $f(x)$ nghịch biến trên $(a;b)\Leftrightarrow f'(x)\le 0\ \forall x\in(a;b)$

($f'(x)=0$ tại một số hữu hạn điểm $\in(a;b)$)

STUDY TIPS

Cho hàm số $y=\dfrac{ax+b}{cx+d}$ $(c\ne 0, ad-bc\ne 0)$. Khi đó $y'=\dfrac{ad-bc}{(cx+d)^2}$

$\Leftrightarrow \dfrac{x}{a}+\dfrac{y}{\frac{a}{2}}+\dfrac{z}{\frac{a}{3}}=1\Leftrightarrow x+2y+3z-a=0$.

Vì (ABC) đi qua H $\Rightarrow 1+2.2+3.3=a\Leftrightarrow a=14$.

Vậy phương trình (P) là $x+2y+3z-14=0$.

Câu 34: Đáp án D.

Ta có $\left(\int_0^x f(t)\mathrm{d}t\right)'=f(x)$.

Quan sát sự biến thiên và dấu của các hàm số dựa vào đồ thị ta suy ra D là đáp án đúng.

Câu 35: Đáp án A.

Tập xác định: $D=\mathbb{R}\setminus\{-m\}$. Ta có $y'=\dfrac{m^2-4}{(x+m)^2}$.

Để hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty;1)$ thì ta phải có

$\begin{cases} m^2-4<0 \\ 1\le -m \end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases} -2<m<2 \\ m\le -1 \end{cases}\Leftrightarrow -2<m\le -1$.

Lưu ý: Với cách cho đáp án như trong câu hỏi này, ta có làm như sau:

- Thử với $m=-2$. Khi đó $y=\dfrac{-2x+4}{x-2}=\dfrac{-2(x-2)}{x-2}=-2$. Suy ra với $m=-2$ thì hàm số không nghịch biến trên $(-\infty;1)$. Từ đó loại được đáp án B và C.

- Thử với $m=-1$. Khi đó $y=\dfrac{-x+4}{x-1}$. Ta có: $y'=\dfrac{-3}{(x-1)^2}<0\ \forall x\ne 1$.

Suy ra hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-\infty;1)$ và $(1;+\infty)$. Vậy A là đáp án đúng.

Câu 36: Đáp án C.

$y'=x^2-2(2m+1)x-m$; $y'=0\Leftrightarrow x^2-2(2m+1)x-m=0$ (*).

$\Delta'=(2m+1)^2+m=4m^2+5m+1$.

Để hàm số có hai điểm cực trị thì $y'=0$ có hai nghiệm phân biệt.

Khi đó hai điểm cực trị x_1, x_2 là hai nghiệm của phương trình (*).

Xét các trường hợp sau:

+ Phương trình (*) có nghiệm bằng 0 $\Rightarrow m=0$.

Với $m=0$, (*) trở thành $x^2-2x=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l} x_1=0 \\ x_2=2 \end{array}\right.$, không thỏa mãn $x_1<x_2$ mà $|x_1|>|x_2|$.

+ Phương trình (*) có nghiệm $0<x_1<x_2$. Khi đó $|x_1|<|x_2|$ nên trường hợp này không thỏa mãn.

+ Phương trình (*) có nghiệm $x_1<0<x_2$.

Khi đó ta có $|x_1|>|x_2|\Leftrightarrow -x_1>x_2\Leftrightarrow x_1+x_2<0$.

Vậy điều kiện cho trường hợp này là $\begin{cases}P<0\\S<0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}-m<0\\2(2m+1)<0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m>0\\m<-\dfrac{1}{2}\end{cases}$, hệ này vô nghiệm.

+ Phương trình (*) có nghiệm $x_1<x_2<0$. Khi đó ta có ngay $|x_1|>|x_2|$.

Vậy điều kiện cho trường hợp này là

$$\begin{cases}\Delta'>0\\P>0\\S<0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}4m^2+5m+1>0\\-m>0\\2(2m+1)<0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m\in(-\infty;-1)\cup\left(-\dfrac{1}{4};+\infty\right)\\m<0\\m<-\dfrac{1}{2}\end{cases}\Leftrightarrow m\in(-\infty;-1).$$

Vậy không có giá trị nguyên dương nào của m thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 37: Đáp án C.

Dễ thấy bán kính đáy của cái lọ bằng $3r$.

Do đó diện tích đáy S của cái lọ bằng $S=\pi(3r)^2=9\pi r^2$.

Câu 38: Đáp án B.

Gọi $h(m)$ là chiều cao của chiếc bồn nước, $(h>0)$.

Thể tích của chiếc bồn là $V=\pi r^2h=10\Rightarrow h=\dfrac{10}{\pi r^2}$.

Diện tích toàn phần của chiếc bồn là:

$$S_{tp}=2\pi r^2+2\pi rh=2\pi r^2+2\pi r.\frac{10}{\pi r^2}=2\pi r^2+\frac{20}{r}=2\pi r^2+\frac{10}{r}+\frac{10}{r}.$$

Cách 1: Theo bất đẳng thức Côsi ta có: $S_{tp}\ge 3.\sqrt[3]{2\pi r^2.\dfrac{10}{r}.\dfrac{10}{r}}=3.\sqrt[3]{200\pi}$.

Dấu "=" xảy ra khi $2\pi r^2=\dfrac{10}{r}\Leftrightarrow r^3=\dfrac{5}{\pi}\Leftrightarrow r=\sqrt[3]{\dfrac{5}{\pi}}$.

Vậy với $r=\sqrt[3]{\dfrac{5}{\pi}}$ thì lượng inox được sử dụng để làm bồn nước là ít nhất.

Cách 2: Xét hàm số $f(r)=2\pi r^2+\dfrac{20}{r}, r>0$.

Ta có $f'(r)=4\pi r-\dfrac{20}{r^2}=\dfrac{4\pi r^3-20}{r^2}$; $f'(r)=0\Leftrightarrow 4\pi r^3-20=0\Leftrightarrow r^3=\dfrac{5}{\pi}\Leftrightarrow r=\sqrt[3]{\dfrac{5}{\pi}}$.

Bảng biến thiên:

r	0		$\sqrt[3]{\frac{5}{\pi}}$		$+\infty$
$f'(r)$		-	0	+	
$f(r)$	$+\infty$	$\searrow$	$3\sqrt[3]{200\pi}$	$\nearrow$	$+\infty$

$\Rightarrow f(r)$ đạt giá trị nhỏ nhất tại $r=\sqrt[3]{\dfrac{5}{\pi}}$.

Câu 39: Đáp án B.

Gọi F là trung điểm của $BD\Rightarrow EF//CD$

STUDY TIPS

Cho phương trình bậc hai $ax^2+bx+c=0$ $(a\ne0)$.

+ $0<x_1<x_2\Leftrightarrow\begin{cases}\Delta>0\\S>0\\P>0\end{cases}$.

+ $x_1<0<x_2\Leftrightarrow P<0$.

+ $x_1<x_2<0\Leftrightarrow\begin{cases}\Delta>0\\S<0\\P>0\end{cases}$.

STUDY TIPS

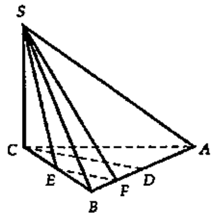
Bất đẳng thức Cô si: Cho các số dương $a_1,a_2,...,a_n$.

Ta có:

$a_1+a_2+...+a_n\ge n\sqrt[n]{a_1a_2...a_n}$.

Dấu bằng xảy ra khi

$a_1=a_2=...=a_n$.



$\Rightarrow$ Góc giữa SE và CD là góc giữa SE và EF.

Ta có $CD=\dfrac{2\sqrt{2}.\sqrt{3}}{2}=\sqrt{6}\Rightarrow EF=\dfrac{\sqrt{6}}{2}$.

Lại có $SE=\sqrt{SC^2+CE^2}=\sqrt{1^2+\left(\sqrt{2}\right)^2}=\sqrt{3}$.

Trong tam giác vuông $CDF: CF=\sqrt{CD^2+DF^2}=\sqrt{\left(\sqrt{6}\right)^2+\left(\dfrac{2\sqrt{2}}{4}\right)^2}=\sqrt{\dfrac{13}{2}}$.

Trong tam giác vuông $SCF: SF=\sqrt{SC^2+CF^2}=\sqrt{1^2+\left(\sqrt{\dfrac{13}{2}}\right)^2}=\sqrt{\dfrac{15}{2}}$.

STUDY TIPS
Chiều cao của tam giác đều cạnh a bằng $\dfrac{a\sqrt{3}}{2}$.

Trong tam giác SEF: $\cos\widehat{SEF}=\dfrac{SE^2+EF^2-SF^2}{2SE.EF}=\dfrac{3+\dfrac{6}{4}-\dfrac{15}{2}}{2.\sqrt{3}.\dfrac{\sqrt{6}}{2}}=-\dfrac{\sqrt{2}}{2}$

$\Rightarrow\widehat{SEF}=\dfrac{3\pi}{4}\Rightarrow$ Góc giữa SE và CD bằng $\pi-\dfrac{3\pi}{4}=\dfrac{\pi}{4}$.

Lưu ý: Góc giữa hai đường thẳng trong không gian có giá trị từ 0 đến $\dfrac{\pi}{2}$. Nhiều bạn học sinh quên điều này nên đã chọn đáp án A là một đáp án sai. Ở đây góc SEF lớn hơn $\dfrac{\pi}{2}$ nên góc giữa hai đường thẳng SE và EF không phải là góc $\widehat{SEF}$ mà phải là góc bù với góc $\widehat{SEF}$.

Câu 40: Đáp án B.

Điều kiện: $x,y,z>0;\ x\in\mathbb{N}$.

Theo tính chất của cấp số cộng ta có:

$$\begin{cases}2\log_{12}x=\log_{12}162+\log_{12}y\\2\log_{12}y=\log_{12}x+\log_{12}z\\2\log_{12}z=\log_{12}y+\log_{12}1250\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x^2=162y\\y^2=xz\\z^2=1250y\end{cases}$$

$\Rightarrow(xyz)^2=162.1250.xy^2z\Rightarrow xz=202500\Rightarrow y^2=202500\Rightarrow y=450$

$\Rightarrow x^2=162450\Rightarrow x=270$.

Vậy tổng các chữ số của x là 9.

STUDY TIPS
Cho cấp số cộng (u_n). Khi đó $u_n=\dfrac{u_{n-1}+u_{n+1}}{2},\ \forall n\geq 2$ tức là kể từ số hạng thứ hai trở đi, mỗi số hạng là trung bình cộng của số hạng đứng liền trước và số hạng đứng liền sau.

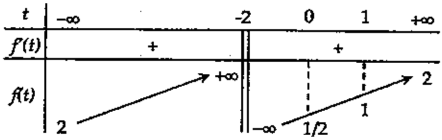
Câu 41: Đáp án C.

Đặt $t=\sin x,\ t\in[-1;1]$. Phương trình đã cho trở thành $\dfrac{2t+1}{t+2}=m$ (*).

Để phương trình đã cho có đúng hai nghiệm thuộc đoạn $[0;\pi]$ thì phương trình (*) phải có đúng một nghiệm thuộc nửa khoảng $[0;1)$.

Xét hàm số $f(t)=\dfrac{2t+1}{t+2}$. Ta có $f'(t)=\dfrac{3}{(t+2)^2}$.

Bảng biến thiên của $f(t)$:



Vậy để phương trình (*) có đúng một nghiệm thuộc nửa khoảng $[0;1)$ thì $m\in\left[\frac{1}{2};1\right)$. Vậy C là đáp án đúng.

STUDY TIPS

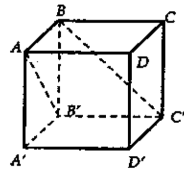
Cho đường thẳng Δ đi qua A và có VTCP $\vec{u}$.

Cho đường thẳng Δ' đi qua B và có VTPT $\vec{u'}$.

Khoảng cách giữa Δ và Δ' được tính bởi công thức:

$$d(\Delta,\Delta')=\frac{\left|\left[\vec{u},\vec{u'}\right].\overrightarrow{AB}\right|}{\left|\left[\vec{u},\vec{u'}\right]\right|}.$$

Câu 42: Đáp án A.



Đặt $B'(0;0;0), A'(a;0;0), C'(0;a;0), B(0;0;a)\Rightarrow A(a;0;a)$

Ta có $\overrightarrow{B'A}=(a;0;a), \overrightarrow{BC'}=(0;a;-a), \overrightarrow{B'B}=(0;0;a)$

$\Rightarrow\left[\overrightarrow{B'A},\overrightarrow{BC'}\right]=\left(-a^2;a^2;a^2\right);\ \left[\overrightarrow{B'A},\overrightarrow{BC'}\right].\overrightarrow{BB'}=a^3.$

$$d(B'A,BC')=\frac{\left|\left[\overrightarrow{B'A},\overrightarrow{BC'}\right].\overrightarrow{BB'}\right|}{\left|\left[\overrightarrow{B'A},\overrightarrow{BC'}\right]\right|}=\frac{a^3}{\sqrt{3a^4}}=\frac{a^3}{a^2\sqrt{3}}=\frac{a\sqrt{3}}{3}.$$

Câu 43: Đáp án B.

Hàm số $y=f(|x|+m)$ là một hàm số chẵn nên đồ thị đối xứng qua trục Oy. Mặt khác $y=f(|x|+m)=f(x+m)\ \forall x\geq 0$. Ta có phép biến đổi từ đồ thị hàm số $y=f(x)$ thành đồ thị hàm số $y=f(|x|+m)$:

* Nếu $m>0$:

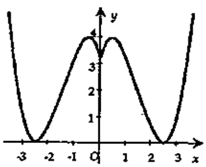
- Bước 1: Tịnh tiến đồ thị hàm số $y=f(x)$ sang trái m đơn vị.
- Bước 2: Xóa phần nằm bên trái Oy của đồ thị thu được ở Bước 1.
- Bước 3: Lấy đối xứng đồ thị thu được ở Bước 2 qua Oy.

* Nếu $m=0$:

- Bước 1: Giữ nguyên phần nằm bên phải Oy của đồ thị hàm số $y=f(x)$, xóa phần nằm bên trái Oy của đồ thị hàm số $y=f(x)$.
- Bước 2: Lấy đối xứng phần nằm bên phải Oy của đồ thị hàm số $y=f(x)$ qua Oy.

* Nếu $m<0$:

- Bước 1: Tịnh tiến đồ thị hàm số $y=f(x)$ sang phải m đơn vị.
- Bước 2: Xóa phần nằm bên trái Oy của đồ thị thu được ở Bước 1.
- Bước 3: Lấy đối xứng đồ thị thu được ở Bước 2 qua Oy.



Quan sát ta thấy đồ thị hàm số $y=f(x)$ có 2 điểm cực trị.

Để đồ thị hàm số $y=(|x|+m)$ có 5 điểm cực trị thì nhánh bên phải Oy của đồ thị hàm số $y=(|x|+m)$ phải có 2 điểm cực trị $\Rightarrow$ Điểm cực trị $(-1;4)$ của đồ thị hàm số $y=f(x)$ phải được tịnh tiến sang phải Oy $\Rightarrow m<-1$.

Câu 44: Đáp án C.

Đặt $B(x;y;z)$. Ta có $OA^2=8$, ΔOAB đều $\Rightarrow OA^2=OB^2=AB^2=8$.

Mà $B\in(S)\Rightarrow$ Ta có hệ $\begin{cases}x^2+y^2+z^2-2x-2y-2z=0 & (1)\\ x^2+y^2+z^2=8 & (2)\\ (x-2)^2+(y-2)^2+z^2=8 & (3)\end{cases}$.

Thế (2) vào (1) và (3) ta được $\begin{cases}x+y+z=4\\ x+y=2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}z=2\\ y=2-x\end{cases}$.

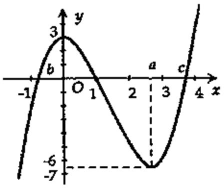
Thế vào (2): $x^2+(2-x)^2=8\Leftrightarrow 2x^2-4x=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\ (l)\\ x=2\end{array}\right.$.

Với $x=2\Rightarrow y=0\Rightarrow B(2;0;2)$.

$\Rightarrow\vec{n}=\left[\overrightarrow{OA},\overrightarrow{OB}\right]=(4;-4;-4)\Rightarrow$ Phương trình $(OAB): x-y-z=0$.

Câu 45: Đáp án D.

Kí hiệu trên đồ thị như hình bên.



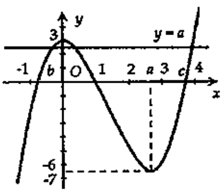
Đặt $u=f(x)$. Ta có $g(x)=f\left[f(x)\right]=f(u)$.

$g'(x)=u'.f'(u)=f'(x).f'(u)$.

$g'(x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}f'(x)=0\\ f'(u)=0\end{array}\right.$.

* $f'(x)=0\Leftrightarrow\begin{cases}x_1=0\\ x_2=a\ (2<a<3)\end{cases}$ (nhìn hình để xác định a).

* $f'(u)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}u=x_1\\ u=x_2\end{array}\right.\Leftrightarrow\begin{cases}f(x)=x_1=0\\ f(x)=x_2=a\ \ (2<a<3)\end{cases}$.



$f(x)=0\Leftrightarrow x\in\{b;1;c\}=\{x_3;x_4;x_5\}$.

$f(x)=a$ (nhìn vào đồ thị thể hiện bên ta thấy đồ thị hàm số $f(x)$ cắt đường thẳng $y=a$ (với $2<a<3$) tại ba điểm phân biệt do vậy phương trình $f(x)=a$ có ba nghiệm phân biệt $x_6;x_7;x_8$.

Rõ ràng $x_1,...,x_8$ là đôi một khác nhau.

Kết hợp lại thì phương trình $g'(x)=0$ có 8 nghiệm phân biệt.

Câu 46: Đáp án D.

$y'=3x^2-12x+9$.

Gọi $M\left(x_0;x_0^3-6x_0^2+9x_0-1\right)$ là một điểm bất kì thuộc (C). Tiếp tuyến tại M:

$y=\left(3x_0^2-12x_0+9\right)(x-x_0)+x_0^3-6x_0^2+9x_0-1$

$\Leftrightarrow y=\left(3x_0^2-12x_0+9\right)x-2x_0^3+6x_0^2-1$.

Gọi $A(a;a-1)$ là một điểm bất kì thuộc đường thẳng $y=x-1$.

Tiếp tuyến tại M đi qua $A\Leftrightarrow\left(3x_0^2-12x_0+9\right)a-2x_0^3+6x_0^2-1=a-1$

$\Leftrightarrow\left(3x_0^2-12x_0+8\right)a=2x_0^3-6x_0^2$ (*).

Từ A kẻ được hai tiếp tuyến đến $(C)\Leftrightarrow$ (*) có hai nghiệm x_0 phân biệt.

Ta có $3x_0^2-12x_0+8=0\Leftrightarrow x_0=\dfrac{6\pm2\sqrt{3}}{3}$.

Dễ thấy $x_0 = \dfrac{6 \pm 2\sqrt{3}}{3}$ không thỏa mãn (*).

Với $x_0 \neq \dfrac{6 \pm 2\sqrt{3}}{3}$ thì (*) $\Leftrightarrow a = \dfrac{2x_0^3 - 6x_0^2}{3x_0^2 - 12x_0 + 8}$.

Xét hàm số $f(x) = \dfrac{2x^3 - 6x^2}{3x^2 - 12x + 8}$. Ta có $f'(x) = \dfrac{6\left(x^4 - 8x^3 + 20x^2 - 16x\right)}{\left(3x^2 - 12x + 8\right)^2}$.

Bảng biến thiên của $f(x)$:

x	$-\infty$		0		$\frac{6-2\sqrt{3}}{3}$		$\frac{6+2\sqrt{3}}{3}$		-1		$+\infty$
$f'(x)$		+	0	-	‖	-	‖	-	0	+	
$f(x)$	$-\infty$	↗	0	↘	$-\infty$ ‖ $+\infty$	↘	$-\infty$ ‖ $+\infty$	↘	4	↗	$+\infty$

Vậy để (*) có 2 nghiệm phân biệt thì $a \in \{0;4\}$. Suy ra tập $T = \{(0;-1);(4;3)\}$.

Do đó tổng tung độ các điểm thuộc T bằng 2.

Câu 47: Đáp án C.

Gọi M là số tiền ban đầu; r là lãi suất hàng tháng.

Số tiền lãi tháng 1 là $M.r$.

Số tiền cả vốn lẫn lãi tháng 1 là $M(1+r)$.

Số tiền còn lại sau khi chuyển cho Lâm m đồng là $M(1+r) - m$.

Tương tự: Số tiền còn lại sau tháng thứ 2 là:

$$\left[M(1+r) - m\right](1+r) - m = M(1+r)^2 - m\left[(1+r) + 1\right].$$

Số tiền còn lại sau tháng thứ 3 là:

$$\left\{M(1+r)^2 - m\left[(1+r)+1\right]\right\}(1+r) - m = M(1+r)^3 - m\left[(1+r)^2 + (1+r) + 1\right]$$

$$= M(1+r)^3 - m.\frac{(1+r)^3 - 1}{(1+r) - 1} = M(1+r)^3 - m.\frac{(1+r)^3 - 1}{r}.$$

...

Số tiền còn lại sau 48 tháng là: $M(1+r)^{48} - m.\dfrac{(1+r)^{48} - 1}{r}$.

STUDY TIPS

$x^n + x^{n-1} + ... + x + 1 = \dfrac{x^{n+1} - 1}{x - 1}$

Vì sau 48 tháng là hết tiền trong tài khoản nên ta có:

$$M(1+r)^{48} - m.\frac{(1+r)^{48} - 1}{r} = 0 \Rightarrow m = \frac{M.(1+r)^{48}.r}{(1+r)^{48} - 1}.$$

Thay số vào ta tìm được $m \approx 4.920.224$ (đồng).

Câu 48: Đáp án D.

STUDY TIPS

Cho số phức $z = a + bi$ có điểm biểu diễn M và số phức $z' = a' + b'i$ có điểm biểu diễn N. Khi đó $|z - z'| = MN$.

Gọi $M(a;b)$ là điểm biểu diễn số phức $z = a + bi$. Đặt $I = (1;1)$, $A(7;9)$ và $B(0;8)$

Ta xét bài toán: Tìm điểm M thuộc đường tròn (C) có tâm I, bán kính $R = 5$ sao cho biểu thức $P = MA + 2MB$ đạt giá trị nhỏ nhất.

Trước tiên, ta tìm điểm $K(x;y)$ sao cho $MA = 2MK$ $\forall M \in (C)$.

Ta có $MA=2MK \Leftrightarrow MA^2=4MK^2 \Leftrightarrow \left(\overrightarrow{MI}+\overrightarrow{IA}\right)^2=4\left(\overrightarrow{MI}+\overrightarrow{IK}\right)^2$

$\Leftrightarrow MI^2+IA^2+2\overrightarrow{MI}.\overrightarrow{IA}=4\left(MI^2+IK^2+2\overrightarrow{MI}.\overrightarrow{IK}\right)$

$\Leftrightarrow 2\overrightarrow{MI}\left(\overrightarrow{IA}-4\overrightarrow{IK}\right)=3R^2+4IK^2-IA^2$ (*).

(*) luôn đúng $\forall M\in(C)\Leftrightarrow\begin{cases}\overrightarrow{IA}-4\overrightarrow{IK}=\vec{0}\\3R^2+4IK^2-IA^2=0\end{cases}$.

> **STUDY TIPS**
> Cho ba điểm phân biệt M, A, B. Khi đó ta luôn có $MA+MB\ge AB$. Dấu bằng xảy ra khi và chỉ khi M nằm trong đoạn thẳng AB.

$\overrightarrow{IA}-4\overrightarrow{IK}=\vec{0}\Leftrightarrow\begin{cases}4(x-1)=6\\4(y-1)=8\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=\dfrac{5}{2}\\y=3\end{cases}$.

Thử trực tiếp ta thấy $K\left(\dfrac{5}{2};3\right)$ thỏa mãn $3R^2+4IK^2-IA^2=0$.

Ta có $MA+2MB=2MK+2MB=2(MK+MB)\ge 2KB$.

Vì $BI^2=1^2+7^2=50>R^2=25$ nên B nằm ngoài (C).

Vì $KI^2=\left(\dfrac{3}{2}\right)^2+2^2<R^2=25$ nên K nằm trong (C).

Dấu bằng trong bất đẳng thức trên xảy ra khi và chỉ khi M thuộc đoạn thẳng BK. Do đó $MA+2MB$ nhỏ nhất khi và chỉ khi M là giao điểm của (C) và đường thẳng BK.

Phương trình đường thẳng $BK: 2x+y-8=0$.

Phương trình đường tròn $(C):(x-1)^2+(y-1)^2=25$.

Tọa độ điểm M là nghiệm của hệ $\begin{cases}2x+y=8\\(x-1)^2+(y-1)^2=25\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=1\\y=6\end{cases}$ hoặc $\begin{cases}x=5\\y=-2\end{cases}$.

Thử lại thấy $M(1;6)$ thuộc đoạn BK.

Vậy $a=1, b=6\Rightarrow a+b=7$.

Câu 49: Đáp án A.

Đặt Ω là không gian mẫu. Ta có $n(\Omega)=2^8=256$.

Gọi A là biến cố "Không có hai người nào ngồi cạnh nhau phải đứng dậy".

- TH1: Không có ai tung được mặt ngửa. Trường hợp này có 1 khả năng xảy ra.
- TH2: Chỉ có 1 người tung được mặt ngửa. Trường hợp này có 8 khả năng xảy ra.
- TH3: Có 2 người tung được mặt ngửa nhưng không ngồi cạnh nhau: Có $\dfrac{8.5}{2}=20$ khả năng xảy ra (do mỗi người trong vòng tròn thì có 5 người không ngồi cạnh).
- TH4: Có 3 người tung được mặt ngửa nhưng không có 2 người nào trong 3 người này ngồi cạnh nhau. Trường hợp này có $C_8^3-8-8.4=16$ khả năng xảy ra.

Thật vậy:

+ Có C_8^3 cách chọn 3 người trong số 8 người.

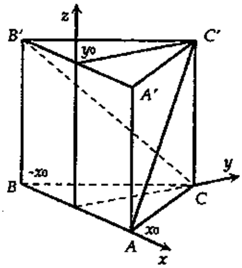
+ Có 8 khả năng cả ba người này ngồi cạnh nhau.

+ Nếu chỉ có 2 người ngồi cạnh nhau: Có 8 cách chọn ra một người, với mỗi cách chọn ra một người có 4 cách chọn ra hai người ngồi cạnh nhau và không ngồi cạnh người đầu tiên (độc giả vẽ hình để rõ hơn). Vậy có 8.4 khả năng.

- TH5: Có 4 người tung được mặt ngửa nhưng không có 2 người nào trong 4 người này ngồi cạnh nhau. Trường hợp này có 2 khả năng xảy ra.

Suy ra $n(A)=1+8+20+16+2=47 \Rightarrow P(A)=\frac{47}{256}$.

Câu 50: Đáp án D.



Gọi O là trung điểm của AB, suy ra $O(0;0;0)$.

Ta có $\overrightarrow{AB}=(-2x_0;0;0),\overrightarrow{OC}=(0;1;0)\Rightarrow \overrightarrow{AB}.\overrightarrow{OC}=0\Rightarrow AB\perp OC$.

Gắn hệ trục tọa độ $Oxyz$ như hình vẽ bên. Với $A(x_0;0;0),B(-x_0;0;0),C(0;1;0)$, $B'(-x_0;0;4-x_0)$, $A'(x_0;0;4-x_0)$, $C'(0;1;4-x_0)$ do $x_0+y_0=4$ và $0<x_0,y_0<4$.

Có $\overrightarrow{AC'}=(-x_0;1;4-x_0),\overrightarrow{B'C}=(x_0;1;x_0-4)\Rightarrow\left[\overrightarrow{AC'},\overrightarrow{B'C}\right]=(2x_0-8;0;-2x_0)$.

$\overrightarrow{AC}=(-x_0;1;0)\Rightarrow\left[\overrightarrow{AC'},\overrightarrow{B'C}\right].\overrightarrow{AC}=-x_0(2x_0-8)=-2x_0(x_0-4)$.

$$\Rightarrow d(AC';B'C)=\frac{\left|\left[\overrightarrow{AC'},\overrightarrow{B'C}\right].\overrightarrow{AC}\right|}{\left|\left[\overrightarrow{AC'},\overrightarrow{B'C}\right]\right|}=\frac{\left|2x_0(x_0-4)\right|}{\sqrt{4(4-x_0)^2+4x_0^2}}=\frac{x_0(4-x_0)}{\sqrt{(4-x_0)^2+x_0^2}},$$

do $x_0\in(0;4)$.

Với $0<x_0<4$, ta có $(4-x_0)^2+x_0^2\overset{AM-GM}{\geq}2\sqrt{(4-x_0)^2x_0^2}=2x_0(4-x_0)$.

Như vậy $d(AC';B'C)=\dfrac{x_0(4-x_0)}{\sqrt{(4-x_0)^2+x_0^2}}\leq\dfrac{x_0(4-x_0)}{2x_0(4-x_0)}=\dfrac{1}{2}$.

Dấu "=" xảy ra khi $x_0=4-x_0\Leftrightarrow x_0=2=y_0$.

Khi đó $A(2;0;0),B(-2;0;0),C(0;1;0),B'(-2;0;2)$. Giả sử phương trình mặt cầu ngoại tiếp lăng trụ $ABC.A'B'C'$ là $(S):x^2+y^2+z^2-2ax-2by-2cz+d=0$.

Ta có hệ phương trình sau:

$$\begin{cases}2^2+0^2+0^2-2a.2-2b.0-2c.0+d=0\\(-2)^2+0^2+0^2-2a(-2)-2b.0-2c.0+d=0\\0^2+1^2+0^2-2a.0-2b.1-2c.0+d=0\\(-2)^2+0^2+2^2-2a(-2)-2b.0-2c.2+d=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}4a-d=4\\4a+d=-4\\2b-d=1\\4a-4c+d=-8\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=0\\b=-\frac{3}{2}\\c=1\\d=-4\end{cases}$$

Vậy mặt cầu (S) có tâm $I\left(0;-\frac{3}{2};1\right)$ và bán kính $R=\sqrt{a^2+b^2+c^2-d}=\frac{\sqrt{29}}{2}$.

STUDY TIPS

Trong không gian tọa độ $Oxyz$, khoảng cách giữa hai đường thẳng chéo nhau AB và CD được tính theo công thức:

$$d(AB,CD)=\frac{\left|\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{CD}\right].\overrightarrow{AC}\right|}{\left|\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{CD}\right]\right|}$$

ĐỀ THỬ SỨC SỐ 4

Câu 1: Trong các khẳng định sau đây? Khẳng định nào sai?

A. Không gian mẫu là tập hợp tất cả các kết quả có thể xảy ra của phép thử.

B. Gọi $P(A)$ là xác suất của biến cố A ta luôn có $0 < P(A) \le 1$.

C. Biến cố là tập con của không gian mẫu.

D. Phép thử ngẫu nhiên là phép thử mà ta không biết được chính xác kết quả của nó nhưng ta có thể biết được tập tất cả các kết quả có thể xảy ra của phép thử.

Câu 2: Tính $I = \lim\limits_{x \to 1} \dfrac{2x - \sqrt{x+3}}{x^2 - 1}$.

A. $I = \dfrac{7}{8}$. B. $I = \dfrac{3}{2}$. C. $I = \dfrac{3}{8}$. D. $I = \dfrac{3}{4}$.

Câu 3: Cho hàm số $y = \dfrac{x-2}{x+1}$. Chọn khẳng định đúng

A. Hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

B. Hàm số đồng biến trên từng khoảng xác định.

C. Hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$.

D. Hàm số có duy nhất một cực trị.

Câu 4: Cho hàm số $f(x) = e^{\cos x}.\sin x$. Tính $f'\left(\dfrac{\pi}{2}\right)$

A. 1. B. -2. C. 2. D. -1

Câu 5: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R} \setminus \{-1;1\}$, liên tục trên mỗi khoảng xác định và có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		$+$	$\Vert$	$+$	$\Vert$	$-$	$\Vert$	$+$	
y	$3 \nearrow$	$+\infty$	$\Vert$	$-\infty \nearrow$	2	$\searrow -\infty$	$\Vert$	$-\infty \nearrow$	3

Khẳng định nào sau đây là khẳng định sai?

A. Đồ thị hàm số có hai tiệm cận đứng là các đường thẳng $x = 1$ và $x = -1$.

B. Đồ thị hàm số có tiệm cận ngang là đường thẳng $y = 3$.

C. Hàm số không có đạo hàm tại $x = 0$ nhưng vẫn đạt cực trị tại $x = 0$.

D. Hàm số đạt cực tiểu tại điểm $x = 1$.

Câu 6: Cho $a > 1$, trong các bất đẳng thức sau, bất đẳng thức nào sai?

A. $\pi^a > \pi$. B. $a^{\sqrt{5}} < a^3$. C. $e^a > 1$. D. $a^{-\sqrt{3}} > a^2$.

Câu 7: Tìm các nghiệm của phương trình $\log_3(2x-3) = 2$

A. $x = \dfrac{11}{2}$. B. $x = \dfrac{9}{2}$. C. $x = 6$. D. $x = 5$.

Câu 8: Họ nguyên hàm của hàm số $\displaystyle\int \dfrac{dx}{\sqrt{2x-1}+4}$ là

A. $\sqrt{2x-1} - 2\ln\left(\sqrt{2x-1}+4\right) + C$. B. $\sqrt{2x-1} - \ln\left(\sqrt{2x-1}+4\right) + C$.

B. $\sqrt{2x-1} - 4\ln\left(\sqrt{2x-1}+4\right) + C$. D. $2\sqrt{2x-1} - \ln\left(\sqrt{2x-1}+4\right) + C$.

Câu 9: Tính tích phân $\int_1^e x^2 \ln x dx$

A. $\frac{2e^3+1}{9}$. B. $\frac{2e^3-1}{9}$. C. $\frac{e^3-2}{9}$. D. $\frac{e^3+2}{9}$.

Câu 10: Căn bậc hai của số phức $z=-25$ là

A. $x_{1,2}=\pm 5$. B. Không tồn tại. C. $x_{1,2}=\pm 25i$. D. $x_{1,2}=\pm 5i$.

Câu 11: Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có $AA'=a$, góc giữa cạnh bên và mặt đáy bằng $60°$. Tam giác ABC vuông tại C và góc $\widehat{BAC}=60°$. Hình chiếu vuông góc của B' lên mặt phẳng (ABC) trùng với trọng tâm của ΔABC. Tính thể tích khối tứ diện $A'ABC$ theo a

A. $V_{A'ABC}=\frac{3a^3}{208}$. B. $V_{A'ABC}=\frac{27a^3}{208}$. C. $V_{A'ABC}=\frac{81a^3}{208}$. D. $V_{A'ABC}=\frac{9a^3}{208}$.

Câu 12: Một hình nón có diện tích đáy bằng $16\pi \text{dm}^2$ và diện tích xung quanh bằng $20\pi \text{dm}^2$. Thể tích khối nón là

A. $16\pi \text{dm}^3$ B. $\frac{16}{3}\pi \text{dm}^3$ C. $8\pi \text{dm}^3$ D. $32\pi \text{dm}^3$

Câu 13: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng $\Delta_1: \begin{cases} x=-3+2t \\ y=1-t \\ z=-1+4t \end{cases}$ và $\Delta_2: \frac{x+4}{3}=\frac{y+2}{2}=\frac{z-4}{-1}$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. Δ_1, Δ_2 chéo nhau và vuông góc nhau. B. Δ_1 cắt và không vuông góc với Δ_2.

C. Δ_1 cắt và vuông góc với Δ_2. D. Δ_1 và Δ_2 song song với nhau.

Câu 14: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 3x+2y-z+1=0$. Mặt phẳng (P) có vectơ pháp tuyến là

A. $\vec{n}=(-1;3;2)$. B. $\vec{n}=(3;-1;2)$. C. $\vec{n}=(2;3;-1)$. D. $\vec{n}=(3;2;-1)$.

Câu 15: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x-2)^2+y^2+(z+1)^2=9$. Tọa độ tâm I của mặt cầu (S) là

A. $I(2;-1;3)$. B. $I(2;0;-1)$. C. $I(-2;0;1)$. D. $I(2;-1;0)$.

Câu 16: Tìm hệ số của x^7 trong khai triển $(3-2x)^{15}$

A. $C_{15}^7 3^8 2^7$. B. $-C_{15}^7 3^7 2^8$. C. $-C_{15}^7 3^8 2^7$. D. $C_{15}^7 3^7 2^8$.

Câu 17: Tính tổng $S=C_{10}^0+2.C_{10}^1+2^2.C_{10}^2+...+2^{10}.C_{10}^{10}$

A. $S=2^{10}$. B. $S=4^{10}$. C. $S=3^{10}$. D. $S=3^{11}$.

Câu 18: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông tại B, $SA\perp(ABC)$. Khẳng định nào dưới đây là sai?

A. $SA\perp BC$. B. $SB\perp AC$. C. $SA\perp AB$. D. $SB\perp BC$.

Câu 19: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a, $SA=a\sqrt{3}$ và vuông góc với đáy. Góc giữa đường thẳng SD và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng

A. $60°$. B. $45°$. C. $30°$. D. $\arcsin\frac{\sqrt{3}}{5}$.

Câu 20: Cho khối chóp $S.ABCD$ có thể tích bằng a^3. Mặt bên SAB là tam giác đều cạnh a và đáy $ABCD$ là hình bình hành. Khoảng cách giữa SA và CD bằng

A. $\frac{2a}{\sqrt{3}}$. B. $a\sqrt{3}$. C. $\frac{a}{2}$. D. $2\sqrt{3}a$.

Câu 21: Xác định số hạng đầu và công bội của cấp số nhân (u_n) có $u_4 - u_2 = 54$ và $u_5 - u_3 = 108$

A. $u_1 = 3$ và $q = 2$. B. $u_1 = 9$ và $q = 2$. C. $u_1 = 9$ và $q = -2$. D. $u_1 = 3$ và $q = -2$.

Câu 22: Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2}{x} & \text{khi } x < 1, x \neq 0 \\ 0 & \text{khi } x = 0 \\ \sqrt{x} & \text{khi } x \geq 1 \end{cases}$. Chọn khẳng định đúng

A. Hàm số liên tục tại mọi điểm trừ các điểm thuộc đoạn $[0;1]$.

B. Hàm số liên tục tại mọi điểm trừ điểm $x = 0$.

C. Hàm số liên tục tại mọi điểm thuộc $\mathbb{R}$.

D. Hàm số liên tục tại mọi điểm trừ điểm $x = 1$.

Câu 23: Trong các hàm số sau, hàm số nào là hàm số chẵn?

A. $y = \sin|2016x| + \cos 2017x$. B. $y = 2016\cos x + 2017\sin x$.

C. $y = \cot 2015x - 2016\sin x$. D. $y = \tan 2016x + \cot 2017x$.

Câu 24: Đồ thị hàm số $y = \frac{\sqrt{x^2 - x - 2}}{x^2 - 1}$ có bao nhiêu đường tiệm cận đứng?

A. 0. B. 2. C. 3. D. 1.

Câu 25: Tập hợp tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - (m-1)x^2 + 2(m-1)x - 2$ luôn tăng trên $\mathbb{R}$ là

A. $m > 1$. B. $\left[\begin{array}{l} m < 1 \\ m > 3 \end{array}\right.$. C. $2 \leq m \leq 3$. D. $-1 \leq m \leq 3$.

Câu 26: Biết $\log_7 2 = m$. Khi đó giá trị của $\log_{49} 28$ được tính theo m là

A. $\frac{1+2m}{2}$. B. $\frac{m+2}{4}$. C. $\frac{1+m}{2}$. D. $\frac{1+4m}{2}$.

Câu 27: Biểu thức $\sqrt{x}.\sqrt[3]{x}.\sqrt[6]{x^5}, (x > 0)$ viết dưới dạng lũy thừa với số mũ hữu tỷ là

A. $x^{\frac{5}{3}}$. B. $x^{\frac{5}{2}}$. C. $x^{\frac{7}{3}}$. D. $x^{\frac{2}{3}}$.

Câu 28: Công thức tính diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi các đồ thị hàm số $y = f(x), y = g(x)$ liên tục trên đoạn $[a;b]$ và hai đường thẳng $x = a, x = b$ với $a < b$ là

A. $S = \left|\int_a^b f(x)dx\right| + \left|\int_a^b g(x)dx\right|$. B. $S = \left|\int_a^b [f(x) - g(x)]dx\right|$.

C. $S = \int_a^b |f(x) - g(x)|dx$. D. $S = \int_a^b |f(x)|dx + \int_a^b |g(x)|dx$.

Câu 29: Biết phương trình $z^2 + az + b = 0, (a, b \in \mathbb{R})$ có một nghiệm phức là $z_0 = 1 + 2i$. Tìm a, b

A. $\left[\begin{array}{l} a = -2 \\ b = 5 \end{array}\right.$. B. $\left[\begin{array}{l} a = 5 \\ b = -2 \end{array}\right.$. C. $\begin{cases} a = 5 \\ b = -2 \end{cases}$. D. $\begin{cases} a = -2 \\ b = 5 \end{cases}$.

Câu 30: Trong không gian với hệ trục tọa độ *Oxyz*, cho điểm $A(4;1;-2)$. Tọa độ điểm đối xứng với *A* qua mặt phẳng (Oxz) là

A. $A'(4;-1;2)$. B. $A'(-4;-1;2)$. C. $A'(4;-1;-2)$. D. $A'(4;1;2)$.

Câu 31: Phương trình $2^{\sin^2 x}+3^{\cos^2 x}=4.3^{\sin^2 x}$ có bao nhiêu nghiệm thuộc $[-2017;2017]$

A. 1284. B. 4034. C. 1285. D. 4035.

Câu 32: Tích $(2017!)\left(1+\dfrac{1}{1}\right)^1\left(1+\dfrac{1}{2}\right)^2...\left(1+\dfrac{1}{2017}\right)^{2017}$ được viết dưới dạng a^b. Khi đó $(a;b)$ là cặp nào trong các cặp sau

A. $(2018;2017)$. B. $(2019;2018)$. C. $(2015;2014)$. D. $(2016;2015)$.

Câu 33: Tính đạo hàm của hàm số $y=3^{1+x}$

A. $y'=(1+x).3^x$. B. $y'=3.3^x.\ln 3$. C. $y'=\dfrac{3}{\ln 3}.3^x$. D. $y'=\dfrac{3^{1+x}.\ln 3}{1+x}$.

Câu 34: Cho hàm số $y=\dfrac{1}{3}x^3-ax^2-3ax+4$ với *a* là tham số. Biết a_0 là giá trị của tham số *a* để hàm số đã cho đạt cực trị tại hai điểm x_1,x_2 thỏa mãn $\dfrac{x_1^2+2ax_2+9a}{a^2}+\dfrac{a^2}{x_2^2+2ax_1+9a}=2$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $a_0\in(-10;-7)$. B. $a_0\in(7;10)$. C. $a_0\in(-7;-3)$. D. $a_0\in(1;7)$.

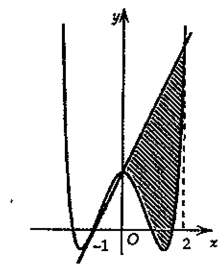
Câu 35: Cho hàm số $y=x^3-3mx^2+3(m^2-1)x-m^3+4m-1$. Đồ thị hàm số có hai điểm cực trị tạo với gốc tọa độ *O* một tam giác vuông tại *O* khi

A. $\left[\begin{array}{l}m=1\\m=-2\end{array}\right.$. B. $\left[\begin{array}{l}m=-1\\m=2\end{array}\right.$. C. $m=-1$. D. $m=2$.

Câu 36: Cho tổng $M=C_{2018}^0 3^{2018}+C_{2018}^1 3^{2017}2+C_{2018}^2 3^{2016}2^2+...+C_{2018}^{2018}2^{2018}$. Khi viết *M* dưới dạng một số trong hệ thập phân thì số này có bao nhiêu chữ số?

A. 1410. B. 1412. C. 1413. D. 1411.

Câu 37: Cho hàm số $y=ax^4+bx^2+c$ có đồ thị (C), biết rằng (C) đi qua điểm $A(-1;0)$. Tiếp tuyến *d* tại *A* của (C) cắt (C) tại hai điểm có hoành độ lần lượt là 0 và 2. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi *d*, đồ thị (C) và hai đường thẳng $x=0,x=2$ bằng $\dfrac{28}{5}$ (phần tô đậm trong hình vẽ).



Diện tích hình phẳng giới hạn bởi *d*, đồ thị (C) và hai đường thẳng $x=-1,x=0$ có diện tích bằng

A. $\dfrac{2}{5}$. B. $\dfrac{1}{9}$. C. $\dfrac{2}{9}$. D. $\dfrac{1}{5}$.

Câu 38: Chất điểm chuyển động theo một đường thẳng sau t giây đạt được vận tốc $v = t^2.e^{-t}\left(m/s\right)$. Tính quãng đường nó đi được trong t giây đầu tiên

A. $S(t) = 2 - e^{-3t}\left(t^2 + 2t\right)$. B. $S(t) = 2 - e^{-t}\left(t^2 + 2t + 2\right)$.

C. $S(t) = 2 - e^{-t}\left(t^2 + 3t + 2\right)$. D. $S(t) = 1 - e^{-t}\left(5t^2 + 2t + 2\right)$.

Câu 39: Cho hình phẳng D giới hạn bởi parabol $(P): y = 2x - x^2$ và trục hoành $Ox: y = 0$. Tính thể tích của khối tròn xoay thu được khi quay hình phẳng D quang trục Oy

A. $V_y = \frac{4\pi}{3}$. B. $V_y = \frac{\pi}{3}$. C. $V_y = \frac{8\pi}{3}$. D. $V_y = \frac{2\pi}{3}$.

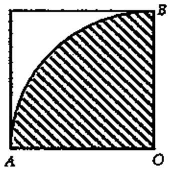
Câu 40: Cho hai số phức z_1, z_2 thỏa mãn $|z_1| = 3, |z_2| = 4, |z_1 - z_2| = \sqrt{37}$. Xét số phức $z = \frac{z_1}{z_2} = a + bi$. Tìm $|b|$

A. $|b| = \frac{3\sqrt{3}}{8}$. B. $|b| = \frac{\sqrt{39}}{8}$. C. $|b| = \frac{3}{8}$. D. $|b| = \frac{\sqrt{3}}{8}$.

Câu 41: Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có khoảng cách giữa hai đường thẳng AB và $B'C$ bằng khoảng cách giữa hai đường thẳng BC và AB' và bằng $\frac{2a\sqrt{5}}{5}$. Khoảng cách giữa hai đường thẳng AC và BD' là $\frac{a\sqrt{3}}{3}$. Tính thể tích V của khối hộp chữ nhật đã cho

A. $V = a^3$. B. $V = 8a^3$. C. $V = 2a^3$. D. $V = 3a^3$.

Câu 42: Từ miếng tôn hình vuông cạnh bằng 4 dm. Người ta cắt ra hình quạt tâm O bán kính $OA = 4\text{dm}$ (hình vẽ) để cuộn lại thành một chiếc phễu hình nón (khi đó OA trùng với OB). Chiều cao của chiếc phễu có số đo gần đúng (làm tròn đến 3 chữ số thập phân) là



A. 3,872 dm. B. 3,874 dm.

C. 3,871 dm. D. 3,873 dm.

Câu 43: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, biết rằng tập hợp các điểm $M(x;y;z)$ sao cho $|x| + |y| + |z| = 3$ là một hình đa diện. Tính thể tích V của khối đa diện đó

A. $V = 54$. B. $V = 72$.

C. $V = 36$. D. $V = 27$.

Câu 44: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu (S) và mặt phẳng (P) có phương trình lần lượt là $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y - 6z - 11 = 0$ và $(P): 2x + 2y - z + 17 = 0$. Viết phương trình mặt phẳng (Q) song song với mặt phẳng (P) và cắt mặt cầu (S) theo một giao tuyến là đường tròn có chu vi bằng 6π

A. $(Q): 2x + 2y - z = 0$. B. $(Q): 2x + 2y - z + 5 = 0$.

C. $(Q): 2x + 2y - z - 2 = 0$. D. $(Q): 2x + 2y - z - 7 = 0$.

Câu 45: Trong một hình tứ diện ta tô màu các đỉnh, trung điểm các cạnh, trọng tâm các mặt và trọng tâm tứ diện. Chọn ngẫu nhiên 4 điểm trong số các điểm đã tô màu. Tính xác suất để 4 điểm được chọn là 4 đỉnh của một hình tứ diện

A. $\frac{188}{273}$. B. $\frac{1009}{1365}$. C. $\frac{245}{273}$. D. $\frac{136}{195}$.

Câu 46: Cho hình chóp $S.ABCD$ có $\widehat{ABC}=\widehat{ADC}=90^\circ$. Cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$, góc tạo bởi SC và mặt phẳng đáy bằng $60^\circ, CD=a$ và ΔADC có diện tích bằng $\frac{a^2\sqrt{3}}{2}$. Diện tích mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$ là

A. $S=16\pi a^2$. B. $S=4\pi a^2$. C. $S=32\pi a^2$. D. $S=8\pi a^2$.

Câu 47: Sự tăng trưởng của một loài vi khuẩn tuân theo công thức $N=A.e^{rt}$, trong đó A là số lượng vi khuẩn ban đầu, r là tỉ lệ tăng trưởng $(r>0)$ và t là thời gian tăng trưởng. Biết số lượng vi khuẩn ban đầu có 250 con và sau 12 giờ là 1500 con. Hỏi sau bao lâu thì số lượng vi khuẩn tăng gấp 216 lần số lượng vi khuẩn ban đầu?

A. 48 giờ. B. 24 giờ. C. 60 giờ. D. 36 giờ.

Câu 48: Cho z_1,z_2,z_3,z_4 là bốn nghiệm của phương trình $\left(\frac{z-1}{2z-i}\right)^4=1$. Tính giá trị của biểu thức $P=\left(z_1^2+1\right)\left(z_2^2+1\right)\left(z_3^2+1\right)\left(z_4^2+1\right)$

A. $P=\frac{17}{9}$. B. $P=-\frac{17}{9}$. C. $P=425$. D. $P=-425$.

Câu 49: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, xét các điểm $A(a;0;0), B(0;b;0), C(0;0;c)$ với a,b,c khác 0 và $a+2b+2c=6$. Biết rằng khi a,b,c thay đổi thì quỹ tích tâm mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $OABC$ thuộc mặt phẳng (P) cố định. Tính khoảng cách từ điểm O đến mặt phẳng (P)

A. $d=1$. B. $d=\sqrt{3}$. C. $d=2$. D. $d=3$.

Câu 50: Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục và không âm trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $f(x).f'(x)=2x\sqrt{f^2(x)+1}$ và $f(0)=0$. Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=f(x)$ trên đoạn $[1;3]$. Biết rằng giá trị của biểu thức $P=2M-m$ có dạng $a\sqrt{11}-b\sqrt{3}+c, (a,b,c\in\mathbb{Z})$. Tính $a+b+c$

A. $a+b+c=4$. B. $a+b+c=7$. C. $a+b+c=6$. D. $a+b+c=5$.

ĐÁP ÁN

1.B	2.A	3.B	4.D	5.D	6.D	7.C	8.C	9.A	10.D
11.D	12.A	13.C	14.D	15.B	16.C	17.C	18.B	19.A	20.D
21.B	22.C	23.A	24.A	25.D	26.A	27.A	28.C	29.D	30.C
31.C	32.A	33.B	34.C	35.B	36.D	37.D	38.B	39.C	40.A
41.C	42.D	43.C	44.D	45.A	46.A	47.D	48.C	49.A	50.B

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

Câu 1: Đáp án B.

Với mọi biến cố A, xác suất $P(A)$ của nó luôn thỏa mãn điều kiện $0 \le P(A) \le 1$.

Vậy phương án B sai.

Câu 2: Đáp án A.

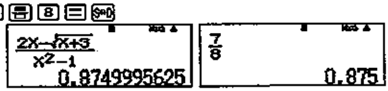
<u>Cách 1:</u> Tư duy tự luận

$$I = \lim_{x\to 1}\frac{2x-\sqrt{x+3}}{x^2-1} = \lim_{x\to 1}\frac{\left(2x-\sqrt{x+3}\right)\left(2x+\sqrt{x+3}\right)}{\left(x^2-1\right)\left(2x+\sqrt{x+3}\right)} = \lim_{x\to 1}\frac{4x^2-x-3}{\left(x^2-1\right)\left(2x+\sqrt{x+3}\right)}$$

$$= \lim_{x\to 1}\frac{(x-1)(4x+3)}{(x-1)(x+1)\left(2x+\sqrt{x+3}\right)} = \lim_{x\to 1}\frac{4x+3}{(x+1)\left(2x+\sqrt{x+3}\right)} = \frac{7}{2.4} = \frac{7}{8}.$$

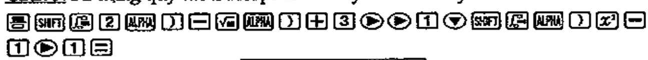
> Chú ý:
>
> 1. Tìm giới hạn hàm số bằng cách khử dạng vô định $\frac{0}{0}$ đã được đề cập chi tiết trong Công Phá Toán 2 (Tr. 240).
>
> 2. Quy tắc L'Hospital tìm giới hạn hàm số dạng vô định $\frac{0}{0}$ (đã được đề cập chi tiết trong cuốn "Công phá Casio")
>
> Nếu $f(x_0) = g(x_0) = 0$ và $g'(x_0) \ne 0$ thì: $\lim_{x\to x_0}\frac{f(x)}{g(x)} = \frac{f'(x_0)}{g'(x_0)}$

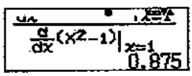
<u>Cách 2:</u> Sử dụng máy tính cầm tay



Vậy $I = \frac{7}{8}$.

<u>Cách 3:</u> Sử dụng quy tắc L'Hospital và máy tính cầm tay





Vậy $I = \frac{7}{8}$.

Câu 3: Đáp án B.

Tập xác định: $D = \mathbb{R}\setminus\{-1\}$.

Hàm số phân thức bậc nhất trên bậc nhất không thể đồng biến (hay nghịch biến) trên $\mathbb{R}$ và hàm số không có cực trị. Loại A, C, D.

STUDY TIPS

Xét hàm số bậc nhất trên bậc nhất có dạng $y = \frac{ax+b}{cx+d}$, trong đó $c \ne 0, ad-bc \ne 0$.

1. TXĐ: $D = \mathbb{R}\setminus\left\{-\frac{d}{c}\right\}$.

2. Đạo hàm: $y' = \frac{ad-bc}{(cx+d)^2}$.

* Nếu $y' > 0, \forall x \ne -\frac{d}{c}$: hàm số đồng biến trên mỗi khoảng xác định.

* Nếu $y' < 0, \forall x \ne -\frac{d}{c}$: hàm số nghịch biến trên mỗi khoảng xác định.

3. Hàm số không có cực trị.

Câu 4: Đáp án D.

Cách 1: Tư duy tự luận

Ta có $f'(x)=-\sin^2 x.e^{\cos x}+e^{\cos x}.\cos x=e^{\cos x}\left(\cos x-\sin^2 x\right)$

$\rightarrow f'\left(\frac{\pi}{2}\right)=e^{\cos\frac{\pi}{2}}.\left(\cos\frac{\pi}{2}-\sin^2\frac{\pi}{2}\right)=-1.$

Cách 2: Sử dụng máy tính cầm tay

[SHIFT] [MODE] [4] [SHIFT] [∫□] [SHIFT] [ln] [cos] [ALPHA] [)] [)] [▶] [×] [sin] [ALPHA] [)] [)] [▶] [SHIFT] [×10^x] [÷] [2] [=]

$\frac{d}{dx}(e^{\cos(X)}\times\sin$ ▸
-1

Vậy $f'\left(\frac{\pi}{2}\right)=-1$.

STUDY TIPS

Với hai hàm số u, v ta có:

1. $(uv)'=u'v+uv'$.
2. $(e^u)'=u'.e^u$.
3. $(\sin u)'=u'.\cos u$ $\rightarrow(\sin x)'=\cos x$.
4. $(\cos u)'=-u'.\sin u$ $\rightarrow(\cos x)'=-\sin x$.

Câu 5: Đáp án D.

Quan sát bảng biến thiên, ta thấy:

* $\begin{cases}\lim\limits_{x\to-1^-}y=+\infty;\lim\limits_{x\to-1^+}y=-\infty\\ \lim\limits_{x\to1^-}y=-\infty;\lim\limits_{x\to1^+}y=-\infty\end{cases}$ $\rightarrow$ Đồ thị hàm số có hai đường tiệm cận đứng là $x=-1$ và $x=1$. A đúng.

* $\lim\limits_{x\to-\infty}y=3;\lim\limits_{x\to+\infty}y=3\rightarrow$ Đồ thị hàm số có tiệm cận ngang là đường thẳng $y=3$. B đúng.

* Hàm số không có đạo hàm tại điểm $x=0$, tuy nhiên vẫn đạt giá trị cực đại $y=2$ tại $x=0$. C đúng.

* Hàm số không đạt cực trị tại điểm $x=1$. D sai.

STUDY TIPS

1. Cho hàm số $y=f(x)$ xác định trên một khoảng vô hạn. Đường thẳng $y=y_0$ là đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=f(x)$ nếu ít nhất một trong các điều kiện sau được thỏa mãn:
$\lim\limits_{x\to+\infty}y=y_0;\lim\limits_{x\to-\infty}y=y_0$
2. Đường thẳng $x=x_0$ là đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=f(x)$ nếu ít nhất một trong các điều kiện sau được thỏa mãn:
$\lim\limits_{x\to x_0^+}y=+\infty;\lim\limits_{x\to x_0^-}y=-\infty$
$\lim\limits_{x\to x_0^+}y=-\infty;\lim\limits_{x\to x_0^-}y=+\infty$
3. Hàm số $y=f(x)$ có thể không có đạo hàm tại điểm $x=x_0$, nhưng vẫn có thể đạt cực trị tại $x=x_0$.

Câu 6: Đáp án D.

Cách 1: Tư duy tự luận

* Do $\pi>1$ nên $\pi^a>\pi=\pi^1\Leftrightarrow a>1$. Vậy A đúng.

* Do $a>1$ nên $a^{\sqrt{5}}<a^3\Leftrightarrow\sqrt{5}<3$ (hiển nhiên). Vậy B đúng.

* Do $e>1$ nên $e^a>1=e^0\Leftrightarrow a>0$. Vậy C đúng.

* Do $a>1$ nên $a^{-\sqrt{3}}>a^2\Leftrightarrow-\sqrt{3}>2$ (vô lý). Vậy D sai.

Cách 2: Sử dụng máy tính cầm tay

[1] [•] [3] [SHIFT] [RCL] [(−)] [SHIFT] [×10^x] [x^■] [ALPHA] [(−)] [▶] [−] [SHIFT] [×10^x] [=] [ALPHA] [(−)] [x^■] [√■] [5] [▶] [▶] [−] [ALPHA] [(−)] [SHIFT] [x^■] [=] [SHIFT] [ln] [ALPHA] [(−)] [▶] [−] [1] [=] [ALPHA] [(−)] [x^■] [(−)] [√■] [3] [▶] [▶] [−] [ALPHA] [(−)] [x²] [=]

$\pi^A-\pi$	$A^{\sqrt{5}}-A^3$	e^A-1	$A^{-\sqrt{3}}-A^2$
1.287296741	-0.3990190692	2.669296668	-1.055189174

Như vậy nếu $a>1$ thì $a^{-\sqrt{3}}<a^2$. Đáp án D sai.

STUDY TIPS

1. $\begin{cases}a>1\\a^x>a^y\end{cases}\Leftrightarrow x>y$.
2. $\begin{cases}0<a<1\\a^x>a^y\end{cases}\Leftrightarrow x<y$.

Câu 7: Đáp án C.

Cách 1: Tư duy tự luận

$\log_3(2x-3)=2\Leftrightarrow\begin{cases}2x-3>0\\2x-3=9\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x>\frac{3}{2}\\x=6\end{cases}\Leftrightarrow x=6.$

Cách 2: Sử dụng máy tính cầm tay

STUDY TIPS

Nếu $x>0$ và $0<a\neq1$ thì: $\log_a x=b\Leftrightarrow x=a^b$

[log□] [3] [▶] [2] [ALPHA] [)] [−] [3] [▶] [−] [2] [CALC] [1] [1] [÷] [2] [=] [CALC] [9] [÷] [2] [=]
[CALC] [6] [=] [CALC] [5] [=]

log₃(2X−3)−2	log₃(2X−3)−2	log₃(2X−3)−2	log₃(2X−3)−2
−0.1072107393	−0.3690702464	0	−0.2287562508

Vậy phương trình có một nghiệm là $x=6$.

Câu 8: Đáp án C.

Cách 1: Tư duy tự luận

Đặt $\sqrt{2x-1}=t\to x=\dfrac{t^2+1}{2}\to dx=tdt$. Suy ra $\int\dfrac{dx}{\sqrt{2x-1}+4}=\int\dfrac{t}{t+4}dt$

$=\int\left(1-\dfrac{4}{t+4}\right)dt=t-4\ln|t+4|+C=\sqrt{2x-1}-4\ln\left|\sqrt{2x-1}+4\right|+C$

$=\sqrt{2x-1}-4\ln\left(\sqrt{2x-1}+4\right)+C$.

Cách 2: Sử dụng máy tính cầm tay

[SHIFT] [∫□] [√■] [2] [ALPHA] [)] [−] [1] [▶] [−] [2] [ln] [√■] [2] [ALPHA] [)] [−] [1] [▶] [+] [4] [)]
[▶] [ALPHA] [)] [▶] [−] [1] [□/□] [√■] [2] [ALPHA] [)] [−] [1] [▶] [+] [4] [CALC] [1] [.] [3] [=] [▶]
[▶] [▶] [▶] [▶] [▶] [▶] [▶] [▶] [▶] [DEL] [=] [▶] [▶] [▶] [▶] [▶] [▶] [▶] [▶] [▶] [4] [=] [▶]
[▶] [2] [▶] [▶] [▶] [▶] [▶] [▶] [▶] [▶] [DEL] [=]

d/dx(√(2X−1)−2ln(√2▸	d/dx(√(2X−1)−ln(√2▸	d/dx(√(2X−1)−4ln(√2▸	d/dx(2√(2X−1)−ln(√2▸
0.3003163417	0.4504745125	−8.601×10⁻¹²	1.241043928

Vậy $\int\dfrac{dx}{\sqrt{2x-1}+4}=\sqrt{2x-1}-4\ln\left(\sqrt{2x-1}+4\right)+C$.

Câu 9: Đáp án A.

Cách 1: Tư duy tự luận

Đặt $\begin{cases}u=\ln x\\ dv=x^2dx\end{cases}\to\begin{cases}du=\dfrac{dx}{x}\\ v=\dfrac{x^3}{3}\end{cases}$

Suy ra $\int\limits_1^e x^2\ln x dx=\left.\dfrac{x^3\ln x}{3}\right|_1^e-\dfrac{1}{3}\int\limits_1^e x^2=\dfrac{e^3}{3}-\left.\dfrac{x^3}{9}\right|_1^e=\dfrac{e^3}{3}-\left(\dfrac{e^3}{9}-\dfrac{1}{9}\right)=\dfrac{2e^3+1}{9}$.

Cách 2: Sử dụng máy tính cầm tay

$\int_1^e X^2\ln(X)dx-\frac{2e^3}{9}$▸
0

[∫□] [ALPHA] [)] [x²] [ln] [ALPHA] [)] [)] [)] [▼] [1] [▲] [ALPHA] [×10ˣ] [▶] [−] [□/□] [2] [ALPHA] [×10ˣ] [SHIFT] [x²]
[+] [1] [▼] [9] [=]

Vậy $\int\limits_1^e x^2\ln x dx=\dfrac{2e^3+1}{9}$.

Câu 10: Đáp án D.

Cách 1: Tư duy tự luận

Ta có $z=-25=25.(-1)=25i^2\to z_{1,2}=\pm5i$.

Cách 2: Sử dụng máy tính cầm tay

[MODE] [2] [√■] [SHIFT] [hyp] [(−)] [2] [5] [▶] [▶] [SHIFT] [(−)] [SHIFT] [2] [1] [(−)] [2] [5] [)] [□/□] [2] [=]

$\sqrt{\lvert-25\rvert}\angle\frac{\arg(-25)}{2}$
5i

Vậy các căn bậc hai của số phức z là $z_{1,2}=\pm5i$.

STUDY TIPS

Trong máy tính cầm tay, tại chế độ CMPLX: [MODE] [2]. Căn bậc hai của số phức z được tính bằng cách nhập vào màn hình:

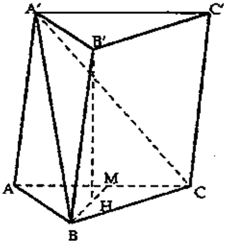
$\sqrt{|z|}\angle\dfrac{\arg(z)}{2}$.

(Trích "Công phá Casio")

Câu 11: Đáp án D.

Gọi H là trọng tâm của tam giác ABC, từ giả thiết suy ra $B'H \perp (ABC)$.

Khi đó $\left(\widehat{BB',(ABC)}\right) = \left(\widehat{BB',BH}\right) = \widehat{B'BH} = 60^\circ$.



Ta có $BB' = a \Rightarrow BH = BB'.\cos\widehat{B'BH} = a.\cos 60^\circ = \frac{a}{2}, B'H = \sqrt{B'B^2 - BH^2} = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Gọi M là trung điểm BC, suy ra $BH = \frac{2}{3}BM \Rightarrow BM = \frac{3}{2}BH = \frac{3}{2}.\frac{a}{2} = \frac{3a}{4}$.

Đặt $AC = x > 0 \Rightarrow BC = AC.\tan\widehat{BAC} = x.\tan 60^\circ = x\sqrt{3} \Rightarrow AB = \sqrt{AB^2 + AC^2} = 2x$.

Lại có $BM = \sqrt{BC^2 + CM^2} = \sqrt{BC^2 + \frac{AC^2}{4}} = \sqrt{3x^2 + \frac{x^2}{4}} = \frac{x\sqrt{13}}{2} = \frac{3a}{4} \Rightarrow x = \frac{3a}{2\sqrt{13}}$.

$\Rightarrow AC = \frac{3a}{2\sqrt{13}}, BC = \frac{3\sqrt{3}a}{2\sqrt{13}}, AB = \frac{6a}{2\sqrt{13}} \Rightarrow S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2}.AC.BC = \frac{9\sqrt{3}a^2}{104}$ (đvdt).

Vậy $V_{A'ABC} = \frac{1}{3}B'H.S_{\Delta ABC} = \frac{1}{3}.\frac{a\sqrt{3}}{2}.\frac{9\sqrt{3}a^2}{104} = \frac{9a^3}{208}$ (đvtt).

Câu 12: Đáp án A.

> STUDY TIPS
> Một hình nón (N) có bán kính đáy r, chiều cao h thì:
> 1. Đường sinh: $l = \sqrt{h^2 + r^2}$.
> 2. Diện tích xung quanh: $S_{xq} = \pi r l$.
> 3. Diện tích toàn phần: $S_{tp} = \pi r l + \pi r^2$.
> 4. Thể tích khối nón: $V = \frac{1}{3}\pi r^2 h$.

Từ giả thiết ta có $\begin{cases} S_{đáy} = \pi r^2 = 16\pi \\ S_{xq} = \pi r l = \pi r\sqrt{r^2 + h^2} = 20\pi \end{cases} \rightarrow \begin{cases} r = 4(\text{dm}) \\ h = 3(\text{dm}) \end{cases}$.

Vậy thể tích khối nón là $V = \frac{1}{3}\pi r^2 h = \frac{1}{3}\pi.4^2.3 = 16\pi(\text{dm}^3)$.

Câu 13: Đáp án C.

Phương trình tham số của đường thẳng $\Delta_2: \begin{cases} x = -4 + 3t' \\ y = -2 + 2t' \\ z = 4 - t' \end{cases}, (t' \in \mathbb{R})$.

Đường thẳng Δ_1, Δ_2 lần lượt có vectơ chỉ phương (VTCP) là $\overrightarrow{u_1} = (2;-1;4)$ và $\overrightarrow{u_2} = (3;2;-1)$. Suy ra $\overrightarrow{u_1}.\overrightarrow{u_2} = 2.3 + (-1).2 + 4.(-1) = 0$ và $\Delta_1 \perp \Delta_2$. Loại B, D.

Xét hệ phương trình $\begin{cases} -3 + 2t = -4 + 3t' \\ 1 - t = -2 + 2t' \\ -1 + 4t = 4 - t' \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2t - 3t' = -1 \\ t + 2t' = 3 \\ 4t + t' = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t = 1 \\ t' = 1 \end{cases} \Rightarrow \Delta_1, \Delta_2$ cắt nhau

Vậy Δ_1 cắt và vuông góc với Δ_2.

Câu 14: Đáp án D.

Mặt phẳng (P) có vectơ pháp tuyến (VTPT) là $\overrightarrow{n_{(P)}} = (3;2;-1)$.

> Ghi nhớ: Mặt phẳng $(P): ax + by + cz + d = 0$ có VTPT là $\vec{n} = (a;b;c)$, với $a^2 + b^2 + c^2 \neq 0$.

Câu 15: Đáp án B.

Mặt cầu (S) có tâm $I(2;0;-1)$, bán kính $R = 3$.

> Ghi nhớ: Mặt cầu $(S): (x-a)^2 + (y-b)^2 + (z-c)^2 = R^2$ có tâm $I(a;b;c)$, bán kính R

Câu 16: Đáp án C.

> STUDY TIPS
> Công thức khai triển nhị thức Newton:
> $(a+b)^n = \sum_{k=0}^{n} C_n^k a^{n-k} b^k$.

__Cách 1:__ Tư duy tự luận

Ta có $(3-2x)^{15} = \sum_{k=0}^{15} C_{15}^k 3^{15-k}(-2x)^k = \sum_{k=0}^{15} C_{15}^k 3^{15-k}(-2)^k x^k$ với $0 \le k \le 15, k \in \mathbb{N}$.

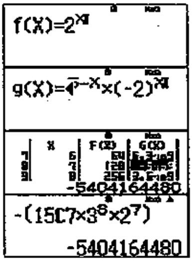
Số hạng chứa x^7 tương ứng với giá trị k thỏa mãn $k = 7$.

Vậy hệ số của số hạng chứa x^7 trong khai triển là $C_{15}^7 3^8 (-2)^7 = -C_{15}^7 3^8 2^7$.

<u>Cách 2:</u> Sử dụng máy tính cầm tay

$$(3-2x)^{15} = \sum_{k=0}^{15} C_{15}^k 3^{15-k} (-2)^k x^k \to \begin{cases} f(x;k) = x^k \\ g(k) = C_{15}^k 3^{15-k} (-2)^k \end{cases}$$

$$\xrightarrow[k=X]{x=2} \begin{cases} f(X) = 2^X \\ g(X) = C_{15}^X 3^{15-X} (-2)^X \end{cases} \text{ trong đó } \begin{cases} 0 \le X \le 15 \\ X \in \mathbb{N} \end{cases}$$



Sử dụng TABLE, nhập vào máy $f(X) = 2^X$ và $g(X) = 15CX \times 3^{15-X} \times (-2)^X$. Chọn Start = 0, End = 15, Step = 1.

[MODE] [7] [2] [x■] [ALPHA] [)] [=] [1] [5] [SHIFT] [÷] [ALPHA] [)] [×] [3] [x■] [1] [5] [−] [ALPHA] [)] [▶]
[×] [(] [(−)] [2] [)] [x■] [ALPHA] [)] [=] [0] [=] [1] [5] [=] [1] [=]

Quan sát bảng giá trị, ta thấy tại $F(X) = 128 = 2^7 = x^7$ (do $x = 2$) thì $x = 7 \to k = 7$ và $G(X) = -5404164480$ là hệ số của số hạng chứa x^7 trong khai triển.

<u>Cách 3:</u> Sử dụng công thức tính hệ số khai triển n–thức

Ta có hệ phương trình $\begin{cases} k_0 + k_1 = 15 \\ 0.k_0 + 1.k_1 = 7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} k_0 = 8 \\ k_1 = 7 \end{cases}$

Vậy hệ số của số hạng chứa x^7 trong khai triển là

$$\left[x^7\right] = \frac{15!}{7!8!}.3^8.(-2)^7 = \frac{15!}{(15-7)!.7!}.3^8.(-2)^7 = -C_{15}^7.3^8 2^7$$

STUDY TIPS

Công thức tính hệ số trong khai triển n–thức được đề cập chi tiết tại chủ đề 3 trong cuốn "Công phá Casio".

Câu 17: Đáp án C.

<u>Cách 1:</u> Tư duy tự luận

Xét khai triển $(1+x)^{10} = C_{10}^0 + C_{10}^1 x + C_{10}^2 x^2 + C_{10}^3 x^3 + ... + C_{10}^{10} x^{10}$ $(*)$

Với $x = 2$ thay vào $(*)$ ta được $3^{10} = (1+2)^{10} = C_{10}^0 + 2.C_{10}^1 + 2^2.C_{10}^2 + ... + 2^{10}.C_{10}^{10}$.

STUDY TIPS

$(1+x)^n = C_n^0 + C_n^1.x + C_n^2.x^2 + ... + C_n^n.x^n$.

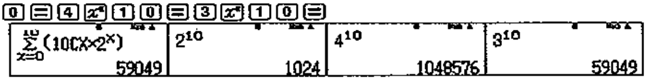
<u>Cách 2:</u> Sử dụng máy tính cầm tay

Ta có $S = C_{10}^0 + 2.C_{10}^1 + 2^2.C_{10}^2 + ... + 2^{10}.C_{10}^{10} = \sum_{x=0}^{10} C_{10}^x 2^x$

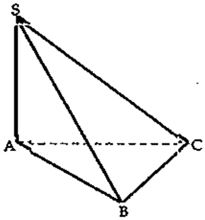
STUDY TIPS

Nếu $S = f(a) + f(a+1) + ... + f(b-1) + f(b)$ thì tổng S được viết dưới dạng: $S = \sum_{x=a}^{b} f(x)$.

[SHIFT] [log□□] [1] [0] [SHIFT] [÷] [ALPHA] [)] [×] [2] [x■] [ALPHA] [)] [▼] [0] [▲] [1] [0] [=] [2] [x■] [1]
[0] [=] [4] [x■] [1] [0] [=] [3] [x■] [1] [0] [=]



Câu 18: Đáp án B.

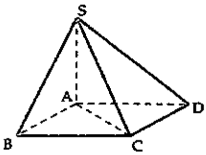


* Ta có $\begin{cases} SA \perp (ABC) \\ AB \subset (ABC) \Rightarrow SA \perp AB \text{ và } SA \perp BC. \text{ Vậy A, C đúng.} \\ BC \subset (ABC) \end{cases}$

* Do ΔABC vuông tại B nên $BC \perp AB$.

Ta có $\begin{cases} BC \perp SA, SA \subset (SAB) \\ BC \perp AB, AB \subset (SAB) \Rightarrow BC \perp (SAB), SB \subset (SAB) \Rightarrow BC \perp SB. \text{ Vậy B đúng.} \\ SA \cap AB = A \end{cases}$

Câu 19: Đáp án A.



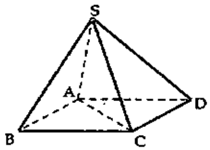
Ta có $SA \perp (ABCD)$ nên A là hình chiếu của S trên mặt phẳng $(ABCD)$. Suy ra AD là hình chiếu của SD trên mặt phẳng $(ABCD)$.

Khi đó $\left(\widehat{SD,(ABCD)}\right) = \left(\widehat{SD,AD}\right) = \widehat{SDA}$ $\left(\text{do } \widehat{SDA} < 90°\right)$.

Do ΔSAD vuông tại A nên $\tan\widehat{SDA} = \dfrac{SA}{AD} = \dfrac{a\sqrt{3}}{a} = \sqrt{3} \Rightarrow \widehat{SDA} = 60°$.

Vậy $\left(\widehat{SD,(ABCD)}\right) = 60°$.

Câu 20: Đáp án D.



Ta có $\begin{cases} CD // AB, CD \subset (SAB) \\ AB \subset (SAB) \end{cases} \Rightarrow CD // (SAB)$

$\Rightarrow d(CD;SA) = d(CD;(SAB)) = d(C;(SAB))$.

Từ giả thiết, ta có $V_{S.ABCD} = a^3 \Rightarrow V_{S.ABC} = \dfrac{1}{2}C_{S.ABCD} = \dfrac{a^3}{2}$ và $S_{\Delta SAB} = \dfrac{a^2\sqrt{3}}{4}$.

Lại có $V_{S.ABC} = V_{C.SAB} = \dfrac{1}{3}d(C;(SAB)).S_{\Delta SAB} \Rightarrow d(C;(SAB)) = \dfrac{3V_{S.ABC}}{S_{\Delta SAB}} = 2\sqrt{3}a$.

Vậy $d(SA;CD) = d(C;(SAB)) = 2\sqrt{3}a$.

Câu 21: Đáp án B.

STUDY TIPS

Nếu cấp số nhân có số hạng đầu u_1 và công bội q, thì số hạng tổng quát u_n được xác định theo công thức:

$u_n = u_1.q^{n-1}$ với $n \geq 2$.

Gọi u_1 là số hạng đầu và q là công bội của cấp số nhân (u_n).

Từ giả thiết ta có: $\begin{cases} u_4 - u_2 = 54 \\ u_5 - u_3 = 108 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1.q^3 - u_1.q = 54 \\ u_1.q^4 - u_1.q^2 = 108 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1.q(q^2-1) = 54 \\ u_1.q^2(q^2-1) = 108 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} u_1.q(q^2-1) = 54 \\ 54q = 108 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1.2.(2^2-1) = 54 \\ q = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 = 9 \\ q = 2 \end{cases}$

Câu 22: Đáp án C.

STUDY TIPS

1. Hàm số đa thức liên tục trên toàn bộ tập số thực $\mathbb{R}$. Hàm số phân thức hữu tỉ (thương của hai đa thức) và các hàm số lượng giác liên tục trên từng khoảng của tập xác định của chúng.

2. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên khoảng K và $x_0 \in K$. Hàm số $y = f(x)$ được gọi là liên tục tại điểm x_0 nếu $f(x_0) = \lim\limits_{x \to x_0} f(x_0)$, hay: $f(x_0) = \lim\limits_{x \to x_0^+} f(x) = \lim\limits_{x \to x_0^-} f(x)$.

Tập xác định: $D = \mathbb{R}$.

* Nếu $x \neq 0, x \neq 1$ thì hàm số $y = f(x)$ liên tục trên mỗi khoảng $(-\infty;0), (0;1)$ và $(1;+\infty)$.

* Nếu $x = 0$ thì $f(0) = 0$ và $\begin{cases} \lim\limits_{x \to 0^-} f(x) = \lim\limits_{x \to 0^-} \dfrac{x^2}{x} = \lim\limits_{x \to 0^-} x = 0 \\ \lim\limits_{x \to 0^+} f(x) = \lim\limits_{x \to 0^+} \dfrac{x^2}{x} = \lim\limits_{x \to 0^+} x = 0 \end{cases}$

Suy ra $f(0) = \lim\limits_{x \to 0^-} f(x) = \lim\limits_{x \to 0^+} f(x) = \lim\limits_{x \to 0} f(x) = 0$ và hàm số $y = f(x)$ liên tục tại điểm $x = 0$.

* Nếu $x = 1$ thì $f(1) = \sqrt{1} = 1$ và $\begin{cases} \lim\limits_{x \to 1^-} f(x) = \lim\limits_{x \to 1^-} \dfrac{x^2}{x} = \lim\limits_{x \to 1^-} x = 1 \\ \lim\limits_{x \to 1^+} f(x) = \lim\limits_{x \to 1^+} \sqrt{x} = 1 \end{cases}$

Suy ra $f(1) = \lim\limits_{x \to 1^-} f(x) = \lim\limits_{x \to 1^+} f(x) = \lim\limits_{x \to 1} f(x) = 1$ và hàm số $y = f(x)$ liên tục tại điểm $x = 1$.

Vậy hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$.

STUDY TIPS

Hàm số $y=f(x)$ xác định trên K:

1. $y=f(x)$ là hàm số chẵn nếu $\begin{cases}\forall x\in D\to(-x)\in D\\ f(-x)=f(x)\end{cases}$
2. $y=f(x)$ là hàm số lẻ nếu $\begin{cases}\forall x\in D\to(-x)\in D\\ f(-x)=-f(x)\end{cases}$
3. Nếu $\left[\begin{array}{l}\forall x\in D\to(-x)\notin D\\ f(-x)\neq\pm f(x)\end{array}\right.$ thì hàm số $f(x)$ không chẵn, không lẻ.
4. Nếu $\forall x\in D\to(-x)\in D$ thì D được gọi là tập đối xứng.

STUDY TIPS

Sử dụng MODE 7 (TABLE) để xác định tính chẵn lẻ của một hàm số $y=k(x)$, ta làm như sau:

1. Tìm tập xác định D của hàm số. Nếu D không phải là tập đối xứng thì hàm số không chẵn, không lẻ.
2. Nếu D là tập đối xứng, nhập hàm số $f(X)=k(x)$ và $g(X)=k(-x)$.
3. Chọn Start = 1, End = 20, Step = 1.
4. Quan sát bảng giá trị, nếu $F(X)=G(X)$ thì hàm số chẵn; nếu $F(X)=-G(X)$ thì hàm số lẻ; và $F(X)\neq\pm G(X)$ thì hàm số không chẵn, không lẻ.

STUDY TIPS

Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm trên K.

1. Nếu $f'(x)\geq 0,\forall x\in K$ và $f'(x)=0$ tại hữu hạn điểm thì hàm số đồng biến trên K.
2. Nếu $f'(x)\leq 0,\forall x\in K$ và $f'(x)=0$ tại hữu hạn điểm thì hàm số nghịch biến trên K.

Câu 23: Đáp án A.

<u>Cách 1:</u> Tư duy tự luận

Các hàm số đã cho đều có tập xác định là $D=\mathbb{R}$, khi đó $\forall x\in\mathbb{R}\to(-x)\in\mathbb{R}$.

* *Với A:* $y(-x)=\sin\left|-2016x\right|+\cos(-2017x)=\sin 2016x+\cos 2017x=y(x)$

Suy ra hàm số $y=\sin\left|2016x\right|+\cos 2017x$ chẵn trên $\mathbb{R}$. Chọn A.

* *Với B:* $y(-x)=2016\cos(-x)+2017\sin(-x)=2016\cos x-2017\sin x\neq\pm y(x)$

Suy ra hàm số $y=2016\cos x+2017\sin x$ không chẵn, không lẻ trên $\mathbb{R}$. Loại B.

* *Với C:* $y(-x)=\cot(-2015x)-2016\sin(-x)=-\cot 2015x+2016\sin x=-y(x)$

Suy ra hàm số $y=\cot 2015x-2016\sin x$ lẻ trên $\mathbb{R}$. Loại C.

* *Với D:* $y(-x)=\tan(-2016x)+\cot(-2017x)=-\tan 2016x-\cot 2017x=-y(x)$

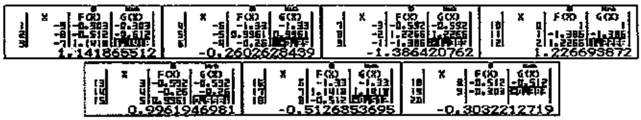
Suy ra hàm số $y=\tan 2016x+\cot 2017x$ lẻ trên $\mathbb{R}$. Loại D.

<u>Cách 2:</u> Sử dụng máy tính cầm tay

Các hàm số đều có tập xác định là $\mathbb{R}$ nên $\forall x\in\mathbb{R}\to(-x)\in\mathbb{R}$.

* *Với A:* Dùng TABLE, nhập hai hàm số $f(X)=\sin(\left|2016X\right|)+\cos(2017X)$ và $g(X)=\sin(\left|-2016X\right|)+\cos(-2017X)$

MODE 7 sin SHIFT hyp 2 0 1 6 ALPHA) ▶) + cos 2 0 1 7 ALPHA)) = sin SHIFT hyp (-) 2 0 1 6 ALPHA) ▶) + cos (-) 2 0 1 7 ALPHA)) = (-) 9 = 9 = 1 =



Câu 24: Đáp án A.

Đặt $f(x)=\sqrt{x^2-x-2}$ và $g(x)=x^2-1$.

Ta có $g(x)=0\Leftrightarrow x=\pm 1$ và $f(1)$ không xác định, $f(-1)=0$.

Suy ra đồ thị hàm số $y=\dfrac{\sqrt{x^2-x-2}}{x^2-1}$ không có tiệm cận đứng.

> Chú ý: Xét hàm số $y=\dfrac{f(x)}{g(x)}$. Nếu $g(x_0)=0$ và $f(x_0)\neq 0$ thì $x=x_0$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

Câu 25: Đáp án D.

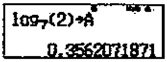
Tập xác định: $D=\mathbb{R}$. Đạo hàm $y'=x^2-2(m-1)x+2(m-1)$.

Do phương trình $y'=0$ có tối đa hai nghiệm.

Để hàm số đồng biến (tăng) trên $\mathbb{R}$ khi và chỉ khi $y'\geq 0,\forall x\in\mathbb{R}$.

$\Leftrightarrow\Delta'=(m-1)^2-2(m-1)\leq 0\Leftrightarrow(m-1)(m-3)\leq 0\Leftrightarrow 1\leq m\leq 3$.

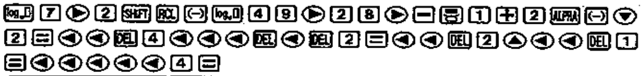
Câu 26: Đáp án A.

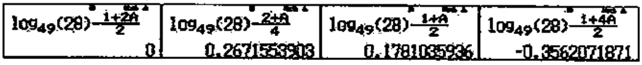


Cách 1: Tư duy tự luận

Ta có $\log_{49}28=\log_{7^2}\left(2^2.7\right)=\log_7 2+\dfrac{1}{2}=m+\dfrac{1}{2}=\dfrac{1+2m}{2}$.

Cách 2: Sử dụng máy tính cầm tay





STUDY TIPS

Cho hai số a,b thỏa mãn $0<a\neq 1;b>0$. Ta có:

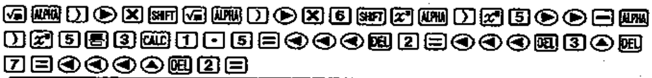
1. $\log_{a^\alpha} b=\dfrac{1}{\alpha}\log_a b$.
2. $\log_a b^\beta=\beta.\log_a b$.
3. $\log_{a^\alpha} b^\beta=\dfrac{\beta}{\alpha}\log_a b$.

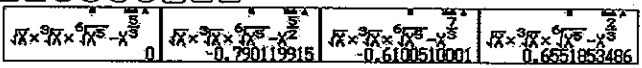
Câu 27: Đáp án A.

Cách 1: Tư duy tự luận

Ta có $\sqrt{x}.\sqrt[3]{x}.\sqrt[6]{x^5}=x^{\frac{1}{2}}.x^{\frac{1}{3}}.x^{\frac{5}{6}}=x^{\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{5}{6}}=x^{\frac{5}{3}}$.

Cách 2: Sử dụng máy tính cầm tay





STUDY TIPS

Cho $a>0,m\in\mathbb{Z},n\in\mathbb{N}^*$ thì:

$\sqrt[n]{a^m}=a^{\frac{m}{n}}$.

Câu 28: Đáp án C.

Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đồ thị hàm số $y=f(x),y=g(x)$ liên tục trên đoạn $[a;b]$ và hai đường thẳng $x=a,x=b(a<b)$ được tính theo công thức:

$$S=\int_a^b\left|f(x)-g(x)\right|dx.$$

Câu 29: Đáp án D.

Cách 1: Tư duy tự luận

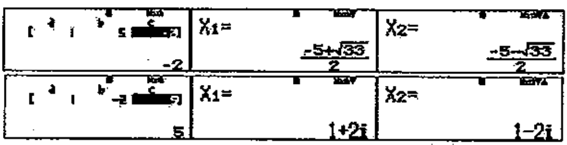
Do $z_0=1+2i$ là một nghiệm phức của phương trình $z^2+az+b=0$ nên ta có

$z_0^2+az_0+b=0\Leftrightarrow(1+2i)^2+a(1+2i)+b=0\Leftrightarrow(a+b-3)+(2a+4)i=0$

$\Leftrightarrow\begin{cases}a+b-3=0\\2a+4=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}b=5\\a=-2\end{cases}$.

Cách 2: Sử dụng máy tính cầm tay:

Loại ngay hai phương án A, B vì các giá trị a,b cần tìm phải cùng đồng thời thỏa mãn yêu cầu bài toán.



STUDY TIPS

Cho số phức $z=x+yi$ với $x,y\in\mathbb{R}$.

Ta có

$z=0\Leftrightarrow x+yi=0\Leftrightarrow\begin{cases}x=0\\y=0\end{cases}$

STUDY TIPS

Ngoài ra, bài toán này còn có thể được tư duy nhanh như sau:

* Loại ngay hai phương án A, B vì a,b cần tìm phải cùng đồng thời thỏa mãn bài toán.
* $a=5,b=-2$ thì phương trình có dạng $z^2+5z-2=0$ và có hai nghiệm thực z_1,z_2 phân biệt. Loại C.

Câu 30: Đáp án C.

Gọi điểm H là hình chiếu của $A(4;1;-2)$ trên mặt phẳng (Oxz), khi đó $H(4;0;-2)$.

Điểm A' đối xứng với $A(4;1;-2)$ qua mặt phẳng (Oxz) nên $H(4;0;-2)$ là trung điểm AA'. Khi đó $A'(2x_H-x_A;2y_H-y_A;2z_H-z_A)\rightarrow A'(4;-1;-2)$.

STUDY TIPS
Trong không gian Oxyz, cho điểm $M(x_0;y_0;z_0)$.
1. Điểm M_1 đối xứng với M qua mặt phẳng (Oxy) có tọa độ $M_1(x_0;y_0;-z_0)$.
2. Điểm M_2 đối xứng với M qua mặt phẳng (Oyz) có tọa độ $M_2(-x_0;y_0;z_0)$.
3. Điểm M_3 đối xứng với M qua mặt phẳng (Oxz) có tọa độ $M_3(x_0;-y_0;z_0)$.

Câu 31: Đáp án C.

Đặt $t=\sin^2 x\left(t\in[0;1]\right)$, PT trở thành $2^t+3^{1-t}=4.3^t\Leftrightarrow\left(\frac{2}{3}\right)^t+3^{1-2t}-4=0$ (1)

Xét hàm số $f(t)=\left(\frac{2}{3}\right)^t+3^{1-2t}-4$ trên $[0;1]$.

Đạo hàm $f'(t)=\left(\frac{2}{3}\right)^t.\ln\left(\frac{2}{3}\right)-2.3^{1-2t}.\ln3<0,\forall t\in[0;1]$. Suy ra hàm số $f(t)$ nghịch biến trên $[0;1]$. Như vậy phương trình $f(t)=0$ có không quá một nghiệm trên $[0;1]$.

STUDY TIPS
Nếu hàm số $y=f(x)$ đơn điệu (đồng biến hoặc nghịch biến) trên D thì phương trình $f(x)=0$ có không quá một nghiệm trên D.

Nhận thấy $f(0)=\left(\frac{2}{3}\right)^0+3^{1-2.0}-4=0$ nên phương trình (1) có duy nhất một nghiệm $t=0\in[0;1]$. Suy ra $\sin x=0\Leftrightarrow x=k\pi,(k\in\mathbb{Z})$.

Cho $x\in[-2017;2017]\rightarrow-2017\le k\pi\le2017\rightarrow-642,03...\le k\le642,03...$ Do $k\in\mathbb{Z}$ nên $k\in\{-642;-641;-640;...;640;641;642\}$. Vậy có tất cả $642-(-642)+1=1285$ giá trị k nguyên thỏa mãn.

Vậy phương trình đã cho có 1285 nghiệm trên $[-2017;2017]$.

Câu 32: Đáp án A.

$$(2017!)\left(1+\frac{1}{1}\right)^1\left(1+\frac{1}{2}\right)^2...\left(1+\frac{1}{2017}\right)^{2017}=(2017!)\left(\frac{2}{1}\right)^1\left(\frac{3}{2}\right)^2\left(\frac{4}{3}\right)^3...\left(\frac{2018}{2017}\right)^{2017}$$

$$=(2017!).\frac{2^1.3^2.4^3...2018^{2017}}{1^1.2^2.3^3...2017^{2017}}=(2017!).\frac{2018^{2017}}{1.2.3...2017}=2017!.\frac{2018^{2017}}{2017!}=2018^{2017}$$

Suy ra $a=2018;b=2017$.

Câu 33: Đáp án B.

<u>Cách 1:</u> Tư duy tự luận.

Ta có $y'=(1+x)'.3^{1+x}.\ln3=3^{1+x}.\ln3=3.3^x.\ln3$.

STUDY TIPS
Cho hàm số $y=a^{u(x)}$
$\rightarrow y'=u'(x).a^{u(x)}.\ln a$

<u>Cách 2:</u> Sử dụng máy tính cầm tay

[SHIFT] [$\frac{d}{dx}$] [3] [$x^\blacksquare$] [1] [+] [ALPHA] [)] [▶] [▶] [ALPHA] [)] [▶] [−] [(] [1] [+] [ALPHA] [)] [)] [×] [3]
[$x^\blacksquare$] [ALPHA] [)] [CALC] [1] [.] [5] [=] [◀] [◀] [◀] [◀] [◀] [◀] [DEL] [DEL] [DEL] [DEL] [3] [▶] [▶] [▶] [▶]
[▶] [×] [ln] [3] [)] [)] [=] [◀] [DEL] [DEL] [DEL] [DEL] [DEL] [)] [$\frac{\blacksquare}{\blacksquare}$] [ln] [3] [)] [=] [◀] [DEL] [DEL] [DEL]
[DEL] [1] [+] [ALPHA] [)] [▲] [◀] [×] [ln] [3] [)] [=]

$\frac{d}{dx}(3^{1+X})\|_{x=X}-(1$	$\frac{d}{dx}(3^{1+X})\|_{x=X}-(3$	$\frac{d}{dx}(3^{1+X})\|_{x=X}-\frac{(3}{1}$	$\frac{d}{dx}(3^{1+X})\|_{x=X}-\frac{(3}{}$
4.135289659	-1.943×10^{10}	2.936445428	10.27540243

Câu 34: Đáp án C.

Ta có $y' = x^2 - 2ax - 3a$. Để hàm số đạt cực trị tại hai điểm x_1, x_2 thì phương trình $y' = 0$ phải có hai nghiệm phân biệt $x_1, x_2 \Leftrightarrow \Delta' = a^2 + 3a = a(a+3) > 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} a > 0 \\ a < -3 \end{array}\right.$.

Có $\begin{cases} y'(x_1) = 0 \\ y'(x_2) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1^2 - 2ax_1 - 3a = 0 \\ x_2^2 - 2ax_2 - 3a = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1^2 = 2ax_1 + 3a \\ x_2^2 = 2ax_2 + 3a \end{cases}$

Theo định lý Vi-ét ta có $\begin{cases} x_1 + x_2 = 2a \\ x_1x_2 = -3a \end{cases}$

Từ $\dfrac{x_1^2 + 2ax_2 + 9a}{a^2} + \dfrac{a^2}{x_2^2 + 2ax_1 + 9a} = 2 \Leftrightarrow \dfrac{2a(x_1 + x_2) + 12a}{a^2} + \dfrac{a^2}{2a(x_1 + x_2) + 12a} = 2$

$\Leftrightarrow \dfrac{4a^2 + 12a}{a^2} + \dfrac{a^2}{4a^2 + 12a} = 2 \Leftrightarrow \dfrac{4a + 12}{a} + \dfrac{a}{4a + 12} = 2.$

Với $a \in (-\infty; -3) \cup (0; +\infty)$ thì $\dfrac{4a+12}{a} > 0$ và $\dfrac{a}{4a+12} > 0$. Áp dụng bất đẳng thức Cauchy cho hai số dương $\dfrac{4a+12}{a}$ và $\dfrac{a}{4a+12}$ ta có:

$$\frac{4a+12}{a} + \frac{a}{4a+12} \ge 2\sqrt{\frac{4a+12}{a} \cdot \frac{a}{4a+12}} = 2.$$

Dấu "=" xảy ra $\Leftrightarrow \dfrac{4a+12}{a} = \dfrac{a}{4a+12} \Leftrightarrow (4a+12)^2 = a^2 \Leftrightarrow 15a^2 + 96a + 144 = 0$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} a = -\dfrac{12}{5} (L) \\ a = -4 (tm) \end{array}\right.$. Vậy $a_0 = -4$ là giá trị cần tìm, suy ra $a_0 \in (-7; -3)$.

STUDY TIPS
Bất đẳng thức Cauchy áp dụng cho hai số dương a, b là: $a + b \ge 2\sqrt{ab}$.
Dấu "=" xảy ra khi và chỉ khi $a = b$.

Câu 35: Đáp án B.

Đạo hàm $y' = 3x^2 - 6mx + 3(m^2 - 1)$; $\Delta' = (-3m)^2 - 9(m^2 - 1) = 9$. Suy ra phương trình $y' = 0$ có hai nghiệm phân biệt $\left[\begin{array}{l} x_1 = \dfrac{3m+3}{3} = m + 1 \\ x_2 = \dfrac{3m-3}{3} = m - 1 \end{array}\right.$

Vậy đồ thị hàm số đã cho luôn có hai điểm cực trị với mọi m.

Phương trình đường thẳng đi qua hai điểm cực trị của đồ thị hàm số là $y = -2x + 3m - 1$.

Suy ra tọa độ hai điểm cực trị của đồ thị hàm số đã cho là $A(m+1; m-3)$ và $B(m-1; m+1)$.

Yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow \Delta OAB$ vuông tại $O \Leftrightarrow \overline{OA}.\overline{OB} = 0$

$\Leftrightarrow (m+1)(m-1) + (m-3)(m+1) = 0 \Leftrightarrow (m+1)(2m-4) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m = -1 \\ m = 2 \end{array}\right.$.

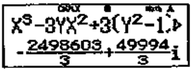
Sử dụng MTCT để xác định phương trình đường thẳng đi qua hai điểm cực trị của đồ thị hàm số:

Ta có $y' = 3x^2 - 6mx + 3(m^2 - 1)$; $y'' = 6x - 6m$. Đưa máy tính về chế độ CMPLX và nhập vào máy biểu thức $y - \dfrac{y'.y''}{18a}$ (coi $x = X$; $m = Y$).

STUDY TIPS
Cho hàm số bậc ba dạng $y = ax^3 + bx^2 + cx + d, (a \ne 0)$. Để xác định phương trình đường thẳng đi qua hai điểm cực trị của đồ thị hàm số, ta thực hiện một trong các cách sau:
1. Thực hiện phép chia y cho y', ta được thương là $q(x)$ và đa thức dư là $r(x)$. Tức là $y = y'.q(x) + r(x)$. Khi đó phương trình đường thẳng đi qua hai điểm cực trị là $y = r(x)$.
2. Áp dụng công thức: $r(x) = y - \dfrac{y'.y''}{18a}$.
3. Áp dụng công thức: $r(x) = \left(\dfrac{2c}{3} - \dfrac{2b^2}{9a}\right)x + d - \dfrac{bc}{9a}$.

[MODE] [2] [ALPHA] [)] [SHIFT] [x^2] [−] [3] [ALPHA] [S⇔D] [ALPHA] [)] [x^2] [+] [3] [(] [ALPHA] [S⇔D] [x^2] [−] [1] [)]
[ALPHA] [)] [−] [ALPHA] [S⇔D] [SHIFT] [x^2] [+] [4] [ALPHA] [S⇔D] [−] [1] [−] [÷] [(] [3] [ALPHA] [)] [x^2] [−] [6]
[ALPHA] [S⇔D] [ALPHA] [)] [+] [3] [(] [ALPHA] [S⇔D] [x^2] [−] [1] [)] [)] [×] [(] [6] [ALPHA] [)] [−] [6] [ALPHA]
[S⇔D] [)] [▼] [1] [8]

Ấn [CALC], máy hỏi X? Nhập [ENG] [=]. Máy hỏi Y? Nhập [1] [0] [0] [=]



Máy hiện kết quả bằng $299-2i$.

Phân tích kết quả: $299-2i=3.100-1-2i=3m-1-2x$. Suy ra phương trình đường thẳng đi qua hai điểm cực trị là $y=-2x+3m-1$.

STUDY TIPS
Giả sử một số tự nhiên A có n chữ số, khi đó ta có công thức $n=[\log A]+1$.
Trong đó $[\log A]$ là kí hiệu phần nguyên của $\log A$. Trong MTCT, để lấy phần nguyên của một số, ta dùng lệnh Int: [ALPHA] [+].

Câu 36: Đáp án D.

Xét khai triển $(x+y)^{2018}=C_{2018}^{0}x^{2018}+C_{2018}^{1}x^{2017}y+C_{2018}^{2}x^{2016}y^2+...+C_{2018}^{2018}y^{2018}$

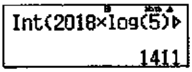
Chọn $x=3,y=2$ ta có:

$$5^{2018}=C_{2018}^{0}3^{2018}+C_{2018}^{1}3^{2017}2+C_{2018}^{2}3^{2016}2^2+...+C_{2018}^{2018}2^{2018}=M$$

Vậy số chữ số của $M=5^{2018}$ là $[\log M]+1=[\log 5^{2018}]+1=[2018.\log 5]+1$.

Nhập vào màn hình $\text{Int}(2018\times\log(5))+1$:

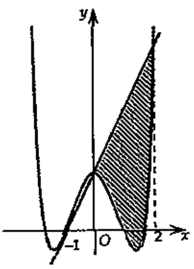
[ALPHA] [+] [2] [0] [1] [8] [×] [log] [5] [)] [)] [+] [1] [=]



Máy hiện kết quả bằng 1411.

Câu 37: Đáp án D.

Ta có $y'=4ax^3+2bx\to y'(-1)=-4a-2b$. Phương trình tiếp tuyến của (C) tại điểm $A(-1;0)$ là đường thẳng $d:y=y'(-1).(x+1)\Leftrightarrow y=(-4a-2b)x-4a-2b$.



Phương trình hoành độ giao điểm của đường thẳng d và đồ thị (C) là:

$ax^4+bx^2+c=-(4a+2b)x-4a-2b\Leftrightarrow ax^4+bx^2+(4a+2b)x+4a+2b+c=0$ $(*)$

Quan sát đồ thị, ta thấy đường thẳng d cắt đồ thị (C) tại hai điểm có hoành độ $x=0,x=2$ nên phương trình $(*)$ có hai nghiệm $x=0,x=2$.

Suy ra $\begin{cases}4a+2b+c=0\\16a+4b+2(4a+2b)+4a+2b+c=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}4a+2b+c=0\\28a+10b+c=0\end{cases}$ (1)

Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đường thẳng d, đồ thị (C) và hai đường thẳng $x=0,x=2$ là $S=\int_0^2\left|(-4a-2b)x-4a-2b-(ax^4+bx^2+c)\right|dx=\dfrac{28}{5}$

$\Leftrightarrow\int_0^2\left[(-4a-2b)x-4a-2b-ax^4-bx^2-c\right]dx=\dfrac{28}{5}$

$\Leftrightarrow\left[-\dfrac{a}{5}x^5-\dfrac{b}{3}x^3-(2a+b)x^2-(4a+2b+c)x\right]\Bigg|_0^2=\dfrac{28}{5}$

$\Leftrightarrow-\dfrac{32}{5}a-\dfrac{8b}{3}-4(2a+b)-2(4a+2b+c)=-\dfrac{28}{5}\Leftrightarrow\dfrac{112}{5}a+\dfrac{32}{3}b+2c=\dfrac{28}{5}$ (2)

STUDY TIPS
Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị các hàm số $y=f(x),y=g(x)$ liên tục trên đoạn $[a;b]$ và hai đường thẳng $x=a,x=b$ $(a<b)$ là:
$$S=\int_a^b|f(x)-g(x)|dx.$$

Giải hệ phương trình gồm (1) và (2) ta tìm được: $a=-1,b=3,c=-2$.

Suy ra $(C):y=-x^4+3x^2-2$ và $d:y=-2x-2$. Diện tích hình phẳng cần tính là:

$S=\int_{-1}^{0}\left|(-x^4+3x^2-2)-(-2x-2)\right|dx=\int_{-1}^{0}\left|-x^4+3x^2+2x\right|dx=\int_{-1}^{0}(x^4-3x^2-2x)dx$

$=\left(\dfrac{x^5}{5}-x^3-x^2\right)\Bigg|_{-1}^{0}=\dfrac{1}{5}$ (đvdt).

Câu 38: Đáp án B.

Gọi $S(t)$ là quãng đường mà chất điểm đi được sau t giây đầu tiên. Khi đó $S(t)$ là nguyên hàm của vận tốc $v(t)=t^2.e^{-t}$. Hay $S(t)=\int v(t)dt=\int t^2.e^{-t}dt$.

STUDY TIPS

Quãng đường $S(t)$ là nguyên hàm của vận tốc $v(t)$ tại thời điểm t. Tức là: $S(t)=\int v(t)dt$.

Đặt $\begin{cases}u=t^2\\ dv=e^{-t}dt\end{cases}\rightarrow\begin{cases}du=2tdt\\ v=-e^{-t}\end{cases}\rightarrow S(t)=-t^2.e^{-t}+2\int t.e^{-t}dt$

Đặt $\begin{cases}u_1=t\\ dv_1=e^{-t}dt\end{cases}\rightarrow\begin{cases}du_1=dt\\ v_1=-e^{-t}\end{cases}\rightarrow\int t.e^{-t}dt=-t.e^{-t}+\int e^{-t}dt=-t.e^{-t}-e^{-t}+C_1$

Vậy $S(t)=-t^2.e^{-t}+2\left(-t.e^{-t}-e^{-t}+C_1\right)=-e^{-t}\left(t^2+2t+2\right)+C.$

Câu 39: Đáp án C.

Ta có $y=2x-x^2\Leftrightarrow(x-1)^2=1-y\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=1+\sqrt{1-y}\\ x=1-\sqrt{1-y}\end{array}\right.$ với $y\le 1.$

Thể tích khối tròn xoay cần tính là: $V_y=\pi\int_0^1\left[\left(1+\sqrt{1-y}\right)^2-\left(1-\sqrt{1-y}\right)^2\right]dy$

$=4\pi\int_0^1\sqrt{1-y}dy=4\pi.\frac{2}{3}=\frac{8\pi}{3}$ (đvtt).

STUDY TIPS

Cho hình phẳng D giới hạn bởi đường cong bậc hai $f(x;y)=0$. Để tính thể tích V_y của khối tròn xoay thu được khi quay hình phẳng D quanh trục Oy, ta làm như sau:

1. Tách đường cong bậc hai $f(x;y)=0$ thành hai đường cong $\begin{cases}(C_1):x=f_1(y)\\ (C_2):x=f_2(y)\end{cases}$ và giả sử $0\le f_2(y)\le f_1(y)$.

2. Dựa vào giả thiết xác định hai cận $x=a, x=b$. Khi đó: $V_y=\pi\int_a^b\left[f_1^2(y)-f_2^2(y)\right]dy$.

$4\pi\int_0^1\sqrt{1-X}dx-\frac{4\pi}{3}$ 4.188790205	$4\pi\int_0^1\sqrt{1-X}dx-\frac{\pi}{3}$ 7.330382858	$4\pi\int_0^1\sqrt{1-X}dx-\frac{8\pi}{3}$ 2.835×10^{-11}	$4\pi\int_0^1\sqrt{1-X}dx-\frac{2\pi}{3}$ 6.283185307

Câu 40: Đáp án A.

Từ $z=\frac{z_1}{z_2}=a+bi\rightarrow|z|=\left|\frac{z_1}{z_2}\right|=\frac{|z_1|}{|z_2|}=\sqrt{a^2+b^2}\rightarrow\sqrt{a^2+b^2}=\frac{3}{4}$

Từ $\frac{|z_1-z_2|}{|z_2|}=\left|\frac{z_1-z_2}{z_2}\right|=\left|\frac{z_1}{z_2}-1\right|=|z-1|=\frac{\sqrt{37}}{4}\rightarrow\sqrt{(a-1)^2+b^2}=\frac{\sqrt{37}}{4}$

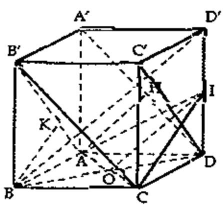
Ta có hệ phương trình sau $\begin{cases}a^2+b^2=\frac{9}{16}\\ (a-1)^2+b^2=\frac{37}{16}\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a^2+b^2=\frac{9}{16}\\ (a-1)^2-a^2=\frac{7}{4}\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a^2+b^2=\frac{9}{16}\\ -2a=\frac{3}{4}\end{cases}$

$\Leftrightarrow\begin{cases}a=-\frac{3}{8}\\ b^2=\frac{9}{16}-\left(-\frac{3}{8}\right)^2=\frac{27}{64}\end{cases}$. Vậy $b=\pm\frac{3\sqrt{3}}{8}\rightarrow|b|=\frac{3\sqrt{3}}{8}.$

STUDY TIPS

Với hai số phức z_1, z_2 ta có: $\left|\frac{z_1}{z_2}\right|=\frac{|z_1|}{|z_2|}$.

Câu 41: Đáp án C.



Giả sử các kích thước của hình hộp chữ nhật là $AB=x, AD=y, AA'=z$. Trong đó $x,y,z>0$. Để giải bài toán, ta phân tích từng dữ kiện có trong đề bài.

1. Khoảng cách giữa hai đường thẳng AB và $B'C$ bằng $\frac{2a\sqrt{5}}{5}$.

Ta có $\begin{cases}AB//CD\\ CD\subset(A'B'CD)\Rightarrow AB//(A'B'CD)\Rightarrow d(AB;B'C)=d(AB;(A'B'CD))\\ AB\not\subset(A'B'CD)\end{cases}$

$= d\left(A;\left(A'B'CD\right)\right) = AH = \dfrac{2a\sqrt{5}}{5}$. với H là hình chiếu của A trên $A'D$.

Từ $\dfrac{1}{AH^2} = \dfrac{1}{AA'^2} + \dfrac{1}{AD^2} \Rightarrow \dfrac{1}{y^2} + \dfrac{1}{z^2} = \dfrac{5}{4a^2}$ (1)

STUDY TIPS

1. Cho hai đường thẳng Δ và Δ' chéo nhau. Nếu mặt phẳng (P) thỏa mãn

$$\begin{cases}(P) \supset \Delta' \\ \Delta \not\subset (P) \\ \Delta // (P)\end{cases}$$

Thì $d(\Delta;\Delta') = d(\Delta;(P))$.

Trên Δ chọn một điểm M tùy ý, khi đó: $d(\Delta;\Delta') = d(\Delta;(P)) = d(M;(P))$.

2. Nếu tứ diện OABC có OA, OB, OC đôi một vuông góc với nhau thì khoảng cách h từ điểm O đến mặt phẳng (ABC) được xác định theo công thức:

$$\frac{1}{h^2} = \frac{1}{OA^2} + \frac{1}{OB^2} + \frac{1}{OC^2}.$$

2. Khoảng cách giữa hai đường thẳng BC và AB' bằng $\dfrac{2a\sqrt{5}}{5}$.

Tương tự, ta chứng minh được $BC // \left(AB'C'D\right) \Rightarrow d\left(BC;AB'\right) = d\left(BC;\left(AB'C'D\right)\right)$

$= BK = \dfrac{2a\sqrt{5}}{5}$ với K là hình chiếu của B trên AB'.

Từ $\dfrac{1}{BK^2} = \dfrac{1}{BA^2} + \dfrac{1}{BB'^2} \Rightarrow \dfrac{1}{x^2} + \dfrac{1}{z^2} = \dfrac{5}{4a^2}$ (2)

3. Khoảng cách giữa hai đường thẳng AC và BD' là $\dfrac{a\sqrt{3}}{3}$.

Gọi $\{O\} = AC \cap BD \Rightarrow O$ là trung điểm của BD. Gọi I là trung điểm của DD' thì OI là đường trung bình của $\Delta BDD' \Rightarrow OI // BD' \Rightarrow BD' // (ACI)$

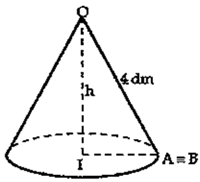
$\Rightarrow d\left(BD';AC\right) = d\left(BD';(ACI)\right) = d\left(D';(ACI)\right) = d\left(D;(ACI)\right)$. Ta thấy DI, DA, DC đôi một vuông góc với nhau nên:

$$\frac{1}{d^2\left(D;(ACI)\right)} = \frac{1}{DA^2} + \frac{1}{DC^2} + \frac{1}{DI^2} = \frac{1}{DA^2} + \frac{1}{DC^2} + \frac{4}{DD'} \Rightarrow \frac{1}{x^2} + \frac{1}{y^2} + \frac{4}{z^2} = \frac{3}{a^2} \quad (3)$$

Giải hệ phương trình gồm (1),(2) và (3) ta tìm được: $x = y = a, z = 2a$.

Vậy thể tích của khối hộp chữ nhật đã cho là $V = xyz = a.a.2a = 2a^3$ (đvtt).

Câu 42: Đáp án D.



Cung AB có bán kính $OA = 4(\text{dm})$ và số đo bằng $\dfrac{\pi}{2}(\text{rad})$ nên có độ dài là

$\ell_{AB} = \dfrac{\pi}{2}.4 = 2\pi(\text{dm})$.

Từ giả thiết ta có đỉnh của hình nón là O, đường sinh $OA = 4(\text{dm})$ và chu vi đáy hình nón là $C = \ell_{AB} = 2\pi(\text{dm})$.

STUDY TIPS

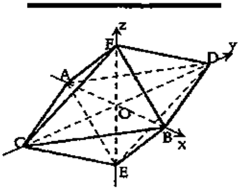
Cho một cung tròn $\overset{\frown}{AB}$ có bán kính bằng R, số đo là α rad. Khi đó độ dài của cung $\overset{\frown}{AB}$ được tính theo công thức: $\ell_{AB} = \alpha.R$.

Gọi I là tâm đáy, khi đó bán kính đáy của hình nón là $r = IA = \dfrac{C}{2\pi} = \dfrac{2\pi}{2\pi} = 1(\text{dm})$.

Do ΔOIA vuông tại I nên ta có $OA^2 = OI^2 + IA^2 \Rightarrow h = OI = \sqrt{OA^2 - IA^2}$

$\Rightarrow h = \sqrt{4^2 - 1^2} = \sqrt{15} \approx 3{,}873(\text{dm})$.

Câu 43: Đáp án C.



Ta có $|x| + |y| + |z| = 3 \Leftrightarrow \dfrac{|x|}{3} + \dfrac{|y|}{3} + \dfrac{|z|}{3} = 1$. Suy ra tập hợp các điểm $M(x;y;z)$ là 8 mặt chắn có phương trình: $\dfrac{x}{3} + \dfrac{y}{3} + \dfrac{z}{3} = 1; \dfrac{x}{-3} + \dfrac{y}{-3} + \dfrac{z}{-3} = 1; \dfrac{x}{-3} + \dfrac{y}{-3} + \dfrac{z}{3} = 1;$

$\dfrac{x}{-3} + \dfrac{y}{3} + \dfrac{z}{-3} = 1; \dfrac{x}{3} + \dfrac{y}{-3} + \dfrac{z}{-3} = 1; \dfrac{x}{-3} + \dfrac{y}{3} + \dfrac{z}{3} = 1; \dfrac{x}{3} + \dfrac{y}{-3} + \dfrac{z}{3} = 1; \dfrac{x}{3} + \dfrac{y}{3} + \dfrac{z}{-3} = 1.$

Các mặt chắn này cắt các trục Ox, Oy, Oz tại các điểm $A(-3;0;0), B(3;0;0),$ $C(0;-3;0), D(0;3;0), E(0;0;-3), F(0;0;3)$.

Từ đó, tập hợp các điểm $M(x;y;z)$ thỏa mãn $|x|+|y|+|z|=3$ là các mặt bên của bát diện đều EACBDF (hình vẽ) cạnh bằng $3\sqrt{2}$.

Thể tích khối bát diện đều là $V=\dfrac{\left(3\sqrt{2}\right)^3.\sqrt{2}}{3}=36$ (đvtt).

Câu 44: Đáp án D.

Mặt cầu (S) có tâm $I(1;-2;3)$ và bán kính $R=5$. Mặt phẳng $(Q)//(P)$ nên (Q) có phương trình là $2x+2y-z+m=0,(m\neq 17)$.

Mặt phẳng (Q) cắt mặt cầu (S) theo giao tuyến là đường tròn có bán kính r, chu vi bằng 6π nên $2\pi r=6\pi \Leftrightarrow r=3$.

Khoảng cách từ I đến mặt phẳng (Q) là $d(I;(Q))=\sqrt{R^2-r^2}=\sqrt{5^2-3^2}=4$.

Khi đó $\dfrac{|2.1+2.(-2)-3+m|}{\sqrt{2^2+2^2+(-1)^2}}=4\Leftrightarrow|m-5|=12\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m-5=12\\m-5=-12\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m=17(L)\\m=-7(tm)\end{array}\right.$

Vậy phương trình mặt phẳng (Q) là $2x+2y-z-7=0$.

Câu 45: Đáp án A.

Có tất cả 15 điểm được tô màu gồm 4 đỉnh của tứ diện, 6 trung điểm của 6 cạnh, 4 trọng tâm của 4 mặt bên và 1 trọng tâm của tứ diện.

Không gian mẫu là "Chọn ngẫu nhiên 4 trong số 15 điểm đã tô màu". Số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega)=C_{15}^4$.

Gọi A là biến cố "4 điểm được chọn đồng phẳng". Suy ra $\overline{A}$ là biến cố "4 điểm được chọn là 4 đỉnh của một hình tứ diện". Để xác định số kết quả thuận lợi cho biến cố A ta xét các trường hợp sau:

a. 4 điểm cùng thuộc "một mặt bên của tứ diện"

Một mặt bên có 7 điểm được tô màu nên số cách chọn 4 điểm (đồng phẳng) trên một mặt bên là C_7^4 (cách).

Có tất cả 4 mặt bên nên số cách chọn thỏa mãn trường hợp a. là $4.C_7^4$ (cách).

b. 4 điểm cùng thuộc mặt phẳng "chứa 1 cạnh của tứ diện và trung điểm của cạnh đối diện".

Mặt phẳng đó có 7 điểm được tô màu nên số cách chọn 4 điểm (đồng phẳng) trên mỗi mặt là C_7^4 (cách).

Hình tứ diện có 6 cạnh nên có tất cả 6 mặt như thế. Số cách chọn 4 điểm thỏa mãn trường hợp b. là $6C_7^4$ (cách).

c. 4 điểm cùng thuộc mặt phẳng "chứa 1 đỉnh và đường trung bình của tam giác đối diện đỉnh đó".

Mặt phẳng đó có 5 điểm được tô màu nên số cách chọn 4 điểm (đồng phẳng) trên mỗi mặt là C_5^4 (cách).

Do mỗi mặt bên là một tam giác có 3 đường trung bình, nên mỗi đỉnh có tương ứng 3 mặt phẳng như thế (chứa đỉnh và đường trung bình). Mà tứ diện có 4 đỉnh nên có tất cả $3.4=12$ mặt phẳng ở trường hợp c.

Vậy số cách chọn thỏa mãn trường hợp c. là $12C_5^4$ (cách).

STUDY TIPS

Khối bát diện đều cạnh bằng a có thể tích được tính theo công thức:

$$V=\frac{a^3\sqrt{2}}{3}.$$

STUDY TIPS

Cho mặt cầu (S) tâm I, bán kính R. Mặt phẳng (P) cách I một khoảng bằng h và (P) cắt (S) theo giao tuyến là một đường tròn có bán kính r. Ta có hệ thức sau:

$$R^2=h^2+r^2.$$

d. 4 điểm cùng thuộc mặt phẳng "chứa 2 đường nối 2 trung điểm của các cạnh đối diện".

Có 3 đường nối 2 trung điểm của các cạnh đối diện. Số mặt phẳng được tạo thành từ 2 trong 3 đường đó là C_3^2 (mặt phẳng).

Mỗi mặt phẳng như thế có 5 điểm được tô màu nên số cách chọn 4 điểm (đồng phẳng) là C_5^4 (cách).

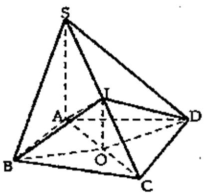
Vậy số cách chọn thỏa mãn trường hợp d. là $C_3^2.C_5^4$ (cách).

Số kết quả thuận lợi cho biến cố A là $n(A)=4C_7^4+6C_7^4+12C_5^4+C_3^2.C_5^4=425$.

Vậy xác suất cần tính là $P(\overline{A})=1-P(A)=1-\dfrac{n(A)}{n(\Omega)}=1-\dfrac{425}{C_{15}^4}=\dfrac{188}{273}$.

Câu 46: Đáp án A.

1. Xác định tâm và bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$



Ta có $CB\perp AB, CB\perp SA, AB\cap SA=A\Rightarrow CB\perp(SAB)\Rightarrow CB\perp SB\Rightarrow \Delta SBC$ vuông tại B.

Lại có $CD\perp AD, CD\perp SA, AD\cap SA=A\Rightarrow CD\perp(SAD)\Rightarrow CD\perp SD\Rightarrow \Delta SDC$ vuông tại D.

Mặt khác $SA\perp(ABCD)\Rightarrow SA\perp AC\Rightarrow \Delta SAC$ vuông tại A.

Gọi I là trung điểm của SC. Các tam giác: $\Delta SAC, \Delta SBC, \Delta SDC$ lần lượt vuông tại các đỉnh A, B và D nên $IS=IA=IB=IC=ID=\dfrac{1}{2}SC$. Vậy mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$ có tâm I, bán kính $R=\dfrac{1}{2}SC$.

2. Tính diện tích mặt cầu

Ta có $\left(\widehat{SC,(ABCD)}\right)=\left(\widehat{SC,AC}\right)=\widehat{SCA}=60^\circ$.

Do ΔADC vuông tại A nên $S_{\Delta ADC}=\dfrac{1}{2}AD.CD\Leftrightarrow AD=\dfrac{2S_{\Delta ADC}}{CD}=\dfrac{a^2\sqrt{3}}{a}=a\sqrt{3}$

$\Rightarrow AC=\sqrt{AD^2+CD^2}=\sqrt{\left(a\sqrt{3}\right)^2+a^2}=2a$.

Mà $AC=SC.\cos\widehat{SCA}\Rightarrow SC=\dfrac{2a}{\cos 60^\circ}=4a$.

Vậy bán kính của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$ là $R=\dfrac{SC}{2}=\dfrac{4a}{2}=2a$ và diện tích mặt cầu là $S=4\pi R^2=4\pi.(2a)^2=16\pi a^2$ (đvdt).

STUDY TIPS

Diện tích mặt cầu có bán kính R được tính theo công thức: $S=4\pi R^2$.

Câu 47: Đáp án D.

Từ giả thiết, ta có số lượng vi khuẩn ban đầu là $A=250$ con và sau $t=12$ giờ thì số lượng vi khuẩn là $N=1500$ con.

Áp dụng công thức $N=A.e^{rt}$ ta có: $1500=250.e^{12r}\Leftrightarrow e^{12r}=6\Leftrightarrow r=\dfrac{\ln 6}{12}$.

Sau khoảng thời gian là t_0 giờ, số lượng vi khuẩn tăng gấp 216 lần số lượng vi khuẩn ban đầu nên $216A=A.e^{rt_0}\Leftrightarrow e^{\frac{\ln 6}{12}.t_0}=216\Leftrightarrow \dfrac{\ln 6}{12}.t_0=\ln 216\Leftrightarrow t_0=36$ giờ.

STUDY TIPS

Cho $f(x)=a_nx^n+a_{n-1}x^{n-1}+...+a_1x+a_0$.

Nếu phương trình $f(x)=0$ có n nghiệm $x_1,x_2,...,x_n$ thì $f(x)=a(x-x_1)(x-x_2)...(x-x_n)$.

Câu 48: Đáp án C.

Ta có $\left(\frac{z-1}{2z-i}\right)^4=1\Leftrightarrow (z-1)^4-(2z-i)^4=0$. Đặt $f(z)=(z-1)^4-(2z-1)^4$. Phương trình $f(z)=0$ có 4 nghiệm nên $f(z)=15(z-z_1)(z-z_2)(z-z_3)(z-z_4)$.

Do $i^2=-1$ nên $z^2+1=z^2-i^2=(z-i)(z+i)$. Từ đó ta có:

$$P=\left[(z_1-i)(z_2-i)(z_3-i)(z_4-i)\right].\left[(z_1+i)(z_2+i)(z_3+i)(z_4+i)\right]$$

$$=\left[(i-z_1)(i-z_2)(i-z_3)(i-z_4)\right].\left[(-i-z_1)(-i-z_2)(-i-z_3)(-i-z_4)\right]$$

$$\Rightarrow P=\frac{f(i)}{15}.\frac{f(-i)}{15}=\frac{(i-1)^4-(2i-1)^4}{15}.\frac{(-i-1)^4-(-2i-1)^4}{15}=\frac{13}{5}.$$

Câu 49: Đáp án A.

1. Tìm tọa độ tâm I ngoại tiếp tứ diện $OABC$

Gọi M là trung điểm của AB thì $M\left(\frac{a}{2};\frac{b}{2};0\right)$. Đường thẳng d là trục của ΔABC nên d đi qua M và nhận vectơ chỉ phương $\vec{k}=(0;0;1)$.

Phương trình tham số của đường thẳng $d:\begin{cases}x=\frac{a}{2}\\ y=\frac{b}{2}\\ z=t\end{cases}(t\in\mathbb{R})$.

Gọi N là trung điểm của OC thì $N\left(0;0;\frac{c}{2}\right)$.

Mặt phẳng (P) là mặt phẳng trung trực của OC nên (P) đi qua M và nhận vectơ pháp tuyến là $\vec{k}=(0;0;1)$.

Phương trình tổng quát của mặt phẳng $(P):z=\frac{c}{2}$.

Khi đó tâm I của mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $OABC$ là giao điểm của đường thẳng d và mặt phẳng (P), tức $I\left(\frac{a}{2};\frac{b}{2};\frac{c}{2}\right)$.

2. Tìm mặt phẳng (P) là quỹ tích của tâm I và tính $d(O;(P))$

Ta có $x_I=\frac{a}{2};y_I=\frac{b}{2};z_I=\frac{c}{2}\Rightarrow\begin{cases}a=2x_I\\ b=2y_I\\ c=2z_I\end{cases}$

Mà $a+2b+2c=6$ nên $2x_I+2.2y_I+2.2z_I=6\Leftrightarrow x_I+2y_I+2z_I-3=0$.

Vậy điểm I luôn nằm trên một mặt phẳng cố định có phương trình là $(P):x+2y+2z-3=0$.

Vậy $d(O;(P))=\frac{|0+2.0+2.0-3|}{\sqrt{1^2+2^2+2^2}}=1$.

STUDY TIPS

Một số điều cần ghi nhớ:

1. Để xác định tâm của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.A_1A_2...A_n$, ta xác định giao điểm của trục của đa giác đáy và mặt phẳng trung trực của một cạnh bên bất kì.

Trong đó:

– Trục của đa giác đáy là đường thẳng đi qua tâm đường tròn ngoại tiếp đa giác đáy, và vuông góc với mặt phẳng chứa đa giác đáy.

– Mặt phẳng trung trực của một cạnh bên là mặt phẳng vuông góc và chứa trung điểm của cạnh bên đó.

2. Trong mặt phẳng tọa độ Oxyz, nếu ba điểm A, B, C có tọa độ lần lượt là $(a;0;0)$, $(0;b;0)$, $(0;0;c)$ thì tâm của mặt cầu ngoại tiếp tứ diện OABC là $I\left(\frac{a}{2};\frac{b}{2};\frac{c}{2}\right)$.

STUDY TIPS

Cho điểm $M(x_0;y_0;z_0)$ và mặt phẳng $(P):Ax+By+Cz+D=0$, $(A^2+B^2+C^2\neq0)$.

Khoảng cách từ điểm M đến mặt phẳng (P) là:

$$d(M;(P))=\frac{|Ax_0+By_0+Cz_0+D|}{\sqrt{A^2+B^2+C^2}}.$$

Câu 50: Đáp án B.

Từ $f(x).f'(x)=2x\sqrt{f^2(x)+1}\Rightarrow\dfrac{f(x).f'(x)}{\sqrt{f^2(x)+1}}=2x\Rightarrow\int\dfrac{f(x).f'(x)}{\sqrt{f^2(x)+1}}dx=\int 2xdx$ (1)

Đặt $\sqrt{f^2(x)+1}=t\Rightarrow f^2(x)=t^2-1\Rightarrow 2f(x).f'(x)dx=2tdt\Rightarrow f(x).f'(x)dx=tdt$

Suy ra $\int\dfrac{f(x).f'(x)}{\sqrt{f^2(x)+1}}dx=\int\dfrac{tdt}{t}=\int dt=t+C_1=\sqrt{f^2(x)+1}+C_1$ và $\int 2xdx=x^2+C_2$

Từ (1) ta suy ra $\sqrt{f^2(x)+1}+C_1=x^2+C_2$. Do $f(0)=0$ nên $C_2-C_1=1$.

Như vậy $\sqrt{f^2(x)+1}=x^2+(C_2-C_1)=x^2+1\Rightarrow f^2(x)=(x^2+1)^2-1=x^4+2x^2$

$\Rightarrow f(x)=\sqrt{x^4+2x^2}=|x|\sqrt{x^2+2}=x\sqrt{x^2+2}$ $(\text{do } x\in[1;3])$.

Ta có $f'(x)=\sqrt{x^2+2}+\dfrac{x^2}{\sqrt{x^2+2}}=\dfrac{2(x^2+1)}{\sqrt{x^2+2}}>0,\forall x\in\mathbb{R}\Rightarrow$ Hàm số $f(x)=x\sqrt{x^2+2}$ đồng biến trên $\mathbb{R}$ nên $f(x)$ cũng đồng biến trên $[1;3]$.

Khi đó $M=\max\limits_{[1;3]}f(x)=f(3)=3\sqrt{11}$ và $m=\min\limits_{[1;3]}f(x)=f(1)=\sqrt{3}$.

Vậy $P=2M-m=6\sqrt{11}-\sqrt{3}\Rightarrow a=6;b=1;c=0\Rightarrow a+b+c=7$.

ĐỀ THỬ SỨC SỐ 5

Câu 1: Trong các biểu thức sau, biểu thức nào có nghĩa?

A. $(-2)^{-\sqrt{2}}$. B. $(-3)^{-6}$. C. $(-5)^{\frac{3}{4}}$. D. 0^{-3}.

Câu 2: Mệnh đề nào dưới đây sai?

A. Hàm số $y=\cos x$ tuần hoàn với chu kì π.

B. Hàm số $y=\sin 2x$ tuần hoàn với chu kì π.

C. Hàm số $y=\tan x$ tuần hoàn với chu kì π.

D. Hàm số $y=\cot x$ tuần hoàn với chu kì π.

Câu 3: Nếu ba đường thẳng không cùng nằm trong một mặt phẳng và đôi một cắt nhau thì ba đường thẳng đó

A. Đồng quy. B. Tạo thành tam giác.

C. Trùng nhau. D. Cùng song song với một mặt phẳng.

Câu 4: Biết rằng nghịch đảo của số phức z $(z \neq \pm 1)$ bằng số phức liên hợp của nó. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $z \in \mathbb{R}$. B. z là một số thuần ảo. C. $|z|=-1$. D. $|z|=1$.

Câu 5: Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. Hai đường thẳng phân biệt cùng vuông góc với một mặt phẳng thì song song.

B. Hai mặt phẳng phân biệt cùng vuông góc với một mặt phẳng thì song song.

C. Hai đường thẳng phân biệt cùng vuông góc với một đường thẳng thì song song.

D. Hai đường thẳng không cắt nhau và không song song thì chéo nhau.

Câu 6: Ba số hạng đầu tiên của một cấp số nhân lần lượt là $\sqrt{3}$, $\sqrt[3]{3}$, $\sqrt[6]{3}$. Tìm số hạng thứ tư của cấp số nhân đó.

A. 1. B. $\sqrt[7]{3}$. C. $\sqrt[8]{3}$. D. $\sqrt[9]{3}$.

Câu 7: Biết phương trình $7z^2+3z+2=0$ có hai nghiệm z_1,z_2 trên tập số phức. Tính giá trị biểu thức $A=z_1^3z_2+z_1z_2^3$.

A. $\frac{81}{19208}$. B. $-\frac{38}{343}$. C. $-\frac{74}{343}$. D. $-\frac{138}{343}$.

Câu 8: Trong không gian $Oxyz$ cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Biết $A=(1;0;1), B=(2;1;2), D=(1;-1;1)$ và $C'=(4;5;-5)$. Tìm tọa độ đỉnh D'.

A. $D'(5;6;-4)$. B. $D'(-1;-6;8)$. C. $D'(-3;-8;6)$. D. $D'(3;4;-6)$.

Câu 9: Cho hàm số $y=\cos x+\cos\left(x-\frac{\pi}{3}\right)$. Gọi M và m lần lượt là giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số. Tìm M^2+m^2.

A. 6. B. 8. C. 0. D. 2.

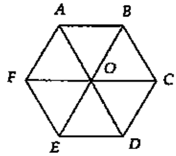
Câu 10: Tìm số nghiệm của phương trình $\log_5(1-x^2)+\log_{\frac{1}{7}}(1+x^2)=0$.

A. 0. B. 1. C. 2. D. 3.

Câu 11: Trên hai đường thẳng song song l_1 và l_2 lấy 6 điểm phân biệt, 4 điểm thuộc l_1 và 2 điểm thuộc l_2. Tính số tam giác được tạo thành từ 6 điểm đã cho.

A. 4. B. 12. C. 16. D. 28.

Câu 12: Cho lục giác đều $ABCDEF$ tâm O như hình bên. Tam giác EOD là ảnh của tam giác AOF qua phép quay tâm O góc quay α. Tìm α.



A. 30°. B. 60°.

C. 90°. D. 120°.

Câu 13: Tìm tổng số đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{5-3x}{\sqrt{4-3x-x^2}}$.

A. 1. B. 2. C. 3. D. 4.

Câu 14: Hàm số nào dưới đây có tính chất: Tiếp tuyến của đồ thị hàm số tại điểm có hoành độ là nghiệm của phương trình $y''(x)=0$ là một đường thẳng song song với trục hoành.

A. $y=x^3-3x^2+x-2018$. B. $y=x^3-3x^2-x-2018$.

C. $y=x^3-3x^2+3x-2018$. D. $y=x^3-3x^2+2x-2018$.

Câu 15: Cho hình tứ diện $ABCD$ có AD vuông góc với mặt phẳng (ABC), tam giác ABC có $AB=3a, AC=4a, BC=5a$. Tính góc giữa hai mặt phẳng (ABC) và (DBC), biết khối tứ diện $ABCD$ có thể tích bằng $\dfrac{24\sqrt{3}a^3}{15}$.

A. 30°. B. 45°. C: 60°. D. 90°.

Câu 16: Cho a là một số thực dương và b là một số nguyên, $2\le b\le 200$. Hỏi có bao nhiêu cặp số (a,b) thỏa mãn điều kiện $(\log_b a)^{2018}=\log_b a^{2018}$?

A. 198. B. 199. C. 398. D. 399.

Câu 17: Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi đường cong $y=x^2$, tiếp tuyến với đường cong đó tại điểm có hoành độ bằng 2 và trục Oy.

A. $\dfrac{-40}{3}$. B. $\dfrac{8}{3}$. C. $\dfrac{20}{3}$. D. $\dfrac{68}{3}$.

Câu 18: Cho tứ diện đều $S.ABC$. Gọi I là trung điểm của đoạn AB, M là điểm di động trên đoạn AI. Qua M vẽ mặt phẳng (α) song song với (SCI). Tính chu vi của thiết diện tạo bởi (α) và tứ diện $S.ABC$ tính theo $AM=a$.

A. $a(1+\sqrt{3})$. B. $2a(1+\sqrt{3})$. C. $3a(1+\sqrt{3})$. D. Không tính được.

Câu 19: Một hộp chứa hai viên bi đỏ, 2 viên bi xanh và 2 viên bi vàng. Bạn Hà lấy ngẫu nhiên từ hộp ra 2 viên bi. Sau đó bạn Lâm lấy ngẫu nhiên từ hộp ra 2 viên bi nữa. 2 viên bi còn lại trong hộp được bạn Anh lấy ra nốt. Tính xác suất để 2 viên bi bạn Anh lấy ra có cùng màu.

A. $\dfrac{1}{2}$. B. $\dfrac{1}{3}$. C. $\dfrac{1}{6}$. D. $\dfrac{1}{5}$.

Câu 20: Cho hàm số $f(x)=\dfrac{a^x}{a^x+\sqrt{a}}$ $(a>0, a\ne 1)$. Tính giá trị biểu thức:

$$P=f\left(\frac{1}{2018}\right)+f\left(\frac{2}{2018}\right)+...+f\left(\frac{2017}{2018}\right).$$

A. 1008. B. 1009. C. $\dfrac{2017}{2}$. D. $\dfrac{2019}{2}$.

Câu 21: Trong không gian $Oxyz$ cho đường thẳng Δ có phương trình $\frac{x-2}{1}=\frac{y+3}{2}=\frac{z-1}{3}$. Tìm phương trình tham số của đường thẳng d là hình chiếu vuông góc của Δ trên mặt phẳng (Oyz).

A. $\begin{cases}x=0\\y=3+2t\\z=-1+3t\end{cases}$.   B. $\begin{cases}x=0\\y=-3+2t\\z=1+3t\end{cases}$.   C. $\begin{cases}x=-2+t\\y=0\\z=0\end{cases}$.   D. $\begin{cases}x=2+t\\y=0\\z=0\end{cases}$.

Câu 22: Gọi $h(t)$ (cm) là mức nước ở một bồn chứa sau khi bơm nước vào bồn được t giây. Biết rằng $h'(t)=\frac{1}{5}\sqrt[3]{t+8}$ và lúc đầu bồn không có nước. Tìm mức nước ở bồn sau khi bơm nước được 56 giây.

A. 38,4 cm.   B. 51,2 cm.   C. 36 cm.   D. 40,8 cm.

Câu 23: Cho các hàm số $f(x)=x^3-\frac{1}{2}x^2-\frac{3}{2}$ và $g(x)=x^2-3x+1$. Tính giới hạn $\lim\limits_{x\to 0}\frac{f''(\sin 5x)+1}{g'(\sin 3x)+3}$.

A. 5.   B. 3.   C. $\frac{9}{5}$.   D. $\frac{5}{3}$.

Câu 24: Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AA'=a, AB=b, AD=c$. Tính bán kính đường tròn là giao tuyến của mặt phẳng $(ABCD)$ với mặt cầu đi qua 8 đỉnh của hình hộp.

A. $\frac{1}{2}\sqrt{a^2+b^2+c^2}$.   B. $\frac{1}{2}\sqrt{a^2+b^2}$.   C. $\frac{1}{2}\sqrt{b^2+c^2}$.   D. $\frac{1}{2}\sqrt{c^2+a^2}$.

Câu 25: Một máy tính cầm tay bị hỏng không hiển thị được chữ số 1. Chẳng hạn nếu ta bấm số 3131 thì chỉ có số 33 được hiển thị trên màn hình (hai chữ số 3 viết liền nhau, không có khoảng trắng ở giữa). Bạn Hà đã bấm một số có 6 chữ số nhưng chỉ có số 2007 xuất hiện trên màn hình. Tìm số các số mà bạn Hà có thể đã nhập vào máy tính.

A. 10.   B. 15.   C. 20.   D. 25.

Câu 26: Trong không gian $Oxyz$, viết phương trình mặt phẳng (P) chứa hai đường thẳng

$$d:\frac{x-5}{2}=\frac{y-1}{-1}=\frac{z-5}{1} \text{ và } d':\frac{x-3}{-2}=\frac{y+3}{1}=\frac{z-1}{-1}.$$

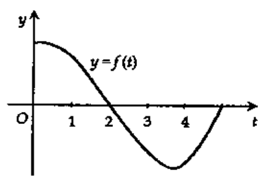
A. $(P): x-2y-4z+17=0$.   B. $(P): 2x+2y-3z+3=0$.

C. $4x-y-z-14=0$.   D. $(P): 4x+3y-5z+2=0$.

Câu 27: Tính khoảng cách từ điểm $A(1;2;1)$ đến đường thẳng $d:\frac{x+2}{1}=\frac{y-1}{2}=\frac{z+1}{-2}$.

A. $\frac{5\sqrt{5}}{3}$.   B. $\frac{5\sqrt{70}}{14}$.   C. $\frac{10\sqrt{5}}{3}$.   D. $\frac{5\sqrt{70}}{7}$.

Câu 28: Xét hàm số $F(x)=\int_2^x f(t)dt$ trong đó hàm số $y=f(t)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Giá trị nào dưới đây là lớn nhất?



A. $F(0)$.   B. $F(1)$.

C. $F(2)$.   D. $F(3)$.

Câu 29: Biết các số phức z_1, z_2, z_3 được biểu diễn bởi ba đỉnh của một hình bình hành nào đó trong mặt phẳng phức. Trong các số phức sau, tìm số phức được biểu diễn bởi đỉnh còn lại.

A. $z_1+z_2+z_3$.   B. $z_1+z_2-z_3$.   C. $z_1-z_2-z_3$.   D. $-z_1-z_2-z_3$.

Câu 30: Trong không gian $Oxyz$ cho ba điểm $A(-1;2;2)$, $B(3;-1;-2)$ và $C(-4;0;3)$. Tìm tọa độ điểm I trên mặt phẳng (Oxz) sao cho biểu thức $\left|\overrightarrow{IA}-2\overrightarrow{IB}+5\overrightarrow{IC}\right|$ đạt giá trị nhỏ nhất.

A. $I\left(-\frac{37}{4};0;\frac{19}{4}\right)$. B. $I\left(-\frac{27}{4};0;\frac{21}{4}\right)$. C. $I\left(\frac{37}{4};0;-\frac{23}{4}\right)$. D. $I\left(\frac{25}{4};0;-\frac{19}{4}\right)$.

Câu 31: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên dưới đây.

x	$-\infty$	-1		0		2		3	$+\infty$
$f'(x)$		‖	+	0	-	0	+	‖	
$f(x)$	$-\infty$	-2	↗	2	↘	-2	↗	2	$+\infty$

Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $f(x)=f(m)$ có ba nghiệm thực phân biệt.

A. $m\in(-2;2)$. B. $m\in(-1;3)$.

C. $m\in(-1;0)\cup(0;2)\cup(2;3)$. D. $m\in(0;2)$.

Câu 32: Cho hình phẳng D giới hạn bởi đồ thị các hàm số $y=\sqrt{1-x^2}$ và $y=2(1-x)$. Biết thể tích khối tròn xoay được tạo thành khi quay D quanh trục Ox bằng $\frac{a\pi}{b}$, trong đó a và b là các số tự nhiên nguyên tố cùng nhau. Tìm $a-b$.

A. 71. B. −71. C. 2. D. −2.

Câu 33: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng a. Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng BD' và $B'C$.

A. $\frac{a}{2}$. B. $\frac{a\sqrt{2}}{2}$. C. $\frac{a\sqrt{3}}{3}$. D. $\frac{a\sqrt{6}}{6}$.

Câu 34: Cho hàm số $y=\frac{2x+1}{x-1}$ có đồ thị là (H) và đường thẳng d có hệ số góc m và đi qua điểm $A(-2;2)$. Giả sử d cắt (H) tại hai điểm phân biệt M,N. Qua M kẻ các đường thẳng lần lượt song song với các trục tọa độ, qua N kẻ các đường thẳng lần lượt song song với các trục tọa độ. Tìm số các giá trị thực của tham số m sao cho bốn đường thẳng đó tạo thành một hình vuông.

A. 0. B. 1. C. 2. D. 3.

Câu 35: Cho $f(x)$ là một hàm liên tục trên $\mathbb{R}$. Biết $\int_0^{f(x)} t^2dt = x\cos(\pi x)$, tính $f(4)$.

A. 0. B. $\sqrt[3]{-12}$. C. $\sqrt[3]{12}$. D. $\sqrt[3]{\frac{4}{3}}$.

Câu 36: Cho khối chóp cụt $ABC.A'B'C'$ với hai đáy ABC và $A'B'C'$ có diện tích lần lượt bằng 4 và 9. Mặt phẳng (ABC') chia khối chóp cụt thành hai phần. Gọi (H_1) là phần chứa đỉnh C và (H_2) là phần còn lại. Tính tỉ số thể tích của (H_1) và (H_2).

A. $\frac{2}{5}$. B. $\frac{3}{5}$. C. $\frac{9}{10}$. D. $\frac{4}{15}$.

Câu 37: Có bao nhiêu điểm trên trục tung sao cho từ đó kẻ được ba tiếp tuyến khác nhau đến đồ thị hàm số $y=x^4-x^2+1$?

A. 0. B. 1. C. 2. D. 3.

Câu 38: Một cấp số nhân lùi vô hạn có tổng bằng S. Biết số hạng thứ hai của cấp số nhân đó bằng 1. Tìm giá trị nhỏ nhất có thể của S.

A. $\frac{1+\sqrt{5}}{2}$. B. 3. C. 4. D. $\sqrt{5}$.

Câu 39: Cho hàm số $y=\left|x^3+3x^2-72x+90\right|$. Tìm tổng giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số trên đoạn $[-5;5]$.

A. 328. B. 470. C. 314. D. 400.

Câu 40: Một hình hộp chữ nhật có kích thước a (cm) $\times$ b (cm) $\times$ c (cm), trong đó a, b, c là các số nguyên và $1\le a\le b\le c$. Gọi V (cm^3) và S (cm^2) lần lượt là thể tích và diện tích toàn phần của hình hộp. Biết $V=S$, tìm số các bộ ba số (a,b,c)?

A. 4. B. 10. C. 12. D. 21.

Câu 41: Cho phương trình $9^x+2(x-m)3^x+2x-2m-1=0$. Gọi T là tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho phương trình có nghiệm dương. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. T là một khoảng. B. T là một nửa khoảng. C. T là một đoạn. D. $T=\mathbb{R}$.

Câu 42: Biết $\int_1^2 \frac{2dx}{x^3+3x^2+2x}=\ln\frac{a}{b}$, trong đó a và b là các số tự nhiên nguyên tố cùng nhau. Tìm $a+b$.

A. 59. B. 58. C. 57. D. 56.

Câu 43: Một hình trụ có bán kính bằng r và chiều cao $h=r\sqrt{3}$. Cho hai điểm A và B lần lượt nằm trên hai đường tròn đáy sao cho góc giữa hai đường thẳng AB và trục của hình trụ bằng $30°$. Tính khoảng cách giữa đường thẳng AB và trục của hình trụ.

A. r. B. $\frac{r}{2}$. C. $\frac{r\sqrt{3}}{2}$. D. $r\sqrt{3}$.

Câu 44: Cho $f(x)$ là một hàm liên tục trên $\mathbb{R}$ và a là một số thực lớn hơn 1. Mệnh đề nào dưới đây sai?

A. $\int_0^a x^3 f(x^2)dx=\frac{1}{2}\int_0^{a^2} xf(x)dx$. B. $\int_0^\pi xf(\sin x)dx=\frac{\pi}{2}\int_0^\pi f(\sin x)dx$.

C. $\int_{-\pi}^{\pi} xf(\cos x)dx=0$. D. $\int_1^{a^2}\frac{f(\sqrt{x})}{\sqrt{x}}dx=\frac{1}{2}\int_1^a f(x)dx$.

Câu 45: Trong mặt phẳng tọa độ xét ba điểm A,B,C theo thứ tự biểu diễn ba số phức z_1,z_2,z_3 thỏa mãn $|z_1|=|z_2|=|z_3|$ và $z_1+z_2+z_3=0$. Hỏi tam giác ABC là tam giác gì?

A. Tam giác vuông cân. B. Tam giác vuông có một góc nhọn bằng $30°$.

C. Tam giác đều. D. Tam giác cân có góc ở đỉnh bằng $30°$.

Câu 46: Cho hình tứ diện đều (H). Gọi (H') là hình tứ diện đều có các đỉnh là tâm các mặt của (H). Tính tỉ số diện tích toàn phần của (H') và (H).

A. $\frac{1}{4}$. B. $\frac{1}{8}$. C. $\frac{1}{9}$. D. $\frac{1}{27}$.

Câu 47: Cho phương trình $2\cos 2x\left(\cos 2x-\cos\frac{2018\pi^2}{x}\right)=\cos 4x-1$. Tính tổng tất cả các nghiệm thực dương của phương trình.

A. π. B. 1010π. C. 1001π. D. 1100π.

Câu 48: Cho mặt cầu (S) tâm O bán kính r. Hình nón có đường tròn đáy (C) và đỉnh I đều thuộc (S) được gọi là hình nón nội tiếp mặt cầu (S). Gọi h là chiều cao của hình nón. Tìm h để thể tích của khối nón là lớn nhất.

A. $\frac{4r}{3}$. B. $\frac{r}{3}$. C. $\frac{r}{6}$. D. $\frac{7r}{6}$.

Câu 49: Cho biểu thức $A=\log\left(2017+\log\left(2016+\log\left(2015+\log\left(...+\log\left(3+\log 2\right)...\right)\right)\right)\right)$. Biểu thức A có giá trị thuộc khoảng nào trong các khoảng dưới đây?

A. $(\log 2017;\log 2018)$. B. $(\log 2018;\log 2019)$. C. $(\log 2019;\log 2020)$. D. $(\log 2020;\log 2021)$.

Câu 50: Cho một chiếc cốc có dạng hình nón cụt và một viên bi có đường kính bằng chiều cao của cốc. Đổ đầy nước vào cốc rồi thả viên bi vào, ta thấy lượng nước tràn ra bằng một nửa lượng nước đổ vào cốc lúc ban đầu. Biết viên bi tiếp xúc với đáy cốc và thành cốc. Tìm tỉ số bán kính của miệng cốc và đáy cốc (bỏ qua độ dày của cốc).

A. $\sqrt{3}$. B. 2. C. $\frac{3+\sqrt{5}}{2}$. D. $\frac{1+\sqrt{5}}{2}$.

ĐÁP ÁN

1.B	2.A	3.A	4.D	5.A	6.A	7.B	8.D	9.A	10.B
11.C	12.D	13.B	14.C	15.A	16.C	17.B	18.B	19.D	20.C
21.B	22.C	23.A	24.C	25.B	26.D	27.A	28.C	29.B	30.B
31.C	32.B	33.D	34.B	35.C	36.D	37.B	38.C	39.D	40.B
41.A	42.A	43.C	44.D	45.C	46.C	47.B	48.A	49.D	50.C

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

Câu 1: Đáp án B.

Ta thấy $-\sqrt{2}$ và $-\frac{3}{4}$ không phải là số nguyên dương nên $(-2)^{-\sqrt{2}}$ và $(-5)^{-\frac{3}{4}}$ không có nghĩa. Ta loại A và C.

Ta có chú ý: 0^0 và 0^{-n} không có nghĩa. Do vậy ta loại D.

STUDY TIPS
0^0 và 0^{-n} không có nghĩa.
- Với n là số nguyên dương và a là một số thực tùy ý thì a^n và a^{-n} có nghĩa.

Câu 2: Đáp án A.

Ta chọn luôn A do hàm số $y=\cos x$ tuần hoàn với chu kì 2π không phải với chu kì π.

Câu 3: Đáp án A.

Câu 4: Đáp án D.

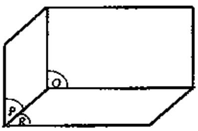
Đặt $z=a+bi\,(a;b\in\mathbb{R})$.

Theo đề bài ta có $\frac{1}{z}=\overline{z}\Leftrightarrow\frac{1}{a+bi}=a-bi\Leftrightarrow(a+bi)(a-bi)=1\Leftrightarrow a^2+b^2=1$

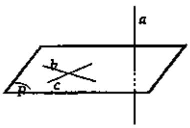
$\Rightarrow|z|=1.$

STUDY TIPS
$z.\overline{z}=|z|^2$
$z\overline{z}=1\Rightarrow|z|=1.$

Câu 5: Đáp án A.



Với B: Hai mặt phẳng phân biệt cùng vuông góc với một mặt phẳng không nhất thiết song song với nhau, chúng có thể vuông góc với nhau, như hình bên. $((P)\perp(R);(Q)\perp(R)$ nhưng (P) không song song với $(Q))$. Vậy ta loại B.



Với C: Ta loại C do hai đường thẳng phân biệt cùng vuông góc với một đường thẳng chưa chắc đã song song, xem hình bên.

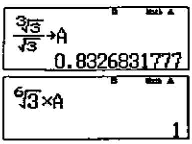
Với D: Do không nói rõ là hai đường thẳng phân biệt nên ta loại D.

Từ đây ta chọn A.

Câu 6: Đáp án A.

1. Tìm công bội của cấp số nhân.

[□/□] [SHIFT] [√■] [3] [▼] [√■] [3] [SHIFT] [RCL] [(−)]



2. Tìm số hạng thứ tư.

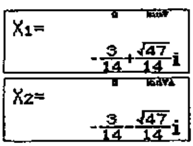
[SHIFT] [$x^■$] [6] [▶] [3] [▶] [×] [ALPHA] [(−)] [=]

Vậy số hạng thứ tư của cấp số nhân đề cho là 1. Ta chọn A.

Câu 7: Đáp án B.

1. Giải phương trình tìm hai nghiệm và gán cho biến A và B.

[MODE] [5] [3] [7] [=] [3] [=] [2] [=] [=] [SHIFT] [RCL] [(−)] [▼] [SHIFT] [RCL] [°' "]

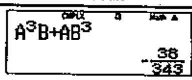


Vậy phương trình có hai nghiệm là $A=-\frac{3}{14}+\frac{\sqrt{47}}{14}i$ và $B=-\frac{3}{14}-\frac{\sqrt{47}}{14}i.$

2. Tính giá trị biểu thức cần tìm.

Giữ nguyên màn hình ở bước trên và tiếp tục nhấn

[MODE] [2] [ALPHA] [(−)] [SHIFT] [x^2] [ALPHA] [°' "] [+] [ALPHA] [(−)] [ALPHA] [°' "] [SHIFT] [x^2] [=] [=]



Vậy ta chọn B.

Câu 8: Đáp án D.

Cách 1: Do $ABCD.A'B'C'D'$ là hình hộp nên ta có

$$\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{AD}=(0;-1;0)\Rightarrow\begin{cases}x_C=0+2=2\\ y_C=-1+1=0\\ z_C=0+2=2\end{cases}\Rightarrow C(2;0;2).$$

$$\overrightarrow{C'D'}=\overrightarrow{CD}=(-1;-1;-1)\Rightarrow\begin{cases}x_{D'}=-1+4=3\\ y_{D'}=-1+5=4\\ z_{D'}=-1-5=-6\end{cases}\Rightarrow D'(3;4;-6).$$

Cách 2: Do $ABCD.A'B'C'D'$ là hình hộp nên ta có $ABCD$ là hình bình hành.

Suy ra $\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OC}=\overrightarrow{OB}+\overrightarrow{OD}\Rightarrow\overrightarrow{OC}=\overrightarrow{OB}+\overrightarrow{OD}-\overrightarrow{OA}\Rightarrow C=(2;0;2)$.

Tương tự ta có: $\overrightarrow{OC}+\overrightarrow{OD'}=\overrightarrow{OD}+\overrightarrow{OC'}\Rightarrow\overrightarrow{OD'}=\overrightarrow{OD}+\overrightarrow{OC'}-\overrightarrow{OC}\Rightarrow D'=(3;4;-6)$.

Câu 9: Đáp án A.

Điều kiện $x\in\mathbb{R}$.

$$y=\cos x+\cos\left(x-\frac{\pi}{3}\right)=\cos x+\cos x.\cos\frac{\pi}{3}+\sin x.\sin\frac{\pi}{3}=\cos x+\frac{1}{2}\cos x+\frac{\sqrt{3}}{2}\sin x$$

$$=\frac{3}{2}\cos x+\frac{\sqrt{3}}{2}\sin x.$$

Cách 1: $y=\sqrt{3}\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\cos x+\frac{1}{2}\sin x\right)=\sqrt{3}\sin\left(x+\frac{\pi}{3}\right)$. Suy ra $-\sqrt{3}\le y\le\sqrt{3}$.

Vậy $m=-\sqrt{3};M=\sqrt{3}$ và do đó $M^2+m^2=6$.

Cách 2:

Áp dụng bất đẳng thức Bunyakovsky ta có:

$$\left(\frac{3}{2}\cos x+\frac{\sqrt{3}}{2}\sin x\right)^2\le\left[\left(\frac{3}{2}\right)^2+\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2\right]\left[(\cos x)^2+(\sin x)^2\right]$$

$$\Leftrightarrow\left(\frac{3}{2}\cos x+\frac{\sqrt{3}}{2}\sin x\right)^2\le 3\Leftrightarrow-\sqrt{3}\le y\le\sqrt{3}$$

$$\Rightarrow M=\sqrt{3}\text{ khi }\begin{cases}\frac{2}{3}\cos x=\frac{2}{\sqrt{3}}\sin x\\ \frac{3}{2}\cos x+\frac{\sqrt{3}}{2}\sin x=\sqrt{3}\end{cases}.$$

Tương tự ta có $m=-\sqrt{3}$ khi $\begin{cases}\frac{2}{3}\cos x=\frac{2}{\sqrt{3}}\sin x\\ \frac{3}{2}\cos x+\frac{\sqrt{3}}{2}\sin x=-\sqrt{3}\end{cases}$.

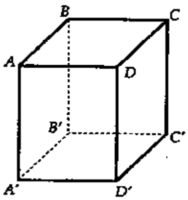
$$\Rightarrow M^2+m^2=\left(\sqrt{3}\right)^2+\left(-\sqrt{3}\right)^2=6.$$

Vậy ta chọn A.

Cách 3: **Sử dụng máy tính.**

Chú ý

Sau khi giải phương trình và đã gán cho biến số ta ấn MODE 2 để quay về tính toán với số phức chứ không ấn MODE 1. Ở đây nếu ấn MODE 1 sẽ ra A.



STUDY TIPS

BĐT Bunyakovsky (BĐT Cauchy – Schwarz):

$$\left(\sum_{i=1}^{n}a_ib_i\right)^2\le\left(\sum_{i=1}^{n}a_i^2\right)\left(\sum_{i=1}^{n}b_i^2\right)$$

Dấu bằng xảy ra khi

$$\frac{a_1}{b_1}=\frac{a_2}{b_2}=\ldots=\frac{a_n}{b_n}.$$

Do hàm số $y=\frac{3}{2}\cos x+\frac{\sqrt{3}}{2}\sin x$ tuần hoàn với chu kì 2π nên ta sử dụng TABLE với thiết lập Start 0; End 2π; Step $\frac{\pi}{12}$.

[SHIFT] [MODE] [4] [SHIFT] [MODE] [▼] [5] [1] [⊟] [3] [▼] [2] [▶] [cos] [ALPHA] [)] [)] [+] [⊟] [√] [3] [▼] [2] [▶] [sin] [ALPHA] [)] [)] [=] [0] [=] [2] [SHIFT] [×10^x] [=] [SHIFT] [×10^x] [÷] [1] [2] [=]

Từ bảng giá trị ta thấy hàm số đạt giá trị lớn nhất là $\sqrt{3}=1{,}732050808$ và giá trị nhỏ nhất là $-\sqrt{3}=-1{,}732050808$.

$\Rightarrow M^2+m^2=6$. Ta chọn A.

Câu 10: Đáp án B.

Điều kiện: $x\in(-1;1)$.

Cách 1: Do tập xác định của phương trình là một đoạn ngắn do vậy ta nên sử dụng TABLE để xác định số nghiệm của phương trình thay vì đi giải phương trình mất nhiều thời gian.

Sử dụng TABLE với thiết lập Start -1; End 1; Step 0,1.

[MODE] [7] [log□] [5] [▶] [1] [−] [ALPHA] [)] [x²] [▶] [+] [log□] [⊟] [1] [▼] [7] [▶] [▶] [1] [+] [ALPHA] [)] [x²] [=] [−] [1] [=] [1] [=] [0] [.] [1] [=]

Nhìn vào bảng giá trị ta thấy hàm số chỉ đổi dấu khi qua $x=0$; do vậy phương trình có một nghiệm duy nhất $x=0$.

Cách 2: $\log_5(1-x^2)+\log_{\frac{1}{7}}(1+x^2)=0\Leftrightarrow\log_5(1-x^2)=\log_7(1+x^2)$.

Vì $0<1-x^2\le 1\ \forall x\in(-1;1)$ nên $\log_5(1-x^2)\le 0\ \forall x\in(-1;1)$.

Mặt khác vì $1+x^2\ge 1\ \forall x\in(-1;1)$ nên $\log_7(1+x^2)\ge 0\ \forall x\in(-1;1)$.

Do đó $\log_5(1-x^2)=\log_7(1+x^2)\Leftrightarrow 1-x^2=1+x^2=0\Leftrightarrow x=0\in(-1;1)$.

Vậy phương trình đã cho có một nghiệm duy nhất $x=0$.

Câu 11: Đáp án C.

Trường hợp 1: Lấy hai điểm thuộc l_1 và một điểm thuộc l_2 thì có $C_2^4.2$ tam giác.

Trường hợp 2: Lấy một điểm thuộc l_1 và hai điểm thuộc l_2 thì có $C_2^2.4$ tam giác.

Số tam giác tạo thành từ sáu điểm đã cho là $C_2^4.2+C_2^2.4=16$ tam giác.

Câu 12: Đáp án D.

Ta có phép quay $Q(O;\alpha)(A)=E\Leftrightarrow\begin{cases}OA=OE\\(OA;OE)=\alpha\end{cases}\Rightarrow\alpha=\widehat{AOE}=120^\circ$.

Câu 13: Đáp án B.

1. Tiệm cận đứng.

Ta có $\sqrt{4-3x-x^2}=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=1\\x=-4\end{array}\right.$.

Hai nghiệm này đều không là nghiệm của phương trình $5-3x=0$ do vậy đồ thị hàm số $y=\frac{5-3x}{\sqrt{4-3x-x^2}}$ có hai đường tiệm cận đứng là $x=1$ và $x=-4$.

STUDY TIPS

1. Trong các bài toán tìm min – max hàm số lượng giác bằng TABLE thì ta nên sử dụng Step là $\frac{\pi}{12}=15^\circ$ để các số liệu tròn.
2. Ta nên chọn [SHIFT] [MODE] [▼] [5] [1] là chế độ TABLE với một hàm số để hiện được nhiều giá trị hơn.

STUDY TIPS

Phép quay tâm O góc quay α biến điểm M thành M'

$\Rightarrow\begin{cases}OM'=OM\\(OM,OM')=\alpha\end{cases}$

2. Tiệm cận ngang.

Nhập vào màn hình (tính giá trị của hàm số tại các điểm có giá trị tuyệt đối rất lớn, chẳng hạn tại $x=10^{-10}$ và tại $x=10^{10}$)

[▤] [5] [−] [3] [ALPHA] [)] [▼] [√] [4] [−] [3] [ALPHA] [)] [−] [ALPHA] [)] [x²] [CALC] [(−)] [1] [0] [x■] [1] [0] [=] [CALC] [1] [0] [x■] [1] [0]

Cả hai trường hợp đều báo lỗi cho vậy đồ thị hàm số không có đường tiệm cận ngang.

Hoặc ta có thể thấy rằng tập xác định của hàm số là $D=(-4;1)$ (không chứa vô cực) nên đồ thị hàm số không có tiệm cận ngang.

Vậy tổng số đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số bằng 2.

Câu 14: Đáp án C.

Để thỏa mãn tính chất tiếp tuyến của đồ thị hàm số tại điểm có hoành độ là nghiệm của phương trình $y''(x)=0$ là một đường thẳng song song với trục hoành thì hàm số phải thỏa mãn điều kiện:

Nghiệm của phương trình $y''(x)=0$ là nghiệm của phương trình $y'(x)=0$.

Với A: $y'=3x^2-6x+1; y''=6x-6$.

$y''=0 \Leftrightarrow x=1$ không là nghiệm của phương trình $y'=0$. Vậy A không thỏa mãn.

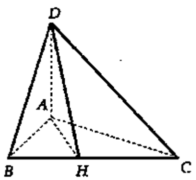
Với B: $y'=3x^2-6x-1; y''=6x-6$. Tương tự B không thỏa mãn.

Với C: $y'=3x^2-6x+3; y''=6x-6$.

$y''=0 \Leftrightarrow x=1$ là nghiệm của phương trình $y'=0$ thỏa mãn, vậy ta chọn C.

Câu 15: Đáp án A.

Từ dữ liệu đề bài ta thấy $AB^2+AC^2=BC^2 \Rightarrow$ tam giác ABC vuông tại A.



Trong mặt phẳng (ABC) kẻ $AH \perp BC$ tại H.

Ta có $\begin{cases} DA \perp BC \\ AH \perp BC \\ DA \in (DAH); AH \in (DAH) \\ DA \cap AH = \{A\} \end{cases} \Rightarrow DH \perp BC$ (định lý ba đường vuông góc).

Ta có $\begin{cases} (ABC) \cap (DBC) = BC \\ AH \perp BC; DH \perp BC \\ AH \in (ABC); DH \in (DBC) \end{cases} \Rightarrow \left(\widehat{(ABC),(DBC)}\right) = \widehat{AHD}$.

Ta có $AH = \dfrac{AB.AC}{BC} = \dfrac{3a.4a}{5a} = \dfrac{12a}{5}$.

Tam giác ADH vuông tại $A \Rightarrow \tan\widehat{AHD} = \dfrac{DA}{AH} = \dfrac{\dfrac{3.V_{ABCD}}{S_{ABC}}}{\dfrac{12a}{5}} = \dfrac{\dfrac{3.24\sqrt{3}a^3}{15.\dfrac{1}{2}.3a.4a}}{\dfrac{12a}{5}} = \dfrac{\sqrt{3}}{3}$.

$\Rightarrow \widehat{AHD} = 30°$.

Vậy ta chọn A.

Câu 16: Đáp án C.

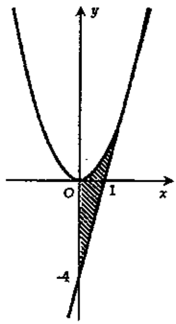
Ta có $\left(\log_b a\right)^{2018} = \log_b a^{2018} \Leftrightarrow \left(\log_b a\right)^{2018} = 2018\log_b a \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\log_b a = 0\\ \left(\log_b a\right)^{2017} = 2018\end{array}\right.$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}a = 1\\ \log_b a = \sqrt[2017]{2018}\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}a = 1\\ a = b^{\sqrt[2017]{2018}}\end{array}\right.$.

Do a là số thực dương nên với mỗi số nguyên b thỏa mãn điều kiện $2 \le b \le 200$ thì sẽ tạo ra một cặp số $(a;b)$ thỏa mãn yêu cầu đề bài.

Do vậy có $2\times\left(\dfrac{200-2}{1}+1\right) = 398$ cặp. Vậy ta chọn C.

Lời giải sai: $\left(\log_b a\right)^{2018} = 2018\log_b a \Leftrightarrow \left(\log_b a\right)^{2017} = 2018$, tức là bỏ mất trường hợp $\log_b a = 0$, từ đó dẫn đến chọn đáp án B.



Câu 17: Đáp án B.

Ta có $y' = 2x$.

Phương trình tiếp tuyến của đường cong $y = x^2$ tại điểm có hoành độ bằng 2 có dạng $y = (2.2)(x-2) + 2^2 \Leftrightarrow y = 4x - 4$.

Hình phẳng cần tính diện tích là phần kẻ sọc.

Vậy $S = \int_0^2 \left|x^2 - 4x + 4\right| dx = \dfrac{8}{3}$. Ta chọn B.

Câu 18: Đáp án B.

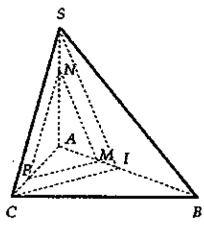
Trong (ABC) kẻ $MP // CI$ $(P \in AC)$. Trong (SAC) kẻ $PN // SC$ $(N \in SA)$.

$\Rightarrow (MNP) // (SIC) \Rightarrow (MNP) \equiv (\alpha)$.

Suy ra thiết diện giữa (α) và tứ diện $S.ABC$ là tam giác MNP.

Do $S.ABC$ là tứ diện đều nên ta đặt $SA = SB = SC = SD = AB = BC = CA = 2x$.

$\Rightarrow AI = x; CI = \dfrac{2x\sqrt{3}}{2} = x\sqrt{3}$.



Ta có $MP // CI \Rightarrow \dfrac{MP}{CI} = \dfrac{AP}{AC} = \dfrac{AM}{AI} = \dfrac{a}{x} \Rightarrow MP = \dfrac{a}{x}.x\sqrt{3} = a\sqrt{3}$.

Tương tự ta có $MN = a\sqrt{3}$.

Ta có $\dfrac{NP}{SC} = \dfrac{AP}{AC} = \dfrac{a}{x} \Rightarrow NP = \dfrac{a}{x}SC = \dfrac{a}{x}.2x = 2a$.

Chu vi tam giác MNP là $C = 2a + a\sqrt{3} + a\sqrt{3} = 2a\left(1+\sqrt{3}\right)$. Ta chọn B.

Câu 19: Đáp án D.

1. Tìm không gian mẫu.

Bạn Hà lấy ngẫu nhiên 2 viên bi có C_6^2 trường hợp.

Bạn Lâm lấy ngẫu nhiên 2 viên bi trong 4 viên còn lại có C_4^2 trường hợp.

Bạn Anh lấy 2 viên bi còn lại có 1 trường hợp.

Vậy $n(\Omega) = C_6^2.C_4^2 = 90$.

2. Gọi A là biến cố "Hai viên bi bạn Anh lấy ra có cùng màu".

Trường hợp 1: Hai viên bi bạn Anh lấy ra có cùng màu đỏ thì số trường hợp xảy ra là $C_4^2.C_2^2.1 = 6$.

Trường hợp 2: Hai viên bi bạn Anh lấy ra có cùng màu xanh thì số trường hợp xảy ra là $C_4^2.C_2^2.1=6$.

Trường hợp 3: Hai viên bi bạn Anh lấy ra có cùng màu vàng thì số trường hợp xảy ra là $C_4^2.C_2^2.1=6$.

$$\Rightarrow n(A)=6.3=18 \Rightarrow P(A)=\frac{n(A)}{n(\Omega)}=\frac{18}{90}=\frac{1}{5}.$$

Câu 20: Đáp án C.

Ta có

$$f(x)=\frac{a^x}{a^x+\sqrt{a}} \Rightarrow f(1-x)=\frac{a^{1-x}}{a^{1-x}+\sqrt{a}}=\frac{a}{a^x\left(\frac{a}{a^x}+\sqrt{a}\right)}=\frac{a}{\sqrt{a}\left(a^x+\sqrt{a}\right)}=\frac{\sqrt{a}}{a^x+\sqrt{a}}$$

$$\Rightarrow f(x)+f(1-x)=\frac{a^x}{a^x+\sqrt{a}}+\frac{\sqrt{a}}{a^x+\sqrt{a}}=1.$$

STUDY TIPS

Cho hàm số

$f(x)=\frac{a^x}{a^x+\sqrt{a}}, 0<a\neq 1$.

Ta có:

$f(x)+f(1-x)=1, \forall x\in\mathbb{R}$.

Áp dụng vào bài toán ta có

$$P=f\left(\frac{1}{2018}\right)+f\left(\frac{2}{2018}\right)+...+f\left(\frac{2017}{2018}\right)$$

$$=\left[f\left(\frac{1}{2018}\right)+f\left(\frac{2017}{2018}\right)\right]+\left[f\left(\frac{2}{2018}\right)+f\left(\frac{2016}{2018}\right)\right]+...+$$

$$+\left[f\left(\frac{1007}{2018}\right)+f\left(\frac{1011}{2018}\right)\right]+\left[f\left(\frac{1008}{2018}\right)+f\left(\frac{1010}{2018}\right)\right]+f\left(\frac{1009}{2018}\right)$$

$$=1.1008+f\left(\frac{1009}{2018}\right)=1008+\frac{a^{\frac{1}{2}}}{a^{\frac{1}{2}}+\sqrt{a}}=1008{,}5=\frac{2017}{2}.$$

Câu 21: Đáp án B.

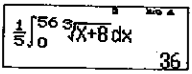
$\Delta:\frac{x-2}{1}=\frac{y+3}{2}=\frac{z-1}{3}$.

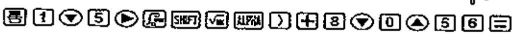
Lấy $M(2;-3;1)$ và $N(3;-1;4)$ là hai điểm thuộc Δ.

$\Rightarrow M'(0;-3;1)$ và $N'(0;-1;4)$ lần lượt là hình chiếu của hai điểm M; N trên mặt phẳng $(Oyz) \Rightarrow \overrightarrow{u_d}=\overrightarrow{M'N'}=(0;2;3) \Rightarrow d:\begin{cases}x=0\\y=-3+2t\\z=1+3t\end{cases}$.

Câu 22: Đáp án C.

Mức nước ở bồn sau khi bơm được tính bằng công thức $\int_0^{56}\frac{1}{5}\sqrt[3]{t+8}\,dt$.





$\Rightarrow$ Sau khi bơm được 56 giây thì mức nước trong bồn là 36 cm. Ta chọn C.

Câu 23: Đáp án A.

$f'(x)=3x^2-x; f''(x)=6x-1; g'(x)=2x-3$.

$$\lim_{x\to 0}\frac{f''(\sin 5x)+1}{g'(\sin 3x)+3}=\lim_{x\to 0}\frac{6.\sin 5x-1+1}{2.\sin 3x-3+3}=\lim_{x\to 0}\frac{3.\sin 5x}{\sin 3x}$$

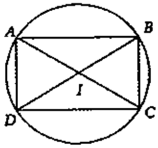
$$=\lim_{x\to 0}\frac{\frac{3.\sin 5x}{5x}.5x}{\frac{\sin 3x}{3x}.3x}=3.\frac{5.\lim_{x\to 0}\frac{\sin 5x}{5x}}{3.\lim_{x\to 0}\frac{\sin 3x}{3x}}=3.\frac{5}{3}=5.$$

STUDY TIPS

$\lim_{x\to 0}\frac{\sin ax}{ax}=1, \forall a\neq 0$

$\lim_{x\to 0}\frac{ax}{\sin ax}=1, \forall a\neq 0$

Câu 24: Đáp án C.



Kí hiệu như hình vẽ. Bán kính đường tròn là giao tuyến của mặt phẳng $(ABCD)$ với mặt cầu đi qua 8 đỉnh của hình hộp là IA.

Ta có $IA = \dfrac{AC}{2} = \dfrac{1}{2}.\sqrt{AB^2 + AD^2} = \dfrac{1}{2}\sqrt{b^2 + c^2}$.

Câu 25: Đáp án B.

Do bạn Hà đã bấm một số có 6 chữ số nhưng chỉ có số 2007 xuất hiện trên màn hình nên trong số mà bạn Hà có thể nhập có 2 chữ số 1.

Có hai trường hợp xảy ra.

TH1: Hai chữ số 1 không đứng cạnh nhau.

TH2: Hai chữ số 1 đứng cạnh nhau.

Giải quyết:

TH1: Xếp 4 chữ số 2; 0; 0; 7 có 1 cách.

Giữa các chữ số 2; 0; 0; 7 tạo ra được 5 vách ngăn. Xếp 2 chữ số 1 vào 5 vách ngăn có $C_5^2 = 10$ cách $\Rightarrow$ có 10 số có thể tạo thành ở TH1.

TH2: Xếp 4 chữ số 2; 0; 0; 7 có 1 cách.

Buộc hai chữ số 1; 1 vào nhau được 1 cách.

Xếp cặp số 11 vào 5 vách ngăn có 5 cách $\Rightarrow$ có 5 số có thể tạo thành ở TH2.

Vậy có tất cả $10 + 5 = 15$ số mà bạn Hà có thể đã nhập vào máy tính. Ta chọn B.

Câu 26: Đáp án D.

Ta dễ thấy hai đường thẳng d và d' song song.

Hai đường thẳng d và d' lần lượt đi qua hai điểm $M(5;1;5)$ và $N(3;-3;1)$ và có vtcp $\vec{u} = (2;-1;1)$. Ta có $\overrightarrow{MN} = (-2;-4;-4)$.

Hai vectơ $\overrightarrow{MN}$ và $\vec{u}$ không cùng phương và có giá nằm trên mặt phẳng (P) nên ta có vtpt của mặt phẳng (P) là $\vec{n} = \left[\overrightarrow{MN}, \vec{u}\right]$.

Ta tìm tọa độ của $\vec{n}$ bằng MTCT:

MODE 8 1 1 − 2 = − 4 = − 4 = AC MODE 8 2 1 2 = − 1 = 1 = 1 = SHIFT 5 3 × SHIFT 5 4 =

$\Rightarrow \vec{n} = (-8;-6;10)$.

Mặt phẳng (P) có vtpt $\vec{n} = (-8;-6;10)$ và đi qua $M(5;1;5)$ nên có phương trình $(P): -8(x-5) - 6(y-1) + 10(z-5) = 0 \Leftrightarrow (P): 4x + 3y - 5z + 2 = 0$. Ta chọn D.

Câu 27: Đáp án A.

Cách 1: Đường thẳng d đi qua điểm $M(-2;1;-1)$ và có VTCP $\vec{u}(1;2;-2)$.

Ta có $\overrightarrow{AM} = (3;1;2)$, $\left[\vec{u}, \overrightarrow{AM}\right] = (6;-8;-5)$.

Do đó $d(A,d) = \dfrac{\left|\left[\vec{u}, \overrightarrow{AM}\right]\right|}{|\vec{u}|} = \dfrac{\sqrt{36+64+25}}{\sqrt{1+4+4}} = \dfrac{\sqrt{125}}{\sqrt{9}} = \dfrac{5\sqrt{5}}{3}$.

STUDY TIPS

Cho đường thẳng Δ đi qua điểm M và có VTCP $\vec{u}$. Khoảng cách từ điểm A đến Δ:

$$d(A,\Delta) = \dfrac{\left|\left[\vec{u}, \overrightarrow{AM}\right]\right|}{|\vec{u}|}.$$

Cách 2: Đường thẳng $d: \begin{cases} x = -2 + t \\ y = 1 + 2t \\ z = -1 - 2t \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R})$.

Gọi H là hình chiếu của A trên $d \Rightarrow H(-2+t; 1+2t; -1-2t)$.

$\Rightarrow \overrightarrow{AH} = (-3+t;-1+2t;-2-2t)$.

$\Rightarrow \overrightarrow{AH}.\overrightarrow{u_d} = 0 \Leftrightarrow (-3+t).1 + (-1+2t).2 + (-2-2t).(-2) = 0 \Leftrightarrow t = \frac{1}{9}$.

$\Rightarrow \overrightarrow{AH} = \left(-\frac{26}{9};-\frac{7}{9};-\frac{20}{9}\right) \Rightarrow d(A;d) = AH = \frac{5\sqrt{5}}{3}$. Ta chọn A.

STUDY TIPS

Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $[a;b]$.

+ $\int_a^a f(x)dx = 0$.

+ Nếu $f(x)>0\ \forall x\in(a;b)$ thì $\int_a^b f(x)dx > 0$.

+ Nếu $f(x)<0\ \forall x\in(a;b)$ thì $\int_a^b f(x)dx < 0$.

Câu 28: Đáp án C.

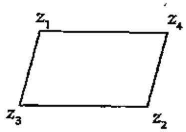
Bảng xét dấu:

t	0	1	2	3	5
$y=f(t)$	0	+	0	-	0

$\Rightarrow F(0) = \int_2^0 f(t)dt = -\int_0^2 f(t)dt < 0; F(1) = \int_2^1 f(t)dt = -\int_1^2 f(t)dt < 0;$

$F(2) = \int_2^2 f(t)dt = 0; F(3) = \int_2^3 f(t)dt < 0$

$\Rightarrow F(2)$ là giá trị lớn nhất trong các giá trị $F(0), F(1), F(2), F(3)$.



Câu 29: Đáp án B.

Kí hiệu như hình vẽ thì ta có $z_2 - z_3 = z_4 - z_1 \Rightarrow z_4 = z_1 + z_2 - z_3$.

Ta chọn B.

Câu 30: Đáp án B.

STUDY TIPS

Cho các điểm $A_1, A_2, ..., A_n$.

$k_1\overrightarrow{MA_1} + k_2\overrightarrow{MA_2} + ... + k_n\overrightarrow{MA_n} = \vec{0}$

$\Rightarrow M = \left(\frac{\sum_{i=1}^n k_i x_{A_i}}{\sum_{i=1}^n k_i}; \frac{\sum_{i=1}^n k_i y_{A_i}}{\sum_{i=1}^n k_i}; \frac{\sum_{i=1}^n k_i z_{A_i}}{\sum_{i=1}^n k_i}\right)$

Gọi M là điểm thỏa mãn $\overrightarrow{MA} - 2\overrightarrow{MB} + 5\overrightarrow{MC} = 0 \Leftrightarrow M\left(-\frac{27}{4};1;\frac{21}{4}\right)$.

Khi đó $\left|\overrightarrow{IA} - 2\overrightarrow{IB} + 5\overrightarrow{IC}\right| = \left|\overrightarrow{IM} + \overrightarrow{MA} - 2\overrightarrow{IM} - 2\overrightarrow{MB} + 5\overrightarrow{IM} + 5\overrightarrow{MC}\right| = \left|4\overrightarrow{IM} + \vec{0}\right| = 4\left|\overrightarrow{IM}\right|$.

Biểu thức $\left|\overrightarrow{IA} - 2\overrightarrow{IB} + 5\overrightarrow{IC}\right|$ đạt giá trị nhỏ nhất $\Leftrightarrow \left|\overrightarrow{IM}\right|$ nhỏ nhất $\Leftrightarrow I$ là hình chiếu của M trên mặt phẳng $(Oxz) \Leftrightarrow I\left(-\frac{27}{4};0;\frac{21}{4}\right)$.

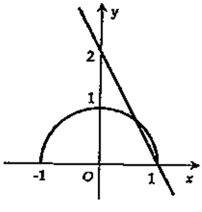
Bài toán tổng quát: Trong không gian cho các điểm $A_1, A_2, ..., A_n$ và mặt phẳng (P). Tìm điểm I trên mặt phẳng (P) sao cho biểu thức $\left|k_1\overrightarrow{IA_1} + k_2\overrightarrow{IA_2} + ... + k_n\overrightarrow{IA_n}\right|$ đạt giá trị nhỏ nhất, trong đó $k_1, k_2, ..., k_n$ là những số thực và $\sum_{i=1}^n k_i \neq 0$.

Cách giải:

- Tìm điểm M thỏa mãn $k_1\overrightarrow{MA_1} + k_2\overrightarrow{MA_2} + ... + k_n\overrightarrow{MA_n} = 0$.

- Khi đó $\left|k_1\overrightarrow{IA_1} + k_2\overrightarrow{IA_2} + ... + k_n\overrightarrow{IA_n}\right| = \left|\left(\sum_{i=1}^n k_i\right)\overrightarrow{IM}\right|$.

- Do đó $\left|k_1\overrightarrow{IA_1} + k_2\overrightarrow{IA_2} + ... + k_n\overrightarrow{IA_n}\right|$ đạt giá trị nhỏ nhất $\Leftrightarrow \left|\overrightarrow{IM}\right|$ nhỏ nhất $\Leftrightarrow I$ là hình chiếu vuông góc của M trên (P).

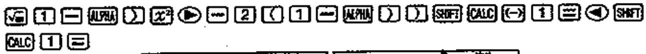


Câu 31: Đáp án C.

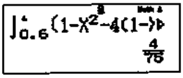
Để phương trình $f(x) = f(m)$ có ba nghiệm phân biệt thì $-2 < M = f(m) < 2$ $\Leftrightarrow m \in (-1;3) \setminus \{0;2\}$. (Quan sát đồ thị)

Câu 32: Đáp án B.

1. Giải phương trình $\sqrt{1-x^2}=2(1-x)$.

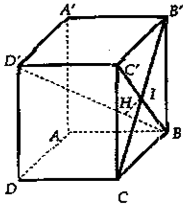


Vậy phương trình có hai nghiệm là $x=0,6;x=1$.



Thể tích khối tròn xoay được tạo thành khi quay D quanh trục Ox được tính bằng công thức $V=\pi\int\limits_{0,6}^{1}\left(1-x^2\right)dx-\pi\int\limits_{0,6}^{1}4(1-x)^2dx=\frac{4\pi}{75}$. Vậy $a-b=4-75=-71$.

Câu 33: Đáp án D.



Cách 1: Gọi I là giao điểm của BC' và $B'C$. Trong $(BC'D')$ kẻ $IH\perp BD'$ tại H.

Ta có $\begin{cases}BC'\perp B'C\\ D'C'\perp B'C\\ BC',D'C'\in(BC'D')\end{cases}\Rightarrow B'C\perp(BC'D')\Rightarrow B'C\perp IH$.

Suy ra IH là đường vuông góc chung của BD' và $B'C\Rightarrow d(BD',B'C)=IH$.

Hai tam giác vuông $BC'D'$ và BHI đồng dạng

$\Rightarrow\frac{IH}{D'C'}=\frac{BI}{BD'}=\frac{\frac{a\sqrt2}{2}}{a\sqrt3}=\frac{\sqrt6}{6}\Rightarrow IH=\frac{a\sqrt6}{6}$. Ta chọn D.

Cách 2: (Tọa độ hóa. Độc giả tự thực hiện)

Câu 34: Đáp án B.

Phương trình đường thẳng $d:y=m(x+2)+2$.

Phương trình hoành độ giao điểm của (H) và d:

$\frac{2x+1}{x-1}=m(x+2)+2\Rightarrow mx^2+mx-2m-3=0$ (*).

Để (H) và d cắt nhau tại hai điểm phân biệt thì (*) phải có hai nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow\begin{cases}m\neq0\\ \Delta>0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m\neq0\\ 9m^2+12m>0\end{cases}$ (**). Gọi x_1,x_2 là hai nghiệm của (*).

Khi đó $M=(x_1;m(x_1+2)+2),N=(x_2;m(x_2+2)+2)$.

Hai cạnh của hình chữ nhật tạo bởi bốn đường thẳng như đã cho trong bài là $|x_2-x_1|$ và $|m(x_2-x_1)|$. Hình chữ nhật này là hình vuông khi và chỉ khi $|m(x_2-x_1)|=|x_2-x_1|\Leftrightarrow|m|=1\Leftrightarrow m=\pm1$. Ta thấy chỉ có $m=1$ thỏa mãn (**).

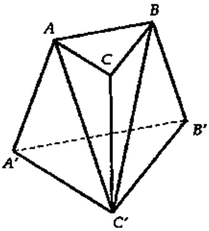
Vậy chỉ có một giá trị của m thỏa mãn yêu cầu bài toán. Chọn đáp án B.

Câu 35: Đáp án C.

Ta có $\int\limits_0^{f(x)}t^2dt=\frac{t^3}{3}\Big|_0^{f(x)}=\frac{f^3(x)}{3}=x\cos(\pi x)\Leftrightarrow f^3(x)=3x\cos(\pi x)$

$\Leftrightarrow f(x)=\sqrt[3]{3x\cos(\pi x)}\Rightarrow f(4)=\sqrt[3]{12}$.

Câu 36: Đáp án D.



Thể tích khối chóp cụt $ABC.A'B'C'$ được tính bằng công thức

$$V=\frac{h}{3}\left(B+B'+\sqrt{BB'}\right)=\frac{h}{3}+\left(4+9+\sqrt{4.9}\right)=\frac{19}{3}h.$$

Thể tích của phần (H_1) được tính bằng công thức $V_1=\frac{1}{3}h.4=\frac{4}{3}h$

Tỉ số thể tích giữa (H_1) và (H_2) là $\dfrac{\frac{4}{3}h}{\frac{19}{3}h-\frac{4}{3}h}=\frac{4}{15}$. Ta chọn D.

Câu 37: Đáp án B.

Gọi $A(0;a)$ là điểm trên trục tung thỏa mãn yêu cầu đề bài.

Gọi k là hệ số góc tiếp tuyến đi qua A.

Lúc này ta có hệ $\begin{cases}x^4-x^2+1=k(x-0)+a\\4x^3-2x=k\end{cases}\Rightarrow x^4-x^2+1=\left(4x^3-2x\right)x+a$

$\Leftrightarrow 3x^4-x^2+a-1=0\ (*)$.

Để từ A kẻ được ba tiếp tuyến khác nhau trên đồ thị hàm số $y=x^4-x^2+1$ thì phương trình $(*)$ phải có đúng 3 nghiệm phân biệt.

Điều này xảy ra khi và chỉ khi phương trình $(*)$ có 1 nghiệm bằng 0 và 1 nghiệm dương $\Leftrightarrow a=1$. Vậy có duy nhất một điểm $A(0;1)$ trên trục tung thỏa mãn yêu cầu đề bài.

Câu 38: Đáp án C.

STUDY TIPS
Tổng của cấp số nhân lùi vô hạn có công bội q:
$$S=\frac{u_1}{1-q}.$$

Gọi q là công sai của cấp số nhân. Vì $u_2=1$ nên suy ra $u_1=\frac{u_2}{q}=\frac{1}{q}$.

Ta có $S=\dfrac{u_1}{1-q}=\dfrac{\frac{1}{q}}{1-q}=\dfrac{1}{q(1-q)},\ (|q|<1)$.

Ta có $(a-b)^2\ge 0\Leftrightarrow a^2+b^2\ge 2ab\Leftrightarrow\dfrac{(a+b)^2}{4}\ge ab$ (với mọi $a;b\in\mathbb{R}$).

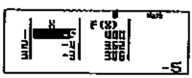
Áp dụng bất đẳng thức vừa chứng minh ở trên ta có

$q(1-q)\le\dfrac{(q+1-q)^2}{4}=\dfrac{1}{4}\Leftrightarrow\dfrac{1}{q(1-q)}\ge 4\Leftrightarrow S\ge 4$. Dấu bằng xảy ra khi $q=\frac{1}{2}$.

Vậy giá trị nhỏ nhất của S là 4 khi $q=\frac{1}{2}$.

Câu 39: Đáp án D.

Sử dụng máy tính cầm tay chức năng TABLE với thiết lập Start -5; End 5; Step 1 thì ta có



MODE 7 SHIFT hyp ALPHA) x^2 3 ▶ + 3 ALPHA) x^2 − 7 2 ALPHA) + 9 0
= (−) 5 = 5 = = =

Từ bảng giá trị ta kết luận được giá trị lớn nhất của hàm số đạt được là 400 khi $x=-5$.

Từ bảng giá trị trên ta chưa thể kết luận được giá trị nhỏ nhất của hàm số.

Ta thấy $\left|x^3+3x^2-72x+90\right|\ge 0,\ \forall x\in\mathbb{R}$.

Dấu bằng xảy ra khi $x^3+3x^2-72x+90=0$.

MODE 5 4 1 = 3 = − 7 2 = 9 0 = =

$X_1=$ -10.59634512	$X_2=$ 6.233869631	$X_3=$ 1.362475492

Trong ba nghiệm trên ta thấy nghiệm $x_3\in\left[-5;5\right]$. Từ đây ta có thể kết luận giá trị nhỏ nhất của hàm số đạt được là 0 khi $x=x_3$.

Vậy tổng cần tìm là 400. Ta chọn D.

Câu 40: Đáp án B.

Ta có $\begin{cases}V=abc\\S=2\left(ab+bc+ca\right)\end{cases}$. Theo đề ta có:

$abc=2\left(ab+bc+ca\right);1\le a\le b\le c\Leftrightarrow 1=2.\dfrac{ab+bc+ca}{abc}\Leftrightarrow\dfrac{2}{a}+\dfrac{2}{b}+\dfrac{2}{c}=1$.

Ta có $1=\dfrac{2}{a}+\dfrac{2}{b}+\dfrac{2}{c}\le\dfrac{2}{a}+\dfrac{2}{a}+\dfrac{2}{a}=\dfrac{6}{a}\Rightarrow a\le 6$. Kết hợp với $\dfrac{2}{a}+\dfrac{2}{b}+\dfrac{2}{c}=1$ ta có:

+ Với $a=3\Rightarrow\dfrac{1}{b}+\dfrac{1}{c}=\dfrac{1}{6}\Rightarrow 6<b\le 12$.

$\Rightarrow\left(a;b;c\right)\in\left\{\left(3;7;42\right),\left(3;8;24\right),\left(3;9;18\right),\left(3;10;15\right),\left(3;12;12\right)\right\}$

+ Với $a=4\Rightarrow\dfrac{1}{b}+\dfrac{1}{c}=\dfrac{1}{4}\Rightarrow 4<b\le 8\Rightarrow\left(a;b;c\right)\in\left\{\left(4;5;20\right),\left(4;6;12\right),\left(4;8;8\right)\right\}$

+ Với $a=5\Rightarrow\dfrac{1}{b}+\dfrac{1}{c}=\dfrac{3}{10}<\dfrac{1}{3}\Rightarrow b<6\Rightarrow\left(a;b;c\right)\in\left\{\left(5;5;10\right)\right\}$

+ Với $a=6\Rightarrow\dfrac{1}{b}+\dfrac{1}{c}=\dfrac{1}{3}\Rightarrow b\le 6\Rightarrow\left(a;b;c\right)\in\left\{\left(6;6;6\right)\right\}$

$\Rightarrow\left(a;b;c\right)\in\left\{\begin{matrix}\left(3;7;42\right),\left(3;8;24\right),\left(3;9;18\right),\left(3;10;15\right),\left(3;12;12\right),\\\left(4;5;20\right),\left(4;6;12\right),\left(4;8;8\right),\left(5;5;10\right),\left(6;6;6\right)\end{matrix}\right\}$. Vậy ta chọn B.

Câu 41: Đáp án A.

Ta có $9^x+2\left(x-m\right)3^x+2x-2m-1=0\Leftrightarrow 3^{2x}+3^x+2\left(x-m\right)3^x-3^x-1=0$

$\Leftrightarrow\left(3^x+1\right)\left(3^x+2x-2m-1\right)=0\Leftrightarrow 3^x+2x-2m-1=0\Leftrightarrow 3^x+2x=2m+1$ (*).

Xét hàm số $f\left(x\right)=3^x+2x$ có $f'\left(x\right)=3^x.\ln 3+2>0$ với mọi $x\in\mathbb{R}$.

Suy ra hàm số luôn đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Để (*) có nghiệm dương thì ta phải có $2m+1>f\left(0\right)=1\Leftrightarrow m>0$.

Vậy T là một khoảng. Ta chọn A.

Lưu ý: Đặt $t=3^x$ $(t>0)$, phương trình đã cho trở thành

$$t^2+2\left(x-m\right)t+2x-2m-1=0\ (1).$$

Dễ thấy phương trình (1) có $a-b+c=0$ nên có một nghiệm $t=-1$ và một nghiệm $t=-2x+2m+1$. Từ đó ta có phân tích

$$9^x+2\left(x-m\right)3^x+2x-2m-1=0\Leftrightarrow\left(3^x+1\right)\left(3^x+2x-2m-1\right)=0.$$

Câu 42: Đáp án A.

Cách 1:

$$\int_1^2\frac{2dx}{x^3+3x^2+2x}=2.\int_1^2\frac{1}{x\left(x+1\right)\left(x+2\right)}dx=\frac{2}{3}.\int_1^2\left(\frac{1}{x\left(x+2\right)}+\frac{1}{x\left(x+1\right)}-\frac{2}{\left(x+1\right)\left(x+2\right)}\right)dx$$

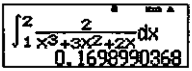
$=\frac{2}{3}\int_1^2\left(\frac{1}{2x}-\frac{1}{2x+4}+\frac{1}{x}-\frac{1}{x+1}-\frac{2}{x+1}+\frac{2}{x+2}\right)dx$

$=\frac{2}{3}\int_1^2\left(\frac{3}{2}.\frac{1}{x}-\frac{3}{x+1}+\frac{3}{2}.\frac{1}{x+2}\right)dx=\int_1^2\frac{1}{x}dx-2.\int_1^2\frac{1}{x+1}dx+\int_1^2\frac{1}{x+2}dx$

$=\ln|x|\Big|_1^2-2.\ln|x+1|\Big|_1^2+\ln|x+2|\Big|_1^2=\ln 2-\ln 1-2.(\ln 3-\ln 2)+\ln 4-\ln 3=\ln\frac{32}{27}$

$\Rightarrow a=32;b=27\Rightarrow a+b=59.$

Cách 2: **Sử dụng máy tính.**



[∫] [÷] [2] [▼] [ALPHA] [)] [$x^■$] [3] [▶] [+] [3] [ALPHA] [)] [x^2] [+] [2] [ALPHA] [)] [▼] [1] [▲] [2] [=]

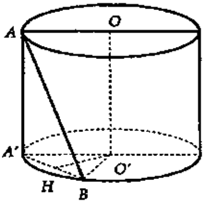
Lúc này $\int_1^2\frac{2dx}{x^3+3x^2+2x}=Ans.$

Suy ra $\frac{a}{b}=e^{Ans}.$

[ALPHA] [$\times10^x$] [$x^■$] [Ans] [=]

$\Rightarrow\frac{a}{b}=\frac{32}{27}\Rightarrow a+b=59.$

Câu 43: Đáp án C.



Gọi tâm hai đáy là O và O'. $(A\in(O))$. Dựng hình chữ nhật $AOO'A'$.

Ta có $\widehat{A'AB}=30^\circ\Rightarrow A'B=A'A.\tan 30^\circ=r$. Suy ra tam giác $A'O'B$ là tam giác đều.

Vì $OO'//AA'$ nên $OO'//(AA'B)$.

Do đó $d(OO';AB)=d(OO';(AA'B))=d(O';(AA'B))$.

Gọi H là trung điểm của $A'B$.

$\Rightarrow O'H\perp(AA'B)\Rightarrow d(O';(AA'B))=OH=\frac{O'A'\sqrt{3}}{2}=\frac{r\sqrt{3}}{2}.$

Câu 44: Đáp án D.

Với A: Đặt $\int_0^a x^3f(x^2)dx=\frac{1}{2}\int_0^a x^2.f(x^2)2xdx=\frac{1}{2}\int_0^a x^2.f(x^2)d(x^2)=\frac{1}{2}\int_0^{a^2}x.f(x)dx.$

Vậy A đúng.

Với B: $\int_0^\pi x.f(\sin x)dx=\int_0^{\frac{\pi}{2}}x.f(\sin x)dx+\int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi}x.f(\sin x)dx=I_1+I_2.$

Tính I_2: Đổi biến $t=\pi-x\Rightarrow x=\pi-t;dx=-dt.$

Đổi cận $x=\pi\to t=0;x=\frac{\pi}{2}\to t=\frac{\pi}{2}.$

Từ đó $I_2=-\int_{\frac{\pi}{2}}^0 f(\sin(\pi-t))(\pi-t)dt=\pi\int_0^{\frac{\pi}{2}}f(\sin t)dt-I_1$

$\Rightarrow I=\pi\int_0^{\frac{\pi}{2}}f(\sin x)dx=\frac{\pi}{2}\int_0^{\pi}f(\sin x)dx.$ Vậy B đúng.

Với C: Đổi biến tương tự B ta thấy C đúng.

Từ đây ta chọn D.

Thật vậy, $\int_1^{a^2}\frac{f\left(\sqrt{x}\right)}{\sqrt{x}}\mathrm{d}x=2\int_1^{a^2}\frac{f\left(\sqrt{x}\right)}{2\sqrt{x}}\mathrm{d}x=2\int_1^{a^2}f\left(\sqrt{x}\right)\mathrm{d}\sqrt{x}=2\int_1^{a}f(x)\mathrm{d}x.$

Câu 45: Đáp án C.

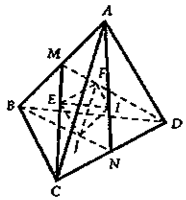
Với bài toán này ta sẽ chọn trường hợp cụ thể thỏa mãn hai điều kiện trên, từ đó xét xem tam giác *ABC* là tam giác gì.

Chọn $z_1=1+\sqrt{3}i; z_2=1-\sqrt{3}i; z_3=-2$

$\Rightarrow A\left(1;\sqrt{3}\right), B\left(1;-\sqrt{3}\right), C(-2;0)\Rightarrow AB=BC=CA=2\sqrt{3}.$

Vậy *ABC* là tam giác đều. Ta chọn C.

Câu 46: Đáp án C.



Đặt (H) là hình tứ diện đều *ABCD*, cạnh bằng *A*. Gọi *E; F; I; J* lần lượt là tâm của các mặt *ABC; ABD; ACD; BCD.*

Kí hiệu như hình vẽ.

Ta có $\frac{ME}{MC}=\frac{MF}{MD}=\frac{1}{3}\Rightarrow\frac{EF}{CD}=\frac{1}{3}\Rightarrow EF=\frac{CD}{3}=\frac{a}{3}.$

Vậy tứ diện *EFIJ* là tứ diện đều có cạnh bằng $\frac{a}{3}$.

Tỉ số thể tích của diện tích toàn phần tứ diện đều *EFIJ* và tứ diện đều *ABCD* là

$$\left(\frac{\frac{a}{3}}{a}\right)^2=\frac{1}{9}.$$

Câu 47: Đáp án B.

Điều kiện: $x\neq 0$.

Ta có $2\cos 2x\left(\cos 2x-\cos\frac{2018\pi^2}{x}\right)=\cos 4x-1$

$\Leftrightarrow 2\cos^2 2x-2\cos 2x.\cos\frac{2018\pi^2}{x}=\cos 4x-1$

$\Leftrightarrow \cos 4x+1-2\cos 2x.\cos\frac{2018\pi^2}{x}=\cos 4x-1$

$\Leftrightarrow \cos 2x.\cos\frac{2018\pi^2}{x}=1$. Ta có $\left|\cos 2x.\cos\frac{2018\pi^2}{x}\right|\le 1$. Do đó

$\cos 2x.\cos\frac{2018\pi^2}{x}=1\Leftrightarrow\begin{cases}\cos 2x=1\\ \cos\frac{2018\pi^2}{x}=1\end{cases}$ hoặc $\begin{cases}\cos 2x=-1\\ \cos\frac{2018\pi^2}{x}=-1\end{cases}.$

* $\begin{cases}\cos 2x=1\\ \cos\frac{2018\pi^2}{x}=1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=k\pi\\ x=\frac{1009\pi}{l}\end{cases}(k,l\in\mathbb{Z})$

$\Rightarrow kl=1009\Rightarrow\begin{cases}k=1009\\ l=1\end{cases}$ hoặc $\begin{cases}k=-1009\\ l=-1\end{cases}$ hoặc $\begin{cases}k=1\\ l=1009\end{cases}$ hoặc $\begin{cases}k=-1\\ l=-1009\end{cases}.$

Trong trường hợp này tổng các nghiệm dương của phương trình bằng 1010π.

$$* \begin{cases} \cos 2x = -1 \\ \cos\dfrac{2018\pi^2}{x} = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \dfrac{\pi}{2} + k\pi \\ x = \dfrac{2018\pi}{1+2l} \end{cases} (k, l \in \mathbb{Z})$$

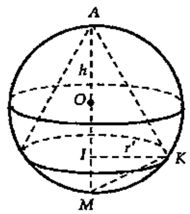
$$\Rightarrow \frac{1}{2} + k = \frac{2018}{1+2l} \Rightarrow (1+2k)(1+2l) = 2.2018 \ (*)$$

Vế trái của (*) là số lẻ, vế phải của (*) là số chẵn. Do đó không có giá trị nguyên nào của k, l thỏa mãn (*).

* Tóm lại: Tổng các nghiệm dương của phương trình bằng 1010π.

Chọn đáp án B.

Câu 48: Đáp án A.



Kí hiệu như hình vẽ.

Ta thấy $IK = r'$ là bán kính đáy của hình chóp, $AI = h$ là chiều cao của hình chóp.

Tam giác AKM vuông tại K có IK là là đường cao

$\Rightarrow IK^2 = AI.IM \Rightarrow r'^2 = h.(2r - h)$.

Ta có $V_{chop} = \dfrac{1}{3}.\pi r'^2 h = \dfrac{1}{3}\pi.h.h.(2r-h) = \dfrac{4}{3}\pi\dfrac{h}{2}.\dfrac{h}{2}(2r-h)$.

Áp dụng bất đẳng thức Cauchy ta có $\dfrac{h}{2}.\dfrac{h}{2}.(2r-h) \le \dfrac{\left(\dfrac{h}{2}+\dfrac{h}{2}+2r-h\right)^3}{27} = \dfrac{8r^3}{27}$

$\Leftrightarrow V_{chop} \le \dfrac{4}{3}\pi.\dfrac{8r^3}{27} = \dfrac{32}{81}.\pi r^3$.

Dấu bằng xảy ra khi $\dfrac{h}{2} = 2r - h \Leftrightarrow h = \dfrac{4r}{3}$. Vậy ta chọn A.

Câu 49: Đáp án D.

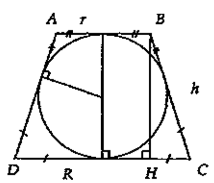
Dựa vào đáp án ta suy ra $3 < A < 4$.

$\Rightarrow 3 < \log 2019 < A_{2016} = \log(2016 + A_{2015}) < \log 2020 < 4$

$\Rightarrow 3 < \log 2020 < A_{2017} = \log(2017 + A_{2016}) < \log 2021 < 4$.

Vậy $A_{2017} \in (\log 2020; \log 2021)$.

Câu 50: Đáp án C.



Ta có $V_{bl} = V_{mc} = \dfrac{4}{3}\left(\dfrac{h}{2}\right)^3.\pi;\ V_{cc} = V_{nc} = \dfrac{\pi}{3}.h.\left(R^2 + r^2 + Rr\right)$.

Mà $V_{nc} = 2V_{mc}$ do vậy $\dfrac{\pi}{3}h\left(R^2 + r^2 + Rr\right) = 2.\dfrac{4}{3}.\left(\dfrac{h}{2}\right)^3\pi$

$\Leftrightarrow R^2 + r^2 + R.r = h^2$

Mà $h^2 = (R+r)^2 - (R-r)^2$ do vậy $PT \Leftrightarrow \left(\dfrac{r}{R}\right)^2 - 3\dfrac{r}{R} + 1 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \dfrac{r}{R} = \dfrac{3+\sqrt{5}}{2} (tm) \\ \dfrac{r}{R} = \dfrac{3-\sqrt{5}}{2} (l) \end{array}\right.$.

Vậy ta chọn C.

ĐỀ THỬ SỨC SỐ 6

Câu 1: Giá trị cực tiểu y_{CT} của hàm số $y=x^3-3x^2+4$ là

A. $y_{CT}=0$. B. $y_{CT}=1$. C. $y_{CT}=4$. D. $y_{CT}=2$.

Câu 2: Chọn mệnh đề sai trong các mệnh đề sau:

A. Hai mặt phẳng có một điểm chung thì chúng còn vô số điểm chung khác nữa.

B. Hai đường thẳng không song song, không cắt nhau thì chéo nhau.

C. Nếu ba điểm phân biệt cùng thuộc hai mặt phẳng thì chúng thẳng hàng.

D. Không có mặt phẳng nào chứa cả hai đường thẳng a và b thì ta nói a và b chéo nhau.

Câu 3: Hàm số nào sau đây đồng biến trên $\mathbb{R}$?

A. $y=\frac{x-1}{x+2}$. B. $y=x^3+4x^2+3x-1$.

C. $y=x^4-2x^2-1$. D. $y=\frac{1}{3}x^3-\frac{1}{2}x^2+3x+1$.

Câu 4: Giới hạn $\lim\frac{2018^n-1}{2017^n+1}$ bằng

A. $+\infty$. B. 1. C. 0. D. $-\infty$.

Câu 5: Phương trình $\sin x=\cos x$ chỉ có các nghiệm là

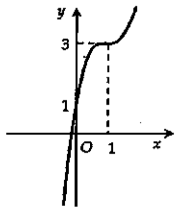
A. $x=\frac{\pi}{4}+k\pi,k\in\mathbb{Z}$. B. $x=\frac{\pi}{4}+k2\pi,k\in\mathbb{Z}$. C. $x=\pm\frac{\pi}{4}+k\pi,k\in\mathbb{Z}$. D. $x=\pm\frac{\pi}{4}+k2\pi,k\in\mathbb{Z}$.

Câu 6: Tìm phần thực và phần ảo của số phức $z=4-3i+(1-i)^3$.

A. Phần thực bằng 2 và phần ảo bằng $-5i$. B. Phần thực bằng 2 và phần ảo bằng $-7i$.

C. Phần thực bằng 2 và phần ảo bằng -5. D. Phần thực bằng -2 và phần ảo bằng $5i$.

Câu 7: Đường cong ở hình bên là đồ thị của một trong bốn hàm số ở dưới đây. Hàm số đó là hàm số nào ?



A. $y=-2x^3-6x^2-6x+1$

B. $y=2x^3-6x^2+6x+1$

C. $y=2x^3-6x^2-6x+1$

D. $y=2x^3-x^2+6x+1$

Câu 8: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):(x+1)^2+(y-2)^2+(z-1)^2=9$. Tìm tọa độ tâm I và bán kính R của mặt cầu (S).

A. $I(-1;2;1)$ và $R=3$. B. $I(1;-2;-1)$ và $R=3$. C. $I(-1;2;1)$ và $R=9$. D. $I(1;-2;-1)$ và $R=9$.

Câu 9: Tìm nguyên hàm của $I=\int 2x\sqrt{x^2-1}\,dx$ bằng cách đặt $u=x^2-1$, mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $I=2\int\sqrt{u}du$. B. $I=\int\sqrt{2u}du$. C. $I=\int\sqrt{u}du$. D. $I=\frac{1}{2}\int\sqrt{u}du$.

Câu 10: Đồ thị hàm số $y=\frac{x+1}{\sqrt{9-x^2}}$ có bao nhiêu tiệm cận?

A. 0. B. 1. C. 2. D. 3.

Câu 11: Tứ diện đều có tất cả bao nhiêu mặt phẳng đối xứng?

A. 3. B. 4. C. 6. D. 9.

Câu 12: Cặp hàm số nào sau đây có tính chất: có một hàm số là nguyên hàm của hàm số còn lại.

A. $f(x)=\sin 2x$ và $g(x)=\cos^2 x$.
B. $f(x)=\tan^2 x$ và $g(x)=\dfrac{1}{\cos^2 x}$.
C. $f(x)=e^x$ và $g(x)=e^{-x}$.
D. $f(x)=\sin 2x$ và $g(x)=\sin^2 x$.

Câu 13: Cho tam giác đều ABC cạnh a quay xung quanh đường cao AH tạo nên một hình nón. Diện tích xung quanh của hình nón đó là

A. πa^2.
B. $2\pi a^2$.
C. $\dfrac{1}{2}\pi a^2$.
D. $\dfrac{3}{4}\pi a^2$.

Câu 14: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, Biết điểm $M'(-3;0)$ là ảnh của điểm $M(1;-2)$ qua phép tịnh tiến theo vectơ $\vec{u}$ và $M''(2;3)$ là ảnh của điểm M' qua phép tịnh tiến theo vectơ $\vec{v}$. Tìm tọa độ vectơ $\vec{u}+\vec{v}$.

A. $(1;5)$.
B. $(-4;2)$.
C. $(5;3)$.
D. $(0;1)$.

Câu 15: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a, cạnh bên SA vuông góc với đáy $(ABCD)$ và $SC=a\sqrt{5}$. Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$.

A. $V=\dfrac{a^3\sqrt{3}}{3}$.
B. $V=\dfrac{a^3\sqrt{3}}{6}$.
C. $V=a^3\sqrt{3}$.
D. $V=\dfrac{a^3\sqrt{15}}{3}$.

Câu 16: Cho các số thực dương a,b với $a\neq 1$ và $\log_a b>0$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. $\left[\begin{array}{l}0<a,\ b<1\\0<a<1<b\end{array}\right.$.
B. $\left[\begin{array}{l}0<a,\ b<1\\1<a,\ 1<b\end{array}\right.$.
C. $\left[\begin{array}{l}0<b<1<a\\1<a,\ 1<b\end{array}\right.$.
D. $\left[\begin{array}{l}0<b,\ a<1\\0<a<1<b\end{array}\right.$.

Câu 17: Một khối trụ có khoảng cách giữa hai đáy là 10, biết diện tích xung quanh của khối trụ bằng 80π. Thể tích của khối trụ bằng:

A. 160π.
B. 164π.
C. 64π.
D. 144π.

Câu 18: Cho hàm số $y=x^3-2x^2+2x$ có đồ thị (C). Gọi x_1,x_2 là hoành độ các điểm M,N trên (C) mà tại đó tiếp tuyến với (C) vuông góc với đường thẳng $y=-x+2018$. Khi đó x_1+x_2 bằng:

A. $\dfrac{8}{3}$.
B. $\dfrac{2}{3}$.
C. $\dfrac{4}{3}$.
D. $\dfrac{5}{3}$.

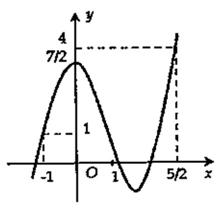
Câu 19: Tập nghiệm của bất phương trình $3.9^x-10.3^x+3\le 0$ là $T=[a;b]$. Khi đó $a-b$ bằng

A. 1.
B. $\dfrac{3}{2}$.
C. -2.
D. $\dfrac{5}{2}$.

Câu 20: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x-2y+3z-1=0$ và đường thẳng $d:\dfrac{x-1}{3}=\dfrac{y-2}{3}=\dfrac{z-3}{1}$. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

A. Đường thẳng d cắt mặt phẳng (P).
B. Đường thẳng d song song với mặt phẳng (P).
C. Đường thẳng d nằm trong mặt phẳng (P).
D. Đường thẳng d vuông góc với mặt phẳng (P).

Câu 21: Cho hàm số $y=f(x)$ xác định và liên tục trên $\left[-1;\dfrac{5}{2}\right]$ và có đồ thị là đường cong như hình vẽ. Giá trị lớn nhất M và giá trị nhỏ nhất m của hàm số $f(x)$ trên $\left[-1;\dfrac{5}{2}\right]$ là



A. $M=4, m=1$.
B. $M=\dfrac{7}{2}, m=1$.
C. $M=4, m=-1$.
D. $M=\dfrac{7}{2}, m=-1$.

Câu 22: Trong một buổi thi văn nghệ có các tiết mục của các trường đến Hà Nội, Ninh Bình, Huế, Đồng Nai. Tìm số cách xếp thứ tự để tiết mục văn nghệ đến từ Ninh Bình sẽ biểu diễn đầu tiên?

A. 6. B. 20. C. 24. D. 120.

Câu 23: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ sao cho $f'(x)>0\ \forall x\in 0$. Hỏi mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $f(e)+f(\pi)<f(3)+f(4)$. B. $f(e)-f(\pi)\geq 0$.

C. $f(e)+f(\pi)<2f(2)$. D. $f(1)+f(2)=2f(3)$.

Câu 24: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a, $SA\perp(ABCD)$, $SA=x$. Xác định x để hai mặt phẳng (SBC) và (SCD) tạo với nhau góc $60°$.

A. $x=\frac{3a}{2}$. B. $x=\frac{a}{2}$. C. $x=a$. D. $x=2a$.

Câu 25: Đội thanh niên xung kích của một trường phổ thông gồm có 12 học sinh trong đó có 5 học sinh lớp A, 4 học sinh lớp B và 3 học sinh lớp C. Cần chọn 4 học sinh đi làm nhiệm vụ sao cho 4 học sinh này thuộc không quá hai trong ba lớp trên. Hỏi có bao nhiêu cách chọn như vậy?

A. 366. B. 2196. C. 225. D. 446.

Câu 26: Trên mặt phẳng tọa độ Oxy, tập hợp biểu diễn số phức z thỏa mãn $|-2+i(z-1)|=5$. Phát biểu nào sau đây sai?

A. Tập hợp điểm biểu diễn số phức z là đường tròn tâm $I(1;-2)$.

B. Tập hợp điểm biểu diễn số phức z là đường tròn bán kính $R=5$.

C. Tập hợp điểm biểu diễn số phức z là đường tròn có đường kính là 10.

D. Tập hợp điểm biểu diễn số phức z là hình tròn bán kính $R=5$.

Câu 27: Cho hàm số $y=ax^4+bx^2$ có bảng biến thiên dưới đây:

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	$\searrow$	$a+b$	$\nearrow$	0	$\searrow$	-1	$\nearrow$	$+\infty$

Tính giá trị của a và b.

A. $a=1$ và $b=-2$. B. $a=2$ và $b=-3$.

C. $a=\frac{1}{2}$ và $b=-\frac{3}{2}$. D. $a=\frac{3}{2}$ và $b=-\frac{5}{2}$.

Câu 28: Có bao nhiêu số phức z thỏa mãn $|z|=7$ và z^2 là số thuần ảo?

A. 1. B. 2. C. 3. D. 4.

Câu 29: Tính tích phân $I=\int_1^2\frac{(x+2)^{2017}}{x^{2019}}dx$.

A. $\frac{3^{2018}-2^{2018}}{2018}$. B. $\frac{3^{2018}-2^{2018}}{4036}$. C. $\frac{3^{2017}}{4034}-\frac{2^{2018}}{2017}$. D. $\frac{3^{2021}-2^{2021}}{4040}$.

Câu 30: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(2;-3;1)$ và đường thẳng $d:\frac{x+1}{2}=\frac{y+2}{-1}=\frac{z}{2}$. Tìm tọa độ điểm M' đối xứng với M qua d.

A. $M'(3;-3;0)$. B. $M'(1;-3;2)$. C. $M'(0;-3;3)$. D. $M'(-1;-2;0)$.

Câu 31: Tìm tập nghiệm T của bất phương trình $\log_{\frac{\pi}{4}}\left[\log_2\left(x+\sqrt{2x^2-x}\right)\right]<0.$

A. $T=(-2;1)$. B. $T=(-\infty;-4)$ C. $T=(-1;1)$. D. $T=(0;2)$.

Câu 32: Cho hàm số $f(x)=\dfrac{4^x}{4^x+2}$ và góc α tùy ý. Khi đó giá trị của biểu thức $P=f(\sin^2\alpha)+f(\cos^2\alpha)$ bằng

A. $P=1$. B. $P=2$. C. $P=3$. D. $P=4$.

Câu 33: Số các điểm biểu diễn nghiệm của phương trình $1=\dfrac{\cos x(\cos x+2\sin x)+3\sin x\left(\sin x+\sqrt{2}\right)}{\sin 2x}$ trên đường tròn lượng giác là

A. 1. B. 2. C. 3. D. 4.

Câu 34: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có thể tích bằng $12cm^3$. Tính thể tích khối tứ diện $AB'CD'$.

A. $2cm^3$. B. $2cm^3$. C. $4cm^3$. D. $5cm^3$.

Câu 35: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho các điểm $A(a;0;0), B(0;b;0), C(0;0;c)$ với a, b, c dương. Biết A, B, C di động trên các tia Ox, Oy, Oz sao cho $a+b+c=2$. Biết rằng khi a, b, c thay đổi thì quỹ tích tâm hình cầu ngoại tiếp tứ diện $OABC$ thuộc mặt phẳng (P) cố định. Tính khoảng cách từ $M(2016;0;0)$ tới mặt phẳng (P).

A. 2017. B. $\dfrac{2014}{\sqrt{3}}$. C. $\dfrac{2016}{\sqrt{3}}$. D. $\dfrac{2015}{\sqrt{3}}$.

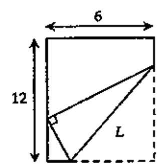
Câu 36: Cho hình phẳng (H) giới hạn bởi các đường $y=e^x, y=0, x=0, x=k\ (k>0)$. Gọi V_k là thể tích khối tròn xoay khi quay hình (H) quanh trục Ox. Biết rằng $V_k=4\pi$. Kết luận nào sau đây là đúng?

A. $1<k<\dfrac{3}{2}$. B. $\dfrac{3}{2}<k<2$. C. $\dfrac{1}{2}<k<1$. D. $0<k<\dfrac{1}{2}$.

Câu 37: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác cân tại A với $AB=AC=a$. Cạnh bên $SA=SB=a$ và có $(SBC)\perp(ABC)$. Tính độ dài SC để bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình chóp bằng a.

A. $SC=a$. B. $SC=a\sqrt{2}$. C. $SC=a\sqrt{3}$. D. $SC=2a$.

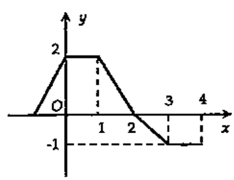
Câu 38: Một mảnh giấy hình chữ nhật có chiều dài là $12cm$ và chiều rộng là $6cm$. Thực hiện thao tác gấp góc dưới bên phải sao cho đỉnh được gấp nằm trên cạnh chiều dài còn lại (như hình vẽ). Hỏi chiều dài L tối thiểu của nếp gấp là bao nhiêu?



A. $\min L=6\sqrt{2}\ cm$. B. $\min L=\dfrac{9\sqrt{3}}{2}cm$.

C. $\min L=\dfrac{7\sqrt{3}}{2}cm$. D. $\min L=9\sqrt{2}\ cm$.

Câu 39: Cho hàm số $f(x)$ có đồ thị trên đoạn $[-1;4]$ như hình vẽ bên. Tính tích phân $I=\int_{-1}^{4}f(x)\mathrm{d}x$.



A. $I=\dfrac{5}{2}$. B. $I=\dfrac{11}{2}$.

C. $I=5$. D. $I=3$.

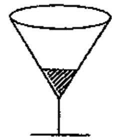
Câu 40: Cho tứ diện $ABCD$ và M, N là các điểm thay đổi trên cạnh AB và CD sao cho $\frac{AM}{MB}=\frac{CN}{ND}$. Gọi P là một điểm trên cạnh AC và S là diện tích thiết diện cắt bởi mặt phẳng (MNP) và hình chóp. Tính tỉ số k của diện tích tam giác MNP và diện tích thiết diện S.

A. $\frac{2k}{k+1}$. B. $\frac{1}{k}$. C. $\frac{k}{k+1}$. D. $\frac{1}{k+1}$.

Câu 41: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành . Gọi K là trung điểm SC. Mặt phẳng (P) qua AK cắt các cạnh SB, SD lần lượt tại M, N. Gọi V và V' lần lượt là thể tích các khối chóp $S.ABCD$ và $S.AMKN$. Tỉ số $\frac{V'}{V}$ có giá trị nhỏ nhất bằng

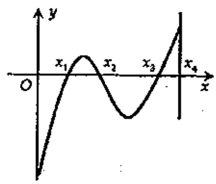
A. $\frac{1}{5}$. B. $\frac{3}{8}$. C. $\frac{1}{3}$. D. $\frac{1}{2}$.

Câu 42: Một chiếc ly dạng hình nón (như hình vẽ). Người ta đổ một lượng nước vào ly sao cho chiều cao của lượng nước trong ly bằng $\frac{1}{3}$ chiều cao của ly (tính phần chứa nước). Hỏi nếu bịt kín miệng ly rồi úp ngược ly lại thì tỉ lệ chiều cao của mực nước và chiều cao của ly nước lúc đó bằng bao nhiêu?



A. $\frac{3-2\sqrt{2}}{3}$. B. $\frac{3-\sqrt[3]{25}}{3}$. C. $\frac{1}{9}$. D. $\frac{3-\sqrt[3]{26}}{3}$.

Câu 43: Cho các số thực x_1, x_2, x_3, x_4 thỏa mãn $0<x_1<x_2<x_3<x_4$ và hàm số $y=f(x)$. Biết hàm số $y=f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Gọi M và m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số trên đoạn $[0; x_4]$. Đáp án nào sau đây đúng?



A. $M+m=f(0)+f(x_3)$. B. $M+m=f(x_3)+f(x_4)$.

C. $M+m=f(x_1)+f(x_2)$. D. $M+m=f(0)+f(x_1)$.

Câu 44: Cho $0<a\neq 1+\sqrt{2}$ và các hàm $f(x)=\frac{a^x+a^{-x}}{2}$, $g(x)=\frac{a^x-a^{-x}}{2}$. Trong các khẳng định sau, có bao nhiêu khẳng định đúng?

I. $f^2(x)-g^2(x)=1$. II. $g(2x)=2g(x)f(x)$.

III. $f[g(0)]=g[f(0)]$. IV. $g'(2x)=g'(x)f(x)-g(x)f'(x)$.

A. 0. B. 1. C. 3. D. 2.

Câu 45: Trong khai triển $(1+2x)^n=a_0+a_1x+...+a_nx^n, n\in\mathbb{N}^*$. Tìm số lớn nhất trong các hệ số $a_0, a_1, ..., a_n$, biết $a_0+\frac{a_1}{2}+...+\frac{a_n}{2^n}=4096$.

A. 126720. B. 213013. C. 130272. D. 130127.

Câu 46: Xét số thực a, b thỏa mãn $b>1$ và $\sqrt{a}\le b<a$. Biểu thức $P=\log_{\frac{a}{b}}a+2\log_{\sqrt{b}}\left(\frac{a}{b}\right)$ đạt giá trị nhỏ nhất khi

A. $a=b^2$. B. $a^2=b^3$. C. $a^3=b^2$. D. $a^2=b$.

Câu 47: Cho hai số phức z_1, z_2 thỏa mãn $|z_1 - 2i| = 3$ và $|z_2 + 2 + 2i| = |z_2 + 2 + 4i|$. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = |z_1 - z_2|$ bằng

A. 1. B. 2. C. 3. D. 4.

Câu 48: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và thỏa mãn $2f(x) + 3f(-x) = \dfrac{1}{4 + x^2}$. Tính tích phân $I = \int\limits_{-2}^{2} f(x)\mathrm{d}x$.

A. $I = \dfrac{\pi}{10}$. B. $I = -\dfrac{\pi}{10}$. C. $I = \dfrac{\pi}{20}$. D. $I = -\dfrac{\pi}{20}$.

Câu 49: Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA = a, SB = b, SC = c$. Một mặt phẳng (α) đi qua trọng tâm của ΔABC, cắt các cạnh SA, SB, SC lần lượt tại A', B', C'. Tìm giá trị nhỏ nhất của $\dfrac{1}{SA'^2} + \dfrac{1}{SB'^2} + \dfrac{1}{SC'^2}$.

A. $\dfrac{3}{a^2 + b^2 + c^2}$. B. $\dfrac{\sqrt{2}}{a^2 + b^2 + c^2}$. C. $\dfrac{2}{a^2 + b^2 + c^2}$. D. $\dfrac{9}{a^2 + b^2 + c^2}$.

Câu 50: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 = 3$. Một mặt phẳng (α) tiếp xúc với mặt cầu (S) và cắt Ox, Oy, Oz tương ứng tại A, B, C. Tính giá trị của biểu thức $T = \dfrac{1}{OA^2} + \dfrac{1}{OB^2} + \dfrac{1}{OC^2}$.

A. $T = \dfrac{1}{\sqrt{3}}$. B. $T = \dfrac{1}{3}$. C. $T = \dfrac{1}{9}$. D. $T = \sqrt{3}$.

ĐÁP ÁN

1.A	2.B	3.D	4.A	5.A	6.C	7.B	8.A	9.C	10.C
11.C	12.D	13.C	14.A	15.A	16.B	17.A	18.C	19.C	20.B
21.C	22.A	23.A	24.C	25.C	26.D	27.A	28.D	29.B	30.C
31.B	32.A	33.B	34.C	35.D	36.A	37.B	38.B	39.B	40.C
41.C	42.D	43.A	44.D	45.A	46.C	47.B	48.C	49.D	50.B

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

Câu 1: Đáp án A.

$y'=3x^2-6x$. Ta có $y'=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=2 \end{array}\right.$

Do hàm số có hệ số $a=1>0$ nên đồ thị hàm số có dạng N, suy ra $x=2$ là điểm cực tiểu của hàm số $\Rightarrow y_{CT}=f(2)=0$.

Câu 2: Đáp án B.

Câu 3: Đáp án D.

Ta loại A và C do hàm số phân thức bậc nhất trên bậc nhất và hàm bậc bốn trùng phương không thể đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Với B: $y'=3x^2+8x+3;\ y'=0 \Leftrightarrow x=\dfrac{-4\pm\sqrt{7}}{3}$. Vậy ta loại B, chọn D.

Câu 4: Đáp án A.

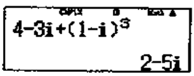
$$\lim\frac{2018^n-1}{2017^n+1}=\lim\frac{1-\dfrac{1}{2018^n}}{\left(\dfrac{2017}{2018}\right)^n+\dfrac{1}{2018^n}}=+\infty$$

(do $\lim\left(1-\dfrac{1}{2018^n}\right)=1;\lim\left[\left(\dfrac{2017}{2018}\right)^n+\dfrac{1}{2018^n}\right]$)

Câu 5: Đáp án A.

$$\sin x=\cos x \Leftrightarrow \cos\left(\frac{\pi}{2}-x\right)=\cos x \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=\dfrac{\pi}{2}-x+k2\pi \\ x=x-\dfrac{\pi}{2}+k2\pi \end{array}\right. \Leftrightarrow x=\frac{\pi}{4}+k\pi,(k\in\mathbb{Z}).$$

Câu 6: Đáp án C.



Ta có $z=4-3i+(1-i)^3$.

[MODE] [2] [4] [−] [3] [ENG] [+] [(] [1] [−] [ENG] [)] [SHIFT] [x^2] [=]

Vậy ta chọn C.

Câu 7: Đáp án B.

Với $x=1$ thì $y=3$ nên ta loại A; C; D, chọn B.

Câu 8: Đáp án A.

Câu 9: Đáp án C.

Với $u=x^2-1 \Rightarrow du=2xdx$.

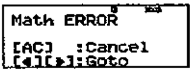
Vậy $I=\int\sqrt{u}du$.

Câu 10: Đáp án C.

1. Tiệm cận đứng.

$\sqrt{9-x^2}=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=3 \\ x=-3 \end{array}\right.$.

Do $x=3; x=-3$ không là nghiệm của phương trình $x+1=0$ nên đồ thị hàm số $y=\dfrac{x+1}{\sqrt{9-x^2}}$ có hai đường tiệm cận đứng là $x=3$ và $x=-3$.

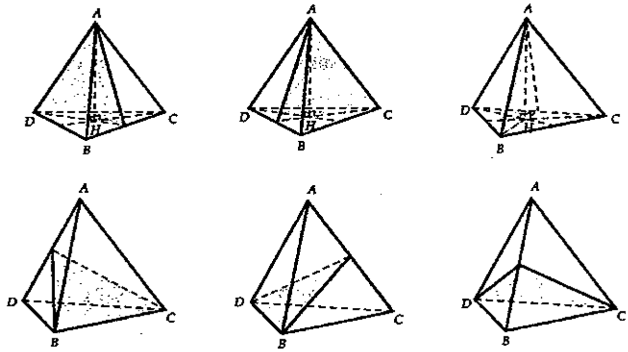


2. Tiệm cận ngang.

[▭/▭] [ALPHA] [)] [+] [1] [▼] [√▭] [9] [−] [ALPHA] [)] [x^2] [CALC] [1] [0] [$x^■$] [1] [0] [=] [◄] [CALC] [(−)]
[1] [0] [$x^■$] [1] [0] [=]

Vậy đồ thị hàm số không có đường tiệm cận ngang. Ta chọn C.

Câu 11: Đáp án C.



Tứ diện đều có mặt phẳng đối xứng là mặt phẳng tạo bởi một cạnh với trung điểm của cạnh đối diện nó.

Vậy tứ diện đều có 6 mặt phẳng đối xứng.

Câu 12: Đáp án D.

Với A: Ta có $\int \sin 2x dx = \int 2.\sin x \cos x dx = -\int 2\cos x d(\cos x)$ (ta loại A).

Từ A ta xét D luôn do có tính chất tương tự.

Với D: Ta có

$\int f(x)dx = \int \sin 2x dx = \int 2\sin x \cos x dx = \int 2\sin x d(\sin x) = \sin^2 x = g(x)$

Vậy ta chọn D.

Câu 13: Đáp án C.

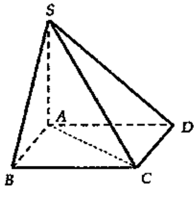
Diện tích xung quanh của hình nón được tính bằng công thức

$S_{xq} = \pi rl = \pi.\dfrac{a}{2}.a = \dfrac{\pi a^2}{2}$.

Câu 14: Đáp án A.

Ta có $\vec{u} = \overrightarrow{MM'} = (-4;2)$.

$\vec{v} = \overrightarrow{M'M''} = (5;3)$. Vậy $\vec{u}+\vec{v} = (1;5)$.



Câu 15: Đáp án A.

Tam giác SAC vuông tại A suy ra:

$SA = SC^2 - AC^2 = \left(a\sqrt{5}\right)^2 - \left(a\sqrt{2}\right)^2 = a\sqrt{3}$.

Thể tích khối chóp $S.ABCD$ là $V_{S.ABCD}=\frac{1}{3}SA.S_{S.ABCD}=\frac{1}{3}a\sqrt{3}.a^2=\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$.

Câu 16: Đáp án B.

Ta có $\log_a b>0\Leftrightarrow\log_a b>\log_a 1$.

Với $0<a<1$ thì $bpt\Leftrightarrow 0<b<1$.

Với $a>1$ thì $bpt\Leftrightarrow b>1$.

Vậy ta chọn B.

Câu 17: Đáp án A.

Ta có $S_{xq}=2\pi.r.h=2\pi.r.10=80\pi\Leftrightarrow r=4\Rightarrow V=\pi.4^2.10=160\pi$.

Câu 18: Đáp án C.

$y'=3x^2-4x+2$.

Do tại các điểm M, N tiếp tuyến với (C) vuông góc với đường thẳng

$y=-x+2018$ nên $(3x^2-4x+2).(-1)=-1\Leftrightarrow 3x^2-4x+1=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=1\\x=\frac{1}{3}\end{array}\right.$.

Suy ra $x_1+x_2=1+\frac{1}{3}=\frac{4}{3}$.

Câu 19: Đáp án C.

Điều kiện $x\in\mathbb{R}$.

Bất phương trình $\Leftrightarrow 3.(3^x)^2-10.3^x+3\le 0$.

$\Leftrightarrow\frac{1}{3}\le 3^x\le 3\Leftrightarrow -1\le x\le 1$.

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là $T=[-1;1]$.

Suy ra $a=-1;b=1\Rightarrow a-b=-2$

Câu 20: Đáp án B.

Đường thẳng d có vecto chỉ phương $\vec{u}=(3;3;1)$.

Mặt phẳng (P) có vecto pháp tuyến $\vec{n}=(1;-2;3)$.

Ta thấy $\vec{u}.\vec{n}=3.1+3.(-2)+1.3=0$

Mà $M(1;2;3)\in d; M\notin(P)$, do vậy đường thẳng d song song với mặt phẳng (P).

Câu 21: Đáp án C.

Nhìn vào đồ thị ta thấy giá trị lớn nhất của hàm số trên $\left[-1;\frac{5}{2}\right]$ là $M=4$ khi $x=\frac{5}{2}$. Giá trị nhỏ nhất của hàm số trên $\left[-1;\frac{5}{2}\right]$ là $m=-1$ khi $x=x_{CT}$. Vậy ta chọn C.

Câu 22: Đáp án A.

Số cách xếp tiết mục đầu tiên là 1 cách.

Số cách xếp tiết mục thứ hai là 3 cách.

Số cách xếp tiết mục thứ ba là 2 cách.

Số cách xếp tiết mục thứ tư là 1 cách.

Vậy có $1.3.2.1=6$ cách.

Câu 23: Đáp án A.

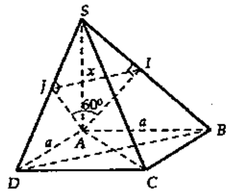
Do $f'(x)>0, \forall x\in\mathbb{R}$ nên hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Ta có $e<3 \Rightarrow f(e)<f(3)$.

$\pi<4 \Rightarrow f(\pi)<f(4)$.

Suy ra $f(e)+f(\pi)<f(3)+f(4)$.

Câu 24: Đáp án C.



+ Trong (SAB) dựng $AI\perp SB$ ta chứng minh được $AI\perp(SBC)$ (1)

Trong (SAD) dựng $AJ\perp SD$ ta chứng minh được $AJ\perp(SCD)$ (2)

Từ (1) và (2) $\Rightarrow \left(\widehat{(SBC),(SCD)}\right)=\left(\widehat{AI,AJ}\right)=\widehat{IAJ}$

+ Ta chứng minh được $AI=AJ$. Do đó, nếu góc $\widehat{IAJ}=60^\circ$ thì ΔAIJ đều $\Rightarrow AI=AJ=IJ$

ΔSAB vuông tại A có AI là đường cao $\Rightarrow AI.SB=SA.AB \Rightarrow AI=\dfrac{SA.AB}{SB}$ (3)

Và có $SA^2=SI.SB \Rightarrow SI=\dfrac{SA^2}{SB}$ (4)

Ta chứng minh được $IJ//BD \Rightarrow \dfrac{IJ}{BD}=\dfrac{SI}{SB} \Rightarrow IJ=\dfrac{SI.BD}{SB}\overset{(4)}{=}\dfrac{SA^2.BD}{SB^2}$ (5)

Thế (3)&(5) vào $AI=IJ \Rightarrow AB=\dfrac{SA.BD}{SB} \Leftrightarrow AB.SB=SA.BD$

$\Leftrightarrow a.\sqrt{x^2+a^2}=x.a\sqrt{2} \Leftrightarrow x^2+a^2=2x^2 \Leftrightarrow x=a$

Câu 25: Đáp án C.

TH 1: 4 học sinh được chọn thuộc một lớp:

+ Lớp A: có $C_5^4=5$ cách chọn

+ Lớp B: có $C_4^4=1$ cách chọn

Trường hợp này có: 6 cách chọn.

TH 2: 4 học sinh được chọn thuộc hai lớp:

+ Lớp A và B: có $C_9^4-(C_5^4+C_4^4)=120$

+ Lớp B và C: có $C_7^4-C_4^4=34$

+ Lớp C và A: có $C_8^4-C_5^4=65$

Trường hợp này có 219 cách chọn.

Vậy có 225 cách chọn thỏa yêu cầu bài toán.

Câu 26: Đáp án D.

Đặt $z=x+yi, (x;y\in\mathbb{R})$.

Ta có $\left|-2+i(x+yi-1)\right|=5 \Leftrightarrow \left|-2-y+i(x-1)\right|=5 \Leftrightarrow (x-1)^2+(y+2)^2=25$.

Vậy tập hợp biểu diễn số phức z là đường tròn tâm $I(1;-2)$ và có bán kính là $R=5$. Vậy A; B; C đúng. Ta chọn D.

Câu 27: Đáp án A.

Đạo hàm $y'=4ax^3+2bx=2x(2ax^2+b)$.

Từ bảng biến thiên ta có $\begin{cases} y(1)=a+b=-1 \\ y'(1)=2(2a+b)=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=1 \\ b=-2 \end{cases}$.

Câu 28: Đáp án D.

Đặt $z=x+yi,(x;y\in\mathbb{R})$.

Theo đề bài ta có $x^2+y^2=49$ và z^2 là số thuần ảo.

$$\Leftrightarrow\begin{cases}x^2+y^2=49\\x^2-y^2=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x^2=\dfrac{49}{2}\\y^2=\dfrac{49}{2}\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=\pm\dfrac{7}{\sqrt{2}}\\y=\pm\dfrac{7}{\sqrt{2}}\end{cases}.$$

Vậy có 4 cặp số $(x;y)$ thỏa mãn. Ta chọn D.

Câu 29: Đáp án B.

Ta có $I=\int_1^2\frac{(x+2)^{2017}}{x^{2019}}\mathrm{d}x=\int_1^2\left(1+\frac{2}{x}\right)^{2017}.\frac{1}{x^2}\mathrm{d}x.$

Đặt $t=1+\dfrac{2}{x}\Rightarrow\begin{cases}x=\dfrac{2}{t-1}\Rightarrow\mathrm{d}x=-\dfrac{2}{(t-1)^2}\mathrm{d}t\\x^2=\dfrac{4}{(t-1)^2}\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}x=1\Rightarrow t=3\\x=2\Rightarrow t=2\end{cases}$

Suy ra $I=-\int_3^2\frac{t^{2017}.2(t-1)^2}{4(t-1)^2}\mathrm{d}t=\frac{1}{2}\int_2^3 t^{2017}\mathrm{d}t=\frac{t^{2018}}{4036}\Big|_2^3=\frac{3^{2018}-2^{2018}}{4036}.$

Câu 30: Đáp án C.

$d:\begin{cases}x=-1+2t\\y=-2-t\\z=2t\end{cases},(t\in\mathbb{R}).$

Gọi H là hình chiếu của M trên $d\Rightarrow H(-1+2t;-2-t;2t)$.

$\Rightarrow\overrightarrow{MH}=(-3+2t;1-t;-1+2t)$.

Ta có $(-3+2t).2+(1-t).(-1)+(-1+2t).2=0\Leftrightarrow t=1\Rightarrow H(1;-3;2)$.

Suy ra $M'(0;-3;3)$.

Câu 31: Đáp án B.

Điều kiện $x<0$.

$\log_{\frac{\pi}{4}}\left[\log_2\left(x+\sqrt{2x^2-x}\right)\right]<0\Leftrightarrow\log_{\frac{\pi}{4}}\left[\log_2\left(x+\sqrt{2x^2-x}\right)\right]<\log_{\frac{\pi}{4}}1$

$\Leftrightarrow\log_2\left(x+\sqrt{2x^2-x}\right)>1\Leftrightarrow\log_2\left(x+\sqrt{2x^2-x}\right)>\log_2 2$

$\Leftrightarrow x+\sqrt{2x^2-x}>2\Leftrightarrow\sqrt{2x^2-x}>2-x\Leftrightarrow 2x^2-x>x^2-4x+4.$

$\Leftrightarrow x^2+3x-4>0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x>1\\x<-4\end{array}\right..$

Kết hợp với điều kiện ta có $T=(-\infty;-4)$ là tập nghiệm của bất phương trình.

Câu 32: Đáp án A.

Sử dụng tính chất "Nếu $a+b=1$ thì $f(a)+f(b)=1$". Thật vậy:

- $f(a)=\dfrac{4^a}{4^a+2}=\dfrac{2.4^a}{2.4^a+4}.$

- $a+b=1\Rightarrow b=1-a$. Do đó $f\left(b\right)=f\left(1-a\right)=\dfrac{4^{1-a}}{4^{1-a}+2}=\dfrac{\dfrac{4}{4^a}}{\dfrac{4}{4^a}+2}=\dfrac{4}{4+2.4^a}$.

Suy ra $f\left(a\right)+f\left(b\right)=\dfrac{2.4^a}{2.4^a+4}+\dfrac{4}{4+2.4^a}=1$.

Áp dụng: Ta có $\sin^2\alpha+\cos^2\alpha=1$ nên $f\left(\sin^2 a\right)+f\left(\cos^2 a\right)=1$.

Câu 33: Đáp án B.

Điều kiện $x\neq\dfrac{\pi}{4}+\dfrac{k\pi}{2},\left(k\in\mathbb{Z}\right)$.

$$1=\frac{\cos x\left(\cos x+2\sin x\right)+3\sin x\left(\sin x+\sqrt{2}\right)}{\sin 2x}$$

$\Leftrightarrow \sin 2x=\cos^2 x+\sin 2x+3\sin^2 x+3\sqrt{2}\sin x$

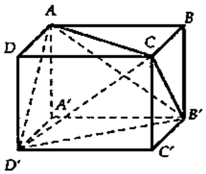
$\Leftrightarrow \cos^2 x+3\sin^2 x+3\sqrt{2}\sin x=0$

$\Leftrightarrow 1-\sin^2 x+3\sin^2 x+3\sqrt{2}\sin x=0$

$\Leftrightarrow 2\sin^2 x+3\sqrt{2}.\sin x+1=0$

$\Rightarrow \sin x=\dfrac{\sqrt{10}-3\sqrt{2}}{4}$ (do $-1\le\sin x\le1$)

Vậy có hai điểm biểu diễn nghiệm của phương trình đã cho trên đường tròn lượng giác.



Câu 34: Đáp án C.

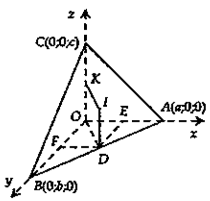
Ta có $V_{AB'CD'}=V_{ABCD.A'B'C'D'}-V_{ABB'C}-V_{B'CC'D'}-V_{ADCD'}-V_{AA'B'D'}$

$=12-\dfrac{1}{6}.4.V_{ABCD.A'B'C'D'}=12-\dfrac{1}{6}.4.12=4$.

Câu 35: Đáp án D.

Gọi *D, K* lần lượt là trung điểm của *AB, OC*.

Từ *D* kẻ đường thẳng vuông góc với mặt phẳng $\left(OAB\right)$. và cắt mặt phẳng trung trực của *OC* tại $I\left(x_1;y_1;z_1\right)$ suy ra *I* là tâm mặt cầu ngoại tiếp tứ diện *OABC* và



$z_1=\dfrac{c}{2}$ (do *DOKI* là hình chữ nhật).

Tương tự $DF=\dfrac{a}{2}\Rightarrow x_1=\dfrac{a}{2};y_1=\dfrac{b}{2}\Rightarrow I\left(\dfrac{a}{2};\dfrac{b}{2};\dfrac{c}{2}\right)$.

Suy ra $x_1+y_1+z_1=\dfrac{a+b+c}{2}=1\Rightarrow I\in\left(P\right):x+y+z-1=0$

Vậy khoảng cách từ điểm *M* đến $\left(P\right)$ là $d=\dfrac{2015}{\sqrt{3}}$.

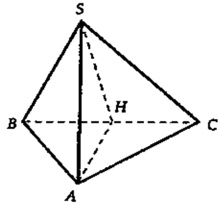
Câu 36: Đáp án A.

Thể tích khối tròn xoay tạo bởi các đường $y=e^x, y=0, x=0, x=k\left(k>0\right)$ được tính bằng công thức

$$V=\pi\int_0^k\left|e^{2x}\right|\mathrm{d}x=\pi\int_0^k e^{2x}\mathrm{d}x=\frac{\pi}{2}.e^{2x}\Big|_0^k=\frac{\pi}{2}\left(e^{2k}-e^0\right)=4\pi\Leftrightarrow k=\frac{\ln 9}{2}.$$

Vậy ta chọn A.

Câu 37: Đáp án B.



Gọi H là trung điểm $BC \Rightarrow AH \perp BC \xrightarrow{(SBC)\perp(ABC)} AH \perp SH$.

Xét hai tam giác vuông SHA và BHA có $\begin{cases} HA \text{ chung} \\ SA = BA = a \end{cases} \Rightarrow \Delta SHA = \Delta BHA$

$\Rightarrow SH = BH(=CH) \Rightarrow \Delta SBC$ vuông tại $S \Rightarrow R_b = BH = \dfrac{BC}{2}$.

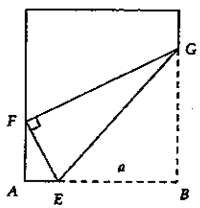
Dễ thấy $\mathrm{GT} = BC \Rightarrow R = \sqrt{R_b^{\,2} + R_d^{\,2} - \dfrac{\mathrm{GT}^2}{4}} = \sqrt{BH^2 + R_d^{\,2} - \dfrac{BC^2}{4}} = R_d = a$.

Xét tam giác ABC, có

$\sin C = \dfrac{AB}{2R_d} = \dfrac{1}{2} \Rightarrow \cos C = \dfrac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow BC = 2HC = 2(AC.\cos C) = a\sqrt{3}$.

Trong tam giác vuông SBC, ta có $SC = \sqrt{BC^2 - SB^2} = a\sqrt{2}$.

Câu 38: Đáp án B.



Đặt $EB = a$ như hình vẽ $\Rightarrow \begin{cases} EF = a \\ AE = 6 - a \end{cases}$.

Trong tam giác vuông AEF có

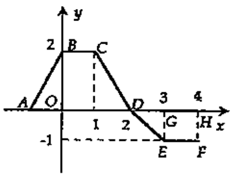
$$\cos\widehat{AEF} = \frac{6-a}{a} \Rightarrow \cos\widehat{FEB} = \frac{a-6}{a} \text{ (hai góc bù nhau).}$$

Ta có $\Delta BEG = \Delta FEG \Rightarrow \widehat{FEG} = \widehat{BEG} = \dfrac{1}{2}\widehat{FEB} \Rightarrow \cos\widehat{FEG} = \sqrt{\dfrac{a-3}{a}}$.

Trong tam giác vuông AEF có $EG = \dfrac{EF}{\cos\widehat{FEG}} = \sqrt{\dfrac{a^3}{a-3}}$.

Xét hàm $f(a) = \dfrac{a^3}{a-3}$ với $a > 3$, ta được $\min f(a)$ đạt tại $a = \dfrac{9}{2} \Rightarrow EG = \dfrac{9\sqrt{3}}{2}$.

Câu 39: Đáp án B.

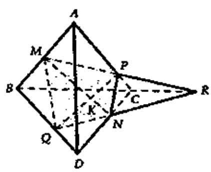


Kí hiệu như hình vẽ.

$I = \int_{-1}^{4} f(x)\mathrm{d}x = \int_{-1}^{2} f(x)\mathrm{d}x - \int_{2}^{4} f(x)\mathrm{d}x = S_{ABCD} + S_{DGE} + S_{EFHG} = 1 + 2 + 1 + \dfrac{1}{2} + 1 = \dfrac{11}{2}$.

Vậy ta chọn B.

Câu 40: Đáp án C.



Xét trường hợp $\dfrac{AP}{PC} = k$, lúc này $MP \parallel BC$ nên $BC \parallel (MNP)$.

Ta có: $\begin{cases} N \in (MNP) \cap (BCD) \\ BC \parallel (MNP) \\ BC \subset (BCD) \end{cases} \Rightarrow (BCD) \cap (MNP) = NQ \parallel BC, Q \in BD$.

Thiết diện là tứ giác $MPNQ$.

Xét trường hợp $\dfrac{AP}{PC} \neq k$

Trong (ABC) gọi $R = BC \cap MP$

Trong (BCD) gọi $Q = NR \cap BD$ thì thiết diện là tứ giác $MPNQ$.

Gọi $K = MN \cap PQ$. Ta có $\dfrac{S_{MNP}}{S_{MPNQ}} = \dfrac{PK}{PQ}$.

Do $\dfrac{AM}{NB}=\dfrac{CN}{ND}$ nên theo định lí Thales đảo thì AC,NM,BD lần lượt thuộc ba mặt phẳng song song với nhau và đường thẳng PQ cắt ba mặt phẳng này tương ứng tại P,K,Q nên áp dụng định lí Thales ta được $\dfrac{PK}{KQ}=\dfrac{AM}{MB}=\dfrac{CN}{ND}=k$

$$\Rightarrow \frac{PK}{PQ}=\frac{PK}{PK+KQ}=\frac{\frac{PK}{KQ}}{\frac{PK}{KQ}+1}=\frac{k}{k+1}.$$

Câu 41: Đáp án C.

Giả sử $\overline{SD}=m\overline{SM};\ \overline{SB}=n\overline{SN}.$

$\overline{SA}+\overline{SC}=\overline{SB}+\overline{SD}.$

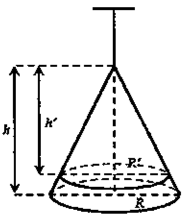
Do A; M; N; K đồng phẳng nên $m+n=3.$

$\dfrac{V_{S.AKM}}{V_{S.ABC}}=\dfrac{1}{2}.1.\dfrac{1}{m}=\dfrac{1}{2m}\Rightarrow\dfrac{V_{S.AKM}}{V}=\dfrac{1}{4m}.$

Tương tự ta có $\dfrac{V_{S.AKN}}{V}=\dfrac{1}{4n}\Rightarrow\dfrac{V'}{V}=\dfrac{1}{4}.\dfrac{m+n}{mn}=\dfrac{3}{4mn}\geq\dfrac{3}{(m+n)^2}=\dfrac{3}{3^2}=\dfrac{1}{3}.$

Dấu bằng xảy ra khi $m=n=1,5$

Câu 42: Đáp án D.



Gọi chiều cao và bán kính đường tròn đáy của chiếc ly lần lượt là h và R

$\Rightarrow$ Thể tích của chiếc ly $V=\dfrac{1}{3}\pi R^2h.$

• Khi để cốc theo chiều xuôi thì lượng nước trong cốc là hình nón có chiều cao và bán kính đường tròn đáy lần lượt là $\dfrac{h}{3}$ và $\dfrac{R}{3}$

$\Rightarrow$ Thể tích của lượng nước $V_1=\dfrac{1}{3}\pi\left(\dfrac{R}{3}\right)^2\left(\dfrac{h}{3}\right)=\dfrac{V}{27}$

$\Rightarrow$ Thể tích phần không chứa nước $V_2=\dfrac{26V}{27}.$

• Khi úp ngược ly lại thì phần thể tích nước trong ly không đổi và lúc đó phần không chứa nước là hình nón. Gọi h' và R' lần lượt là chiều cao và bán kính đường tròn đáy của phần hình nón không chứa nước đó. Ta có $\dfrac{R'}{R}=\dfrac{h'}{h}$ và phần thể tích hình nón không chứa nước là

$$V_2=\frac{26}{27}.V\Leftrightarrow\frac{1}{3}\pi R'^2.h'=\frac{26}{27}.\left(\frac{1}{3}\pi R^2.h\right)\Leftrightarrow\frac{R'^2.h'}{R^2.h}=\frac{26}{27}\Leftrightarrow\left(\frac{h'}{h}\right)^3=\frac{26}{27}\Leftrightarrow\frac{h'}{h}=\frac{\sqrt[3]{26}}{3}.$$

Vậy tỷ lệ chiều cao của mực nước và chiều cao của ly nước trong trường hợp úp ngược ly là $\dfrac{h-h'}{h}=1-\dfrac{h'}{h}=1-\dfrac{\sqrt[3]{26}}{3}=\dfrac{3-\sqrt[3]{26}}{3}.$

Câu 43: Đáp án A.

Dựa vào đồ thị hàm số $y=f'(x)$, ta có nhận xét:

• Hàm số $y=f'(x)$ đổi dấu từ $-$ sang $+$ khi qua $x=x_1$.

• Hàm số $y=f'(x)$ đổi dấu từ $+$ sang $-$ khi qua $x=x_2$.

- Hàm số $y=f'(x)$ đổi dấu từ – sang + khi qua $x=x_3$.

Từ đó ta có bảng biến thiên của hàm số $y=f(x)$ trên đoạn $[0;x_4]$ như sau:

x	0		x_1		x_2		x_3		x_4
		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$		↘		↗		↘		↗	

Sử dụng bảng biến thiên ta tìm được: $\begin{cases}\max\limits_{[0;x_4]}[f(x)]=\max\{f(0),f(x_2),f(x_4)\}\\ \min\limits_{[0;x_4]}[f(x)]=\min\{f(x_1),f(x_3)\}\end{cases}$

Quan sát đồ thị, dùng phương pháp tích phân để tính diện tích, ta có

$$\int_{x_1}^{x_2}f'(x)dx<\int_{x_2}^{x_3}[0-f'(x)]dx\Rightarrow f(x_3)<f(x_1)\Rightarrow \min\limits_{[0;x_4]}[f(x)]=f(x_3).$$

Tương tự, ta có

$$\begin{cases}\int_{0}^{x_1}[0-f'(x)]dx>\int_{x_1}^{x_2}f'(x)dx\Rightarrow f(0)>f(x_2)\\ \int_{x_2}^{x_3}[0-f'(x)]dx>\int_{x_3}^{x_4}f'(x)dx\Rightarrow f(x_2)>f(x_4)\end{cases}$$

$\Rightarrow f(0)>f(x_2)>f(x_4)\Rightarrow \max\limits_{[0;x_4]}[f(x)]=f(0).$

Vậy $\max\limits_{[0;x_4]}[f(x)]=f(0);\ \min\limits_{[0;x_4]}[f(x)]=f(x_3).$

Câu 44: Đáp án D.

+ Ta có $f^2(x)-g^2(x)=\left(\dfrac{a^x+a^{-x}}{2}\right)^2-\left(\dfrac{a^x-a^{-x}}{2}\right)^2=1\Rightarrow$ I đúng.

$+g(2x)=\dfrac{a^{2x}-a^{-2x}}{2}=\dfrac{(a^x-a^{-x})(a^x+a^{-x})}{2}=2.\dfrac{a^x-a^{-x}}{2}.\dfrac{a^x+a^{-x}}{2}=2g(x).f(x)$

$\Rightarrow$ II đúng.

$+\begin{cases}f(g(0))=f(0)=1.\\ g(f(0))=g(1)=\dfrac{a-\frac{1}{a}}{2}=\dfrac{a^2-1}{2a}\end{cases}\Rightarrow f(g(0))\neq g(f(0))\Rightarrow$ III sai.

+ Do $g(2x)=2g(x)f(x)$ nên $g'(2x)=2[g'(x)f(x)-g(x)f'(x)]\Rightarrow$ IV sai.

Vậy có 2 khẳng định đúng.

Câu 45: Đáp án A.

Theo đề ta có $(1+2x)^n=a_0+a_1x+...+a_nx^n$

Thay $x=\dfrac{1}{2}$ ta có $(1+1)^n=a_0+\dfrac{a_1}{2}+\dfrac{a_2}{2^2}+...+\dfrac{a_n}{2^n}=4096.$

$\Leftrightarrow 2^n=4096\Leftrightarrow n=12.$

Hệ số của số hạng tổng quát trong khai triển nhị thức $(1+2x)^{12}$ là $a_n=C_{12}^n.2^n$

$a_{n-1}=C_{12}^{n-1}.2^{n-1}.$

Xét bất phương trình với ẩn số n ta có $C_{12}^{n-1}.2^{n-1}\le C_{12}^n.2^n$

$\Leftrightarrow \dfrac{12!}{(n-1)!.(13-n)!} \le \dfrac{12!.2}{n!.(12-n)!} \Leftrightarrow \dfrac{1}{13-n} \le \dfrac{2}{n} \Leftrightarrow n \le \dfrac{26}{3}$.

Do đó bất đẳng thức đúng với $n \in \{0;1;2;3;4;5;6;7;8\}$ và dấu đẳng thức không xảy ra.

Ta được $a_0 < a_1 < a_2 < ... < a_8$ và $a_8 > a_9 > a_{10} > a_{11} > a_{12}$.

Vậy giá trị lớn nhất của hệ số trong khai triển nhị thức là $C_{12}^8.2^8 = 126720$.

Câu 46: Đáp án C.

Ta có $\log_{\frac{a}{b}} b = \log_{\frac{a}{b}}\left(a.\dfrac{b}{a}\right) = \log_{\frac{a}{b}} a - 1$.

Do đó $P = 2\left[2\log_{\frac{a}{b}} a - \left(\log_{\frac{a}{b}} a - 1\right)\right]^2 + \dfrac{27}{\log_{\frac{a}{b}} a} = 2\left(\log_{\frac{a}{b}} a + 1\right)^2 + \dfrac{27}{\log_{\frac{a}{b}} a}$.

Đặt $t = \log_{\frac{a}{b}} a$. Do $1 < a \le b^2 \Rightarrow \sqrt{a} \le b$,

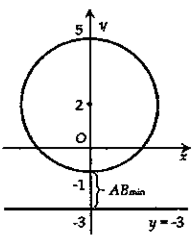
suy ra $\dfrac{1}{t} = \dfrac{1}{\log_{\frac{a}{b}} a} = \log_a \dfrac{a}{b} = 1 - \log_a b \le 1 - \log_a \sqrt{a} = 1 - \dfrac{1}{2} = \dfrac{1}{2} \Rightarrow t \ge 2$.

Khi đó $P = 2(t+1)^2 + \dfrac{27}{t} = f(t)$.

Khảo sát $f(t)$ trên $[2;+\infty)$, ta được $f(t)$ đạt giá trị nhỏ nhất bằng $\dfrac{63}{2}$ khi $t = 2$.

Với $t = 2 \Rightarrow \log_{\frac{a}{b}} a = 2 \Leftrightarrow a = b^2$.

Câu 47: Đáp án B.



STUDY TIPS

Đường thẳng và đường tròn có vị trí đặc biệt nên vẽ hình sẽ nhận ra ngay được hai điểm A & B, nếu không thì viết phương trình đường thẳng qua tâm C và vuông góc với d, sau đó tìm giao điểm với C và d rồi loại điểm.

Đặt $z_1 = x_1 + y_1 i$ và $z_2 = x_2 + y_2 i$ với $x_1, x_2, y_1, y_2 \in \mathbb{R}$.

- $|z_1 - 2i| = 3 \Leftrightarrow x_1^2 + (y_1 - 2)^2 = 9 \Rightarrow$ tập hợp các số phức z_1 là đường tròn $(C): x^2 + (y-2)^2 = 9$.
- $|z_2 + 2 + 2i| = |z_2 + 2 + 4i|$

$\Leftrightarrow (x_2+2)^2 + (y_2+2)^2 = (x_2+2)^2 + (y_2+4)^2 \Leftrightarrow y_2 + 3 = 0$

$\Rightarrow$ Tập hợp các số phức z_2 là đường thẳng $d: y = -3$.

Ta có $P = |z_1 - z_2| = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$ đây chính là khoảng cách từ điểm $B(x_2; y_2) \in d$ đến điểm $A(x_1; y_1) \in (C)$.

Do đó $|z_2 - z_1|_{min} \Leftrightarrow AB_{min}$.

Dựa vào hình vẽ ta tìm được $AB_{min} = 2$ khi $A(0;-1)$, $B(0;-3)$.

Câu 48: Đáp án C.

Lấy tích phân hai vế của biểu thức $2f(x) + 3f(-x) = \dfrac{1}{4+x^2}$, ta được

$$2\int_{-2}^{2} f(x)dx + 3\int_{-2}^{2} f(-x)dx = \int_{-2}^{2} \frac{1}{4+x^2}dx \Leftrightarrow 2I + 3\int_{-2}^{2} f(-x)dx = \frac{\pi}{4}.$$

Xét $J = \int_{-2}^{2} f(-x)dx$. Đặt $t = -x \Rightarrow dt = -dx$. Đổi cận: $\begin{cases} x = -2 \to t = 2 \\ x = 2 \to t = -2 \end{cases}$.

Suy ra $J=-\int_{2}^{-2}f(t)dt=\int_{-2}^{2}f(t)dt=\int_{-2}^{2}f(x)dx=I.$

Vậy $2I+3\int_{-2}^{2}f(-x)dx=\frac{\pi}{4}\Leftrightarrow 2I+3I=\frac{\pi}{4}\Leftrightarrow I=\frac{\pi}{20}.$

Câu 49: Đáp án D.

Giả sử $\overrightarrow{SA}=x\overrightarrow{SA'};\overrightarrow{SB}=y\overrightarrow{SB'};\overrightarrow{SC}=z\overrightarrow{SC'}$

Gọi G là trọng tâm tam giác $ABC\Rightarrow\overrightarrow{GA}+\overrightarrow{GB}+\overrightarrow{GC}=0.$

$\Rightarrow 3\overrightarrow{GS}+\overrightarrow{SA}+\overrightarrow{SB}+\overrightarrow{SC}=0$

$\Rightarrow\overrightarrow{SG}=\frac{\overrightarrow{SA}}{3}+\frac{\overrightarrow{SB}}{3}+\frac{\overrightarrow{SC}}{3}\Rightarrow\overrightarrow{SG}=\frac{x}{3}\overrightarrow{SA'}+\frac{y}{3}\overrightarrow{SB'}+\frac{z}{3}\overrightarrow{SC'}(1)$

Do $(A'B'C')$ đi qua G nên ba vecto $\overrightarrow{GA'};\overrightarrow{GB'};\overrightarrow{GC'}$ đồng phẳng

Suy ra tồn tại 3 số $i;m;n,\left(i^2+m^2+n^2\neq 0\right)$ sao cho $i.\overrightarrow{GA'}+m.\overrightarrow{GB'}+n.\overrightarrow{GC'}=0$

$(i+m+n).\overrightarrow{GS}+i.\overrightarrow{SA'}+m.\overrightarrow{SB'}+n.\overrightarrow{SC'}=0$

$\Rightarrow\overrightarrow{SG}=\frac{i}{i+m+n}.\overrightarrow{SA'}+\frac{m}{i+m+n}.\overrightarrow{SB'}+\frac{n}{i+m+n}.\overrightarrow{SC'}\ (2)$

Do $SG;SA';SB';SC'$ không đồng phẳng nên từ (1) và (2) ta có

$$\frac{x}{3}=\frac{i}{i+m+n};\frac{y}{3}=\frac{m}{i+m+n};\frac{z}{3}=\frac{n}{i+m+n}$$

$\frac{x+y+z}{3}=\frac{i+m+n}{i+m+n}=1\Rightarrow x+y+z=3.$

Ta có $\frac{1}{SA'^2}+\frac{1}{SB'^2}+\frac{1}{SC'^2}=\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}+\frac{z^2}{c^2}$

Áp dụng bất đẳng thức Bunyakovsky cho hai bộ số thực $\left(\frac{x}{a};\frac{y}{b};\frac{z}{c}\right)$ và $(a;b;c)$ ta

có $\left(\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}+\frac{z^2}{c^2}\right)\left(a^2+b^2+c^2\right)\geq(x+y+z)^2$

$\Leftrightarrow\frac{1}{SA'^2}+\frac{1}{SB'^2}+\frac{1}{SC'^2}\geq\frac{(x+y+z)^2}{a^2+b^2+c^2}=\frac{3}{a^2+b^2+c^2}$

Dấu "=" xảy ra khi $\frac{x}{a^2}=\frac{y}{b^2}=\frac{z}{c^2}.$

Câu 50: Đáp án B.

Gọi $\begin{cases}(\alpha)\cap Ox=A(a;0;0)\\(\alpha)\cap Oy=B(0;b;0)\\(\alpha)\cap Oz=C(0;0;c)\end{cases}\Rightarrow(\alpha):\frac{x}{a}+\frac{y}{b}+\frac{z}{c}=1$ hay $(\alpha):\frac{x}{a}+\frac{y}{b}+\frac{z}{c}-1=0.$

Mặt cầu (S) có tâm $I=(0;0;0)$, bán kính $R=\sqrt{3}$.

Do (α) tiếp xúc với (S) nên $d[I,(\alpha)]=R$

$\Leftrightarrow\frac{|-1|}{\sqrt{\frac{1}{a^2}+\frac{1}{b^2}+\frac{1}{c^2}}}=\sqrt{3}\Leftrightarrow\sqrt{\frac{1}{a^2}+\frac{1}{b^2}+\frac{1}{c^2}}=\frac{1}{\sqrt{3}}.$

Suy ra $T=\frac{1}{OA^2}+\frac{1}{OB^2}+\frac{1}{OC^2}=\frac{1}{a^2}+\frac{1}{b^2}+\frac{1}{c^2}=\frac{1}{3}.$

ĐỀ THỬ SỨC SỐ 7

Câu 1: Hàm số nào sau đây đồng biến trên $\mathbb{R}$?

A. $y=x^3-3x+1$. B. $y=3x^3+2x$. C. $y=x^2+2$. C. $y=2x^4+x^2$.

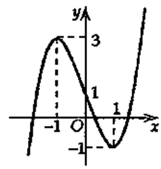
Câu 2: Đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x-1}{x+2}$ có các đường tiệm cận là

A. $y=-2;x=-2$. B. $y=2;x=-2$. C. $y=-2;x=2$. D. $y=2;x=2$.

Câu 3: Giá trị cực đại của hàm số $y=x^3-3x-2$ là

A. 0. B. 1. C. –1. D. 1.

Câu 4: Đường cong trong hình vẽ là đồ thị của một hàm số trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D dưới đây. Hỏi hàm số đó là hàm số nào?



A. $y=-x^3-3x+1$. B. $y=-x^3+3x-1$.

C. $y=x^3+3x+1$. D. $y=x^3-3x+1$.

Câu 5: Tập nghiệm của bất phương trình $\log_3 x\le\log_{\frac{1}{3}}(2x)$ là nửa khoảng $(a;b]$. Giá trị của a^2+b^2 là

A. 1. B. 4. C. $\dfrac{1}{2}$. D. 8.

Câu 6: Cho x,y là các số thực dương và $x\ne y$. Biểu thức $A=\sqrt{\left(x^{2x}+y^{2x}\right)^2-\left(4^{\frac{1}{2x}}xy\right)^{2x}}$ bằng

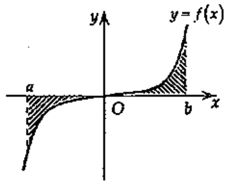
A. $y^{2x}-x^{2x}$. B. $\left|x^{2x}-y^{2x}\right|$. C. $(x-y)^{2x}$. D. $x^{2x}-y^{2x}$.

Câu 7: Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x)=\dfrac{1}{x^2}\cos\dfrac{2}{x}$.

A. $\int\dfrac{1}{x^2}\cos\dfrac{2}{x}\mathrm{d}x=-\dfrac{1}{2}\sin\dfrac{2}{x}+C$. B. $\int\dfrac{1}{x^2}\cos\dfrac{2}{x}\mathrm{d}x=\dfrac{1}{2}\sin\dfrac{2}{x}+C$.

C. $\int\dfrac{1}{x^2}\cos\dfrac{2}{x}\mathrm{d}x=\dfrac{1}{2}\cos\dfrac{2}{x}+C$. D. $\int\dfrac{1}{x^2}\cos\dfrac{2}{x}\mathrm{d}x=-\dfrac{1}{2}\cos\dfrac{2}{x}+C$.

Câu 8: Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên đoạn $[a;b]$. Gọi D là hình phẳng giới hạn bởi đồ thị $(C):y=f(x)$, trục hoành và hai đường thẳng $x=a,x=b$ (như hình vẽ dưới đây). Giả sử S_D là diện tích của hình phẳng D. Chọn công thức đúng trong các phương án dưới đây



A. $S_D=-\int\limits_a^0 f(x)\mathrm{d}x+\int\limits_0^b f(x)\mathrm{d}x$. B. $S_D=\int\limits_a^0 f(x)\mathrm{d}x-\int\limits_0^b f(x)\mathrm{d}x$.

C. $S_D=\int\limits_a^0 f(x)\mathrm{d}x+\int\limits_0^b f(x)\mathrm{d}x$. D. $S_D=-\int\limits_a^0 f(x)\mathrm{d}x-\int\limits_0^b f(x)\mathrm{d}x$.

Câu 9: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm trên đoạn $[1;3]$, $f(3)=5$ và $\int\limits_1^3 f'(x)\mathrm{d}x=6$. Khi đó $f(1)$ bằng

A. –1. B. 11. C. 1. D. 10.

Câu 10: Cho số phức $z=-\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}i$. Tìm số phức $\left(\bar{z}\right)^2$.

A. $-\frac{1}{2}-\frac{\sqrt{3}}{2}i$. B. $-\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}i$. C. $1+\sqrt{3}i$. D. $\sqrt{3}-i$.

Câu 11: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh bằng $2a$. Cạnh bên SA vuông góc với đáy và $SA=a\sqrt{3}$. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABC$

A. $V=\frac{3}{4}a^3$. B. $V=\frac{1}{2}a^3$. C. $V=3a^3\sqrt{2}$. D. $V=a^3$.

Câu 12: Trong không gian cho hình chữ nhật $ABCD$ có $AB=a, AC=a\sqrt{5}$. Tính diện tích xung quanh S_{xq} của hình trụ khi quay đường gấp khúc $BCDA$ quanh trục AB

A. $S_{xq}=2\pi a^2$. B. $S_{xq}=4\pi a^2$. C. $S_{xq}=2a^2$. D. $S_{xq}=4a^2$.

Câu 13: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, gọi a,b,c lần lượt là khoảng cách từ điểm $M(1;3;2)$ đến ba mặt phẳng tọa độ $(Oxy),(Oyz),(Oxz)$. Tính $P=a+b^2+c^3$

A. $P=12$. B. $P=32$. C. $P=30$. D. $P=18$.

Câu 14: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho các điểm $A(a;0;0), B(0;b;0), C(0;0;c)$ với $abc\neq 0$. Phương trình mặt phẳng (ABC) là

A. $\frac{x}{a}+\frac{y}{b}+\frac{z}{c}+1=0$. B. $\frac{x}{a}+\frac{y}{b}+\frac{z}{c}=0$. D. $\frac{x}{a}+\frac{y}{b}+\frac{z}{c}-1=0$. D. $ax+by+cz-1=0$.

Câu 15: Cho hai đường thẳng $d_1:\begin{cases}x=1+2t\\y=2+3t\\z=3+4t\end{cases}$ và $d_2:\begin{cases}x=3+4t\\y=5+6t\\z=7+8t\end{cases}$

Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào **đúng**?

A. $d_1\perp d_2$. B. $d_1 // d_2$. C. $d_1\equiv d_2$. D. d_1 và d_2 chéo nhau.

Câu 16: Cho $I=\lim\limits_{x\to 0}\frac{\sqrt{2x+1}-1}{x}$ và $J=\lim\limits_{x\to 1}\frac{x^2+x-2}{x-1}$. Tính $I+J$

A. 3. B. 5. C. 4. D. 2.

Câu 17: Một nhóm 25 người cần chọn 1 ban chủ nhiệm gồm 1 chủ tịch, 1 phó chủ tịch và 1 thư kí. Hỏi có bao nhiêu cách?

A. 1380. B. 13800. C. 2300. D. 15625.

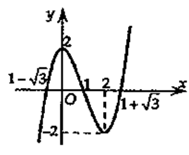
Câu 18: Cho f là hàm đa thức và có đạo hàm $f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Khẳng định nào dưới đây **đúng**?

A. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(0;1)$.

B. Hàm số đồng biến trên khoảng $(2;+\infty)$.

C. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-2;-1)$.

D. Hàm số đồng biến trên khoảng $\left(2;1+\sqrt{3}\right)$.



Câu 19: Cho hàm f có tập xác định là $K\subset\mathbb{R}$, đồng thời f có đạo hàm $f'(x)$ trên K. Xét hai phát biểu sau:

(1) Nếu $f'(x_0)\neq 0$ thì x_0 không là điểm cực trị của hàm f trên K.

(2) Nếu qua x_0 mà $f'(x)$ có sự đổi dấu thì x_0 là điểm cực trị của hàm f.

Chọn khẳng định đúng

A. (1),(2) đều đúng. B. (1),(2) đều sai. C. (1) sai, (2) đúng. D. (1) đúng, (2) sai.

Câu 20: Cho bài toán: Tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=2x^4-4x^2+3$. Dưới đây là lời giải của một học sinh:

* Bước 1: Tập xác định $D=\mathbb{R}$. Đạo hàm $y'=8x^3-8x$.

* Bước 2: Cho $y'=0$ tìm $x=0;x=-1;x=1$.

* Bước 3: Tính $y(0)=3;y(-1)=y(1)=1$. Vậy giá trị lớn nhất của hàm số là 3, và giá trị nhỏ nhất là 1.

Lời giải trên đúng hay sai? Nếu sai thì giải sai từ bước mấy?

A. Bước 2. B. Lời giải đúng. C. Bước 3. D. Bước 1.

Câu 21: Tập nghiệm của bất phương trình $\left(\frac{1}{3}\right)^{\sqrt{x+2}}>3^{-x}$ là

A. $(0;2)$. B. $(2;+\infty)$. C. $(-2;-1)$. D. $(0;+\infty)$.

Câu 22: Tính tích phân $I=\int_0^1\frac{2}{\sqrt{4-x^2}}dx$ bằng cách đặt $x=2\sin t$. Mệnh đề nào dưới đây **đúng**?

A. $I=2\int_0^1 dt$. B. $I=2\int_0^{\frac{\pi}{6}} dt$. C. $I=\int_0^{\frac{\pi}{3}} dt$. D. $I=\int_0^{\frac{\pi}{6}} dt$.

Câu 23: Cho số phức z thỏa mãn $(1+2i)z=-7-4i$. Chọn khẳng định sai

A. Số phức liên hợp của z là $\overline{z}=3-2i$. B. Môđun của z là $\sqrt{13}$.

C. z có điểm biểu diễn là $M(-3;2)$. D. z có tổng phần thực và phần ảo là -1.

Câu 24: Cho mặt cầu (S) có bán kính $R=a\sqrt{3}$. Gọi (T) là hình trụ có hai đường tròn đáy nằm trên (S) và diện tích thiết diện qua trục của hình trụ (T) là lớn nhất. Tính diện tích toàn phần S_{tp} của (T)

A. $S_{tp}=9\pi a^2$. B. $S_{tp}=9\pi a^2\sqrt{3}$. C. $S_{tp}=6\pi a^2\sqrt{3}$. D. $S_{tp}=6\pi a^2$.

Câu 25: Trong không gian với hệ tọa độ *Oxyz*, viết phương trình tham số của đường thẳng đi qua hai điểm $M(1;2;3)$ và $N(2;1;4)$

A. $\begin{cases}x=1+t\\y=2+t\\z=3-t\end{cases}$. B. $\begin{cases}x=2+t\\y=1-t\\z=4+t\end{cases}$. C. $\begin{cases}x=2+t\\y=1+t\\z=4-t\end{cases}$. D. $\begin{cases}x=1+t\\y=2+t\\z=3+t\end{cases}$.

Câu 26: Trong không gian với hệ tọa độ *Oxyz*, viết phương trình mặt cầu (S) có tâm $I(1;0;-3)$ và đi qua điểm $M(2;2;-1)$

A. $(S):(x-1)^2+y^2+(z+3)^2=9$. B. $(S):(x-1)^2+y^2+(z+3)^2=3$.

C. $(S):(x+1)^2+y^2+(z-3)^2=9$. D. $(S):(x+1)^2+y^2+(z-3)^2=3$.

Câu 27: Trong không gian với hệ tọa độ *Oxyz*, cho $A(2;1;-1),B(3;0;1)$. Tìm điểm $C\in Oz$ sao cho tam giác ABC vuông tại B

A. $C\left(0;\frac{3}{2};0\right)$. B. $C\left(0;0;\frac{5}{2}\right)$. C. $C(0;0;3)$. D. $C(0;0;5)$.

Câu 28: Số hạng chính giữa trong khai triển $(3x+2y)^4$ là

A. $36C_4^2x^2y^2$. B. $4(3x)^2(2y)^2$. C. $6C_4^2x^2y^2$. D. $C_4^2x^2y^2$.

Câu 29: Một hộp chứa 3 quả cầu trắng và 2 quả cầu đen. Lấy ngẫu nhiên đồng thời 2 quả. Xác suất để lấy được cả hai quả trắng là

A. $\frac{2}{10}$. B. $\frac{2}{5}$. C. $\frac{1}{2}$. D. $\frac{3}{10}$.

Câu 30: Xác định giá trị thực k để hàm số $f(x)=\begin{cases}\dfrac{x^{2016}+x-2}{\sqrt{2018x+1}-\sqrt{x+2018}} & \text{khi } x\neq 1\\ k & \text{khi } x=1\end{cases}$ liên tục tại điểm $x=1$

A. $k=1$. B. $k=2\sqrt{2019}$. C. $k=\frac{2017\sqrt{2018}}{2}$. D. $\frac{2016}{2017}$.

Câu 31: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a; $SA\perp(ABCD)$ và $SA=2a$. Tính khoảng cách d từ điểm B đến mặt phẳng (SCD)

A. $d=\frac{a\sqrt{5}}{5}$. B. $d=a$. C. $d=\frac{4a\sqrt{5}}{5}$. D. $d=\frac{2a\sqrt{5}}{5}$.

Câu 32: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a. Hình chiếu vuông góc của S lên mặt phẳng (ABC) trùng với trung điểm H của cạnh BC. Biết ΔSBC đều. Tính số đo góc giữa SA và (ABC)

A. $30°$. B. $75°$. C. $60°$. D. $45°$.

Câu 33: Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)$ trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $f^2(1+2x)=x-f^3(1-x)$. Tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y=f(x)$ tại điểm có hoành độ $x=1$ là

A. $y=-\frac{1}{7}x-\frac{6}{7}$. B. $y=\frac{1}{7}x-\frac{8}{7}$. C. $y=-\frac{1}{7}x+\frac{8}{7}$. D. $y=-x+\frac{6}{7}$.

Câu 34: Một sợi dây có chiều dài 6 mét, được cắt thành hai phần. Phần thứ nhất uốn thành hình tam giác đều, phần thứ hai uốn thành hình vuông. Hỏi cạnh của hình tam giác đều bằng bao nhiêu để tổng diện tích hai hình thu được là nhỏ nhất?

A. $\frac{12}{4+\sqrt{3}}(\text{m})$. B. $\frac{36\sqrt{3}}{9+4\sqrt{3}}(\text{m})$. C. $\frac{18}{9+4\sqrt{3}}(\text{m})$. D. $\frac{18\sqrt{3}}{4+\sqrt{3}}(\text{m})$.

Câu 35: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để đồ thị hàm số $y=x^3-3mx^2+3m^2$ có hai điểm cực trị A,B mà ΔOAB có diện tích bằng 24 (O là gốc tọa độ)

A. $m=2$. B. $m=\pm1$. C. $m=\pm2$. D. $m=1$.

Câu 36: Cho các số thực dương x,y thỏa mãn $\log_9 x=\log_{12} y=\log_{16}(x+y)$. Tính giá trị của biểu thức

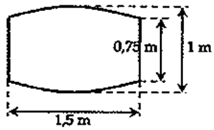
$$S=\log_4\frac{x(1+\sqrt{5})}{y}+\log_8\sqrt{\frac{x(1+\sqrt{5})}{y}}+\log_{16}\sqrt[3]{\frac{x(1+\sqrt{5})}{y}}+...+\log_{2^{2018}}\sqrt[2017]{\frac{x(1+\sqrt{5})}{y}}$$

A. $S=\frac{2018}{2017}$. B. $S=\frac{1}{2017}$. C. $S=\frac{2017}{2018}$. D. $S=\frac{1}{2018}$.

Câu 37: Trong kinh tế vĩ mô (macroeconomics), lạm phát là sự tăng mức giá chung của hàng hóa và dịch vụ theo thời gian và sự mất giá trị của một loại tiền tệ. Khi so sánh với các nước khác thì lạm phát là sự giảm giá trị tiền tệ của một quốc gia này so với các loại tiền tệ của quốc gia khác. Theo nghĩa đầu tiên thì người ta hiểu lạm phát của một loại tiền tệ tác động đến phạm vi nền kinh tế một quốc gia, còn theo nghĩa thứ hai thì người ta hiểu lạm phát của một loại tiền tệ tác động đến phạm vi nền kinh tế sử dụng loại tiền tệ đó. Phạm vi ảnh hưởng của hai thành phần này vẫn là một vấn đề gây tranh cãi giữ các nhà kinh tế học vĩ mô. Ngược lại với lạm phát là giảm phát. Một chỉ số giảm phát bằng 0 hay một chỉ số dương nhỏ thì được người ta gọi là sự "ổn định giá cả". Giả sử tỉ lệ lạm phát của Trung Quốc trong năm 2016 dự báo vào khoảng 2,5% và tỉ lệ này không thay đổi trong 10 năm tiếp theo. Hỏi nếu năm 2016 giá xăng là 10000 NDT/lít thì năm 2025 giá tiền xăng là bao nhiêu tiền một lít? *(Kết quả làm tròn đến hàng đơn vị)*

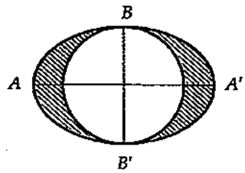
A. 12488 NDT/lít. B. 12480 NDT/lít. C. 12490 NDT/lít. D. 12489 NDT/lít.

Câu 38: Một quán cafe muốn làm cái bảng hiệu là một phần của Elip có kích thước, hình dạng giống như hình vẽ và có chất lượng bằng gỗ. Diện tích gỗ bề mặt bảng hiệu là: *(làm tròn đến hàng phần chục)*



A. 1,3. B. 1,4. C. 1,5. D. 1,6.

Câu 39: Trong mặt phẳng (P), cho elip (E) có độ dài trục lớn là $AA'=8$ và độ dài trục nhỏ là $BB'=6$. Đường tròn tâm O đường kính BB' như hình vẽ. Tính thể tích vật thể tròn xoay có được bằng cách cho miền hình phẳng giới hạn bởi đường elip và đường tròn đó (phần hình phẳng tô đậm trên hình vẽ) quay xung quanh trục AA'



A. $V=36\pi$. B. $V=12\pi$. C. $V=16\pi$. D. $V=\frac{64\pi}{3}$.

Câu 40: Cho số phức z_1 thỏa mãn $|z_1-2|^2-|z_1+1|^2=1$ và số phức z_2 thỏa mãn $|z_2-4-i|=\sqrt{5}$. Tìm giá trị nhỏ nhất của $|z_1-z_2|$

A. $\frac{2\sqrt{5}}{5}$. B. $\sqrt{5}$. C. $2\sqrt{5}$. D. $\frac{3\sqrt{5}}{5}$.

Câu 41: Cho tam giác OAB đều cạnh a. Trên đường thẳng d qua O và vuông góc với mặt phẳng (OAB) lấy điểm M sao cho $OM=x$. Gọi E,F lần lượt là hình chiếu vuông góc của A trên MB và OB. Gọi N là giao điểm của EF và OM. Tìm x để thể tích tứ diện $ABMN$ có giá trị nhỏ nhất

A. $x=a\sqrt{2}$. B. $x=\frac{a\sqrt{2}}{2}$. C. $x=\frac{a\sqrt{6}}{12}$. D. $x=\frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Câu 42: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(2;3;0), B(0;-\sqrt{2};0), M\left(\frac{6}{5};-\sqrt{2};2\right)$ và đường thẳng $d:\begin{cases}x=t\\y=0\\z=2-t\end{cases}$. Điểm C thuộc d sao cho chu vi tam giác ABC là nhỏ nhất thì độ dài CM bằng

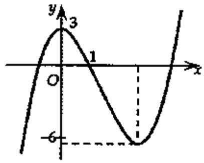
A. $2\sqrt{3}$. B. 4. C. 2. D. $\frac{2\sqrt{6}}{5}$.

Câu 43: Tổng $S=1+11+111+...+\underbrace{11...11}_{n \text{ số } 1}$ là

A. $S=\frac{10}{81}\left(10^{n-1}-1\right)-\frac{n}{9}$. B. $S=\frac{10}{81}\left(10^{n}-1\right)+\frac{n}{9}$.

C. $S=\frac{1}{81}\left(10^{n}-1\right)-\frac{n}{9}$. D. $S=\frac{10}{81}\left(10^{n}-1\right)-\frac{n}{9}$.

Câu 44: Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ.



Đặt $g(x)=2^{f(x)}-3^{f(x)}$. Tìm số nghiệm của phương trình $g'(x)=0$

A. 5. B. 3. C. 2. D. 6.

Câu 45: Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm cấp hai liên tục trên đoạn $[0;1]$ và thỏa mãn $\int_0^1 e^x f(x)dx=\int_0^1 e^x f'(x)dx=\int_0^1 e^x f''(x)dx\neq 0$. Giá trị của biểu thức $\frac{e.f'(1)-f'(0)}{e.f(1)-f(0)}$ bằng

A. –2. B. –1. C. –2. D. 1.

Câu 46: Biết số phức z thỏa mãn phương trình $z+\frac{1}{z}=1$. Tính giá trị biểu thức $P=z^{2016}+\frac{1}{z^{2016}}$

A. $P=0$. B. $P=1$. C. $P=2$. D. $P=3$.

Câu 47: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):(x-1)^2+y^2+(z-2)^2=9$ ngoại tiếp khối bát diện (H) được ghép từ hai khối chóp tứ giác đều $S.ABCD$ và $S'.ABCD$ (đều có đáy là tứ giác $ABCD$). Biết rằng đường tròn ngoại tiếp của tứ giác $ABCD$ là giao tuyến của mặt cầu (S) và mặt phẳng $(P):2x+2y-z-8=0$. Tính thể tích khối bát diện (H)

A. $V_{(H)}=\frac{34}{9}$. B. $V_{(H)}=\frac{665}{81}$. C. $V_{(H)}=\frac{68}{9}$. D. $V_{(H)}=\frac{1330}{81}$.

Câu 48: Cho phương trình $(\cos x+1)(\cos 2x-m\cos x)=m\sin^2 x$. Phương trình có đúng hai nghiệm thuộc đoạn $\left[0;\frac{2\pi}{3}\right]$ khi

A. $m>-1$. B. $m\geq -1$. C. $-1\leq m\leq 1$. D. $-1<m\leq -\frac{1}{2}$.

Câu 49: Lớp 12B có 25 học sinh được chia thành hai nhóm I và II sao cho mỗi nhóm đều có học sinh nam và nữ, nhóm I gồm 9 học sinh nam. Chọn ra ngẫu nhiên mỗi nhóm 1 học sinh, xác suất để chọn ra được 2 học sinh nam bằng 0,54. Xác suất để chọn ra được hai học sinh nữ bằng

A. 0,42. B. 0,04. C. 0,23. D. 0,46.

Câu 50: Cho hình thoi $ABCD$ có $\widehat{BAD}=60°, AB=2a$. Gọi H là trung điểm của AB. Trên đường thẳng d vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$ tại H lấy điểm S thay đổi khác H. Trên tia đối của tia BC lấy điểm M sao cho $BM=\frac{1}{4}BC$. Tính theo a độ dài của SH để góc giữa SC và (SAD) có số đo lớn nhất

A. $SH=\sqrt[4]{\frac{21}{4}}a$. B. $SH=\frac{\sqrt[4]{21}}{4}a$. C. $SH=\sqrt{\frac{21}{4}}a$. D. $SH=\frac{\sqrt{21}}{4}a$.

ĐÁP ÁN

1.B	2.B	3.A	4.D	5.C	6.B	7.A	8.A	9.A	10.B
11.D	12.B	13.C	14.C	15.C	16.C	17.B	18.C	19.D	20.C
21.B	22.B	23.A	24.A	25.B	26.A	27.C	28.A	29.D	30.B
31.D	32.D	33.A	34.C	35.C	36.C	37.D	38.B	39.B	40.D
41.B	42.C	43.D	44.A	45.D	46.C	47.C	48.D	49.B	50.A

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

Câu 1: Đáp án B.

Các hàm số đã cho đều có tập xác định là $D=\mathbb{R}$.

* *Với phương án A:* $y'=3x^2-3; y'=0 \Leftrightarrow x=\pm 1$. Hàm số đồng biến trên mỗi khoảng $(-\infty;-1)$ và $(1;+\infty)$. Loại A.

* *Với phương án B:* $y'=9x^2+2>0, \forall x\in\mathbb{R}$ nên hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$. Chọn B.

* *Với phương án C:* $y'=2x; y'=0\Leftrightarrow x=0$. Hàm số đồng biến trên khoảng $(0;+\infty)$. Loại C.

* *Với phương án D:* $y'=8x^3+2x=2x(4x^2+1); y'=0\Leftrightarrow x=0$. Hàm số đồng biến trên khoảng $(0;+\infty)$. Loại D.

STUDY TIPS

Đồ thị hàm số bậc nhất trên bậc nhất $y=\frac{ax+b}{cx+d}, (c\neq 0; ad-bc\neq 0)$ có một đường tiệm cận đứng là $x=-\frac{d}{c}$ và một đường tiệm cận ngang là $x=\frac{a}{c}$.

Câu 2: Đáp án B.

Đồ thị hàm số có tiệm cận ngang là $y=2$ và đường tiệm cận đứng là $x=-2$.

STUDY TIPS

Cho hàm số bậc ba $y=ax^3+bx^2+cx+d, (a\neq 0)$ có hai điểm cực trị x_1, x_2 $(x_1<x_2)$.

1. Nếu $a>0$ thì hàm số đạt cực đại tại $x=x_1$ và đạt cực tiểu tại $x=x_2$.
2. Nếu $a<0$ thì hàm số đạt cực tiểu tại $x=x_1$ và đạt cực đại tại $x=x_2$.
3. Giá trị của hàm số tại x_1, x_2 cũng chính là giá trị cực trị (cực đại hoặc cực tiểu) của hàm số tại điểm $x=x_1, x=x_2$.

Câu 3: Đáp án A.

Đạo hàm $y'=3x^2-3; y'=0\Leftrightarrow x=\pm 1$. Ta có bảng biến thiên sau đây:

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
$f'(x)$		+	0	−	0	+	
$f(x)$	$-\infty$	↗	0	↘	-4	↗	$+\infty$

Quan sát bảng biến thiên, ta thấy hàm số đạt cực đại tại $x=-1\rightarrow y_{CĐ}=0$.

Câu 4: Đáp án D.

Quan sát hình vẽ, ta thấy đồ thị là của hàm số bậc ba và có dạng chữ N nên hệ số $a>0$. Loại A, B.

Mặt khác, đồ thị có hai điểm cực trị nên loại C. Do $y'_{(C)}=3x^2+3>0, \forall x\in\mathbb{R}$ nên hàm số $y=x^3+3x+1$ đồng biến trên $\mathbb{R}$ và không có cực trị.

Câu 5: Đáp án C.

Ta có $\log_3 x\le \log_{\frac{1}{3}}(2x)\Leftrightarrow \begin{cases}x>0\\ \log_3 x\le -\log_3(2x)\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x>0\\ \log_3 x+\log_3(2x)\le 0\end{cases}$

$$\Leftrightarrow\begin{cases}x>0\\ \log_3(2x^2)\le 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x>0\\ 2x^2\le 1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x>0\\ -\frac{1}{\sqrt{2}}\le x\le\frac{1}{\sqrt{2}}\end{cases}\Leftrightarrow 0<x\le\frac{1}{\sqrt{2}}.$$

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là $\left(0;\frac{1}{\sqrt{2}}\right] \to a=0, b=\frac{1}{\sqrt{2}} \to a^2+b^2=\frac{1}{2}$.

Câu 6: Đáp án B.

$$A=\sqrt{\left(x^{2x}+y^{2x}\right)^2-\left(4^{\frac{1}{2x}}xy\right)^{2x}}=\sqrt{\left(x^{2x}\right)^2+2x^{2x}.y^{2x}+\left(y^{2x}\right)^2-\left(4^{\frac{1}{2x}}\right)^{2x}.x^{2x}.y^{2x}}$$

$$=\sqrt{\left(x^{2x}\right)^2-2x^{2x}.y^{2x}+\left(y^{2x}\right)^2}=\sqrt{\left(x^{2x}-y^{2x}\right)^2}=\left|x^{2x}-y^{2x}\right|.$$

Câu 7: Đáp án A.

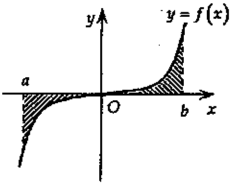
Cách 1: Tư duy tự luận

Ta có $\int \frac{1}{x^2}\cos\frac{2}{x}dx=-\frac{1}{2}\int d\left(\sin\frac{2}{x}\right)=-\frac{1}{2}\sin\frac{2}{x}+C.$

Cách 2: Sử dụng máy tính cầm tay

[SHIFT] [∫] [(−)] [1] [▭/▭] [2] [▶] [sin] [2] [▭/▭] [ALPHA] [)] [▶] [)] [▶] [ALPHA] [)] [▶] [−] [1] [▭/▭] [ALPHA] [)] [x²] [▶] [cos] [2] [▭/▭] [ALPHA] [)] [▶] [)] [CALC] [1] [•] [3] [=] [▶] [▶] [▶] [DEL] [=] [▶] [▶] [▶] [▶] [▶] [▶] [▶] [▶] [DEL] [cos] [=] [▶] [▶] [(−)] [=]

$\frac{d}{dx}\left(-\frac{1}{2}\sin\left(\frac{2}{X}\right)\right)\Big\|_{x=}$ 1.08×10⁻¹⁴	$\frac{d}{dx}\left(\frac{1}{2}\sin\left(\frac{2}{X}\right)\right)\Big\|_{x=}$ −0.03825935394	$\frac{d}{dx}\left(\frac{1}{2}\cos\left(\frac{2}{X}\right)\right)\Big\|_{x=}$ 0.5722769954	$\frac{d}{dx}\left(-\frac{1}{2}\cos\left(\frac{2}{X}\right)\right)\Big\|_{x=}$ −0.6105363493



Câu 8: Đáp án A.

Quan sát đồ thị, ta thấy $f(x)\le 0, \forall x\in[a;0]$ vvà $f(x)\ge 0, \forall x\in[0;b]$. Diện tích của hình phẳng D là:

$$S_D=\int_a^b\left|f(x)\right|dx=\int_a^0\left|f(x)\right|dx+\int_0^b\left|f(x)\right|dx=-\int_a^0 f(x)dx+\int_0^b f(x)dx.$$

STUDY TIPS

Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên đoạn $[a;b]$. Giả sử $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)$ trên đoạn $[a;b]$ thì ta có:

$\int_a^b f(x)dx=F(x)\Big|_a^b=$

$=F(b)-F(a)$.

Câu 9: Đáp án A.

Ta có $\int_1^3 f'(x)dx=f(x)\Big|_1^3=f(3)-f(1)$.

Suy ra $f(1)=f(3)-\int_1^3 f'(x)dx=5-6=-1$.

Câu 10: Đáp án B.

Cách 1: Tư duy tự luận

Ta có $\bar{z}=-\frac{1}{2}-\frac{\sqrt{3}}{2}i \Rightarrow \left(\bar{z}\right)^2=\left(\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}i\right)^2=\frac{1}{4}+\frac{\sqrt{3}}{2}i+\frac{3}{4}i^2=-\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}i.$

Cách 2: Sử dụng máy tính cầm tay

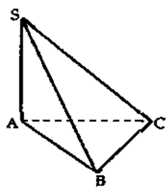
[MODE] [2] [(] [SHIFT] [2] [2] [(−)] [1] [▭/▭] [2] [▶] [+] [√▭] [3] [▶] [▭/▭] [2] [▶] [ENG] [)] [)] [x²] [=]

Conjg$\left(-\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}i\right)^2$

$-\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}i$

Vậy $\left(\bar{z}\right)^2=-\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}i.$

Câu 11: Đáp án D.



Do ΔABC đều có cạnh bằng $2a$ nên

$$S_{\Delta ABC}=\frac{(2a)^2.\sqrt{3}}{4}=a^2\sqrt{3}\text{ (đvdt)}.$$

Thể tích khối chóp $S.ABC$ là:

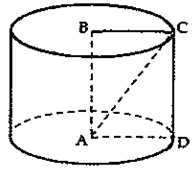
$$V_{S.ABC}=\frac{1}{3}SA.S_{\Delta ABC}=\frac{1}{3}.a\sqrt{3}.a^2\sqrt{3}=a^3\text{ (đvtt)}.$$

STUDY TIPS

1. Tam giác đều cạnh bằng a có diện tích là $S=\frac{a^2\sqrt{3}}{4}$ (đvdt).
2. Khối chóp có chiều cao bằng h, diện tích đáy là S thì thể tích là: $V=\frac{1}{3}S.h$ (đvtt).

STUDY TIPS
Trong không gian Oxyz, cho điểm $M(x_0;y_0;z_0)$
1. Khoảng cách từ điểm M đến mặt phẳng (Oxy) là $d(M;(Oxy))=|z_0|$.
2. Khoảng cách từ điểm M đến mặt phẳng (Oyz) là $d(M;(Oyz))=|x_0|$.
3. Khoảng cách từ điểm M đến mặt phẳng (Oxz) là $d(M;(Oxz))=|y_0|$.

Câu 12: Đáp án B.



Khi quay đường gấp khúc $BCDA$ quanh trục AB, ta được một hình trụ có bán kính đáy

$R=BC=\sqrt{AC^2-AB^2}=\sqrt{\left(a\sqrt{5}\right)^2-a^2}=2a$,

chiều cao $h=AB=a$.

Diện tích xung quanh của hình trụ là:

$S_{xq}=2\pi Rh=2\pi.2a.a=4\pi a^2$ (đvtt).

Câu 13: Đáp án C.

Áp dụng **STUDY TIPS** bên, ta có:

Khoảng cách từ điểm M đến mặt phẳng (Oxy) là $a=2$.

Khoảng cách từ điểm M đến mặt phẳng (Oyz) là $b=1$.

Khoảng cách từ điểm M đến mặt phẳng (Oxz) là $c=3$.

Vậy $P=a+b^2+c^3=2+1^2+3^3=30$.

Câu 14: Đáp án C.

Phương trình mặt phẳng (ABC) là:

$$\frac{x}{a}+\frac{y}{b}+\frac{z}{c}=1\Leftrightarrow\frac{x}{a}+\frac{y}{b}+\frac{z}{c}-1=0.$$

STUDY TIPS
Trong không gian Oxyz, cho ba điểm $A(a;0;0), B(0;b;0)$ và $C(0;0;c)$ với $abc\neq 0$. Khi đó phương trình của mặt phẳng (ABC) theo đoạn chắn là $\frac{x}{a}+\frac{y}{b}+\frac{z}{c}=1$.

Câu 15: Đáp án C.

Đường thẳng d_1 đi qua điểm $M(1;2;3)$ và nhận vecto chỉ phương $\overrightarrow{u_1}=(2;3;4)$.

Đường thẳng d_2 nhận vecto chỉ phương $\overrightarrow{u_2}=(4;6;8)$.

Nhận thấy $\overrightarrow{u_2}=2.\overrightarrow{u_1}$ nên $\overrightarrow{u_1}$ và $\overrightarrow{u_2}$ cùng phương.

Mặt khác, giả sử $M\in d_2$ thì $\begin{cases}1=3+4t\\2=5+6t\\3=7+8t\end{cases}\Leftrightarrow t=-\frac{1}{2}$.

Do vậy điều giả sử này là đúng.

Vậy $d_1\equiv d_2$.

Câu 16: Đáp án C.

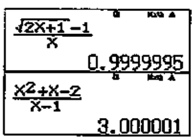
<u>Cách 1:</u> Tư duy tự luận

$$I=\lim_{x\to 0}\frac{\sqrt{2x+1}-1}{x}=\lim_{x\to 0}\frac{\left(\sqrt{2x+1}-1\right)\left(\sqrt{2x+1}+1\right)}{x\left(\sqrt{2x+1}+1\right)}=\lim_{x\to 0}\frac{2}{\sqrt{2x+1}+1}=1.$$

$$J=\lim_{x\to 1}\frac{x^2+x-2}{x-1}=\lim_{x\to 1}\frac{(x-1)(x+2)}{x-1}=\lim_{x\to 1}(x+2)=3.$$

Vậy $I+J=1+3=4$.

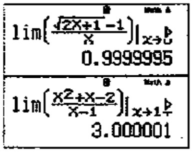
<u>Cách 2:</u> Sử dụng máy tính cầm tay casio (hoặc vinacal)



[$\frac{\square}{\square}$] [$\sqrt{\square}$] [2] [ALPHA] [)] [+] [1] [▶] [−] [1] [▼] [ALPHA] [)] [CALC] [1] [0] [$x^{\square}$] [(−)] [6] [)] [=] [$\frac{\square}{\square}$]
[ALPHA] [)] [x^2] [+] [ALPHA] [)] [−] [2] [▼] [ALPHA] [)] [−] [1] [CALC] [1] [+] [1] [0] [$x^{\square}$] [(−)] [6] [)]
[=]

Vậy $I=\lim_{x\to 0}\frac{\sqrt{2x+1}-1}{x}=1$ và $J=\lim_{x\to 1}\frac{x^2+x-2}{x-1}=3$. Suy ra $I+J=4$.

<u>Cách 3:</u> Sử dụng máy tính cầm tay vinacal



[SHIFT] [6] [5] [▭/▭] [√■] [2] [ALPHA] [)] [+] [1] [▶] [−] [1] [▼] [ALPHA] [)] [▶] [▶] [0] [+] [1] [0] [$x^■$] [(−)] [6] [=] [SHIFT] [6] [5] [▭/▭] [ALPHA] [)] [x^2] [+] [ALPHA] [)] [−] [2] [▼] [ALPHA] [)] [−] [1] [▶] [▶] [1] [+] [1] [0] [$x^■$] [(−)] [6] [=]

Vậy $I=\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sqrt{2x+1}-1}{x}=1$ và $J=\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{x^2+x-2}{x-1}=3.$

Suy ra $I+J=4$.

Câu 17: Đáp án B.

Trong 25 người, bầu ra 1 chủ tịch có C_{25}^1 cách. Trong 24 người còn lại, bầu ra 1 phó chủ tịch có C_{24}^1 cách. Trong 23 người còn lại, bầu ra 1 thư kí có C_{23}^1 cách.

Vậy số cách để bầu ra 1 ban chủ nhiệm gồm 1 chủ tịch, 1 phó chủ tịch, 1 thư kí từ 25 người là $C_{25}^1.C_{24}^1.C_{23}^1=25.24.23=13800$ cách.

Câu 18: Đáp án C.

Quan sát đồ thị $f'(x)$ (hình vẽ), ta thấy $f'(x)>0,\forall x\in\left(1-\sqrt{3};1\right)\cup\left(1+\sqrt{3};+\infty\right)$;

$f'(x)<0,\forall x\in\left(-\infty;1-\sqrt{3}\right)\cup\left(1;1+\sqrt{3}\right)$ và $f'(x)=0\Leftrightarrow x\in\left\{1-\sqrt{3};1;1+\sqrt{3}\right\}$.

Suy ra hàm số $y=f(x)$ đồng biến trên mỗi khoảng $\left(1-\sqrt{3};1\right)$ và $\left(1+\sqrt{3};+\infty\right)$; hàm số nghịch biến trên mỗi khoảng $\left(-\infty;1-\sqrt{3}\right)$ và $\left(1;1+\sqrt{3}\right)$.

Do $(-2;-1)\subset\left(-\infty;1-\sqrt{3}\right)$ nên hàm số nghịch biến trên khoảng $(-2;-1)$.

Câu 19: Đáp án D.

(1) Nếu $f'(x_0)=0$ hoặc $f'(x_0)$ không xác định trên K thì x_0 có thể là điểm cực trị của hàm số trên K. Còn nếu $f'(x_0)\neq 0$ thì x_0 không thể nào là điểm cực trị của hàm số trên K. Vậy phát biểu (1) đúng.

(2) Nếu $x_0\notin K$ mà qua điểm x_0, $f'(x)$ có sự đổi dấu thì x_0 không phải là điểm cực trị của hàm số f. Vậy phát biểu (2) sai.

Câu 20: Đáp án C.

Lời giải trên là sai. Cách làm lời giải này chỉ đúng đối với bài toán tìm giá trị lớn nhất – giá trị nhỏ nhất của hàm số trên một đoạn $[a;b]$.

Để giải bài toán này, ta lập bảng biến thiên của hàm số $y=2x^4-4x^2+3$ trên $\mathbb{R}$:

* **<u>Bước 1:</u>** Tập xác định $D=\mathbb{R}$. Đạo hàm $y'=8x^3-8x$.

* **<u>Bước 2:</u>** Cho $y'=0$ tìm $x=0;x=-1;x=1$.

* **<u>Bước 3:</u>** Ta có bảng biến thiên sau

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	1	$+$	
y	$+\infty$	$\searrow$	1	$\nearrow$	3	$\searrow$	1	$\nearrow$	$+\infty$

Quan sát bảng biến thiên, ta thấy giá trị nhỏ nhất của hàm số là 1 và hàm số không có giá trị lớn nhất. Vậy lời giải trên sai từ bước 3.

Câu 21: Đáp án B.

<u>Cách 1:</u> Tư duy tự luận

$$\left(\frac{1}{3}\right)^{\sqrt{x+2}}>3^{-x}\Leftrightarrow\begin{cases}x+2\ge 0\\ 3^{-\sqrt{x+2}}>3^{-x}\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x\ge -2\\ \sqrt{x+2}<x\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x\ge -2\\ x>0\\ x+2<x^2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x>0\\ (x+1)(x-2)>0\end{cases}$$

$$\Leftrightarrow\begin{cases}x>0\\ \left[\begin{array}{l}x>2\\ x<-1\end{array}\right.\end{cases}\Leftrightarrow x>2.$$ Vậy tập nghiệm của bất phương trình là $S=(2;+\infty)$.

STUDY TIPS

$\sqrt{A}<B\Leftrightarrow\begin{cases}B>0\\ A<B^2\end{cases}$

<u>Cách 2:</u> Sử dụng máy tính cầm tay

Đặt $f(x)=\left(\frac{1}{3}\right)^{\sqrt{x+2}}-3^{-x}$ và tính $f(-2);f(-1);f(0);f(2)$ bằng lệnh CALC.

(1 ▭ 3 ▶) x■ √■ ALPHA) + 2 ▶ ▶ − 3 x■ (−) ALPHA) CALC (−) 2 = CALC (−) 1 = CALC 0 = CALC 2 =

$(\frac{1}{3})^{\sqrt{X+2}}-3^{-X}$	$(\frac{1}{3})^{\sqrt{X+2}}-3^{-X}$	$(\frac{1}{3})^{\sqrt{X+2}}-3^{-X}$	$(\frac{1}{3})^{\sqrt{X+2}}-3^{-X}$
-8	$-\frac{8}{3}$	-0.7885300558	0

STUDY TIPS

Kỹ thuật sử dụng MTCT để xác định tập nghiệm của bất phương trình đã được giới thiệu và đề cập chi tiết tại chủ đề 9 trong cuốn "Công phá Kỹ thuật Casio".

$(\frac{1}{3})^{\sqrt{X+2}}-3^{-X}$
0.04869130821

Suy ra chỉ có $x=2$ là điểm tới hạn của $f(x)$. Ta xét dấu của biểu thức $f(x)$ trên các khoảng $(-\infty;2)$ và $(2;+\infty)$.

Tiếp tục ấn CALC 3 =. Như vậy $f(x)<0$ khi $x\in(-\infty;2)$ và $f(x)>0$ khi $x\in(2;+\infty)$.

Bất phương trình tương đương với $f(x)>0$. Vậy tập nghiệm của bất phương trình đã cho là $(2;+\infty)$.

Câu 22: Đáp án B.

Đặt $x=2\sin t, t\in\left[-\frac{\pi}{2};\frac{\pi}{2}\right]\Rightarrow dx=2\cos t dt$. Đổi cận $\begin{cases}x=0\Rightarrow t=0\\ x=1\Rightarrow t=\frac{\pi}{6}\end{cases}$

Suy ra $I=\int_0^{\frac{\pi}{6}}\frac{2}{\sqrt{4-4\sin^2 t}}.2\cos t dt=2\int_0^{\frac{\pi}{6}}dt.$

Câu 23: Đáp án A.

<u>Cách 1:</u> Tư duy tự luận

Ta có $(1+2i)z=-7-4i\Leftrightarrow z=\frac{-7-4i}{1+2i}=\frac{(-7-4i)(1-2i)}{(1+2i)(1-2i)}=\frac{-15+10i}{5}=-3+2i.$

* Số phức liên hợp của z là $\bar{z}=-3-2i$. Vậy A sai.

* Mô đun của z là $|z|=\sqrt{(-3)^2+2^2}=\sqrt{13}$. Vậy B đúng.

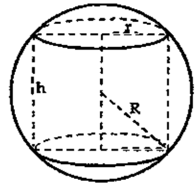
* z có điểm biểu diễn là $M(-3;2)$. Vậy C đúng.

* z có tổng phần thực và phần ảo là $(-3)+2=-1$. Vậy D đúng.

<u>Cách 2:</u> Sử dụng máy tính cầm tay

MODE 2 ▭ (−) 7 − 4 ENG ▼ 1 + 2 ENG SHIFT RCL (−) SHIFT hyp ALPHA (−) = SHIFT 2 2 ALPHA (−)) =

$\frac{-7-4i}{1+2i}\to A$	Conjg(A)	|A|
-3+2i	-3-2i	$\sqrt{13}$



Câu 24: Đáp án A.

Gọi bán kính đáy và chiều cao của hình trụ (T) lần lượt là r và h. Khi đó thiết diện qua trục của hình trụ là một hình chữ nhật có kích thước hai cạnh là $2r$ và h. Diện tích hình chữ nhật đó là $S = 2rh$.

Quan sát hình vẽ, ta thấy $R^2 = \left(\frac{h}{2}\right)^2 + r^2 \Leftrightarrow h = 2\sqrt{R^2 - r^2} = 2\sqrt{3a^2 - r^2}$.

Khi đó $S = 2rh = 4r\sqrt{3a^2 - r^2} \le 4.\dfrac{r^2 + \left(\sqrt{3a^2 - r^2}\right)^2}{2} = 6a^2$. Dấu "=" xảy ra khi và chỉ khi $r = \sqrt{3a^2 - r^2} \Leftrightarrow 2r^2 = 3a^2 \Leftrightarrow r = \dfrac{a\sqrt{6}}{2} \Rightarrow h = 2\sqrt{3a^2 - \dfrac{3a^2}{2}} = a\sqrt{6}$.

STUDY TIPS
Với các số thực a, b ta có:
$$ab \le \frac{a^2 + b^2}{2}.$$
Dấu "=" xảy ra $\Leftrightarrow a = b$.

Vậy diện tích toàn phần của hình trụ (T) là

$$S_{tp} = 2\pi rh + 2\pi r^2 = 2\pi a\sqrt{6}.\frac{a\sqrt{6}}{2} + 2\pi\left(\frac{a\sqrt{6}}{2}\right)^2 = 9\pi a^2 \text{ (đvdt).}$$

Câu 25: Đáp án B.

Ta có $\overrightarrow{MN} = (1;-1;1)$ nên đường thẳng MN có một vectơ chỉ phương là $\overrightarrow{u_{MN}} = (1;-1;1)$. Mà đường thẳng MN đi qua điểm $N(2;1;4)$ nên có phương trình tham số là $\begin{cases} x = 2 + t \\ y = 1 - t \\ z = 4 + t \end{cases}, (t \in \mathbb{R})$.

Câu 26: Đáp án A.

Ta có $IM = \sqrt{(2-1)^2 + (2-0)^2 + (-1+3)^2} = 3$. Mặt cầu (S) có tâm $I(1;0;-3)$ và bán kính $R = IM = 3$ nên có phương trình là $(x-1)^2 + y^2 + (z+3)^2 = 9$.

Câu 27: Đáp án C.

Điểm $C \in Oz$ nên $C(0;0;z_C)$. Ta có: $\overrightarrow{BA} = (-1;1;-2)$ và $\overrightarrow{BC} = (-3;0;z_C - 1)$.

Để ΔABC vuông tại B thì $BA \perp C \Leftrightarrow \overrightarrow{BA}.\overrightarrow{BC} = 0 \Leftrightarrow (-1).(-3) + 1.0 - 2(z_C - 1) = 0$
$\Leftrightarrow z_C = 3$. Vậy $C(0;0;3)$.

STUDY TIPS
Xét khai triển
$$(a+b)^n = \sum_{k=0}^{n} C_n^k a^{n-k} b^k$$
có các tính chất sau đây:
1. Trong khai triển có $n+1$ số hạng.
2. Số hạng thứ $k+1$ trong khai triển có công thức tổng quát là $T_{k+1} = C_n^k a^{n-k} b^k$.

Câu 28: Đáp án A.

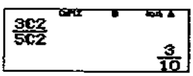
Xét khai triển $(3x+2y)^4 = \sum_{k=0}^{4} C_4^k (3x)^{4-k} (2y)^k = \sum_{k=0}^{4} C_4^k 3^{4-k} 2^k x^{4-k} y^k$. Khai triển này có $4 + 1 = 5$ số hạng nên số hạng đứng giữa là số hạng thứ 3.

Số hạng thứ 3 của nhị thức có công thức tổng quát là $T_3 = C_4^2 3^2 2^2 x^2 y^2 = 36C_4^2 x^2 y^2$.

Câu 29: Đáp án D.

Không gian mẫu là "Lấy ngẫu nhiên đồng thời 2 trong 5 quả cầu". Số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega) = C_5^2$.

Gọi A là biến cố "2 quả cầu lấy ra đều có màu trắng" thì số kết quả thuận lợi cho biến cố A là $n(A) = C_3^2$.



Vậy xác suất cần tính là $P(A) = \dfrac{n(A)}{n(\Omega)} = \dfrac{C_3^2}{C_5^2} = \dfrac{3}{10}$.

Câu 30: Đáp án B.

<u>Cách 1:</u> Tư duy tự luận

Hàm số liên tục tại điểm $x=1$ khi $\lim\limits_{x\to 1} f(x)=f(1)$.

Ta có $f(1)=k$ và $\lim\limits_{x\to 1} f(x)=\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{x^{2016}+x-2}{\sqrt{2018x+1}-\sqrt{x+2018}}$

$$=\lim_{x\to 1}\frac{\left[\left(x^{2016}-x\right)+2(x-1)\right]\left(\sqrt{2018x+1}+\sqrt{x+2018}\right)}{\left(\sqrt{2018x+1}-\sqrt{x+2018}\right)\left(\sqrt{2018x+1}+\sqrt{x+2018}\right)}$$

$$=\lim_{x\to 1}\frac{x(x-1)\left[\left(x^{2014}+x^{2013}+...+x+1\right)+2\right]\left(\sqrt{2018x+1}+\sqrt{x+2018}\right)}{2017(x-1)}$$

$$=\lim_{x\to 1}\frac{x\left[\left(x^{2014}+x^{2013}+...+x+1\right)+2\right]\left(\sqrt{2018x+1}+\sqrt{x+2018}\right)}{2017}=\frac{(2015+2).2\sqrt{2019}}{2017}$$

$=2\sqrt{2019}$. Vậy để hàm số liên tục tại điểm $x=1$ khi $k=2\sqrt{2019}$.

<u>Cách 2:</u> Tư duy tự luận (tính giới hạn bằng công thức L'Hospital)

STUDY TIPS

Nếu $f(x_0)=0, g(x_0)=0$ thì $\lim\limits_{x\to x_0}\dfrac{f(x)}{g(x)}=\lim\limits_{x\to x_0}\dfrac{f'(x)}{g'(x)}$.

(Công thức L'Hospital).

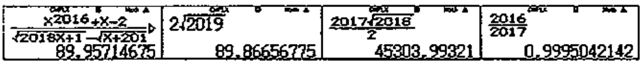
Ta có $\lim\limits_{x\to 1} f(x)=\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{x^{2016}+x-2}{\sqrt{2018x+1}-\sqrt{x+2018}}=\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{2016x^{2015}+1}{\dfrac{1009}{\sqrt{2018x+1}}-\dfrac{1}{2\sqrt{x+2018}}}$

$$=\frac{2016+1}{\dfrac{1009}{\sqrt{2019}}-\dfrac{1}{2\sqrt{2019}}}=2\sqrt{2019}.$$

Hàm số liên tục tại điểm $x=1$ khi $\lim\limits_{x\to 1} f(x)=f(1)\Leftrightarrow k=2\sqrt{2019}$.

<u>Cách 3:</u> Sử dụng máy tính cầm tay (casio và vinacal)

[▭/▭] [ALPHA] [)] [$x^{■}$] [2] [0] [1] [6] [▶] [+] [ALPHA] [)] [−] [2] [▼] [√■] [2] [0] [1] [8] [ALPHA] [)]
[+] [1] [▶] [−] [√■] [ALPHA] [)] [+] [2] [0] [1] [8] [CALC] [1] [+] [1] [0] [$x^{■}$] [(−)] [6] [=] [2] [√■]
[2] [0] [1] [9] [=] [2] [0] [1] [7] [√■] [2] [0] [1] [8] [▶] [▭/▭] [2] [=] [2] [0] [1] [6] [▭/▭]
[2] [0] [1] [7] [=] [S⇔D]

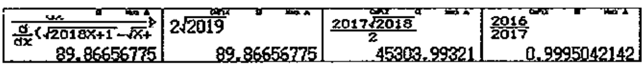


Suy ra $\lim\limits_{x\to 1} f(x)=\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{x^{2016}+x-2}{\sqrt{2018x+1}-\sqrt{x+2018}}=2\sqrt{2019}$.

Hàm số liên tục tại điểm $x=1$ khi $\lim\limits_{x\to 1} f(x)=f(1)\Leftrightarrow k=2\sqrt{2019}$.

<u>Cách 4:</u> Sử dụng máy tính cầm tay (casio và vinacal)

[▭/▭] [SHIFT] [∫▭] [ALPHA] [)] [$x^{■}$] [2] [0] [1] [6] [▶] [+] [ALPHA] [)] [−] [2] [▶] [1] [▼] [SHIFT] [∫▭] [√■]
[2] [0] [1] [8] [ALPHA] [)] [+] [1] [▶] [−] [√■] [ALPHA] [)] [+] [2] [0] [1] [8] [▶] [▶] [1] [=] [2]
[√■] [2] [0] [1] [9] [=] [2] [0] [1] [7] [√■] [2] [0] [1] [8] [▶] [▭/▭] [2] [=] [2] [0] [1] [6]
[▭/▭] [2] [0] [1] [7] [=] [S⇔D]



Suy ra $\lim\limits_{x\to 1} f(x)=\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{x^{2016}+x-2}{\sqrt{2018x+1}-\sqrt{x+2018}}=2\sqrt{2019}$.

Hàm số liên tục tại điểm $x=1$ khi $\lim\limits_{x\to 1} f(x)=f(1)\Leftrightarrow k=2\sqrt{2019}$.

<u>Cách 5:</u> Sử dụng máy tính cầm tay vinacal

[SHIFT] [6] [5] [▭/▭] [ALPHA] [)] [$x^{■}$] [2] [0] [1] [6] [▶] [+] [ALPHA] [)] [−] [2] [▼] [√■] [2] [0] [1] [8] [ALPHA] [)] [+] [1] [▶] [−] [√■] [ALPHA] [)] [+] [2] [0] [1] [8] [▶] [▶] [▶] [1] [+] [1] [0] [$x^{■}$] [(−)] [6] [=] [2] [√■] [2] [0] [1] [9] [=] [2] [0] [1] [7] [√■] [2] [0] [1] [8] [▶] [▭/▭] [2] [=] [2] [0] [1] [6] [▭/▭] [2] [0] [1] [7] [=] [S⇔D]

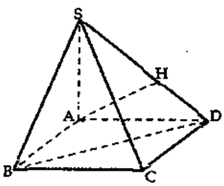
$\lim\left(\frac{X^{2016}+X}{\sqrt{2018X+1}-\sqrt{X+}}\right.$ ▶ 89.95714671	$2\sqrt{2019}$ 89.86556775	$\frac{2017\sqrt{2018}}{2}$ 45303.99321	$\frac{2016}{2017}$ 0.9995042142

Suy ra $\lim\limits_{x\to1} f(x)=\lim\limits_{x\to1}\dfrac{x^{2016}+x-2}{\sqrt{2018x+1}-\sqrt{x+2018}}=2\sqrt{2019}.$

Hàm số liên tục tại điểm $x=1$ khi $\lim\limits_{x\to1} f(x)=f(1)\Leftrightarrow k=2\sqrt{2019}.$

Câu 31: Đáp án D.

<u>Cách 1:</u> Tư duy tự luận *(Tính khoảng cách dựa vào hình chiếu)*



Ta có $\begin{cases} AB//CD \\ AB\not\subset(SCD)\Rightarrow AB//(SCD)\Rightarrow d\left(B;(SCD)\right)=d\left(A;(SCD)\right). \\ CD\subset(SCD)\end{cases}$

Lại có $\begin{cases} CD\perp AD, AD\subset(SAD) \\ CD\perp SA, SA\subset(SAD)\ \ \Rightarrow CD\perp(SAD). \\ AD\cap SA=A\end{cases}$

Trong mặt phẳng (SAD): Kẻ $AH\perp SD,(H\in SD)$ thì $CD\perp AH.$

Suy ra $AH\perp(ACD)\Rightarrow AH=d\left(A;(SCD)\right)=d\left(B;(SCD)\right).$

ΔSAD vuông tại A nên $\dfrac{1}{AH^2}=\dfrac{1}{SA^2}+\dfrac{1}{AD^2}=\dfrac{1}{(2a)^2}+\dfrac{1}{a^2}=\dfrac{5}{4a^2}\Rightarrow AH=\dfrac{2a}{\sqrt5}.$

STUDY TIPS

Nếu $\Delta//(P)$ thì với mọi điểm $M\in d$ ta có:

$d\left(M;(P)\right)=d\left(\Delta;(P)\right).$

Vậy khoảng cách từ điểm B đến mặt phẳng (SCD) là $d=\dfrac{2a\sqrt5}{5}.$

<u>Cách 2:</u> Tư duy tự luận *(Tính khoảng cách qua công thức thể tích)*

Thể tích khối chóp $S.ABCD$ là $V_{S.ABCD}=\dfrac13 SA.S_{ABCD}=\dfrac13.2a.a^2=\dfrac{2a^3}{3}$ (đvtt).

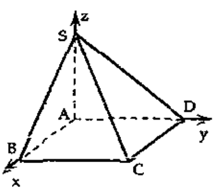
Do $S_{\Delta BCD}=\dfrac12 S_{ABCD}\Rightarrow V_{S.BCD}=\dfrac12 V_{S.ABCD}=\dfrac{a^3}{3}$ (đvtt).

Ta có $CD\perp(SAD)$ *(xem lại phần chứng minh ở cách 1)* $\Rightarrow CD\perp SD\Rightarrow\Delta SCD$ vuông tại D. Suy ra $S_{\Delta SCD}=\dfrac12 SD.CD=\dfrac12\sqrt{SA^2+AD^2}.CD=\dfrac12 a\sqrt{(2a)^2+a^2}=\dfrac{a^2\sqrt5}{2}$ (đvdt)

Mặt khác $V_{S.BCD}=V_{B.SCD}=\dfrac13 d\left(B;(SCD)\right).S_{\Delta SCD}\Rightarrow d\left(B;(SCD)\right)=\dfrac{3V_{S.BCD}}{S_{\Delta SCD}}=\dfrac{2a}{\sqrt5}.$

Vậy khoảng cách từ điểm B đến mặt phẳng (SCD) là $d=\dfrac{2a\sqrt5}{5}.$

<u>Cách 3:</u> Sử dụng máy tính cầm tay *(Kết hợp với phương pháp gắn hệ tọa độ)*



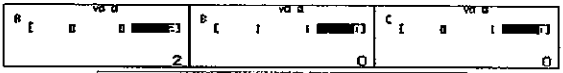
Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ như hình vẽ sao cho: $O(0;0;0)\equiv A, B\in Ox,$ $D\in Oy, S\in Oz.$

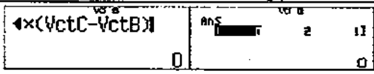
Đặt $a=1.$

Khi đó tọa độ các đỉnh: $A(0;0;0), B(1;0;0), C(1;1;0), D(0;1;0), S(0;0;2).$

* ***Bước 1:*** Nhập vào máy tính $VctA = [0,0,2], VctB = (1,1,0), VctC = [0;1;0]$.

MODE 8 1 1 0 = 0 = 2 = SHIFT 5 1 2 1 1 = 1 = 0 = SHIFT 5 1 3 1 0 = 1 = 0 = AC (SHIFT 5 4 − SHIFT 5 3) × (SHIFT 5 5 − SHIFT 5 4) =

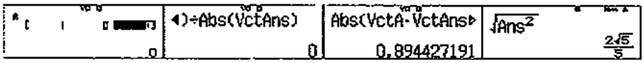




Mặt phẳng (SCD) chứa điểm $S(0;0;2)$ và nhận $\bar{n} = (0;2;1)$ làm vectơ pháp tuyến nên có phương trình tổng quát là $2y + z - 2 = 0$.

* ***Bước 2:*** Giữ nguyên màn hình máy tính ở trên, nhập tiếp:

SHIFT 5 1 1 1 1 = 0 = 0 = AC SHIFT hyp SHIFT 5 3 SHIFT 5 7 SHIFT 5 6 − 2) ÷ SHIFT hyp SHIFT 5 6) = MODE 1 √ Ans x² =



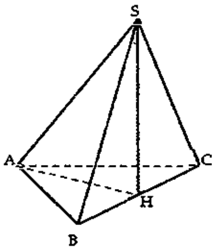
Vậy khoảng cách cần tính là $d = \dfrac{2a\sqrt{5}}{5}$.

STUDY TIPS

1. Ở bước 1, ta nhập vào máy như hướng dẫn để tìm $\bar{n} = [\overline{SC}, \overline{CD}]$ là vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (P).
2. Ở bước 2, ta nhập vào máy như hướng dẫn để tìm khoảng cách từ điểm B đến mặt phẳng (SCD).

(Đọc kĩ "Công phá Kỹ thuật Casio để hiểu rõ hơn về cách làm").

Câu 32: Đáp án D.



Ta có H là trung điểm của BC, H là hình chiếu của S trên mặt phẳng (ABC) nên HA là hình chiếu của SA trên mặt phẳng (ABC).

Suy ra $\left(\widehat{SA,(ABC)}\right) = \left(\widehat{SA,HA}\right) = \widehat{SAH}$.

Lại có $\Delta ABC = \Delta SBC$ (đều là các tam giác đều cạnh a) nên $AH = SH \Rightarrow \Delta SHA$ vuông cân tại H.

Vậy $\left(\widehat{SA,(ABC)}\right) = \widehat{SAH} = 45°$.

Câu 33: Đáp án A.

Với $x = 0$ thay vào hai vế của đẳng thức $f^2(1+2x) = x - f^3(1-x)$ ta có $f^2(1) = -f^3(1)$.

Đạo hàm hai vế của đẳng thức đã cho, ta có:

$4f(1+2x).f'(1+2x) = 1 + 3f^2(1-x).f'(1-x) \xrightarrow{x=0} 2f(1).f'(1) = 1 + 3f^2(1).f'(1)$

Ta có hệ phương trình sau $\begin{cases} f^2(1) = -f^3(1) \\ 4f(1).f'(1) = 1 + 3f^2(1).f'(1) \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} f^2(1)[f(1)+1] = 0 \\ 4f(1).f'(1) = 1 + 3f^2(1).f'(1) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} f(1) = -1 \\ f'(1) = -\dfrac{1}{7} \end{cases}$

Vậy tiếp tuyến cần tìm là $y = f'(1).(x-1) + f(1) = -\dfrac{1}{7}(x-1) - 1 \Leftrightarrow y = -\dfrac{1}{7}x - \dfrac{6}{7}$.

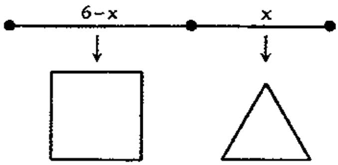
STUDY TIPS

Phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = f(x)$ tại điểm $x = x_0$ là:

$y = f'(x_0).(x - x_0) + f(x_0)$.

Câu 34: Đáp án C.

Cắt sợi dây 6 mét đã cho thành hai phần có độ dài lần lượt là x mét và $6 - x$ mét $(0 < x < 6)$. Phần thứ nhất có độ dài x mét được uốn thành hình tam giác đều cạnh bằng $\frac{x}{3}$ mét. Phần thứ hai có độ dài $6-x$ mét được uốn thành hình vuông cạnh bằng $\frac{6-x}{4}$ mét.



* Diện tích phần I là $S_1=\left(\frac{x}{3}\right)^2.\frac{\sqrt{3}}{4}=\frac{x^2\sqrt{3}}{36}\left(m^2\right)$.

* Diện tích phần II là $S_2=\left(\frac{6-x}{4}\right)^2\left(m^2\right)$.

Tổng diện tích hai phần là $S(x)=S_1+S_2=\frac{x^2\sqrt{3}}{36}+\left(\frac{6-x}{4}\right)^2\left(m^2\right)$ với $x\in(0;6)$.

Đạo hàm $S'(x)=\frac{x\sqrt{3}}{18}-\frac{6-x}{8}; S'(x)=0\Leftrightarrow x=\frac{54}{9+4\sqrt{3}}\in(0;6)$. Lập bảng biến thiên của hàm số $S(x)$ trên khoảng $(0;6)$, ta thấy $\min S(x)=S\left(\frac{54}{9+4\sqrt{3}}\right)$.

Khi đó cạnh của tam giác đều bằng $\frac{18}{9+4\sqrt{3}}(m)$.

Câu 35: Đáp án C.

Đạo hàm $y'=3x^2-6mx=3x(x-2m); y'=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=2m\end{array}\right.$

Để đồ thị hàm số có hai điểm cực trị $A,B\Leftrightarrow$ Phương trình $y'=0$ có hai nghiệm phân biệt $x_1,x_2\Leftrightarrow 2m\neq 0\Leftrightarrow m\neq 0$.

Giả sử $A(0;3m^2)$ và $B(2m;3m^2-4m^3)$. Phương trình đường thẳng AB là:

$$\frac{x-0}{2m-0}=\frac{y-3m^2}{3m^2-4m^3-3m^2}\Leftrightarrow x=\frac{y-3m^2}{-2m^2}\Leftrightarrow 2m^2x+y-3m^2=0.$$

Lại có $AB=\sqrt{(2m-0)^2+\left(3m^2-4m^3-3m^2\right)^2}=\sqrt{4m^2+16m^6}=|2m|\sqrt{1+4m^4}$

Suy ra $S_{\Delta OAB}=\frac{1}{2}AB.d(O;AB)=\frac{1}{2}.|2m|\sqrt{1+4m^4}.\frac{\left|-3m^2\right|}{\sqrt{4m^4+1}}=3|m|.m^2$ (đvdt).

Yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow S_{\Delta OAB}=24\Leftrightarrow 3|m|^3=24\Leftrightarrow|m|=2\Leftrightarrow m=\pm 2$ (thỏa mãn).

Câu 36: Đáp án C.

Đặt $\log_9 x=\log_{12} y=\log_{16}(x+y)=t\Rightarrow\left\{\begin{array}{l}x=9^t\\y=12^t\\x+y=16^t\end{array}\right.\Rightarrow 9^t+12^t=16^t$

$\Leftrightarrow\left(3^t\right)^2+3^t.4^t-\left(4^t\right)^2=0\ (*)$.

Chia cả hai vế của phương trình $(*)$ cho $\left(4^t\right)^2$ ta được:

$$\left(\frac{3^t}{4^t}\right)^2+\frac{3^t}{4^t}-1=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\frac{3^t}{4^t}=\frac{\sqrt{5}-1}{2}\\\frac{3^t}{4^t}=\frac{-\sqrt{5}-1}{2}(L)\end{array}\right.\Rightarrow\frac{x}{y}=\frac{3^t}{4^t}=\frac{\sqrt{5}-1}{2}.$$

Ta có:

$$S=\log_4\frac{x\left(1+\sqrt{5}\right)}{y}+\log_8\sqrt{\frac{x\left(1+\sqrt{5}\right)}{y}}+\log_{16}\sqrt[3]{\frac{x\left(1+\sqrt{5}\right)}{y}}+...+\log_{2^{2018}}\sqrt[2017]{\frac{x\left(1+\sqrt{5}\right)}{y}}$$

$$=\log_{2^2}\frac{x\left(1+\sqrt{5}\right)}{y}+\log_{2^3}\left[\frac{x\left(1+\sqrt{5}\right)}{y}\right]^{\frac{1}{2}}+\log_{2^4}\left[\frac{x\left(1+\sqrt{5}\right)}{y}\right]^{\frac{1}{3}}+...+$$

$$+\log_{2^{2018}}\left[\frac{x\left(1+\sqrt{5}\right)}{y}\right]^{\frac{1}{2017}}$$

$$=\frac{1}{1.2}\log_2\frac{x\left(1+\sqrt{5}\right)}{y}+\frac{1}{2.3}\log_2\frac{x\left(1+\sqrt{5}\right)}{y}+\frac{1}{3.4}\log_2\frac{x\left(1+\sqrt{5}\right)}{y}+...+$$

$$+\frac{1}{2017.2018}\log_2\frac{x\left(1+\sqrt{5}\right)}{y}$$

$$=\left[\left(1-\frac{1}{2}\right)+\left(\frac{1}{2}-\frac{1}{3}\right)+\left(\frac{1}{3}-\frac{1}{4}\right)+...+\left(\frac{1}{2017}-\frac{1}{2018}\right)\right].\log_2\frac{x\left(1+\sqrt{5}\right)}{y}$$

$$=\left(1-\frac{1}{2018}\right).\log_2\frac{x\left(1+\sqrt{5}\right)}{y}=\frac{2017}{2018}.\log_2\frac{\left(\sqrt{5}-1\right)\left(\sqrt{5}+1\right)}{2}=\frac{2017}{2018}.$$

Câu 37: Đáp án D.

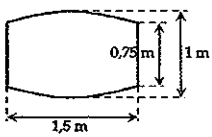
Tỉ lệ lạm phát của Trung Quốc trong năm 2016 là 2,5% có nghĩa là: Cứ sau 1 năm, giá sản phẩm B sẽ tăng thêm 5% so với giá của sản phẩm đó ở năm trướC.

Nếu giá xăng năm 2016 là 10000 NDT/ lít thì giá xăng năm 2017 sẽ tăng thêm $10000.2,5\%=250$ NDT/ lít. Khi đó giá xăng năm 2017 là $10000+250=10250$ NDT/ lít.

Để tính giá xăng năm 2025, ta áp dụng công thức tính lãi kép $T_n=T_0\left(1+r\right)^n$ với $T_0=10000;r=2,5\%;n=2025-2016=9.$

Vậy giá xăng năm 2025 là $P_9=10000\left(1+2,5\%\right)^9\approx 12489$ NDT/ lít.

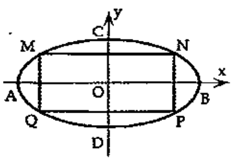
Câu 38: Đáp án B.



Phân tích:

1. Để tính diện tích của phần gỗ ta cần dùng ý nghĩa hình học của tích phân.
2. Trước tiên, ta cần lập phương trình được Elip biểu thị bảng gỗ. Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ sao cho bảng gỗ này nhận hai trục Ox,Oy làm trục đối xứng.
3. Theo số liệu đề cho ta có các độ dài $CD=1\left(m\right),MN=1,5\left(m\right),NP=0,75\left(m\right).$

Lời giải chi tiết:



Đường Elip $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$ có trục nhỏ $CD=1\left(m\right)$ và đi qua điểm $N\left(\frac{3}{4};\frac{3}{8}\right)$, ta có

$$\begin{cases}2b=1\\ \dfrac{\left(\frac{3}{4}\right)^2}{a^2}+\dfrac{\left(\frac{3}{8}\right)^2}{b^2}=1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}b=\dfrac{1}{2}\\ a^2=\dfrac{9}{7}\end{cases}\Rightarrow\frac{7}{9}x^2+4y^2=1\Rightarrow y=\pm\frac{1}{2}\sqrt{1-\frac{7}{9}x^2}.$$

Diện tích gỗ cần có được tính theo công thức:

$$S=2\int_{-0,75}^{0,75}\frac{1}{2}\sqrt{1-\frac{7}{9}x^2}dx=\int_{-0,75}^{0,75}\sqrt{1-\frac{7}{9}x^2}dx\approx 1,4\left(m^2\right).$$

Câu 39: Đáp án B.

Thể tích của khối tròn xoay thu được khi quay elip có trục lớn $AA'=8$, trục nhỏ $BB'=6$ khi quay quanh trục AA' là $V_{(E)}=\frac{4}{3}\pi.\frac{AA'}{2}.\left(\frac{BB'}{2}\right)^2=\frac{4}{3}\pi.4.3^2=48\pi$ (đvtt).

Thể tích khối tròn xoay thu được khi quay đường tròn $\left(O;\frac{BB'}{2}\right)$ quanh trục AA' cũng chính là thể tích khối cầu tâm O, bán kính $R=3$. Thể tích đó là

$$V_{(O;3)}=\frac{4}{3}\pi R^3=\frac{4}{3}\pi.3^3=36\pi \text{ (đvtt)}.$$

Vậy thể tích khối tròn xoay cần tính là $V=V_{(E)}-V_{(O;3)}=48\pi-36\pi=12\pi$ (đvtt).

STUDY TIPS

1. Thể tích khối tròn xoay thu được khi quay hình elip (E) có trục lớn bằng 2a, trục nhỏ bằng 2b quanh trục lớn là $V=\frac{4}{3}\pi ab^2$.

2. Thể tích khối cầu bán kính R là $V=\frac{4}{3}\pi R^3$.

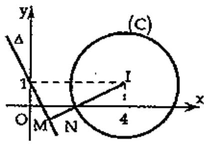
Câu 40: Đáp án D.

Gọi $M(x;y)$ là điểm biểu diễn số phức z_1. Khi đó $|z_1-2|^2-|z_1+i|^2=1$

$\Leftrightarrow (x-2)^2+y^2-x^2-(y+1)^2=1\Leftrightarrow -4x-2y+2=0\Leftrightarrow 2x+y-1=0$. Suy ra tập hợp các điểm M biểu diễn số phức z_1 là đường thẳng $\Delta: 2x+y-1=0$.

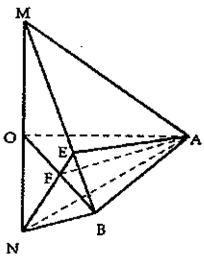
Gọi $N(a;b)$ là điểm biểu diễn số phức z_2. Khi đó $|z_2-4-i|=\sqrt{5}$

$\Leftrightarrow (a-4)^2+(b-1)^2=5$. Suy ra tập hợp các điểm N biểu diễn số phức z_2 là đường tròn $(C):(x-4)^2+(y-1)^2=5$ có tâm $I(4;1)$, bán kính $R=\sqrt{5}$.



Nhận thấy $d(I;\Delta)=\frac{|2.4+1-1|}{\sqrt{2^2+1^2}}=\frac{8\sqrt{5}}{5}>\sqrt{5}=R$ nên đường thẳng Δ và đường tròn (C) không cắt nhau.

Lại có $|z_1-z_2|=|(x-a)+(y-b)i|=\sqrt{(x-a)^2+(y-b)^2}=MN$. Dựa vào hình vẽ ta thấy $MN_{min}\Leftrightarrow MN=d(I;\Delta)-R$. Vậy $|z_1-z_2|_{min}=\frac{8\sqrt{5}}{5}-\sqrt{5}=\frac{3\sqrt{5}}{5}$.



Câu 41: Đáp án B.

Ta có $AF\perp OB, AF\perp MO\Rightarrow AF\perp(MOB)\Rightarrow AF\perp MB$. Mà $MB\perp AE$ nên $MB\perp(AEF)\Rightarrow MB\perp EF$.

Suy ra $\Delta MOB\backsim\Delta MEN$, mà $\Delta MEN\backsim\Delta FON$ nên $\Delta MOB\backsim\Delta FON$. Khi đó

$$\frac{OB}{OM}=\frac{ON}{OF}\Rightarrow ON=\frac{OB.OF}{OM}=\frac{a.\frac{a}{2}}{x}=\frac{a^2}{2x}.$$

Từ $V_{ABMN}=V_{M.OAB}+V_{N.OAB}=\frac{1}{3}S_{\Delta OAB}.(OM+ON)=\frac{1}{3}.\frac{a^2\sqrt{3}}{4}.\left(x+\frac{a^2}{2x}\right)$

$$\Rightarrow V_{ABMN}=\frac{a^2\sqrt{3}}{12}\left(x+\frac{a^2}{2x}\right)\ge\frac{a^2\sqrt{3}}{12}.2\sqrt{x.\frac{a^2}{2x}}=\frac{a^2\sqrt{3}}{12}.\sqrt{2}a=\frac{a^3\sqrt{6}}{12}.$$

Dấu "=" xảy ra $\Leftrightarrow x=\frac{a^2}{2x}\Leftrightarrow 2x^2=a^2\Leftrightarrow x=\frac{a\sqrt{2}}{2}$.

Câu 42: Đáp án C.

Do AB có độ dài không đổi nên chu vi tam giác ABC nhỏ nhất khi tổng $(AC+BC)$ nhỏ nhất.

Do $C\in d \Rightarrow C(t;0;2-t) \Rightarrow \begin{cases} AC=\sqrt{2(t-2)^2+9} \\ BC=\sqrt{t^2+(2-t)^2+2}=\sqrt{2(1-t)^2+4}\end{cases}$

Suy ra $AC+BC=\sqrt{\left(\sqrt{2}t-2\sqrt{2}\right)^2+9}+\sqrt{\left(\sqrt{2}-\sqrt{2}t\right)^2+4}$.

Đặt $\vec{u}=\left(\sqrt{2}t-2\sqrt{2};3\right)$ và $\vec{v}=\left(\sqrt{2}-\sqrt{2}t;2\right)$. Áp dụng bất đẳng thức $|\vec{u}|+|\vec{v}|\ge|\vec{u}+\vec{v}|$, dấu "=" xảy ra khi và chỉ khi $\vec{u},\vec{v}$ cùng hướng ta được:

$\sqrt{\left(\sqrt{2}t-2\sqrt{2}\right)^2+9}+\sqrt{\left(\sqrt{2}-\sqrt{2}t\right)^2+4}\ge\sqrt{\left(-\sqrt{2}\right)^2+5^2}=\sqrt{27}$.

Dấu "=" xảy ra $\Leftrightarrow \dfrac{\sqrt{2}t-2\sqrt{2}}{\sqrt{2}-\sqrt{2}t}=\dfrac{3}{2}\Leftrightarrow\dfrac{t-2}{1-t}=\dfrac{3}{2}\Leftrightarrow t=\dfrac{7}{5}$. Suy ra $C\left(\dfrac{7}{5};0;\dfrac{3}{5}\right)$.

Vậy $CM=\sqrt{\left(\dfrac{7}{5}-\dfrac{6}{5}\right)^2+\left(0+\sqrt{2}\right)^2+\left(\dfrac{3}{5}-2\right)^2}=2$.

STUDY TIPS

Bất đẳng thức vectơ: Cho $\vec{u}=(a;b),\vec{v}=(x;y)$ thì ta có

$|\vec{u}|+|\vec{v}|\ge|\vec{u}+\vec{v}|$

Dấu "=" xảy ra $\Leftrightarrow \vec{u},\vec{v}$ cùng phương $\Leftrightarrow \dfrac{a}{x}=\dfrac{b}{y}$.

Câu 43: Đáp án D.

Ta có $9S=9+99+999+...+\underbrace{99...99}_{n \text{ số } 9}=(10-1)+\left(10^2-1\right)+\left(10^3-1\right)+...+\left(10^n-1\right)$

$=\left(10+10^2+10^3+...+10^n\right)-n=\dfrac{10\left(1-10^n\right)}{1-10}-n=\dfrac{10\left(10^n-1\right)}{9}-n$.

Vậy $S=\dfrac{10}{81}\left(10^n-1\right)-\dfrac{n}{9}$.

STUDY TIPS

Một cấp số cộng (u_n) có số hạng đầu u_1, công bội q thì tổng của n số hạng đầu tiên là:

$S=u_1+u_2+...+u_n=\dfrac{u_1\left(1-q^n\right)}{1-q}$.

Câu 44: Đáp án A.

Ta có $g'(x)=f'(x).2^{f(x)}.\ln2-f'(x).3^{f(x)}.\ln3=f'(x)\left[2^{f(x)}.\ln2-3^{f(x)}.\ln3\right]$

$$g'(x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l} f'(x)=0 \\ 2^{f(x)}.\ln2=3^{f(x)}.\ln3\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l} f'(x)=0 \\ \left(\dfrac{2}{3}\right)^{f(x)}=\dfrac{\ln3}{\ln2}\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l} f'(x)=0 \\ f(x)=\dfrac{\ln\left(\dfrac{\ln3}{\ln2}\right)}{\ln\left(\dfrac{2}{3}\right)}\approx-1{,}136\end{array}\right.$$

* Nhận thấy đồ thị hình vẽ có dạng đồ thị hàm bậc ba, đồ thị có hai điểm cực trị nên phương trình $f'(x)=0$ có hai nghiệm phân biệt.

* Số nghiệm của phương trình $f(x)=-1{,}136$ chính là số giao điểm của đồ thị hàm số $f(x)$ với đường thẳng $y=-1{,}136$. Vậy phương trình $f(x)=-1{,}136$ có 3 nghiệm phân biệt.

Vậy phương trình $g'(x)=0$ có 5 nghiệm phân biệt.

Câu 45: Đáp án D.

* Đặt $\int_0^1 e^x f(x)dx=\int_0^1 e^x f'(x)dx=\int_0^1 e^x f''(x)dx=k\ne0$.

Đặt $\begin{cases} u = e^x \\ dv = f'(x)dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = e^x dx \\ v = f(x) \end{cases} \Rightarrow \int_0^1 e^x f'(x)dx = e^x f(x)\Big|_0^1 - \int_0^1 e^x f(x)dx$

$\Rightarrow k = e.f(1) - f(0) - k \Rightarrow ef(1) - f(0) = 2k.$

* Đặt $\begin{cases} u = e^x \\ dv = f''(x)dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = e^x dx \\ v = f'(x) \end{cases} \Rightarrow \int_0^1 e^x f''(x)dx = e^x f'(x)\Big|_0^1 - \int_0^1 e^x f'(x)dx$

$\Rightarrow k = e.f'(1) - f'(0) - k \Rightarrow e.f'(1) - f'(0) = 2k.$

Vậy $\dfrac{e.f'(1) - f'(0)}{e.f(1) - f(0)} = \dfrac{2k}{2k} = 1.$

Câu 46: Đáp án C.

<u>Cách 1:</u> Tư duy tự luận

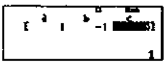
Từ $z + \dfrac{1}{z} = 1 \Rightarrow \left(z + \dfrac{1}{z}\right)^3 = 1 \Leftrightarrow z^3 + \dfrac{1}{z^3} + 3z.\dfrac{1}{z}.\left(z + \dfrac{1}{z}\right) = 1 \Leftrightarrow z^3 + \dfrac{1}{z^3} + 2 = 0$

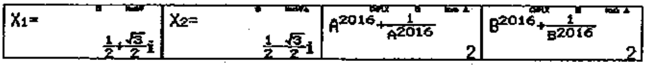
$\Leftrightarrow \left(z^3\right)^2 + 2z^3 + 1 = 0 \Leftrightarrow \left(z^3 + 1\right)^2 = 0 \Leftrightarrow z^3 = -1.$

Vậy $P = \left(z^3\right)^{672} + \dfrac{1}{\left(z^3\right)^{672}} = 1 + 1 = 2.$

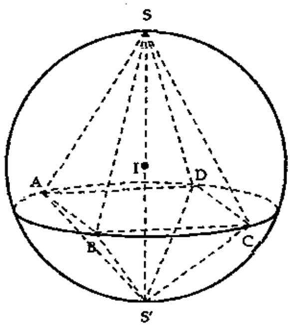
<u>Cách 2:</u> Sử dụng máy tính cầm tay

Từ $z + \dfrac{1}{z} = 1 \Leftrightarrow z^2 - z + 1 = 0$. Nhập vào máy tính quy trình:





Câu 47: Đáp án C.



Mặt cầu (S) có tâm $I(1;0;2)$, bán kính $R = 3$. Nhận xét thấy S, I, S' thẳng hàng và $SS' \perp (ABCD)$. Khi đó $SS' = 2R = 6$. Ta có:

$V_{(H)} = V_{S.ABCD} + V_{S'.ABCD} = \dfrac{1}{3}d(S;(ABCD)).S_{ABCD} + \dfrac{1}{3}d(S';(ABCD)).S_{ABCD}$

$= \dfrac{1}{3}\left[d(S;(ABCD)) + d(S';(ABCD))\right]S_{ABCD} = \dfrac{1}{3}SS'.S_{ABCD} = 2S_{ABCD}.$

Từ giả thiết suy ra $ABCD$ là hình vuông, gọi a là cạnh của hình vuông đó.

Mặt phẳng (P) cắt mặt cầu (S) theo giao tuyến là một đường tròn có bán kính bằng r và ngoại tiếp hình vuông $ABCD$.

Suy ra $2r = AC = a\sqrt{2} \Rightarrow r = \dfrac{a\sqrt{2}}{2}$. Từ $\left[d(I;(P))\right]^2 + r^2 = R^2$

$\Leftrightarrow r = \sqrt{R^2 - \left[d(I;(P))\right]^2} = \sqrt{3^2 - \left(\dfrac{8}{3}\right)^2} = \dfrac{\sqrt{17}}{3} = \dfrac{a\sqrt{2}}{2} \Leftrightarrow a = \dfrac{2\sqrt{17}}{3\sqrt{2}}.$

Vậy $V_{(H)} = 2S_{ABCD} = 2a^2 = 2.\left(\frac{2\sqrt{17}}{3\sqrt{2}}\right)^2 = \frac{68}{9}$.

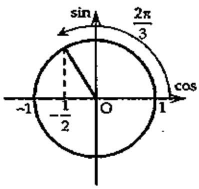
Câu 48: Đáp án D.

Phương trình $(\cos x+1)(\cos 2x - m\cos x) = m\sin^2 x$

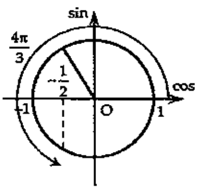
$\Leftrightarrow (\cos x+1)(\cos 2x - m\cos x) = m(1-\cos x)(1+\cos x)$

$\Leftrightarrow (\cos x+1)\left[\cos 2x - m\cos x - m(1-\cos x)\right] = 0 \Leftrightarrow (\cos x+1)(\cos 2x - m) = 0$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\cos x+1=0\\ \cos 2x - m = 0\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\cos x=-1\\ \cos 2x = m\end{array}\right.$



* Nếu $x \in \left[0;\frac{2\pi}{3}\right]$ thì $\cos x \in \left[-\frac{1}{2};1\right]$ (quan sát trên đường tròn lượng giác). Suy ra phương trình $\cos x = -1$ không có nghiệm trên đoạn $\left[0;\frac{2\pi}{3}\right]$.



* Nếu $x \in \left[0;\frac{2\pi}{3}\right] \Rightarrow 2x \in \left[0;\frac{4\pi}{3}\right]$. Dựa vào đường tròn lượng giác, để phương trình $\cos 2x = m$ có đúng hai nghiệm $\Leftrightarrow -1 < m \le -\frac{1}{2}$.

Câu 49: Đáp án B.

Gọi x,y lần lượt là số học sinh nữ ở nhóm I và nhóm II. Khi đó số học sinh nam ở nhóm II là $25-(9+x)-y = 16-x-y$. Điều kiện để mỗi nhóm đều có học sinh nam và nữ là $x \ge 1, y \ge 1, 16-x-y \ge 1; x,y \in \mathbb{N}$.

Xác suất để chọn ra được hai học sinh nam bằng $\frac{C_9^1 C_{16-x-y}^1}{C_{9+x}^1 C_{16-x}^1} = 0,54$

$\Leftrightarrow \frac{9(16-x-y)}{(9+x)(16-x)} = 0,54 \Leftrightarrow \frac{144-9x-9y}{144+7x-x^2} = 0,54 \Leftrightarrow y = \frac{184}{25} - \frac{71}{50}x + \frac{3}{50}x^2$

Ta có hệ điều kiện sau $\begin{cases} x \ge 1 \\ \frac{184}{25} - \frac{71}{50}x + \frac{3}{50}x^2 \ge 1 \\ 16 - x - \left(\frac{184}{25} - \frac{71}{50}x + \frac{3}{50}x^2\right) \ge 1 \\ x \in \mathbb{N} \end{cases}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x \ge 1 \\ \frac{3}{50}x^2 - \frac{71}{50}x + \frac{159}{25} \ge 0 \\ -\frac{3}{50}x^2 + \frac{21}{50}x + \frac{191}{25} \ge 0 \\ x \in \mathbb{N} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \ge 1 \\ \left[\begin{array}{l} x \ge \frac{53}{3} \\ x \le 6 \end{array}\right. \\ \frac{21-5\sqrt{201}}{6} \le x \le \frac{21+5\sqrt{201}}{6} \\ x \in \mathbb{N} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1 \le x \le 6 \\ x \in \mathbb{N} \end{cases}$$

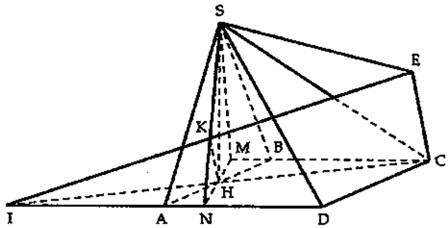
Ta có bảng các giá trị của x,y:

x	1	2	3	4	5	6
y	6 (thỏa)	$\frac{119}{25}$ (loại)	$\frac{91}{25}$ (loại)	$\frac{66}{25}$ (loại)	$\frac{44}{25}$ (loại)	1 (loại)

Vậy ta tìm được hai cặp nghiệm nguyên $(x;y)$ thỏa mãn điều kiện là $(1;6)$ và $(6;1)$.

Xác suất để chọn ra hai học sinh nữ là $\dfrac{C_x^1C_y^1}{C_{9+x}^1C_{16-x}^1}=\dfrac{xy}{(9+x)(16-x)}$.

Nếu $(x;y)\in\{(1;6),(6;1)\}$ thì xác suất này bằng $\dfrac{1}{25}=0,04$.



Câu 50: Đáp án A.

Gọi φ là góc giữa SC và (SAD), N là giao điểm của HM và AD, K là hình chiếu vuông góc của H trên SN, I là giao điểm của HC với AD. Gọi E là điểm đối xứng với I qua K.

Ta có $MB=\dfrac{1}{4}BC=\dfrac{a}{2}, HB=a, \widehat{HBM}=\widehat{BAD}=60^\circ$

$\Rightarrow HM=\sqrt{HB^2+MB^2-2HB.MB.\cos\widehat{HBM}}$

$\Rightarrow HM=\sqrt{a^2+\dfrac{a^2}{4}-2.a.\dfrac{a}{2}.\cos 60^\circ}=\dfrac{\sqrt{3}}{2}a$

$\Rightarrow HM^2+MB^2=\left(\dfrac{\sqrt{3}}{2}a\right)^2+\left(\dfrac{a}{2}\right)^2=a^2=HB^2\Rightarrow \Delta HMB$ vuông tại M

$\Rightarrow HM\perp MB$ hay $MN\perp BC$.

Vì $\begin{cases} SH\perp AD(\text{do } SH\perp(ABCD)) \\ MN\perp AD(\text{do } MN\perp BC)\end{cases}\Rightarrow AD\perp(SMN)\Rightarrow AD\perp HK$, mà $HK\perp SN$ nên $HK\perp(SAD)$. Lại có HK là đường trung bình của ΔICE nên $HK//CE$. Suy ra $CE\perp(SAD)$ tại E và SE là hình chiếu của SC trên mặt phẳng (SAD).

Vậy $\varphi=\left(\widehat{SC,(SAD)}\right)=\left(\widehat{SC,SE}\right)=\widehat{CSE}$.

Đặt $SH=x,(x>0)$. Do ΔSHN vuông tại H có HK là đường cao nên ta có

$\dfrac{1}{HK^2}=\dfrac{1}{SH^2}+\dfrac{1}{HN^2}\Rightarrow HK=\dfrac{SH.HN}{\sqrt{SH^2+HN^2}}=\dfrac{\sqrt{3}ax}{\sqrt{4x^2+3a^2}}\Rightarrow CE=2HK=\dfrac{2\sqrt{3}ax}{\sqrt{4x^2+3a^2}}$

Do ΔSHC vuông tại H nên

$$SC=\sqrt{SH^2+HC^2}=\sqrt{SH^2+HM^2+MC^2}=\sqrt{x^2+\left(\dfrac{\sqrt{3}}{2}a\right)^2+\left(\dfrac{5a}{2}\right)^2}=\sqrt{x^2+7a^2}$$

ΔSEC vuông tại E nên $\sin\varphi=\sin\widehat{CSE}=\dfrac{EC}{SC}=\dfrac{2\sqrt{3}ax}{\sqrt{(4x^2+3a^2)(x^2+7a^2)}}$

$\Rightarrow \sin\varphi=\dfrac{2\sqrt{3}ax}{\sqrt{(4x^4+21a^4)+31a^2x^2}}\le\dfrac{2\sqrt{3}ax}{\sqrt{4\sqrt{21}a^2x^2+31a^2x^2}}=\dfrac{2\sqrt{3}}{\sqrt{4\sqrt{21}+31}}$.

Dấu "=" xảy ra khi và chỉ khi $4x^4=21a^4\Leftrightarrow x^4=\dfrac{21}{4}a^4\Leftrightarrow x=\sqrt[4]{\dfrac{21}{4}}a$.

Vậy góc φ đạt lớn nhất khi $\sin\varphi$ đạt lớn nhất, khi đó $SH=\sqrt[4]{\dfrac{21}{4}}a$.

ĐỀ THỬ SỨC SỐ 8

Câu 1: Chọn mệnh đề sai trong các mệnh đề sau:

A. Phép vị tự là một phép đồng dạng.

B. Phép tịnh tiến theo vectơ $\vec{v}$ là một phép đồng dạng.

C. Thực hiện liên tiếp phép vị tự và phép quay ta được một phép dời hình.

D. Phép dời hình là một phép đồng dạng.

Câu 2: Tính $\lim \dfrac{1+2+3+...+n}{2n^2-3n+1}$.

A. $\dfrac{1}{2}$. B. 1. C. $\dfrac{1}{4}$. D. 0.

Câu 3: Giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=(3-5\sin x)^{2018}$ là M và m. Khi đó giá trị $M+m$ là:

A. $2^{2018}(1+2^{4036})$. B. 2^{2018}. C. 2^{4036}. D. 2^{6054}.

Câu 4: Có 5 học sinh lớp 10, 6 học sinh lớp 11 và 7 học sinh lớp 12 xếp vào một hàng dọc. Hỏi có bao nhiêu cách sắp xếp sao cho các bạn cùng khối thì đứng cạnh nhau?

A. $5!.6!.7!$. B. $3.5!.6!.7!$. C. $3!.5!.6!.7!$. D. $18!$.

Câu 5: Gieo ngẫu nhiên một con xúc sắc cân đối đồng chất 3 lần. Tính xác suất để tích số chấm của 3 lần gieo là một số chẵn.

A. $\dfrac{1}{8}$. B. $\dfrac{7}{8}$. C. $\dfrac{1}{6}$. D. $\dfrac{5}{6}$.

Câu 6: Số điểm biểu diễn nghiệm của phương trình $8\cot 2x(\sin^6 x+\cos^6 x)=\dfrac{1}{2}\sin 4x$ trên đường tròn lượng giác là:

A. 2. B. 4. C. 6. D. 0.

Câu 7: Trong không gian cho đường thẳng a chứa trong mặt phẳng (P) và b chứa trong mặt phẳng (Q). Mệnh đề nào sau đây là đúng?

A. $(P)//(Q)\Rightarrow a//b$. B. $a//b\Rightarrow(P)//(Q)$. C. $(P)//(Q)\Rightarrow\begin{cases}a//(Q)\\ b//(P)\end{cases}$. D. a,b chéo nhau.

Câu 8: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$, $AC\cap BD=O$, $A'C'\cap B'D'=O'$. M, N, P lần lượt là trung điểm các cạnh AB, BC, CC'. Khi đó thiết diện do mặt phẳng (MNP) cắt hình lập phương là hình:

A. Tam giác. B. Tứ giác. C. Ngũ giác. D. Lục giác.

Câu 9: Tập xác định của hàm số $y=\dfrac{1}{\tan x-1}$ là:

A. $D=\mathbb{R}\setminus\left\{\dfrac{\pi}{4}+k\pi, k\in\mathbb{Z}\right\}$. B. $D=\mathbb{R}\setminus\left\{-\dfrac{\pi}{4}+k\pi, k\in\mathbb{Z}\right\}$.

C. $D=\mathbb{R}\setminus\left\{\dfrac{\pi}{4}+k\pi, \dfrac{\pi}{2}+k\pi, k\in\mathbb{Z}\right\}$. D. $D=\mathbb{R}\setminus\left\{\dfrac{\pi}{4}+k\pi, k\pi, k\in\mathbb{Z}\right\}$.

Câu 10: Cho hình chóp $S.ABCD$ đáy $ABCD$ là hình bình hành. M, N lần lượt là trung điểm của AB và SC. I là giao điểm của AN và (SBD). J là giao điểm của MN với (SBD). Khi đó tỉ số $\dfrac{IB}{IJ}$ là:

A. 4. B. 3. C. $\dfrac{7}{2}$. D. $\dfrac{11}{3}$.

Câu 11: Cho dãy hình vuông $H_1, H_2, ..., H_n, ...$ với mỗi $n \in \mathbb{N}^*$. Gọi u_n, v_n, w_n lần lượt là độ dài cạnh, chu vi và diện tích của hình vuông H_n. Trong các khẳng định sau, chọn khẳng định sai?

A. Dãy (u_n) là cấp số cộng với công sai khác 0 thì dãy (v_n) là cấp số cộng.

B. Dãy (u_n) là cấp số nhân với $q > 0$ thì dãy (v_n) là cấp số nhân.

C. Dãy (u_n) là cấp số cộng với $d \neq 0$ thì (w_n) cũng là cấp số cộng.

D. Dãy (u_n) là cấp số nhân với $q > 0$ thì dãy (w_n) là cấp số nhân.

Câu 12: Cho a, b, c là các số thực khác 0. Để giới hạn $\lim\limits_{x \to -\infty} \frac{\sqrt{x^2 - 3x} + ax}{bx - 1} = 3$ thì:

A. $\frac{a-1}{b} = 3$. B. $\frac{a+1}{b} = 3$. C. $\frac{-a-1}{b} = 3$. D. $\frac{a-1}{-b} = 3$.

Câu 13: Cho $y = \sqrt{x^2 - 2x + 3}$, $y' = \frac{ax+b}{\sqrt{x^2 - 2x + 3}}$. Khi đó giá trị $a.b$ là:

A. -4. B. -1. C. 0. D. 1.

Câu 14: Cho hàm số $y = \frac{2x+1}{x-1}$ có đồ thị (C). Số tiếp tuyến của đồ thị (C) mà đi qua điểm $M(1; 2)$ là:

A. 0. B. 1. C. 2. D. 4.

Câu 15: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Gọi M là trung điểm của CD. Cosin của góc giữa AC và $C'M$ là:

A. 0. B. $\frac{\sqrt{2}}{2}$. C. $\frac{1}{2}$. D. $\frac{\sqrt{10}}{10}$.

Câu 16: Cho hình chóp $S.ABCD$, đáy là hình chữ nhật, $SA \perp (ABCD)$. Biết $AB = a, AD = 2a,$ góc giữa SC và (SAB) là 30°. Khi đó $d(B;(SDC))$ là:

A. $\frac{2a}{\sqrt{15}}$. B. $\frac{2a}{\sqrt{7}}$. C. $\frac{2a\sqrt{11}}{\sqrt{15}}$. D. $\frac{22a}{\sqrt{15}}$.

Câu 17: Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} \sin \pi x & \text{khi } |x| \leq 1 \\ x+1 & \text{khi } |x| > 1 \end{cases}$. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

A. Hàm số liên tục trên $\mathbb{R}$.

B. Hàm số liên tục trên các khoảng $(-\infty; -1)$ và $(-1; +\infty)$.

C. Hàm số liên tục trên các khoảng $(-\infty; 1)$ và $(1; +\infty)$.

D. Hàm số gián đoạn tại $x = \pm 1$.

Câu 18: Một chất điểm chuyển động thẳng quãng đường được xác định bởi phương trình $s = t^3 - 3t^2 - 5$ trong đó quãng đường s tính bằng mét (m), thời gian t tính bằng giây (s). Khi đó gia tốc tức thời của chuyển động tại giây thứ 10 là:

A. $6\, m/s^2$. B. $54\, m/s^2$. C. $240\, m/s^2$. D. $60\, m/s^2$.

Câu 19: Cho tứ diện $ABCD$, đáy BCD là tam giác vuông tại C, $BC = CD = a\sqrt{3}$, góc $\widehat{ABC} = \widehat{ADC} = 90^\circ$, khoảng cách từ B đến (ACD) là $a\sqrt{2}$. Khi đó thể tích khối cầu ngoại tiếp $ABCD$ là:

A. $4\pi a^3\sqrt{3}$. B. $12\pi a^3$. C. $12\pi a^3\sqrt{3}$. D. $\frac{4\pi\sqrt{3}a^3}{3}$.

Câu 20: Ta có $\log_6 28 = a + \frac{\log_3 7 + b}{\log_3 2 + c}$ thì $a + b + c$ là:

A. -1. B. 1. C. 5. D. 3.

Câu 21: Hàm số $y=\sqrt{2x-x^2}$ nghịch biến trên khoảng:

A. $(0;1)$. B. $(0;2)$. C. $(1;2)$. D. $(1;+\infty)$.

Câu 22: Cho hàm số $y=-x^4+2mx^2+2$ có đồ thị (C_m). Tìm m để đồ thị hàm số có 3 điểm cực trị tạo thành một tam giác vuông.

A. $m=\sqrt[3]{3}$. B. $m=-\sqrt[3]{3}$. C. $m=-1$. D. $m=1$.

Câu 23: Cho hàm số $y=\dfrac{mx+1}{2x-1}$ (m là tham số, $m\neq 2$). Gọi a,b lần lượt là giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số trên $[1;3]$. Khi đó có bao nhiêu giá trị của m để $a.b=\dfrac{1}{5}$.

A. 0. B. 2. C. 1. D. 3.

Câu 24: Nếu tăng chiều dài hai cạnh đáy của khối hộp chữ nhật lên 10 lần thì thể tích tăng lên bao nhiêu lần?

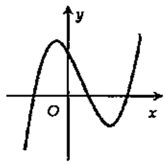
A. 10. B. 20. C. 100. D. 1000.

Câu 25: Đồ thị của hàm số nào sau đây không có tiệm cận ngang?

A. $y=\sqrt{x^2+1}-x$. B. $y=\dfrac{x^2}{x+1}$. C. $y=\dfrac{x+1}{2x-3}$. D. $y=\dfrac{x+2}{x^2-1}$.

Câu 26: Cho hàm số $y=ax^3+bx^2+cx+d$ $(a\neq 0)$ có đồ thị như hình vẽ. Chọn khẳng định đúng?

A. $a>0,\ d>0$.
B. $a>0,\ b<0,\ c>0$.
C. $a>0,\ b>0,\ c>0,\ d>0$.
D. $a>0,\ c<0,\ d>0$.



Câu 27: Có bao nhiêu giá trị nguyên âm của m để đồ thị hàm số $y=x^3-3x^2+(1-m)x+m+1$ cắt Ox tại 3 điểm phân biệt.

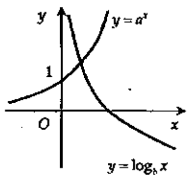
A. 1. B. 2. C. 3. D. 4.

Câu 28: Cho hàm số $y=e^{\sqrt{x}}$. Khi đó đạo hàm bậc 2 của hàm số là:

A. $y''=\dfrac{e^{\sqrt{x}}}{2x}\left(1-\dfrac{1}{\sqrt{x}}\right)$. B. $y''=\dfrac{e^{\sqrt{x}}}{2x}\left(1+\dfrac{1}{\sqrt{x}}\right)$. C. $y''=\dfrac{e^{\sqrt{x}}}{4x}\left(1-\dfrac{1}{\sqrt{x}}\right)$. D. $y''=\dfrac{e^{\sqrt{x}}}{4x}\left(1+\dfrac{1}{\sqrt{x}}\right)$.

Câu 29: Cho $a>0, b>0, a\neq 1, b\neq 1$. Đồ thị hàm số $y=a^x$ và $y=\log_b x$ được xác định như hình vẽ bên. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

A. $a>1;\ 0<b<1$.
B. $0<a<1;\ b>1$.
C. $0<a<1;\ 0<b<1$.
D. $a>1;\ b>1$.



Câu 30: Cho $A(-1;2)$, $B(3;-1)$, $A'(9;-4)$, $B'(5;-1)$. Trong mặt phẳng Oxy, phép quay tâm $I(a;b)$ biến A thành A', B thành B'. Khi đó giá trị $a+b$ là:

A. 5. B. 4. C. 3. D. 2.

Câu 31: Số nghiệm của phương trình $2^x+3^x=3x+2$ là:

A. 0. B. 1. C. 2. D. 3.

Câu 32: Phát biểu nào sau đây là đúng?

A. $\int f'(x)\mathrm{d}x=f(x)+C$.
B. $\int f'(ax+b)\mathrm{d}x=\frac{1}{a}.f(x)+C$.
C. $\int f'(x)\mathrm{d}x=f''(x)+C$.
D. $\int f'(x)\mathrm{d}x=a.f(ax+b)+C$.

Câu 33: $F(x)=(ax^3+bx^2+cx+d)e^{-x}+2018e$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)=(-2x^3+3x^2+7x-2)e^{-x}$. Khi đó:

A. $a+b+c+d=4$.
B. $a+b+c+d=5$.
C. $a+b+c+d=6$.
D. $a+b+c+d=7$.

Câu 34: Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=\frac{\sqrt{1+\ln x}}{x}$, $y=0$, $x=1$ và $x=e$ là $S=a\sqrt{2}+b$. Khi đó giá trị a^2+b^2 là:

A. $\frac{2}{3}$.
B. $\frac{4}{3}$.
C. $\frac{20}{9}$.
D. 2.

Câu 35: Số phức $z=a+bi\ (a,b\in\mathbb{R})$ thỏa mãn $z+9i-|z|i-3=0$. Khi đó giá trị $a+b$ là:

A. 1.
B. 3.
C. –4.
D. –1.

Câu 36: Cho số phức z thỏa mãn $|iz+1|=2$. Khi đó tập hợp điểm biểu diễn số phức $w=z-2$ là một đường tròn có tâm $I(a;b)$ thì:

A. $a+b=1$.
B. $a+b=-1$.
C. $a+b=3$.
D. $a+b=-3$.

Câu 37: Trong không gian $Oxyz$, cho $M(3;-2;1)$, $N(1;0;-3)$. Gọi M', N' lần lượt là hình chiếu của M và N lên mặt phẳng (Oxy). Khi đó độ dài đoạn $M'N'$ là:

A. $M'N'=8$.
B. $M'N'=4$.
C. $M'N'=2\sqrt{6}$.
D. $M'N'=2\sqrt{2}$.

Câu 38: Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng (α) qua $A(2;-1;5)$ và chứa trục Ox có vectơ pháp tuyến $\vec{n}=(a;b;c)$. Khi đó tỉ số $\frac{b}{c}$ là:

A. $\frac{b}{c}=5$.
B. $\frac{b}{c}=\frac{1}{5}$.
C. $\frac{b}{c}=-5$.
D. $\frac{b}{c}=-\frac{1}{5}$.

Câu 39: Trong không gian $Oxyz$, cho đường $(C_m): x^2+y^2+z^2+2mx+4y-6z+17=0$. Điều kiện của m để (C_m) là phương trình mặt cầu là:

A. $m\in[-2;2]$.
B. $m\in(-2;2)$.
C. $m\in(-\infty;-2)\cup(2;+\infty)$.
D. $m\in\mathbb{R}$.

Câu 40: Phương trình đường thẳng chứa trục Ox trong không gian $Oxyz$ là:

A. $\begin{cases}x=0\\y=0\\z=t\end{cases}$.
B. $\begin{cases}x=5t\\y=t\\z=0\end{cases}$.
C. $\begin{cases}x=t+1\\y=0\\z=0\end{cases}$.
D. $\begin{cases}x=t\\y=t\\z=t\end{cases}$.

Câu 41: Cho khối lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh a, chiều cao h. Khi đó thể tích khối lăng trụ là:

A. $\frac{a^2h\sqrt{3}}{4}$.
B. $\frac{a^2h\sqrt{3}}{12}$.
C. $\frac{a^2h}{4}$.
D. $\frac{a^2h\sqrt{3}}{6}$.

Câu 42: Cho hình chóp $S.ABCD$ đáy $ABCD$ là hình thang vuông tại A và B, I là trung điểm của AB, có (SIC) và (SID) cùng vuông góc với đáy. Biết $AD=AB=2a$, $BC=a$, khoảng cách từ I đến (SCD) là $\frac{3a\sqrt{2}}{4}$. Khi đó thể tích khối chóp $S.ABCD$ là:

A. a^3.
B. $a^3\sqrt{3}$.
C. $3a^3$.
D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$.

Câu 43: Cho hình trụ và hình vuông $ABCD$ có cạnh a. Hai đỉnh liên tiếp A, B nằm trên đường tròn đáy thứ nhất và hai đỉnh còn lại nằm trên đường tròn đáy thứ hai, mặt phẳng $(ABCD)$ tạo với đáy một góc $45°$. Khi đó thể tích khối trụ là:

A. $\frac{\pi a^3\sqrt{2}}{8}$. B. $\frac{3\pi a^3\sqrt{2}}{8}$. C. $\frac{\pi a^3\sqrt{2}}{16}$. D. $\frac{3\pi a^3\sqrt{2}}{16}$.

Câu 44: Cho hình nón đỉnh S đáy là hình tròn tâm O, SA, SB là hai đường sinh biết $SO=3$, khoảng cách từ O đến (SAB) là 1 và diện tích ΔSAB là 18. Tính bán kính đáy của hình nón trên.

A. $\frac{\sqrt{674}}{4}$. B. $\frac{\sqrt{530}}{4}$. C. $\frac{9\sqrt{2}}{4}$. D. $\frac{23}{4}$.

Câu 45: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2+y^2+z^2-4x+2y-6z+5=0$ và mặt phẳng $(P): 2x+2y-z+16=0$. Điểm M, N di động lần lượt trên (S) và (P). Khi đó giá trị nhỏ nhất của đoạn MN là:

A. 8. B. 3. C. 2. D. 5.

Câu 46: Cho số phức z thỏa mãn $z=\frac{i-m}{1-m(m-2i)}, m\in\mathbb{R}$ là tham số và $z.\bar{z}=\frac{1}{5}$. Khi đó số giá trị thỏa mãn là:

A. 2. B. 1. C. 0. D. 3.

Câu 47: Cho hình D giới hạn bởi các đường $y=x^2-2$ và $y=-|x|$. Khi đó diện tích của hình D là:

A. $\frac{13}{3}$. B. $\frac{7}{3}$. C. $\frac{7\pi}{3}$. D. $\frac{13\pi}{3}$.

Câu 48: Cho $x, y>0$ và $x+y=\frac{5}{4}$ sao cho biểu thức $P=\frac{4}{x}+\frac{1}{4y}$ đạt giá trị nhỏ nhất. Khi đó:

A. $x^2+y^2=\frac{25}{32}$. B. $x^2+y^2=\frac{17}{16}$. C. $x^2+y^2=\frac{25}{16}$. D. $x^2+y^2=\frac{13}{16}$.

Câu 49: Cho 2 số phức z_1, z_2 thỏa mãn tổng của chúng là 3 và tích là 4. Khi đó $|z_1|+|z_2|$ là:

A. $\sqrt{2}$. B. 2. C. 4. D. $\frac{3+\sqrt{7}}{4}$.

Câu 50: Cho hàm số $y=\frac{x-1}{x+1}$ có đồ thị (C), điểm M di động trên (C). Gọi d là tổng khoảng cách từ M đến hai trục tọa độ. Khi đó giá trị nhỏ nhất của d là:

A. $\frac{207}{250}$. B. $\sqrt{2}-1$. C. $2\sqrt{2}-1$. D. $2\sqrt{2}-2$.

ĐÁP ÁN

1.C	2.C	3.D	4.C	5.B	6.B	7.C	8.D	9.C	10.A
11.C	12.A	13.B	14.A	15.D	16.C	17.C	18.B	19.A	20.B
21.C	22.D	23.B	24.C	25.B	26.D	27.A	28.C	29.A	30.C
31.C	32.A	33.B	34.C	35.D	36.B	37.D	38.A	39.C	40.C
41.A	42.B	43.D	44.B	45.C	46.A	47.B	48.B	49.C	50.D

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

Câu 1: Đáp án C.

Câu 2: Đáp án C.

Ta có: $\lim\frac{1+2+3+...+n}{2n^2-3n+1}=\lim\frac{n(n+1)}{2(2n^2-3n+1)}=\frac{1}{4}$

STUDY TIPS

$1+2+...+n=\frac{n(n+1)}{2}$

Câu 3: Đáp án D.

Ta có: $-1\le\sin x\le1 \Leftrightarrow 5\ge-5\sin x\ge-5 \Leftrightarrow 8\ge3-5\sin x\ge-2$

$\Rightarrow 0\le(3-5\sin x)^{2018}\le8^{2018}=2^{6054}$

STUDY TIPS

$\begin{cases}a\le y\le b\\ ab<0\end{cases}\Rightarrow$ Giá trị nhỏ nhất của $|y|$ là 0 và giá trị nhỏ nhất của y^{2n} là 0 $(n\in\mathbb{N}^*)$

Câu 4: Đáp án C.

Xếp 3 khối có $3!$ cách.

Xếp 5 học sinh lớp 10 có $5!$ cách.

Xếp 6 học sinh lớp 11 có $6!$ cách.

Xếp 7 học sinh lớp 12 có $7!$ cách.

Vậy có $3!.5!.6!.7!$ cách xếp.

Câu 5: Đáp án B.

Gọi B là biến cố cả 3 lần gieo đều xuất hiện số lẻ

$\Rightarrow P(B)=\frac{1}{2}.\frac{1}{2}.\frac{1}{2}=\frac{1}{8}$ (tính chất biến cố độc lập)

$\Rightarrow$ Xác suất để tích số chấm 3 lần gieo được số chẵn là $1-\frac{1}{8}=\frac{7}{8}$

STUDY TIPS

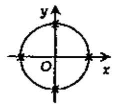
+ $P(A)=1-P(\overline{A})$

+ Nếu A, B là 2 biến cố độc lập thì

$P(AB)=P(A).P(B)$

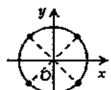
Câu 6: Đáp án B.

Phương trình $\Leftrightarrow 8.\frac{\cos2x}{\sin2x}\left(1-\frac{3}{4}\sin^2 2x\right)=\cos2x.\sin2x$



Điều kiện: $\sin2x\ne0\Leftrightarrow 2x\ne k\pi\Leftrightarrow x\ne k\frac{\pi}{2}$

Phương trình $\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\cos2x=0\\ 8-6\sin^2 2x=\sin^2 2x\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\cos2x=0\\ \sin^2 2x=\frac{8}{7}\ (VN)\end{array}\right.$



$\Leftrightarrow 2x=\frac{\pi}{2}+k\pi\Leftrightarrow x=\frac{\pi}{4}+k\frac{\pi}{2}$ $\Rightarrow$ Có 4 điểm biểu diễn trên đường tròn lượng giác.

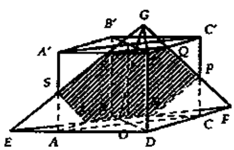
STUDY TIPS

+ Nếu $x=\alpha+k\frac{2\pi}{n}$ thì số điểm biểu diễn nghiệm trên đường tròn lượng giác là n.

+ Bạn đọc tham khảo thêm ở phần biểu diễn nghiệm trong Công phá Toán 2.

Câu 7: Đáp án C.

Chú ý: $\begin{cases}a\subset(P)\\ (P)//(Q)\end{cases}\Rightarrow a//(Q)$



Câu 8: Đáp án D.

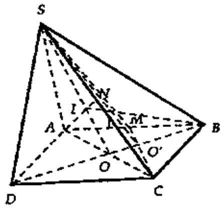
Tứ diện là lục giác đều.

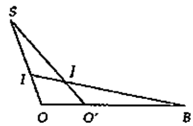
Câu 9: Đáp án C.

Hàm số xác định $\Leftrightarrow \begin{cases} \tan x \neq 1 \\ \cos x \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq \dfrac{\pi}{4} + k\pi \\ x \neq \dfrac{\pi}{2} + k\pi \end{cases}$

Câu 10: Đáp án A.

STUDY TIPS
+ Ở đây dễ dàng chứng minh I, J, B thẳng hàng.
+ Áp dụng định lí Medeleus, bạn đọc tìm hiểu thêm tại chủ đề quan hệ song song trong Công phá Toán 2.





Gọi $O = AC \cap BD$, $O' = CM \cap BD$

Xét ΔBIO có S, J, O' lần lượt thuộc 3 cạnh và thẳng hàng

$\Rightarrow \dfrac{SO}{SI} \cdot \dfrac{JI}{JB} \cdot \dfrac{O'B}{O'O} = 1 \Leftrightarrow \dfrac{3}{2} \cdot \dfrac{JI}{JB} \cdot 2 = 1 \Leftrightarrow 3JI = JB$

$\Rightarrow \dfrac{IB}{IJ} = 4$

Câu 11: Đáp án C.

+ Giả sử dãy (u_n) là cấp số cộng có $d \neq 0 \Rightarrow u_n = u_1 + (n-1)d$

$\Rightarrow 4u_n = 4u_1 + (n-1)4d$

$\Rightarrow$ Dãy (v_n): $4u_1, 4u_2, ..., 4u_n, ...$ là cấp số cộng có công sai $4d \neq 0$ nên A đúng.

+ Giả sử dãy (u_n): $u_1, u_2, ..., u_n, ...$ là cấp số nhân có $q \neq 0$ (*)

$\Rightarrow u_n = u_1 . q^{n-1} \Rightarrow u_n^2 = u_1^2 . (q^2)^{n-1}$

$\Rightarrow$ Dãy (w_n): $u_1^2, u_2^2, ..., u_n^2, ...$ là cấp số nhân có $q^2 \neq 0$ nên D đúng.

+ Từ (*) $\Rightarrow 4u_n = 4u_1 . q^{n-1} \Rightarrow$ Dãy (w_n) cũng là cấp số nhân có $q \neq 0$ nên B đúng.

Vậy C là đáp án sai.

Câu 12: Đáp án A.

STUDY TIPS
Bạn có thể tham khảo thêm bài tập tại trang 260 sách Công phá Toán 2.

Ta có $\lim\limits_{x \to -\infty} \dfrac{\sqrt{x^2 - 3x} + ax}{bx - 1} = 3 \Leftrightarrow \lim\limits_{x \to -\infty} \dfrac{-\sqrt{1 - \dfrac{3}{x^2}} + a}{b - \dfrac{1}{x}} = 3 \Leftrightarrow \dfrac{-1 + a}{b} = 3$

Câu 13: Đáp án B

$y' = \dfrac{2x - 2}{2\sqrt{x^2 - 2x + 3}} = \dfrac{x - 1}{\sqrt{x^2 - 2x + 3}} \Rightarrow a.b = 1.(-1) = -1$

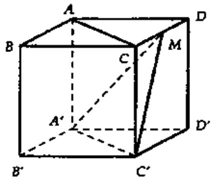
Câu 14: Đáp án A.

Đồ thị hàm số $y = \dfrac{2x+1}{x-1}$ (C) có $M(1; 2)$ là giao điểm của 2 tiệm cận

$\Rightarrow$ Không có tiếp tuyến nào của (C) đi qua.

Câu 15: Đáp án D.

Giả sử hình lập phương có cạnh là 1.



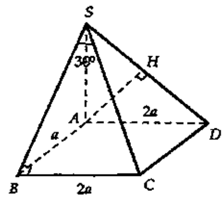
$A'C'//AC \Rightarrow \widehat{(AC,C'M)} = \widehat{(A'C',C'M)}$

Xét $\Delta A'C'M$ có:

$A'C' = \sqrt{2},\ C'M = \sqrt{1^2 + \left(\frac{1}{2}\right)^2} = \frac{\sqrt{5}}{2},\ A'M = \sqrt{A'D^2 + MD^2} = \sqrt{2 + \frac{1}{4}} = \frac{3}{2}$

Định lí Cô sin: $\left[a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\cos A \Rightarrow \cos A = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc}\right]$ ta được:

$\cos\widehat{(AC,C'M)} = \frac{1}{\sqrt{10}}.$



Câu 16: Đáp án C.

Ta có $\widehat{(SC,(SAB))} = \widehat{CSB} = 30° \Rightarrow \tan 30° = \frac{BC}{SB} \Rightarrow SB = \frac{2a}{\frac{1}{\sqrt{3}}} = 2a\sqrt{3}$

$SA = \sqrt{SB^2 - AB^2} = \sqrt{12a^2 - a^2} = a\sqrt{11}$

Gọi H là hình chiếu của A lên $SD \Rightarrow AH \perp (SDC) \Rightarrow AH = d(A;(SDC))$

$AH//CD \Rightarrow AB//(SDC) \Rightarrow d(A;(SDC)) = d(B;(SDC)) = AH$

Có $\frac{1}{AH^2} = \frac{1}{4a^2} + \frac{1}{11a^2} = \frac{15}{44a^2} \Rightarrow AH = \frac{a\sqrt{44}}{\sqrt{15}} = \frac{2a\sqrt{11}}{\sqrt{15}}$

STUDY TIPS

Nếu $AB//(\alpha)$

$\Rightarrow d(A;(\alpha)) = d(B;(\alpha))$

Câu 17: Đáp án C.

$+\begin{cases} \lim\limits_{x\to 1^+} f(x) = \lim\limits_{x\to 1^+}(x+1) = 2 \\ \lim\limits_{x\to 1^-} f(x) = \lim\limits_{x\to 1^-}\sin\pi x = \sin\pi = 0 \end{cases} \Rightarrow$ Hàm số gián đoạn tại $x = 1$.

$+\begin{cases} \lim\limits_{x\to(-1)^+} f(x) = \lim\limits_{x\to(-1)^+}\sin\pi x = \sin(-\pi) = 0 \\ \lim\limits_{x\to(-1)^-} f(x) = \lim\limits_{x\to(-1)^-}(x+1) = 0 \\ f(-1) = \sin(-\pi) = 0 \end{cases} \Rightarrow$ Hàm số liên tục tại $x = -1$.

STUDY TIPS

Hàm số liên tục tại x_0

$\Leftrightarrow \lim\limits_{x\to x_0^+} f(x) = \lim\limits_{x\to x_0^-} f(x) = f(x_0)$

Câu 18: Đáp án B.

Ta có $s' = 3t^2 - 6t$

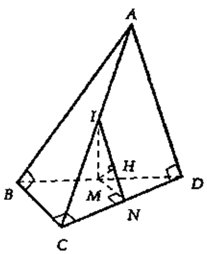
$s'' = 6t - 6$

$\Rightarrow$ Gia tốc tức thời tại giây thứ 10 là $s''_{(10)} = 60 - 6 = 54\ m/s^2$

STUDY TIPS

$\begin{cases} s(t) = f(t) \\ v(t) = f'(t) \\ a(t) = f''(t) \end{cases}$

Câu 19: Đáp án A.



+ Gọi I là trung điểm AC (do ΔABC vuông tại B)

$\Rightarrow IA = IC = IB = ID \Rightarrow I$ là tâm mặt cầu ngoại tiếp $ABCD$

+ Gọi M là trung điểm của $BC \Rightarrow M$ là tâm đường tròn ngoại tiếp ΔBCD

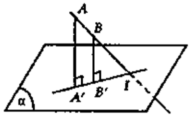
$\Rightarrow IM$ là trục của đường tròn ngoại tiếp $\Delta BCD \Rightarrow IM \perp (BCD)$

+ Gọi N, H lần lượt là hình chiếu của M lên CD và $IN \Rightarrow MH \perp (ICN)$

$\Rightarrow MH = d(M;(ICN)) = d(M;(ACD)) = \frac{1}{2}d(B;(ACD)) = \frac{a\sqrt{2}}{2}$

+ N là trung điểm của $CD \Rightarrow MN = \frac{1}{2}BC = \frac{a\sqrt{3}}{2}$

STUDY TIPS
Tỉ số khoảng cách:



$AB \cap (\alpha) = I$

$\Rightarrow \dfrac{d(A;(\alpha))}{d(B;(\alpha))} = \dfrac{AI}{BI}$

Có $\dfrac{1}{IM^2} + \dfrac{1}{MN^2} = \dfrac{1}{MH^2} \Rightarrow IM^2 = \dfrac{3a^2}{2}$

$IC^2 = CM^2 + MH^2 = 3a^2 \Rightarrow R = IC = a\sqrt{3}$

$\Rightarrow V = \dfrac{4}{3}\pi R^3 = \dfrac{4}{3}\pi\left(a\sqrt{3}\right)^3 = 4\pi a^3\sqrt{3}$

Câu 20: Đáp án B.

Ta có $\log_6 28 = \log_6 3.\log_3 28 = \dfrac{\log_3 28}{\log_3 6} = \dfrac{\log_3(7.4)}{\log_3(2.3)}$

$= \dfrac{\log_3 2^2 + \log_3 7}{\log_3 2 + 1} = \dfrac{2\log_3 2 + \log_3 7}{1 + \log_3 2} = \dfrac{2\log_3 2 + 2 + \log_3 7 - 2}{1 + \log_3 2} = 2 + \dfrac{\log_3 7 - 2}{\log_3 2 + 1}$

$\Rightarrow a + b + c = 2 - 2 + 1 = 1$

Câu 21: Đáp án C.

STUDY TIPS
Nếu $y' \le 0\ \forall x \in (a;b)$
$\Rightarrow$ Hàm số nghịch biến trên $(a;b)$ (với $y' = 0$ tại hữu hạn điểm trên $(a;b)$)

Tập xác định: $D = (0;2)$

$y' = \dfrac{2-2x}{2\sqrt{2x-x^2}} = \dfrac{1-x}{\sqrt{2x-x^2}};\ y' = 0 \Leftrightarrow x = 1$

Bảng biến thiên:

x	0		1		2
y'		+	0	−	
y		↗		↘	

$\Rightarrow$ Hàm số nghịch biến trên $(1;2)$

Chú ý: Bạn đọc có thể dùng MTCT để giải. Tham khảo thêm tại trang 20,21 sách Công phá Toán 3.

Câu 22: Đáp án D.

STUDY TIPS
Đồ thị hàm số $y = ax^4 + bx^2 + c\ (a \ne 0)$ có 3 cực trị tạo thành tam giác:
+ Vuông $\Leftrightarrow \dfrac{b^3}{a} = -8$
+ Đều $\Leftrightarrow \dfrac{b^3}{a} = -24$

(C_m) có 3 điểm cực trị tạo thành tam giác vuông thì $\dfrac{b^3}{a} = -8$

$\Leftrightarrow \dfrac{(2m)^3}{-1} = -8 \Leftrightarrow 8m^3 = 8 \Leftrightarrow m = 1$

Chú ý: Bạn đọc có thể tìm hiểu thêm công thức tính nhanh tại trang 65 sách Công phá Toán 3.

Câu 23: Đáp án B.

STUDY TIPS
Nếu hàm số $y = f(x)$ đơn điệu trên $[a;b]$ thì giá trị max, min của hàm số ở 2 đầu mút.

Tập xác định: $D = \mathbb{R}\setminus\left\{\dfrac{1}{2}\right\} \Rightarrow$ Hàm số $y = \dfrac{mx+1}{2x-1}$ liên tục và đơn điệu trên $[1;3]$

$\Rightarrow a.b = y_{(1)}.y_{(3)} = \left(\dfrac{m+1}{1}\right).\left(\dfrac{3m+1}{5}\right) = \dfrac{1}{5}$

$\Leftrightarrow (m+1)(3m+1) = 1 \Leftrightarrow 3m^2 + 4m = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m = 0 \\ m = -\dfrac{4}{3} \end{array}\right.$

Vậy có 2 giá trị m thỏa mãn.

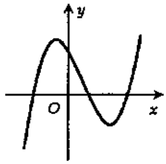
Câu 24: Đáp án C.

Câu 25: Đáp án B.

Ta có $\lim\limits_{x\to\pm\infty}\dfrac{x^2}{x+1}=\pm\infty$

$\Rightarrow$ Đồ thị hàm số $y=\dfrac{x^2}{x+1}$ không có tiệm cận ngang.

Câu 26: Đáp án D.



+ Có $a>0$

+ $y(0)=d\Rightarrow d>0$ (giao với Oy – hoành độ giao điểm)

+ $y'=3ax^2+2bx+c\Rightarrow\Delta>0\Rightarrow b^2>3ac$

Nghiệm $y'=0$ là x_1,x_2 $\Rightarrow x_1x_2=\dfrac{c}{3a}<0\Rightarrow c<0$

Câu 27: Đáp án A.

Xét phương trình hoành độ giao điểm: $x^3-3x^2+(1-m)x+m+1=0$

STUDY TIPS

Đồ thị hàm số $y=f(x)$ cắt Ox tại 3 điểm phân biệt $\Leftrightarrow$ Phương trình $f(x)=0$ có 3 nghiệm phân biệt.

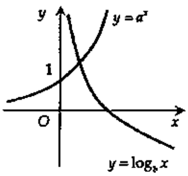
$\Leftrightarrow(x-1)(x^2-2x-m-1)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=1\\g(x)=x^2-2x-m-1=0\end{array}\right.$

Yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow g(x)=0$ có 2 nghiệm phân biệt $\neq1\Leftrightarrow\begin{cases}\Delta_{g(x)}>0\\g(1)\neq0\end{cases}\Leftrightarrow m>-2$

$\Rightarrow$ Có 1 giá trị m thỏa mãn.

Câu 28: Đáp án C.

$$y'=e^{\sqrt{x}}.\frac{1}{2\sqrt{x}}\Rightarrow y''=\frac{1}{2}\left[e^{\sqrt{x}}.\frac{1}{2\sqrt{x}}.\frac{1}{\sqrt{x}}-e^{\sqrt{x}}.\frac{\frac{1}{2\sqrt{x}}}{x}\right]=\frac{e^{\sqrt{x}}}{4x}\left(1-\frac{1}{\sqrt{x}}\right)$$



Câu 29: Đáp án A.

+ Từ đồ thị hàm số $y=a^x$: Với $x=1\Rightarrow a>1$

+ Từ đồ thị hàm số $y=\log_b x$: Với $y=1\Rightarrow x<1$ có $\log_b x=y\Rightarrow x=b^y\Rightarrow0<b<1$

Câu 30: Đáp án C.

$\begin{cases}Q_{(I;\alpha)}(A)=A'\\Q_{(I;\beta)}(B)=B'\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}IA=IA'\\IB=IB'\end{cases}$

$\Rightarrow I$ nằm trên đường trung trực của đoạn AA' và BB'.

$\Delta_1: 5x-3y-23=0$ là đường trung trực của AA'

$\Delta_2: x=4$ là đường trung trực của BB'

$\Rightarrow I=\Delta_1\cap\Delta_2\Rightarrow I(4;-1)\Rightarrow a+b=3$

Câu 31: Đáp án C.

Phương trình $\Leftrightarrow 2^x+3^x-3x+2=0$

Xét hàm số $f(x)=2^x+3^x-3x+2$ trên $(-\infty;+\infty)$

$f'(x)=2^x\ln2+3^x\ln3-3$

$f''(x)=2^x\ln^2 2+3^x\ln^2 3>0\ \forall x\in\mathbb{R}$

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$		x_0		$+\infty$
$f''(x)$			$+$		
$f'(x)$	-3	$-$	0	$+$	$+\infty$
$f(x)$		$\searrow$	$f(x_0)$	$\nearrow$	

Từ bảng biến thiên $\Rightarrow$ Phương trình $f(x)=0$ có nhiều nhất 2 nghiệm, nhận thấy $x=0$, $x=1$ là 2 nghiệm của phương trình.

Câu 32: Đáp án A.

Câu 33: Đáp án B.

STUDY TIPS

$F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ khi $F'(x)=f(x)$

Ta có: $F'(x)=\left(3ax^2+2bx+c\right)e^{-x}-e^{-x}\left(ax^3+bx^2+cx+d\right)$

$=e^{-x}\left[-ax^3+\left(3a-b\right)x^2+\left(2b-c\right)x+c-d\right]$

$$F'(x)=f(x)\,\forall x\Leftrightarrow\begin{cases}-a=-2\\3a-b=3\\2b-c=7\\c-d=-2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=2\\b=3\\c=-1\\d=1\end{cases}\Rightarrow a+b+c+d=5$$

Chú ý: Bạn đọc có thể tìm hiểu thêm phần này tại trang 265 sách Công phá Toán 3.

Câu 34: Đáp án C.

Ta có $S=\int_1^e\frac{\sqrt{1+\ln x}}{x}\mathrm{d}x$. Đặt $\sqrt{1+\ln x}=t\Rightarrow\ln x=t^2-1\Rightarrow\frac{1}{x}\mathrm{d}x=2t\mathrm{d}t$

Đổi cận: $x=1\Rightarrow t=1$; $x=e\Rightarrow t=\sqrt{2}$

$$\Rightarrow S=\int_1^{\sqrt{2}}t.2t\mathrm{d}t=\left.\frac{2t^3}{3}\right|_1^{\sqrt{2}}=\frac{4\sqrt{2}}{3}-\frac{2}{3}=\frac{4\sqrt{2}-2}{3}\Rightarrow\begin{cases}a=\frac{4}{3}\\b=-\frac{2}{3}\end{cases}\Rightarrow a^2+b^2=\frac{16}{9}+\frac{4}{9}=\frac{20}{9}$$

Câu 35: Đáp án D.

$z+9i-|z|i-3=0\Leftrightarrow a+bi+9i-\sqrt{a^2+b^2}i-3=0$

STUDY TIPS

$a+bi=0\Leftrightarrow\begin{cases}a=0\\b=0\end{cases}$

$\Leftrightarrow a-3+\left(b+9-\sqrt{a^2+b^2}\right)i=0$

$$\Leftrightarrow\begin{cases}a-3=0\\b+9-\sqrt{a^2+b^2}=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=3\\b+9-\sqrt{9+b^2}=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=3\\b=-4\end{cases}\Rightarrow a+b=-1$$

Câu 36: Đáp án B.

Đặt $w=x+yi\left(x,y\in\mathbb{R}\right)\Rightarrow z-2=x+yi\Rightarrow z=2+x+yi$

Mà $|iz+1|=2\Leftrightarrow\left|i\left(2+x+yi\right)+1\right|=2\Leftrightarrow\left|1-y+\left(x+2\right)i\right|=2$

$\Leftrightarrow\left(1-y\right)^2+\left(x+2\right)^2=4\Leftrightarrow\left(x+2\right)^2+\left(y-1\right)^2=4$

$\Rightarrow$ Tập hợp điểm biểu diễn số phức là đường tròn (C) tâm $I(-2;1)$ bán kính $R=2\Rightarrow a=-2;\ b=1\Rightarrow a+b=-1$

STUDY TIPS

A' là hình chiếu của $A(x_A;y_A;z_A)$ lên mặt phẳng $Oxy\Rightarrow A'(x_A;y_A;0)$

Câu 37: Đáp án D.

$$M'(3;-2;0),\ N'(1;0;0)\Rightarrow M'N'=\sqrt{(-2)^2+2^2}=2\sqrt{2}$$

Câu 38: Đáp án A.

Ta có:

$$\left.\begin{matrix}\overrightarrow{OA}=(2;-1;5)\\ \vec{i}=(1;0;0)\end{matrix}\right\}\Rightarrow\left[\overrightarrow{OA},\vec{i}\right]=(0;5;1)$$

$\Rightarrow$ Mặt phẳng (α) có vecto pháp tuyến $\vec{n}=(0;5;1)\Rightarrow\frac{b}{c}=5$

STUDY TIPS

$(C): x^2+y^2+z^2-2ax-2by-2cz+d=0$ là phương trình mặt cầu $\Leftrightarrow a^2+b^2+c^2-d>0$

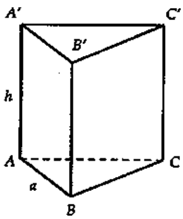
Câu 39: Đáp án C.

$(C_m): x^2+y^2+z^2+2mx+4y-6z+17=0$ là phương trình mặt cầu

$$\Leftrightarrow (-m)^2+(-2)^2+3^2-17>0\Leftrightarrow m^2>4\Leftrightarrow\left[\begin{matrix}m>2\\ m<-2\end{matrix}\right.$$

Câu 40: Đáp án C.

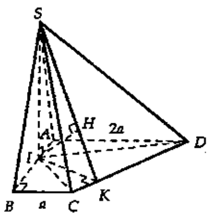
Trục Oz qua $A(1;0;0)$ và có vecto chỉ phương $\vec{i}=(1;0;0)$ $\Rightarrow Ox:\begin{cases}x=1+t\\ y=0\\ z=0\end{cases}$



Câu 41: Đáp án A

$$V_{ABC.A'B'C'}=S_{\Delta ABC}.h=\frac{1}{2}.a.a.\sin 60^\circ.h=\frac{1}{2}a^2.\frac{\sqrt{3}}{2}.h=\frac{a^2h\sqrt{3}}{4}$$

Câu 42: Đáp án B.



$$S_{ICD}=S_{ABCD}-S_{AID}-S_{BIC}=3a^2-a^2-\frac{a^2}{2}=\frac{3a^2}{2};\ CD=\sqrt{(2a)^2+a^2}=a\sqrt{5}$$

Gọi K, H lần lượt là hình chiếu của I lên CD và SK

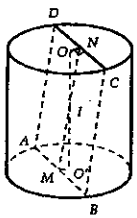
$$\Rightarrow IH\perp(SCD)\Rightarrow IH=d(I;(SCD))=\frac{3a\sqrt{2}}{4}$$

$$S_{ICD}=\frac{1}{2}IK.CD\Rightarrow IK=\frac{2S_{ICD}}{CD}=\frac{3a^2}{a\sqrt{5}}=\frac{3a}{\sqrt{5}}$$

$$\frac{1}{IH^2}=\frac{1}{IK^2}+\frac{1}{IS^2}\Rightarrow\frac{1}{IS^2}=\frac{8}{9a^2}-\frac{5}{9a^2}=\frac{1}{3a^2}\Rightarrow IS=a\sqrt{3}$$

$$\Rightarrow V_{S.ABCD}=\frac{1}{3}.3a^2.a\sqrt{3}=a^3\sqrt{3}$$

Câu 43: Đáp án D.



+ Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AB và CD; O, O' là tâm 2 đáy

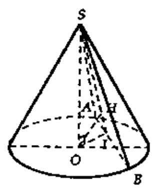
I là trung điểm OO' $\Rightarrow I=OO'\cap MN$

$$+\ IM=\frac{1}{2}MN=\frac{a}{2};\ \cos 45^\circ=\frac{O'M}{IM}\Rightarrow O'M=\frac{a\sqrt{2}}{4}$$

$$\Rightarrow O'I=\frac{a\sqrt{2}}{4}\Rightarrow OO'=2O'I=\frac{a\sqrt{2}}{2}=h$$

$$+\ O'A=\sqrt{O'M^2+AM^2}=\sqrt{\left(\frac{a\sqrt{2}}{4}\right)^2+\frac{a^2}{4}}=\frac{a\sqrt{6}}{4}=R$$

$$\Rightarrow V=\pi R^2h=\pi.\frac{6a^2}{16}.\frac{a\sqrt{2}}{2}=\frac{3\pi a^3\sqrt{2}}{16}$$



Câu 44: Đáp án B.

+ Gọi I là trung điểm của AB, H là hình chiếu của O lên SI

$\Rightarrow OH \perp (SAB) \Rightarrow OH = 1$

STUDY TIPS
Bạn đọc có thể thử từng kết quả ở các phương án ngược lại để được đáp án chính xác.

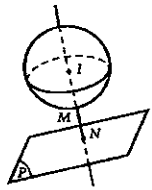
$+\ \dfrac{1}{OH^2} = \dfrac{1}{OS^2} + \dfrac{1}{OI^2} \Rightarrow \dfrac{1}{OI^2} = \dfrac{1}{1} - \dfrac{1}{9} = \dfrac{8}{9} \Rightarrow OI^2 = \dfrac{9}{8}$

$\Rightarrow SI = \sqrt{OI^2 + OS^2} = \sqrt{\dfrac{9}{8} + 9} = \dfrac{9\sqrt{2}}{4}$

$+\ S_{SAB} = \dfrac{1}{2} SI.AB \Rightarrow AB = \dfrac{2.18}{\dfrac{9\sqrt{2}}{4}} = \dfrac{16}{\sqrt{2}} \Rightarrow AI = \dfrac{8}{\sqrt{2}}$

$\Rightarrow AO = \sqrt{\left(\dfrac{8}{\sqrt{2}}\right)^2 + \dfrac{9}{8}} = \dfrac{\sqrt{530}}{4} = R$

Câu 45: Đáp án C.



STUDY TIPS
Nếu $(S) \cap (C) = \varnothing$
$\Rightarrow MN_{max} = d(I;(P)) + R$
$MN_{min} = d(I;(P)) - R$

(S) có tâm $I(2;-1;3)$ bán kính $R = \sqrt{4+1+9-5} = 3$

$d(I;(P)) = \dfrac{|4-2-3+16|}{\sqrt{2^2+2^2+(-1)^2}} = 5 > R \Rightarrow (S) \cap (C) = \varnothing$

$\Rightarrow MN_{min} = d(I;(P)) - R = 5 - 3 = 2$

Câu 46: Đáp án A.

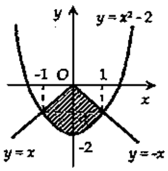
STUDY TIPS
$\dfrac{a+bi}{c+di} = \dfrac{(a+bi)(c+di)}{c^2+d^2}$

$z = \dfrac{i-m}{1-m(m-2i)} = \dfrac{i-m}{1-m^2+2mi} = \dfrac{(i-m)(1-m^2-2mi)}{(1-m^2)^2+4m^2} = \dfrac{m}{m^2+1} + \dfrac{1}{m^2+1} i$

$\Rightarrow \overline{z} = \dfrac{m}{m^2+1} - \dfrac{1}{m^2+1} i \Rightarrow z.\overline{z} = \dfrac{1}{5}$

$\Leftrightarrow \dfrac{m^2}{(m^2+1)^2} + \dfrac{1}{(m^2+1)^2} = \dfrac{1}{m^2+1} = \dfrac{1}{5} \Rightarrow m^2 + 1 = 5 \Leftrightarrow m = \pm 2$

Câu 47: Đáp án B.



Xét phương trình: $x^2 - 2 = -|x| \Leftrightarrow \begin{cases} -x^2 + 2 \ge 0 \\ \left[\begin{array}{l} x^2 - 2 = -x \\ x^2 - 2 = x \end{array}\right. \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{2} \le x \le 2 \\ \left[\begin{array}{l} x^2 + x - 2 = 0 \Leftrightarrow x = \pm 1 \\ x^2 - x - 2 = 0 \end{array}\right. \end{cases}$

Đồ thị hàm số $y = x^2 - 2$ và $y = -|x| = \begin{cases} x & \text{khi } x < 0 \\ -x & \text{khi } x \ge 0 \end{cases}$

STUDY TIPS
Bạn đọc có thể áp dụng công thức:
$S = \int_a^b |f(x) - g(x)| dx$
$= \int_{-1}^{1} \left|x^2 - 2 + |x|\right| dx = \dfrac{7}{3}$

$\Rightarrow S = \int_{-1}^{0} \left[x - (x^2 - 2)\right] dx + \int_0^1 \left[-x - (x^2 - 2)\right] dx = \dfrac{7}{3}$

Câu 48: Đáp án B.

Từ $x + y = \dfrac{5}{4} \Rightarrow y = \dfrac{5}{4} - x \Rightarrow P = \dfrac{4}{x} + \dfrac{1}{5-4x}$

Xét $f(x) = \dfrac{4}{x} + \dfrac{1}{5-4x}\ \forall x \in \left(0; \dfrac{5}{4}\right) \Rightarrow f'(x) = -\dfrac{4}{x^2} + \dfrac{4}{(5-4x)^2}$

$f'(x) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = \dfrac{5}{3} \end{array}\right.$

Bảng biến thiên:

x	0		1		5/4
$f'(x)$	||	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	5	$\nearrow$	$+\infty$

$\Rightarrow \min f(x)=5$. Khi $x=1\Rightarrow y=\dfrac{1}{4}\Rightarrow x^2+y^2=\dfrac{17}{16}$.

Câu 49: Đáp án C.

Ta có: $\begin{cases} z_1+z_2=3 \\ z_1.z_2=4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} z_2=3-z_1 \\ z_1(3-z_1)=4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} z_2=3-z_1 \\ z_1^2-3z_1+4=0 \end{cases}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} z_2=3-z_1 \\ \left[\begin{array}{l} z_1=\dfrac{3}{2}+\dfrac{\sqrt{7}}{2}i \\ z_2=\dfrac{3}{2}-\dfrac{\sqrt{7}}{2}i \end{array}\right. \end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} z_1=\dfrac{3}{2}+\dfrac{\sqrt{7}}{2}i \\ z_2=\dfrac{3}{2}-\dfrac{\sqrt{7}}{2}i \end{cases} \\ \begin{cases} z_1=\dfrac{3}{2}-\dfrac{\sqrt{7}}{2}i \\ z_2=\dfrac{3}{2}+\dfrac{\sqrt{7}}{2}i \end{cases} \end{array}\right. \Rightarrow |z_1|+|z_2|=2\sqrt{\dfrac{9}{4}+\dfrac{7}{4}}=4$$

Câu 50: Đáp án D.

$y=\dfrac{x-1}{x+1}(C)\Rightarrow M\left(m;\dfrac{m-1}{m+1}\right)\ (m\neq -1)$

$\Rightarrow$ Tổng khoảng cách từ M đến hai trục tọa độ là $d=|m|+\left|\dfrac{m-1}{m+1}\right|\ (m\neq -1)$

- Với $m=0\Rightarrow d=1\Rightarrow \min d\le 1\Rightarrow$ Xét sao cho $d\le 1$

$\Leftrightarrow |m|+\left|\dfrac{m-1}{m+1}\right|\le 1\Rightarrow \begin{cases} |m|\le 1 \\ \left|\dfrac{m-1}{m+1}\right|<1 \end{cases} \Leftrightarrow 0\le m\le 1$

- Với $m\in[0;1]\Rightarrow d=m+\dfrac{1-m}{m+1}=\dfrac{m^2+1}{m+1}$

Khảo sát hàm số $f(m)=\dfrac{m^2+1}{m+1}$ trên $[0;1]\Rightarrow \min\limits_{[0;1]} f(m)=2\sqrt{2}-2$

Khi $m=\sqrt{2}-1\Rightarrow M\left(-1+\sqrt{2};1-\sqrt{2}\right)$

ĐỀ THỬ SỨC SỐ 9

Câu 1: Hàm số nào dưới đây nghịch biến?

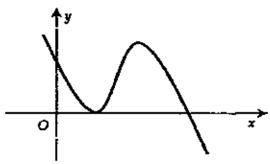
A. $y=\left(\frac{e}{2}\right)^x$.   B. $y=(2)^{-x}\left(\frac{1}{\sqrt{6}-\sqrt{5}}\right)^x$.   C. $y=\left(\frac{4}{\sqrt{3}+2}\right)^x$.   D. $y=\left(\frac{\pi+3}{2\pi}\right)^x$.

Câu 2: Cho A và B theo thứ tự là các điểm biểu diễn các số phức z_1 và z_2. Biết $z_1=\overline{z}_2\neq 0$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. A và B đối xứng qua trục Ox.   B. A và B đối xứng qua trục Oy.

C. A và B đối xứng qua gốc tọa độ O.   D. A và B đối xứng qua đường thẳng $y=x$.

Câu 3: Cho hàm số $y=f(x)$. Hàm số $y=f'(x)$ có đồ thị như hình bên. Tìm số điểm cực trị của hàm số $y=f(x)$.



A. 0.   B. 1.

C. 2.   D. 3.

Câu 4: Trong không gian $Oxyz$ cho các điểm $A(1;0;-1)$, $B(3;4;-2)$, $C(4;-1;1)$ và $D(3;0;3)$. Tính thể tích tứ diện $ABCD$.

A. 7.   B. 14.   C. 42.   D. 84.

Câu 5: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho đường thẳng d có phương trình $y=\frac{1}{3}x+2$. Viết phương trình đường thẳng Δ là ảnh của đường thẳng d qua phép đối xứng trục là đường thẳng $y=x$.

A. $y=3x-6$.   B. $y=3x+6$.   C. $y=-3x+6$.   D. $y=-3x-6$.

Câu 6: Cho phương trình $5^{x+5}=8^x$. Biết phương trình có nghiệm $x=\log_a 5^5$, trong đó $0<a\neq 1$. Tìm phần nguyên của a.

A. 0.   B. 1.   C. 2.   D. 3.

Câu 7: Biết $b=a+3$, tính $\int_a^b x^2\mathrm{d}x$.

A. $\int_a^b x^2\mathrm{d}x=9+3ab$.   B. $\int_a^b x^2\mathrm{d}x=9+ab$.   C. $\int_a^b x^2\mathrm{d}x=9-3ab$.   D. $\int_a^b x^2\mathrm{d}x=9-ab$.

Câu 8: Cho các số phức u và v. Xét các mệnh đề dưới đây.

1. $|u+v|=|u|+|v|$.   2. $|u-v|=|u|-|v|$.   3. $|u.v|=|u|.|v|$.   4. $\left|\frac{u}{v}\right|=\frac{|u|}{|v|}$ $(v\neq 0)$.

Hỏi có bao nhiêu mệnh đề đúng trong 4 mệnh đề trên?

A. 1.   B. 2.   C. 3.   D. 4.

Câu 9: Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. Hai đường thẳng phân biệt cùng nằm trong một mặt phẳng thì không chéo nhau.

B. Hai đường thẳng phân biệt không cắt nhau thì chéo nhau.

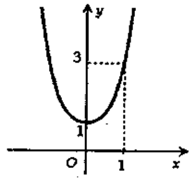
C. Hai đường thẳng phân biệt không song song thì chéo nhau.

D. Hai đường thẳng phân biệt lần lượt thuộc hai mặt phẳng khác nhau thì chéo nhau.

Câu 10: Cho một tam giác đều ABC cạnh a. Tam giác $A_1B_1C_1$ có các đỉnh là trung điểm các cạnh của tam giác ABC, tam giác $A_2B_2C_2$ có các đỉnh là trung điểm các cạnh của tam giác $A_1B_1C_1$, ..., tam giác $A_{n+1}B_{n+1}C_{n+1}$ có các đỉnh là trung điểm các cạnh của tam giác $A_nB_nC_n$, ... Gọi $S_1, S_2, ..., S_n, ...$ theo thứ tự là diện tích của các tam giác $A_1B_1C_1, A_2B_2C_2, ..., A_nB_nC_n, ...$. Tìm tổng $S=S_1+S_2+...+S_n+...$

A. $S=\frac{a^2\sqrt{3}}{3}$. B. $S=\frac{a^2\sqrt{3}}{8}$. C. $S=\frac{a^2\sqrt{3}}{12}$. D. $S=\frac{a^2\sqrt{3}}{16}$.

Câu 11: Hình bên là đồ thị của hàm số nào dưới đây?



A. $y=3x^2+1$.

B. $y=x^2+1$.

C. $y=x^4+x^2+1$.

D. $y=x^4+3x^2+1$.

Câu 12: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi M là điểm di động trên đoạn AB. Qua M vẽ mặt phẳng (α) song song với mặt phẳng (SBC), cắt các cạnh CD, DS, SA lần lượt tại các điểm N, P, Q. Tập hợp các giao điểm I của hai đường thẳng MQ và NP là

A. Một đường thẳng. B. Nửa đường thẳng.

C. Đoạn thẳng song song với AB. D. Tập hợp rỗng.

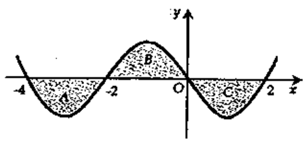
Câu 13: Cho phương trình $\tan x+\tan\left(x+\frac{\pi}{4}\right)=1$. Diện tích của đa giác tạo bởi các điểm trên đường tròn lượng giác biểu diễn các họ nghiệm của phương trình gần với số nào nhất trong các số dưới đây?

A. 0,946. B. 0,947. C. 0,948. D. 0,949.

Câu 14: Cho a và b là các số nguyên dương. Biết đường thẳng $y=\frac{7}{27}$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\sqrt{9x^2+ax}+\sqrt[3]{27x^3+bx^2+5}$. Hỏi a và b thỏa mãn hệ thức nào dưới đây?

A. $9a-2b=14$. B. $9a-2b=-14$. C. $9a+2b=14$. D. $9a+2b=-14$.

Câu 15: Mỗi hình phẳng A, B, C giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=f(x)$ và trục hoành đều có diện tích bằng 3. Tính $\int_{-4}^{2}\left[f(x)+2x+7\right]dx$.



A. 35. B. 29.

C. 26. D. 27.

Câu 16: Cho hàm số $y=x^4-2(m-1)x^2+2018$. Tìm số các giá trị thực của tham số m để đồ thị hàm số có ba điểm cực trị tạo thành một tam giác có tâm đường tròn ngoại tiếp và tâm đường tròn nội tiếp trùng nhau.

A. 0. B. 1. C. 2. D. 3.

Câu 17: Đồ thị hàm số $y=\frac{2x-1}{x+2}$ có bao nhiêu cặp tiếp tuyến vuông góc với nhau?

A. Vô số. B. 2. C. 1. D. 0.

Câu 18: Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đường cong $y^2=4ax$ $(a>0)$ và đường thẳng $x=a$ bằng ka^2. Tìm k.

A. $\frac{8}{3}$. B. $\frac{4}{3}$. C. $\frac{2}{3}$. D. $\frac{1}{3}$.

Câu 19: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Tính tỉ số thể tích của khối hộp đó và thể tích của khối tứ diện $ACB'D'$.

A. $\frac{7}{3}$. B. 3. C. $\frac{8}{3}$. D. 2.

Câu 20: Có bao nhiêu số phức z thỏa mãn điều kiện $|z\overline{z}+z|=2$ và $|z|=2$?

A. 4. B. 3. C. 2. D. 1.

Câu 21: Cho $f(x)$ là hàm số liên tục trên $\mathbb{R}$. Biết $\int_1^{e^3}\frac{f(\ln x)}{x}dx=5$, $\int_0^{0,5\pi}f(\sin x).\cos x dx=2$. Tính $\int_1^3 f(x)dx$.

A. 7. B. 3. C. -3. D. 10.

Câu 22: Cho tứ diện $ABCD$ có cạnh AD vuông góc với mặt phẳng (ABC), $AC=AD=4$, $AB=3$, $BC=5$. Tính khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng (BCD).

A. $\frac{\sqrt{34}}{12}$. B. $\frac{12}{\sqrt{34}}$. C. $\frac{\sqrt{769}}{60}$. D. $\frac{60}{\sqrt{769}}$.

Câu 23: Tính $\lim\left(n^2+n-\sum_{k=1}^{n}\frac{2k^3+8k^2+6k-1}{k^2+4k+3}\right)$.

A. 0. B. $\frac{7}{15}$. C. $\frac{1}{2}$. D. $\frac{5}{12}$.

Câu 24: Cho hàm số $y=\frac{1}{3}mx^3-\frac{1}{2}(3m+2)x^2+(5m-1)x+2018$. Tìm số các giá trị nguyên âm của tham số m sao cho hàm số đồng biến trên khoảng $(-1;2)$.

A. Vô số. B. 0. C. 1. D. 2.

Câu 25: Cho hình chóp $S.ABC$ có cạnh SA vuông góc với mặt đáy (ABC), tam giác ABC là tam giác cân tại A, $AB=a$, $\widehat{BAC}=120°$. Tính theo a khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SBC), biết khối chóp $S.ABC$ có thể tích bằng $\frac{\sqrt{3}a^3}{24}$.

A. $\frac{a\sqrt{2}}{4}$. B. $\frac{a\sqrt{6}}{4}$. C. $\frac{3a}{2\sqrt{10}}$. D. $\frac{a}{2}$.

Câu 26: Cho hàm số $y=\frac{3-x}{x+1}$ có đồ thị (H). Một phép dời hình biến (H) thành (H') có tiệm cận ngang $y=2$ và tiệm cận đứng $x=2$. Lấy đối xứng (H') qua gốc tọa độ được hình (H''). Tìm phương trình của (H'').

A. $y=\frac{6-2x}{x+2}$. B. $y=\frac{2x-6}{x+2}$. C. $y=\frac{-2x}{x+2}$. D. $y=\frac{2x}{x+2}$.

Câu 27: Tìm tổng các giá trị nguyên của tham số m để phương trình $4^{\sin x}+2^{1+\sin x}=m$ có tổng các nghiệm trong khoảng $(0;\pi)$ bằng π.

A. 22. B. 25. C. 30. D. 33.

Câu 28: Cho một hình lập phương có cạnh bằng a. Tính theo a thể tích của khối cầu tiếp xúc với 12 cạnh của hình lập phương đó.

A. $\frac{\pi a^3}{6}$. B. $\frac{4\pi a^3}{3}$. C. $\frac{\pi\sqrt{2}a^3}{3}$. D. $\frac{\pi\sqrt{3}a^3}{2}$.

Câu 29: Cho hàm số $f(x)=\log_{\frac{1}{2}}\left(\log_4\left(\log_{\frac{1}{4}}\left(\log_{16}\left(\log_{\frac{1}{16}}x\right)\right)\right)\right)$. Tập xác định của $f(x)$ là $D=(a;b)$ trong đó a và b là các số thực, $b-a=\frac{m}{n}$, m và n là các số tự nhiên nguyên tố cùng nhau. Tìm tổng $m+n$.

A. 19. B. 31. C. 271. D. 319.

Câu 30: Cho các số tự nhiên x và y. Biết $(x+yi)^2 = 24+10i$. Tìm $x+y$.

A. 4. B. 5. C. 6. D. 7.

Câu 31: Cho hình chóp $S.ABC$ có 4 đỉnh đều nằm trên một mặt cầu, $SA=a$, $SB=b$, $SC=c$ và ba cạnh SA, SB, SC đôi một vuông góc. Tính theo a, b, c bán kính mặt cầu đó.

A. $\frac{1}{2}\sqrt{a^2+b^2}$. B. $\frac{1}{2}\sqrt{b^2+c^2}$. C. $\frac{1}{2}\sqrt{c^2+a^2}$. D. $\frac{1}{2}\sqrt{a^2+b^2+c^2}$.

Câu 32: Cho $0<a<3$. Trong bốn phương trình ẩn x dưới đây, phương trình nào có nghiệm lớn nhất?

A. $5(1+a)^x=9$. B. $5\left(1+\sqrt{a}\right)^x=9$. C. $5\left(1+\frac{1}{a}\right)^x=9$. D. $5\left(1+\frac{a}{10}\right)^x=9$.

Câu 33: Trong không gian $Oxyz$ cho đường thẳng d có phương trình $\frac{x-3}{1}=\frac{y-1}{1}=\frac{z}{2}$ và mặt cầu (S) có phương trình $x^2+y^2+z^2+2x-2y+2z-1=0$. (P) và (Q) là hai mặt phẳng chứa d và cắt (S) theo các đường tròn có bán kính bằng 1. Tính cosin của góc giữa (P) và (Q).

A. $\frac{5}{11}$. B. $\frac{4\sqrt{6}}{11}$. C. $\frac{5}{33}$. D. $\frac{2\sqrt{266}}{33}$.

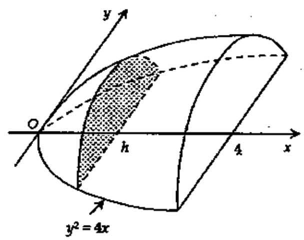
Câu 34: Xác định thể tích khối tròn xoay được tạo thành khi quay quanh trục Oy hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=(2x+1)^{\frac{1}{3}}$, đường thẳng $x=0$ và đường thẳng $y=3$.

A. 9π. B. $\frac{480\pi}{7}$. C. $\frac{69\pi}{8}$. D. $\frac{3849\pi}{56}$.

Câu 35: Cho hình chóp $S.ABC$ có các mặt bên (SAB), (SBC), (SCA) tạo với mặt đáy một góc $60°$, chân đường cao hạ từ S xuống mặt phẳng (ABC) nằm trong tam giác ABC, $AB=5a$, $BC=6a$, $CA=7a$. Tính theo a thể tích của khối chóp $S.ABC$.

A. $4a^3$. B. $8\sqrt{3}a^3$. C. $\frac{8\sqrt{3}a^3}{3}$. D. $\frac{8\sqrt{3}a^3}{2}$.

Câu 36: Một vật thể có mặt đáy nằm trong mặt phẳng tọa độ (Oxy) được giới hạn bởi đường cong $y^2=4x$ và đường thẳng $x=4$. Thiết diện của vật thể cắt bởi mặt phẳng vuông góc với trục Ox là một nửa hình elip có trục lớn gấp đôi trục nhỏ. Tính thể tích của vật thể.



A. 8π. B. 16π.
C. 32π. D. 64π.

Câu 37: Bốn số hạng đầu tiên của một cấp số cộng theo thứ tự là a, 9, $3a-b$, $3a+b$. Tìm số hạng thứ 2018.

A. 8071. B. 8073. C. 8075. D. 8077.

Câu 38: Cho hai véc – tơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$ tạo với nhau một góc $120°$. Tìm $\left|\vec{a}-\vec{b}\right|$, biết $\left|\vec{a}\right|=3$, $\left|\vec{b}\right|=5$.

A. 2. B. 7. C. $\sqrt{19}$. D. $\sqrt{34-8\sqrt{3}}$.

Câu 39: Cho cấp số nhân (a_n) với $a_1=\sin\alpha$, $a_2=\cos\alpha$, $a_3=\tan\alpha$ với α nào đó. Tìm n sao cho $a_n=1+\cos\alpha$.

A. 5. B. 6. C. 7. D. 8.

Câu 40: Cho hai số phức z và w $(z \neq 0, w \neq 0)$. Biết $|z-w|=|z+w|$. Khi đó điểm biểu diễn số phức $\frac{z}{w}$

A. thuộc trục Ox.

B. thuộc đường phân giác của góc phần tư thứ nhất và thứ ba.

C. thuộc trục Oy.

D. thuộc đường phân giác của góc phần tư thứ hai và thứ tư.

Câu 41: Trong không gian $Oxyz$ cho hai đường thẳng có phương trình $\begin{cases} x=1+2t \\ y=-1-t \\ z=1 \end{cases}$ và $\begin{cases} x=2-t \\ y=-2+t \\ z=3+t \end{cases}$. Tìm khoảng cách giữa hai đường thẳng.

A. $\sqrt{6}$. B. $3\sqrt{6}$. C. $\frac{\sqrt{6}}{2}$. D. $\frac{3\sqrt{6}}{2}$.

Câu 42: Cho ba toa tàu đánh số từ 1 đến 3 và 12 hành khách. Mỗi toa đều chứa được tối đa 12 hành khách. Gọi n là số cách xếp các hành khách vào các toa tàu thỏa mãn điều kiện "mọi toa đều có khách". Tìm số các chữ số của n.

A. 5. B. 6. C. 7. D. 8.

Câu 43: Cho hình thang cân $ABCD$ có đáy nhỏ AB. Biết AB và hai cạnh bên đều có độ dài bằng 1. Tìm diện tích lớn nhất của hình thang.

A. $\frac{8\sqrt{2}}{9}$. B. $\frac{4\sqrt{2}}{9}$. C. $\frac{3\sqrt{3}}{2}$. D. $\frac{3\sqrt{3}}{4}$.

Câu 44: Trong không gian $Oxyz$ cho mặt cầu (S): $x^2+y^2+z^2-2x+4y-16=0$ và hai đường thẳng $\Delta_1: \frac{x-1}{2}=\frac{y+4}{-3}=\frac{z}{2}$ và $\Delta_2: \frac{x+1}{1}=\frac{y-2}{1}=\frac{z-1}{-1}$. Viết phương trình mặt phẳng (α) song song với Δ_1, Δ_2, tiếp xúc với mặt cầu (S) và cắt trục Oz tại điểm có cao độ dương.

A. $x-4y+5z-7-21\sqrt{2}=0$.

B. $x-4y+5z+7-21\sqrt{2}=0$.

C. $x+4y+5z-7-21\sqrt{2}=0$.

D. $x+4y+5z+7-21\sqrt{2}=0$.

Câu 45: Có bao nhiêu số có 10 chữ số được tạo thành từ các chữ số 1, 2, 3 sao cho bất kì 2 chữ số nào đứng cạnh nhau cũng hơn kém nhau 1 đơn vị?

A. 16. B. 32. C. 64. D. 80.

Câu 46: Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có tất cả các cạnh cùng bằng a, hình chiếu của C trên mặt phẳng $(ABB'A')$ là tâm của hình bình hành $ABB'A'$. Tính theo a thể tích khối cầu đi qua năm điểm A, B, B', A' và C.

A. $\frac{\pi\sqrt{2}a^3}{3}$. B. $\frac{8\pi\sqrt{2}a^3}{81}$. C. $\frac{\pi\sqrt{2}a^3}{24}$. D. $\frac{\pi\sqrt{2}a^3}{81}$.

Câu 47: Từ khai triển biểu thức $(2x-1)^{2018}$ thành đa thức, tính tổng các hệ số bậc chẵn của đa thức nhận được.

A. $\frac{3^{2018}+1}{2}$. B. $\frac{3^{2018}-1}{2}$. C. $3^{2018}+1$. D. $3^{2018}-1$.

Câu 48: Trong không gian $Oxyz$ cho điểm $A(-1;2;-3)$, véc - tơ $\vec{u}(6;-2;-3)$ và đường thẳng d: $\frac{x-4}{3}=\frac{y-1}{2}=\frac{z+2}{-5}$. Viết phương trình đường thẳng Δ đi qua A, vuông góc với giá của $\vec{u}$ và cắt d.

A. $\frac{x-1}{2}=\frac{y+1}{-3}=\frac{z-3}{6}$.

B. $\frac{x-1}{2}=\frac{y-5}{3}=\frac{z+1}{2}$.

C. $\frac{x-1}{1}=\frac{y+4}{-3}=\frac{z-5}{4}$.

D. $\frac{x-2}{3}=\frac{y-5}{3}=\frac{z-1}{4}$.

Câu 49: Cho hai chất điểm A và B cùng bắt đầu chuyển động trên trục Ox từ thời điểm $t=0$. Tại thời điểm t, vị trí của chất điểm A được cho bởi $x=f(t)=-6+2t-\frac{1}{2}t^2$ và vị trí của chất điểm B được cho bởi $x=g(t)=4\sin t$. Biết tại đúng hai thời điểm t_1 và t_2 ($t_1<t_2$), hai chất điểm có vận tốc bằng nhau. Tính theo t_1 và t_2 độ dài quãng đường mà chất điểm A đã di chuyển từ thời điểm t_1 đến thời điểm t_2.

A. $4-2(t_1+t_2)+\frac{1}{2}(t_1^2+t_2^2)$.

B. $4+2(t_1+t_2)-\frac{1}{2}(t_1^2+t_2^2)$.

C. $2(t_2-t_1)-\frac{1}{2}(t_2^2-t_1^2)$.

D. $2(t_1-t_2)-\frac{1}{2}(t_1^2-t_2^2)$.

Câu 50: Cho mặt cầu (S) bán kính R cố định. Gọi (H) là hình chóp tứ giác đều có thể tích lớn nhất nội tiếp trong (S). Tìm theo R độ dài cạnh đáy của (H).

A. $\frac{4R}{3}$.

B. $\frac{2R}{3}$.

C. $\frac{R}{3}$.

D. R.

ĐÁP ÁN

1.D	2.A	3.B	4.A	5.A	6.B	7.A	8.B	9.A	10.C
11.C	12.C	13.D	14.B	15.D	16.B	17.D	18.A	19.B	20.D
21.B	22.B	23.D	24.B	25.A	26.C	27.A	28.C	29.C	30.C
31.D	32.D	33.A	34.B	35.B	36.A	37.B	38.B	39.D	40.C
41.C	42.B	43.D	44.D	45.C	46.A	47.A	48.A	49.A	50.A

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

Câu 1: Đáp án D.

Quay trở lại tính chất của hàm số mũ.

> Cho hàm số mũ $y=a^x\left(a>0;a\neq 1\right)$.
> Với $a>1$ thì hàm số luôn đồng biến.
> Với $0<a<1$ thì hàm số luôn nghịch biến.

Ta thấy $0<\dfrac{\pi+3}{2\pi}<1$ (do $3<\pi$) nên hàm số $y=\left(\dfrac{\pi+3}{2\pi}\right)^x$ nghịch biến trên tập xác định của nó.

STUDY TIPS
Cho số phức $z=a+bi$. Số phức liên hợp của z: $\overline{z}=a-bi$ (hai điểm biểu diễn z và $\overline{z}$ đối xứng qua Ox)

Câu 2: Đáp án A.

Điểm biểu diễn z_2 và $\overline{z}_2$ đối xứng qua Ox mà $z_1=\overline{z}_2$ nên điểm biểu diễn hai số phức z_1 và z_2 đối xứng qua trục Ox, tức là hai điểm A và B đối xứng qua trục Ox.

Câu 3: Đáp án B.

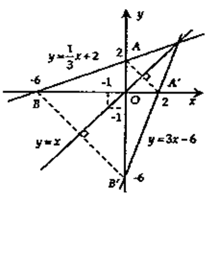
Nhìn vào đồ thị hàm số ta thấy có một giá trị của x (giả sử là $x=a$) để $y'=0$ và không có giá trị nào của x làm y' không xác định. Mặt khác y' đổi dấu từ dương sang âm khi đi qua $x=a$ do vậy $x=a$ là một điểm cực trị của hàm số $y=f\left(x\right)$. Ta chọn B.

STUDY TIPS
Cho tứ diện $ABCD$. Khi đó:
$V_{ABCD}=\dfrac{1}{6}\left|\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right].\overrightarrow{AD}\right|$

Câu 4: Đáp án A.

$\overrightarrow{AB}=\left(2;4;-1\right),\overrightarrow{AC}=\left(3;-1;2\right),\overrightarrow{AD}=\left(2;0;4\right),\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right]=\left(7;-7;-14\right)$.

Ta có $V_{ABCD}=\dfrac{1}{6}.\left|\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right].\overrightarrow{AD}\right|=\dfrac{1}{6}.\left|7.2+\left(-7\right).0+\left(-14\right).4\right|=7.$



Câu 5: Đáp án A.

Gọi $A\left(0;2\right);B\left(-6;0\right)$ là hai điểm thuộc đường thẳng d. Gọi $A';B'$ lần lượt là điểm đối xứng của A; B qua đường thẳng $y=x$.

Ta có $A'=\left(2;0\right),B'=\left(0;-6\right)$ (xem hình vẽ).

Phương trình đường thẳng $A'B'$: $\dfrac{x}{2}+\dfrac{y}{-6}=1\Leftrightarrow y=3x-6$.

Câu 6: Đáp án B.

$5^{x+5}=8^x\Leftrightarrow\left(\dfrac{8}{5}\right)^x=5^5\Leftrightarrow x=\log_{\frac{8}{5}}5^5\Rightarrow a=\dfrac{8}{5}=1,6\Rightarrow\left[a\right]=1.$

Câu 7: Đáp án A.

Ta có:

$$\int_a^b x^2dx=\frac{x^3}{3}\Big|_a^b=\frac{b^3}{3}-\frac{a^3}{3}=\frac{1}{3}\left(b-a\right)\left(a^2+ab+b^2\right)=a^2+b^2+ab=\left(b-a\right)^2+3ab=9+3ab.$$

Câu 8: Đáp án B.

Mệnh đề 1 và 2 sai; mệnh đề 3 và 4 đúng.

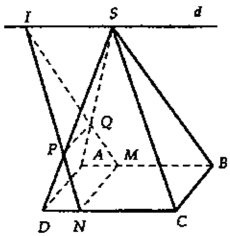
Câu 9: Đáp án A.

Câu 10: Đáp án C.

Dựa vào dữ kiện đề bài ta có thể suy ra tổng S là tổng của cấp số nhân lùi vô hạn với công bội $q=\frac{1}{4}\Rightarrow S=\frac{S_1}{1-q}=\frac{\frac{a^2\sqrt{3}}{4}.\frac{1}{4}}{1-\frac{1}{4}}=\frac{a^2\sqrt{3}}{12}$.

Câu 11: Đáp án C.

Đồ thị hàm số đi qua điểm $(1;3)$. Suy ra C là đáp án đúng.



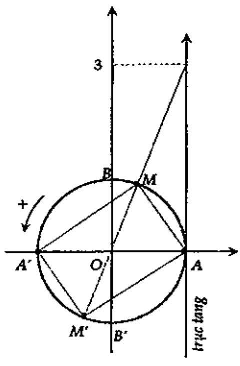
Câu 12: Đáp án C.

Gọi d là giao tuyến của hai mặt phẳng (SAB) và (SCD).

Ba mặt phẳng $(SAB),(SCD)$ và $(ABCD)$ đôi một cắt nhau theo các giao tuyến d; CD; AB. Mà $AB//CD\Rightarrow d//AB//CD\Rightarrow d$ là đường thẳng đi qua S và song song với AB và $CD\Rightarrow d$ cố định.

Có $I\in MQ\subset(SAB), I\in NP\subset(SCD)\Rightarrow I\in d$. Vì M là điểm di động trên đoạn AB nên tập hợp các giao điểm I là một đoạn thẳng thuộc đường thẳng d. Ta chọn C.

Câu 13: Đáp án D.



Điều kiện $\begin{cases}\cos x\neq 0\\ \cos\left(x+\frac{\pi}{4}\right)\neq 0\end{cases}$.

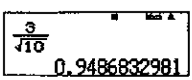
$\tan x+\tan\left(x+\frac{\pi}{4}\right)=1\Leftrightarrow \tan x+\frac{\tan x+1}{1-\tan x}-1=0$

$\Leftrightarrow\frac{-\tan^2 x+3\tan x}{1-\tan x}=0\Leftrightarrow\begin{cases}\tan x\neq 1\\ \tan x(3-\tan x)=0\end{cases}\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\tan x=0\\ \tan x=3\end{array}\right.$

Ta có biểu thị các họ nghiệm của phương trình trên đường tròn lượng giác như hình bên.

Vậy đa giác tạo bởi các điểm trên đường tròn lượng giác biểu diễn các họ nghiệm của phương trình $\tan x+\tan\left(x+\frac{\pi}{4}\right)=1$ là tứ giác $AMA'M'$.

Cách 1: Đường thẳng MM' có phương trình $y=3x\Leftrightarrow 3x-y=0$. Khoảng cách từ điểm $A(1;0)$ đến MM' là $\frac{|3.1-0|}{\sqrt{3^2+1^2}}=\frac{3}{\sqrt{10}}$. Do đó diện tích tứ giác $AMA'M'$ là $S_{AMA'M'}=2S_{AMM'}=2.\frac{1}{2}.MM'.d(A,MM')=2.\frac{3}{\sqrt{10}}\approx 2.0,949$.



Cách 2: Ta có $\sin\widehat{MOA}=\frac{3}{\sqrt{3^2+1^2}}=\frac{3}{\sqrt{10}}$.

$\Rightarrow S_{AMA'M'}=4S_{MOA}=4.\frac{1}{2}.OM.OA.\sin\widehat{MOA}=2.\frac{3}{\sqrt{10}}\approx 2.0,949$.

Ta chọn B, do chỉ có 0,949 gần 2.0,949 nhất.

Câu 14: Đáp án B.

$$\lim_{x\to-\infty} y=\lim_{x\to-\infty}\left(\sqrt{9x^2+ax}+\sqrt[3]{27x^3+bx^2+5}\right)$$

$$=\lim_{x\to-\infty}\left[\left(\sqrt{9x^2+ax}+3x\right)+\left(\sqrt[3]{27x^3+bx^2+5}-3x\right)\right]$$

$$=\lim_{x\to-\infty}\left[\frac{9x^2+ax-9x^2}{\sqrt{9x^2+ax}-3x}+\frac{27x^3+bx^2+5-27x^3}{\sqrt[3]{\left(27x^3+bx^2+5\right)^2}+3x\sqrt[3]{27x^3+bx^2+5}+9x^2}\right]$$

$$=\lim_{x\to-\infty}\left(\frac{ax}{\sqrt{9x^2+ax}-3x}+\frac{bx^2+5}{\sqrt[3]{\left(27x^3+bx^2+5\right)^2}+3x\sqrt[3]{27x^3+bx^2+5}+9x^2}\right)$$

$$=\lim_{x\to-\infty}\left(\frac{a}{-\sqrt{9+\frac{a}{x}}-3}+\frac{b+\frac{5}{x^2}}{\sqrt[3]{\left(27+\frac{b}{x}+\frac{5}{x^3}\right)^2}+3.\sqrt[3]{27+\frac{b}{x}+\frac{5}{x^3}}+9}\right)$$

$$=\frac{a}{-3-3}+\frac{b}{9+3.3+9}=\frac{a}{-6}+\frac{b}{27}=\frac{7}{27}\Rightarrow-\frac{9}{2}.\frac{a}{27}+\frac{b}{27}=7\Rightarrow-9a+2b=14.$$

Câu 15: Đáp án D.

Ta có $\int_{-4}^{2}\left[f(x)+2x+7\right]dx=\int_{-4}^{2}f(x)dx+\int_{-4}^{2}(2x+7)dx$.

Lại có $\int_{-4}^{2}f(x)dx=\int_{-4}^{-2}f(x)dx+\int_{-2}^{0}f(x)dx+\int_{0}^{2}f(x)dx=-3+3+(-3)=-3$

$\int_{-4}^{2}(2X+7)dx$ 30

và $\int_{-4}^{2}(2x+7)dx=30$.

Vậy $\int_{-4}^{2}\left[f(x)+2x+7\right]dx=-3+30=27$.

Chú ý: Cho điểm $A(a;b;c)$.

+ Hình chiếu của A trên (Oxy) là $H_1=(a;b;0)$.

+ Hình chiếu của A trên (Oyz) là $H_2=(0;b;c)$.

+ Hình chiếu của A trên (Ozx) là $H_3=(a;0;c)$.

(Trên mặt phẳng tọa độ thiếu thành phần nào thì cho thành phần đó bằng 0)

+ Điểm đối xứng của A qua (Oxy) là $A_1=(a;b;-c)$.

+ Điểm đối xứng của A qua (Oyz) là $A_2=(a;-b;c)$.

+ Điểm đối xứng của A qua (Ozx) là $A_1=(a;-b;c)$.

(Trên mặt phẳng tọa độ thiếu thành phần nào thì đối dấu thành phần đó)

Câu 16: Đáp án B.

Tam giác có tâm đường tròn ngoại tiếp và tâm đường tròn nội tiếp trùng nhau là tam giác đều.

Bài toán trở thành tìm số các giá trị thực của tham số m để đồ thị hàm số có ba điểm cực trị tạo thành một tam giác đều.

Trong sách Công phá toán 3 tác giả đã đề cập đến công thức tổng quát cho bài toán này.

Để thỏa mãn yêu cầu trên thì $\frac{b^3}{a}=-24\Leftrightarrow\frac{\left[-2(m-1)\right]^3}{1}=-24\Leftrightarrow(m-1)^3=3$.

Phương trình có duy nhất một nghiệm nên ta chọn B.

Câu 17: Đáp án D.

STUDY TIPS

Cho hai đường thẳng Δ và Δ' có hệ số góc lần lượt là k_1, k_2: $\Delta \perp \Delta' \Leftrightarrow k_1.k_2 = -1$

Ta có $y' = \dfrac{5}{(x+2)^2}$. Gọi $M(x_0; y_0)$ là một điểm thuộc đồ thị hàm số.

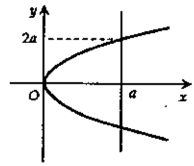
Khi đó tiếp tuyến tại M có hệ số góc $k = y'(x_0) = \dfrac{5}{(x_0+2)^2}$.

Hai tiếp tuyến vuông góc với nhau thì

$k_1.k_2 = -1 \Leftrightarrow \dfrac{5}{(x_1+2)^2}.\dfrac{5}{(x_2+2)^2} = -1$ (phương trình vô nghiệm).

Do vậy ta chọn D.

Câu 18: Đáp án A.



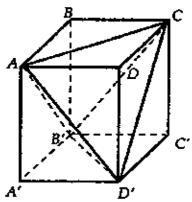
Do $y^2 = 4ax$ nên $x > 0$; $y^2 = 4ax \Leftrightarrow y = \pm 2\sqrt{a}.\sqrt{x}$.

$y = 0 \Leftrightarrow x = 0$. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đường cong $y^2 = 4ax\,(a > 0)$ và đường thẳng $x = a$ được tính bằng công thức

$S = 2.\int\limits_0^a \left|2\sqrt{a}.\sqrt{x} - 0\right| dx = 2.\int\limits_0^a 2.\sqrt{a}.\sqrt{x} dx = 2.2\sqrt{a}.\dfrac{2}{3}.x^{\frac{3}{2}}\Big|_0^a = \dfrac{8\sqrt{a}}{3}.a^{\frac{3}{2}} = \dfrac{8}{3}.a^2.$

Suy ra $k = \dfrac{8}{3}$.

Câu 19: Đáp án B.



Nhìn vào hình vẽ ta thấy sẽ khó để tính trực tiếp thể tích của khối tứ diện $ACB'D'$, do vậy ta sẽ tính gián tiếp.

Ta tính thể tích các khối tứ diện $ACDD'; AA'D'B'; ABCB'; CC'B'D'$. Sau đó lấy thể tích khối hộp trừ đi tổng thể tích các khối trên.

Ta nhận thấy cả bốn khối tứ diện $ACDD'; AA'D'B'; ABCB'; CC'B'D'$ đều có thể tích bằng nhau và bằng $V_1 = \dfrac{1}{3}.AA'.\dfrac{1}{2}.S_{ABCD} = \dfrac{1}{6}.V_{ABCD.A'B'C'D'} = \dfrac{1}{6}V$.

$\Rightarrow$ Thể tích của khối tứ diện $ACB'D'$ bằng $V_2 = V - \dfrac{4}{6}V = \dfrac{V}{3}$

$\Rightarrow$ Tỉ số cần tìm là 3. Ta chọn B.

Câu 20: Đáp án D.

STUDY TIPS

$z.\bar{z} = |z|^2, \forall z \in \mathbb{C}$

Ta có $z.\bar{z} = |z|^2 \Rightarrow |z.\bar{z} + z| = 2 \Leftrightarrow \left||z|^2 + z\right| = 2 \Leftrightarrow |z+4| = 2$ (do $|z| = 2$).

Đặt $z = x + yi$, $(x; y \in \mathbb{R})$.

Ta có $\begin{cases} |z+4| = 2 \\ |z| = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (x+4)^2 + y^2 = 4 \\ x^2 + y^2 = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (x+4-x)(x+4+x) = 0 \\ x^2 + y^2 = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -2 \\ y = 0 \end{cases}$.

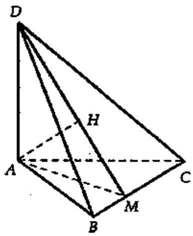
Vậy có duy nhất một giá trị $z = -2$ thỏa mãn yêu cầu đề bài.

Câu 21: Đáp án B.

Ta có $\int\limits_1^{e^3} \dfrac{f(\ln x)}{x} dx = \int\limits_1^{e^3} f(\ln x).(\ln x)' dx = \int\limits_1^{e^3} f(\ln x) d(\ln x) = \int\limits_0^3 f(x) dx = 5.$

$\int\limits_0^{0,5\pi} f(\sin x)\cos x dx = \int\limits_0^{0,5\pi} f(\sin x) d(\sin x) = \int\limits_0^1 f(x) dx = 2.$

Ta có $\int_1^3 f(x)\mathrm{d}x=\int_0^3 f(x)\mathrm{d}x-\int_0^1 f(x)\mathrm{d}x=5-2=3.$



STUDY TIPS

Cho tứ diện $ABCD$ có AB, AC, AD đôi một vuông góc với nhau. Khi đó khoảng cách d từ A đến (BCD) được tính bởi:

$$\frac{1}{d^2}=\frac{1}{AB^2}+\frac{1}{AC^2}+\frac{1}{AD^2}$$

Câu 22: Đáp án B.

Ta có $AB^2+AC^2=BC^2 \Rightarrow$ tam giác ABC vuông tại A.

Trong (ABC) kẻ AM vuông góc với BC tại $M \Rightarrow \frac{1}{AM^2}=\frac{1}{AB^2}+\frac{1}{AC^2}$.

Trong (ADM) kẻ $AH\perp DM$ tại H.

Ta có $DA\perp BC; AM\perp BC \Rightarrow (DAM)\perp BC \Rightarrow (DAM)\perp(DBC)$.

$$\begin{cases}(DAM)\perp(DBC)\\(DAM)\cap(DBC)=DM\\AH\subset(DAM); AH\perp DM\end{cases}\Rightarrow AH\perp(DBC).$$

$\Rightarrow d(A;(DBC))=AH.$

Tam giác DAM vuông tại A có AH là đường cao

$$\Rightarrow \frac{1}{AH^2}=\frac{1}{AM^2}+\frac{1}{AD^2}=\frac{1}{AB^2}+\frac{1}{AC^2}+\frac{1}{AD^2}=\frac{1}{3^2}+\frac{1}{4^2}+\frac{1}{4^2}=\frac{17}{72}\Rightarrow AH=\frac{12}{\sqrt{34}}.$$

Câu 23: Đáp án D.

Ta có

$$\frac{2k^3+8k^2+6k-1}{k^2+4k+3}=\frac{2k(k+1)(k+3)}{(k+1)(k+3)}-\frac{1}{(k+1)(k+3)}=2k-\frac{1}{2}\left(\frac{1}{k+1}-\frac{1}{k+3}\right).$$

$$\Rightarrow \sum_{k=1}^{n}\frac{2k^3+8k^2+6k-1}{k^2+4k+3}=\sum_{k=1}^{n}\left[2k-\frac{1}{2}\left(\frac{1}{k+1}-\frac{1}{k+3}\right)\right]$$

$$=2.(1+2+...+n)-\frac{1}{2}\left[\left(\frac{1}{1+1}-\frac{1}{1+3}+...+\frac{1}{n-1+1}-\frac{1}{n-1+3}+\frac{1}{n+1}-\frac{1}{n+3}\right)\right]$$

$$=2.\frac{n(n+1)}{2}-\frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{3}-\frac{1}{n+2}-\frac{1}{n+3}\right)=n(n+1)-\frac{1}{2}\left(\frac{5}{6}-\frac{2n+5}{(n+2)(n+3)}\right).$$

Suy ra

$$\lim\left(n^2+n-\sum_{k=1}^{n}\frac{2k^3+8k^2+6k-1}{k^2+4k+3}\right)=\lim\left[\left(n^2+n\right)-\left(n^2+n-\frac{5}{12}+\frac{2n+5}{2(n+2)(n+3)}\right)\right]$$

$$=\lim\left(\frac{5}{12}-\frac{2n+5}{2n^2+10n+12}\right)=\lim\frac{5}{12}-\lim\frac{\frac{2}{n}+\frac{5}{n^2}}{2+\frac{10}{n}+\frac{12}{n^2}}=\frac{5}{12}.$$

Câu 24: Đáp án B.

Ta có $y'=mx^2-(3m+2)x+5m-1$.

Để hàm số đồng biến trên khoảng $(-1;2)$ thì $y'\ge 0, \forall x\in(-1;2)$. Dấu bằng xảy ra tại hữu hạn điểm.

Cách 1:

Do ta chỉ xét giá trị m nguyên âm nên $mx^2-(3m+2)x+5m-1=0$ là phương trình bậc hai. Đặt $f(x)=mx^2-(3m+2)x+5m-1$.

TH1: Hàm số có hai điểm cực trị.

Để thỏa mãn $y' \ge 0, \forall x \in (0;2)$ thì phương trình $y' = 0$ có hai nghiệm $x_1; x_2$ thỏa mãn $x_1 \le -1 < 2 \le x_2$.

$\Leftrightarrow \begin{cases} m.f(-1) \le 0 \\ m.f(2) \le 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m.(m + (3m+2) + 5m - 1) \le 0 \\ m.[4m - 2(3m+2) + 5m - 1] \le 0 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} m(9m+1) \le 0 \\ m(3m-5) \le 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \ge -\dfrac{1}{9} \\ m \ge \dfrac{5}{3} \end{cases} \Leftrightarrow m \ge \dfrac{5}{3}$ (do m nguyên âm nên không thỏa mãn).

TH2: Hàm số không có điểm cực trị.

Để thỏa mãn yêu cầu đề bài thì $\begin{cases} \Delta < 0 \\ m > 0 \end{cases}$ (do m là số nguyên âm nên không thỏa mãn).

Vậy ta chọn B.

Cách 2:

$y' \ge 0 \Leftrightarrow mx^2 - (3m+2)x + 5m - 1 \ge 0 \Leftrightarrow m(x^2 - 3x + 5) \ge 2x + 1 \Leftrightarrow m \ge \dfrac{2x+1}{x^2 - 3x + 5}$

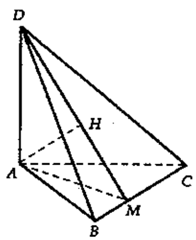
(do $x^2 - 3x + 5 > 0 \ \forall x$).

Đặt $g(x) = \dfrac{2x+1}{x^2 - 3x + 5}$. Ta có $g'(x) = \dfrac{-2x^2 - 2x + 13}{(x^2 - 3x + 5)^2} > 0 \ \forall x \in (-1;2)$. Vậy $g(x)$ đồng biến trên $(-1;2)$.

Để $m \ge g(x) \ \forall x \in (-1;2)$ thì $m \ge \max\limits_{x \in [-1;2]} g(x) = g(2) = \dfrac{5}{3}$.

Vậy không có giá trị nguyên âm nào của m thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 25: Đáp án A.



Trong mặt phẳng (ABC) kẻ $AM \perp BC$ tại M.

Trong mặt phẳng (SAM) kẻ $AH \perp SM$ tại H.

$\Rightarrow d(A;(SBC)) = AH$.

Ta có $AM = AB.\cos\widehat{BAM} = AB.\cos 60° = \dfrac{a}{2}$.

Diện tích tam giác ABC là $S_{ABC} = \dfrac{1}{2}.AB.AC.\sin 120° = \dfrac{1}{2}a^2.\dfrac{\sqrt{3}}{2} = \dfrac{a^2\sqrt{3}}{4}$.

Ta có $V_{S.ABC} = \dfrac{1}{3}SA.S_{ABC} = \dfrac{1}{3}SA.\dfrac{a^2\sqrt{3}}{4} = \dfrac{a^3\sqrt{3}}{24} \Rightarrow SA = \dfrac{a}{2}$.

Tam giác SAM vuông tại A có AH là đường cao

$\Rightarrow \dfrac{1}{AH^2} = \dfrac{1}{SA^2} + \dfrac{1}{AM^2} \Rightarrow AH = \dfrac{a\sqrt{2}}{4}$.

Câu 26: Đáp án C.

Xét đồ thị hàm số $y = \dfrac{3-x}{x+1}$ có đường tiệm cận ngang $y = -1$ và đường tiệm cận đứng $x = -1$. Gọi $I(-1;-1)$ là giao điểm của hai đường tiệm cận của đồ thị (H).

Gọi $I'(2;2)$ là giao điểm của hai đường tiệm cận của đồ thị (H').

Phép dời hình biến đồ thị (H) thành (H') là phép tịnh tiến theo vectơ $\vec{v}=\overrightarrow{II'}=(3;3)$.

Giả sử đồ thị (H') có phương trình $y=\dfrac{ax+b}{cx+d};(ad-bc\neq 0)$.

$$\Rightarrow\begin{cases}\dfrac{a}{c}=2\\ \dfrac{-d}{c}=2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=2c\\ -d=2c\end{cases}\Rightarrow y=\dfrac{2cx+b}{cx-2c}.$$

Lấy $A(3;0)\in(H)\Rightarrow A'(6;3)\in(H')\Rightarrow\dfrac{12c+b}{6c-2c}=3\Leftrightarrow b=0$.

Vậy $(H'):y=\dfrac{2x}{x-2}$. Lấy đối xứng (H') qua gốc tọa độ ta được

$(H''):-y=\dfrac{-2x}{-x-2}\Rightarrow y=\dfrac{-2x}{x+2}$.

Câu 27: Đáp án A.

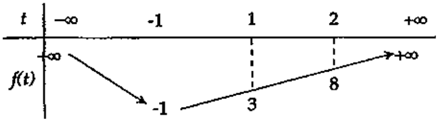
Điều kiện $x\in\mathbb{R}$.

Cách 1:

Đặt $t=2^{\sin x}$. Phương trình đã cho trở thành $t^2+2t=m$ (*).

Vì $\sin x=\sin\alpha\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=\alpha+k2\pi\\ x=\pi-\alpha+k2\pi\end{array}\right.$ nên để phương trình đã cho có tổng các nghiệm trong khoảng $(0;\pi)$ bằng π thì phương trình (*) phải có đúng một nghiệm $t\in(1;2)$ ($\sin x\in(0;1)$ thì $2^{\sin x}\in(1;2)$).

Xét hàm số $f(t)=t^2+2t$ có bảng biến thiên:



Suy ra để phương trình (*) có đúng một nghiệm $t\in(1;2)$ thì $m\in(3;8)$. Vậy tổng các giá trị nguyên của m thỏa mãn yêu cầu bài toán là $4+5+6+7=22$.

Cách 2:

Ta có $4^{\sin x}+2^{1+\sin x}=m\Leftrightarrow 2^{2\sin x}+2.2^{\sin x}=m$

Đặt $x\in(0;\pi)\Rightarrow\sin x\in(0;1]\Rightarrow 2^{\sin x}\in(1;2]\Rightarrow\left(2^{\sin x}\right)^2+2.2^{\sin x}\in(3;8]$.

Do m nguyên nên ta xét:

- Với $m=4$ thì $2^{\sin x}=-1+\sqrt{5}\Rightarrow\sin x=\log_2\left(-1+\sqrt{5}\right)$. (có hai nghiệm có tổng bằng π do $\sin x=\sin\alpha\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=\alpha+k2\pi\\ x=\pi-\alpha+k2\pi\end{array}\right.$)
- Tương tự với $m=5;m=6;m=7$.
- Với $m=8$ $\Rightarrow 2^{\sin x}=2\Leftrightarrow\sin x=1\Leftrightarrow x=\dfrac{\pi}{2}$ (không thỏa mãn).

Vậy $m\in\{4;5;6;7\}$. Ta chọn A.

Câu 28: Đáp án C.

Khối cầu tiếp xúc với 12 cạnh của hình lập phương có tâm là giao điểm của các đường chéo của hình lập phương và có bán kính $R=\frac{a\sqrt{2}}{2}$.

Vậy thể tích của khối cầu là $V=\frac{4}{3}\pi R^3=\frac{4}{3}\pi.\left(\frac{a\sqrt{2}}{2}\right)^3=\frac{\pi\sqrt{2}a^3}{3}$.

Câu 29: Đáp án C.

* $\log_{\frac{1}{16}}x$ xác định khi $x>0$.

* $\log_{16}\left(\log_{\frac{1}{16}}x\right)$ xác định khi $\log_{\frac{1}{16}}x>0=\log_{\frac{1}{16}}1\Leftrightarrow 0<x<1$.

* $\log_{\frac{1}{4}}\left(\log_{16}\left(\log_{\frac{1}{16}}x\right)\right)$ xác định khi

$\log_{16}\left(\log_{\frac{1}{16}}x\right)>0=\log_{16}1\Rightarrow\log_{\frac{1}{16}}x>1=\log_{\frac{1}{16}}\frac{1}{16}\Rightarrow x<\frac{1}{16}$.

* $\log_4\left(\log_{\frac{1}{4}}\left(\log_{16}\left(\log_{\frac{1}{16}}x\right)\right)\right)$ xác định khi

$\log_{\frac{1}{4}}\left(\log_{16}\left(\log_{\frac{1}{16}}x\right)\right)>0=\log_{\frac{1}{4}}1\Rightarrow\log_{16}\left(\log_{\frac{1}{16}}x\right)<1=\log_{16}16$

$\Rightarrow\log_{\frac{1}{16}}x<16=\log_{\frac{1}{16}}\frac{1}{16^{16}}\Rightarrow x>\frac{1}{16^{16}}$.

* $\log_{\frac{1}{2}}\left(\log_4\left(\log_{\frac{1}{4}}\left(\log_{16}\left(\log_{\frac{1}{16}}x\right)\right)\right)\right)$ xác định khi

$\log_4\left(\log_{\frac{1}{4}}\left(\log_{16}\left(\log_{\frac{1}{16}}x\right)\right)\right)>0=\log_4 1$

$\Rightarrow\log_{\frac{1}{4}}\left(\log_{16}\left(\log_{\frac{1}{16}}x\right)\right)>1=\log_{\frac{1}{4}}\frac{1}{4}\Rightarrow\log_{16}\left(\log_{\frac{1}{16}}x\right)<\frac{1}{4}=\log_{16}2$

$\Rightarrow\log_{\frac{1}{16}}x<2=\log_{\frac{1}{16}}\frac{1}{16^2}\Rightarrow x>\frac{1}{16^2}$.

Kết hợp tất cả các điều kiện trên ta được

$\frac{1}{16^2}<x<\frac{1}{16}\Rightarrow D=\left(\frac{1}{16^2};\frac{1}{16}\right)\Rightarrow b-a=\frac{15}{256}\Rightarrow m+n=271$.

Câu 30: Đáp án C.

Cách 1: $(x+yi)^2=24+10i\Leftrightarrow x^2-y^2+2xyi=24+10i\Leftrightarrow\begin{cases}x^2-y^2=24\\xy=5\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}x=5\\y=1\end{cases}$.

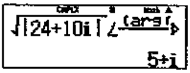
Vậy $x+y=6$.

Cách 2: Bài toán trở thành bài toán tìm căn bậc hai của số phức.

Sử dụng máy tính như đã được giới thiệu trong sách Công phá toán và Công phá kỹ thuật Casio.

Để tính căn bậc hai của số phức ta thực hiện chuyển máy sang môi trường số phức bằng cách ấn MODE 2, thực hiện tìm căn bậc hai của số phức z bằng cách ấn

$\sqrt{z}=\sqrt{|z|}\angle\frac{\arg(z)}{2}$.

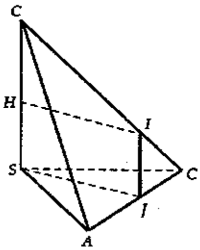


Ta ấn

MODE 2 √ SHIFT hyp 2 4 + 1 0 ENG ▶ ▶ SHIFT (-) (SHIFT 2 1 2 4 + 1 0 ENG)) ÷ 2 =

Vậy $x+y=6$.

Câu 31: Đáp án D.



Gọi I là tâm mặt cầu ngoại tiếp hình chóp tam giác $S.ABC$. Hạ IJ vuông góc với (SAB). Vì J cách đều 3 điểm $S; A; B$ nên J cũng cách đều 3 điểm $S; A; B$.

Vì tam giác SAB vuông tại đỉnh S nên J là trung điểm của AB.

Ta có $SJ=\frac{1}{2}AB=\frac{1}{2}\sqrt{a^2+b^2}$.

Do SC vuông góc với (SAB) nên $IJ//SC$.

Gọi H là trung điểm của SC, ta có $SH=IJ=\frac{c}{2}$.

Do vậy $IS^2=IJ^2+SJ^2=\frac{a^2+b^2+c^2}{4}$ và bán kính hình cầu ngoại tiếp $S.ABC$ là $R=IS=\frac{1}{2}\sqrt{a^2+b^2+c^2}$.

Câu 32: Đáp án D.

Với A: $5(1+a)^x=9\Leftrightarrow(1+a)^x=\frac{9}{5}\Leftrightarrow x=\log_{1+a}\frac{9}{5}$.

Với B: $x=\log_{1+\sqrt{a}}\frac{9}{5}$.

Với C: $x=\log_{\frac{a+1}{a}}\frac{9}{5}$

Với D: $x=\log_{\frac{11a}{10}}\frac{9}{5}$.

Vì $0<a<3$ nên ta thử với $a=1$.

Ta thấy với $a=1$ thì $1+a=1+\sqrt{a}=\frac{a+1}{a}=2;\frac{11a}{10}=\frac{11}{10}$.

Suy ra $x=\log_{\frac{11a}{10}}\frac{9}{5}$ là lớn nhất. Ta chọn D.

(Hoặc có thể bấm máy tính cầm tay để kiểm tra).

Câu 33: Đáp án A.

Đường thẳng d đi qua các điểm $M(3;1;0)$ và $N(4;2;2)$.

Xét mặt phẳng (P) có phương trình $Ax+By+Cz+D=0$.

(P) đi qua d khi và chỉ khi (P) đi qua M và N

$$\Leftrightarrow\begin{cases}3A+B+D=0\\4A+2B+2C+D=0\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}C=-\frac{A+B}{2}\\D=-3A-B\end{cases}.$$

Phương trình (P) trở thành

$$Ax+By-\frac{A+B}{2}x-3A-B=0\Leftrightarrow 2Ax+2By-(A+B)z-6A-2B=0.$$

STUDY TIPS

Cho mặt cầu (S) có tâm I, bán kính R. Một mặt phẳng (P) cắt (S) theo một đường tròn có bán kính bằng r thì ta có $d(I;(P))=\sqrt{R^2-r^2}$.

Mặt cầu (S) có tâm $I(-1;1;-1)$ và bán kính $R=2$.

Giao tuyến của (P) và (S) là đường tròn có bán kính $r=1$. Suy ra khoảng cách từ (I) đến (P) là $d=\sqrt{R^2-r^2}=\sqrt{4-1}=\sqrt{3}$.

Từ đó ta có

$$\frac{|-2A+2B+A+B-6A-2B|}{\sqrt{4A^2+4B^2+(A+B)^2}}=\sqrt{3}\Leftrightarrow(-7A+B)^2=3(5A^2+5B^2+2AB)$$

$$\Leftrightarrow 34A^2-20AB-14B^2=0\Rightarrow 34\left(\frac{A}{B}\right)^2-20\frac{A}{B}-14=0\Rightarrow\frac{A}{B}=1 \text{ hoặc } \frac{A}{B}=\frac{-7}{17}.$$

Với $\frac{A}{B}=1\Rightarrow B=A$ ta có phương trình (P):

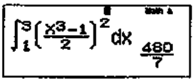
$2Ax+2Ay-2Az-8A=0\Leftrightarrow x+y-z-4=0$.

Với $\frac{A}{B}=\frac{-7}{17}$: Chọn $A=-7, B=17$ ta có phương trình (Q): $7x-17y+5z-4=0$.

Gọi α là góc giữa (P) và (Q). Ta có $\cos\alpha=\frac{|1.7+1.(-17)-1.5|}{\sqrt{1+1+1}.\sqrt{49+289+25}}=\frac{5}{11}$. Ta chọn đáp án A.

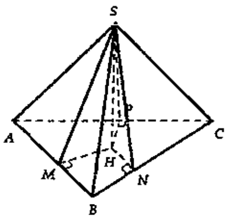
Câu 34: Đáp án B.

$y=(2x+1)^{\frac{1}{3}}\Rightarrow x=\frac{y^3-1}{2}$; $x=0\Rightarrow y=1$.



Thể tích khối tròn xoay được tạo thành khi quay quanh trục Oy hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=(2x+1)^{\frac{1}{3}}$, đường thẳng $x=0$ và đường thẳng $y=3$ được tính bằng công thức $V=\pi\int_1^3\left(\frac{y^3-1}{2}\right)^2dy=\frac{480\pi}{7}$.

Câu 35: Đáp án B.



Gọi H là chân đường vuông góc hạ từ S xuống mặt phẳng (ABC).

Kẻ HM, HN, HP lần lượt vuông góc với AB, BC, CA trong mặt phẳng (ABC).

Sử dụng tính chất ba đường vuông góc ta dễ chứng minh được SM, SN, SP lần lượt vuông góc với AB, BC, CA. Từ đây suy ra $\widehat{SMH},\widehat{SNH},\widehat{SPH}$ là các góc tạo bởi mặt bên và mặt đáy (ABC). Do đó $\widehat{SMH}=\widehat{SNH}=\widehat{SPH}=60°$.

Suy ra $HM=HN=HP(=SH.\cot 60°)$ nên H là tâm đường tròn nội tiếp tam giác ABC.

Sử dụng công thức Hê rông ta tính được $S_{ABC}=6\sqrt{6}a^2$.

Và ta tính được bán kính đường tròn nội tiếp $r=\frac{S}{p}=\frac{6\sqrt{6}a^2}{9a}=\frac{2\sqrt{6}a}{3}$.

Ta cũng có $SH=r.\tan 60°=\frac{2\sqrt{6}a}{3}.\sqrt{3}=2\sqrt{2}a$.

Vậy $V_{SABC}=\frac{1}{3}SH.S_{ABC}=\frac{1}{3}.2\sqrt{2}a.6\sqrt{6}a^2=8\sqrt{3}a^3$.

STUDY TIPS

Công thức Hê – rông: Cho tam giác có ba cạnh a, b, c. Khi đó diện tích tam giác là: $S=\sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$ với $p=\frac{a+b+c}{2}$ (nửa chu vi)

STUDY TIPS

Diện tích tam giác: $S=p.r$ (p: nửa chu vi, r: bán kính đường tròn nội tiếp)

Câu 36: Đáp án A.

$y^2 = 4x \Rightarrow y = 2\sqrt{x}, x \geq 0.$

Xét thiết diện của vật thể cắt bởi mặt phẳng vuông góc với Ox tại điểm x là nửa elip có bán trục lớn bằng $2\sqrt{x}$, do đó có bán trục nhỏ bằng $\sqrt{x}$ (do trục lớn gấp đôi trục nhỏ).

STUDY TIPS

Cho Elip (E) có bán trục lớn bằng a, bán trục nhỏ bằng b. Ta có công thức tính diện tích elip: $S = \pi ab$.

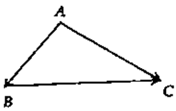
Suy ra diện tích của thiết diện tại điểm x là $S(x) = \frac{1}{2}.\pi.2\sqrt{x}.\sqrt{x} = \pi x$.

Vậy thiết diện của vật thể là $V = \int_0^4 \pi x dx = \left.\frac{\pi x^2}{2}\right|_0^4 = 8\pi$. Chọn đáp án A.

Câu 37: Đáp án B.

Ta có $9 - a = \frac{3a - b - a}{2} = \frac{3a + b - a}{3} \Rightarrow a = 5; b = 2 \Rightarrow$ Cấp số cộng có số hạng đầu là 5; công sai là 4. Vậy số hạng thứ 2018 của cấp số cộng là $5 + 2017.4 = 8073$.

Câu 38: Đáp án B.



Cách 1:

Đặt $\overrightarrow{AB} = \vec{a}; \overrightarrow{AC} = \vec{b} \Rightarrow \left(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}\right) = \widehat{BAC} = 120°$.

Ta có $\left|\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC}\right| = \left|\overrightarrow{BC}\right| = \left|\vec{a} - \vec{b}\right|$.

Áp dụng định lý hàm cosin cho tam giác ABC ta có

$BC^2 = AB^2 + AC^2 - 2.AB.AC.\cos\widehat{BAC} = 49 \Rightarrow BC = 7$. Ta chọn B.

Cách 2:

STUDY TIPS

$\vec{a}^2 = |\vec{a}|^2$ (bình phương vô hướng bằng bình phương độ dài).

$\left(\vec{a} - \vec{b}\right)^2 = \vec{a}^2 + \vec{b}^2 - 2\vec{a}\vec{b} = |\vec{a}|^2 + \left|\vec{b}\right|^2 - 2|\vec{a}|\left|\vec{b}\right| cos\left(\vec{a}, \vec{b}\right) = 3^2 + 5^2 - 2.3.5.\left(\frac{-1}{2}\right) = 49$

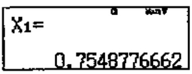
$\Rightarrow \left|\vec{a} - \vec{b}\right|^2 = 49 \Rightarrow \left|\vec{a} - \vec{b}\right| = 7$. Ta chọn B.

Câu 39: Đáp án D.

Ta có $\frac{\cos\alpha}{\sin\alpha} = \frac{\tan\alpha}{\cos\alpha} \Leftrightarrow \cos^3\alpha = \sin^2\alpha \Leftrightarrow \cos^3\alpha + \cos^2\alpha - 1 = 0.$

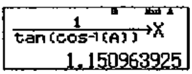
Giải phương trình bằng máy tính và sử dụng các biến để lưu nghiệm.

[MODE] [5] [4] [1] [=] [1] [=] [0] [=] [−] [1] [=] [=] [SHIFT] [RCL] [(−)]



Vậy biến $A = \cos\alpha$.

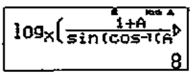
[1] [▭/▭] [tan] [SHIFT] [cos] [ALPHA] [(−)] [)] [)] [▶] [SHIFT] [RCL] [)]



Biến $X = \cot\alpha$ là công bội của cấp số nhân.

Ta có $\sin\alpha.X^{n-1} = 1 + A \Leftrightarrow n = \log_X \frac{1 + A}{\sin\alpha} + 1$.

[log▫▫] [ALPHA] [)] [▶] [▭/▭] [1] [+] [ALPHA] [(−)] [▼] [sin] [SHIFT] [cos] [ALPHA] [(−)] [)] [)] [▶] [▶] [+] [1] [=]



Vậy ta chọn D.

Câu 40: Đáp án C.

Đặt $z = x + yi; w = a + bi, (x; y; a; b \in \mathbb{R})$.

$|z - w| = |z + w| \Leftrightarrow |x + yi - a - bi| = |x + yi + a + bi|$

$\Leftrightarrow (x - a)^2 + (y - b)^2 = (x + a)^2 + (y + b)^2 \Leftrightarrow ax + by = 0.$

Mặt khác $\frac{z}{w} = \frac{x + yi}{a + bi} = \frac{(x + yi)(a - bi)}{a^2 + b^2} = -\frac{(ay + bx)i}{a^2 + b^2}$.

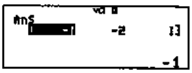
Suy ra $\frac{z}{w}$ là một số thuần ảo, vậy điểm biểu diễn số phức $\frac{z}{w}$ thuộc trục Oy.

Câu 41: Đáp án C.

Đường thẳng $\Delta:\begin{cases}x=1+2t\\y=-1-t\\z=1\end{cases}$ đi qua điểm $A(1;-1;1)$ và có vtcp $\vec{u}=(2;-1;0)$.

Đường thẳng $\Delta':\begin{cases}x=2-t\\y=-2+t\\z=3+t\end{cases}$ đi qua điểm $B(2;-2;3)$ và có vtcp $\vec{u'}=(-1;1;1)$.

Vậy $d(\Delta,\Delta')=\dfrac{\left|\left[\vec{u},\vec{u'}\right].\overrightarrow{AB}\right|}{\left|\left[\vec{u},\vec{u'}\right]\right|}$.



MODE 8 1 1 2 = − 1 = 0 = = AC MODE 8 2 1 − 1 = 1 = 1 = AC SHIFT 5 3 × SHIFT 5 4 =

$\left[\vec{u},\vec{u'}\right]=(-1;-2;1)\Rightarrow\left|\left[\vec{u},\vec{u'}\right]\right|=\sqrt{6};\ \overrightarrow{AB}=(1;-1;2)\ \Rightarrow d(\Delta,\Delta')=\frac{3}{\sqrt{6}}=\frac{\sqrt{6}}{2}$.

Câu 42: Đáp án B.

* Xếp 12 khách vào 3 toa tàu (có thể có toa không có khách): Có 3^{12} cách.

* Trừ đi các trường hợp có KHÔNG QUÁ 2 toa có khách: $-C_3^2.2^{12}$.

(Chọn ra hai toa tàu có C_3^2 cách. Sau đó xếp tùy ý 12 khách vào 2 toa đã chọn ra này, tức là có thể có một trong hai toa này không có khách).

Nhưng như vậy ta đã trừ đi các trường hợp chỉ có một toa có khách đến hai lần nên phải cộng lại số này: $+C_3^1.1^{12}$.

* Vậy số cách xếp thỏa mãn yêu cầu bài toán là $3^{12}-C_3^2.2^{12}+C_3^1.1^{12}=519156$ cách.

Do đó chọn đáp án B.

Bài toán tổng quát: Có bao nhiêu cách xếp q hành khách vào n toa tàu khác nhau sao cho toa tàu nào cũng có khách? (hay chính là bài toán chia quà: Có bao nhiêu cách chia q món quà ***khác nhau*** cho n bạn sao cho bạn nào cũng có quà?).

Ở bài toán trên, ta có:

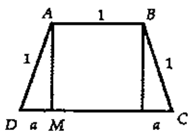
$$3^{12}-C_3^2.2^{12}+C_3^1.1^{12}=C_3^0(3-0)^{12}-C_3^1(3-1)^{12}+C_3^2(3-2)^{12}-C_3^3(3-3)^{12}.$$

Lập luận tương tự như bài toán trên ta có số cách xếp (cách chia) là:

$$C_n^0(n-0)^q-C_n^1(n-1)^q+C_n^2(n-2)^q-C_n^3(n-3)^q+...=\sum_{k=0}^{n}(-1)^kC_n^k(n-k)^q.$$

Bài toán này khác với bài toán chia kẹo Euler: Có bao nhiêu cách chia q chiếc kẹo ***giống nhau*** cho n em bé sao cho em nào cũng có kẹo?

Câu 43: Đáp án D.



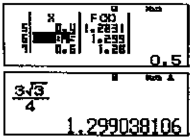
Kẻ AM vuông góc với CD tại M.

Đặt $DM=a$. Ta có $AM=\sqrt{1-a^2};CD=2a+1$.

Diện tích của hình thang là

$$S=\frac{1}{2}(AB+CD).AM=\frac{1}{2}(2a+2)\sqrt{1-a^2}=(a+1)\sqrt{1-a^2}$$

Bài toán trở thành tìm giá trị lớn nhất của hàm số $f(a)=(a+1)\sqrt{1-a^2}$ trên $(0;1)$.



Sử dụng chức năng TABLE của máy tính ta nhập

MODE 7 (ALPHA) + 1) √ 1 − ALPHA) x² = 0 = 1 = 0 . 1 =

Nhìn vào bảng giá trị ta thấy giá trị lớn nhất của hàm số $\approx 1,299$. So sánh với các phương án chỉ thấy D thỏa mãn, ta chọn D.

Câu 44: Đáp án D.

Mặt cầu (S) có tâm $I(1;-2;0)$ và bán kính $R=\sqrt{21}$.

Đường thẳng Δ_1 có vtcp $\overrightarrow{u_1}=(2;-3;2)$ và đường thẳng Δ_2 có vtcp $\overrightarrow{u_2}=(1;1;-1)$.

Mặt phẳng (α) có vtpt $\vec{n}=\left[\overrightarrow{u_1},\overrightarrow{u_2}\right]=(1;4;5)\Rightarrow(\alpha):x+4y+5z+m=0$.

Do (α) tiếp xúc với mặt cầu (S) nên

$$d(I,(\alpha))=\sqrt{21}\Leftrightarrow\frac{|1+4.(-2)+5.0+m|}{\sqrt{1^2+4^2+5^2}}=\sqrt{21}\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m=7+21\sqrt{2}\\m=7-21\sqrt{2}\end{array}\right..$$

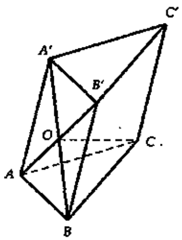
Do (α) cắt trục Oz tại điểm có cao độ dương ta có phương trình của (α):

$$x+4y+5z+7-21\sqrt{2}=0.$$

Câu 45: Đáp án C.

Ta sắp các chữ số theo chiều từ trái qua phải. Xét chữ số 2. Chữ số tiếp theo phải là chữ số 1 hoặc chữ số 3. Và do đó chữ số tiếp theo nữa phải là chữ số 2. Do đó nếu ta bắt đầu với chữ số 2 thì ở các vị trí lẻ là chữ số 2, ở các vị trí chẵn là chữ số 1 hoặc 3, ta sẽ có $2^5=32$ số; nếu ta bắt đầu với chữ số 1 (hoặc 3) thì ở các vị trí chẵn là chữ số 2, ở các vị trí lẻ kể từ vị trí thứ 3 trở đi là chữ số 1 hoặc 3, ta sẽ có $2^4=16$ số. Vậy tổng cộng có $32+2.16=64$ số.

Câu 46: Đáp án A.



Gọi O là tâm hình bình hành $ABB'A'$. ta có $CO\perp(ABB'A')$.

Vì $CA=CB$ nên $OA=OB$, suy ra hình thoi $ABB'A'$ là hình vuông.

Do đó $OA=\frac{AB}{\sqrt{2}}=\frac{a}{\sqrt{2}}$. Suy ra $OC^2=AC^2-AO^2=\frac{a^2}{2}\Rightarrow OC=\frac{a}{\sqrt{2}}$.

Suy ra tam giác ABC vuông tại C. Từ đây ta suy ra khối cầu đi qua năm điểm $A;B;B';A'$ và C là khối cầu tâm O bán kính $OA=\frac{a}{\sqrt{2}}$.

Vậy thể tích khối cầu là $V=\frac{4}{3}\pi.OA^3=\frac{\pi\sqrt{2}.a^3}{3}$.

Câu 47: Đáp án A.

Tổng các hệ số bậc chẵn khi khai triển đa thức $(2x-1)^{2018}$ được tính bằng

$S=C_{2018}^0.2^{2018}+C_{2018}^2.2^{2016}+C_{2018}^4.2^{2014}+...+C_{2018}^{2018}.2^0$.

Ta có $(x+1)^{2018}=\sum_{k=0}^{2018}C_{2018}^k.x^{2018-k}$; $(-x+1)^{2018}=\sum_{k=0}^{2018}C_{2018}^k.(-x)^{2018-k}$.

Cộng hai vế đẳng thức trên ta được

$(x+1)^{2018}+(-x+1)^{2018}=2.\left(C_{2018}^0.x^{2018}+C_{2018}^2.x^{2016}+C_{2018}^4.x^{2014}+...+C_{2018}^{2018}.x^0\right)$

Với $x=2$ ta có $3^{2018}+1=2.S\Rightarrow S=\frac{3^{2018}+1}{2}$.

Câu 48: Đáp án A.

Gọi (P) là mặt phẳng đi qua A và vuông góc với giá của $\vec{u}$

$\Rightarrow (P): 6(x+1)-2(y-2)-3(z+3)=0 \Leftrightarrow (P): 6x-2y-3z=-1.$

Gọi $B=(P)\cap d \Rightarrow B(4+3t;1+2t;-2-5t)$

$B\in(P)\Rightarrow 6.(4+3t)-2(1+2t)-3(-2-5t)=-1 \Leftrightarrow t=-1 \Rightarrow B(1;-1;3).$

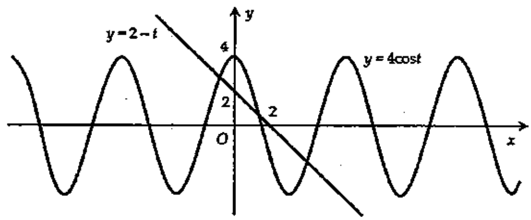
Đường thẳng Δ đi qua $A(-1;2;-3)$ và $B(1;-1;3)$ có vtcp $\vec{u}_\Delta=\overrightarrow{AB}=(2;-3;6).$

$\Rightarrow \Delta: \dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y+1}{-3}=\dfrac{z-3}{6}.$

Câu 49: Đáp án A.

Cách 1: Ta có $f'(t)=2-t;\ g'(t)=4\cos t.$

Vẽ đồ thị hai hàm số $y=f'(t)$ và $y=g'(t)$ ta có



Nhìn vào đồ thị ta thấy $\begin{cases}0<t_1<t_2\\ f'(t_1)>0\\ f'(t_2)<0\\ f(2)=0\end{cases}$ và $\begin{cases}f(2)=-6+4-2=-4\\ f(t_1)=-6+2t_1-\dfrac{1}{2}t_1^2\\ f(t_2)=-6+2t_2-\dfrac{1}{2}t_2^2\end{cases}$

$\Rightarrow s=f(2)-f(t_1)+f(2)-f(t_2)=-4-\left(-6+2t_1-\dfrac{1}{2}t_1^2\right)+(-4)-\left(-6+2t_2-\dfrac{1}{2}t_2^2\right)$

$=4+\dfrac{1}{2}(t_1^2+t_2^2)-2(t_1+t_2).$

Cách 2: **Sử dụng tích phân.**

Từ cách 1 ta có hai chất điểm gặp nhau khi $2-t=4\cos t \Leftrightarrow \begin{cases}t_1=A\\ t_2=B\end{cases}.$

Từ hình vẽ ở cách 1 ta có $A<2<B.$

Quãng đường đi được từ thời điểm A đến thời điểm B được tính bằng công thức

$\int_A^B|2-t|dt=\int_A^2|2-t|dt+\int_2^B|2-t|dt=\int_A^2(2-t)dt+\int_2^B(t-2)dt$

$=\left(2t-\dfrac{t^2}{2}\right)\Big|_A^2+\left(\dfrac{t^2}{2}-2t\right)\Big|_2^B=4-2-2A+\dfrac{A^2}{2}+\dfrac{B^2}{2}-2B-2+4$

$=4+\dfrac{1}{2}(A^2+B^2)-2(A+B)=4+\dfrac{1}{2}(t_1^2+t_2^2)-2(t_1+t_2).$

STUDY TIPS

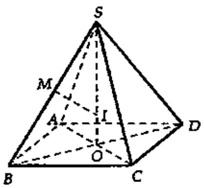
Trong vật lý hàm vận tốc là đạo hàm của hàm li độ, do vậy trong bài toán ta thực hiện vẽ hai đồ thị hàm $y=f'(t)$ và $y=g'(t)$ để tìm giao điểm $t_1;t_2$ và xét dấu v.

Lưu ý vận tốc có thể âm, tức chất điểm có điểm "lùi". Do đó không được tính quãng đường bằng $f(t_2)-f(t_1)$.

Câu 50: Đáp án A.

Kí hiệu như hình vẽ. Đặt $AB=BC=CD=DA=a;SO=h.$

Suy ra $SB=\sqrt{\dfrac{a^2}{2}+h^2}.$



Gọi M là trung điểm của SB.

Trong (SBD) kẻ trung trực của SB cắt SO tại I.

Vậy I là tâm mặt cầu ngoại tiếp khối chóp $S.ABCD$. Suy ra $IS = R$.

Hai tam giác vuông SMI và SOB đồng dạng $\Rightarrow \dfrac{SI}{SB} = \dfrac{SM}{SO} \Rightarrow R = \dfrac{a^2 + 2h^2}{4h}$ với $0 < h < 2R$. Suy ra $a^2 = 2h(2R - h)$.

Thể tích V của khối chóp là:

$$V = \frac{1}{3}a^2h = \frac{1}{3}2h^2(2R-h) = \frac{8}{3}\frac{h}{2}\frac{h}{2}(2R-h) \le \frac{8}{3}\left(\frac{\frac{h}{2}+\frac{h}{2}+2R-h}{3}\right)^3 = \frac{64R^3}{81}.$$

Vậy GTLN của V bằng $\dfrac{64R^3}{81}$ đạt được khi $\dfrac{h}{2} = 2R - h \Leftrightarrow h = \dfrac{4R}{3}$.

Suy ra $a = \dfrac{4R}{3}$.

ĐỀ THỬ SỨC SỐ 10

Câu 1: Cho hàm số $y=f(x)$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $f'(x)>0,\forall x\in(a;b)\Rightarrow f(x)$ đồng biến trên $(a;b)$.

B. $f'(x)>0,\forall x\in(a;b)\Leftrightarrow f(x)$ đồng biến trên đoạn $[a;b]$.

C. $f(x)$ đồng biến trên khoảng $(a;b)\Leftrightarrow f'(x)\ge 0,\forall x\in(a;b)$.

D. $f(x)$ nghịch biến trên $(a;b)\Leftrightarrow f'(x)\ge 0,\forall x\in(a;b)$.

Câu 2: Tìm phương trình đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{3x+2}{x+1}$

A. $x=-1$. B. $x=1$. C. $y=3$. D. $y=2$.

Câu 3: Hàm số $y=x^4-4x^2+4$ đạt cực tiểu tại những điểm nào?

A. $x=\pm\sqrt{2};x=0$. B. $x=\pm\sqrt{2}$. C. $x=\sqrt{2};x=0$. D. $x=-\sqrt{2}$.

Câu 4: Số giao điểm của hai đồ thị hàm số $f(x)=2(m+1)x^3+2mx^2-2(m+1)x-2m$, ($m$ là tham số khác $-\dfrac{3}{4}$) và $g(x)=-x^4+x^2$ là

A. 3. B. 4. C. 2. D. 1.

Câu 5: Cho các số thực dương a,b thỏa mãn $a^{\frac{2}{3}}>a^{\frac{3}{5}}$ và $\log_b\dfrac{2}{3}<\log_b\dfrac{3}{5}$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. $0<\log_a b<1$. B. $\log_a b>1$. C. $\log_b a<0$. D. $0<\log_b a<1$.

Câu 6: Cho $\log_{\frac{1}{2}}x=\dfrac{2}{3}\log_{\frac{1}{2}}a-\dfrac{1}{5}\log_{\frac{1}{2}}b$ thì x bằng

A. $x=a^{\frac{3}{2}}b^{\frac{1}{5}}$. B. $x=\dfrac{a^{\frac{3}{2}}}{b^{\frac{1}{5}}}$. C. $x=\dfrac{a^{\frac{2}{3}}}{b^{\frac{1}{5}}}$. D. $x=\dfrac{a^{\frac{3}{2}}}{b^5}$.

Câu 7: Cho hàm số $f(x)$ thỏa mãn $\int_0^4 f(x)dx=4,\int_2^3 f(x)dx=2$. Khi đó giá trị của tổng $\int_0^2 f(x)dx+\int_3^4 f(x)dx$ bằng

A. 2. B. 4. C. –2. D. 6.

Câu 8: Nguyên hàm $\int\sin\dfrac{x}{2}dx$ bằng

A. $2\cos\dfrac{x}{2}+C$. B. $-2\cos\dfrac{x}{2}+C$. C. $-\dfrac{1}{2}\cos\dfrac{x}{2}+C$. D. $\dfrac{1}{2}\cos\dfrac{x}{2}+C$.

Câu 9: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm trên $[0;3]$, $f(0)=2$ và $\int_0^3 f'(x)dx=5$. Tính $f(3)$

A. $f(3)=2$. B. $f(3)=-3$. C. $f(3)=0$. D. $f(3)=7$.

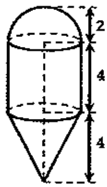
Câu 10: Cho số phức $z=-3i$. Phần thực của số phức z là

A. 3. B. 0. C. –3. D. Không có.

Câu 11: Cho khối chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông tại A, $SB\perp(ABC)$, $AB=a$, $\widehat{ACB}=30°$, góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng (ABC) là $60°$. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABC$ theo a

A. $V=3a^3$. B. $V=a^3$. C. $V=2a^3$. D. $V=\dfrac{3a^3}{2}$.

Câu 12: Cho khối hình học có dạng như hình vẽ dưới đây, các kích thước đã ghi (cùng đơn vị đo). Tính thể tích của khối đó



A. $V=\dfrac{80}{3}\pi$. B. $V=\dfrac{48}{5}\pi$. C. $V=\dfrac{64}{3}\pi$. D. $V=12\pi$.

Câu 13: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, viết phương trình tham số của đường thẳng đi qua hai điểm $A(1;2;-3), B(2;-3;1)$

A. $\begin{cases}x=1+t\\y=2-5t\\z=-3-2t\end{cases}$. B. $\begin{cases}x=2+t\\y=-3+5t\\z=1+4t\end{cases}$. C. $\begin{cases}x=1+t\\y=2-5t\\z=3+4t\end{cases}$. D. $\begin{cases}x=3-t\\y=-8+5t\\z=5-4t\end{cases}$.

Câu 14: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(-2;1;1)$ và $B(0;-1;1)$. Viết phương trình mặt cầu đường kính AB

A. $(x+1)^2+y^2+(z-1)^2=8$. B. $(x+1)^2+y^2+(z-1)^2=2$.

C. $(x-1)^2+y^2+(z+1)^2=2$. D. $(x-1)^2+y^2+(z+1)^2=8$.

Câu 15: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho tam giác ABC biết $A(3;1;2), B(1;-4;2), C(2;0;-1)$. Tìm tọa độ trọng tâm G của tam giác ABC

A. $G(2;-1;1)$. B. $G(6;-3;3)$. C. $G(2;1;1)$. D. $G(2;-1;3)$.

Câu 16: Từ các số tự nhiên 1, 2, 3, 4 có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên có 4 chữ số khác nhau?

A. 1. B. 24. C. 44. D. 42.

Câu 17: $\lim\dfrac{\pi^n+3^n+2^{2n}}{3\pi^n-3^n+2^{2n+2}}$ có giá trị bằng

A. $\dfrac{1}{3}$. B. $\dfrac{1}{4}$. C. $+\infty$. D. -1.

Câu 18: Tìm tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y=\dfrac{1}{3}(m^2-2m)x^3+mx^2+3x$ đồng biến trên $\mathbb{R}$

A. $m<0$. B. $1<m\le 3$. C. $\left[\begin{array}{l}m<0\\m\ge 3\end{array}\right.$. D. $\left[\begin{array}{l}m\le 0\\m\ge 3\end{array}\right.$.

Câu 19: Giá trị lớn nhất của hàm số $y=2x^3-6x^2+1$ trên đoạn $[-1;1]$ là

A. -3. B. 1. C. -4. D. -7.

Câu 20: Viết phương trình đường thẳng đi qua hai điểm cực trị của đồ thị hàm số $y=\dfrac{x^2}{x-1}$

A. $y=4x+1$. B. $y=2x+3$. C. $y=2x-1$. D. $y=2x$.

Câu 21: Tập nghiệm của bất phương trình $\left(2^{x^2-4}-1\right).\ln(x^2)<0$ là

A. $S=[1;2]$. B. $S=\{1;2\}$. C. $S=(1;2)$. D. $S=(-2;-1)\cup(1;2)$.

Câu 22: Gọi S là số đo diện tích của hình phẳng giới hạn bởi hai đồ thị hàm số $y=2x^2+3x+1$ và $y=x^2-x-2$. Tính $\cos\left(\frac{\pi}{S}\right)$

A. 0. B. $-\frac{\sqrt{2}}{2}$. C. $\frac{\sqrt{2}}{2}$. D. $\frac{\sqrt{3}}{2}$.

Câu 23: Cho hai số phức $z_1=1+i, z_2=1-i$. Kết luận nào sau đây sai?

A. $\frac{z_1}{z_2}=i$. B. $|z_1-z_2|=\sqrt{2}$. C. $z_1+z_2=2$. D. $|z_1z_2|=2$.

Câu 24: Gọi tên hình tròn xoay biết nó sinh ra bởi nửa đường tròn khi quay quanh trục quay là đường kính của nửa đường tròn đó

A. Hình tròn. B. Khối cầu. C. Mặt cầu. D. Mặt trụ.

Câu 25: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, mặt phẳng (α) cắt mặt cầu (S) tâm $I(1;-3;3)$ theo giao tuyến là đường tròn tâm $H(2;0;1)$, bán kính $r=2$. Phương trình mặt cầu (S) là

A. $(x-1)^2+(y+3)^2+(z-3)^2=4$. B. $(x+1)^2+(y-3)^2+(z+3)^2=4$.

C. $(x-1)^2+(y+3)^2+(z-3)^2=18$. D. $(x+1)^2+(y-3)^2+(z+3)^2=18$.

Câu 26: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\frac{x-1}{2}=\frac{y+1}{-1}=\frac{z}{3}$ và mặt phẳng $(\alpha): x+5y+z+4=0$. Xác định vị trí tương đối của d và (α)

A. $d\perp(\alpha)$. B. $d\subset(\alpha)$.

C. d cắt và không vuông góc với (α). D. $d//(\alpha)$.

Câu 27: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng (P) có phương trình $y-z+2=0$. Vectơ nào dưới đây là một vectơ pháp tuyến của (P)?

A. $\vec{n}=(1;-1;2)$. B. $\vec{n}=(1;-1;0)$. C. $\vec{n}=(0;1;-1)$. D. $\vec{n}=(0;1;1)$.

Câu 28: Một tổ có 7 học sinh nam và 3 học sinh nữ. Chọn ngẫu nhiên 2 người. Tính xác suất sao cho hai người được chọn là nữ

A. $\frac{1}{15}$. B. $\frac{7}{15}$. C. $\frac{8}{15}$. D. $\frac{1}{5}$.

Câu 29: Cho hàm số $f(x)=x^2-x$, đạo hàm của hàm số ứng với số gia Δx của đối số x tại x_0 là

A. $\lim\limits_{\Delta x\to 0}\left((\Delta x)^2+2x\Delta x-\Delta x\right)$. B. $\lim\limits_{\Delta x\to 0}(\Delta x+2x-1)$.

C. $\lim\limits_{\Delta x\to 0}(\Delta x+2x+1)$. D. $\lim\limits_{\Delta x\to 0}\left((\Delta x)^2+2x\Delta x+\Delta x\right)$.

Câu 30: Trong mặt phẳng Oxy, cho điểm $M(2;4)$. Phép đồng dạng là hợp thành của phép vị tự tâm $O(0;0)$ tỉ số $k=\frac{1}{2}$ và phép đối xứng trục Oy sẽ biến điểm M thành điểm nào sau đây?

A. $M'(-1;2)$. B. $M'(-2;4)$. C. $M'(1;-2)$. D. $M'(1;2)$.

Câu 31: Cắt hình chóp tứ giác bởi mặt phẳng vuông góc với đường cao của hình chóp thì được thiết diện là hình gì?

A. Hình bình hành. B. Ngũ giác.

C. Tứ giác. D. Tam giác.

Câu 32: Cho tứ diện $ABCD$ có $BC = CD = BD = 2a, AC = AD = a\sqrt{2}, AB = a$. Góc giữa hai mặt phẳng (ACD) và (BCD) có số đo là

A. $90°$. B. $60°$. C. $45°$. D. $30°$. \

Câu 33: Cho hàm số $y = \dfrac{x-2}{x-1}$ có đồ thị (C). Gọi giao điểm của đồ thị (C) với đường thẳng $d: y = -x + m$ là A, B. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để OAB là một tam giác thỏa mãn $\dfrac{1}{OA} + \dfrac{1}{OB} = 1$

A. $\left[\begin{array}{l} m=0 \\ m=2 \end{array}\right.$. B. $m = 2$. C. $\left[\begin{array}{l} m=0 \\ m=3 \end{array}\right.$. D. $m = 3$.

Câu 34: Đồ thị hàm số $y = \dfrac{x+1}{\sqrt{mx^2+1}}$ không có tiệm cận ngang khi và chỉ khi

A. $m \le 0$. B. $m = 0$. C. $m < 0$. D. $m > 0$.

Câu 35: Dynano là một nhà ảo thuật gia đại tài người Anh nhưng người ta thường nói Dynano làm ma thuật chứ không phải làm ảo thuật. Bất kì màn trình diễn nào của anh chàng trẻ tuổi tài cao này đều khiến người xem kinh ngạc vì nó vượt qua giới hạn của khoa học. Một lần đến NewYork anh ngẫu hứng trình diễn khả năng bay lơ lửng trong không trung của mình bằng cách di chuyển từ tòa nhà này đến tòa nhà khác và trong quá trình di chuyển đó có một lần anh đáp đất tại một điểm trong khoảng cách giữa hai tòa nhà (biết mọi di chuyển của anh đều là đường thẳng). Biết tòa nhà ban đầu Dynano đứng có chiều cao là $a(m)$, tòa nhà sau đó Dynano đến có chiều cao là $b(m)$ $(a < b)$ và khoảng cách giữa hai tòa nhà là $c(m)$. Vị trí đáp đất cách tòa nhà thứ nhất một đoạn là $x(m)$. Hỏi x bằng bao nhiêu để quãng đường di chuyển của Dynano là bé nhất?

A. $x = \dfrac{3ac}{a+b}$. B. $x = \dfrac{ac}{3(a+b)}$. C. $x = \dfrac{ac}{a+b}$. D. $x = \dfrac{ac}{2(a+b)}$.

Câu 36: Cho hàm số $f(x)$ có $f(1) = 1, f(m+n) = f(m) + f(n) + mn, \forall m, n \in \mathbb{N}^*$. Giá trị của biểu thức $T = \log \dfrac{f(96) - f(69) - 241}{2}$ là

A. 4. B. 3. C. 6. D. 9.

Câu 37: Cho hai số thực a, b thỏa mãn $a > 0, 0 < b < 2$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = \dfrac{(2b)^a}{(2^a - b^a)^2} + \dfrac{2^a + 2b^a}{2b^a}$

A. $P_{min} = \dfrac{9}{4}$. B. $P_{min} = \dfrac{7}{4}$. C. $P_{min} = \dfrac{13}{4}$. D. $P_{min} = 4$.

Câu 38: Tính thể tích của vật thể nằm giữa hai mặt phẳng $x = 0$ và $x = 1$, biết thiết diện của vật thể cắt bởi mặt phẳng (P) vuông góc với trục Ox tại điểm có hoành độ x $(0 \le x \le 1)$ là một hình chữ nhật có độ dài lần lượt là x và $\ln(x^2+1)$

A. $V = \dfrac{\ln 2 - 1}{2}$. B. $V = \ln 2 - \dfrac{1}{2}$. C. $V = \dfrac{1}{2}\ln 2 - 1$. D. $V = \ln 2 - 1$.

Câu 39: Trong trung tâm công viên có một khuôn viên hình elip có độ dài trục lớn bằng 16m, độ dài trụ nhỏ bằng 10m. Giữa khuôn viên là một cái đài phun nước hình tròn có đường kính bằng 8m, phần còn lại của khuôn viên người ta thả cá. Số cá thả vào khuôn viên đó gần nhất với số nào dưới đây? Biết rằng mật độ thả cá là 5 con trên 1m^2 mặt nước

A. 378. B. 375. C. 377. D. 376.

Câu 40: Cho số phức $z=a+bi$ thỏa mãn điều kiện $\left|z^2+4\right|=2|z|$. Đặt $P=8\left(b^2-a^2\right)-12$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $P=\left(|z|-2\right)^2$. B. $P=\left(|z|^2-4\right)^2$. C. $P=\left(|z|-4\right)^2$. D. $P=\left(|z|^2-2\right)^2$.

Câu 41: Cho khối lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ cạnh bằng a. Các điểm E và F lần lượt là trung điểm của $C'B'$ và $C'D'$. Mặt phẳng (AEF) cắt khối lập phương đã cho thành hai phần, gọi V_1 là thể tích khối chứa điểm A' và V_2 là thể tích khối chứa điểm C'. Khi đó $\dfrac{V_1}{V_2}$ là

A. $\dfrac{25}{47}$. B. 1. C. $\dfrac{17}{25}$. D. $\dfrac{8}{17}$.

Câu 42: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(6;-3;4), B(a;b;c)$. Gọi M,N,P lần lượt là giao điểm của đường thẳng AB với các mặt phẳng tọa độ $(Oxy),(Oxz),(Oyz)$. Biết rằng M,N,P nằm trên đoạn AB sao cho $AM=MN=NP=PB$. Tính giá trị của tổng $a+b+c$

A. $a+b+c=11$. B. $a+b+c=-11$.

D. $a+b+c=17$. D. $a+b+c=-17$.

Câu 43: Cho dãy số tăng a, b, c theo thứ tự lập thành cấp số nhân, đồng thời $a, b+8, c$ tạo thành cấp số cộng và $a, b+8, c+64$ lập thành cấp số nhân. Khi đó giá trị của $a-b+2c$ bằng

A. $a-b+2c=\dfrac{184}{9}$. B. $a-b+2c=64$.

C. $a-b+2c=\dfrac{92}{9}$. D. $a-b+2c=32$.

Câu 44: Cho hàm số $f(x)=x^3+3ax^2+3x+3$ có đồ thị (C) và $g(x)=x^3+3bx^2+9x+5$ có đồ thị (H), với a,b là các tham số thực. Đồ thị $(C),(H)$ có chung ít nhất 1 điểm cực trị. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P=|a|+2|b|$

A. $\sqrt{21}$. B. $2\sqrt{6}+6$. D. $3+5\sqrt{3}$. D. $2\sqrt{6}$.

Câu 45: Tính tích phân $\int_0^2 \max\left\{x,x^3\right\}dx$

A. 2. B. 4. C. $\dfrac{15}{4}$. D. $\dfrac{17}{4}$.

Câu 46: Cho các số phức $z_1=1, z_2=2-3i$ và số phức z thỏa mãn $|z-1-i|+|z-3+i|=2\sqrt{2}$. Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của $P=|z-z_1|+|z-z_2|$. Tính tổng $S=M+m$

A. $S=4+2\sqrt{5}$. B. $S=5+\sqrt{17}$. C. $S=1+\sqrt{10}+\sqrt{17}$. D. $S=\sqrt{10}+2\sqrt{5}$.

Câu 47: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P): x-y+2z+1=0$ và $(Q): 2x+y+z-1=0$. Gọi (S) là mặt cầu có tâm thuộc Ox, đồng thời (S) cắt mặt phẳng (P) theo giao tuyến là một đường tròn có bán kính bằng 2 và cắt mặt phẳng (Q) theo giao tuyến là một đường tròn có bán kính bằng r. Xác định r sao cho chỉ có duy nhất một mặt cầu (S) thỏa mãn điều kiện bài toán

A. $r=\dfrac{3\sqrt{2}}{2}$. B. $r=\dfrac{\sqrt{10}}{2}$. C. $r=\sqrt{3}$. D. $r=\dfrac{\sqrt{14}}{2}$.

Câu 48: Phương trình $2017^{\sin x}=\sin x+\sqrt{2-\cos^2 x}$ có bao nhiêu nghiệm thực trên $[-5\pi; 2017\pi]$?

A. Vô nghiệm. B. 2017. C. 2022. D. 2023.

Câu 49: Cho đa giác lồi (H) có 22 cạnh. Gọi X là tập hợp các tam giác có 3 đỉnh là ba đỉnh của (H). Chọn ngẫu nhiên hai tam giác trong X. Tính xác suất để chọn được 1 tam giác có 1 cạnh là cạnh của đa giác (H) và 1 tam giác không có cạnh nào là cạnh của đa giác (H) (Kết quả làm tròn đến chữ số thập phân thứ ba)

A. 0,374. B. 0,375. C. 0,376. D. 0,377.

Câu 50: Cho tứ diện $ABCD$ có $AD \perp (ABC)$, đáy ABC thỏa mãn điều kiện:

$$\frac{\cot A + \cot B + \cot C}{2} = \frac{BC}{AB.AC} + \frac{CA}{BA.BC} + \frac{AB}{CA.CB}.$$

Gọi H, K lần lượt là hình chiếu vuông góc của A lên BD và BC. Tính thể tích V của khối cầu ngoại tiếp khối chóp $A.BCHK$

A. $V = \frac{4\pi}{3}$. B. $V = \frac{32\pi}{3}$. C. $V = \frac{8\pi}{3}$. D. $V = \frac{4\pi}{3\sqrt{3}}$.

ĐÁP ÁN

1.A	2.C	3.B	4.B	5.C	6.C	7.A	8.B	9.D	10.B
11.B	12.A	13.D	14.B	15.A	16.B	17.B	18.D	19.B	20.D
21.D	22.B	23.B	24.C	25.C	26.B	27.C	28.A	29.B	30.A
31.C	32.D	33.B	34.A	35.C	36.B	37.C	38.B	39.C	40.D
41.A	42.B	43.B	44.A	45.D	46.B	47.A	48.D	49.B	50.B

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

Câu 1: Đáp án A.

Theo định lý trong SGK cơ bản 12 trang 6, ta có "Nếu $f'(x)>0$ với mọi x thuộc K thì hàm số $f(x)$ đồng biến trên K". Vậy đáp án A đúng.

Phân tích phương án nhiễu:

Phương án B: Sai vì trong một số trường hợp, $f'(x)$ có thể không xác định tại a,b nhưng hàm số vẫn đồng biến trên đoạn $[a;b]$. Ví dụ, xét hàm số $f(x)=\sqrt{x}$ trên đoạn $[0;1]$, có đạo hàm $f'(x)=\dfrac{1}{2\sqrt{x}}$ không xác định tại điểm $x=0$, tuy nhiên hàm số này vẫn đồng biến trên đoạn $[0;1]$.

Phương án C: Sai vì thiếu dữ kiện " $f'(x)=0$ tồn tại tại hữu hạn điểm". Mặt khác, khi xét hàm phân thức $y=\dfrac{ax+b}{cx+d}$, nếu đạo hàm $y'=\dfrac{ad-bc}{(cx+d)^2}=0\Leftrightarrow ad-bc=0$ thì khi đó hàm số là hàm hằng, không thỏa mãn với yêu cầu.

Phương án D: Sai vì " $f(x)$ nghịch biến trên $(a;b)\Leftrightarrow f'(x)\le 0,\forall x\in(a;b)$ và $f'(x)=0$ chỉ tại hữu hạn điểm".

> **STUDY TIPS**
> Đồ thị hàm số bậc nhất trên bậc nhất $y=\dfrac{ax+b}{cx+d},(c\ne 0;\ ad-bc\ne 0)$ có một đường tiệm cận đứng là $x=-\dfrac{d}{c}$ và một đường tiệm cận ngang là $x=\dfrac{a}{c}$.

Câu 2: Đáp án C.

Đồ thị hàm số $y=\dfrac{3x+2}{x+1}$ có đường tiệm cận đứng là $x=-1$, đường tiệm cận ngang là $y=3$.

Câu 3: Đáp án B.

Ta có $y'=4x^3-8x=4x(x^2-2); y'=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=\pm\sqrt{2}\end{array}\right.$

Ta thấy hệ số $a=1>0$ nên đồ thị hàm số có dạng chữ W. Lập bảng biến thiên, ta xác định được các điểm cực tiểu của hàm số là $x=\pm\sqrt{2}$.

> **STUDY TIPS**
> Dạng của đồ thị hàm trùng phương $y=ax^4+bx^2+c$, $(a\ne 0)$ được đề cập tại trang 151, Công phá Toán 3.

Câu 4: Đáp án B.

Phương trình hoành độ giao điểm của hai đồ thị hàm số là:

$2(m+1)x^3+2mx^2-2(m+1)x-2m=-x^4+x^2$

$\Leftrightarrow x^2(x^2-1)+2m(x^3+x^2-x-1)+(2x^3-2x)=0$

$\Leftrightarrow x^2(x^2-1)+2m(x+1)(x^2-1)+2x(x^2-1)=0$

$\Leftrightarrow (x^2-1)(x^2+2(m+1)x+2m)=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x^2=1\Leftrightarrow x=\pm 1 \\ g(x)=x^2+2(m+1)x+2m=0\ (*)\end{array}\right.$

STUDY TIPS

Xét hàm số
$g(x)=ax^2+bx+c,(a\neq 0)$

Nếu $\begin{cases} g(x_0)\neq 0 \\ \Delta>0,(\text{hay } \Delta'>0)\end{cases}$ thì phương trình $g(x)=0$ luôn có hai nghiệm phân biệt khác x_0.

Xét $\begin{cases} g(-1)=1-2(m+1)+2m=-1\neq 0 \\ g(1)=1+2(m+1)+2m=4m+3\neq 0,\left(\text{do } m\neq -\dfrac{3}{4}\right) \\ \Delta'_{(*)}=(m+1)^2-2m=m^2+1>0,\forall m\in\mathbb{R}\end{cases}$

Suy ra phương trình $(*)$ luôn có hai nghiệm phân biệt khác ± 1, với $m\neq -\dfrac{3}{4}$.

Vậy hai đồ thị $f(x)$ và $g(x)$ cắt nhau tại 4 điểm.

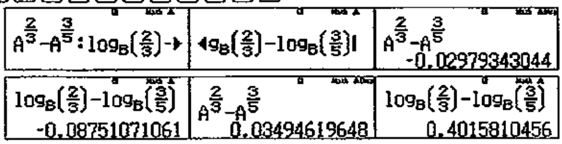
Câu 5: Đáp án C.

Cách 1: Tư duy tự luận

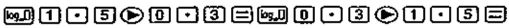
Ta có $\begin{cases} a^{\frac{2}{3}}>a^{\frac{3}{5}} \\ \dfrac{2}{3}>\dfrac{3}{5}\end{cases}\Rightarrow a>1$ và $\begin{cases} \log_b\dfrac{2}{3}<\log_b\dfrac{3}{5} \\ \dfrac{2}{3}>\dfrac{3}{5}\end{cases}\Rightarrow 0<b<1$. Vậy $\begin{cases} \log_a b<0 \\ \log_b a<0\end{cases}$

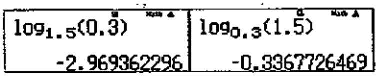
Cách 2: Sử dụng máy tính cầm tay

Chọn các giá trị $a=0,5\in(0;1);a=1,5\in(1;+\infty);b=0,3\in(0;1);b=1,3\in(1;+\infty)$



Ta chọn được các giá trị $a=1,5$ và $b=0,3$ thõa mãn điều kiện.

Ấn tiếp 



Vậy $\log_a b<0$ và $\log_b a<0$.

Câu 6: Đáp án C.

Cách 1: Tư duy tự luận

$$\log_{\frac{1}{2}}x=\frac{2}{3}\log_{\frac{1}{2}}a-\frac{1}{5}\log_{\frac{1}{2}}b\Leftrightarrow \log_{\frac{1}{2}}x=\log_{\frac{1}{2}}a^{\frac{2}{3}}-\log_{\frac{1}{2}}b^{\frac{1}{5}}\Leftrightarrow \log_{\frac{1}{2}}x=\log_{\frac{1}{2}}\frac{a^{\frac{2}{3}}}{b^{\frac{1}{5}}}$$

$$\Leftrightarrow x=\frac{a^{\frac{2}{3}}}{b^{\frac{1}{5}}}$$

Cách 2: Sử dụng máy tính cầm tay

Chọn $a=0,3$ và $b=1,3$.

0.3→A $\frac{3}{10}$	1.3→B $\frac{13}{10}$	$\log_{\frac{1}{2}}(X)-\frac{2}{3}\log_{\frac{1}{2}}($▶	◀$_{\frac{1}{2}}(A)+\frac{1}{5}\log_{\frac{1}{2}}(B)$
$\log_{\frac{1}{2}}(X)-\frac{4}{3}\log_{\frac{1}{2}}($▶ -0.440898915	$\log_{\frac{1}{2}}(X)-\frac{4}{3}\log_{\frac{1}{2}}($▶ 1.447471328	$\log_{\frac{1}{2}}(X)-\frac{4}{3}\log_{\frac{1}{2}}($▶ 0	$\log_{\frac{1}{2}}(X)-\frac{4}{3}\log_{\frac{1}{2}}($▶ 3.26432712

STUDY TIPS

Quan sát yêu cầu bài toán ta thấy có các cận 0, 2, 3, 4. Ta nghĩ ngay đến công thức chèn cận

$\int_a^b f(x)dx=\int_a^c f(x)dx+\int_c^d f(x)dx+\int_d^b f(x)dx.$

Câu 7: Đáp án A.

Ta có $\int_0^4 f(x)dx=\int_0^2 f(x)dx+\int_2^3 f(x)dx+\int_3^4 f(x)dx$

$\Leftrightarrow \int_0^2 f(x)dx+\int_3^4 f(x)dx=\int_0^4 f(x)dx-\int_2^3 f(x)dx=4-2=2.$

Câu 8: Đáp án B.

<u>Cách 1:</u> Tư duy tự luận

Ta có $\int \sin\frac{x}{2}dx=-2\int d\left(\cos\frac{x}{2}\right)=-2\cos\frac{x}{2}+C.$

<u>Cách 2:</u> Sử dụng máy tính cầm tay

SHIFT MODE 4 SHIFT d/dx 2 cos ALPHA) ÷ 2 ▶) ▶ ALPHA) ▶ − sin ALPHA) ÷ 2 ▶) CALC 1 . 3 = ▶ ▶ (−) = ▶ ▶ ▶ ▶ × ◀ ◀ 1 ÷ = ▶ ▶ ▶ DEL =

$\frac{d}{dx}\left(2\cos\left(\frac{X}{2}\right)\right)\Big\vert_{x=X}$▶ -1.210372811	$\frac{d}{dx}\left(-2\cos\left(\frac{X}{2}\right)\right)\Big\vert_{x=}$▶ 1.15×10^{-12}	$\frac{d}{dx}\left(-\frac{1}{2}\times\cos\left(\frac{X}{2}\right)\right)\Big\vert$▶ -0.4538898043	$\frac{d}{dx}\left(\frac{1}{2}\times\cos\left(\frac{X}{2}\right)\right)\Big\vert_{x=}$▶ -0.7564830072

STUDY TIPS

Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên đoạn $[a;b]$. Giả sử $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)$ trên đoạn $[a;b]$. Ta kí hiệu:

$\int_a^b f(x)dx=F(x)\Big|_a^b=$

$=F(b)-F(a).$

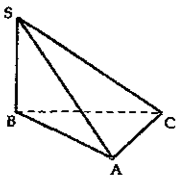
Câu 9: Đáp án D.

Do hàm số $f(x)$ có đạo hàm trên $[0;3]$ nên $\int_0^3 f'(x)dx=f(x)\Big|_0^3=f(3)-f(0)$

$\Leftrightarrow f(3)=\int_0^3 f'(x)dx+f(0)=5+2=7.$

Câu 10: Đáp án B.

Câu 11: Đáp án B.



Ta có $SB\perp(ABC)\Rightarrow BC$ là hình chiếu của SC trên mặt phẳng (ABC).

Suy ra $\left(\widehat{SC,(ABC)}\right)=\left(\widehat{SC,BC}\right)=\widehat{SCB}=60°.$

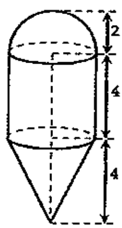
Do ΔABC vuông tại A nên $AC=AB.\tan\widehat{ABC}=a.\tan 60°=a\sqrt{3}.$

$\Rightarrow BC=\sqrt{AB^2+AC^2}=\sqrt{a^2+\left(a\sqrt{3}\right)^2}=2a.$

Do ΔSBC vuông tại B nên $SB=BC.\tan\widehat{SCB}=2a.\tan 60°=2\sqrt{3}a.$

Vậy $V_{S.ABC}=\frac{1}{3}SB.S_{\Delta ABC}=\frac{1}{6}SB.AB.AC=\frac{1}{6}.2\sqrt{3}a.a.a\sqrt{3}=a^3$ (đvtt).

Câu 12: Đáp án A.



Thể tích nửa khối cầu bán kính $R=2$ là: $V_1=\frac{1}{2}.\frac{4}{3}\pi R^3=\frac{2}{3}\pi.2^3=\frac{16}{3}\pi$ (đvtt).

Thể tích khối trụ có bán kính đáy $R=2$, chiều cao $h=4$ là:

$$V_2=\pi R^2h=\pi.2^2.4=16\pi \text{ (đvtt)}.$$

Thể tích khối nón có bán kính đáy $R=2$, chiều cao $h=4$ là:

$$V_3=\frac{1}{3}\pi R^2h=\frac{1}{3}\pi.2^2.4=\frac{16}{3}\pi \text{ (đvtt).}$$

Thể tích khối hình học (hình vẽ) cần tính là $V=V_1+V_2+V_3=\frac{80\pi}{3}$ (đvtt).

Câu 13: Đáp án D.

Ta có $\overrightarrow{AB}=(1;-5;4)$ nên vectơ chỉ phương của đường thẳng AB là $\overrightarrow{u_{AB}}=(1;-5;4)$

Phân tích phương án nhiễu:

Phương án A: Loại do đường thẳng $\begin{cases}x=1+t\\y=2-5t\\z=-3-2t\end{cases}$ có vectơ chỉ phương là $\vec{u}=(1;-5;-2)$ không cùng phương với vectơ $\overrightarrow{u_{AB}}$.

Phương án B: Loại do đường thẳng $\begin{cases}x=2+t\\y=-3+5t\\z=1+4t\end{cases}$ có vectơ chỉ phương là $\vec{u}=(1;5;4)$ không cùng phương với vectơ $\overrightarrow{u_{AB}}$.

Phương án C: Loại do đường thẳng $\begin{cases}x=1+t\\y=2-5t\\z=3+4t\end{cases}$ có vectơ chỉ phương là $\vec{u}=(1;-5;4)$ cùng phương với $\overrightarrow{u_{AB}}$ nhưng không đi qua điểm $A(1;2;-3)$.

STUDY TIPS

Cho ba điểm $A(x_1;y_1;z_1)$, $B(x_2;y_2;z_2)$, $C(x_3;y_3;z_3)$ thì:

1. Trung điểm của AB là $I\left(\frac{x_1+x_2}{2};\frac{y_1+y_2}{2};\frac{z_1+z_2}{2}\right)$.
2. Độ dài đoạn thẳng AB: $AB=(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2+(z_2-z_1)^2$.
3. Trọng tâm của ΔABC là $G\left(\frac{x_1+x_2+x_3}{3};\frac{y_1+y_2+y_3}{3};\frac{z_1+z_2+z_3}{3}\right)$.

Câu 14: Đáp án B.

Gọi I là trung điểm của AB thì $I(-1;0;1)$. Ta có $AB=2\sqrt{2}$. Suy ra mặt cầu (S) đường kính AB sẽ có tâm là I, bán kính $R=\frac{AB}{2}=\sqrt{2}$.

Phương trình mặt cầu (S) là: $(x+1)^2+y^2+(z-1)^2=2$.

Câu 15: Đáp án A.

Câu 16: Đáp án B.

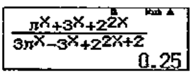
Sắp xếp 4 số tự nhiên 1, 2, 3, 4 theo thứ tự khác nhau, ta sẽ được một số tự nhiên có 4 chữ số khác nhau. Vậy số số cần lập là $4!=24$ (số).

Câu 17: Đáp án B.

<u>Cách 1:</u> Tư duy tự luận

$$\lim\frac{\pi^n+3^n+2^{2n}}{3\pi^n-3^n+2^{2n+2}}=\lim\frac{\pi^n+3^n+4^n}{3\pi^n-3^n+4.4^n}=\lim\frac{\left(\frac{\pi}{4}\right)^n+\left(\frac{3}{4}\right)^n+1}{3\left(\frac{\pi}{4}\right)^n-\left(\frac{3}{4}\right)^n+4}=\frac{1}{4}.$$

<u>Cách 2:</u> Sử dụng máy tính cầm tay



[▭] [SHIFT] [x10^x] [x^■] [ALPHA] [)] [▶] [+] [3] [x^■] [ALPHA] [)] [▶] [+] [2] [x^■] [2] [ALPHA] [)] [▼] [3] [SHIFT] [x10^x] [x^■] [ALPHA] [)] [▶] [−] [3] [x^■] [ALPHA] [)] [▶] [+] [2] [x^■] [2] [ALPHA] [)] [+] [2] [CALC] [1] [0] [0] [=]

Vậy $\lim\frac{\pi^n+3^n+2^{2n}}{3\pi^n-3^n+2^{2n+2}}=\frac{1}{4}$.

Câu 18: Đáp án D.

Tập xác định: $D=\mathbb{R}$.

STUDY TIPS

Phân tích sai lầm: Nhiều học sinh quên không xét trường hợp hệ số $a=0$, tức quên xét $m^2-2m=0$. Đối với các bài toán tìm m để hàm số đơn điệu của hàm bậc ba, hay hàm trùng phương. Nếu hệ số bậc cao nhất có chứa tham số thì ta cần xét trường hợp hệ số đó bằng 0 trước xem có thỏa mãn yêu cầu bài toán hay không?

*** Trường hợp 1:** Xét $m^2-2m=0 \Leftrightarrow m(m-2)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m=0 \\ m=2 \end{array}\right.$

Nếu $m=0$ thì hàm số trở thành $y=3x$ và luôn đồng biến trên $\mathbb{R}$. Vậy $m=0$ thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Nếu $m=2$ thì hàm số trở thành $y=2x^2+3x$ chỉ đồng biến trên khoảng $\left(-\frac{3}{4};+\infty\right)$. Vậy $m=2$ không thỏa mãn yêu cầu bài toán.

*** Trường hợp 2:** Xét $m^2-2m\neq 0 \Leftrightarrow m(m-2)\neq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m\neq 0 \\ m\neq 2 \end{cases}$

Đạo hàm $y'=(m^2-2m)x^2+2mx+3$. Do phương trình $y'=0$ chỉ có tối đa hai nghiệm nên hàm số đồng biến trên $\mathbb{R} \Leftrightarrow y'\geq 0, \forall x\in\mathbb{R}$

$$\Leftrightarrow (m^2-2m)x^2+2mx+3\geq 0, \forall x\in\mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} m^2-2m>0 \\ \Delta'=m^2-3(m^2-2m)\leq 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m(m-2)>0 \\ 2m(3-m)\leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \left[\begin{array}{l} m>2 \\ m<0 \end{array}\right. \\ \left[\begin{array}{l} m\geq 3 \\ m\leq 0 \end{array}\right. \end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m\geq 3 \\ m<0 \end{array}\right.$$

Kết hợp cả hai trường hợp ta tìm được $\left[\begin{array}{l} m\geq 3 \\ m\leq 0 \end{array}\right.$.

Câu 19: Đáp án B.

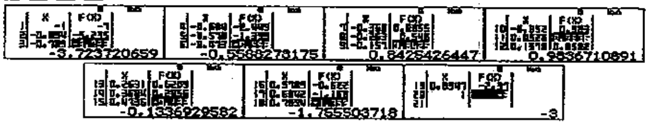
Cách 1: Tư duy tự luận

Ta có $y'=6x^2-12x=6x(x-2); y'=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=2 \end{array}\right.$. Do $x\in[-1;1]$ nên $x=0$.

Tính $y(-1)=-7; y(0)=1; y(1)=-3$. Vậy $\max\limits_{[-1;1]} y=y(0)=1$.

Cách 2: Sử dụng máy tính cầm tay

MODE 7 2 ALPHA) SHIFT x^2 − 6 ALPHA) x^2 + 1 = = − 1 = 1 = 2 ÷ 1 9 =



Quan sát bảng giá trị, ta xác định được giá trị lớn nhất xấp xỉ 0,9836710891. Vậy $\max\limits_{[-1;1]} y=1$.

STUDY TIPS

Phương trình đường thẳng đi qua hai điểm cực trị của đồ thị $y=\frac{ax^2+bx+c}{mx+n}, a\neq 0, b\neq 0$ được xác định qua công thức:

$$y=\frac{(ax^2+bx+c)'}{(mx+n)'}=\frac{2ax+b}{m} \Leftrightarrow y=\frac{2a}{m}x+\frac{b}{b}.$$

Câu 20: Đáp án D.

Phương trình đường thẳng đi qua hai điểm cực trị của đồ thị hàm số $y=\frac{x^2}{x-1}$ là

$$y=\frac{(x^2)'}{(x-1)'} \Leftrightarrow y=2x.$$

Câu 21: Đáp án D.

Cách 1: Tư duy tự luận

Điều kiện: $x^2>0 \Leftrightarrow x\neq 0$.

Bất phương trình $\left(2^{x^2-4}-1\right).\ln\left(x^2\right)<0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\begin{cases}2^{x^2-4}-1<0\\ \ln\left(x^2\right)>0\end{cases}\\ \begin{cases}2^{x^2-4}-1>0\\ \ln\left(x^2\right)<0\end{cases}\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\begin{cases}x^2-4<0\\ x^2>1\end{cases}\\ \begin{cases}x^2-4>0\\ x^2<1\end{cases}(L)\end{array}\right.$

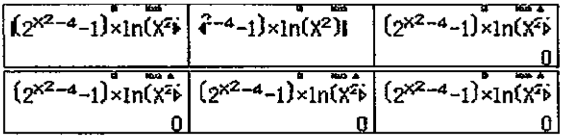
$\Leftrightarrow \begin{cases}(x-2)(x+2)<0\\ (x-1)(x+1)>0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}-2<x<2\\ \left[\begin{array}{l}x>1\\ x<-1\end{array}\right.\end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}1<x<2\\ -2<x<-1\end{array}\right.$

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là $S=(-2;-1)\cup(1;2)$.

<u>Cách 2:</u> Sử dụng máy tính cầm tay

Nhập vào màn hình biểu thức $\left(2^{X^2-4}-1\right).\ln\left(X^2\right)$ và CALC với $X=-2;-1;1;2$.

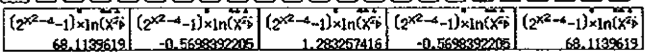
(2 $x^{■}$ ALPHA) x^2 − 4 ▶ − 1) × ln ALPHA) x^2) CALC − 2 =
CALC − 1 = CALC 1 = CALC 2 =



Ta xét dấu của biểu thức $\left(2^{X^2-4}-1\right).\ln\left(X^2\right)$ trên mỗi khoảng $(-\infty;-2),(-2;-1),$ $(-1;1),(1;2),(2;+\infty)$.

Tiếp tục dùng CALC:

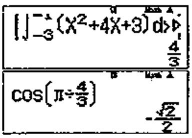
CALC − 3 = = − 1 . 5 = = 0 . 5 = = 1 . 5 = = 3 =



Vậy $\left(2^{x^2-4}-1\right).\ln\left(x^2\right)<0 \Leftrightarrow x\in(-2;-1)\cup(1;2)$.

Câu 22: Đáp án B.

Xét phương trình $2x^2+3x+1=x^2-x-2 \Leftrightarrow x^2+4x+3=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=-1\\ x=-3\end{array}\right.$



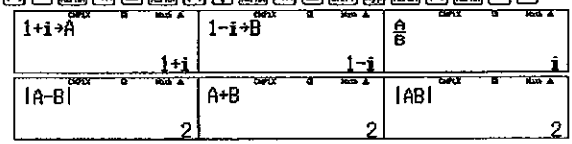
Vậy diện tích hình phẳng cần tính là

$$S=\int_{-3}^{-1}\left|x^2+4x+3\right|dx=\left|\int_{-3}^{-1}\left(x^2+4x+3\right)dx\right|=\frac{4}{3}\text{ (đvdt).}$$

Vậy $\cos\left(\dfrac{\pi}{S}\right)=-\dfrac{\sqrt{2}}{2}$.

Câu 23: Đáp án B.

MODE 2 1 + ENG SHIFT RCL (−) 1 − ENG SHIFT RCL °''' ALPHA (−) $\frac{\square}{\square}$ ALPHA °''' = SHIFT hyp
ALPHA (−) − ALPHA °''' = ALPHA (−) + ALPHA °''' = SHIFT hyp ALPHA (−) ALPHA °''' =



Vậy phương án B sai.

Câu 24: Đáp án C.

Khi quay nửa đường tròn quanh trục quay là đường kính của nó thì ta thu được một mặt cầu.

Phân tích phương án nhiễu:

Phương án A: Khi quay một hình quanh một trục, ta thu được một khối tròn xoay trong không gian, còn hình tròn được xác định trên một mặt phẳng nên loại **A.**

Phương án B: Chỉ khi quay nửa hình tròn quanh đường kính của nó, ta mới thu được một khối cầu.

Phương án C: Mặt trụ chỉ thu được khi ta quay 3 cạnh của một hình chữ nhật quanh cạnh còn lại.

Câu 25: Đáp án C.

Từ giả thiết, ta có $IH \perp (\alpha)$ và $d(I;(\alpha)) = IH = \sqrt{(2-1)^2+(0+3)^2+(1-3)^2} = \sqrt{14}.$

Áp dụng công thức $R^2 = IH^2 + r^2$, trong đó R là bán kính mặt cầu (S). Ta được $R = \sqrt{\left(\sqrt{14}\right)^2 + 2^2} = \sqrt{18}.$

Vậy phương trình mặt cầu (S) là $(x-1)^2+(y+3)^2+(z-3)^2 = 18.$

Câu 26: Đáp án B.

Đường thẳng d đi qua điểm $M(1;-1;0)$ và nhận vectơ chỉ phương $\vec{u} = (2;-1;3).$

Mặt phẳng (α) có vectơ pháp tuyến $\vec{n} = (1;5;1).$

Ta có $\vec{u}.\vec{n} = 2.1 + (-1).5 + 3.1 = 0$, suy ra $\left[\begin{array}{l} d // (\alpha) \\ d \subset (\alpha) \end{array}\right.$

Nhận thấy $1 + 5.(-1) + 0 + 4 = 0$ nên điểm $M(1;-1;0)$ thuộc mặt phẳng (α). Vậy $d \subset (\alpha).$

Câu 27: Đáp án C.

Mặt phẳng $(P): y - z + 2 = 0$ có một vectơ pháp tuyến là $\vec{n} = (0;1;-1).$

Câu 28: Đáp án A.

Không gian mẫu là "Chọn ngẫu nhiên 2 người từ 10 học sinh trong tổ đó". Suy ra số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega) = C_{10}^2.$

Gọi A là biến cố "2 người được chọn là nữ" thì số kết quả thuận lợi cho biến cố A là $n(A) = C_3^2.$

Vậy xác suất cần tính là $P(A) = \dfrac{n(A)}{n(\Omega)} = \dfrac{C_3^2}{C_{10}^2} = \dfrac{1}{15}.$

Câu 29: Đáp án B.

Ta có $\Delta y = \left[(x_0+\Delta x)^2 - (x_0+\Delta x)\right] - (x_0^2 - x_0) = (\Delta x)^2 + 2x_0\Delta x - \Delta x.$

Nên $f'(x_0) = \lim\limits_{\Delta x \to 0} \dfrac{\Delta y}{\Delta x} = \lim\limits_{\Delta x \to 0} \dfrac{(\Delta x)^2 + 2x_0\Delta x - \Delta x}{\Delta x} = \lim\limits_{\Delta x \to 0}(\Delta x + 2x_0 - 1).$

Vậy $f'(x) = \lim\limits_{\Delta x \to 0}(\Delta x + 2x - 1).$

STUDY TIPS

Cho mặt cầu (S) có tâm I, bán kính R. Mặt phẳng (α) cắt mặt cầu (S) theo giao tuyến là một đường tròn bán kính bằng r thì:

$R^2 = d^2(I;(\alpha)) + r^2.$

STUDY TIPS

Mp $(\alpha): ax+by+cz+d=0$, $(a^2+b^2+c^2 \neq 0)$ nhận vectơ $\vec{n} = (a;b;c)$ là một vectơ pháp tuyến.

STUDY TIPS

Trong SGK Đại số & Giải tích 11 (Cơ bản) đã đề cập đến cách tính đạo hàm của một hàm số bằng định nghĩa như sau:

1. Giả sử Δx là số gia của đối số tại x_0, tính $\Delta y = f(x_0+\Delta x) - f(x_0).$
2. Lập tỉ số $\dfrac{\Delta y}{\Delta x}.$
3. Tìm $\lim\limits_{\Delta x \to 0}\dfrac{\Delta y}{\Delta x}$. Khi đó $y'(x_0) = \lim\limits_{\Delta x \to 0}\dfrac{\Delta y}{\Delta x}.$

STUDY TIPS

1. $V_{(O;k)}(M)=M'$
$\Leftrightarrow \overline{OM'}=k\overline{OM}$.
2. $Đ_{Oy}(M)=M'$
$\Rightarrow M'(-x_M;y_M)$.
3. Ngoài ra, ta có thể tham khảo thêm về kỹ thuật sử dụng MTCT để giải bài toán phép biến hình trong mặt phẳng Oxy tại Chủ đề 9, cuốn Công phá Kỹ thuật Casio.

Câu 30: Đáp án A.

Ta có $V_{\left(O;\frac{1}{2}\right)}(M)=M' \Leftrightarrow \overline{OM'}=\frac{1}{2}\overline{OM}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x_{M'}=\frac{1}{2}x_M=1 \\ y_{M'}=\frac{1}{2}y_M=2 \end{cases} \rightarrow M'(1;2).$$

Mặt khác $Đ_{Oy}(M')=M'' \Rightarrow M''(-1;2)$.

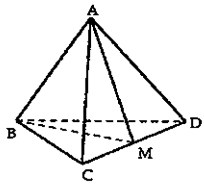
Câu 31: Đáp án C.

Câu 32: Đáp án D.

Gọi M là trung điểm của CD. Do $BC=CD=BD \Rightarrow \Delta BCD$ đều $\Rightarrow BM \perp CD$.

Lại có $AC=AD \Rightarrow \Delta ACD$ cân tại $A \Rightarrow AM \perp CD$.

Khi đó $\left(\widehat{(ACD),(BCD)}\right)=\left(\widehat{AM,BM}\right)$.



AM là đường trung tuyến của ΔACD

$$\Rightarrow AM=\sqrt{\frac{AC^2+AD^2}{2}-\frac{CD^2}{4}}=a.$$

AM là đường trung tuyến của ΔBCD

$$\Rightarrow BM=\frac{CD.\sqrt{3}}{2}=\frac{2a\sqrt{3}}{2}=a\sqrt{3}.$$

STUDY TIPS

Các điều cần lưu ý:
1. Cho ΔABC có các cạnh $AB=c, AC=b, BC=a$ và M là trung điểm BC. Ta có
$$MA^2=\frac{b^2+c^2}{2}-\frac{a^2}{4}.$$
2. Nếu ΔABC đều cạnh a thì $MA=\frac{a\sqrt{3}}{2}$.
3. Góc giữa hai mặt phẳng luôn có số đo thỏa mãn:
$$0°<\left(\widehat{(P),(Q)}\right)<90°.$$

Trong ΔABM ta có $\cos\widehat{AMB}=\frac{MA^2+MB^2-AB^2}{2MA.MB}=\frac{a^2+\left(a\sqrt{3}\right)^2-a^2}{2.a.a\sqrt{3}}=\frac{\sqrt{3}}{2}$

$$\Rightarrow \left[\begin{array}{l} \widehat{AMB}=30° \\ \widehat{AMB}=150° \end{array}\right.$$

Do $0°<\left(\widehat{(ACD),(BCD)}\right)<90°$ nên $\left(\widehat{(ACD),(BCD)}\right)=\left(\widehat{AM,BM}\right)=30°$.

Câu 33: Đáp án B.

Phương trình hoành độ giao điểm của (C) và d: $\frac{x-2}{x-1}=-x+m$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x\neq 1 \\ x-2=(-x+m)(x-1) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x\neq 1 \\ f(x)=x^2-mx+m-2=0\ (*) \end{cases}$$

STUDY TIPS

Phân tích sai lầm thường gặp: Với bài toán này, nhiều học sinh đọc đề không kĩ mà bỏ qua điều kiện $m\neq 0$. Từ đó tìm ra $m=0, m=2$ và kết luận chọn ngay phương án A.

Để (C) và d cắt nhau tại hai điểm phân biệt A,B khi và chỉ khi phương trình $(*)$ có hai nghiệm phân biệt x_1,x_2 khác 1

$$\Leftrightarrow \begin{cases} f(1)=1^2-m+m-2\neq 0 \\ \Delta=(-m)^2-4(m-2)>0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -1\neq 0 \\ m^2-4m+8>0 \end{cases} \Leftrightarrow m\in\mathbb{R}.$$

Mặt khác OAB là tam giác nên $O\notin d$ hay $m\neq 0$.

Gọi $A(x_1;-x_1+m)$ và $B(x_2;-x_2+m)$. Suy ra $\begin{cases} OA=\sqrt{2x_1^2-2mx_1+m^2} \\ OB=\sqrt{2x_2^2-2mx_2+m^2} \end{cases}$

Do x_1,x_2 là hai nghiệm của phương trình $(*)$ nên $\begin{cases} x_1^2-mx_1=2-m \\ x_2^2-mx_2=2-m \end{cases}$

Khi đó $\begin{cases} OA=\sqrt{2(2-m)+m^2}=\sqrt{m^2-2m+4} \\ OB=\sqrt{2(2-m)+m^2}=\sqrt{m^2-2m+4} \end{cases}$

Từ giả thiết ta có $\dfrac{2}{\sqrt{m^2-2m+4}}=1 \Leftrightarrow \sqrt{m^2-2m+4}=2 \Leftrightarrow m(m-2)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m=0 \\ m=2 \end{array}\right.$

Đối chiếu với điều kiện ta được $m=2$ thỏa mãn.

Câu 34: Đáp án A.

Ta có

$$\lim_{x\to-\infty} y=\lim_{x\to-\infty}\frac{x+1}{\sqrt{mx^2+1}}=\lim_{x\to-\infty}\frac{x\left(1+\frac{1}{x}\right)}{|x|\sqrt{m+\frac{1}{x^2}}}=\lim_{x\to-\infty}\frac{x\left(1+\frac{1}{x}\right)}{-x\sqrt{m+\frac{1}{x^2}}}=\lim_{x\to-\infty}\frac{1+\frac{1}{x}}{-\sqrt{m+\frac{1}{x^2}}}=-\frac{1}{\sqrt{m}}$$

$$\lim_{x\to+\infty} y=\lim_{x\to+\infty}\frac{x+1}{\sqrt{mx^2+1}}=\lim_{x\to+\infty}\frac{x\left(1+\frac{1}{x}\right)}{|x|\sqrt{m+\frac{1}{x^2}}}=\lim_{x\to+\infty}\frac{x\left(1+\frac{1}{x}\right)}{x\sqrt{m+\frac{1}{x^2}}}=\lim_{x\to+\infty}\frac{1+\frac{1}{x}}{\sqrt{m+\frac{1}{x^2}}}=\frac{1}{\sqrt{m}}$$

Đồ thị hàm số có tiệm cận ngang khi và chỉ khi $m>0$. Phủ định lại, đồ thị hàm số không có tiệm cận ngang khi và chỉ khi $m\le 0$.

STUDY TIPS

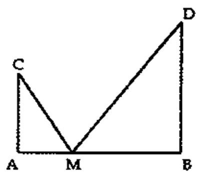
Phân tích sai lầm thường gặp:

1. Học sinh quên xét trường hợp $m=0$. Khi $m=0$ thì hàm số có dạng $y=x+1$ và đồ thị không có tiệm cận ngang.

2. Nhiều học sinh không hiểu rõ bản chất của mệnh đề phủ định. Vì ban đầu có thể nhiều học sinh sẽ tìm m để đồ thị hàm số có tiệm cận ngang và tìm được $m>0$. Phủ định lại, đồ thị hàm số không có tiệm cận ngang khi và chỉ khi $m<0$. Như vậy, mệnh đề đã bị phủ định sai.

Câu 35: Đáp án C.

Màn ảo thuật của Dynano được biểu diễn theo mô hình bên.



Cách 1: Áp dụng kiến thức "Giá trị lớn nhất – Giá trị nhỏ nhất của hàm số"

Ta có $AB=c, AC=a, BD=b, AM=x$. Khi đó $CM=\sqrt{AC^2+AM^2}=\sqrt{x^2+a^2}$ và

$MD=\sqrt{BM^2+BD^2}=\sqrt{(c-x)^2+b^2}=\sqrt{x^2-2cx+b^2+c^2}$.

Như vậy quãng đường di chuyển của Dynano là

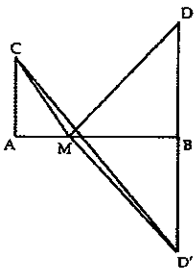
$$T=CM+MD=\sqrt{x^2+a^2}+\sqrt{x^2-2cx+b^2+c^2},(0<x<c).$$

Xét hàm số $\sqrt{x^2+a^2}+\sqrt{x^2-2cx+b^2+c^2}$ trên $(0;c)$.

Đạo hàm $f'(x)=\dfrac{x}{\sqrt{x^2+a^2}}+\dfrac{x-c}{\sqrt{x^2-2cx+b^2+c^2}}=0$

$\Leftrightarrow x\sqrt{x^2-2cx+b^2+c^2}=(c-x)\sqrt{x^2+a^2} \Leftrightarrow x^2\left((c-x)^2+b^2\right)=(c-x)^2(x^2+a^2)$

$\Leftrightarrow x^2b^2=(c-x)^2a^2 \Leftrightarrow bx=(c-x)a \Leftrightarrow x=\dfrac{ac}{a+b}\in(0;c)$.



Lập bảng biến thiên ta tìm được $f(x)$ đạt nhỏ nhất khi $x=\dfrac{ac}{a+b}$.

Cách 2: Dùng kiến thức hình học

Gọi D' là điểm đối xứng với D qua AB. Khi đó $MC+MD=MC+MD'\ge CD'$

Do vậy $(MC+MD)_{min}=CD'$. Dấu "=" xảy ra khi $M\in CD'$ hay $M=CD'\cap AB$.

Khi đó $\Delta AMC \backsim \Delta BMD' \Rightarrow \dfrac{AM}{BM}=\dfrac{AC}{BD'} \Leftrightarrow \dfrac{x}{c-x}=\dfrac{a}{b} \Leftrightarrow x=\dfrac{ac}{a+b}$.

Câu 36: Đáp án B.

Cho $m=1$ ta có $f(n+1)=f(n)+f(1)+n \Leftrightarrow f(n+1)=f(n)+n+1$.

Khi đó $f(2)+f(3)+...+f(k)=(f(1)+2)+(f(2)+3)+...+(f(k-1)+k+1)$

$\Leftrightarrow [f(2)+f(3)+...+f(k-1)]+f(k)=f(1)+[f(2)+...+f(k-1)]+(1+2+...+k)$

$\Leftrightarrow f(k)=f(1)+(1+2+...+k)=1+\dfrac{k(k+1)}{2}$.

Vậy hàm cần tìm là $f(x)=1+\dfrac{x(x+1)}{2}\Rightarrow\begin{cases}f(96)=1+\dfrac{96.97}{2}=4657\\ f(69)=1+\dfrac{69.70}{2}=2416\end{cases}$

Vậy $T=\log\dfrac{4657-2416-241}{2}=\log 1000=3$.

Câu 37: Đáp án C.

Ta có $P=\dfrac{\left(\dfrac{2}{b}\right)^a}{\left[\left(\dfrac{2}{b}\right)^a-1\right]^2}+\dfrac{1}{2}\cdot\left(\dfrac{2}{b}\right)^a+1$. Đặt $t=\left(\dfrac{2}{b}\right)^a$, do $0<b<2\to t>1$.

Xét hàm số $f(t)=\dfrac{t}{(t-1)^2}+\dfrac{t}{2}+1$ trên $(1;+\infty)$.

Đạo hàm $f'(t)=\dfrac{(t-1)^2-2t(t-1)}{(t-1)^4}+\dfrac{1}{2}=-\dfrac{t+1}{(t-1)^3}+\dfrac{1}{2}; f'(t)=0\Leftrightarrow t=3$.

Lập bảng biến thiên của hàm số, ta thấy $\min f(x)=f(3)=\dfrac{13}{4}$. Vậy $P_{min}=\dfrac{13}{4}$.

STUDY TIPS

Cắt một vật thể D bởi hai mặt phẳng $(P),(Q)$ vuông góc với trục Ox lần lượt tại $x=a, x=b\,(a<b)$. Một mặt phẳng tùy ý vuông góc với Ox tại điểm x $(a\le x\le b)$ cắt D theo thiết diện có diện tích là $S(x)$. Nếu $S(x)$ liên tục trên đoạn $[a;b]$ thì thể tích V của phần vật thể giới hạn bởi hai mặt phẳng (P) và (Q) được giới hạn bởi công thức: $V=\int_a^b S(x)dx$.

Câu 38: Đáp án B.

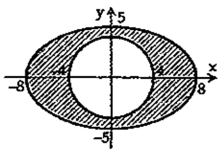
Diện tích hình chữ nhật là $S(x)=x\ln(x^2+1)$.

Thể tích cần tính là $V=\int_0^1 S(x)dx=\int_0^1 x\ln(x^2+1)dx=\ln 2-\dfrac{1}{2}$ (*Chú ý:* Sử dụng MTCT để kiểm tra kết quả).

Câu 39: Đáp án C.

Từ giả thiết, ta có phương trình chính tắc của elip là:

$$\frac{x^2}{8^2}+\frac{y^2}{5^2}=1\Leftrightarrow\frac{x^2}{64}+\frac{y^2}{25}=1\Leftrightarrow y=\pm 5\sqrt{1-\frac{x^2}{64}}$$



Do trục tung và trục hoành chia hình elip thành bốn phần bằng nhau, nên diện tích hình elip là $S_e=2S$. Trong đó S là diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=0, y=5\sqrt{1-\dfrac{x^2}{64}}$.

Suy ra $S_e=2\int_{-8}^{8}5\sqrt{1-\dfrac{x^2}{64}}=\dfrac{5}{4}\int_{-8}^{8}\sqrt{64-x^2}$

Đặt $x=8\sin t, t\in\left[-\dfrac{\pi}{2};\dfrac{\pi}{2}\right]\Rightarrow dx=8\cos tdt$. Đổi cận $x=-8\Rightarrow t=-\dfrac{\pi}{2}; x=8\Rightarrow t=\dfrac{\pi}{2}$.

STUDY TIPS

Phương trình chính tắc của elip là $\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1$. Trong đó 2a, 2b lần lượt là độ dài trục lớn, trục bé.

Khi đó $S_e=\dfrac{5}{4}\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}}\sqrt{64-64\sin^2 x}.8\cos tdt=80\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}}\cos^2 tdt=40\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}}(1+\cos 2t)dt$

$=40\left(t+\dfrac{1}{2}\sin 2t\right)\Big|_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}}=40\pi\,(m^2)$.

Diện tích hình tròn đường kính bằng 8m là $S_t = \pi.4^2 = 16\pi\left(m^2\right)$.

Vậy diện tích phần thả cá là $S_c = S_e - S_t = 40\pi - 16\pi = 24\pi\left(m^2\right)$ và số cá thả vào khuôn viên đó là $24\pi.5 \approx 377$ con.

STUDY TIPS

Công thức tính diện tích của hình elip khi biết độ dài trục lớn 2a và độ dài trục bé 2b là $S = \pi ab$ (chứng minh bằng cách dùng ứng dụng của tích phân).

Câu 40: Đáp án D.

Giả thiết tương đương với $\left|z^2+4\right|^2 = 4|z|^2 \Leftrightarrow \left(z^2+4\right)\left(\overline{z}^2+4\right) = 4z\overline{z}$

$\Leftrightarrow z^2.\overline{z}^2 + 4z^2 + 4\overline{z}^2 + 16 = 4z\overline{z} \Leftrightarrow \left(z\overline{z}-2\right)^2 + 4\left(z^2+\overline{z}^2\right) + 12 = 0$

$\Leftrightarrow -4\left(z^2+\overline{z}^2\right) - 12 = \left(|z|^2-2\right)^2$.

Đặt $z = a+bi$ thì $z^2 = a^2-b^2+2abi$; $\overline{z}^2 = a^2-b^2-2abi$. Suy ra $z^2+\overline{z}^2 = 2\left(a^2-b^2\right)$.

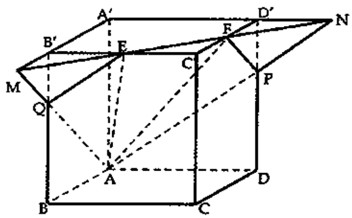
Vậy $P = -4\left(z^2+\overline{z}^2\right) - 12 = \left(|z|^2-2\right)^2$.

STUDY TIPS

Cho hai số phức z_1, z_2. Ta có:

1. $\overline{z_1+z_2} = \overline{z_1} + \overline{z_2}$.
2. $|z|^2 = z.\overline{z}$.

Câu 41: Đáp án A.



Đường thẳng EF cắt $A'D'$ và $A'B'$ tại N, M; AN cắt DD' tại P, AM cắt BB' tại Q. Khi đó thiết diện của hình lập phương khi cắt bởi mặt phẳng (AEF) là ngũ giác $APFEQ$.

Từ giả thiết ta có $V_1 = V_{A'B'D'APFEQ}$ và $V_2 = V_{ABCDC'PFEQ}$.

Gọi $V = V_{ABCD.A'B'C'D'}$; $V_3 = V_{A.A'MN}$; $V_4 = V_{PFD'N}$; $V_5 = V_{QMB'E}$.

Do tính đối xứng của hình lập phương nên $V_4 = V_5$.

Nhận thấy

$$V_3 = \frac{1}{6}AA'.A'M.A'N = \frac{1}{6}a.\frac{3a}{2}.\frac{3a}{2} = \frac{3a^3}{8} \text{ (đvtt).}$$

$$V_4 = \frac{1}{6}.D'P.D'F.D'N = \frac{1}{6}.\frac{a}{3}.\frac{a}{2}.\frac{a}{2} = \frac{a^3}{72} \text{ (đvtt).}$$

$$V_1 = V_3 - 2V_4 = \frac{3a^3}{8} - 2.\frac{a^3}{72} = \frac{25a^3}{72} \text{ (đvtt);}$$

$$V_2 = V - V_1 = a^3 - \frac{25a^3}{72} = \frac{47a^3}{72} \text{ (đvtt).}$$

Vậy $\dfrac{V_1}{V_2} = \dfrac{25}{47}$.

Câu 42: Đáp án B.

Các phương trình $(Oxy): z = 0; (Oyz): x = 0; (Oxz): y = 0$. Giả sử $M\left(x_M; y_M; 0\right)$, $N\left(x_N; 0; z_N\right)$, $P\left(0; y_P; z_P\right)$. Theo giả thiết ta có M là trung điểm của AN nên ta có $M\left(\dfrac{6+x_N}{2}; -\dfrac{3}{2}; \dfrac{4+z_N}{2}\right)$. Do $z_M = 0$ nên $\dfrac{4+z_N}{2} = 0 \Leftrightarrow z_N = -4 \Rightarrow M\left(x_M; -\dfrac{3}{2}; 0\right)$ và $N\left(x_N; 0; -4\right)$.

Lại có N là trung điểm của MP nên $N\left(\dfrac{x_M}{2}; \dfrac{2y_P-3}{4}; \dfrac{z_P}{2}\right)$.

Mà $\begin{cases} y_N = 0 \\ z_N = -4 \end{cases}$ nên $\begin{cases} \dfrac{2y_P-3}{4} = 0 \\ \dfrac{z_P}{2} = -4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y_P = \dfrac{3}{2} \\ z_P = -8 \end{cases}$ Khi đó $P\left(0; \dfrac{3}{2}; -8\right)$.

Từ $\begin{cases} x_M = \dfrac{6+x_N}{2} \\ x_N = \dfrac{x_M}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x_M - x_N = 6 \\ x_M - 2x_N = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_M = 4 \\ x_N = 2 \end{cases}$. Vậy $M\left(4;-\dfrac{3}{2};0\right), N(2;0;-4)$.

Mặt khác $\overrightarrow{AB} = 2\overrightarrow{AN} \Leftrightarrow \begin{cases} x_B - 6 = 2(2-6) \\ y_B + 3 = 2(0+3) \\ z_B - 4 = 2(-4-4) \end{cases} \Rightarrow B(-2;3;-12) \Rightarrow \begin{cases} a=-2 \\ b=3 \\ c=-12 \end{cases}$.

Vậy $a+b+c=-2+3-12=-11$.

Câu 43: Đáp án B.

STUDY TIPS

1. Nếu ba số a,b,c theo thứ tự lập thành một cấp số cộng thì $a+c=2b$.
2. Nếu ba số a,b,c theo thứ tự lập thành một cấp số nhân thì $b^2=ac$.

Từ giả thiết ta có $\begin{cases} b^2 = ac \\ a+c = 2(b+8) \\ (b+8)^2 = a(c+64) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b^2 = ac \\ a+c = 2(b+8) \\ (b+8)^2 = b^2 + 64a \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b^2 = ac \\ c = 7a+8 \\ b = 4a-4 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} (4a-4)^2 = a(7a+8) \\ c = 7a+8 \\ b = 4a-4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 9a^2 - 40a + 16 = 0 \\ c = 7a+8 \\ b = 4a-4 \end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} a=4; b=12; c=36 \\ a=\dfrac{4}{9}; b=-\dfrac{20}{9}; \dfrac{100}{9} \end{array}\right.$

Do a,b,c tạo thành một dãy số tăng nên $a=4; b=12; c=36$.

Suy ra $a-b+2c = 4-12+2.36 = 64$.

Câu 44: Đáp án A.

STUDY TIPS

Phân tích đề bài: Yêu cầu bài toán tương đương với hai phương trình $f'(x)=0$, $g'(x)=0$ có ít nhất một nghiệm chung. Do phương trình $f'(x)=0, g'(x)=0$ có bậc hai nên nếu có hai nghiệm trùng nhau thì $f'(x)=kg'(x)$ với $k\in\mathbb{R}$, $k\neq 0$, điều này vô lý vì hệ số tự do trong hai phương trình này không tỉ lệ với nhau.

Xét hệ phương trình $\begin{cases} f'(x) = 3x^2 + 6ax + 3 = 0\,(*) \\ g'(x) = 3x^2 + 6bx + 9 = 0 \end{cases} \Rightarrow 6x(a-b) = 6 \Leftrightarrow x = \dfrac{1}{a-b}$.

Áp dụng công thức nghiệm cho phương trình $(*)$ ta có $x=-a\pm\sqrt{a^2-1}$ với $a\in(-\infty;-1)\cup(1;+\infty)$.

* <u>**Trường hợp 1:**</u> $x=-a+\sqrt{a^2-1}$.

Ta có $\dfrac{1}{a-b} = -a+\sqrt{a^2-1} \Leftrightarrow b = a + \dfrac{1}{a-\sqrt{a^2-1}} = 2a+\sqrt{a^2-1}$

Suy ra $P=|a|+2|b|=|a|+\left|4a+2\sqrt{a^2-1}\right| \geq \left|5a+2\sqrt{a^2-1}\right|$

Xét hàm số $f(x)=5x+2\sqrt{x^2-1}, x\in(-\infty;-1)\cup(1;+\infty)$.

Đạo hàm $f'(x) = 5+\dfrac{2x}{\sqrt{x^2-1}}; f'(x)=0 \Leftrightarrow 5\sqrt{x^2-1} = -2x \Leftrightarrow \begin{cases} x\leq 0 \\ 25(x^2-1) = 4x^2 \end{cases}$

$\Leftrightarrow x = -\dfrac{5}{\sqrt{21}}$ (thỏa mãn).

Lại có $f\left(-\dfrac{5}{\sqrt{21}}\right) = -\sqrt{21} \Rightarrow P \geq \sqrt{21}$ (lập bảng biến thiên của hàm số $|f(x)|$).

* <u>**Trường hợp 2:**</u> Tương tự, ta tìm được $P\geq\sqrt{21}$.

Câu 45: Đáp án D.

STUDY TIPS

Cho hai hàm f, g liên tục trên K. Khi đó ta có:

1. $\max\{f,g\} = \dfrac{f+g+|f-g|}{2}$.
2. $\min\{f,g\} = \dfrac{f+g-|f-g|}{2}$.

<u>**Cách 1:**</u> Ta có $x^3 = x \Leftrightarrow x(x-1)(x+1) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=\pm 1 \end{array}\right.$. Do $x\in[0;2]$ nên $\left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=1 \end{array}\right.$.

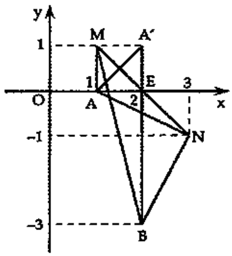
Xét dấu, ta được $x^3-x<0, \forall x\in(0;1)$ và $x^3-x>0, \forall x\in(1;2)$. Suy ra $\max\limits_{[0;1]}\{x,x^3\} = x$ và $\max\limits_{[1;2]}\{x,x^3\} = x^3$.

Vậy $\int_0^2 \max\{x,x^3\}dx = \int_0^1 xdx + \int_1^2 x^3dx = \frac{17}{4}$.

<u>Cách 2:</u> $\int_0^2 \max\{x,x^3\}dx = \int_0^2 \frac{x^3+x+|x^3-x|}{2}dx = \int_0^1 xdx + \int_1^2 x^3dx = \frac{17}{4}$.

Câu 46: Đáp án B.

Số phức $z_1 = 1$ có điểm biểu diễn là $A(1;0)$, số phức $z_2 = 2-3i$ có điểm biểu diễn là $B(2;-3)$.



Gọi $E(x;y)$ là điểm biểu diễn của số phức z, khi đó $z = x+yi,(x,y\in\mathbb{R})$.

Suy ra $P = |(x-1)+yi| + |(x-2)+(y+3)i| = \sqrt{(x-1)^2+y^2} + \sqrt{(x-2)^2+(y+3)^2}$

$\Rightarrow P = EA + EB$.

Mặt khác $|z-1-i| + |z-3+i| = 2\sqrt{2} \Leftrightarrow |(x-1)+(y-1)i| + |(x-3)+(y+1)i| = 2\sqrt{2}$

$\Leftrightarrow \sqrt{(x-1)^2+(y-1)^2} + \sqrt{(x-3)^2+(y+1)^2} = 2\sqrt{2}$ $(*)$

Gọi $M(1;1), N(3;-1)$ thì $EM + EN = 2\sqrt{2} = MN \Rightarrow$ Điểm E thuộc đoạn MN.

Ta có phương trình đường thẳng MN là $x+y-2=0$ với $x\in[1;3]$.

<u>Bài toán trở thành:</u> Cho điểm E thuộc đoạn MN. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $P = EA + EB$.

Đặt $f(x) = x+y-2$. Ta có $\begin{cases} f(1;0) = 1+0-2 = -1 \\ f(2;-3) = 2-3-2 = -3 \end{cases} \Rightarrow f(1;0).f(2;-3) = 3 > 0$. Suy ra hai điểm A,B nằm về cùng một phía đối với MN. Gọi A' là điểm đối xứng với A qua MN thì $A'(2;1)$. Khi đó $P = EA + EB = EA' + EB \geq A'B = 4$.

Dấu "=" xảy ra khi và chỉ khi $E \in A'B \Rightarrow E = A'B \cap MN \Rightarrow E(2;0)$ hay $z=2$.

Do điểm E luôn thuộc đoạn thẳng MN nên $P = EA + EB$ đạt giá trị lớn nhất khi $E \equiv M$ hoặc $E \equiv N$.

Có $\begin{cases} MA + MB = 1+\sqrt{17} \\ NA + NB = 2\sqrt{5} \end{cases} \Rightarrow MA + MB > NA + NB \Rightarrow \max P = MA + MB = 1+\sqrt{17}$.

Vậy $M = 1+\sqrt{17}, m = 4 \Rightarrow S = M + m = 5+\sqrt{17}$.

Câu 47: Đáp án A.

Giả sử mặt cầu (S) có tâm $I(a;0;0)\in Ox$, bán kính $R>0$. Khi đó phương trình mặt cầu (S) là $(x-a)^2 + y^2 + z^2 = R^2$.

Gọi H, K lần lượt là hình chiếu của I trên (P) và (Q), khi đó:

$IH = d(I;(P)) = \frac{|a+1|}{\sqrt{6}}$ và $IK = d(I;(Q)) = \frac{|2a-1|}{\sqrt{6}}$.

Do $IH^2 + 4 = R^2$ và $IK^2 + r^2 = R^2$ nên $\begin{cases} \frac{(a+1)^2}{6} + 4 = R^2 \\ \frac{(2a-1)^2}{6} + r^2 = R^2 \end{cases}$

$\Rightarrow \frac{(a+1)^2}{6} + 4 = \frac{(2a-1)^2}{6} + r^2 \Leftrightarrow (a+1)^2 + 24 = (2a-1)^2 + 6r^2$

STUDY TIPS

Cho mặt cầu (S) có tâm I, bán kính R. Mặt phẳng (α) cắt mặt cầu (S) theo giao tuyến là một đường tròn bán kính bằng r thì:

$R^2 = d^2(I;(\alpha)) + r^2$.

$\Leftrightarrow a^2-2a+2r^2-8=0\ (*)$.

Để có duy nhất một mặt cầu (S) thì phương trình $(*)$ phải có một nghiệm

$\Leftrightarrow \Delta'=1-\left(2r^2-8\right)=0 \Leftrightarrow r^2=\dfrac{9}{2}$. Do $r>0$ nên $r=\dfrac{3}{\sqrt{2}}$.

Câu 48: Đáp án D.

Phương trình tương đương với $2017^{\sin x}=\sin x+\sqrt{1+\sin^2 x}$.

Đặt $t=\sin x, t\in[-1;1]$ thì phương trình trở thành $2017^t=t+\sqrt{1+t^2}$.

$\Leftrightarrow t.\ln 2017-\ln\left(t+\sqrt{1+t^2}\right)=0$, do $t+\sqrt{1+t^2}>\sqrt{t^2}+t=|t|+t\ge 0, \forall t$.

Xét hàm số $f(t)=t.\ln 2017-\ln\left(t+\sqrt{1+t^2}\right)$ trên $[-1;1]$.

Đạo hàm $f'(t)=\dfrac{\sqrt{t^2+1}.\ln 2017-1}{\sqrt{1+t^2}}>\dfrac{\ln 2017-1}{\sqrt{1+t^2}}>0, \forall t\in[-1;1]$.

Suy ra hàm số $f(t)$ đồng biến trên $[-1;1]$. Mà $f(0)=0$ nên phương trình $f(t)=0$ có duy nhất một nghiệm $t=0$.

Như vậy $\sin x=0 \Leftrightarrow x=k\pi, (k\in\mathbb{Z})$. Vì $x\in[-5\pi;2017\pi]$ nên $-5\le k\le 2017$.

Vậy có $2017-(-5)+1=2023$ giá trị k nên phương trình đã cho có 2023 nghiệm thực trên $[-5\pi;2017\pi]$.

Câu 49: Đáp án B.

* Đa giác lồi (H) có 22 cạnh nên cũng có 22 đỉnh. Số tam giác có 3 đỉnh là đỉnh của đa giác (H) là $C_{22}^3=1540$ (tam giác).

Suy ra số phần tử của không gian mẫu Ω là $n(\Omega)=C_{1540}^2$.

* Số tam giác có một cạnh là cạnh của đa giác (H) là $22.18=396$ (tam giác).

Số tam giác có hai cạnh là cạnh của đa giác (H) là 22 (tam giác).

Số tam giác không có cạnh nào là cạnh của đa giác (H) là $1540-396-22=1122$ (tam giác).

Gọi A là biến cố "Hai tam giác được chọn có có 1 cạnh là cạnh của đa giác (H) và 1 tam giác không có cạnh nào là cạnh của đa giác (H)".

Số phần tử của A là $n(A)=C_{396}^1.C_{1122}^1$.

* Vậy xác suất cần tìm là $P(A)=\dfrac{n(A)}{n(\Omega)}=\dfrac{C_{396}^1.C_{1122}^1}{C_{1540}^2}=\dfrac{748}{1995}\approx 0,375$.

Câu 50: Đáp án B.

Xác định tâm mặt cầu ngoại tiếp hình chóp A.BCHK

Gọi E,F lần lượt là trung điểm của AC và AB. Trong mặt phẳng (ABC), kẻ các đường thẳng d,d' lần lượt vuông góc với AC và AB tại E,F. Do $DA\perp d, DA\perp d'$ $\left(\text{do } DA\perp(ABC)\right)$ nên $d\perp(DAC), d'\perp(DAB)$. Gọi I là giao điểm của d,d' thì I chính là tâm của mặt cầu chứa hai đường tròn ngoại tiếp hai tam giác AHC, AKC. Hay nói cách khác, I là tâm mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $A.BCHK$, bán kính $R=IA$ cũng chính là bán kính đường tròn ngoại tiếp ΔABC $(\text{do } IA=IB=IC)$.

STUDY TIPS

Để xác định tâm mặt cầu ngoại tiếp một hình chóp, ta tìm giao điểm của hai đường thẳng vuông góc với hai mặt bên (bất kì) tại tâm đường tròn ngoại tiếp hai mặt bên đó.

*** Một số hệ thức lượng cần nhớ trong tam giác**

Cho ΔABC, gọi AH là đường cao $(H \in BC)$. R, r lần lượt là bán kính đường tròn ngoại tiếp và đường tròn nội tiếp tam giác, p là nửa chu vi. Kí hiệu $BC = a, AC = b, AB = c$, diện tích $S_{\Delta ABC} = S$.

1. Định lý cosin: $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\cos A; b^2 = a^2 + c^2 - 2ac\cos B; c^2 = a^2 + b^2 - 2ab\cos C.$

2. Định lý sin: $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R.$

3. Độ dài trung tuyến xuất phát từ các đỉnh A,B,C (Kí hiệu lần lượt là m_a, m_b, m_c):

$$m_a^2 = \frac{b^2+c^2}{2} - \frac{a^2}{4};\ m_b^2 = \frac{a^2+c^2}{2} - \frac{b^2}{4};\ m_c^2 = \frac{a^2+b^2}{2} - \frac{c^2}{4}.$$

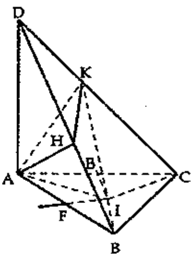
4. Các công thức tính diện tích tam giác:

$$\begin{cases} S = \frac{1}{2}a.h_a = \frac{1}{2}b.h_b = \frac{1}{2}c.h_c \\ S = \frac{1}{2}bc\sin A = \frac{1}{2}ac\sin B = \frac{1}{2}ab\sin C \\ S = \frac{abc}{4R} = pr = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}. \end{cases}$$

5. Định lý tang: $\frac{a-b}{a+b} = \frac{\tan\frac{A-B}{2}}{\tan\frac{A+B}{2}};\ \frac{b-c}{b+c} = \frac{\tan\frac{B-C}{2}}{\tan\frac{B+C}{2}};\ \frac{c-a}{c+a} = \frac{\tan\frac{C-A}{2}}{\tan\frac{C+A}{2}}.$

6. Định lý cotang: $\cot A = \frac{b^2+c^2-a^2}{4S};\ \cot B = \frac{a^2+c^2-b^2}{4S};\ \cot C = \frac{a^2+b^2-c^2}{4S}.$

$\longrightarrow \cot A + \cot B + \cot C = \frac{a^2+b^2+c^2}{4S}.$



*** Phân tích dữ kiện đề bài:**

$$\frac{\cot A + \cot B + \cot C}{2} = \frac{BC}{AB.AC} + \frac{CA}{BA.BC} + \frac{AB}{CA.CB}$$

$$\Leftrightarrow \frac{AB^2 + BC^2 + CA^2}{8S_{\Delta ABC}} = \frac{BC^2 + CA^2 + AB^2}{AB.AC.BC} \Leftrightarrow 8S_{\Delta ABC} = AB.AC.BC$$

$$\Leftrightarrow 8.\frac{AB.AC.BC}{4R} = AB.AC.BC \Leftrightarrow R = 2 = IA$$

Vậy thể tích mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $A.BCHK$ là:

$$V = \frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{4}{3}\pi.2^3 = \frac{32\pi}{3} \text{ (đvtt).}$$

ĐỀ THỬ SỨC SỐ 11

Câu 1: Cho hình thang $ABCD$ có $AB//CD$, $AB=8$, $CD=4$. Gọi I là giao điểm của hai đường chéo và J là giao điểm của hai cạnh bên. Phép biến hình biến vectơ $\overrightarrow{AB}$ thành vectơ $\overrightarrow{CD}$ là phép vị tự nào sau đây?

A. $V_{\left(I;\frac{1}{2}\right)}$. B. $V_{\left(J;\frac{1}{2}\right)}$. C. $V_{\left(I;-\frac{1}{2}\right)}$. D. $V_{\left(J;-\frac{1}{2}\right)}$.

Câu 2: Một hình chóp cụt có đáy là n giác thì hình chóp đó có số mặt và số cạnh là

A. $n+2$ mặt, $3n$ cạnh. B. $n+2$ mặt, $2n$ cạnh. C. $n+2$ mặt, n cạnh. D. n mặt, $3n$ cạnh.

Câu 3: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Xác định các điểm M, N tương ứng trên các đoạn AC' và $B'D'$ sao cho $MN//BA'$ và tính tỉ số $\dfrac{MA}{MC'}$.

A. 1. B. 2. C. 3. D. 4.

Câu 4: Cho tứ diện đều $ABCD$, M là trung điểm BC. Tính cosin của góc giữa hai đường thẳng AB và DM?

A. $\dfrac{\sqrt{3}}{6}$. B. $\dfrac{\sqrt{2}}{2}$. C. $\dfrac{\sqrt{3}}{2}$. D. $\dfrac{1}{2}$.

Câu 5: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật với $AB=a$, $AD=a\sqrt{2}$. Gọi H là trung điểm của cạnh AB. Tam giác SAB cân tại S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Góc giữa hai mặt phẳng (SAC) và $(ABCD)$ là $60°$. Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng CH và SD.

A. $\dfrac{2a\sqrt{5}}{5}$. B. $\dfrac{2a\sqrt{10}}{5}$. C. $\dfrac{a\sqrt{5}}{5}$. D. $\dfrac{2a\sqrt{2}}{5}$.

Câu 6: Phương trình $16\cos x.\cos 2x.\cos 4x.\cos 8x=1$ có tập nghiệm trùng với tập nghiệm phương trình nào sau đây?

A. $\sin x=0$. B. $\sin x=\sin 8x$. C. $\sin x=\sin 16x$. D. $\sin x=\sin 32x$.

Câu 7: Cho $x,y\in\left(0;\frac{\pi}{2}\right)$ thỏa mãn $\cos 2x+\cos 2y+2\sin(x+y)=2$. Tìm giá trị nhỏ nhất của $P=\dfrac{\sin^4 x}{y}+\dfrac{\cos^4 y}{x}$.

A. $\min P=\dfrac{3}{\pi}$. B. $\min P=\dfrac{2}{\pi}$. C. $\min P=\dfrac{2}{3\pi}$. D. $\min P=\dfrac{5}{\pi}$.

Câu 8: Một ban giám khảo gồm 2 giáo viên Văn và 3 giáo viên Toán được chọn từ tổ Văn 5 giáo viên và tổ Toán 6 giáo viên. Hỏi có bao nhiêu cách chọn?

A. 200. B. 30. C. 140. D. 2400.

Câu 9: Cho tập hợp các chữ số $\{1;2;3;4;5;6\}$. Từ chúng có thể viết được bao nhiêu số tự nhiên gồm 5 chữ số khác nhau, tính tổng của tất cả các số đó?

A. 27999720. B. 27979701. C. 39277712. D. 35564120.

Câu 10: Có 6 quả cầu giống hệt nhau được đánh số từ 1 đến 6. Lấy ngẫu nhiên ra lần lượt 4 quả xếp thành một dãy. Tìm xác suất để tổng các chữ số là 10 và dãy số khác với dãy 1234.

A. $\dfrac{23}{360}$. B. $\dfrac{1}{15}$. C. $\dfrac{17}{360}$. D. $\dfrac{1}{3}$.

Câu 11: Cho cấp số cộng (u_n) có $u_1=1$ và tổng 100 số hạng đầu là 24850. Tính tổng $S=\dfrac{1}{u_1u_2}+\dfrac{1}{u_2u_3}+\ldots+\dfrac{1}{u_{49}u_{50}}$.

A. $S=124$. B. $S=\dfrac{4}{23}$. C. $S=\dfrac{49}{246}$. D. $S=\dfrac{17}{246}$.

Câu 12: Tính giới hạn $\lim \dfrac{1+3+5+...+(2n+1)}{3n^2+4}$.

A. 0. B. $\dfrac{1}{3}$. C. $\dfrac{2}{3}$. D. 1.

Câu 13: Cho hàm số $y=f(x)-\cos^2 x$ với $f(x)$ là hàm liên tục trên $\mathbb{R}$. Trong các biểu thức dưới đây, biểu thức nào xác định $f(x)$ thỏa mãn $y'=1\ \forall x$.

A. $x+\dfrac{1}{2}\cos 2x$. B. $x-\dfrac{1}{2}\cos 2x$. C. $x-\sin 2x$. D. $x+\sin 2x$.

Câu 14: Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ với bảng xét dấu đạo hàm như sau:

x	$-\infty$		-2		0		3		$+\infty$
$f'(x)$		+	0	−	0	−	0	+	

Số điểm cực trị của hàm số là

A. 0. B. 1. C. 2. D. 3.

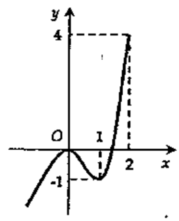
Câu 15: Hàm số nào không có giá trị nhỏ nhất và giá trị lớn nhất trên đoạn $[-3;1]$?

A. $y=x^3+2$. B. $y=x^4+x^2$. C. $y=\dfrac{x-1}{x+1}$. D. $y=\dfrac{x+1}{x-2}$.

Câu 16: Tìm m để hàm số $y=\dfrac{x^2-4x}{2(x+m)}$ đồng biến trên $[1;+\infty)$.

A. $m\in\left(-4;\dfrac{1}{2}\right]\backslash\{0\}$. B. $m\in\left[-4;\dfrac{1}{2}\right]$. C. $m\in\left[0;\dfrac{1}{2}\right]$. D. $m\in\left(-\dfrac{1}{2};\dfrac{1}{2}\right]$

Câu 17: Hình bên là đồ thị hàm số $y=2x^3-3x^2$. Sử dụng đồ thị của hàm số đã cho tìm tất cả các giá trị của m để phương trình $16|x|^3-12x^2(x^2+1)=m(x^2+1)^3$ có nghiệm.



A. Với mọi m.

B. $-1\le m\le 4$.

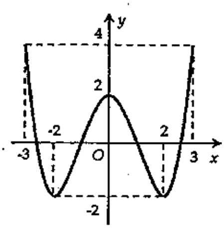
C. $-1\le m\le 0$.

D. $1\le m\le 4$.

Câu 18: Đồ thị hàm số $y=\dfrac{x^2+1}{x^2-|x|-2}$ có bao nhiêu đường tiệm cận?

A. 1. B. 2. C. 3. D. 4.

Câu 19: Hãy xác định các hệ số a, b, c để hàm số $y=ax^4+bx^2+c$ có đồ thị như vẽ.



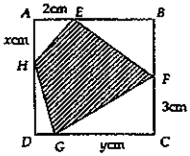
A. $a=-4$, $b=-2$, $c=2$.

B. $a=\dfrac{1}{4}$, $b=-2$, $c=2$.

C. $a=4$, $b=2$, $c=-2$.

D. $a=\dfrac{1}{4}$, $b=2$, $c=2$.

Câu 20: Cho một tấm nhôm hình vuông có cạnh $6m$. Người ta cắt ra một hình thang như hình vẽ. Tìm tổng $x+y$ để diện tích hình thang $EFGH$ đạt giá trị nhỏ nhất.



A. 7. B. 5.

C. $\frac{7\sqrt{2}}{2}$. D. $4\sqrt{2}$.

Câu 21: Tập xác định của hàm số $y=\frac{2}{\log_4 x-3}$ là

A. $D=(0;64)\cup(64;+\infty)$. B. $D=(-\infty;64)\cup(64;+\infty)$.

C. $D=(0;+\infty)$. D. $D=(64;+\infty)$.

Câu 22: Cho x, y, z là các số thực thỏa mãn $2^x=3^y=6^z$. Rút gọn $P=xy+yz+zx$.

A. $P=0$. B. $P=xy$. C. $P=2xy$. D. $P=3xy$.

Câu 23: Cho $a=\log_2 5$. Ta phân tích được $\log_4 1000=\frac{ma+n}{k}$ $(m,n,k\in\mathbb{Z})$. Tính $m^2+n^2+k^2$.

A. 13. B. 10. C. 22. D. 14.

Câu 24: Phương trình $3^{2x+1}-4.3^x+1=0$ có nghiệm x_1, x_2 với $x_1<x_2$. Chọn phát biểu đúng?

A. $x_1.x_2=-1$. B. $2x_1+x_2=0$. C. $x_1+2x_2=-1$. D. $x_1+x_2=2$.

Câu 25: Tìm tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $f(x)=\frac{4^{\sin x}+6^{m+\sin x}}{9^{\sin x}+4^{1+\sin x}}$ có giá trị lớn nhất không nhỏ hơn $\frac{1}{3}$.

A. $m\ge\log_6\frac{2}{3}$. B. $m\ge\log_6\frac{13}{18}$. C. $m\le\log_6 3$. D. $m\le\log_6\frac{2}{3}$.

Câu 26: Tìm tất cả các giá trị của m để phương trình $\log_{\frac{3}{2}}|x-2|-\log_{\frac{2}{3}}(x+1)=m$ có 3 nghiệm phân biệt?

A. $m>3$. B. $m<2$. C. $m>0$. D. $m=2$.

Câu 27: Cho biết sự tăng dân số được tính theo công thức $S(t)=S(0).e^{rt}$ trong đó $S(0)$ là dân số của năm lấy làm mốc, $S(t)$ là dân số sau t năm, r là tỉ lệ tăng dân số hàng năm. Đầu năm 2010, dân số tỉnh A là 1038229 người, tính đến đầu năm 2015 dân số tỉnh A là 1153600 người. Hỏi nếu tỉ lệ tăng dân số hàng năm giữ nguyên thì đầu năm 2025 dân số tỉnh A khoảng bao nhiêu người?

A. 1424000 người. B. 1424117 người. C. 1424337 người. D. 1424227 người.

Câu 28: Nếu $F(x)$ là nguyên hàm của hàm số $f(x)=\frac{1}{\sin^2 x}$ và đồ thị hàm số $y=F(x)$ đi qua điểm $M\left(\frac{\pi}{6};0\right)$ thì $F(x)$ là

A. $F(x)=\frac{\sqrt{3}}{3}-\cot x$. B. $F(x)=-\frac{\sqrt{3}}{3}+\cot x$. C. $F(x)=-\sqrt{3}+\cot x$. D. $F(x)=\sqrt{3}-\cot x$.

Câu 29: Biết $F(x)$ là nguyên hàm của hàm số $f(x)=4x^3-\frac{1}{x^2}+3x$ và $5F(1)+F(2)=43$. Tính $F(2)$?

A. $\frac{151}{4}$. B. 23. C. $\frac{45}{2}$. D. $\frac{86}{7}$.

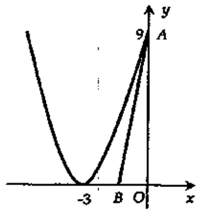
Câu 30: Tính tích phân $\int_0^{\frac{\pi}{3}}\frac{x}{\cos^2 x}dx=a\pi-b$. Phần nguyên của tổng $a+b$ là ?

A. 0. B. -1. C. 1. D. -2.

Câu 31: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên đoạn $[0;1]$ và thỏa mãn $\int_0^{\frac{1}{3}} f(x)\mathrm{d}x = 1, \int_{\frac{1}{6}}^{\frac{1}{2}} f(2x)\mathrm{d}x = 13$. Tính tích phân $I = \int_0^1 x^2 f(x^3)\mathrm{d}x$.

A. $I = 6$. B. $I = 7$. C. $I = 8$. D. $I = 9$.

Câu 32: Xét hình phẳng (H) được giới hạn bởi các đường thẳng $y = 0, x = 0$ và đường $y = (x+3)^2$. Gọi $A(0;9), B(b;0)$ $(-3 < b < 0)$. Tìm giá trị của b để đoạn thẳng AB chia (H) thành hai phần có diện tích bằng nhau?



A. $b = -2$. B. $b = -\frac{1}{2}$.

C. $b = -1$. D. $b = -\frac{3}{2}$.

Câu 33: Một tàu lửa đang chạy với vận tốc 200 m/s thì người lái tàu đạp phanh. Từ thời điểm đó, tàu chuyển động chậm dần đều với vận tốc $v(t) = 200 + at\ (m/s)$, trong đó t là khoảng thời gian tính bằng giây kể từ lúc bắt đầu đạp phanh và a là gia tốc. Biết rằng khi đi được 1500m thì tàu dừng. Gia tốc của tàu bằng bao nhiêu?

A. $a = \frac{40}{3}(m/s^2)$. B. $a = -\frac{200}{13}(m/s^2)$.

C. $a = -\frac{40}{3}(m/s^2)$. D. $a = -\frac{100}{3}(m/s^2)$.

Câu 34: Phần ảo của số phức $z = (2+i)^5$ là

A. 41. B. -38. C. -41. D. 38.

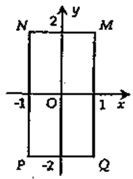
Câu 35: Cho số phức $z = a + bi;\ a, b \in \mathbb{R}$ thỏa mãn $(1+3i)z + (2+i)\bar{z} = -2 + 4i$. Tính $P = a.b$.

A. $P = 8$. B. $P = -4$. C. $P = -8$. D. $P = 4$.

Câu 36: Gọi T là tập hợp số phức z thỏa mãn $|z - i| \geq 3, |z - 1| \leq 5$. Gọi $z_1, z_2 \in T$ lần lượt là các số phức có môđun nhỏ nhất và lớn nhất. Tìm số phức $z_1 + 2z_2$?

A. $12 - 2i$. B. $-2 + 12i$. C. $6 - 4i$. D. $12 + 4i$.

Câu 37: Giả sử M, N, P, Q được cho ở hình vẽ bên là điểm biểu diễn của các số phức z_1, z_2, z_3, z_4 trên mặt phẳng tọa độ. Mệnh đề nào sau đây đúng?



A. Điểm M là điểm biểu diễn số phức $z_1 = 2 + i$.

B. Điểm Q là điểm biểu diễn số phức $z_4 = -1 + 2i$.

C. Điểm N là điểm biểu diễn số phức $z_2 = 2 - i$.

D. Điểm P là điểm biểu diễn số phức $z_3 = -1 - 2i$.

Câu 38: Hình lăng trụ có thể có số cạnh là số nào sau đây?

A. 2015. B. 2017. C. 2018. D. 2016.

Câu 39: Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB = a, AD = a\sqrt{2}, AB' = a\sqrt{5}$. Tính theo a thể tích khối hộp đã cho.

A. $V = a^3\sqrt{10}$. B. $V = \frac{2a^3\sqrt{2}}{3}$. C. $V = a^3\sqrt{2}$. D. $V = 2a^3\sqrt{2}$.

Câu 40: Cho hình tứ diện $ABCD$ có $DA=1, DA\perp(ABC)$, tam giác ABC đều và có cạnh bằng 1. Trên ba cạnh DA, DB, DC lần lượt lấy M, N, P sao cho $\frac{DM}{DA}=\frac{1}{2}, 3DN=DB, 4DP=3DC$. Khi đó thể tích khối tứ diện $MNPD$ bằng:

A. $\frac{\sqrt{3}}{12}$.   B. $\frac{\sqrt{2}}{12}$.   C. $\frac{\sqrt{3}}{96}$.   D. $\frac{\sqrt{2}}{96}$.

Câu 41: Cho hình lăng trụ đứng có đáy là tam giác đều, có thể tích V. Để diện tích toàn phần của hình lăng trụ nhỏ nhất thì cạnh đáy của lăng trụ bằng:

A. $\sqrt[3]{4V}$.   B. $\sqrt[3]{V}$.   C. $\sqrt[3]{2V}$.   D. $\sqrt[3]{6V}$.

Câu 42: Một khối nón có độ dài đường sinh là $l=13cm$ và bán kính đáy $r=5cm$. Khi đó thể tích khối nón là

A. $V=100\pi\,cm^3$.   B. $V=300\pi\,cm^3$.   C. $V=\frac{325}{3}\pi\,cm^3$.   D. $V=20\pi\,cm^3$.

Câu 43: Cho hình lăng trụ tam giác đều có tất cả các cạnh bằng a. Tính diện tích mặt cầu ngoại tiếp hình lăng trụ đó.

A. $\frac{7\pi a^2}{3}$.   B. $\frac{7\pi a^2}{2}$.   C. $\frac{7\pi a^2}{6}$.   D. $7\pi a^2$.

Câu 44: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác cân tại A với $AB=AC=a$, cạnh $SA=SB=a$ và có $(SBC)\perp(ABC)$. Tính SC để độ dài bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình chóp bằng a.

A. $SC=a$.   B. $SC=a\sqrt{2}$.   C. $SC=a\sqrt{3}$.   D. $SC=2a$.

Câu 45: Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, phương trình mặt phẳng đi qua điểm $A(1;-2;0)$ và có vectơ pháp tuyến $\vec{n}=(2;-1;3)$ là

A. $x-2y-4=0$.   B. $2x-y+3z-4=0$.   C. $2x-y+3z=0$.   D. $2x-y+3z+4=0$.

Câu 46: Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho hai đường thẳng $d_1:\begin{cases}x=2+t\\y=1-t\\z=2t\end{cases}$ và $d_2:\begin{cases}x=2-2t\\y=3\\z=t\end{cases}$.

Khoảng cách từ điểm $M(-2;4;-1)$ đến mặt phẳng cách đều hai đường thẳng d_1,d_2 là:

A. $\frac{\sqrt{15}}{15}$.   B. $\frac{2\sqrt{15}}{15}$.   C. $\frac{\sqrt{30}}{15}$.   D. $\frac{2\sqrt{30}}{15}$.

Câu 47: Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho đường thẳng $d:\frac{x-1}{m}=\frac{y+2}{2m-1}=\frac{z+3}{2}$ và mặt phẳng $(P):x+3y-2z+1=0$. Với giá trị nào của m thì đường thẳng d song song với (P)?

A. $m=1$.   B. $m=-1$.   C. $m=0$.   D. $m=2$.

Câu 48: Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho điểm $A(3;5;0)$ và mặt phẳng $(P):2x+3y-z-7=0$. Gọi điểm $H(a;b;c)$ thuộc (P) sao cho $AH\perp(P)$. Khi đó $a+b+c$ bằng:

A. 2.   B. 1.   C. 4.   D. 3.

Câu 49: Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho các mặt phẳng $(P):2x-y-z-2=0$, $(Q):x-2y+z+2=0$, $(R):x+y-2z+2=0$, $(T):x+y+z=0$. Hỏi có bao nhiêu mặt cầu có tâm thuộc (T) và tiếp xúc với $(P),(Q),(R)$?

A. 1.   B. 2.   C. 3.   D. 4.

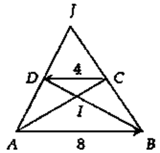
Câu 50: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho các điểm $O(0;0;0)$, $A(1;0;0)$, $B(0;1;0)$, và $C(0;0;1)$. Hỏi có bao nhiêu điểm cách đều các mặt phẳng (OAB), (OBC), (OCA), (ABC)?

A. 1.   B. 4.   C. 5.   D. 8.

ĐÁP ÁN

1.C	2.A	3.B	4.A	5.D	6.C	7.B	8.A	9.A	10.A
11.C	12.B	13.A	14.C	15.C	16.D	17.C	18.C	19.B	20.C
21.A	22.C	23.C	24.C	25.A	26.B	27.D	28.D	29.B	30.C
31.D	32.C	33.C	34.A	35.A	36.A	37.D	38.D	39.D	40.C
41.A	42.A	43.A	44.C	45.B	46.D	47.A	48.C	49.D	50.D

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

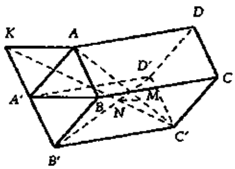


Câu 1: Đáp án C.

$\frac{AB}{CD}=\frac{1}{2}\Rightarrow\overline{CD}=-\frac{1}{2}\overline{AB}$. Vậy $V_{\left(I;-\frac{1}{2}\right)}:\overline{CD}\to\overline{AB}$

Câu 2: Đáp án A.

Câu 3: Đáp án B.



Xét phép chiếu song song lên mặt phẳng $(A'B'C'D')$ theo phương chiếu BA'.

Ta có N là ảnh của M hay $N=B'D'\cap AC'$.

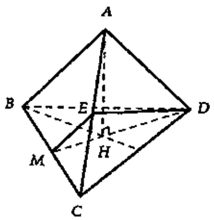
Do đó ta xác định M, N như sau:

Trên $A'B'$ kéo dài lấy điểm K sao cho $A'K=A'B$ thì $ABA'K$ là hình bình hành nên $AK//A'B$.

Gọi $N=B'D'\cap KC'$. Đường thẳng qua N và song song với AK cắt AC' tại M.

Ta có M, N là các điểm cần xác định.

Theo định lí Thales: $\frac{MA}{MC'}=\frac{NK}{NC'}=\frac{KB'}{C'D'}=2$



Câu 4: Đáp án A.

Giả sử tứ diện đều cạnh a.

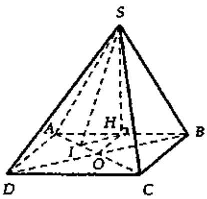
Gọi H là tâm đường tròn ngoại tiếp $\Delta BCD\Rightarrow AH\perp(BCD)$

Gọi E là trung điểm $AC\Rightarrow ME//AB\Rightarrow(AB,DM)=(ME,MD)$

Ta có $ME=\frac{a}{2}$, $ED=MD=\frac{a\sqrt{3}}{2}$

$\cos(AB,DM)=\cos(ME,MD)=\left|\cos\widehat{EMD}\right|$

$\cos\widehat{EMD}=\frac{ME^2+MD^2-ED^2}{2ME.MD}=\frac{\sqrt{3}}{6}$



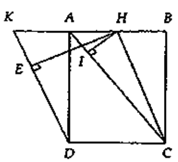
Câu 5: Đáp án D.

Ta có: $SH\perp(ABCD)$.

Gọi I là hình chiếu của H trên AC

$\Rightarrow$ Góc giữa hai mặt phẳng (SAC) và $(ABCD)$ là góc $\widehat{SIH}=60^\circ$

$\Delta ABC\backsim\Delta AIH\Rightarrow\frac{IH}{AH}=\frac{BC}{AC}\Leftrightarrow IH=\frac{a\sqrt{6}}{6}\Rightarrow SH=IH\sqrt{3}=\frac{a\sqrt{2}}{2}$



Gọi K đối xứng với H qua $A\Rightarrow CH//(SDK)$

$\Rightarrow d(CH,SD)=d(CH,(SDK))=d(H,(SDK))$

Gọi E, F lần lượt là hình chiếu của H trên DK và $SE\Rightarrow d(H,(SDK))=HF$

STUDY TIPS
Trong tam giác vuông:
$\frac{1}{h^2}=\frac{1}{b^2}+\frac{1}{c^2}\Leftrightarrow h=\frac{bc}{\sqrt{b^2+c^2}}$

$HE=2d(B,HC)=2\frac{HB.BC}{\sqrt{BH^2+BC^2}}=\frac{2a\sqrt{2}}{3}$

$\Rightarrow HF=\frac{SH.HE}{\sqrt{SH^2+HE^2}}=\frac{2a^2}{3}.\frac{3\sqrt{2}}{5a}=\frac{2a\sqrt{2}}{5}$

Câu 6: Đáp án C.

- Với $\sin x=0$ không là nghiệm của phương trình đã cho.
- Với $\sin x\neq 0$: Nhân 2 vế với phương trình đã cho với $\sin x$ ta được:

$\sin x=8\sin 2x.\cos 2x.\cos 4x.\cos 8x\Leftrightarrow \sin x=4\sin 4x.\cos 4x.\cos 8x\Leftrightarrow \sin x=\sin 16x$

Câu 7: Đáp án B.

Phương trình đã cho tương đương với $\sin^2 x+\sin^2 y=\sin(x+y)\Rightarrow x+y=\frac{\pi}{2}$

Áp dụng bất đẳng thức $\frac{a^2}{n}+\frac{b^2}{m}\geq\frac{(a+b)^2}{m+n}\Rightarrow P\geq\frac{(\sin^2 x+\sin^2 y)^2}{x+y}=\frac{2}{\pi}$.

Đẳng thức xảy ra khi $x=y=\frac{\pi}{4}$.

Câu 8: Đáp án A.

Chọn 2 giáo viên Văn trong tổ Văn: $C_5^2=10$ cách.

Chọn 3 giáo viên Toán trong tổ Toán: $C_6^3=20$ cách.

Vậy có $10.20=200$ cách.

Câu 9: Đáp án A.

Tập $\{1;2;3;4;5;6\}$ có 6 số và tạo thành có 5 vị trí. Mỗi số có 5 chữ số tạo thành một chỉnh hợp chập 5 của 6 chữ số trên: $A_6^5=720$.

Trong 720 số đó mỗi vị trí (hàng chục nghìn, nghìn, trăm, chục, đơn vị) mỗi chữ số 1, 2, 3, 4, 5, 6 có mặt $\frac{720}{6}=120$ lần. Tổng các chữ số: $1+2+3+4+5+6=21$.

Vậy tổng của 720 số tạo thành là $120.21.11111=27999720$

Câu 10: Đáp án A.

$n(\Omega)=A_6^4=360$. Xét $x,y,z,t\in\{1,2,3,4,5,6\}$ và $x+y+z+t=10$

Giả sử $x<y<z<t\Rightarrow 4x<10\Rightarrow x<\frac{5}{2}\Rightarrow x\leq 2$ và $y\geq x+1, z\geq x+2, t\geq x+3$

$\Rightarrow 4x+6\geq 10\Rightarrow x\geq 1$

Ta chọn được $x=1, y=2, z=3, t=4$ nên số hoán vị của 4 phần tử 4! loại đi 1234 còn lại $4!-1=23$ dãy. Vậy $P=\frac{23}{360}$.

Câu 11: Đáp án C.

STUDY TIPS
Cho cấp số cộng (u_n):
$u_n=u_1+(n-1)d$
$S_n=nu_1+\frac{n(n-1)}{2}d$
$=\frac{(u_1+u_n)n}{2}$

Ta có $S_{100}=50(2u_1+99d)\Rightarrow d=5$

$\Rightarrow 5S=\frac{5}{u_1u_2}+\frac{5}{u_2u_3}+...+\frac{5}{u_{49}u_{50}}=\frac{u_2-u_1}{u_1u_2}+\frac{u_3-u_2}{u_2u_3}+...+\frac{u_{50}-u_{49}}{u_{49}u_{50}}$

$=\frac{1}{u_1}-\frac{1}{u_2}+\frac{1}{u_2}-\frac{1}{u_3}+...+\frac{1}{u_{49}}-\frac{1}{u_{50}}=\frac{1}{u_1}-\frac{1}{u_{50}}=\frac{1}{u_1}-\frac{1}{u_1+49d}=\frac{245}{246}\Rightarrow S=\frac{49}{246}$.

Câu 12: Đáp án B.

Ta có $\lim\frac{1+3+5+...+(2n+1)}{3n^2+4}=\lim\frac{n^2}{3n^2+4}=\frac{1}{3}$

Câu 13: Đáp án A.

Ta có $y' = f'(x) + 2\sin x.\cos x = f'(x) + \sin 2x$

$y' = 1 \Leftrightarrow f'(x) + \sin 2x = 1 \Leftrightarrow f'(x) = 1 - \sin 2x \Rightarrow f(x) = x + \frac{1}{2}\cos 2x$

Câu 14: Đáp án C.

Nhận thấy $f'(x)$ đổi dấu qua $x = -2$ và $x = 3$ nên số điểm cực trị của hàm số là 2.

Câu 15: Đáp án C.

Nhận thấy hàm số $y = \frac{x-1}{x+1}$ không xác định tại $x = -1 \in [-3; 1]$

Câu 16: Đáp án D.

Tập xác định: $D = (-\infty; -m) \cup (-m; +\infty)$, $y' = \frac{x^2 + 2mx - 4m}{2(x+m)^2}$

STUDY TIPS

PT $ax^2 + bx + c = 0$ có 2 nghiệm $x_1 \le x_2 < \alpha$

$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta \ge 0 \\ (\alpha - x_1)(\alpha - x_2) \ge 0 \\ \frac{S}{2} < \alpha \end{cases}$

TH1: $[1; +\infty) \subset (-m; +\infty) \Leftrightarrow \begin{cases} \Delta' = m^2 + 4m < 0 \\ -m < 1 \end{cases} \Leftrightarrow -1 < m < 0$

TH2: $y' = 0$ có 2 nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn $x_1 \le x_2 \le 1$ và $[1; +\infty) \subset (-m; +\infty)$

$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta' = m^2 + 4m > 0 \\ \frac{-2m}{2} \le 1 \\ -m < 1 \\ (1 - x_1)(1 - x_2) \ge 0 \end{cases} \Leftrightarrow 0 \le m \le \frac{1}{2}$

Kết hợp 2 trường hợp ta được $-1 < m \le \frac{1}{2}$

Câu 17: Đáp án C.

Ta có $16|x|^3 - 12x^2(x^2+1) = m(x^2+1)^3$

$\Leftrightarrow 16\left|\frac{x}{x^2+1}\right|^3 - 12\left(\frac{x}{x^2+1}\right)^2 = m \Leftrightarrow 2\left|\frac{2x}{x^2+1}\right|^3 - 3\left(\frac{2x}{x^2+1}\right)^2 = m$

Đặt $t = \left|\frac{2x}{x^2+1}\right| \ge 0$, $0 \le t \le 1 \Rightarrow$ Phương trình $\Leftrightarrow 2t^3 - 3t^2 = m$ (*)

Xét đồ thị hàm số $y = 2x^3 - 3x^2$ với $x \in [0; 1]$ và $y = m$

Dựa vào đồ thị ta thấy phương trình đã cho có nghiệm khi (*) có nghiệm thuộc $[0; 1] \Rightarrow -1 \le m \le 0$

Câu 18: Đáp án C.

$\lim\limits_{x \to \infty} y = 1 \Rightarrow y = 1$ là tiệm cận ngang.

$\lim\limits_{x \to 2} y = \infty$; $\lim\limits_{x \to -2} y = \infty \Rightarrow x = \pm 2$ là tiệm cận đứng.

Câu 19: Đáp án B.

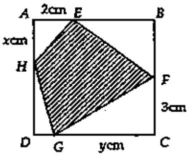
- Đồ thị có dạng W nên $a > 0$, loại A.
- Đồ thị cắt trục tung tại điểm $(0; 2) \Rightarrow c = 2$, loại C.

Đồ thị hàm số có 3 cực trị nên a, b trái dấu.

Câu 20: Đáp án C.

Ta có S_{EFGH} nhỏ nhất $\Leftrightarrow S = S_{\Delta AEH} + S_{\Delta CGF} + S_{\Delta DGH}$ lớn nhất (do $S_{\Delta BEF}$ không đổi)

$\Rightarrow 2S = 2x + 3y + (6-x)(6-y) = xy - 4x - 3y + 36$ (1)



Ta có $EFGH$ là hình thang $\Rightarrow \widehat{AEH} = \widehat{CGF} \Rightarrow \Delta AEH \backsim \Delta CGF$

$$\Rightarrow \frac{AE}{CG} = \frac{AH}{CF} \Leftrightarrow \frac{2}{y} = \frac{x}{3} \Rightarrow xy = 6 \ (2)$$

Từ (1), (2) $\Rightarrow 2S = 42 - \left(4x + \frac{18}{x}\right)$

Để $2S$ lớn nhất thì $4x + \frac{18}{x}$ nhỏ nhất.

Mà $4x + \frac{18}{x} \geq 12\sqrt{2}$. Dấu "=" khi $4x = \frac{18}{x} \Leftrightarrow x = \frac{3\sqrt{2}}{2} \Rightarrow y = 2\sqrt{2} \Rightarrow x + y = \frac{7\sqrt{2}}{2}$.

Câu 21: Đáp án A.

Câu 22: Đáp án C.

- Nếu một trong ba số bằng 0 thì $P = 0$.
- Nếu $xyz \neq 0$ ta đặt $2^x = 3^y = 6^z = k > 0 \Rightarrow 2.3 = 6$

$$\Rightarrow k^{\frac{1}{x}}.k^{\frac{1}{y}} = k^{\frac{1}{z}} \Leftrightarrow \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{z} \Rightarrow P = 2xy$$

Câu 23: Đáp án C.

$$\log_4 1000 = \log_{2^2} 10^3 = \frac{3}{2}\left(\log_2 5 + \log_2 2\right) = \frac{3}{2}(a+1) = \frac{3a+3}{2} \Rightarrow m^2 + n^2 + k^2 = 22.$$

Câu 24: Đáp án C.

Phương trình $\Leftrightarrow 3.3^{2x} - 4.3^x + 1 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 3^x = 1 \\ 3^x = \frac{1}{3} \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = -1 = x_1 \\ x = 0 = x_2 \end{array}\right. \Rightarrow x_1 + 2x_2 = -1$

Câu 25: Đáp án A.

$$f(x) = \frac{4^{\sin x} + 6^{m+\sin x}}{9^{\sin x} + 4^{1+\sin x}} = \frac{\left(\frac{2}{3}\right)^{2\sin x} + 6^m.\left(\frac{2}{3}\right)^{\sin x}}{1 + 4.\left(\frac{2}{3}\right)^{2\sin x}}, \text{ đặt } t = \left(\frac{2}{3}\right)^{\sin x}$$

$$\Rightarrow f(t) = \frac{t^2 + nt}{1 + 4t^2} \text{ với } \begin{cases} \frac{2}{3} \leq t \leq \frac{3}{2} \\ n = 6^m > 0 \end{cases}$$

Bài toán trở thành tìm $n > 0$ để $f(t) \geq \frac{1}{3}$ với $t \in \left[\frac{2}{3}; \frac{3}{2}\right]$

$$f(t) \geq \frac{1}{3} \Leftrightarrow \frac{t^2 + nt}{1 + 4t^2} \geq \frac{1}{3} \Leftrightarrow n \geq \frac{t}{3} + \frac{1}{3t}$$

Xét $g(t) = \frac{t}{3} + \frac{1}{3t}$ trên đoạn $\left[\frac{2}{3}; \frac{3}{2}\right]$ có $\min\limits_{\left[\frac{2}{3}; \frac{3}{2}\right]} g(t) = g(1) = \frac{2}{3}$

Theo bài ra $\Rightarrow g(t) \leq n$ phải có nghiệm trên $\left[\frac{2}{3}; \frac{3}{2}\right]$

$$\Leftrightarrow n \geq \min_{\left[\frac{2}{3}; \frac{3}{2}\right]} g(t) \Leftrightarrow n \geq \frac{2}{3} \Leftrightarrow m \geq \log_6 \frac{2}{3}$$

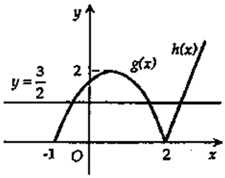
Câu 26: Đáp án B.

Điều kiện: $-1 < x \neq 2$

STUDY TIPS

Bất phương trình $f(x) \geq m$ có nghiệm trên đoạn $[a;b]$ $\Rightarrow m \leq \min\limits_{[a;b]} f(x)$

$\Rightarrow f(x) \leq m$ có nghiệm trên $[a;b] \Rightarrow m \geq \max\limits_{[a;b]} f(x)$



Phương trình đã cho $\Leftrightarrow \log_{\frac{3}{2}}\left[|x-2|(x+1)\right]=m \Leftrightarrow |x-2|(x+1)=\left(\frac{3}{2}\right)^m$ (*)

Xét hàm số $f(x)=|x-2|(x+1)$ với $x\in(-1;2)\cup(2;+\infty)$

$$f(x)=\begin{cases} h(x)=x^2-x-2 & \text{khi } x>2 \\ g(x)=-x^2+x+2 & \text{khi } -1<x<2 \end{cases}$$

Dựa vào đồ thị để phương trình (*) có 3 nghiệm phân biệt

$$\Leftrightarrow 0<\left(\frac{3}{2}\right)^m<\max_{(-1;2)} g(x)=\frac{9}{4}\Leftrightarrow m<2$$

Câu 27: Đáp án D.

$S(0)=S(2010)$. Theo giả thiết $\begin{cases} S(2015)=S(2010).e^{5r} \\ S(2015)=S(2010).e^{15r} \end{cases} \Rightarrow e^{5r}=\dfrac{S(2015)}{S(2010)}$

$$\Rightarrow S(2015)=S(2010).\left[\frac{S(2015)}{S(2010)}\right]^3\approx 1424227$$

Câu 28: Đáp án D.

$$F(x)=\int\frac{dx}{\sin^2 x}=-\cot x+C.$$

Đồ thị $y=F(x)$ đi qua $M\left(\frac{\pi}{6};0\right)\Rightarrow F\left(\frac{\pi}{6}\right)=0\Leftrightarrow C=\sqrt{3}\Rightarrow F(x)=-\cot x+\sqrt{3}$

Câu 29: Đáp án B.

Ta có $F(x)=\int\left(4x^3-\frac{1}{x^2}+3x\right)dx=x^4+\frac{1}{x}+\frac{3}{2}x^2+C$

Do $5F(1)+F(2)=43\Leftrightarrow C=\frac{1}{2}\Rightarrow F(x)=x^4+\frac{1}{x}+\frac{3}{2}x^2+\frac{1}{2}\Rightarrow F(2)=23$

Câu 30: Đáp án C.

+ Ta sử dụng phương pháp nguyên hàm từng phần.

Đặt $\begin{cases} u=x \\ dv=\dfrac{dx}{\cos^2 x} \end{cases}\Rightarrow\begin{cases} du=dx \\ v=\tan x=\dfrac{\sin x}{\cos x} \end{cases}$

Áp dụng công thức tích phân từng phần ta có: $I=(x\tan x)\Big|_0^{\frac{\pi}{3}}-\int_0^{\frac{\pi}{3}}\frac{\sin x dx}{\cos x}$

$$=(x\tan x)\Big|_0^{\frac{\pi}{3}}+\int_0^{\frac{\pi}{3}}\frac{d(\cos x)}{\cos x}\Leftrightarrow I=(x\tan x)\Big|_0^{\frac{\pi}{3}}+\ln(\cos x)\Big|_0^{\frac{\pi}{3}}=\frac{\pi}{\sqrt{3}}-\ln 2$$

Suy ra $a=\frac{1}{\sqrt{3}};b=\ln 2$, $a+b=\frac{1}{\sqrt{3}}+\ln 2\approx 1,27049745$..

Câu 31: Đáp án D.

Đặt $t=2x\Rightarrow\frac{1}{2}\int_{\frac{1}{3}}^{1}f(t)dt=13\Leftrightarrow\int_{\frac{1}{3}}^{1}f(t)dt=26\Rightarrow\int_{\frac{1}{3}}^{1}f(x)dx=26$

Xét $I=\int_0^1 x^2 f(x^3)dx$. Đặt $u=x^3\Rightarrow du=3x^2dx$

STUDY TIPS

Khái niệm phần nguyên của x là số nguyên lớn nhất không vượt quá x

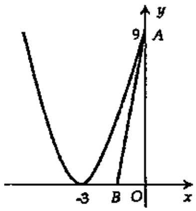
STUDY TIPS

Tích phân không phụ thuộc vào biến số:

$$\int_a^b f(x)dx=\int_a^b f(t)dt$$

$$\Rightarrow I=\frac{1}{3}\int_0^1 f(u)\mathrm{d}u=\frac{1}{3}\int_0^1 f(x)\mathrm{d}x=\frac{1}{3}\left[\int_0^{\frac{1}{3}} f(x)\mathrm{d}x+\int_{\frac{1}{3}}^0 f(x)\mathrm{d}x\right]=\frac{1}{3}(1+26)=9$$

Câu 32: Đáp án C.



Phương trình hoành độ giao điểm: $(x+3)^2=0\Leftrightarrow x=-3$

$\Rightarrow S_{(H)}=\int_{-3}^0 (x+3)^2\,\mathrm{d}x=9$; $S_{OAB}=\frac{1}{2}OA.OB=\frac{9}{2}|b|$

Theo bài ra: $\frac{9}{2}|b|=\frac{9}{2}\Rightarrow b=-1$ (t/m)

Câu 33: Đáp án C.

Khi tàu dừng lại thì $v=0\Leftrightarrow at=-200\ m/s$

Phương trình chuyển động $S=\int v(t)\mathrm{d}t=200t+\frac{at^2}{2}$

$S=1500\Leftrightarrow 200t+\frac{at^2}{2}=1500\Rightarrow t=15\Rightarrow a=-\frac{40}{3}\left(m/s^2\right)$

Câu 34: Đáp án A.

$z=(2+i)^5=\left[(2+i)^2\right]^2(2+i)=-38+41i$

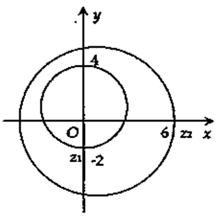
Câu 35: Đáp án A.

Ta có $\overline{z}=a-bi$ thay vào phương trình:

$(1+3i)(a+bi)+(2+i)(a-bi)=-2+4i$

$\Leftrightarrow(3a-2b)+(4a-b)i=-2+4i\Leftrightarrow\begin{cases}a=2\\b=4\end{cases}\Rightarrow ab=8$

Câu 36: Đáp án A.



Gọi $z=a+bi,\ a,b\in\mathbb{R}$

+ $|z-1|\le 5\Leftrightarrow(a-1)^2+b^2\le 5^2\ (C_1)$

+ $|z-i|\ge 3\Leftrightarrow a^2+(b-1)^2\ge 3^2\ (C_2)$

(C_1) là tập hợp số phức nằm trong hoặc trên đường tròn tâm $A(1;0)$ và bán kính $R_1=5$.

(C_2) là tập hợp số phức nằm ngoài hoặc trên đường tròn tâm $B(0;1)$ và bán kính $R_2=3$ từ hình vẽ $\Rightarrow\begin{cases}z_{min}=z_1=-2i\\z_{max}=z_2=6\end{cases}\Rightarrow z_1+2z_2=12-2i$

Câu 37: Đáp án D.

Câu 38: Đáp án D.

Hình trụ có đáy là đa giác n cạnh thì tổng số cạnh của hình lăng trụ là $3n$, $n\in\mathbb{N}^*$.

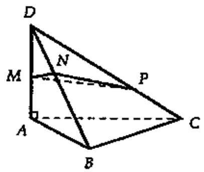
Dễ thấy $\frac{2016}{3}=672$.

Câu 39: Đáp án D.

$S_{ABCD}=a^2\sqrt{2}$. Ta có $BB'=\sqrt{AB'^2-AB^2}=2a$

$\Rightarrow V_{ABCD.A'B'C'D'}=S_{ABCD}.BB'=2a^3\sqrt{2}$ (đvdt)

Câu 40: Đáp án C.



$V_{ABCD}=\frac{1}{3}.\frac{\sqrt{3}}{4}.1=\frac{\sqrt{3}}{12}$

$\frac{V_{DMNP}}{V_{DABC}}=\frac{DM}{DA}.\frac{DN}{DB}.\frac{DP}{DC}=\frac{1}{8}\Rightarrow V_{DMNP}=\frac{\sqrt{3}}{96}$

Câu 41: Đáp án A.

Gọi cạnh đáy hình lăng trụ là a, chiều cao là h

$\Rightarrow V=S_{đáy}.h=\frac{a^2\sqrt{3}}{4}.h\Rightarrow h=\frac{4V}{a^2\sqrt{3}}$

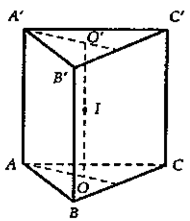
Diện tích toàn phần: $S_{toan\,phan}=S_{2\,đáy}+S_{xung\,quanh}=\frac{a^2\sqrt{3}}{2}+3a.\frac{4V}{a^2\sqrt{3}}=\frac{a^2\sqrt{3}}{2}+\frac{4\sqrt{3}V}{a}$

Áp dụng bất đẳng thức Cô si: $S_{toan\,phan}=\frac{a^2\sqrt{3}}{2}+\frac{2\sqrt{3}V}{a}+\frac{2\sqrt{3}V}{a}\geq 3.\sqrt[3]{6\sqrt{2}.V^2}$

Dấu "=" xảy ra khi $a=\sqrt[3]{4V}$

Câu 42: Đáp án A.

Chiều cao của khối nón là $h=\sqrt{l^2-r^2}=12\,cm\Rightarrow V=\frac{1}{3}\pi.5^2.12=100\pi\,cm^3$



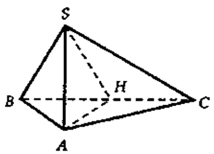
Câu 43: Đáp án A.

Gọi O, O' lần lượt là tâm các tam giác ABC và $A'B'C'$.

Gọi I là trung điểm $OO'\Rightarrow$ Bán kính mặt cầu ngoại tiếp lăng trụ là $R=IA$

$$\begin{cases}AO=\frac{2}{3}.\frac{a\sqrt{3}}{2}=\frac{a}{\sqrt{3}}\\ IO=\frac{1}{2}AA'=\frac{a}{2}\end{cases}\Rightarrow R^2=AO^2+IO^2=\frac{7a^2}{12}$$

Diện tích mặt cầu ngoại tiếp lăng trụ $S=4\pi R^2=\frac{7\pi a^2}{3}$



Câu 44: Đáp án C.

Gọi H là trung điểm $BC\Rightarrow AH\perp BC\Rightarrow AH\perp SH$

Ta có $\Delta SHA=\Delta BHA$, ΔSBC vuông tại $S\Rightarrow R_b=BH=\frac{BC}{2}$

$\Rightarrow R=\sqrt{R_b^2+R_d^2-\frac{BC^2}{4}}=a$

Xét ΔABC có $\sin C=\frac{AB}{2R}=\frac{1}{2}\Rightarrow\cos C=\frac{\sqrt{3}}{2}\Rightarrow BC=2HC=a\sqrt{3}$

Ta có trong tam giác vuông SBC: $SC=\sqrt{BC^2-SB^2}=a\sqrt{2}$

STUDY TIPS

Áp dụng công thức cho hình chóp có mặt bên vuông góc với đáy:

$R=\sqrt{R_b^2+R_d^2-\frac{GT^2}{2}}$

Với R_b là bán kính đường tròn ngoại tiếp mặt bên

R_d là bán kính đường tròn ngoại tiếp mặt đáy

GT là giao tuyến mặt bên và đáy

Câu 45: Đáp án B.

Câu 46: Đáp án D.

+ Nhận thấy $d_1\perp d_2$. Gọi (α) là mặt phẳng cách đều d_1 và d_2 nên cả hai đường thẳng đều song song với mặt phẳng (α). Khi đó, vector pháp tuyến $\vec{a}$ của mặt phẳng (α) cùng phương với vector $\left[\overrightarrow{u_1},\overrightarrow{u_2}\right]$ (với $\overrightarrow{u_1},\overrightarrow{u_2}$ lần lượt là các vectơ chỉ phương của hai đường thẳng d_1,d_2).

+ Chọn $\vec{a}=(1;5;2)$, suy ra phương trình mặt phẳng (α) có dạng

$(\alpha):x+5y+2z+d=0$.

Chọn $A(2;1;0)$ và $B(2;3;0)$ lần lượt thuộc đường thẳng d_1 và d_2, ta có $d(A;(\alpha))=d(B;(\beta))\Rightarrow d=-12\Rightarrow(\alpha):x+5y+2z-12=0$.

+ Khoảng cách từ điểm $M(-2;4;-1)$ đến mặt phẳng (α): $d(M;(\alpha))=\dfrac{2\sqrt{30}}{15}$.

Câu 47: Đáp án A.

Vectơ pháp tuyến của đường thẳng d là $\vec{u}=(m;2m-1;2)$

Vectơ chỉ phương của mặt phẳng (P) là $\vec{n}=(1;3;-2)$

Vì $d//(P)\Leftrightarrow\vec{u}.\vec{n}=0\Leftrightarrow m=1$

Câu 48: Đáp án C.

Phương trình đường thẳng AH qua $A(3;5;0)$, có vectơ chỉ phương $\vec{u}=(2;3;-1)$ là $\begin{cases}x=3+2t\\y=5+3t\\z=-t\end{cases}\Rightarrow H(3+2t;5+3t;-t)$ vì $H\in(P)\Rightarrow t=-1$

$\Rightarrow H(1;2;1)\Rightarrow a+b+c=4$

STUDY TIPS

Cho $M(x_M;y_M;z_M)$ và mặt phẳng $(P):Ax+By+Cz+D=0$. Gọi $H(x_H;y_H;z_H)$ là hình chiếu vuông góc của M lên $(P)\Rightarrow\begin{cases}x_H=x_M+At\\y_H=y_M+Bt\\z_H=z_M+Ct\end{cases}$

$\Rightarrow t=-\left(\dfrac{Ax_M+By_M+Cz_M+D}{A^2+B^2+C^2}\right)$

Câu 49: Đáp án D.

Giả sử mặt cầu (S) có tâm $I(a;b;c)\in(T):a+b+c=0$.

Theo bài ra: $d(I;(P))=d(I;(Q))=d(I;(R))$

$$\Leftrightarrow\frac{|2a-b-c-2|}{\sqrt6}=\frac{|a-2b+c+2|}{\sqrt6}=\frac{|a+b-2c+2|}{\sqrt6}$$

$$\Rightarrow\begin{cases}|3a-2|=|3b-2|\\|3a-2|=|3c-2|\\a+b+c=0\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}\left[\begin{array}{l}a=b\\3a+3b=4\end{array}\right.\\\left[\begin{array}{l}a=c\\3a+3c=4\end{array}\right.\end{cases}$$

TH1: $\begin{cases}a+b+c=0\\a=b\\a=c\end{cases}\Rightarrow I(0;0;0)$

Tương tự cho các trường hợp còn lại.

Câu 50: Đáp án D.

Ta có $\begin{cases}(OAB)\equiv(Oxy)\\(OCD)\equiv(Oyz)\\(CDA)\equiv(Oxz)\\(ABC):x+y+z=1\end{cases}$. Gọi $P(a;b;c)$ là tọa độ điểm cần tìm.

Theo đề bài, ta cần có $|a|=|b|=|c|=\dfrac{|a+b+c-1|}{\sqrt3}$.

Có tất cả 8 trường hợp và đều có nghiệm. Cụ thể:

$$+\ |a|=|b|=|c|\longrightarrow\left[\begin{array}{l}a=b=c\\a=b=-c\\a=-b=c\\-a=b=c\end{array}\right.$$

+ Mỗi trường hợp trên kết hợp với $|c|=\dfrac{|a+b+c-1|}{\sqrt3}$ sinh ra hai trường hợp.

ĐỀ THỬ SỨC SỐ 12

Câu 1: Cho hàm số $y=\dfrac{x-1}{x-3}$. Xét các mệnh đề sau:

(1) Hàm số luôn nghịch biến trên $D=\mathbb{R}\setminus\{3\}$.

(2) Đồ thị hàm số có một tiệm cận đứng là $x=1$, một tiệm cận ngang là $y=3$.

(3) Hàm số đã cho không có cực trị.

(4) Đồ thị hàm số nhận giao điểm $I(3;1)$ của hai đường tiệm cận làm tâm đối xứng.

Chọn các mệnh đề **đúng**?

A. $(1),(3),(4)$. B. $(3),(4)$. C. $(2),(3),(4)$. D. $(1),(4)$.

Câu 2: Cho hàm số $y=|x|$. Chọn mệnh đề **đúng**:

A. Hàm số không có đạo hàm tại $x=0$ và cũng không đạt cực tiểu tại $x=0$.

B. Hàm số không có đạo hàm tại $x=0$ nhưng đạt cực tiểu tại $x=0$.

C. Hàm số có đạo hàm tại $x=0$ nên đạt cực tiểu tại $x=0$.

D. Hàm số có đạo hàm tại $x=0$ nhưng không đạt cực tiểu tại $x=0$.

Câu 3: Hàm số $y=x^3-3x^2$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-1;1)$. B. $(-\infty;1)$. C. $(0;2)$. D. $(2;+\infty)$.

Câu 4: Số đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y=\dfrac{\sqrt{4-x^2}}{x^2-3x-4}$ là

A. 0. B. 3. C. 1. D. 2.

Câu 5: Tổng các nghiệm của phương trình $2^{2x-3}-3.2^{x-2}+1=0$ là

A. 6. B. 3. C. 5. D. -4.

Câu 6: Cho $\log_{27}5=a,\log_8 7=b,\log_2 3=c$. Tính $\log_{12}35$

A. $\dfrac{3b+3ac}{c+2}$. B. $\dfrac{3b+2ac}{c+2}$. C. $\dfrac{3b+2ac}{c+3}$. D. $\dfrac{3b+3ac}{c+1}$.

Câu 7: Khẳng định nào sau đây **đúng**?

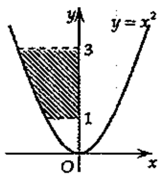
A. $\int \tan x\,dx=-\ln|\cos x|+C$.

B. $\int \cot x\,dx=-\ln|\sin x|+C$.

C. $\int \sin\dfrac{x}{2}dx=2\cos\dfrac{x}{2}+C$.

D. $\int \cos\dfrac{x}{2}dx=-2\sin\dfrac{x}{2}+C$.

Câu 8: Tính diện tích hình phẳng (phần được tô đậm) như hình vẽ dưới đây



A. $S=2\sqrt{3}-\dfrac{2}{3}$. B. $S=\dfrac{28}{3}$. C. $S=\dfrac{29}{3}$. D. $S=3\sqrt{2}-\dfrac{1}{3}$.

Câu 9: Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và $\int_0^1 f(x)dx=9$ và $\int_1^9 f(x)dx=2$. Tính giá trị của biểu thức $I=\int_0^3\left[f\left(\frac{x}{3}\right)+f(3x)\right]dx$

A. $\frac{92}{3}$. B. -4. C. 9. D. -9.

Câu 10: Tập hợp các điểm biểu diễn số phức z thỏa mãn $|z-2+3i|=7$ là

A. Đường thẳng. B. Elip. C. Đường tròn. D. Hình tròn.

Câu 11: Cho tứ diện đều *ABCD*. Biết khoảng cách từ điểm *A* đến mặt phẳng (BCD) bằng 6. Tính thể tích của tứ diện *ABCD*

A. $V=27\sqrt{3}$. B. $V=5\sqrt{3}$. C. $V=\frac{27\sqrt{3}}{2}$. D. $V=\frac{9\sqrt{3}}{2}$.

Câu 12: Thể tích khối cầu tâm *I*, có bán kính 2*R* bằng

A. $V=\frac{4}{3}\pi R^3$. B. $V=\frac{1}{3}\pi R^3$. C. $V=\frac{32}{3}\pi R^3$. D. $V=\frac{8}{3}\pi R^3$.

Câu 13: Trong không gian với hệ tọa độ *Oxyz*, cho mặt phẳng $(P): 2x-2y-z+3=0$ và điểm $M(1;-2;13)$. Tính khoảng cách *d* từ điểm *M* đến mặt phẳng (P)

A. $d=\frac{4}{3}$. B. $d=\frac{7}{3}$. C. $d=\frac{10}{3}$. D. $d=-\frac{4}{3}$.

Câu 14: Trong không gian *Oxyz*, cho các điểm $A(2;1;-1), B(3;0;1), C(2;-1;3)$ và điểm *D* nằm trên trục *Oy* sao cho thể tích khối tứ diện *ABCD* bằng 5. Tọa độ điểm *D* là

A. $D(0;-7;0)$. B. $D(0;8;0)$. C. $\left[\begin{array}{l}D(1;-7;0)\\D(0;8;0)\end{array}\right.$. D. $\left[\begin{array}{l}D(0;7;0)\\D(0;-8;0)\end{array}\right.$.

Câu 15: Trong không gian *Oxyz*, cho mặt cầu (S) có phương trình là $x^2+y^2+z^2-2x+4y-6z+9=0$. Tìm tâm *I* và bán kính *R* của mặt cầu

A. $I(-1;2;3), R=\sqrt{5}$. B. $I(1;-2;3), R=\sqrt{5}$. C. $I(1;-2;3), R=5$. D. $I(-1;2;-3), R=5$.

Câu 16: Lập tất cả các số tự nhiên gồm 4 chữ số đôi một khác nhau. Chọn ngẫu nhiên 1 số trong các số lập được. Tính xác suất để chọn được số chia hết cho 25

A. $\frac{11}{432}$. B. $\frac{11}{234}$. C. $\frac{11}{324}$. D. $\frac{11}{342}$.

Câu 17: Cho $L=\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{mx+2006}{x+\sqrt{x^2+2007}}$. Tìm *m* để $L=0$

A. $m\neq 0$. B. $m=0$. C. $m>0$. D. $-1<m<1$.

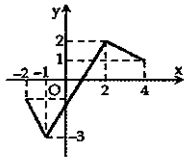
Câu 18: Khoảng cách giữa hai điểm cực trị của đồ thị hàm số $y=\frac{1}{3}x^3-x^2-x-1$ bằng

A. $\frac{5\sqrt{2}}{3}$. B. $\frac{2\sqrt{5}}{3}$. C. $\frac{10\sqrt{2}}{3}$. D. $\frac{2\sqrt{10}}{3}$.

Câu 19: Hàm số nào trong bốn hàm số sau đồng biến trên khoảng $(0;+\infty)$?

A. $y=1-x^2$. B. $y=x\ln x$. C. $y=e^x-\frac{1}{x}$. D. $y=x^{-\pi}$.

Câu 20: Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị trên đoạn $[-2;4]$ như hình vẽ. Tìm $\max\limits_{[-2;4]}|f(x)|$



A. 2. B. $|f(0)|$. C. 3. D. 1.

Câu 21: Nghiệm của phương trình $\log_2(1-x)=2$ là

A. $x=-3$. B. $x=4$. C. $x=-2$. D. $x=5$.

Câu 22: Tính tích phân $I=\int_1^e \frac{\ln^2 x}{x}dx$

A. $I=\frac{1}{6}$. B. $I=\frac{1}{8}$. C. $I=\frac{1}{3}$. D. $I=\frac{1}{4}$.

Câu 23: Tìm số phức z thỏa mãn $(1+2i)(z-1)-5+2i=0$

A. $z=\frac{12}{5}-\frac{6}{5}i$. B. $z=\frac{6}{5}+\frac{12}{5}i$. C. $z=\frac{6}{5}-\frac{12}{5}i$. D. $z=\frac{1}{5}-\frac{12}{5}i$.

Câu 24: Cho tam giác ABC nội tiếp trong đường tròn tâm O, bán kính R có $\widehat{BAC}=75°, \widehat{ACB}=60°$. Kẻ $BH\perp AC$. Quay ΔABC quanh AC thì ΔBHC tạo thành hình nón tròn xoay (N). Tính diện tích xung quanh của hình nón tròn xoay (N) theo R.

A. $\frac{3+2\sqrt{2}}{2}\pi R^2$. B. $\frac{3+2\sqrt{3}}{2}\pi R^2$. C. $\frac{\sqrt{3}(\sqrt{2}+1)}{4}\pi R^2$. D. $\frac{\sqrt{3}(\sqrt{3}+1)}{4}\pi R^2$.

Câu 25: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai mặt phẳng có phương trình $(P): x-y+4z-2=0$ và $(Q): 2x-2z+7=0$. Góc giữa hai mặt phẳng (P) và (Q) là

A. 90°. B. 45°. C. 60°. D. 30°.

Câu 26: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, viết phương trình mặt cầu tâm $I(3;2;4)$ và tiếp xúc với trục Oy

A. $x^2+y^2+z^2-6x-4y-8z+3=0$. B. $x^2+y^2+z^2-6z-4y-8z+1=0$.

C. $x^2+y^2+z^2-6x-4y-8z+2=0$. D. $x^2+y^2+z^2-6x-4y-8z+4=0$.

Câu 27: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): \frac{x}{3}+\frac{y}{2}+\frac{z}{1}=1$. Vectơ nào sau đây là vectơ pháp tuyến của (P)?

A. $\vec{n}=(6;3;2)$. B. $\vec{n}=(2;3;6)$. C. $\vec{n}=\left(1;\frac{1}{2};\frac{1}{3}\right)$. D. $\vec{n}=(3;2;1)$.

Câu 28: Cho hàm số $y=\frac{1}{x}$. Khi đó $y^{(n)}(x)$ bằng (đạo hàm cấp n của hàm số)

A. $y^{(n)}(x)=(-1)^n\frac{n!}{x^{n+1}}$. B. $y^{(n)}(x)=\frac{n!}{x^{n+1}}$. C. $y^{(n)}(x)=(-1)^n\frac{n!}{x^n}$. D. $y^{(n)}(x)=\frac{n!}{x^n}$.

Câu 29: Có 10 tấm bìa ghi chữ "NƠI", "NÀO", "CÓ", "Ý", "CHÍ", "NƠI", "ĐÓ", "CÓ", "CON", "ĐƯỜNG". Một người phụ nữ xếp ngẫu nhiên 10 tấm bìa cạnh nhau. Tính xác suất để xếp các tấm bìa được dòng chữ " NƠI NÀO CÓ Ý CHÍ NƠI ĐÓ CÓ CON ĐƯỜNG"

A. $\frac{1}{40320}$. B. $\frac{1}{10}$. C. $\frac{1}{3628800}$. D. $\frac{1}{907200}$.

Câu 30: Công thức tính số chỉnh hợp là

A. $C_n^k=\frac{n!}{(n-k)!}$. B. $A_n^k=\frac{n!}{(n-k)!}$. C. $A_n^k=\frac{n!}{(n-k)!.k!}$. D. $C_n^k=\frac{n!}{(n-k)!.k!}$.

Câu 31: Trong mặt phẳng tọa độ *Oxyz*, ảnh của điểm $A(5;3)$ qua phép đối xứng tâm $I(4;1)$ là

A. $A'(5;3)$. B. $A'(-5;-3)$. C. $A'(3;-1)$. D. $A'(-3;1)$.

Câu 32: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại A, $AB=a, SA=SB=SC$. Góc giữa đường thẳng SA và mặt phẳng (ABC) bằng $45°$. Tính khoảng cách từ điểm S đến mặt phẳng (ABC)

A. $\frac{a\sqrt{3}}{3}$. B. $\frac{a\sqrt{2}}{2}$. C. $a\sqrt{2}$. D. $a\sqrt{3}$.

Câu 33: Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh a. Hình chiếu vuông góc của điểm A' lên mặt phẳng (ABC) trùng với trọng tâm của tam giác ABC. Biết thể tích của khối lăng trụ là $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$. Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng AA' và BC

A. $\frac{4a}{3}$. B. $\frac{2a}{3}$. C. $\frac{3a}{4}$. D. $\frac{3a}{2}$.

Câu 34: Biết các hàm số $y=f(x)$ và $y=\frac{f(x)+5}{f^2(x)+1}$ đồng biến trên $\mathbb{R}$. Mệnh đề nào sau đây **đúng**?

A. $\left[\begin{array}{l} f(x)>-1+3\sqrt{2} \\ f(x)<-1-3\sqrt{2} \end{array}\right.$. B. $\left[\begin{array}{l} f(x)>-5+\sqrt{26} \\ f(x)<-5-\sqrt{26} \end{array}\right.$.

C. $-5-\sqrt{26}\le f(x)\le -5+\sqrt{26}$. D. $-1-3\sqrt{2}\le f(x)\le -1+3\sqrt{2}$.

Câu 35: Tìm giá trị lớn nhất M và giá trị nhỏ nhất m của hàm số $f(x)=\sin x(1+\cos x)$ trên đoạn $[0;\pi]$

A. $M=\frac{3\sqrt{3}}{2}; m=1$. B. $M=\frac{3\sqrt{3}}{4}; m=0$. C. $M=3\sqrt{3}; m=1$. D. $M=\sqrt{3}; m=1$.

Câu 36: Cho các hàm số $y=f(x), y=g(x), y=\frac{f(x)+3}{g(x)+1}$. Hệ số góc của các tiếp tuyến của các đồ thị hàm số đã cho tại điểm có hoành độ $x=1$ bằng nhau và khác 0. Khẳng định nào dưới đây là khẳng định **đúng**

A. $f(1)\le -\frac{11}{4}$. B. $f(1)<-\frac{11}{4}$. C. $f(1)>-\frac{11}{4}$. D. $f(1)\ge -\frac{11}{4}$.

Câu 37: Bất phương trình $\max\left\{\log_3 x;\log_{\frac{1}{2}} x\right\}<3$ có tập nghiệm là

A. $(-\infty;27)$. B. $(8;27)$. C. $\left(\frac{1}{8};27\right)$. D. $(27;+\infty)$.

Câu 38: Cho hàm số $f(x)=\frac{\log_2 x}{\log_2 x+1}$. Tính tổng

$S=f(2^{-100})+f(2^{-99})+...+f(2^{-2})+f(2^0)+f(2^1)+...+f(2^{98})$

A. $S=99$. B. $S=100$. C. $S=200$. D. $S=198$.

Câu 39: Biết đồ thị hàm số $f(x)=ax^4+bx^2+c$ cắt trục hoành tại 4 điểm phân biệt. Gọi S_1 là diện tích của hình phẳng giới hạn bởi trục hoành và phần đồ thị hàm số $f(x)$ nằm dưới trục hoành. Gọi S_2 là diện tích của hình phẳng giới hạn bởi trục hoành và phần đồ thị hàm số $f(x)$ nằm phía trên trục hoành. Cho biết $5b^2 = 36ac$. Tính tỉ số $\frac{S_1}{S_2}$

A. $\frac{S_1}{S_2} = 2$. B. $\frac{S_1}{S_2} = \frac{1}{4}$. C. $\frac{S_1}{S_2} = \frac{1}{2}$. D. $\frac{S_1}{S_2} = 1$.

Câu 40: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và thỏa mãn $f(-x) + 2f(x) = \cos x$. Tính tích phân $I = \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} f(x)dx$

A. $I = \frac{4}{3}$. B. $I = \frac{1}{3}$. C. $I = \frac{2}{3}$. D. $I = 1$.

Câu 41: Cho z_1, z_2 là hai số phức thỏa mãn $|2z - i| = |2 + iz|$, biết $|z_1 - z_2| = 1$. Tính giá trị của biểu thức $P = |z_1 + z_2|$

A. $P = \frac{\sqrt{3}}{2}$. B. $P = \sqrt{2}$. C. $P = \frac{\sqrt{2}}{2}$. D. $P = \sqrt{3}$.

Câu 42: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho các điểm $A(-2;0;0), B(0;4;2), C(2;2;-2)$. Gọi d là đường thẳng đi qua A và vuông góc với mặt phẳng (ABC), S là điểm di động trên đường thẳng d, G và H lần lượt là trọng tâm của ΔABC, trực tâm của ΔSBC. Đường thẳng GH cắt đường thẳng d tại S'. Tính tích $SA.S'A$

A. $SA.S'A = \frac{3}{2}$. B. $SA.S'A = \frac{9}{2}$. C. $SA.S'A = 12$. D. $SA.S'A = 6$.

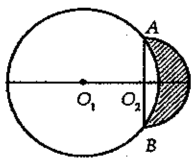
Câu 43: Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông cân đỉnh C, $A'C = a$. Gọi x là góc giữa hai mặt phẳng $(A'CB)$ và (ABC) để thể tích khối chóp $A'.ABC$ lớn nhất. Tính thể tích lớn nhất của khối chóp $A'.ABC$ theo a

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$. B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{9}$. C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{27}$. D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{81}$.

Câu 44: Hỏi có tất cả bao nhiêu giá trị m nguyên thuộc đoạn $[-2017;2017]$ để phương trình $(x^2-1)\log^2(x^2+1) - m\sqrt{2(x^2-1)}.\log(x^2+1) + m + 4 = 0$ có đúng hai nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn $1 \le |x_1| \le |x_2| \le 3$

A. 4017. B. 4028. C. 4012. D. 4003.

Câu 45: Cho hai đường tròn $(O_1;5)$ và $(O_2;3)$ cắt nhau tại hai điểm A, B sao cho AB là một đường kính của đường tròn (O_2). Gọi (D) là hình phẳng được giới hạn bởi hai đường tròn (ở ngoài đường tròn lớn, phần gạch chéo như hình vẽ). Quay (D) quanh trục O_1O_2 ta được một khối tròn xoay. Tính thể tích V của khối tròn xoay được tạo thành



A. $V = \frac{14\pi}{3}$. B. $V = \frac{68\pi}{3}$. C. $V = \frac{40\pi}{3}$. D. $V = 36\pi$.

Câu 46: Cho số phức z thỏa mãn $\left|z+\frac{1}{z}\right|=3$. Tổng giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của $|z|$ là

A. 0. B. 3. C. 2. D. $\sqrt{13}$.

Câu 47: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, hình lăng trụ có diện tích đáy bằng 5 (đvdt) và hai đáy là hai tam giác nằm trên hai mặt phẳng $(\alpha),(\beta)$ có phương trình lần lượt là $(\alpha): x-2y+3z-a=0$ và $(\beta): 3x-6y+9z+b=0\left(a,b\in\mathbb{R}^+, b\neq 3a\right)$. Hỏi nếu thể tích khối lăng trụ bằng $5\sqrt{14}$ thì khẳng định nào sau đây là **đúng**?

A. $|3a+b|=\sqrt{14}$. B. $\left|a+\frac{b}{3}\right|=42$. C. $|3a+b|=14$. D. $\left|a+\frac{b}{3}\right|=14$.

Câu 48: Cho tập hợp các số nguyên liên tiếp như sau: $\{1\},\{2;3\},\{4;5;6\},\{7;8;9;10\},...$, trong đó mỗi tập hợp chứa nhiều hơn tập hợp ngay trước đó 1 phần tử, và phần tử đầu tiên của mỗi tập hợp lớn hơn phần tử cuối cùng của tập hợp ngay trước nó 1 đơn vị. Gọi S_n là tổng của các phần tử trong tập hợp thứ n. Tính S_{999}

A. 498501999. B. 498501998. C. 498501997. D. 498501995.

Câu 49: Chiếc kim của bánh xe trong trò chơi "Chiếc nón kì diệu" có thể dừng lại ở một trong mười vị trí với khả năng như nhau. Xác suất để trong ba lần quay, chiếc kim của bánh xe đó lần lượt dừng lại ở ba vị trí khác nhau là

A. 0,001. B. 0,72. C. 0,072. D. 0,9.

Câu 50: Đặt $f(n)=\left(n^2+n+1\right)^2+1$. Xét dãy số (u_n) sao cho $u_n=\frac{f(1).f(3).f(5)...f(2n-1)}{f(2).f(4).f(6)...f(2n)}$. Tính $\lim n\sqrt{u_n}$

A. $\lim n\sqrt{u_n}=\sqrt{2}$. B. $\lim n\sqrt{u_n}=\frac{1}{\sqrt{3}}$. C. $\lim n\sqrt{u_n}=\sqrt{3}$. D. $\lim n\sqrt{u_n}=\frac{1}{\sqrt{2}}$.

ĐÁP ÁN

1.B	2.B	3.C	4.C	5.B	6.A	7.A	8.A	9.A	10.C
11.C	12.C	13.A	14.C	15.B	16.C	17.B	18.C	19.C	20.C
21.A	22.C	23.C	24.B	25.C	26.D	27.B	28.A	29.C	30.B
31.C	32.B	33.C	34.C	35.B	36.A	37.C	38.D	39.D	40.C
41.D	42.C	43.C	44.B	45.C	46.D	47.D	48.A	49.B	50.D

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

Câu 1: Đáp án B.

Sai lầm thường gặp: Tập xác định $D=\mathbb{R}\setminus\{3\}$.

Đạo hàm $y'=\frac{-2}{(x-3)^2},0,\forall x\in D\Rightarrow$ Hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}\setminus\{3\}$, hoặc hàm số nghịch biến trên $(-\infty;3)\cup(3;+\infty)$. Hàm số không có cực trị.

Tiệm cận đứng: $x=3$; tiệm cận ngang: $y=1$. Đồ thị hàm số nhận giao điểm $I(3;1)$ của hai đường tiệm cận làm tâm đối xứng.

Từ đó nhiều học sinh kết luận các mệnh đề $(1),(3),(4)$ đúng và chọn ngay A. Tuy nhiên đây là phương án sai.

Phân tích sai lầm:

Mệnh đề (1) sai, sửa lại: hàm số nghịch biến trên mỗi khoảng $(-\infty;3)$ và $(3;+\infty)$. Học sinh cần nhớ rằng, ta chỉ học định nghĩa hàm số đồng biến (nghịch biến) trên khoảng, đoạn, nửa khoảng; chứ không có trên những khoảng hợp nhau.

Mệnh đề (2) sai. Đồ thị hàm số có một tiệm cận đứng là $x=3$, một tiệm cận ngang là $y=1$.

Mệnh đề $(3),(4)$ đúng.

Câu 2: Đáp án B.

Sai lầm thường gặp: Ta thấy $y=|x|=\sqrt{x^2}, y'=\frac{x}{\sqrt{x^2}}=\frac{x}{|x|}=\begin{cases}1 & \text{khi } x>0\\ -1 & \text{khi } x<0\end{cases}$

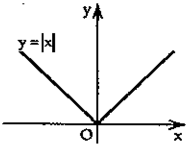
Từ đó học sinh kết luận ngay hàm số không có đạo hàm tại $x=0$ và cũng không đạt cực trị tại điểm $x=0$. Nhiều học sinh sẽ chọn ngay phương án A. Đây là đáp án sai.

Phân tích sai lầm: Nhiều học sinh ngộ nhận ngay điều kiện cần và đủ để hàm số có cực trị là "Nếu hàm số $y=f(\bar{x})$ đạt cực trị tại x_0 thì $f'(x_0)=0$", từ đó nếu $f'(x_0)\neq 0$ thì hàm số không đạt cực trị tại điểm x_0. Tuy nhiên, điều này là sai lầm vì định lý trên chiều ngược lại có thể không đúng, tức chỉ đúng với một chiều.

> STUDY TIPS
> Điều kiện đủ về cực trị của hàm số: "Nếu $f'(x)$ đổi dấu qua x_0 thì x_0 gọi là điểm cực trị của hàm số", hoặc nếu nhìn vào đồ thị hàm số thì "Đồ thị hàm số đổi chiều qua điểm x_0 thì x_0 gọi là điểm cực trị". Do đó hàm số $y=f(x)$ có thể không có đạo hàm tại điểm x_0 nhưng vẫn có thể đạt cực trị tại điểm x_0.

Vậy, đối với hàm số đã cho ta có $y'=\frac{x}{\sqrt{x^2}}=\frac{x}{|x|}=\begin{cases}1 & \text{khi } x>0\\ -1 & \text{khi } x<0\end{cases}$.

Dễ thấy đạo hàm y' đổi dấu qua điểm $x=0$ nên $x=0$ là điểm cực trị của hàm số, ở đây $x=0$ là điểm cực tiểu của hàm số.



Quan sát đồ thị hàm số $y=|x|$ hình vẽ bên để hiểu rõ hơn về điểm cực trị của hàm số này.

Câu 3: Đáp án C.

Đạo hàm $y'=3x^2-6x=3x(x-2); y'=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=2 \end{array}\right.$

Quan sát bảng biến thiên, ta thấy $y'<0, \forall x \in (0;2)$ nên hàm số nghịch biến trên khoảng $(0;2)$.

Câu 4: Đáp án C.

Tập xác định: $D=[-2;2]\setminus\{-1\}$. Ta thấy $y=\dfrac{\sqrt{4-x^2}}{(x+1)(x-4)}$.

Ta có $\lim\limits_{x\to(-1)^-} y=\lim\limits_{x\to(-1)^-}\dfrac{\sqrt{4-x^2}}{(x+1)(x-4)}=+\infty$ và $\lim\limits_{x\to(-1)^+} y=\lim\limits_{x\to(-1)^+}\dfrac{\sqrt{4-x^2}}{(x+1)(x-4)}=-\infty$ nên đồ thị có đúng một đường tiệm cận đứng là $x=-1$.

Do tập xác định $D=[-2;2]\setminus\{-1\}$ nên ta không xét được $\lim\limits_{x\to-\infty} y$ và $\lim\limits_{x\to+\infty} y$. Vậy hàm số không có đường tiệm cận ngang.

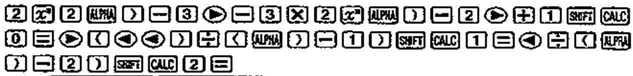
Câu 5: Đáp án B.

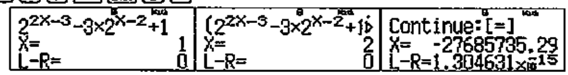
<u>Cách 1:</u> Tư duy tự luận

$2^{2x-3}-3.2^{x-2}+1=0 \Leftrightarrow \dfrac{1}{8}.(2^x)^2-\dfrac{3}{4}.2^x+1=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 2^x=4 \\ 2^x=2 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=2 \\ x=1 \end{array}\right.$

Vậy tổng tất cả các nghiệm của phương trình là $2+1=3$.

<u>Cách 2:</u> Sử dụng máy tính cầm tay





Vậy phương trình có hai nghiệm là $x=1$ và $x=2$. Tổng các nghiệm là $1+2=3$.

Câu 6: Đáp án A.

<u>Cách 1:</u> Tư duy tự luận

$\log_{27}5=\log_{3^3}5=\dfrac{1}{3}\log_3 5=a \Rightarrow \log_3 5=3a \Rightarrow \log_5 3=\dfrac{1}{3a}$.

$\log_5 4=\log_5 3.\log_3 2.\log_2 4=\dfrac{2\log_5 3}{\log_2 3}=\dfrac{2}{3ac}$.

$\log_8 7=\log_{2^3}7=\dfrac{1}{3}\log_2 7=b \Rightarrow \log_2 7=3b \Rightarrow \log_7 2=\dfrac{1}{3b} \Rightarrow \log_7 4=2\log_7 2=\dfrac{2}{3b}$.

$\log_7 3=\log_7 2.\log_2 3=\dfrac{c}{3b}$.

$\log_{12}35=\log_{12}5+\log_{12}7=\dfrac{1}{\log_5 12}+\dfrac{1}{\log_7 12}=\dfrac{1}{\log_5 3+\log_5 4}+\dfrac{1}{\log_7 3+\log_7 4}$

$\Rightarrow \log_{12}35=\dfrac{1}{\dfrac{1}{3a}+\dfrac{2}{3ac}}+\dfrac{1}{\dfrac{c}{3b}+\dfrac{2}{3b}}=\dfrac{3ac}{c+2}+\dfrac{3b}{c+2}=\dfrac{3b+3ac}{c+2}$.

<u>Cách 2:</u> Sử dụng máy tính cầm tay

[log□□] [2] [7] [▶] [5] [SHIFT] [RCL] [(−)] [log□□] [8] [▶] [7] [SHIFT] [RCL] [°'"] [log□□] [2] [▶] [3] [SHIFT] [RCL] [hyp]
[log□□] [1] [2] [▶] [3] [5] [▶] [−] [▭/▭] [3] [ALPHA] [°'"] [+] [3] [ALPHA] [(−)] [ALPHA] [hyp] [▼] [ALPHA] [hyp] [+]
[2] [=]

$\log_{27}(5)\to A$	$\log_8(7)\to B$	$\log_2(3)\to C$	$\log_{12}(35)-\frac{3B+3C}{C+2}$
0.4883245069	0.935784974	1.584962501	0

Câu 7: Đáp án A.

<u>Cách 1:</u> Tư duy tự luận

Phương án A: $\int \tan x dx = \int \frac{\sin x}{\cos x}dx = -\int \frac{d(\cos x)}{\cos x} = -\ln|\cos x| + C.$

Phương án B: $\int \cot x dx = \int \frac{\cos x}{\sin x}dx = \int \frac{d(\sin x)}{\sin x} = \ln|\sin x| + C.$

Phương án C: $\int \sin\frac{x}{2}dx = -\int 2d\left(\cos\frac{x}{2}\right) = -2\cos\frac{x}{2} + C.$

Phương án D: $\int \cos\frac{x}{2}dx = \int 2d\left(\sin\frac{x}{2}\right) = 2\sin\frac{x}{2} + C.$

Vậy phương án A đúng.

<u>Cách 2:</u> Sử dụng máy tính cầm tay

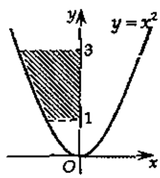
[SHIFT] [MODE] [4] [SHIFT] [∫□] [(−)] [ln] [√■] [(] [cos] [ALPHA] [)] [)] [)] [x²] [▶] [)] [▶] [ALPHA] [)] [▶] [−]
[tan] [ALPHA] [)] [)] [CALC] [1] [•] [3] [=] [▶] [▶] [▶] [▶] [▶] [▶] [▶] [DEL] [sin] [▶] [▶] [▶] [▶] [▶]
[▶] [▶] [▶] [▶] [▶] [▶] [▶] [▶] [DEL] [cos] [▶] [▶] [▭/▭] [sin] [ALPHA] [)] [)] [=] [SHIFT] [∫□] [2] [cos]
[ALPHA] [)] [▭/▭] [2] [▶] [)] [▶] [ALPHA] [)] [▶] [−] [sin] [ALPHA] [)] [▭/▭] [2] [▶] [)] [=] [▶] [▶] [(−)]
[▶] [▶] [DEL] [sin] [▶] [▶] [▶] [▶] [▶] [▶] [▶] [▶] [▶] [▶] [▶] [DEL] [cos] [=]

$\frac{d}{dx}(-\ln(\sqrt{(\cos(X)}$ ▸	$\frac{d}{dx}(-\ln(\sqrt{(\sin(X)}$ ▸	$\frac{d}{dx}(2\cos(\frac{X}{2}))\|_{x=X}$ ▸	$\frac{d}{dx}(-2\sin(\frac{X}{2}))\|_{x=}$ ▸
-2.92×10^{-12}	-0.5552312931	-1.210372811	-1.592167597

Câu 8: Đáp án A.

<u>Cách 1:</u> Xét các phương trình: $x^2 = 3 \Leftrightarrow x = \pm\sqrt{3}; x^2 = 1 \Leftrightarrow x = 1.$

Quan sát hình vẽ:



Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = x^2, y = 3, x = 0$ là

$$S_1 = \int_{-\sqrt{3}}^{0}|x^2 - 3|dx = \left|\int_{-\sqrt{3}}^{0}(x^2 - 3)dx\right| = \left|\left(\frac{x^3}{3} - 3x\right)\Bigg|_{-\sqrt{3}}^{0}\right| = 2\sqrt{3} \text{ (đvdt)}.$$

Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = x^2, y = 1, x = 0$ là

$$S_2 = \int_{-1}^{0}|x^2 - 1|dx = \left|\int_{-1}^{0}(x^2 - 1)dx\right| = \left|\left(\frac{x^3}{3} - x\right)\Bigg|_{-1}^{0}\right| = \frac{2}{3} \text{ (đvdt)}.$$

STUDY TIPS

Công thức cần nhớ:
$d(f(x)) = f'(x)dx$

STUDY TIPS

Trên MTCT, ta nên hạn chế nhập vào máy hàm chứa giá trị tuyệt đối $|f(x)|$. Thay vào đó, ta nhập hàm $\sqrt{(f(x))^2}$ do $\sqrt{(f(x))^2} = |f(x)|$.

STUDY TIPS

Cho hai hàm số $y = f(x)$ và $y = g(x)$ liên tục trên đoạn $[a;b]$. Diện tích hình phẳng D giới hạn bởi các đồ thị $y = f(x), y = g(x)$ và hai đường thẳng $x = a, x = b$ $(a < b)$ được tính theo công thức: $S = \int_a^b |f(x) - g(x)|dx$.

Tương tự, cho hai hàm số $x = f(y), x = g(y)$ liên tục trên đoạn $[a;b]$. Diện tích hình phẳng D giới hạn bởi các đồ thị $x = f(y), x = g(y)$ và hai đường thẳng $y = a$, $y = b (a < b)$ được tính theo CT: $S = \int_a^b |f(y) - g(y)|dy$.

Vậy diện tích hình phẳng cần tính là $S=S_1-S_2=2\sqrt{3}-\dfrac{2}{3}$ (đvdt).

Cách 2: Ta có $y=x^2\Leftrightarrow\begin{cases}y\ge 0\\ x=\pm\sqrt{y}\end{cases}$. Từ hình vẽ ta thấy $x<0\Rightarrow x=-\sqrt{y}$.

Diện tích hình phẳng cần tính là:

$$S=\int_1^3\left|-\sqrt{y}-0\right|dy=\int_1^3\sqrt{y}dy=\left.\frac{2\sqrt{y^3}}{3}\right|_1^3=2\sqrt{3}-\frac{2}{3}\text{ (đvdt).}$$

Câu 9: Đáp án A.

Dễ thấy $\int_0^9 f(x)dx=\int_0^1 f(x)dx+\int_1^9 f(x)dx=9+2=11$.

Ta có $I=\int_0^3\left[f\left(\dfrac{x}{3}\right)+f(3x)\right]dx=\int_0^3 f\left(\dfrac{x}{3}\right)dx+\int_0^3 f(3x)dx=I_1+I_2$.

* Tính $I_1=\int_0^3 f\left(\dfrac{x}{3}\right)dx$: Đặt $t=\dfrac{x}{3}\Rightarrow dx=3dt$. Đổi cận $x=0\Rightarrow t=0; x=3\Rightarrow t=1$.

Khi đó $I_1=3\int_0^1 f(t)dt=3\int_0^1 f(x)dx=3.9=27$.

* Tính $I_2=\int_0^3 f(3x)dx$: Đặt $t=3x\Rightarrow dx=\dfrac{1}{3}dt$. Đổi cận $x=0\Rightarrow t=0; x=3\Rightarrow t=9$.

Khi đó $I_2=\dfrac{1}{3}\int_0^9 f(t)dt=\dfrac{1}{3}\int_0^9 f(x)dx=\dfrac{11}{3}$. Vậy $I=I_1+I_2=27+\dfrac{11}{3}=\dfrac{92}{3}$.

STUDY TIPS

Ta luôn có:

$\int_a^b f(x)dx=\int_a^b f(t)dt=\int_a^b f(u)du=...$

Câu 10: Đáp án C.

Giả sử $z=x+yi,(x,y\in\mathbb{R})$. Khi đó điểm biểu diễn số phức z là $M(x;y)$.

Từ giả thiết, ta có $|z-2+3i|=7\Leftrightarrow|(x-2)+(y+3)i|=7$

$\Leftrightarrow\sqrt{(x-2)^2+(y+3)^2}=7\Leftrightarrow(x-2)^2+(y+3)^2=49$.

Vậy tập hợp các điểm $M(x;y)$ biểu diễn số phức $z=z+yi$ là đường tròn $(C):(x-2)^2+(y+3)^2=49$ có tâm $I(2;-3)$, bán kính $R=7$.

STUDY TIPS

Đường tròn và hình tròn:

1. Đường tròn tâm I bán kính $R>0$ là hình gồm những điểm cách đều điểm I một khoảng bằng R. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, đường tròn tâm $I(a;b)$ bán kính R có phương trình là $(x-a)^2+(y-b)^2=R^2$.

2. Hình tròn là tập hợp những điểm nằm trong và nằm trên đường tròn, hay là tập hợp những điểm cách tâm một khoảng nhỏ hơn hoặc bằng bán kính. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, hình tròn tâm $I(a;b)$ bán kính R có phương trình là $(x-a)^2+(y-b)^2\le R^2$.

Câu 11: Đáp án A.

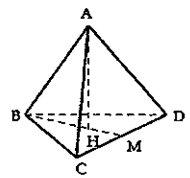
Gọi H là hình chiếu của điểm A trên mặt phẳng (BCD). Do $ABCD$ là tứ diện đều nên H là tâm đường tròn ngoại tiếp ΔBCD.

Đặt cạnh của tứ diện là a. Gọi M là trung điểm của CD.

Do ΔBCD đều nên $BM=\dfrac{a\sqrt{3}}{2}\Rightarrow BH=\dfrac{2}{3}BM=\dfrac{2}{3}.\dfrac{a\sqrt{3}}{2}=\dfrac{a\sqrt{3}}{3}$.

Ta có ΔABH vuông tại H nên $AH=\sqrt{AB^2-BH^2}=\sqrt{a^2-\left(\dfrac{a\sqrt{3}}{3}\right)^2}=\dfrac{a\sqrt{6}}{3}$.

Từ giả thiết ta có $AH=\dfrac{a\sqrt{6}}{3}=6\Leftrightarrow a=3\sqrt{6}\Rightarrow S_{\Delta BCD}=\dfrac{a^2\sqrt{3}}{4}=\dfrac{27\sqrt{3}}{2}$ (đvdt).



STUDY TIPS

Cho tứ diện đều ABCD. Chiều cao kẻ từ đỉnh A của tứ diện là:

$d(A;(BCD))=\dfrac{a\sqrt{6}}{3}$.

Vậy thể tích của tứ diện $ABCD$ là

$$V=\frac{1}{3}AH.S_{ABCD}=\frac{1}{3}.6.\frac{27\sqrt{3}}{2}=27\sqrt{3}\ (\text{đvtt}).$$

Câu 12: Đáp án C.

Thể tích khối cầu là $V=\frac{4}{3}\pi.(2R)^3=\frac{32}{3}\pi R^3$ (đvtt).

Câu 13: Đáp án A.

Khoảng cách từ điểm M đến mặt phẳng (P) là:

$$d(M;(P))=\frac{|2.1-2(-2)-13+3|}{\sqrt{2^2+(-2)^2+(-1)^2}}=\frac{4}{3}.$$

Câu 14: Đáp án C.

Điểm $D\in Oy$ nên $D(0;y;0)$. Suy ra $\overrightarrow{AD}=(-2;y-1;1)$.

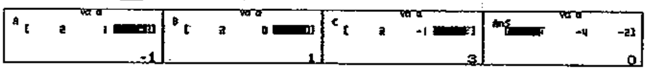
Ta có $\overrightarrow{AB}=(1;-1;2),\overrightarrow{AC}=(0;-2;4)\Rightarrow\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right]=(0;-4;-2)$.

Khi đó $V_{ABCD}=\frac{1}{6}\left|\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right].\overrightarrow{AD}\right|=\frac{1}{6}|-4y+2|=\frac{|2y-1|}{3}$.

Từ giả thiết ta có $V_{ABCD}=5\Leftrightarrow\frac{|2y-1|}{3}=5\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}y=8\\y=-7\end{array}\right.$. Vậy $\left[\begin{array}{l}D(0;-7;0)\\D(0;8;0)\end{array}\right.$.

Tính tích có hướng $\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right]$ bằng MTCT:

MODE 8 1 1 2 = 1 = (−) 1 = SHIFT 5 1 2 1 3 = 0 = 1 = SHIFT 5 1 3 1 2 = (−) 1 = 3 = AC (SHIFT 5 4 − SHIFT 5 3) × (SHIFT 5 5 − SHIFT 5 3) =



Câu 15: Đáp án B.

Mặt cầu $(S):x^2+y^2+z^2-2x+4y-6z+9=0$ có tâm là $I(1;-2;3)$, bán kính $R=\sqrt{1^2+(-2)^2+3^2-9}=\sqrt{5}$.

Câu 16: Đáp án C.

Số số tự nhiên gồm 4 chữ số đô một khác nhau là $9.9.8.7=4536$. Không gian mẫu Ω có số phần tử là $n(\Omega)=C_{4536}^1=4536$.

Gọi A là biến cố "Số được chọn chia hết cho 25". Gọi số đó có dạng Chọn thì $\overline{cd}\in\{25;50;75\}$.

* Số đó có dạng $\overline{ab25}$: Chọn a có 7 cách, chọn b có 7 cách. Suy ra có $7.7=49$ số $\overline{ab25}$ thỏa mãn.
* Số đó có dạng $\overline{ab50}$: Chọn a có 8 cách, chọn b có 7 cách. Suy ra có $8.7=56$ số $\overline{ab50}$ thỏa mãn.
* Số đó có dạng $\overline{ab75}$: Chọn a có 7 cách, chọn b có 7 cách. Suy ra có $7.7=49$ số $\overline{ab75}$ thỏa mãn.

Vậy số phần tử của biến cố A là $n(A)=49+56+49=154$.

STUDY TIPS
Thể tích khối cầu bán kính bằng R là: $V=\frac{4}{3}\pi R^3$.

STUDY TIPS
Trong không gian Oxyz, cho điểm $M(x_0;y_0;z_0)$ và mặt phẳng (P) có phương trình $ax+by+cz+d=0$. Khoảng cách từ điểm M đến mặt phẳng (P) là
$d(M;(P))=\frac{|ax_0+by_0+cz_0+d|}{\sqrt{a^2+b^2+c^2}}$

STUDY TIPS
Thể tích khối tứ diện ABCD được tính theo công thức:
$V_{ABCD}=\frac{1}{6}\left|\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right].\overrightarrow{AD}\right|$.

STUDY TIPS
Trong không gian Oxyz, mặt cầu $(S):x^2+y^2+z^2-2ax-2by-2cz+d=0$ có tâm là $I(a;b;c)$, bán kính $R=\sqrt{a^2+b^2+c^2-d}$.

STUDY TIPS
Dấu hiệu để một số tự nhiên chia hết cho 25 là hai chữ số tận cùng là 00, 25, 50, 75. Do bài toán này yêu cầu các chữ số khác nhau nên ta không xét trường hợp $\overline{cd}=00$.

Vậy xác suất cần tính là $P\left(A\right)=\dfrac{n\left(A\right)}{n\left(\Omega\right)}=\dfrac{154}{4536}=\dfrac{11}{324}$.

Câu 17: Đáp án B.

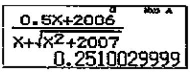
<u>Cách 1:</u> Tư duy tự luận

Ta có $L=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{mx+2006}{x+\sqrt{x^2+2007}}=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{x\left(m+\dfrac{2006}{x}\right)}{x+|x|\sqrt{1+\dfrac{2007}{x^2}}}=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{x\left(m+\dfrac{2006}{x}\right)}{x\left(1+\sqrt{1+\dfrac{2007}{x^2}}\right)}$

$=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{m+\dfrac{2006}{x}}{1+\sqrt{1+\dfrac{2007}{x^2}}}=\dfrac{m}{1+\sqrt{1}}=\dfrac{m}{2}$. Để $L=0$ thì $\dfrac{m}{2}=0\Leftrightarrow m=0$.

<u>Cách 2:</u> Sử dụng máy tính cầm tay

Chọn $m=0,5$ thỏa mãn các phương án A, C, D. Ta có $L=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{0,5x+2006}{x+\sqrt{x^2+2007}}$.



Nhập vào màn hình:

[▭/▭] [0] [.] [5] [ALPHA] [)] [+] [2] [0] [0] [6] [▼] [ALPHA] [)] [+] [√▭] [ALPHA] [)] [x²] [+] [2] [0] [0] [7] [CALC] [1] [0] [x^▭] [6] [)] [=]

Suy ra $L\approx\dfrac{1}{4}\Rightarrow L\neq 0$. Loại ngay A, C, D.

Câu 18: Đáp án C.

Ta có $y'=x^2-2x-1; y'=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=1+\sqrt{2}\Rightarrow y=\dfrac{-8-4\sqrt{2}}{3}\\ x=1-\sqrt{2}\Rightarrow y=\dfrac{-8+4\sqrt{2}}{3}\end{array}\right.$

Suy ra đồ thị hàm số đã cho có hai điểm cực trị là $A\left(1+\sqrt{2};\dfrac{-8-4\sqrt{2}}{3}\right)$ và $B\left(1-\sqrt{2};\dfrac{-8+4\sqrt{2}}{3}\right)$.

Vậy $AB=\sqrt{\left[\left(1-\sqrt{2}\right)-\left(1+\sqrt{2}\right)\right]^2+\left(\dfrac{-8+4\sqrt{2}}{3}-\dfrac{-8-4\sqrt{2}}{3}\right)^2}=\dfrac{10\sqrt{2}}{3}$.

Câu 19: Đáp án C.

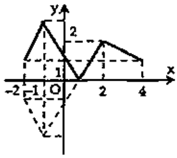
Phương án A: $y'=-2x\Rightarrow y'>0,\forall x\in\left(-\infty;0\right)$ và $y'<0,\forall x\in\left(0;+\infty\right)$.

Khi đó hàm số $y=1-x^2$ đồng biến trên khoảng $\left(-\infty;0\right)$, nghịch biến trên khoảng $\left(0;+\infty\right)$.

Phương án B: $y'=\ln x+1\Rightarrow y'>0,\forall x\in\left(\dfrac{1}{e};+\infty\right)$ và $y'<0,\forall x\in\left(0;\dfrac{1}{e}\right)$. Khi đó hàm số đồng biến trên $\left(\dfrac{1}{e};+\infty\right)$ và nghịch biến trên $\left(0;\dfrac{1}{e}\right)$.

Phương án C: $y'=e^x+\dfrac{1}{x^2}>0,\forall x\neq 0$ nên hàm số đồng biến trên mỗi khoảng $\left(-\infty;0\right)$ và $\left(0;+\infty\right)$.

Phương án D: $y' = -\pi . x^{-\pi-1} = -\dfrac{\pi}{x^{\pi+1}} \Rightarrow y' < 0, \forall x \in (0;+\infty)$. Khi đó hàm số $y = x^{-\pi}$ nghịch biến trên khoảng $(0;+\infty)$.



Câu 20: Đáp án C.

Từ đồ thị hàm số $y = f(x)$ trên $[-2;4]$, ta vẽ được đồ thị hàm số $y = |f(x)|$ trên đoạn $[-2;4]$ như hình vẽ bên.

Quan sát đồ thị, ta thấy $\max\limits_{[-2;4]} |f(x)| = |f(-1)| = 3$.

Câu 21: Đáp án A.

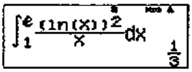
Phương trình $\log_2(1-x) = 2 \Leftrightarrow \begin{cases} 1-x>0 \\ 1-x=2^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x<1 \\ x=-3 \end{cases} \Leftrightarrow x=-3$.

Câu 22: Đáp án C.

<u>Cách 1:</u> Tư duy tự luận

Đặt $\ln x = t \Rightarrow \dfrac{dx}{x} = dt$. Đổi cận $x=1 \Rightarrow t=0; x=e \Rightarrow t=1$.

Khi đó $I = \int\limits_0^1 t^2 dt = \dfrac{t^3}{3}\Big|_0^1 = \dfrac{1}{3}$.



<u>Cách 2:</u> Sử dụng máy tính cầm tay

[∫] [(] [ln] [ALPHA] [)] [)] [)] [x²] [▤] [ALPHA] [)] [▼] [1] [▲] [ALPHA] [x10ˣ] [=]

Câu 23: Đáp án C.

<u>Cách 1:</u> Tư duy tự luận

Giả sử $z = a+bi, (a,b \in \mathbb{R})$.

Giả thiết tương đương với $(1+2i)[(a-1)+bi] = 5-2i$

$\Leftrightarrow (a-1-2b)+(2a+b-2)i = 5-2i$

$\Leftrightarrow \begin{cases} a-2b-1=5 \\ 2a+b-2=-2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a-2b=6 \\ 2a+b=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=\dfrac{6}{5} \\ b=-\dfrac{12}{5} \end{cases}$

Vậy $z = \dfrac{6}{5} - \dfrac{12}{5}i$.

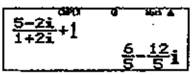
STUDY TIPS

Cho hai số phức $z = a+bi$ và $z' = x+yi, (a,b,x,y \in \mathbb{R})$.

Ta có $z = z' \Leftrightarrow \begin{cases} a=x \\ b=y \end{cases}$.

<u>Cách 2:</u> Sử dụng máy tính cầm tay

Ta có $(1+2i)(z-1)-5+2i=0 \Leftrightarrow z = \dfrac{5-2i}{1+2i}+1 = \dfrac{6}{5}-\dfrac{12}{5}i$.

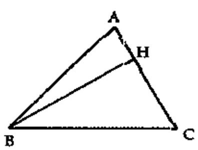


[MODE] [2] [▤] [5] [−] [2] [ENG] [▼] [1] [+] [2] [ENG] [▶] [+] [1] [=]

Câu 24: Đáp án B.

Áp dụng định lý hàm số sin, ta có $\dfrac{BC}{\sin\widehat{BAC}} = \dfrac{AC}{\sin\widehat{ABC}} = \dfrac{AB}{\sin\widehat{ACB}} = 2R$

$\Leftrightarrow \dfrac{BC}{\sin 75^\circ} = \dfrac{AC}{\sin 45^\circ} = \dfrac{AB}{\sin 60^\circ} = 2R \Leftrightarrow \begin{cases} AB = 2R.\sin 60^\circ = R\sqrt{3} \\ BC = 2R.\sin 75^\circ = \dfrac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{2}R \\ AC = 2R.\sin 45^\circ = R\sqrt{2} \end{cases}$



Lại có $S_{\Delta ABC} = \dfrac{1}{2}AB.AC.\sin\widehat{BAC} = \dfrac{1}{2}BH.AC \Leftrightarrow BH = AB.\sin\widehat{BAC} = R\sqrt{3}.\sin 75^\circ$

$\Leftrightarrow BH = \dfrac{\sqrt{3}\left(\sqrt{6}+\sqrt{2}\right)}{4}R.$

Khi quay ΔABC quanh AC thì ΔBHC tạo thành hình nón tròn xoay (N) có đường sinh $l = BC = \dfrac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{2}R$, bán kính đáy $r = BH = \dfrac{\sqrt{3}\left(\sqrt{6}+\sqrt{2}\right)}{4}R.$

Diện tích xung quanh của hình nón (N) là

$$S_{xq} = \pi r l = \pi.\frac{\sqrt{3}\left(\sqrt{6}+\sqrt{2}\right)}{4}R.\frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{2}R = \frac{3+2\sqrt{3}}{2}\pi R^2 \text{ (đvdt)}.$$

Câu 25: Đáp án C.

Mặt phẳng (P) có vectơ pháp tuyến là $\overrightarrow{n_{(P)}} = (1;-1;4)$. Mặt phẳng (Q) có vectơ pháp tuyến là $\overrightarrow{n_{(Q)}} = (2;0;-2)$.

<u>Cách 1:</u> Tư duy tự luận

Góc giữa hai mặt phẳng (P) và (Q) được tính theo công thức

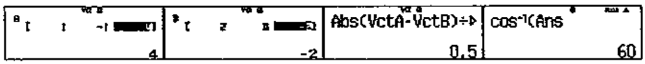
$$\cos\left(\widehat{(P),(Q)}\right) = \left|\cos\left(\overrightarrow{n_{(P)}},\overrightarrow{n_{(Q)}}\right)\right| = \frac{\left|\overrightarrow{n_{(P)}}.\overrightarrow{n_{(Q)}}\right|}{\left|\overrightarrow{n_{(P)}}\right|.\left|\overrightarrow{n_{(Q)}}\right|} = \frac{\left|1.2+(-1).0+4.(-2)\right|}{\sqrt{1^2+(-1)^2+4^2}.\sqrt{2^2+0^2+(-2)^2}}$$

$\Leftrightarrow \cos\left(\widehat{(P),(Q)}\right) = \dfrac{1}{2}$. Vậy $\left(\widehat{(P),(Q)}\right) = 60°.$

<u>Cách 2:</u> Sử dụng máy tính cầm tay

Nhập vào máy tính các vectơ: $\text{VctA} = [1,-1,4], \text{VctB} = [2,0,-2]$.

[MODE] [8] [1] [1] [1] [=] [−] [1] [=] [4] [=] [SHIFT] [5] [1] [2] [1] [2] [=] [0] [=] [−] [2] [=]
[AC] [SHIFT] [hyp] [SHIFT] [5] [3] [SHIFT] [5] [7] [SHIFT] [5] [4] [)] [÷] [(] [SHIFT] [hyp] [SHIFT] [5] [3] [)] [×]
[SHIFT] [hyp] [SHIFT] [5] [4] [)] [)] [=] [MODE] [1] [SHIFT] [cos] [Ans] [=]



Câu 26: Đáp án D.

Gọi điểm M là hình chiếu của điểm $I(3;2;4)$ trên Oy, suy ra $M(0;2;0)$. Khi đó $\overrightarrow{IM} = (-3;0;-4)$. Mặt cầu tâm $I(3;2;4)$ tiếp xúc với trục Oy nên bán kính mặt cầu là $R = IM = 5$.

Phương trình mặt cầu (S) là $(x-3)^2+(y-2)^2+(z-4)^2 = 25$

$$\Leftrightarrow x^2+y^2+z^2-6x-4y-8z+4=0.$$

Câu 27: Đáp án B.

Ta có mặt phẳng $(P): \dfrac{x}{3}+\dfrac{y}{2}+\dfrac{z}{1} = 1. \Leftrightarrow 2x+3y+6z-6=0$. Suy ra mặt phẳng (P) có vectơ pháp tuyến là $\vec{n} = (2;3;6)$.

Câu 28: Đáp án A.

Ta có $y' = -\dfrac{1}{x^2} = (-1)^1.\dfrac{1!}{x^2}; y'' = \dfrac{2}{x^3} = (-1)^2.\dfrac{2!}{x^3}; y''' = -\dfrac{6}{x^4} = (-1)^3.\dfrac{3!}{x^4}.$

Dự đoán $y^{(n)} = (-1)^n.\dfrac{n!}{x^{n+1}}$ $(*)$. Chứng minh mệnh đề $(*)$:

STUDY TIPS

Cho ΔABC có các cạnh $BC=a, AB=c, AC=b$ và bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác là R. Ta có:

1. Định lý hàm số sin:

$$\frac{a}{\sin A}=\frac{b}{\sin B}=\frac{c}{\sin C}=2R.$$

2. Diện tích tam giác:

$$S_{\Delta ABC}=\frac{1}{2}ab\sin C=\frac{1}{2}bc\sin A=\frac{1}{2}ac\sin B.$$

STUDY TIPS

Trong không gian Oxyz, cho hai mặt phẳng $(P),(Q)$ lần lượt có vectơ pháp tuyến là $\overrightarrow{n_1}=(a;b;c), \overrightarrow{n_2}=(a';b';c')$. Góc giữa hai mặt phẳng (P) và (Q) được tính theo công thức:

$$\cos\left(\widehat{(P),(Q)}\right)=\frac{\left|\overrightarrow{n_1}.\overrightarrow{n_2}\right|}{\left|\overrightarrow{n_1}\right|.\left|\overrightarrow{n_2}\right|}.$$

* Với $n=1$ thì $(*) \Leftrightarrow y' = -\dfrac{1}{x^2}$. Khi đó $(*)$ đúng.

* Giả sử $(*)$ đúng với $n=k, (k \ge 1)$, tức là $y^{(k)} = (-1)^k . \dfrac{k!}{x^{k+1}}$.

Khi đó $y^{(k+1)} = \left(y^{(k)}\right)' = (-1)^k . \dfrac{k!}{x^{k+1}} = (-1)^k . \left(-\dfrac{(k+1).k!.x^k}{\left(x^{k+1}\right)^2} \right) = (-1)^{k+1} . \dfrac{(k+1)!}{x^{k+2}}$. Vậy mệnh đề $(*)$ cũng đúng với $n=k+1$ nên nó đúng với mọi n.

Câu 29: Đáp án C.

Không gian mẫu Ω có số phần tử là $n(\Omega) = 10!$.

Gọi A là biến cố "Xếp được dòng chữ "NƠI NÀO CÓ Ý CHÍ NƠI ĐÓ CÓ CON ĐƯỜNG". Số phần tử của biến cố A là $n(A) = 1$.

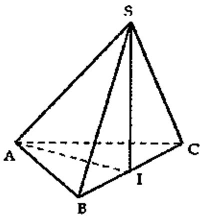
Vậy xác suất cần tính là $P(A) = \dfrac{n(A)}{n(\Omega)} = \dfrac{1}{10!} = \dfrac{1}{3628800}$.

Câu 30: Đáp án B.

Câu 31: Đáp án C.

Gọi A' là điểm đối xứng với $A(5;3)$ qua điểm $I(4;1)$. Khi đó I là trung điểm của AA' và $\begin{cases} x_{A'} = 2x_I - x_A = 2.4 - 5 = 3 \\ y_{A'} = 2y_I - y_A = 2.1 - 3 = -1 \end{cases}$. Vậy $A'(3;-1)$.

Câu 32: Đáp án B.



Gọi I là hình chiếu của điểm S trên mặt phẳng (ABC). Do $SA = SB = SC$ nên $IA = IB = IC \Rightarrow I$ là tâm đường tròn ngoại tiếp ΔABC. Mà ΔABC vuông cân tại A nên I là trung điểm của BC và $IA = IB = IC = \dfrac{1}{2}BC = \dfrac{a\sqrt{2}}{2}$.

Ta có IA là hình chiếu của SA trên mặt phẳng (ABC) nên $\left(\widehat{SA,(ABC)}\right) = \left(\widehat{SA,IA}\right) = \widehat{SAI} = 45°$.

Do ΔSIA vuông tại I nên ΔSAI vuông cân tại I, khi đó:

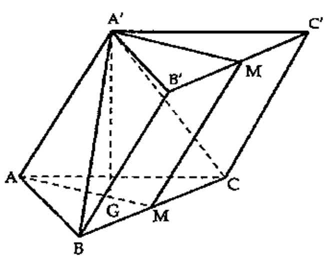
$$SI = IA = \frac{a\sqrt{2}}{2} \Rightarrow d(S;(ABC)) = SI = \frac{a\sqrt{2}}{2}.$$

Câu 33: Đáp án C.

Ta dễ dàng chứng minh được $AA' // (BCC'B')$

$\Rightarrow d(AA';BC) = d(AA';(BCC'B')) = d(A';(BCC'B'))$.

Gọi G là trọng tâm của tam giác ABC. Suy ra $A'G \perp (ABC)$.



Ta có $S_{\Delta ABC} = \dfrac{a^2\sqrt{3}}{4}$

$\Rightarrow V_{ABC.A'B'C'} = A'G.S_{\Delta ABC} \Leftrightarrow A'G = \dfrac{V_{ABC.A'B'C'}}{S_{\Delta ABC}} = \dfrac{a^3\sqrt{3}}{4} : \dfrac{a^2\sqrt{3}}{4} = a$.

Lại có

$AM = \dfrac{a\sqrt{3}}{2} \Rightarrow AG = \dfrac{2}{3}AM = \dfrac{a\sqrt{3}}{3} \Rightarrow AA' = \sqrt{A'G^2 + AG^2} = \dfrac{2a\sqrt{3}}{3}$.

Ta luôn có $V_{A'.ABC} = \dfrac{1}{3}V_{ABC.A'B'C'} = \dfrac{1}{3}.\dfrac{a^3\sqrt{3}}{4} = \dfrac{a^3\sqrt{3}}{12}$.

Mà $V_{ABC.A'B'C'} = V_{A'.ABC} + V_{A'.BCC'B'}$

$\Rightarrow V_{A'.BCC'B'} = V_{ABC.A'B'C'} - V_{A'.ABC} = \dfrac{a^3\sqrt{3}}{4} - \dfrac{a^3\sqrt{3}}{12} = \dfrac{a^3\sqrt{3}}{6}.$

Gọi M, M' lần lượt là trung điểm của BC và $B'C'$. Ta có $BC \perp AM, BC \perp A'G$ $\Rightarrow BC \perp (AMM'A') \Rightarrow BC \perp MM'$. Mà $MM' // BB'$ nên $BC \perp BB' \Rightarrow BCC'B'$ là hình chữ nhật $\Rightarrow S_{BCC'B'} = BB'.BC = \dfrac{2a\sqrt{3}}{3}.a = \dfrac{2a^2\sqrt{3}}{3}$.

Từ $V_{A'.BCC'B'} = \dfrac{1}{3}d(A';(BCC'B'))S_{BCC'B'} \Leftrightarrow d(A';(BCC'B')) = \dfrac{3V_{A'.BCC'B'}}{S_{BCC'B'}}$

$\Leftrightarrow d(A';(BCC'B')) = \dfrac{a^3\sqrt{3}}{2} : \dfrac{2a^2\sqrt{3}}{3} = \dfrac{3a}{4}$. Vậy $d(AA';BC) = \dfrac{3a}{4}$.

Câu 34: Đáp án C.

Ta có $y' = \left(\dfrac{f(x)+5}{f^2(x)+1}\right)' = \dfrac{f'(x).\left[f^2(x)+1\right] - \left[f(x)+5\right].2f(x).f'(x)}{\left[f^2(x)+1\right]^2}$

$\Rightarrow y' = \dfrac{f'(x).\left[-f^2(x) - 10f(x) + 1\right]}{\left[f^2(x)+1\right]^2}$

Do hai hàm số cùng đồng biến trên $\mathbb{R}$ nên $\begin{cases} \dfrac{f'(x).\left[-f^2(x)-10f(x)+1\right]}{\left[f^2(x)+1\right]^2} \\ f'(x) \ge 0 \end{cases}$

$\Leftrightarrow -f^2(x) - 10f(x) + 1 \ge 0 \Leftrightarrow -5-\sqrt{26} \le f(x) \le -5+\sqrt{26}.$

Câu 35: Đáp án B.

__Cách 1:__ Tư duy tư luận

Xét hàm số $f(x) = \sin x(1+\cos x)$ trên $[0;\pi]$

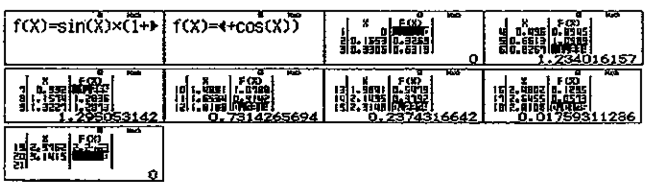
Đạo hàm $f'(x) = \cos x(1+\cos x) - \sin^2 x = 2\cos^2 x + \cos x - 1;$

$f'(x) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \cos x = -1 \\ \cos x = \dfrac{1}{2} \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = \pi + k2\pi \\ x = \pm\dfrac{\pi}{3} + k2\pi \end{array}\right. (k \in \mathbb{Z})$. Do $x \in [0;\pi]$ nên $x = \dfrac{\pi}{3}; x = \pi$.

Ta có $f(0) = f(\pi) = 0; f\left(\dfrac{\pi}{6}\right) = \dfrac{3\sqrt{3}}{4}$. Vậy $M = \max\limits_{[0;\pi]} f(x) = \dfrac{3\sqrt{3}}{4}; m = \min\limits_{[0;\pi]} f(x) = 0.$

__Cách 2:__ Sử dụng máy tính cầm tay

SHIFT MODE 4 MODE 7 sin ALPHA)) × (1 + cos ALPHA))) = = 0 =
SHIFT $\times10^x$ = SHIFT $\times10^x$ ÷ 1 9 =



Quan sát bảng giá trị, ta thấy $M = \max\limits_{[0;\pi]} f(x) \approx 1{,}295... \approx \dfrac{3\sqrt{3}}{4}; m = \min\limits_{[0;\pi]} f(x) = 0.$

Câu 36: Đáp án A.

Từ giả thiết ta có $f'(1)=g'(1)=\dfrac{f'(1)[g(1)+1]-g'(1)[f(1)+3]}{[g(1)+1]^2}=k\neq 0$

Suy ra $\dfrac{k[g(1)+1]-k[f(1)+3]}{[g(1)+1]^2}=k\Leftrightarrow\dfrac{g(1)-f(1)-2}{[g(1)+1]^2}=1$

$\Leftrightarrow[g(1)+1]^2=g(1)-f(1)-2\Leftrightarrow f(1)=-g^2(1)-g(1)-3=-\left[g(1)+\dfrac{1}{2}\right]^2-\dfrac{11}{4}$

Suy ra $f(1)\leq-\dfrac{11}{4}$.

Câu 37: Đáp án C.

Điều kiện: $x>0$.

* **Trường hợp 1:** $\log_3 x\geq\log_{\frac{1}{2}}x\Leftrightarrow x\geq 1$. Khi đó $\max\left\{\log_3 x;\log_{\frac{1}{2}}x\right\}=\log_3 x$ và bất phương trình đã cho tương đương với $\log_3 x<3\Leftrightarrow x<27$.

Đối chiếu với điều kiện ta được $1\leq x<27$.

* **Trường hợp 2:** $\log_3 x\leq\log_{\frac{1}{2}}x\Leftrightarrow 0<x\leq 1$. Khi đó $\max\left\{\log_3 x;\log_{\frac{1}{2}}x\right\}=\log_{\frac{1}{2}}x$ và bất phương trình đã cho tương đương với $\log_{\frac{1}{2}}x<3\Leftrightarrow x>\dfrac{1}{8}$.

Đối chiếu với điều kiện ta được $\dfrac{1}{8}<x\leq 1$.

Vậy tập nghiệm của bất phương trình đã cho là $\left(\dfrac{1}{8};27\right)$.

Câu 38: Đáp án D.

Ý tưởng bài toán: Với bài toán dạng này, ta thường chọn hai giá trị *a,b* bất kì, tính tổng $f(a)+f(b)$ và tìm mối quan hệ giữa hai giá trị *a,b*.

$f(a)+f(b)=\dfrac{\log_2 a}{\log_2 a+1}+\dfrac{\log_2 b}{\log_2 b+1}=\dfrac{2\log_2 a\log_2 b+\log_2 a+\log_2 b}{(\log_2 a+1)(\log_2 b+1)}$

$=\dfrac{2\log_2 a\log_2 b+\log_2 a+\log_2 b}{\log_2 a\log_2 b+\log_2 a+\log_2 b+1}=\dfrac{2\log_2 a\log_2 b+\log_2 ab}{\log_2 a\log_2 b+\log_2 ab+1}$.

Cần chọn hai giá trị *a,b* sao cho tử rút gọn được với mẫu.

Ta thường chọn $a+b=k$ hoặc $ab=k$. Ở bài toán này ta chọn $ab=k$.

Nếu $ab=\dfrac{1}{4}$ thì $\log_2 ab=\log_2\dfrac{1}{4}=-2$.

Suy ra $f(a)+f(b)=\dfrac{2\log_2 a\log_2 b-2}{\log_2 a\log_2 b-2+1}=2$.

Vậy với các giá trị a,b thỏa mãn $ab=\dfrac{1}{4}$ thì $f(a)+f(b)=2$.

Ta có $S=f(2^{-100})+f(2^{-99})+...+f(2^{-2})+f(2^0)+f(2^1)+...+f(2^{98})$

$=\left[f(2^{-100})+f(2^{98})\right]+\left[f(2^{-99})+f(2^{97})\right]+...+\left[f(2^{-2})+f(2^0)\right]=\underbrace{2+2+...+2}_{99\text{ số }2}$

$=99.2=198$.

Câu 39: Đáp án D.

Phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị $f(x)$ và Ox: $ax^4+bx^2+c=0$.

Để phương trình có bốn nghiệm $\Leftrightarrow \begin{cases} b^2-4ac>0 \\ -\frac{b}{a}>0 \\ \frac{c}{a}>0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b^2-\frac{5}{9}b^2>0 \\ -\frac{b}{a}>0 \\ \frac{c}{a}>0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b\neq 0 \\ -\frac{b}{a}>0 \\ \frac{c}{a}>0 \end{cases}$

Gọi x_1,x_2,x_3,x_4 lần lượt là bốn nghiệm của phương trình $ax^4+bx^2+c=0$ và $x_1<x_2<x_3<x_4$. Không mất tính tổng quát, giả sử $a>0$.

Khi đó $\begin{cases} x^2=\dfrac{-b+\frac{2b}{3}}{2a}=-\dfrac{b}{6a} \\ x^2=\dfrac{-b-\frac{2b}{3}}{2a}=-\dfrac{5b}{6a} \end{cases},(b<0)$.

Suy ra $x_1=-\sqrt{-\frac{5b}{6a}};x_2=-\sqrt{-\frac{b}{6a}};x_3=\sqrt{-\frac{b}{6a}};x_4=\sqrt{-\frac{5b}{6a}}$.

Do đồ thị hàm số $f(x)$ nhận trục tung làm trục đối xứng nên ra có:

$$S_1=\int_{x_1}^{x_2}|f(x)|dx+\int_{x_3}^{x_4}|f(x)|dx=-2\int_{x_3}^{x_4}f(x)dx=-2\int_{x_3}^{x_4}(ax^4+bx^2+c)dx$$

$$=-2\left(\frac{ax^5}{5}+\frac{bx^3}{3}+cx\right)\Bigg|_{x_3}^{x_4}=\frac{2ax_3^5}{5}+\frac{2bx_3^3}{3}+2cx_3-\frac{2ax_4^5}{5}-\frac{2bx_4^3}{3}-2cx_4.$$

$$S_2=\int_{x_2}^{x_3}|f(x)|dx=2\int_0^{x_3}f(x)dx=2\int_0^{x_3}(ax^4+bx^2+x)dx=2\left(\frac{ax^5}{5}+\frac{bx^3}{3}+cx\right)\Bigg|_0^{x_3}$$

$$=\frac{2ax_3^5}{5}+\frac{2bx_3^3}{3}+2cx_3.$$

Suy ra $S_2-S_1=\frac{2ax_4^5}{5}+\frac{2bx_4^3}{3}+2cx_4=\frac{2a}{5}\left(\sqrt{-\frac{5b}{6a}}\right)^5+\frac{2b}{3}\left(\sqrt{-\frac{5b}{6a}}\right)^3+2c\left(\sqrt{-\frac{5b}{6a}}\right)$

$$=\frac{2a}{5}\cdot\frac{25b^2}{36a^2}\sqrt{-\frac{5b}{6a}}-\frac{2b}{3}\cdot\frac{5b}{6a}\sqrt{-\frac{5b}{6a}}+2c\sqrt{-\frac{5b}{6a}}=\sqrt{-\frac{5b}{6a}}\left(\frac{5b^2}{18a}-\frac{5b^2}{9a}+2c\right)$$

$=\sqrt{-\frac{5b}{6a}}\cdot\frac{-5b^2+36ac}{18a}=0$. Vậy $S_1=S_2$ hay $\frac{S_1}{S_2}=1$.

STUDY TIPS

Một cách giải khác của bài toán:

Đề bài đúng với mọi giá trị a, b, c thỏa mãn $5b^2=36ac$. Nên ta chọn $a=1, b=-6, c=5$ thỏa mãn.

Khi đó $f(x)=x^4-6x^2+5$.

Và $f(x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=\pm1\\x=\pm\sqrt{5}\end{array}\right.$.

Ta có: $S_1=\int_{-1}^{1}|f(x)|dx=\frac{44}{7}$;

$S_2=\int_{-\sqrt{5}}^{-1}|f(x)|dx+\int_1^{\sqrt{5}}|f(x)|dx=\frac{44}{7}$.

Vậy $\frac{S_1}{S_2}=1$.

Câu 40: Đáp án C.

Cách 1: Thay x bởi $-x$ ta được $f(x)+2f(-x)=\cos(-x)=\cos x$. Kết hợp với giả thiết đề bài ta có $f(-x)+2f(x)=f(x)+2f(-x)\Leftrightarrow f(x)=f(-x)$.

Suy ra $f(x)=\frac{1}{3}\cos x$. Vậy $I=\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}}f(x)dx=\frac{1}{3}\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}}\cos x dx=\frac{2}{3}$.

Cách 2: Từ giả thiết ta có $\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}}[f(-x)+2f(x)]dx=\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}}\cos x dx$

$$\Leftrightarrow \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} f(-x)\mathrm{d}x + 2\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} f(x)\mathrm{d}x = 2 \Leftrightarrow \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} f(t)\mathrm{d}t + 2\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} f(x)\mathrm{d}x = 2 \Leftrightarrow \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} f(x)\mathrm{d}x = \frac{2}{3}.$$

Câu 41: Đáp án D.

Giả sử $z = x + yi, (x, y \in \mathbb{R})$. Từ giả thiết ta có $|2(x+yi) - i| = |2 + i(x+yi)|$

$\Leftrightarrow |2x + (2y-1)i| = |2 - y + xi| \Leftrightarrow 4x^2 + (2y-1)^2 = (y-2)^2 + x^2 \Leftrightarrow x^2 + y^2 = 1$. Suy ra tập hợp các điểm A, B biểu diễn hai số phức z_1, z_2 là đường tròn tâm $O(0;0)$, bán kính $R = 1 = OA = OB$.

Giả sử $z_1 = a_1 + b_1 i, z_2 = a_2 + b_2 i, (a_1, a_2, b_1, b_2 \in \mathbb{R})$. Khi đó $A(a_1; b_1), B(a_2; b_2)$.

Từ giả thiết $|z_1 - z_2| = 1$ ta được:

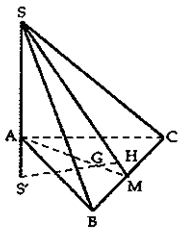
$$|(a_1 - a_2) + (b_1 - b_2)i| = 1 \Leftrightarrow \sqrt{(a_1 - a_2)^2 + (b_1 - b_2)^2} = 1 \Leftrightarrow AB = 1.$$

Từ đó $OA = OB = AB \Rightarrow \Delta OAB$ đều cạnh bằng 1.

Gọi M là trung điểm AB thì $M\left(\frac{a_1 + b_1}{2}; \frac{a_2 + b_2}{2}\right)$ và $OM = \frac{AB\sqrt{3}}{2} = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

Khi đó $P = |z_1 + z_2| = |(a_1 + a_2) + (b_1 + b_2)i| = \sqrt{(a_1 + a_2)^2 + (b_1 + b_2)^2}$

$$= 2\sqrt{\left(\frac{a_1 + a_2}{2}\right)^2 + \left(\frac{b_1 + b_2}{2}\right)^2} = 2OM = 2.\frac{\sqrt{3}}{2} = \sqrt{3}.$$



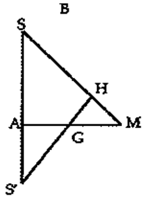
Câu 42: Đáp án C.

Nhận thấy $AB = BC = CA = 2\sqrt{6}$ nên ΔABC đều. Do G là trọng tâm của ΔABC nên $CG \perp AB$, mà $CG \perp SA \Rightarrow CG \perp (SAB) \Rightarrow CG \perp SB$. Lại có $CH \perp SB$ (H là trực tâm của ΔSBC) nên $SB \perp (CHG)$. Suy ra $SB \perp GH$.

Gọi M là trung điểm của BC.

Ta có $BC \perp SA, BC \perp AM \Rightarrow BC \perp (SAM) \Rightarrow BC \perp GH$.

Như vậy $GH \perp (SBC) \Rightarrow GH \perp SM$ hay $S'H \perp SM \Rightarrow \widehat{SS'H} = \widehat{SMA}$.

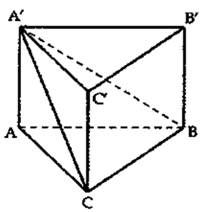


Suy ra $\Delta AS'G \backsim \Delta AMS \Rightarrow \frac{AS'}{AM} = \frac{AG}{AS}$

$$\Rightarrow AS'.AS = AM.AG = AM.\frac{2}{3}AM = \frac{2}{3}.\left(\frac{AB\sqrt{3}}{2}\right)^2 = \frac{2}{3}.\left(\frac{2\sqrt{6}.\sqrt{3}}{2}\right)^2 = 12.$$

Câu 43: Đáp án C.

Ta có $BC \perp AC, BC \perp AA' \Rightarrow BC \perp (A'ACC') \Rightarrow BC \perp A'C$.



Suy ra $\left(\widehat{(A'CB),(ABC)}\right) = \left(\widehat{A'C, AC}\right) = \widehat{A'CA} = x, \left(0 < x < \frac{\pi}{2}\right)$.

$\Delta A'AC$ vuông tại B nên $AA' = A'C.\sin\widehat{A'CA} = a\sin x; AC = a\cos x$.

Suy ra $V_{A'.ABC} = \frac{1}{3}.AA'.S_{\Delta ABC} = \frac{1}{3}a\sin x.\frac{(a\cos x)^2}{2} = \frac{a^3}{6}\sin x\cos^2 x$.

Xét hàm số $f(x) = \sin x.\cos^2 x = \sin x(1 - \sin^2 x)$ trên $\left(0; \frac{\pi}{2}\right)$.

Đặt $t=\sin x$, do $x\in\left(0;\dfrac{\pi}{2}\right)\Rightarrow t\in(0;1)$. Xét hàm số $g(t)=t\left(1-t^2\right)$ trên $(0;1)$.

Ta có $f'(t)=1-3t^2; f'(t)=0\Leftrightarrow t=\pm\dfrac{1}{\sqrt{3}}$. Do $t\in(0;1)$ nên $t=\dfrac{1}{\sqrt{3}}$.

Lập bảng biến thiên, suy ra $\max\limits_{x\in\left(0;\frac{\pi}{2}\right)} f(x)=\max\limits_{t\in(0;1)} g(t)=g\left(\dfrac{1}{\sqrt{3}}\right)=\dfrac{2\sqrt{3}}{9}$.

Vậy $V_{\max}=\dfrac{a^3}{6}.\dfrac{2\sqrt{3}}{9}=\dfrac{a^3\sqrt{3}}{27}$ (đvtt).

Câu 44: Đáp án B.

Điều kiện: $x^2-1\ge 0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x\le -1\\ x\ge 1\end{array}\right.$.

Phương trình đã cho tương đương với:

$2\left(x^2-1\right)\log^2\left(x^2+1\right)-2m\sqrt{2\left(x^2-1\right)}.\log\left(x^2+1\right)+2m+8=0$

$\Leftrightarrow\left[\sqrt{2\left(x^2-1\right)}.\log\left(x^2+1\right)\right]^2-2m.\sqrt{2\left(x^2-1\right)}.\log\left(x^2+1\right)+2m+8=0\ (*)$

Đặt $t=x^2\ge 1$, theo bài ra ta có $1\le\left|x_1\right|<\left|x_2\right|\le 3\Leftrightarrow 1\le x_1^2<x_2^2\le 9\Rightarrow t\in[1;9]$.

Xét hàm số $f(t)=\sqrt{2(t-1)}.\log(t+1)$ trên đoạn $[1;9]$.

Ta có $f'(t)=\dfrac{\log(t+1)}{\sqrt{2(t-1)}}+\dfrac{\sqrt{2(t-1)}}{(t+1).\ln 10}>0,\forall t\in[1;9]\Rightarrow$ Hàm số $f(t)$ đồng biến trên đoạn $[1;9]$. Khi đó $f(1)\le f(t)\le f(9)$ hay $0\le f(t)\le 4$.

Đặt $u=\sqrt{2\left(x^2-1\right)}.\log\left(x^2+1\right)\Rightarrow u\in[0;4]$. Khi đó phương trình $(*)$ trở thành $u^2-2m.u+2m+8=0\ (1)$.

Nhận thấy $u=1$ không phải là nghiệm của phương trình (1). Với $u\ne 1$ thì phương trình (1) tương đương với $u^2+8=2m(u-1)\Leftrightarrow 2m=\dfrac{u^2+8}{u-1}\ (2)$

Xét hàm số $g(u)=\dfrac{u^2+8}{u-1}$ trên $[0;4]\setminus\{1\}$.

Ta có $g'(u)=\dfrac{u^2-2u-8}{(u-1)^2};\ g'(u)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}u=4\\ u=-2\end{array}\right.$. Mà $u\in[0;4]\setminus\{1\}$ nên $u=4$.

Mặt khác, có $g(0)=-8; g(4)=8; \lim\limits_{x\to 1^-} g(u)=-\infty; \lim\limits_{x\to 1^+} g(u)=+\infty$.

Bảng biến thiên:

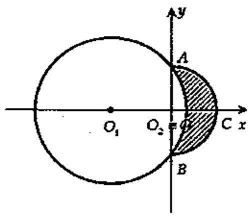
x	0		1		4
y'		$-$	||	$-$	
y	-8 ↘		$-\infty$ || $+\infty$	↘	8

Yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow$ Phương trình (2) có nghiệm duy nhất trên $[0;4]\backslash\{1\}$. Suy ra $\left[\begin{array}{l}2m\ge 8\\2m\le -8\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m\ge 4\\m\le -4\end{array}\right.$.

Mặt khác $m\in\mathbb{Z}, m\in[-2017;2017]$ nên suy ra $\left[\begin{array}{l}4\le m\le 2017\\-2017\le m\le -4\end{array}\right.$.

Vậy có tất cả $(2017-4+1)+(-4+2017+1)=4028$ giá trị m nguyên thỏa mãn bài toán.

Câu 45: Đáp án C.



Chọn hệ tọa độ Oxy như hình vẽ với $O_2\equiv O, O_2C\equiv Ox, O_2A\equiv Oy$.

Ta có $O_1O_2=\sqrt{O_1A^2-O_2A^2}=\sqrt{5^2-3^2}=4\Rightarrow O_1(-4;0)$.

Phương trình đường tròn $(O_1):(x+4)^2+y^2=25$.

Phương trình đường tròn $(O_2):x^2+y^2=9$.

Kí hiệu (H_1) là hình phẳng giới hạn bởi các đường $(O_1):(x+4)^2+y^2=25$, trục $Oy:x=0$ khi $x\ge 0$.

Kí hiệu (H_2) là hình phẳng giới hạn bởi các đường $(O_2):x^2+y^2=9$, trục $Oy:x=0$ khi $x\ge 0$.

Khi đó thể tích V cần tìm chính bằng thể tích V_2 của khối tròn xoay thu được khi quay hình (H_2) xung quanh trục Ox (thể tích nửa khối cầu bán kính bằng 3) trừ đi thể tích V_1 của khối tròn xoay thu được khi quay hình (H_1) xung quanh trục Ox.

Ta có $V_2=\frac{1}{2}.\frac{4}{3}\pi.3^3=18\pi$ (đvtt); $V_1=\pi\int_0^1 y^2dx=\pi\int_0^1\left[25-(x+4)^2\right]dx=\frac{14\pi}{3}$ (đvtt).

Vậy $V=V_2-V_1=18\pi-\frac{14\pi}{3}=\frac{40\pi}{3}$ (đvtt).

Câu 46: Đáp án D.

Ta có $\left|z+\frac{1}{z}\right|=3\Leftrightarrow\left|z+\frac{1}{z}\right|^2=9\Leftrightarrow\left(z+\frac{1}{z}\right)\left(\bar{z}+\frac{1}{\bar{z}}\right)=9\Leftrightarrow\frac{(z^2+1)(\bar{z}^2+1)}{z\bar{z}}=9$

$\Leftrightarrow z^2\bar{z}^2+z^2+\bar{z}^2+1=9z\bar{z}=9|z|^2\Leftrightarrow|z|^4+(z+\bar{z})^2-2|z|^2+1=9|z|^2$

Do $(z+\bar{z})^2\ge 0$ nên $-|z|^4+11|z|^2-1\ge 0\Leftrightarrow|z|^4-11|z|^2+1\le 0$

$\Leftrightarrow\frac{11-3\sqrt{13}}{2}\le|z|^2\le\frac{11+3\sqrt{13}}{2}\Leftrightarrow\frac{-3+\sqrt{13}}{2}\le|z|\le\frac{3+\sqrt{13}}{2}$.

Vậy $\max|z|+\min|z|=\frac{-3+\sqrt{13}}{2}+\frac{3+\sqrt{13}}{2}=\sqrt{13}$.

STUDY TIPS

Tổng quát: Cho a,b,c là các số thực dương và số phức z khác 0 thỏa mãn $\left|az+\frac{b}{z}\right|=c$.

Khi đó $\frac{-c+\sqrt{c^2+4ac}}{2a}\le|z|\le\frac{c+\sqrt{c^2+4ab}}{2a}$.

Câu 47: Đáp án D.

Ta có $(\alpha):x-2y+3z-a=0\Leftrightarrow 3x-6y+9z-3a=0$.

Gọi h là chiều cao của hình lăng trụ, do $(\alpha)//(\beta)$ nên $h=d((\alpha);(\beta))=\frac{|b+3a|}{3\sqrt{14}}$.

Ta có $V = S.h \Leftrightarrow 5\sqrt{14} = 5.\dfrac{|b+3a|}{3\sqrt{14}} = |3a+b| = 42 \Leftrightarrow \left|a+\dfrac{b}{3}\right| = 14.$

Câu 48: Đáp án A.

Ta thấy tập hợp thứ n có n số nguyên liên tiếp, và phần tử cuối cùng của tập này là $1+2+3+...+n = \dfrac{n(n+1)}{2}.$

Khi đó S_n là tổng của n số hạng trong một cấp số cộng có số hạng đầu là $u_1 = \dfrac{n(n+1)}{2}$, công sai là $d=-1$ (coi số hạng cuối cùng trong tập hợp thứ n là số hạng đầu tiên của cấp số cộng này), ta có:

$$S_n = \frac{n\left[2u_1+(n-1)d\right]}{2} = \frac{n}{2}\left[n(n+1)-(n-1)\right] = \frac{1}{2}n\left(n^2+1\right).$$

Vậy $S_{999} = \dfrac{1}{2}.999.\left(999^2+1\right) = 498501999.$

STUDY TIPS

Tổng n số hạng đầu tiên của một cấp số cộng có số hạng đầu u_1, công sai d là:

$$S_n = \frac{n\left[2u_1+(n-1)d\right]}{2}.$$

Câu 49: Đáp án B.

Số phần tử của không gian mẫu Ω là $n(\Omega) = 10^3$.

Gọi A là biến cố "chiếc kim của bánh xe đó lần lượt dừng lại ở ba vị trí khác nhau", suy ra $n(A) = 10.9.8 = 720.$

Vậy xác suất cần tính là $P(A) = \dfrac{n(A)}{n(\Omega)} = \dfrac{720}{10^3} = 0{,}72.$

Câu 50: Đáp án D.

Ta có $f(n) = \left[\left(n^2+1\right)+n\right]^2+1 = \left(n^2+1\right)^2+2n\left(n^2+1\right)+n^2+1$

$= \left(n^2+1\right)\left[n^2+1+2n+1\right] = \left(n^2+1\right)\left[(n+1)^2+1\right].$

Do đó $\dfrac{f(2n-1)}{f(2n)} = \dfrac{\left[(2n-1)^2+1\right].\left[(2n)^2+1\right]}{\left[(2n)^2+1\right].\left[(2n+1)^2+1\right]} = \dfrac{(2n-1)^2+1}{(2n+1)^2+1}.$

Suy ra $u_n = \dfrac{f(1)}{f(2)}.\dfrac{f(3)}{f(4)}.\dfrac{f(5)}{f(6)}...\dfrac{f(2n-1)}{f(2n)} = \dfrac{1^2+1}{3^2+1}.\dfrac{3^2+1}{5^2+1}.\dfrac{5^2+1}{7^2+1}...\dfrac{(2n-1)^2+1}{(2n+1)^2+1}$

$\Rightarrow u_n = \dfrac{2}{(2n+1)^2+1} = \dfrac{1}{2n^2+2n+1}$

$\Rightarrow \lim n\sqrt{u_n} = \lim \dfrac{n}{\sqrt{2n^2+2n+1}} = \dfrac{1}{\sqrt{2+\dfrac{2}{n}+\dfrac{1}{n^2}}} = \dfrac{1}{\sqrt{2}}.$

ĐỀ THỬ SỨC SỐ 13

Câu 1: Tính giới hạn hàm số $\lim_{x\to 0}\frac{\sqrt[3]{1+4x}-1}{x}$. Chọn kết quả đúng:

A. 0 B. $\frac{4}{3}$ C. $-\infty$ D. $+\infty$

Câu 2: Hàm số nào sau đây đồng biến trên $\mathbb{R}$?

A. $y=x^3-x^2+2x+3$ B. $y=x^3-x^2-3x+1$ C. $y=\frac{1}{4}x^4+x^2-2$ D. $y=\frac{x-1}{x-2}$

Câu 3: Tập hợp tất cả các giá trị của tham số m để đường thẳng $y=mx+1$ cắt đồ thị hàm số $y=\frac{x-3}{x+1}$ tạo hai điểm phân biệt là

A. $(-\infty;0]\cup[16;+\infty)$ B. $(-\infty;0)\cup(16;+\infty)$ C. $(16;+\infty)$ D. $(-\infty;0)$

Câu 4: Cho $\log_a b=\sqrt{3}$. Tính giá trị của biểu thức $P=\log_{\frac{\sqrt{b}}{a}}\frac{\sqrt{b}}{\sqrt{a}}$

A. $P=\frac{\sqrt{3}-1}{\sqrt{3}-2}$ B. $P=\sqrt{3}+1$ C. $P=\frac{\sqrt{3}-1}{\sqrt{3}+2}$ D. $P=\sqrt{3}-1$

Câu 5: Phần thực của số phức $z=(2-i)^2$ bằng:

A. 3 B. -1 C. 2 D. 5

Câu 6: Khối đa diện nào sau đây có các mặt không phải là tam giác đều?

A. Bát diện đều B. Nhị thập diện đều C. Tứ diện đều D. Thập nhị diện đều

Câu 7: Hàm số nào sau đây là hàm số lẻ?

A. $y=\frac{1}{2}\sin x\cos 2x$ B. $y=2\cos 2x$ C. $y=\frac{x}{\sin x}$ D. $y=1+\tan x$

Câu 8: Phương trình $2\cos^2 x=1$ có số nghiệm trên đoạn $[-2\pi;2\pi]$ là

A. 2 B. 4 C. 6 D. 8

Câu 9: Hai xạ thủ cùng bắn, mỗi người một viên đạn vào bia một cách độc lập với nhau. Xác suất bắn trúng bia của hai xạ thủ lần lượt là $\frac{1}{2}$ và $\frac{1}{3}$. Tính xác suất của biến cố có ít nhất một xạ thủ không bắn trúng bia.

A. $\frac{1}{3}$ B. $\frac{1}{6}$ C. $\frac{1}{2}$ D. $\frac{2}{3}$

Câu 10: Số 3969000 có bao nhiêu ước số tự nhiên?

A. 240 B. 144 C. 120 D. 72

Câu 11: Cho khai triển $\left(1-3x+2x^2\right)^{2017}=a_0+a_1x+a_2x^2+...+a_{4034}x^{4034}$. Tìm a_2

A. 18302258 B. 16269122 C. 8132544 D. 8136578

Câu 12: Cho hàm số $y=x^3+1$. Gọi Δx là số gia đối số tại x và Δy là số gia tương ứng của hàm số. Tính $\frac{\Delta y}{\Delta x}$

A. $3x^2-3x\Delta x+(\Delta x)^3$ B. $3x^2+3x\Delta x-(\Delta x)^2$ C. $3x^2+3x\Delta x+(\Delta x)^3$ D. $3x^2+3x\Delta x+(\Delta x)^2$

Câu 13: Cho ba điểm *A, B, C* thẳng hàng theo thứ tự đó và $AB=2BC$. Dựng các hình vuông *ABEF, BCGH* (đỉnh của hình vuông tính theo chiều kim đồng hồ). Xét phép quay tâm *B* góc quay $-90°$ biến điểm *E* thành điểm *A*. Gọi *I* là giao điểm của *EC* và *GH*. Giả sử *I* biến thành điểm *J* qua phép quay trên. Nếu $AC=3$ thì *IJ* bằng bao nhiêu?

A. $\frac{\sqrt{10}}{2}$ B. $\sqrt{5}$ C. $2\sqrt{5}$ D. $\sqrt{10}$

Câu 14: Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. Hai mặt phẳng vuông góc với nhau thì đường thẳng nào nằm trong mặt này cũng vuông góc với mặt kia.

B. Hai mặt phẳng phân biệt cùng vuông góc với một mặt phẳng thì vuông góc với nhau.

C. Một đường thẳng vuông góc với một trong hai mặt phẳng son
g song thì vuông góc với mặt phẳng kia.

D. Hai đường thẳng phân biệt cùng vuông góc với đường thẳng thứ ba thì song song với nhau.

Câu 15: Cho tứ diện đều $ABCD$ cạnh bằng a. Khoảng cách d giữa hai đường thẳng AD và BC là:

A. $d=\frac{a\sqrt{3}}{2}$ B. $d=\frac{a\sqrt{2}}{2}$ C. $d=\frac{a\sqrt{2}}{3}$ D. $d=\frac{a\sqrt{3}}{3}$

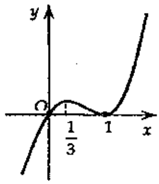
Câu 16: Hàm số $y=\frac{e^x}{x+1}$ có bao nhiêu điểm cực trị?

A. 3   B. 2   C. 1   D. 0

Câu 17: Số đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y=\frac{x+\sqrt{x^2+1}}{x+1}$ là

A. 1   B. 2   C. 3   D. 0

Câu 18: Hàm số $f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ là hàm số $f'(x)$. Biết đồ thị hàm số $f'(x)$ được cho như hình vẽ bên. Hàm số $f(x)$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?



A. $(-\infty;0)$ B. $(0;+\infty)$

C. $\left(-\infty;\frac{1}{3}\right)$ D. $\left(\frac{1}{3};1\right)$

Câu 19: Cho các số thực dương a, b, c thỏa mãn $a^{\log_3 7}=27, b^{\log_7 11}=49$ và $c^{\log_{11} 25}=\sqrt{11}$. Giá trị của $T=a^{(\log_3 7)^2}+b^{(\log_7 11)^2}+c^{(\log_{11} 25)^2}$

A. $T=469$ B. $T=43$ C. $T=-469$ D. $T=1323\sqrt{11}$

Câu 20: Cho các số thực dương a, b với $a\neq 1$ là $\log_a b<0$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $\left[\begin{array}{l}0<b<1<a\\0<a<1<b\end{array}\right.$ B. $\left[\begin{array}{l}0<a,b<1\\1<a,b\end{array}\right.$ C. $\left[\begin{array}{l}0<b<1<a\\1<a,b\end{array}\right.$ D. $\left[\begin{array}{l}0<b,a<1\\0<a<1<b\end{array}\right.$

Câu 21: Hàm số $y=\left(4x^2-1\right)^{-4}$ có tập xác định là

A. $\mathbb{R}\backslash\left\{-\frac{1}{2};\frac{1}{2}\right\}$ B. $\left(-\infty;-\frac{1}{2}\right)\cup\left(\frac{1}{2};+\infty\right)$ C. $\mathbb{R}$ D. $\left(-\frac{1}{2};\frac{1}{2}\right)$

Câu 22: Tìm m để phương trình $2^{|x|}=\sqrt{m^2-x^2}$ có 2 nghiệm phân biệt

A. $\left[\begin{array}{l}m<-1\\m>1\end{array}\right.$ B. $\left[\begin{array}{l}m<-1\\m>2\end{array}\right.$ C. $-3<m<-1$ D. $\left[\begin{array}{l}m<-2\\m>2\end{array}\right.$

Câu 23: Tính $\int\left(x^2+\frac{3}{x}-2\sqrt{x}\right)dx$, ta được kết quả là

A. $\frac{x^3}{3}+3\ln|x|-\frac{4}{3}\sqrt{x^3}+C$ B. $\frac{x^3}{3}+3\ln x-\frac{4}{3}\sqrt{x^3}+C$

C. $\frac{x^3}{3}+3\ln|x|+\frac{4}{3}\sqrt{x^3}+C$ D. $\frac{x^3}{3}-3\ln|x|-\frac{4}{3}\sqrt{x^3}+C$

Câu 24: Giá trị của a thỏa mãn $\int_0^a x.e^{\frac{x}{2}}dx=4$ là

A. $a=1$ B. $a=0$ C. $a=4$ D. $a=2$

Câu 25: Cho $\int_{-2}^{2} f(x)dx = 1$, $\int_{-2}^{4} f(t)dt = -4$. Tính $I = \int_{2}^{4} f(y)dy$

A. $I = -5$ B. $I = -3$ C. $I = 3$ D. $I = 5$

Câu 26: Cho khối trụ (T) có bán kính đáy bằng R và diện tích toàn phần bằng $8\pi R^2$. Tính thể tích V của khối trụ (T)

A. $V = 6\pi R^3$ B. $V = 3\pi R^3$ C. $V = 4\pi R^3$ D. $V = 8\pi R^3$

Câu 27: Cho hình nón tròn xoay có đường cao $h = 40(\text{cm})$, bán kính đáy $r = 50(\text{cm})$. Một thiết diện đi qua đỉnh của hình nón có khoảng cách từ tâm của đáy đến mặt phẳng chứa thiết diện là $24(\text{cm})$. Tính diện tích của thiết diện

A. $S = 800(\text{cm}^2)$ B. $S = 1200(\text{cm}^2)$

C. $S = 1600(\text{cm}^2)$ D. $S = 2000(\text{cm}^2)$

Câu 28: Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho $(P): x - z - 1 = 0$. Vectơ nào sau đây không là vectơ pháp tuyến của (P)

A. $\vec{n} = (-1;0;1)$ B. $\vec{n} = (1;0;-1)$ C. $\vec{n} = (1;-1;1)$ D. $\vec{n} = (2;0;-2)$

Câu 29: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $2\cos^2 3x + (3-2m)\cos 3x + m - 2 = 0$ có đúng 3 nghiệm thuộc khoảng $\left(-\frac{\pi}{6};\frac{\pi}{3}\right)$.

A. $-1 \le m \le 1$ B. $1 < m \le 2$ C. $1 \le m \le 2$ D. $1 \le m < 2$

Câu 30: Số vị trí biểu diễn các nghiệm của phương trình $\tan\left(2x - \frac{\pi}{3}\right) + \sqrt{3} = 0$ trên đường tròn lượng giác là?

A. 4 B. 3 C. 2 D. 1

Câu 31: Kết quả (b,c) của việc gieo con súc sắc cân đối và đồng chất hai lần, trong đó b là số chấm xuất hiện trong lần gieo đầu, c là số chấm xuất hiện ở lần gieo thứ hai, được thay vào phương trình bậc hai $x^2 + bx + c = 0$ Tính xác suất để phương trình có nghiệm

A. $\frac{19}{36}$ B. $\frac{1}{18}$ C. $\frac{1}{2}$ C. $\frac{17}{36}$

Câu 32: Cho dãy số (a_n) xác định bởi $\begin{cases} a_1 = 5 \\ a_{n+1} = q.a_n + 3 \end{cases}$ với mọi $n \ge 1$, trong đó q là hằng số, $a \ne 0, q \ne 1$. Biết công thức số hạng tổng quát của dãy số viết được dưới dạng $a_n = \alpha.q^{n-1} + \beta\frac{1-q^{n-1}}{1-q}$. Tính $\alpha + 2\beta$

A. 13 B. 9 C. 11 D. 16

Câu 33: Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có mặt đáy ABC là tam giác đều, độ dài cạnh $AB = 2a$. Hình chiếu vuông góc của A' lên (ABC) trùng với trung điểm H của cạnh AB. Biết góc giữa cạnh bên và mặt đáy bằng $60°$, tính theo a khoảng cách h từ điểm B đến mặt phẳng $(ACC'A')$

A. $h = \frac{\sqrt{39}a}{13}$ B. $h = \frac{2\sqrt{15}a}{5}$ C. $h = \frac{2\sqrt{21}a}{7}$ D. $h = \frac{\sqrt{15}a}{5}$

Câu 34: Cho hàm số $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ với $a,b,c,d \in \mathbb{R}; a > 0$ và $\begin{cases} d > 2018 \\ a+b+c+d-2018 < 0 \end{cases}$. Số cực trị của hàm số $y = |f(x) - 2018|$ bằng

A. 3 B. 2 C. 1 D. 5

Câu 35: Cho hàm số $y=x^3-3x^2+(m+1)x+1$ có đồ thị (C_m) với m là tham số. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để đường thẳng $d: y=x+1$ cắt đồ (C_m) thị tại ba điểm phân biệt $P(0;1), M, N$ sao cho tam giác OMN vuông tại O (O là gốc tọa độ)

A. $m=-2$ B. $m=-6$ C. $m=-3$ D. $m=-\dfrac{7}{2}$

Câu 36: Cho hai số thực dương x,y thỏa mãn $2^x+2^y=4$. Tìm giá trị lớn nhất P_{max} của biểu thức $P=(2x^2+y)(2y^2+x)+9xy$.

A. $P_{max}=\dfrac{27}{2}$ B. $P_{max}=18$ C. $P_{max}=27$ D. $P_{max}=12$

Câu 37: Số nghiệm của phương trình $(x^2-4)(\log_2 x+\log_3 x+\log_4 x+...\log_{19} x-\log_{20}^2 x)=0$ là:

A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

Câu 38: Với giá trị nào của a để diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi $(C): y=\dfrac{x^2-2x}{x-1}$, đường tiệm cận xiên của (C) và hai đường thẳng $x=a$, $x=2a (a>1)$ bằng $\ln 3$?

A. $a=1$ B. $a=2$ C. $a=3$ D. $a=4$

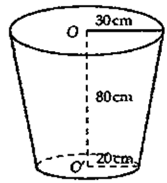
Câu 39: Gọi $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)=2^x$ thỏa mãn $F(0)=\dfrac{1}{\ln 2}$. Tính giá trị biểu thức $T=F(0)+F(1)+F(2)+...+F(2017)$.

A. $T=1009.\dfrac{2^{2017}+1}{\ln 2}$ B. $T=2^{2017.2018}$ C. $T=\dfrac{2^{2017}-1}{\ln 2}$ D. $T=\dfrac{2^{2018}-1}{\ln 2}$

Câu 40: Cho số phức $z=\dfrac{m+1}{1+m(2i-1)}, (m\in\mathbb{R})$. Số các giá trị nguyên của m để $|z-i|<1$ là

A. 0 B. 1 C. 4 D. Vô số

Câu 41: Học sinh A sử dụng 1 xô đựng nước có hình dạng và kích thước giống như hình vẽ, trong đó đáy xô là hình tròn có bán kính 20 cm, miệng xô là đường tròn bán kính 30 cm, chiều cao xô là 80 cm. Mỗi tháng A dùng hết 10 xô nước. Hỏi A phải trả bao nhiêu tiền nước mỗi tháng, biết giá nước là 20000 đồng/1 m^3 (số tiền được làm tròn đến đơn vị đồng)?



A. 35279 đồng B. 38905 đồng

C. 42116 đồng D. 31835 đồng

Câu 42: Cho hình lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của BB', CC'. Mặt phẳng $(A'MN)$ chia khối lăng trụ thành hai phần, V_1 là thể tích của phần đa diện chứa điểm B, V_2 thể tích phần đa diện còn lại. Tính tỉ số $\dfrac{V_1}{V_2}$

A. $\dfrac{V_1}{V_2}=\dfrac{7}{2}$ B. $\dfrac{V_1}{V_2}=2$ C. $\dfrac{V_1}{V_2}=3$ D. $\dfrac{V_1}{V_2}=\dfrac{5}{2}$

Câu 43: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\begin{cases}x=t\\y=-1\\z=-t\end{cases}$ và 2 mặt phẳng $(P),(Q)$ lần lượt có phương trình $x+2y+2z+3=0$; $x+2y+2z+7=0$. Viết phương trình mặt cầu (S) có tâm I thuộc đường thẳng d, tiếp xúc với hai mặt phẳng (P) và (Q).

A. $(x+3)^2+(y+1)^2+(z-3)^2=\frac{4}{9}$ B. $(x-3)^2+(y+1)^2+(z+3)^2=\frac{4}{9}$

C. $(x+3)^2+(y+1)^2+(z+3)^2=\frac{4}{9}$ D. $(x-3)^2+(y-1)^2+(z+3)^2=\frac{4}{9}$

Câu 44: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$. Viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua điểm $M(1;2;3)$ và cắt các trục Ox, Oy, Oz lần lượt tại ba điểm A, B, C khác với gốc tọa độ O sao cho biểu thức $\frac{1}{OA^2}+\frac{1}{OB^2}+\frac{1}{OC^2}$ có giá trị nhỏ nhất

A. $(P):x+2y+3z-14=0$ B. $(P):x+2y+3z-11=0$

C. $(P):x+2y+z-14=0$ D. $(P):x+y+3z-14=0$

Câu 45: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(0;1;1), B(3;0;-1), C(0;21;-19)$ và mặt cầu $(S):(x-1)^2+(y-1)^2+(z-1)^2=1$. $M(a,b,c)$ là điểm thuộc mặt cầu (S) sao cho biểu thức $T=3MA^2+2MB^2+MC^2$ đạt giá trị nhỏ nhất. Tính tổng $a+b+c$

A. $a+b+c=\frac{14}{5}$ B. $a+b+c=0$ C. $a+b+c=\frac{12}{5}$ D. $a+b+c=12$

Câu 46: Trong thời gian liên tục 25 năm, một người lao động luôn gửi đúng 4.000.000 đồng vào một ngày cố định của tháng ở ngân hàng M với lãi suất không thay đổi trong suốt thời gian gửi tiền là 0,6% tháng. Gọi A là số tiền người đó có được sau 25 năm. Hỏi mệnh đề nào dưới đây là đúng?

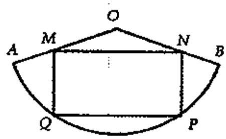
A. $3.500.000.000<A<3.550.000.000$ B. $3.400.000.000<A<3.450.000.000$

C. $3.350.000.000<A<3.400.000.000$ D. $3.450.000.000<A<3.500.000.000$

Câu 47: Biết số phức z thỏa mãn điều kiện $3\le|z-3i+1|\le5$. Tập hợp các điểm biểu diễn của z tạo thành một hình phẳng. Diện tích của hình phẳng đó bằng

A. 16π B. 4π C. 9π D. 25π

Câu 48: Cho tấm tôn hình nón có bán kính đáy là $r=\frac{2}{3}$, độ dài đường sinh $l=2$. Người ta cắt theo một đường sinh và trải phẳng ra được một hình quạt. Gọi M, N thứ tự là trung điểm OA và OB. Hỏi khi cắt hình quạt theo hình chữ nhật $MNPQ$ (hình vẽ) và tạo thành hình trụ đường sinh PN trùng MQ (2 đáy làm riêng) thì được khối trụ có thể tích bằng bao nhiêu?



A. $\frac{3\pi(\sqrt{13}-1)}{8}$ B. $\frac{3(\sqrt{13}-1)}{8\pi}$ C. $\frac{5(\sqrt{13}-1)}{12\pi}$ D. $\frac{\pi(\sqrt{13}-1)}{9}$

Câu 49: Một hình lập phương có cạnh 4 cm. Người ta sơn đỏ mặt ngoài của hình lập phương rồi cắt hình lập phương bằng các mặt phẳng song song với các mặt của hình lập phương thành 64 hình lập phương nhỏ có cạnh 1 cm. Có bao nhiêu hình lập phương có đúng một mặt được sơn đỏ?

A. 8 B. 16 C. 24 D. 48

Câu 50: Tìm tất cả các giá trị của m để hàm số $f(x)=\begin{cases}\frac{\sqrt{1-x}-\sqrt{1+x}}{x} & \text{khi } x<0\\ m+\frac{1-x}{1+x} & \text{khi } x\ge0\end{cases}$ liên tục tại $x=0$.

A. $m=1$ B. $m=-2$ C. $m=-1$ D. $m=0$

ĐÁP ÁN

1.B	2.A	3.B	4.A	5.A	6.D	7.A	8.D	9.B	10.A
11.A	12.D	13.A	14.C	15.B	16.C	17.C	18.A	19.A	20.A
21.D	22.A	23.A	24.D	25.A	26.B	27.D	28.C	29.D	30.A
31.A	32.C	33.B	34.D	35.A	36.B	37.D	38.B	39.D	40.A
41.D	42.B	43.B	44.D	45.A	46.C	47.A	48.B	49.C	50.B

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

Câu 1: Đáp án B.

STUDY TIPS

Cũng có thể sử dụng máy tính cầm tay để tính giới hạn dãy số. Nhập vào màn hình $\frac{\sqrt[3]{1+4X}-1}{X}$. Ấn CALC, nhập $X=10^{-5}$. Ấn =, máy hiện kết quả xấp xỉ bằng $\frac{4}{3}$.

$\frac{\sqrt[3]{1+4X}-1}{X}$

1.333315555

$$\lim_{x\to0}\frac{\sqrt[3]{1+4x}-1}{x}=\lim_{x\to0}\frac{\left(\sqrt[3]{1+4x}-1\right)\left[\left(\sqrt[3]{1+4x}\right)^2+\sqrt[3]{1+4x}+1\right]}{x\left[\left(\sqrt[3]{1+4x}\right)^2+\sqrt[3]{1+4x}+1\right]}$$

$$=\lim_{x\to0}\frac{\left(\sqrt[3]{1+4x}\right)^3-1}{x\left[\left(\sqrt[3]{1+4x}\right)^2+\sqrt[3]{1+4x}+1\right]}=\lim_{x\to0}\frac{4x}{x\left[\left(\sqrt[3]{1+4x}\right)^2+\sqrt[3]{1+4x}+1\right]}$$

$$=\lim_{x\to0}\frac{4}{\left(\sqrt[3]{1+4x}\right)^2+\sqrt[3]{1+4x}+1}=\frac{4}{3}$$

Câu 2: Đáp án A.

STUDY TIPS

Hàm số trùng phương $y=ax^4+bx^2+c,(a\neq0)$ và hàm số phân thức (bậc nhất trên bậc nhất) $y=\frac{ax+b}{cx+d}$ không thể đơn điệu (đồng biến hoặc nghịch biến) trên $\mathbb{R}$.

* *Phương án A:* Hàm số $y=x^3-x^2+2x+3$ có tập xác định là $\mathbb{R}$ và đạo hàm $y'=3x^2-2x+2>0,\forall\in\mathbb{R}$ nên luôn đồng biến trên $\mathbb{R}$.

* *Phương án B:* Hàm số $y=x^3-x^2-3x+1$ có tập xác định là $\mathbb{R}$ và đạo hàm $y'=3x^2-2x-3$. Phương trình $y'=0$ luôn có hai nghiệm phân biệt $x_1,x_2\left(x_1<x_2\right)$ nên hàm số luôn đồng biến trên mỗi khoảng $\left(-\infty;x_1\right),\left(x_2;+\infty\right)$ và nghịch biến trên $\left(x_1;x_2\right)$.

* *Phương án C:* Hàm số $y=\frac{1}{4}x^4+x^2-2$ có tập xác định $\mathbb{R}$, đạo hàm $y'=x^3+2x$ và phương trình $y'=0$ có một nghiệm $x=0$ nên hàm số luôn đồng biến trên $(0;+\infty)$ và nghịch biến trên $(-\infty;0)$.

* *Phương án D:* Hàm số $y=\frac{x-1}{x-2}$ có tập xác định $\mathbb{R}\setminus\{2\}$ và đạo hàm $y'=\frac{-1}{(x-2)^2}<0,\forall x\neq2$ nên hàm số luôn nghịch biến trên mỗi khoảng $(-\infty;2)$ và $(2;+\infty)$.

Câu 3: Đáp án B.

STUDY TIPS

Số giao điểm của đồ thị các hàm số $y=f(x)$, $y=g(x)$ cũng chính là số nghiệm của phương trình hoành độ giao điểm $f(x)-g(x)=0$.

Phương trình hoành độ giao điểm: $mx+1=\frac{x-3}{x+1}\Leftrightarrow\begin{cases}x\neq-1\\(mx+1)(x+1)=x-3\end{cases}$

$$\Leftrightarrow\begin{cases}x\neq-1\\mx^2+mx+4=0\ (*)\end{cases}$$

Để đường thẳng $y=mx+1$ cắt đồ thị hàm số $y=\frac{x-3}{x+1}$ tạo hai điểm phân biệt thì phương trình $(*)$ phải có hai nghiệm phân biệt khác -1

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m.(-1)^2+m.(-1)+4\neq 0 \\ \Delta=m^2-16m>0 \end{cases} \Leftrightarrow m(m-16)>0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m>16 \\ m<0 \end{array}\right.$$

Câu 4: Đáp án A.

STUDY TIPS

Với $a,b,c>0$ và $a\neq 1$, ta có:

$\log_a \frac{b}{c}=\log_a b-\log_a c$

$\log_a b=\frac{1}{\log_b a},(0<b\neq 1)$.

$\log_a(b^\alpha)=\alpha.\log_a b$.

Ta có $P=\log_{\frac{\sqrt{b}}{a}}\frac{\sqrt{b}}{\sqrt{a}}=\frac{1}{2}\left(\log_{\frac{\sqrt{b}}{a}} b-\log_{\frac{\sqrt{b}}{a}} a\right)=\frac{1}{2}\left(\frac{1}{\log_b \frac{\sqrt{b}}{a}}-\frac{1}{\log_a \frac{\sqrt{b}}{a}}\right)$

$$=\frac{1}{2}\left(\frac{1}{\log_b\sqrt{b}-\log_b a}-\frac{1}{\log_a\sqrt{b}-\log_a a}\right)=\frac{1}{2}\left(\frac{1}{\frac{1}{2}-\frac{1}{\log_a b}}-\frac{1}{\frac{1}{2}\log_a b-1}\right)$$

$$=\frac{1}{2}\left(\frac{1}{\frac{1}{2}-\frac{1}{\sqrt{3}}}-\frac{1}{\frac{\sqrt{3}}{2}-1}\right)=\frac{1}{2}\left(\frac{2\sqrt{3}}{\sqrt{3}-2}-\frac{2}{\sqrt{3}-2}\right)=\frac{\sqrt{3}-1}{\sqrt{3}-2}.$$

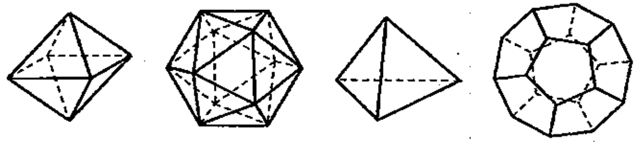
Câu 5: Đáp án A.

STUDY TIPS

Số phức $z=a+bi,(a,b\in\mathbb{R})$ có phần thực bằng a và phần ảo bằng b.

Ta có $z=(2-i)^2=4-4i+i^2=3-4i$ có phần thực bằng 3.

Câu 6: Đáp án D.



* Khối bát diện đều có 8 mặt là các tam giác đều.

* Khối nhị thập diện đều có 20 mặt là các tam giác đều.

* Tứ diện đều có 4 mặt là các tam giác đều.

* Khối thập nhị diện đều có 12 mặt là các ngũ giác đều.

Câu 7: Đáp án A.

STUDY TIPS

Hàm số $y=f(x)$ có tập xác định D:

* Nếu $\begin{cases}\forall x\in D\to(-x)\in D \\ f(-x)=f(x)\end{cases}$ thì $f(x)$ là hàm chẵn trên D.

* Nếu $\begin{cases}\forall x\in D\to(-x)\in D \\ f(-x)=-f(x)\end{cases}$ thì $f(x)$ là hàm số lẻ trên D.

* Nếu $f(x)$ không thỏa mãn một trong các điều kiện trên thì hàm số không chẵn, không lẻ.

* *Phương án A:* Tập xác định $\mathbb{R}$ là tập đối xứng, tức $\forall x\in\mathbb{R}\to(-x)\in\mathbb{R}$. Ta có $y(-x)=\frac{1}{2}\sin(-x)\cos(-2x)=-\frac{1}{2}\sin x\cos 2x=-y(x)$. Vậy $y=\frac{1}{2}\sin x\cos 2x$ là hàm số lẻ.

* *Phương án B:* Tập xác định $\mathbb{R}$ là tập đối xứng, tức $\forall x\in\mathbb{R}\to(-x)\in\mathbb{R}$. Ta có $y(-x)=2\cos(-2x)=2\cos 2x=y(x)$. Vậy $y=2\cos 2x$ là hàm số chẵn.

* *Phương án C:* Tập xác định $D=\mathbb{R}\setminus\{k\pi\},(k\in\mathbb{Z})$ là tập đối xứng, tức $\forall x\in D\to(-x)\in D$. Ta có $y(-x)=\frac{-x}{\sin(-x)}=\frac{-x}{-\sin x}=\frac{x}{\sin x}=y(x)$ nên $y=\frac{x}{\sin x}$ là hàm số chẵn.

* *Phương án D:* Tập xác định $D=\mathbb{R}\backslash\left\{\frac{\pi}{2}+k\pi\right\},(k\in\mathbb{Z})$ là tập đối xứng, tức $\forall x\in D\to(-x)\in D$. Ta có $y(-x)=1+\tan(-x)=1-\tan x\to\begin{cases}y(-x)\neq y(x)\\y(-x)\neq -y(x)\end{cases}$ nên hàm số $y=1+\tan x$ không chẵn, không lẻ.

Câu 8: Đáp án D.

Phương trình tương đương với $2.\frac{1+\cos 2x}{2}=1\Leftrightarrow\cos 2x=0\Leftrightarrow x=\frac{\pi}{4}+k\frac{\pi}{2},(k\in\mathbb{Z})$

Từ $-2\pi\le x\le 2\pi\to -2\pi\le\frac{\pi}{4}+k\frac{\pi}{2}\le 2\pi\to -\frac{9}{2}\le k\le\frac{7}{2}$. Do $k\in\mathbb{Z}$ nên $k\in\{-4;-3;...;3\}$

$\to$ Có $3-(-4)+1=8$ giá trị k nguyên thỏa mãn. Vậy phương trình có 8 nghiệm trên $[-2\pi;2\pi]$.

Câu 9: Đáp án B.

STUDY TIPS

Chia bài toán thành các trường hợp:

* Một người bắn trùng và một người không bắn trúng.
* Cả hai người không bắn trúng bia.

Sau đó áp dụng quy tắc cộng ta được xác suất cần tính.

Chú ý: Nếu A, B là các biến cố độc lập thì

$P(A.B)=P(A).P(B)$.

Xác suất để xạ thủ thứ nhất bắn không trúng bia là: $1-\frac{1}{2}=\frac{1}{2}$.

Xác suất để xạ thủ thứ hai bắn không trúng bia là: $1-\frac{1}{3}=\frac{2}{3}$.

Gọi biến cố A:"Có ít nhất một xạ thủ không bắn trúng bia ". Khi đó biến cố A có 3 khả năng xảy ra:

* Xác suất người thứ nhất bắn trúng bia, người thứ hai không bắn trúng bia là $\frac{1}{2}.\frac{2}{3}=\frac{1}{3}$

* Xác suất người thứ nhất không bắn trúng bia, người thứ hai bắn trúng bia là $\frac{1}{2}.\frac{1}{3}=\frac{1}{6}$.

* Xác suất cả hai người đều bắn không trúng bia là $\frac{1}{2}.\frac{2}{3}=\frac{1}{3}$.

Vậy $P(A)=\frac{1}{3}+\frac{1}{6}+\frac{1}{3}=\frac{5}{6}$.

Câu 10: Đáp án A.

STUDY TIPS

Tổng quát: Nếu một số tự nhiên M có thể phân tích ra thừa số nguyên tố như sau $M=p_1^{k_1}.p_2^{k_2}.p_3^{k_3}...p_n^{k_n}$ với p_1, $p_2,p_3,...,p_n$ là các số nguyên tố thì số các ước số nguyên dương (tự nhiên) của M được tính theo công thức $(k_1+1)(k_2+1)(k_3+1)...(k_n+1)$.

Ta có $3969000=2^3.3^4.5^3.7^2$. Suy ra các ước số của 3969000 có dạng $2^a.3^b.5^c.7^d$ với $a\in\{0;1;2;3\}$, $b\in\{0;1;2;3;4\}$, $c\in\{0;1;2;3\}$, $d\in\{0;1;2\}$.

* Chọn *a* có 4 cách.
* Với mỗi cách chọn *a* có 5 cách chọn *b*.
* Với mỗi cách chọn *a, b* có 4 cách chọn *c*.
* Với mỗi cách chọn *a, b, c* có 3 cách chọn *d*.

Vậy số 3969000 có tất cả $4.5.4.3=240$ ước số tự nhiên.

Câu 11: Đáp án A.

Từ giả thiết suy ra a_2 là hệ số của số hạng chứa x^2 trong khai triển đa thức.

Ta có $(1-3x+2x^2)^{2017}=\left[2x^2+(1-3x)\right]^{2017}=\sum_{k=0}^{2017}C_{2017}^k(2x^2)^{2017-k}(1-3x)^k$

$\sum_{k=0}^{2017}C_{2017}^k2^{2017-k}x^{4034-2k}\sum_{i=0}^{k}C_k^i(-3x)^i=\sum_{k=0}^{2017}\sum_{i=0}^{k}C_{2017}^kC_k^i2^{2017-k}(-3)^ix^{4034-2k+i}$

Ta có hệ phương trình sau $\begin{cases} 0 \le k \le 2017 \\ 0 \le i \le k \\ 4034 - 2k + i = 2 \\ i, k \in \mathbb{N} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 0 \le k \le 2017 \\ 0 \le 2k - 4032 \le k \\ i = 2k - 4032 \\ i, k \in \mathbb{N} \end{cases}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 0 \le k \le 2017 \\ 2016 \le k \le 4032 \\ i = 2k - 4032 \\ i, k \in \mathbb{N} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2016 \le k \le 2017 \\ i = 2k - 4032 \\ i, k \in \mathbb{N} \end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} k = 2016, i = 0 \\ k = 2017, i = 2 \end{array}\right.$$

Vậy $a_2 = C_{2017}^{2016} C_{2016}^{0} 2^1 (-3)^0 + C_{2017}^{2017} C_{2017}^{2} 2^0 (-3)^2 = 18302258$.

STUDY TIPS

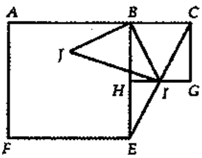
Nếu Δx là số gia đối số tại x thì $\Delta y = f(x + \Delta x) - f(x)$ là số gia tương ứng của hàm số $y = f(x)$.

Câu 12: Đáp án D.

Ta có $\Delta y = \left[(x + \Delta x)^3 + 1\right] - (x^3 + 1) = 3x^2 \Delta x + 3x.(\Delta x)^2 + (\Delta x)^3$

$$\longrightarrow \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{\Delta x.\left[3x^2 + 3x\Delta x + (\Delta x)^2\right]}{\Delta x} = 3x^2 + 3x\Delta x + (\Delta x)^2.$$

Câu 13: Đáp án A.



Ta có hình vẽ bên.

Từ $AC = 3 \Rightarrow \begin{cases} AB = BE = EF = FA = 2 \\ BC = CG = GH = HB = 1 \end{cases}$. Do $I = EC \cap GH \Rightarrow I$ là trung điểm của HG. Suy ra $BI = \sqrt{BH^2 + \left(\frac{HG}{2}\right)^2} = \sqrt{1^2 + \left(\frac{1}{2}\right)^2} = \frac{\sqrt{5}}{2}$.

$Q_{(B, -90^\circ)}(I) = J \Rightarrow \begin{cases} BI \perp BJ \\ BI = BJ \end{cases} \Rightarrow \Delta BIJ$ vuông cân tại B.

Vậy $IJ = BI\sqrt{2} = \frac{\sqrt{5}}{2}.\sqrt{2} = \frac{\sqrt{10}}{2}$.

Câu 14: Đáp án C.

* *Phương án A:* Hai mặt phẳng vuông góc với nhau thì đường thẳng nào nằm trong mặt phẳng này mà vuông góc với giao tuyến cũng vuông góc với mặt phẳng kia. Cụ thể: $\begin{cases} (\alpha) \perp (\beta) \\ (\alpha) \cap (\beta) = \Delta \\ d \in (\alpha) : d \perp \Delta \end{cases} \rightarrow d \perp (\beta)$.

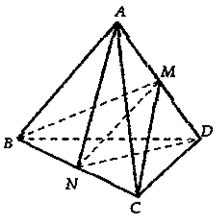
* *Phương án B:* Hai mặt phẳng phân biệt cùng vuông góc với một mặt phẳng thì giao tuyến của chúng vuông góc với mặt phẳng thứ ba, hoặc hai mặt phẳng đó song song với nhau. Cụ thể $\begin{cases} (\alpha) \perp (\gamma) \\ (\beta) \perp (\gamma) \\ \Delta = (\alpha) \cap (\beta) \end{cases} \rightarrow \left[\begin{array}{l} \Delta \perp (\gamma) \\ (\alpha) // (\beta) \end{array}\right.$

* *Phương án C:* Một đường thẳng vuông góc với một trong hai mặt phẳng song song thì vuông góc với mặt phẳng kia. Cụ thể $\begin{cases} (\alpha) // (\beta) \\ \Delta \perp (\alpha) \end{cases} \rightarrow \Delta \perp (\beta)$.

* *Phương án D:* Hai đường thẳng phân biệt cùng vuông góc với đường thẳng thứ ba thì tồn tại hai mặt phẳng chứa hai đường thẳng đó và song song với nhau (hai mặt phẳng này cùng vuông góc với đường thẳng thứ 3).

Cụ thể: $\begin{cases} a \perp c \\ b \perp c \end{cases} \to \begin{cases} \exists(\alpha) \supset a \\ \exists(\beta) \supset b \\ (\alpha)//(\beta) \end{cases} \to \begin{cases} c \perp (\alpha) \\ c \perp (\beta) \end{cases}$.

Câu 15: Đáp án B.



Gọi *M, N* lần lượt là trung điểm của *AD* và *BC*. Ta có ΔABD và ΔACD đều cạnh bằng *a* nên $BM = CM = \frac{a\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \Delta MBC$ cân tại *M* và *MN* là đường cao của ΔMBC $\Rightarrow MN \perp BC$.

Tương tự, ΔNAD cân tại *N* nên *NM* là đường cao của $\Delta NAD \Rightarrow NM \perp AD$

Suy ra *MN* là đoạn vuông góc cung của *AD* và *BC*.

Vậy $d(AD;BC) = MN = \sqrt{BM^2 - \left(\frac{BC}{2}\right)^2} = \sqrt{\left(\frac{a\sqrt{3}}{2}\right)^2 - \left(\frac{a}{2}\right)^2} = \frac{a\sqrt{2}}{2}$.

STUDY TIPS

Nếu hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x)$ đổi dấu qua điểm $x = x_0$ thì x_0 là một điểm cực trị của hàm số.

Câu 16: Đáp án C.

Tập xác định: $D = \mathbb{R} \setminus \{-1\}$. Đạo hàm $y' = \frac{e^x(x+1) - e^x}{(x+1)^2} = \frac{x.e^x}{(x+1)^2}$; $y' = 0 \Leftrightarrow x = 0$.

Ta có $y' > 0, \forall x \in (0;+\infty)$ và $y' < 0, \forall x \in (-\infty;-1) \cup (-1;0)$. Có nghĩa là đạo hàm y' đổi dấu qua điểm $x = 0$ nên hàm số đã cho có 1 điểm cực trị.

Câu 17: Đáp án C.

Tập xác định: $D = \mathbb{R} \setminus \{-1\}$.

Ta có $\lim_{x \to (-1)^-} y = \lim_{x \to (-1)^-} \frac{x + \sqrt{x^2+1}}{x+1} = -\infty$ và $\lim_{x \to (-1)^+} y = \lim_{x \to (-1)^+} \frac{x + \sqrt{x^2+1}}{x+1} = +\infty$ nên đồ thị có tiệm cận đứng là đường thẳng $x = -1$.

Lại có $\lim_{x \to -\infty} y = \lim_{x \to -\infty} \frac{1 - \sqrt{1 + \frac{1}{x^2}}}{1 + \frac{1}{x}} = 0$ và $\lim_{x \to +\infty} y = \lim_{x \to +\infty} \frac{1 + \sqrt{1 + \frac{1}{x^2}}}{1 + \frac{1}{x}} = 2$ nên đồ thị có hai đường tiệm cận ngang là $y = 0, y = 2$.

Vậy đồ thị có 3 đường tiệm cận.

Câu 18: Đáp án A.

Hình bên là đồ thị của hàm số $y = f'(x)$. Quan sát đồ thị, ta thấy $f'(x) < 0, \forall x \in (-\infty;0)$ và $f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 0$. Như vậy hàm số $f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(-\infty;0)$.

STUDY TIPS

Ta cũng có thể sử dụng máy tính cầm tay để tìm kết quả nhanh hơn. Nhập vào máy $27^{\log_3 7} + 49^{\log_7 11} + \left(\sqrt{11}\right)^{\log_{11} 25}$

$27^{\log_3(7)} + 49^{\log_{\triangleright}}$

469

Câu 19: Đáp án A.

Ta có $T = a^{(\log_3 7)^2} + b^{(\log_7 11)^2} + c^{(\log_{11} 25)^2} = \left(a^{\log_3 7}\right)^{\log_3 7} + \left(b^{\log_7 11}\right)^{\log_7 11} + \left(c^{\log_{11} 25}\right)^{\log_{11} 25}$

$= 27^{\log_3 7} + 49^{\log_7 11} + \left(\sqrt{11}\right)^{\log_{11} 25}$

$= \left(3^{\log_3 7}\right)^3 + \left(7^{\log_7 11}\right)^2 + \left(11^{\log_{11} 25}\right)^{\frac{1}{2}}$

$= 7^3 + 11^2 + 25^{\frac{1}{2}} = 469$.

Câu 20: Đáp án A.

STUDY TIPS

Tổng quát:

* Nếu $0<a<1; b,c>0$ thì $\log_a b<\log_a c \Leftrightarrow b>c$.
* Nếu $a>1; b,c>0$ thì $\log_a b<\log_a c \Leftrightarrow b<c$.

STUDY TIPS

Hàm số $y=f(x)^{\alpha}$ (với α là một số nguyên âm) xác định khi và chỉ khi $f(x)\neq 0$.

STUDY TIPS

Ta có $y=\sqrt{m^2-x^2}$ $\Leftrightarrow \begin{cases} y\geq 0 \\ x^2+y^2=m^2 \end{cases}$

Suy ra đồ thị hàm số $y=\sqrt{m^2-x^2}$ có dạng nửa đường tròn tâm O, bán kính $R=|m|$ (phần nửa đường tròn nằm trên Ox).

STUDY TIPS

Ngoài ra, ta cũng có thể sử dụng máy tính cầm tay để tìm đáp án đúng.

$$\int_0^2 xe^{\frac{x}{2}}dx \qquad 4$$

STUDY TIPS

Hình trụ có bán kính đáy là R và chiều cao h thì:

$\begin{cases} S_{xq}=2\pi Rh \\ S_{tp}=2\pi R(h+R) \\ V=\pi R^2 h \end{cases}$

Ta có $\log_a b<0 \Leftrightarrow \log_a b<\log_a 1$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 0<a<1, b>1 \\ a>1, 0<b<1 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 0<a<1<b \\ 0<b<1<a \end{array}\right.$$

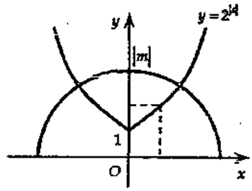
Câu 21: Đáp án D.

Hàm số $y=\left(4x^2-1\right)^{-4}$ xác định $\Leftrightarrow 4x^2-1\neq 0 \Leftrightarrow x\neq \pm\frac{1}{2}$.

Vậy tập xác định của hàm số là $D=\mathbb{R}\setminus\left\{-\frac{1}{2};\frac{1}{2}\right\}$.

Câu 22: Đáp án A.

Số nghiệm của phương trình $2^{|x|}=\sqrt{m^2-x^2}$ chính là số giao điểm của đồ thị hai hàm số $y=2^{|x|}$ và $y=\sqrt{m^2-x^2}$. Nên để phương trình có hai nghiệm phân biệt khi và chỉ khi đồ thị hàm số $y=2^{|x|}$ cắt đồ thị hàm số $y=\sqrt{m^2-x^2}$ tại hai điểm phân biệt.



Quan sát đồ thị hình bên suy ra $|m|>1 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m>1 \\ m<-1 \end{array}\right.$

Câu 23: Đáp án A.

Ta có $\int\left(x^2+\frac{3}{x}-2\sqrt{x}\right)dx=\int x^2dx+3\int\frac{dx}{x}-2\int\sqrt{x}dx=\frac{x^3}{3}+3\ln|x|-\frac{4}{3}\sqrt{x^3}+C$.

Câu 24: Đáp án D.

Đặt $\begin{cases} u=x \\ dv=e^{\frac{x}{2}}dx \end{cases} \rightarrow \begin{cases} du=dx \\ v=2e^{\frac{x}{2}} \end{cases} \rightarrow I=2xe^{\frac{x}{2}}\Big|_0^a-2\int_0^a e^{\frac{x}{2}}dx$

$\rightarrow I=2a.e^{\frac{a}{2}}-4e^{\frac{x}{2}}\Big|_0^a=2a.e^{\frac{a}{2}}-4e^{\frac{a}{2}}+4$.

Từ giả thiết ta có $2a.e^{\frac{a}{2}}-4e^{\frac{a}{2}}+4=4 \Leftrightarrow a=2$.

Câu 25: Đáp án A.

Ta có $\int_{-2}^{2}f(x)dx=1=\int_{-2}^{2}f(y)dy$ và $\int_{-2}^{4}f(t)dt=-4=\int_{-2}^{4}f(y)dy$

Từ $\int_{-2}^{4}f(y)dy=\int_{-2}^{2}f(y)dy+\int_{2}^{4}f(y)dy \rightarrow I=\int_{2}^{4}f(y)dy=\int_{-2}^{4}f(y)dy-\int_{-2}^{2}f(y)dy=-5$

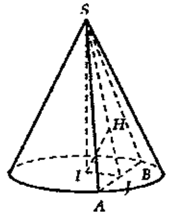
Câu 26: Đáp án B.

Diện tích toàn phần của hình trụ (T) là $S_{tp}=2\pi Rh+2\pi R^2=8\pi R^2 \Leftrightarrow h=3R$.

Thể tích của khối trụ (T) là $V=\pi R^2h=\pi R^2.3R=3\pi R^3$.

Câu 27: Đáp án D.

Giả sử hình nón có đỉnh S, đáy là đường tròn tâm I bán kính r, thiết diện đi qua đỉnh là ΔSAB cân tại S.



Gọi J là trung điểm của AB, ta có $\begin{cases} AB \perp IJ \\ AB \perp SI \end{cases} \rightarrow AB \perp (SIJ) \rightarrow (SAB) \perp (SIJ)$.

Trong mặt phẳng (SIJ): Kẻ $IH \perp SJ, (H \in SJ)$.

Từ $\begin{cases} (SAB) \perp (SIJ) \\ (SAB) \cap (SIJ) = SJ \\ IH \perp SJ \end{cases} \rightarrow IH \perp (SAB) \rightarrow IH = d(I;(SAB)) = 24(\text{cm})$.

$\frac{1}{IH^2} = \frac{1}{SI^2} + \frac{1}{IJ^2} \rightarrow \frac{1}{IJ^2} = \frac{1}{24^2} - \frac{1}{40^2} = \frac{1}{900} \rightarrow IJ = 30$

$\longrightarrow SJ = \sqrt{SI^2 + IJ^2} = 50(\text{cm})$

$AB = 2JA = 2\sqrt{r^2 - IJ^2} = 2\sqrt{50^2 - 30^2} = 80(\text{cm})$.

Vậy $S_{\Delta SAB} = \frac{1}{2} SJ.AB = \frac{1}{2} 50.80 = 2000(\text{cm}^2)$.

STUDY TIPS

Thiết diện đi qua đỉnh của một hình nón luôn có dạng một tam giác cân tại đỉnh của hình nón đó.

Câu 28: Đáp án C.

STUDY TIPS

Mặt phẳng $ax+by+cz+d=0$ có VTPT là $\vec{n}=(a;b;c)$ với $a^2+b^2+c^2>0$.

Mặt phẳng $(P): x - z - 1 = 0$ có VTPT là $\overrightarrow{n_{(P)}} = (1;0;-1)$ không cùng phương với vec-tơ $\vec{n} = (1;-1;1)$.

Câu 29: Đáp án D.

Đặt $t = \cos 3x, (-1 \le t \le 1)$. Phương trình trở thành $2t^2 + (3-2m)t + m - 2 = 0$

Ta có $\Delta = (2m-5)^2$. Suy ra phương trình có hai nghiệm $\left[\begin{array}{l} t_1 = \frac{1}{2} \\ t_2 = m - 2 \end{array} \right.$

<u>**Trường hợp 1:**</u> Với $t_1 = \frac{1}{2} \rightarrow \cos 3x = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 3x = \frac{\pi}{3} + k2\pi \\ 3x = -\frac{\pi}{3} + k2\pi \end{array} \right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = \frac{\pi}{9} + k\frac{2\pi}{3} \\ x = -\frac{\pi}{9} + k\frac{2\pi}{3} \end{array} \right.$

* Với $x = \frac{\pi}{9} + k\frac{2\pi}{3}$ và $x \in \left(-\frac{\pi}{6}; \frac{\pi}{3}\right)$ thì $-\frac{\pi}{6} < \frac{\pi}{9} + k\frac{2\pi}{3} < \frac{\pi}{3} \Leftrightarrow -\frac{5}{12} < k < \frac{1}{3}$.

Do $k \in \mathbb{Z}$ nên $k = 0 \rightarrow x = \frac{\pi}{9}$.

* Với $x = -\frac{\pi}{9} + k\frac{2\pi}{3}$ và $x \in \left(-\frac{\pi}{6}; \frac{\pi}{3}\right)$ thì $-\frac{\pi}{6} < -\frac{\pi}{9} + k\frac{2\pi}{3} < \frac{\pi}{3} \Leftrightarrow -\frac{1}{12} < k < \frac{2}{3}$.

Do $k \in \mathbb{Z}$ nên $k = 0 \rightarrow x = -\frac{\pi}{9}$.

Suy ra phương trình đã cho luôn có hai nghiệm trên khoảng $\left(-\frac{\pi}{6}; \frac{\pi}{3}\right)$.

<u>**Trường hợp 2:**</u> Với $t_2 = m - 2 \rightarrow \cos 3x = m - 2$. Xét $f(x) = \cos 3x$ trên $\left(-\frac{\pi}{6}; \frac{\pi}{3}\right)$.

Đạo hàm $f'(x) = -3\sin 3x; f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 0 \in \left(-\frac{\pi}{6}; \frac{\pi}{3}\right)$.

Bảng biến thiên:

x	$-\frac{\pi}{6}$		0		$\frac{\pi}{3}$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	
$f(x)$	0	$\nearrow$	1	$\searrow$	-1

Để phương trình đã cho có 3 nghiệm trên $\left(-\frac{\pi}{6};\frac{\pi}{3}\right)$ khi và chỉ khi phương trình $\cos 3x=m-2$ có 1 nghiệm trên $\left(-\frac{\pi}{6};\frac{\pi}{3}\right)$, hay đồ thị $f(x)=\cos 3x$ cắt đường thẳng $y=m-2$ tại đúng 1 điểm. Quan sát bảng biến thiên, suy ra $-1\le m-2<0\Leftrightarrow 1\le m<2$.

Câu 30: Đáp án A.

STUDY TIPS

Phương trình lượng giác có họ nghiệm là $x=x_0+k\frac{2\pi}{n}$ với $k\in\mathbb{Z}$ thì có n vị trí biểu diễn nghiệm trên đường tròn lượng giác.

Ta có $\tan\left(2x-\frac{\pi}{3}\right)+\sqrt{3}=0\Leftrightarrow\tan\left(2x-\frac{\pi}{3}\right)=-\sqrt{3}\Leftrightarrow\tan\left(2x-\frac{\pi}{3}\right)=\tan\left(-\frac{\pi}{3}\right)$

$\Leftrightarrow 2x-\frac{\pi}{3}=-\frac{\pi}{3}+k\pi\Leftrightarrow 2x=k\pi\Leftrightarrow x=\frac{k\pi}{2},(k\in\mathbb{Z})$.

Suy ra có 4 vị trí biểu diễn nghiệm của phương trình đã cho trên đường tròn lượng giác.

Câu 31: Đáp án A.

Số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega)=36$. Gọi A là biến cố thỏa yêu cầu bài toán.

Phương trình $x^2+bx+c=0$ có nghiệm khi và chỉ khi $\Delta=b^2-4c\ge 0\Leftrightarrow b^2\ge 4c$.

Xét bảng kết quả sau (L – loại, không thỏa ; N – nhận, thỏa yêu cầu đề bài):

c \ b	1	2	3	4	5	6
1	L	N	N	N	N	N
2	L	L	N	N	N	N
3	L	L	L	N	N	N
4	L	L	L	N	N	N
5	L	L	L	L	N	N
6	L	L	L	L	N	N

Dựa vào bảng kết quả trên ta thấy số kết quả thuận lợi cho A là 19.

Vậy xác suất của biến cố A là $P(A)=\frac{19}{36}$.

Câu 32: Đáp án C.

Theo giả thiết ta có $a_1=5, a_2=q.a_1+3=5q+3$.

Áp dụng công thức tổng quát, ta có $\begin{cases} a_1 = \alpha q^{1-1} + \beta\dfrac{1-q^{1-1}}{1-q} = \alpha \\ a_2 = \alpha q^{2-1} + \beta\dfrac{1-q^{2-1}}{1-q} = \alpha q + \beta \end{cases}$

Suy ra $\begin{cases} 5 = \alpha \\ 5q + 3 = \alpha q + \beta \end{cases}$, hay $\begin{cases} \alpha = 5 \\ \beta = 3 \end{cases}$

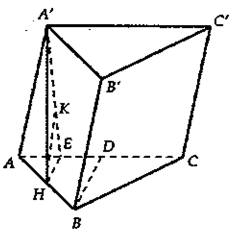
Vậy $\alpha + 2\beta = 5 + 2.3 = 11$.

Câu 33: Đáp án B.

Do H là trung điểm AB nên $\dfrac{d(B;(ACC'A'))}{d(H;(ACC'A'))} = \dfrac{BA}{HA} = 2$

$\Rightarrow d(B;(ACC'A')) = 2d(H;(ACC'A'))$.

Ta có $A'H \perp (ABC)$ nên $\left(\widehat{A'A,(ABC)}\right) = \left(\widehat{A'A,HA}\right) = \widehat{A'AH} = 60°$.



Gọi D là trung điểm của AC thì $BD \perp AC$.

Kẻ $HE \perp AC, (E \in AC) \rightarrow HE // BD$.

Ta có $\begin{cases} AC \perp A'H \\ AC \perp HE \end{cases} \Rightarrow AC \perp (A'HE) \Rightarrow (A'HE) \perp (ACC'A')$.

Trong $(A'HE)$ kẻ $HK \perp A'E, (K \in A'E) \Rightarrow HK \perp (ACC'A')$.

Suy ra $d(H;(ACC'A')) = HK \Rightarrow d(B;(ACC'A')) = 2d(H;(ACC'A')) = 2HK$.

Ta có $BD = \dfrac{2a\sqrt{3}}{2} = a\sqrt{3} \Rightarrow HE = \dfrac{1}{2}BD = \dfrac{a\sqrt{3}}{2}$.

Xét tam giác vuông $A'AH$ có $A'H = AH.\tan 60 = a\sqrt{3}$.

Xét tam giác vuông $A'HE$ có $\dfrac{1}{HK^2} = \dfrac{1}{A'H^2} + \dfrac{1}{HE^2} = \dfrac{1}{(a\sqrt{3})^2} + \dfrac{1}{\left(\dfrac{a\sqrt{3}}{2}\right)^2} = \dfrac{5}{3a^2}$

$\Rightarrow HK = \dfrac{a\sqrt{15}}{5}$. Vậy $d(B;(ACC'A')) = 2HK = \dfrac{2a\sqrt{15}}{5}$.

Câu 34: Đáp án D.

Ta có hàm số $g(x) = f(x) - 2018$ là hàm số bậc ba liên tục trên $\mathbb{R}$.

Do $a > 0$ nên $\lim\limits_{x\to -\infty} g(x) = -\infty; \lim\limits_{x\to +\infty} g(x) = +\infty$

Ta thấy $g(0) = d - 2018 > 0$ và $g(1) = a + b + c + d - 2018 < 0$ nên phương trình $g(x)$ có đúng 3 nghiệm phân biệt trên $\mathbb{R}$.

Khi đó đồ thị hàm số $g(x) = f(x) - 2018$ cắt trục hoành tại 3 điểm phân biệt nên hàm số $y = |f(x) - 2018|$ có đúng 5 cực trị.

Câu 35: Đáp án A.

Phương trình hoành độ giao điểm của (C_m) và d: $x^3 - 3x^2 + (m+1)x + 1 = x + 1$

$\Leftrightarrow x^3 - 3x^2 + mx = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x^2 - 3x + m = 0 \ (*) \end{array}\right.$

Để (C_m) cắt d tại ba điểm phân biệt $P(0;1), M, N$ thì phương trình $(*)$ phải có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 khác 0 $\Leftrightarrow \begin{cases} 0^2-3.0+m\neq 0 \\ \Delta=(-3)^2-4m>0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m\neq 0 \\ m<\dfrac{9}{4} \end{cases}$

Giả sử $M(x_1;x_1+1)$ và $N(x_2;x_2+1)$ với x_1, x_2 là nghiệm của phương trình $(*)$.

Theo định lý Vi-ét ta có $\begin{cases} x_1+x_2=3 \\ x_1x_2=m \end{cases}$

Để tam giác OMN vuông tại O thì $\overrightarrow{OM}.\overrightarrow{ON}=0 \Leftrightarrow x_1x_2+(x_1+1)(x_2+1)=0$

$\Leftrightarrow 2x_1x_2+(x_1+x_2)+1=0 \Leftrightarrow 2m+4=0 \Leftrightarrow m=-2$ (thỏa mãn)

Câu 36: Đáp án B.

Ta có $4=2^x+2^y\geq 2\sqrt{2^x.2^y}=2\sqrt{2^{x+y}} \Leftrightarrow 4\geq 2^{x+y} \Leftrightarrow x+y\leq 2$.

Suy ra $xy\leq\left(\dfrac{x+y}{2}\right)^2=1$.

Khi đó $P=2(x^3+y^3)+4x^2y^2+10xy2(x+y)\left[(x+y)^2-3xy\right]+(2xy)^2+10xy$

$\leq 4(4-3xy)+4x^2y^2+10xy=16+2x^2y^2+2xy(xy-1)\leq 18$

Vậy $P_{max}=18$ khi $x=y=1$.

STUDY TIPS

Với các số thực dương a,b ta có: $\begin{cases} a+b\geq 2\sqrt{ab} \\ ab\leq\left(\dfrac{a+b}{2}\right)^2 \end{cases}$

Dấu "=" xảy ra khi và chỉ khi $a=b$.

Câu 37: Đáp án D.

Điều kiện: $x>0$. Phương trình đã cho tương đương với:

$\left[\begin{array}{l} x^2-4=0 \Leftrightarrow x=\pm 2 \\ \log_2 x+\log_3 x+\log_4 x+...\log_{19} x-\log_{20}^2 x=0\ (*) \end{array}\right.$

Phương trình $\Leftrightarrow \log_2 x.\left(1+\log_3 2+\log_4 2+...+\log_{19} 2-\log_{20}^2.\log_2 x\right)=0$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \log_2 x=0 \\ 1+\log_3 2+\log_4 2+...+\log_{19} 2-\log_{20}^2.\log_2 x=0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1 \\ x=2^M \end{array}\right.$

Trong đó $M=\dfrac{1+\log_3 2+\log_4 2+...+\log_{19} 2}{\log_{20}^2 2}$. Vậy phương trình có 4 nghiệm.

Câu 38: Đáp án B.

Ta có đồ thị $(C): y=\dfrac{x^2-2x}{x-1}=x-1-\dfrac{1}{x-1}$ có đường tiệm cận xiên là $y=x-1$

Diện tích của hình phẳng cần tính là $S=\int\limits_a^{2a}\left|\dfrac{x^2-2x}{x-1}-(x-1)\right|dx=\int\limits_a^{2a}\left|\dfrac{-1}{x-1}\right|dx$

$=\left|\int\limits_a^{2a}\dfrac{1}{x-1}dx\right|=\left|\left(\ln|x-1|\Big|_a^{2a}\right)\right|=\ln\left|\dfrac{2a-1}{a-1}\right|=\ln\left(\dfrac{2a-1}{a-1}\right)$ do $a>1$.

Theo bài ra ta có $\ln\left(\dfrac{2a-1}{a-1}\right)=\ln 3 \Leftrightarrow \dfrac{2a-1}{a-1}=3 \Leftrightarrow a=2$.

Câu 39: Đáp án D.

Ta có $F(x)=\int 2^x dx=\dfrac{2^x}{\ln 2}+C$, mà $F(0)=\dfrac{1}{\ln 2} \Rightarrow C=0$. Vậy $F(x)=\dfrac{2^x}{\ln 2}$.

Vậy $T=\dfrac{1}{\ln 2}\left(2^0+2^1+2^2+...+2^{2017}\right)=\dfrac{1}{\ln 2}\left(1+\dfrac{2\left(1-2^{2017}\right)}{1-2}\right)=\dfrac{1}{\ln 2}\left(2^{2018}-1\right)$.

Câu 40: Đáp án A.

Ta có $z-i=\dfrac{m+1}{1+m(2i-1)}-i=\dfrac{m+1-i(1+2mi-m)}{1+m(2i-1)}=\dfrac{3m+1+(m-1)i}{1-m+2mi}$

$\Rightarrow |z-i|=\left|\dfrac{3m+1+(m-1)i}{1-m+2mi}\right|=\dfrac{|3m+1+(m-1)i|}{|1-m+2mi|}<1$

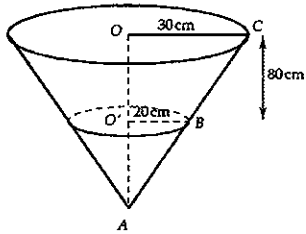
$\Leftrightarrow |3m+1+(m-1)i|<|1-m+2mi| \Leftrightarrow (3m+1)^2+(m-1)^2<(1-m)^2+4m^2$

$\Leftrightarrow 5m^2+6m+1<0 \Leftrightarrow (m+1)(5m+1)<0 \Leftrightarrow -1<m<-\dfrac{1}{5}$

Vì $m\in\mathbb{Z}\Rightarrow$ Không có giá trị của m thỏa mãn.

Câu 41: Đáp án D.

Xét hình nón đỉnh A, đường cao h $(h>80\,\text{cm})$ và có đáy là đường tròn tâm O, bán kính $R=30\,\text{cm}$. Mặt phẳng (α) cách mặt đáy $80\,\text{cm}$ và cắt hình nón theo giao tuyến là đường tròn tâm O' có bán kính $r=20\,\text{cm}$. Mặt phẳng (α) chia hình nón thành 2 phần. Phần (I) là phần chứa đỉnh A, phần (II) là phần không chứa đỉnh A (hình vẽ).



STUDY TIPS

Cái xô có dạng hình nón cụt, bán kính hai đáy lần lượt là R, r và chiều cao h nên thể tích cũng được tính nhanh theo công thức:

$V=\dfrac{1}{3}\pi h\left(R^2+r^2+Rr\right)$.

Ta có $\dfrac{O'B}{OC}=\dfrac{AO'}{AO}\Leftrightarrow\dfrac{AO'}{AO'+O'O}=\dfrac{2}{3}\Leftrightarrow\dfrac{AO'}{AO'+80}=\dfrac{2}{3}\Leftrightarrow AO'=160(\text{cm})$

Thể tích hình nón là $V=\dfrac{1}{3}AO.\pi R^2=\dfrac{1}{3}(160+80).\pi.30^2=72000\pi(\text{cm}^3)$

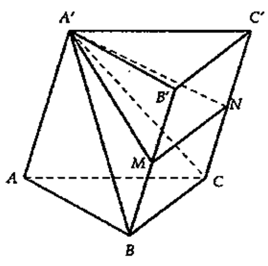
Thể tích phần (I) là $V_{(I)}=\dfrac{1}{3}AO'.\pi r^2=\dfrac{1}{3}160.\pi.20^2=\dfrac{64000}{3}\pi(\text{cm}^3)$.

Thể tích cái xô cũng là thể tích phần (II), ta có:

$$V_{(II)}=V-V_{(I)}=72000\pi-\frac{64000}{3}\pi=\frac{152000}{3}\pi(\text{cm}^3)=\frac{19}{375}\pi(\text{m}^3).$$

Vậy số tiền phải trả mỗi tháng là $20000.V_{(II)}.10=20000.\dfrac{19}{375}\pi.10\approx 31835$ (đồng).

Câu 42: Đáp án B.



Vì M, N lần lượt là trung điểm của BB' và CC' nên ta có:

$S_{MNC'B'}=\dfrac{1}{2}S_{BCC'B'}\Rightarrow V_{A'.MNC'B'}=\dfrac{1}{2}V_{A'.BCC'B'}=\dfrac{1}{2}\left(V_{ABC.A'B'C'}-V_{A'.ABC}\right)$

Lại có:

$V_{A'.ABC}=\dfrac{1}{3}V_{ABC.A'B'C'}\Rightarrow V_{A'.MNC'B'}=\dfrac{1}{2}\left(V_{ABC.A'B'C'}-\dfrac{1}{3}V_{ABC.A'B'C'}\right)=\dfrac{1}{3}V_{ABC.A'B'C'}$

Vậy tỉ số $\dfrac{V_1}{V_2}=\dfrac{V_{A'MNABC}}{V_{A'.MNC'B'}}=\dfrac{V_{ABC.A'B'C'}-\dfrac{1}{3}V_{ABC.A'B'C'}}{\dfrac{1}{3}V_{ABC.A'B'C'}}=2$.

Câu 43: Đáp án B.

Ta có $I \in d \to I(t;-1;-t)$. Do mặt cầu (S) tiếp xúc với hai mặt phẳng (P) và (Q) nên ta có $d(I;(P)) = d(I;(Q))$

$$\Leftrightarrow \frac{|t-2-2t+3|}{3} = \frac{|t-2-2t+7|}{3} \Leftrightarrow |1-t| = |5-t| \Leftrightarrow t = 3 \to I(3;-1;-3).$$

Mặt cầu (S) có bán kính là $R = d(I;(P)) = \frac{2}{3}$. Vậy phương trình mặt cầu (S) là

$(x-3)^2 + (y+1)^2 + (z+3)^2 = \frac{4}{9}$.

Câu 44: Đáp án D.

Xét tứ diện vuông $OABC$ có OA, OB, OC đôi một vuông góc nên hình chiếu của O lên mặt phẳng (ABC) chính là trực tâm H của tam giác ABC và $d(O;(ABC)) = h$

Ta có $\frac{1}{h^2} = \frac{1}{OA^2} + \frac{1}{OB^2} + \frac{1}{OC^2}$, nên $\frac{1}{OA^2} + \frac{1}{OB^2} + \frac{1}{OC^2}$ có giá trị nhỏ nhất khi $d(O;(ABC))$ lớn nhất.

Mặt khác $d(O,(ABC)) \le OM, \forall M \in (P)$. Dấu "=" xảy ra khi $H \equiv M$ hay mặt phẳng (P) đi qua $M(1;2;3)$ và có vectơ pháp tuyến là $\overline{OM} = (1;2;3)$.

Vậy $(P): 1(x-1) + 2(y-2) + 3(z-3) = 0 \Leftrightarrow x + 2y + 3z - 14 = 0$.

Câu 45: Đáp án A.

Mặt cầu (S) có tâm $I(1;1;1)$ và bán kính $R = 1$. Gọi E là điểm thoả mãn hệ thức $3\overline{EA} + 2\overline{EB} + \overline{EC} = \vec{0} \to E(1;4;-3)$.

Ta có $T = 3MA^2 + 2MB^2 + MC^2 = 3\left(\overline{ME} + \overline{EA}\right)^2 + 2\left(\overline{ME} + \overline{EB}\right)^2 + \left(\overline{ME} + \overline{EC}\right)^2$

$= 6ME^2 + 3EA^2 + 2EB^2 + EC^2 + 2\overline{ME}\left(3\overline{EA} + 2\overline{EB} + \overline{EC}\right)$

$\to T = 6ME^2 + 3EA^2 + 2EB^2 + EC^2$. Do EA, EB, EC không đổi nên T nhỏ nhất khi ME nhỏ nhất $\Leftrightarrow M$ là một trong hai giao điểm của đường thẳng IE và mặt cầu (S).

Ta có $\overline{IE} = (0;3;-4) \to$ Phương trình $IE: \begin{cases} x = 1 \\ y = 1 + 3t \; (t \in \mathbb{R}) \\ z = 1 - 4t \end{cases}$. Giao điểm của IE và mặt cầu (S) thỏa mãn phương trình:

$$(1-1)^2 + (1+3t-1)^2 + (1-4t-1)^2 = 1 \Leftrightarrow 25t^2 = 1 \Leftrightarrow t = \pm\frac{1}{5} \to \left[\begin{array}{l} M_1\left(1;\frac{8}{5};\frac{1}{5}\right) \\ M_2\left(1;\frac{2}{5};\frac{9}{5}\right) \end{array}\right.$$

Ta có $M_1\left(1;\frac{8}{5};\frac{1}{5}\right) \to M_1E = 4$ và $M_2\left(1;\frac{2}{5};\frac{9}{5}\right) \to M_2E = 6$. Vậy $M_1E < M_2E$ và biểu thức $T = 3MA^2 + 2MB^2 + MC^2$ đạt giá trị nhỏ nhất khi $M\left(1;\frac{8}{5};\frac{1}{5}\right)$

$\to a=1,b=\frac{8}{5},c=\frac{1}{5}\to a+b+c=\frac{14}{5}$.

Câu 46: Đáp án C.

Sau tháng thứ 1 người lao động đó có $4(1+0,6\%)$ (triệu đồng).

Sau tháng thứ 2 người lao động có:

$\left(4(1+0,6\%)+4\right)(1+0,6\%)=4\left[(1+0,6\%)^2+(1+0,6\%)\right]$ (triệu đồng).

Sau tháng thứ 3 người lao động đó có:

$$\left\{4\left[(1+0,6\%)^2+(1+0,6\%)\right]+4\right\}(1+0,6\%)$$

$$=4\left[(1+0,6\%)^3+(1+0,6\%)^2+(1+0,6\%)\right] \text{ (triệu đồng).}$$

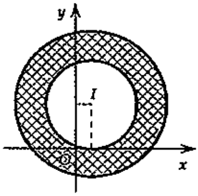
....

Sau tháng thứ 300 người lao động đó có:

$$4\left[(1+0,6\%)^{300}+(1+0,6\%)^{299}+...+(1+0,6\%)\right]=4(1+0,6\%)\frac{(1+0,6\%)^{300}-1}{(1+0,6\%)-1}$$

$$\approx 3364,866 \text{ (triệu đồng)} \approx 3.364.866.000 \text{ (đồng).}$$

Câu 47: Đáp án A.



Đặt $z=x+yi,(x,y\in\mathbb{R})$. Ta có $|z-3i-1|=|(x-1)+(y-3)i|=\sqrt{(x-1)^2+(y-3)^2}$

Do đó $3\le|z-3i+1|\le 5\Leftrightarrow 9\le(x-1)^2+(y-3)^2\le 25$.

Suy ra tập hợp các điểm biểu diễn của z là hình phẳng nằm trong đường tròn tâm $I(1;3)$ bán kính $R=5$ đồng thời nằm ngoài đường tròn tâm $I(1;3)$ bán kính $r=3$.

Diện tích của hình phẳng đó (phần tô màu) là $S=\pi.5^2-\pi.3^2=16\pi$ (đvdt).

Câu 48: Đáp án B.

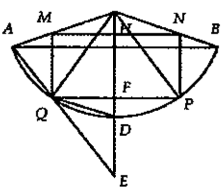
Qua *O* kẻ đường thẳng vuông góc với *MN*, đường thẳng này cắt *MN*, *PQ*, cung *AB*, *AQ* lần lượt tại *H*, *F*, *D*, *E*.

Độ dài cung *AB* là chu vi đường tròn đáy của hình nón nên $l_{AB}=2\pi.r=2\pi.\frac{2}{3}=\frac{4\pi}{3}$

Lại có $l_{AB}=\alpha.OA\Rightarrow\alpha=\frac{l_{AB}}{OA}=\frac{4\pi}{3}:2=\frac{2\pi}{3}=\widehat{AOB}$

Áp dụng định lí cosin trong tam giác *OAB* có

$$AB=\sqrt{OA^2+OB^2-2.OA.OB.\cos\widehat{AOB}}=\sqrt{2^2+2^2-2.2^2\left(-\frac{1}{2}\right)}=2\sqrt{3}.$$



Do *M*, *N* lần lượt là trung điểm của *OA*, *OB* nên $MN=\frac{1}{2}AB=\sqrt{3}=PQ$

$\Rightarrow MH=\frac{1}{2}MN=\frac{\sqrt{3}}{2}$.

Do $OD\perp AB$ nên *OD* là tia phân giác của $\widehat{AOB}\Rightarrow\widehat{AOD}=60°$. Xét tam giác vuông *OMH* có $OH=OM.\cos 60=1.\frac{1}{2}=\frac{1}{2}$.

Xét tam giác *OPQ* có $\cos\widehat{POQ}=\frac{OP^2+OQ^2-PQ^2}{2.OP.OQ}=\frac{2^2+2^2-\left(\sqrt{3}\right)^2}{2.2.2}=\frac{5}{8}$

Mà $\cos\widehat{POQ}=\cos\left(2\widehat{DOQ}\right)=2\cos^2\widehat{DOQ}-1=\frac{5}{8}\Rightarrow\cos\widehat{DOQ}=\frac{\sqrt{13}}{4}$.

Xét tam giác DOQ có:

$QD^2=OQ^2+OD^2-2.OQ.OD.\cos\widehat{DOQ}=8-2\sqrt{13}$

Xét tam giác vuông DQF có $DF^2=QD^2-QF^2=\left(8-2\sqrt{13}\right)-\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2=\frac{29}{4}-2\sqrt{13}$

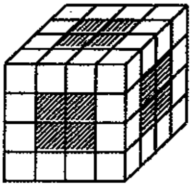
$\Rightarrow DF=\frac{\sqrt{29-8\sqrt{13}}}{2}=\frac{\sqrt{\left(4-\sqrt{13}\right)^2}}{2}=\frac{4-\sqrt{13}}{2}$

$\Rightarrow HF=OD-OH-DF=2-\frac{1}{2}-\frac{4-\sqrt{13}}{2}=\frac{\sqrt{13}-1}{2}=MQ=NP$.

Gọi R là bán kính đáy của hình trụ tạo bởi hình chữ nhật $MNPQ$. Chu vi đáy của hình trụ chính là độ dài của PQ nên $PQ=2\pi R\to R=\frac{\sqrt{3}}{2\pi}$.

Khi đó thể tích khối trụ tạo ra bởi hình chữ nhật $MNPQ$ là:

$V=\pi.R^2.MQ=\pi\left(\frac{\sqrt{3}}{2\pi}\right)^2.\frac{\sqrt{13}-1}{2}=\frac{3\left(\sqrt{13}-1\right)}{8\pi}$.



Câu 49: Đáp án C.

Mỗi mặt sẽ có 4 phần thuộc hình chỉ được tô một lần tức là mỗi mặt sẽ sinh ra 4 hình lập phương thỏa mãn yêu cầu bài toán, ta có 6 mặt, từ đó ta có 24 hình thỏa mãn yêu cầu.

Câu 50: Đáp án B.

Ta có $f(0)=m+\frac{1-0}{1+0}=m+1$; $\lim\limits_{x\to0^+}f(x)=\lim\limits_{x\to0^+}\left(m+\frac{1-x}{1+x}\right)=m+1$

và $\lim\limits_{x\to0^-}f(x)=\lim\limits_{x\to0^-}\frac{\sqrt{1-x}-\sqrt{1+x}}{x}=\lim\limits_{x\to0^-}\frac{(1-x)-(1+x)}{x\left(\sqrt{1-x}+\sqrt{1+x}\right)}=\lim\limits_{x\to0^-}\frac{-2}{\sqrt{1-x}+\sqrt{1+x}}=-1$

Để hàm số $f(x)$ liên tục tại điểm $x=0\Leftrightarrow\lim\limits_{x\to0^+}f(x)=\lim\limits_{x\to0^-}f(x)=f(0)$

$\Leftrightarrow m+1=-1\Leftrightarrow m=-2$.

ĐỀ THỬ SỨC SỐ 14

Câu 1: Giới hạn dãy số $\lim \frac{\sqrt{n}}{2n^2+3}$ có kết quả bằng

A. 2 B. 0 C. $+\infty$ D. 4

Câu 2: Cho hàm số $y=\frac{x-2}{x-1}$. Xét các mệnh đề sau:

1. Hàm số đã cho đồng biến trên $(-\infty;1)\cup(1;+\infty)$.
2. Hàm số đã cho đồng biến trên $\mathbb{R}\setminus\{1\}$.
3. Hàm số đã cho đồng biến trên từng khoảng xác định.
4. Hàm số đã cho đồng biến trên các khoảng $(-\infty;-1)$ và $(-1;+\infty)$.

Số mệnh đề đúng là:

A. 3 B. 2 C. 1 D. 4

Câu 3: Đường thẳng $\Delta: y=2x+1$ cắt đồ thị (C) của hàm số $y=x^3-x+3$ tại hai điểm $A(x_A;y_A)$ và $B(x_B;y_B)$, trong đó $x_A>x_B$. Tìm x_B+y_B

A. $x_B+y_B=-2$ B. $x_B+y_B=4$ C. $x_B+y_B=7$ D. $x_B+y_B=-5$

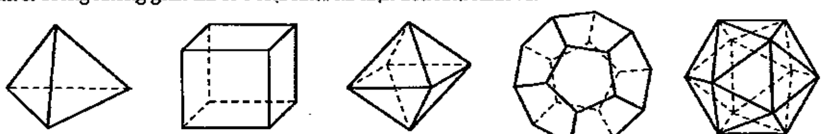
Câu 4: Cho biểu thức $P=\sqrt[6]{x.\sqrt[4]{x^5.\sqrt{x^3}}}$ với $x>0$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $P=x^{\frac{47}{48}}$ B. $P=x^{\frac{15}{16}}$ C. $P=x^{\frac{7}{16}}$ D. $P=x^{\frac{5}{42}}$

Câu 5: Cho hai số phức $z_1=1+i$ và $z_2=1-i$. Kết luận nào sau đây là sai?

A. $\frac{z_1}{z_2}=i$ B. $|z_1-z_2|=\sqrt{2}$ C. $z_1+z_2=2$ D. $|z_1z_2|=2$

Câu 6: Trong không gian chỉ có 5 loại khối đa diện đều như hình vẽ:



Tứ diện đều Lập phương Bát diện đều 12 mặt đều 20 mặt đều

Mệnh đề nào sau đây **đúng**?

A. Mọi khối đa diện đều có số mặt là những số chia hết cho 4.

B. Khối lập phương và khối bát diện đều có cùng số cạnh.

C. Khối tứ diện đều và khối bát diện đều có 1 tâm đối xứng.

D. Khối 12 mặt đều và khối 20 mặt đều có cùng số đỉnh.

Câu 7: Tập xác định của hàm số $f(x)=\tan\left(2x+\frac{\pi}{3}\right)+\cot\left(2x+\frac{\pi}{3}\right)$ là:

A. $D=\mathbb{R}\setminus\left\{\frac{\pi}{12}+k\frac{\pi}{2}\right\}$ B. $D=\mathbb{R}\setminus\left\{-\frac{\pi}{6}+k\frac{\pi}{2}\right\}$ C. $D=\mathbb{R}\setminus\left\{-\frac{\pi}{6}+k\frac{\pi}{8}\right\}$ D. $D=\mathbb{R}\setminus\left\{-\frac{\pi}{6}+k\frac{\pi}{4}\right\}$

Câu 8: Đồ thị hàm số $y=\sin x$ được suy ra từ đồ thị (C) của hàm số $y=\cos x+1$ bằng cách

A. Tịnh tiến (C) qua trái một đoạn có độ dài là $\frac{\pi}{2}$ và lên trên 1 đơn vị.

B. Tịnh tiến (C) qua phải một đoạn có độ dài là $\frac{\pi}{2}$ và lên trên 1 đơn vị.

C. Tịnh tiến (C) qua trái một đoạn có độ dài là $\frac{\pi}{2}$ và xuống dưới 1 đơn vị.

D. Tịnh tiến (C) qua phải một đoạn có độ dài là $\frac{\pi}{2}$ và xuống dưới 1 đơn vị.

Câu 9: Gọi *E* là tập hợp các số tự nhiên có 3 chữ số đôi một khác nhau lập được từ các chữ số 1, 2, 3, 4, 7. Chọn ngẫu nhiên một phần tử của *E*. Tính xác suất để số được chọn chia hết cho 3

A. $\frac{1}{5}$ B. $\frac{2}{5}$ C. $\frac{3}{5}$ D. $\frac{4}{5}$

Câu 10: Có bao nhiêu số tự nhiên có 7 chữ số khác nhau từng đôi một, trong đó chữ số 2 đứng liền giữa hai chữ số 1 và 3?

A. 5880 B. 2942 C. 7440 D. 3204

Câu 11: Tìm hệ số lớn nhất trong khai triển nhị thức Newton của $P(x)=(1+2x)^{12}$

A. 126700 B. 126730 C. 126720 D. 126710

Câu 12: Đồ thị (C) của hàm số $y=\frac{3x+1}{x-1}$ cắt trục tung tại điểm *A*. Tiếp tuyến của (C) tại *A* có phương trình là

A. $y=-4x+1$ B. $y=-5x-1$ C. $y=4x-1$ D. $y=5x-1$

Câu 13: Cho hai đường thẳng phân biệt *a,b* và mặt phẳng (α). Mệnh đề nào sau đây là đúng?

A. Nếu $a//(\alpha)$ và $b//(\alpha)$ thì $b//a$

B. Nếu $a//(\alpha)$ và $b\perp a$ thì $b\perp(\alpha)$

C. Nếu $a//(\alpha)$ và $b\perp(\alpha)$ thì $a\perp b$

D. Nếu $a\perp(\alpha)$ và $b\perp a$ thì $b//(\alpha)$

Câu 14: Cho tam giác *ABC* có $A(1;2), B(5;4), C(3;-2)$. Gọi A', B', C' lần lượt là ảnh của *A, B, C* qua phép vị tự tâm $I(1;5)$, tỉ số $k=-3$. Bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác $A'B'C'$ bằng

A. $3\sqrt{10}$ B. $6\sqrt{10}$ C. $2\sqrt{5}$ D. $3\sqrt{5}$

Câu 15: Hình chóp đều *S.ABCD*. Gọi *O* là giao điểm của *AC* và *BD*. Phát biểu nào dưới đây là đúng?

A. Không tồn tại phép dời hình biến hình chóp *S.ABCD* thành chính nó.

B. Ảnh của hình chóp *S.ABCD* qua phép tịnh tiến theo véc-tơ $\overrightarrow{AO}$ là chính nó.

C. Ảnh của hình chóp *S.ABCD* qua phép đối xứng mặt phẳng $(ABCD)$ là chính nó.

D. Ảnh của hình chóp *S.ABCD* qua phép đối xứng trục *SO* là chính nó.

Câu 16: Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm trên tập *K*. Khi đó $x=x_0$ được gọi là điểm cực đại của hàm số $y=f(x)$ nếu

A. $f'(x)$ đổi dấu khi *x* đi qua giá trị $x=x_0$

B. $f'(x)=0$

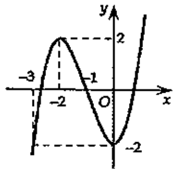
C. $f'(x)$ đổi dấu từ âm sang dương khi *x* đi qua giá trị $x=x_0$

D. $f'(x)$ đổi dấu từ dương sang âm khi *x* đi qua giá trị $x=x_0$

Câu 17: Đồ thị hàm số $y=\frac{x-3}{x^2+x-2}$ có bao nhiêu đường tiệm cận đứng?

A. 0 B. 1 C. 2 D. 3

Câu 18: Hình vẽ bên là đồ thị của hàm số nào sau đây?



A. $y=x^3+3x^2-2$ B. $y=x^3-3x^2-2$ C. $y=x^3+x-2$ D. $y=-x^3-3x^2+2$

Câu 19: Mệnh đề nào dưới đây là sai?

A. $\log_{\frac{1}{2}} x<\log_{\frac{1}{2}} y \Leftrightarrow x>y>0$ B. $\log x>0 \Leftrightarrow x>1$

C. $\log_5 x<0 \Leftrightarrow 0<x<1$ D. $\log_4 x^2>\log_2 y \Leftrightarrow x>y>0$

Câu 20: Chọn khẳng định đúng:

A. Hàm số $y=a^x$ đồng biến khi $0<a<1$.

B. Hàm số $y=a^x$ luôn nằm bên phải trục tung.

C. Đồ thị hàm số $y=a^x$ và $y=\left(\frac{1}{a}\right)^x$ đối xứng nhau qua trục tung, với $0<a\neq 1$.

D. Đồ thị hàm số $y=a^x$ và $y=\left(\frac{1}{a}\right)^x$ đối xứng nhau qua trục hoành, với $0<a\neq 1$.

Câu 21: Phương trình $27^{\frac{x-1}{x}}.2^x=72$ có một nghiệm được viết dưới dạng $x=-\log_a b$ với a, b là các số nguyên dương. Khi đó tổng $a+b$ có giá trị bằng

A. 4 B. 5 C. 6 D. 8

Câu 22: Cho phương trình $(m-1)\log_{\frac{1}{2}}^2(x-2)^2+4(m-5)\log_{\frac{1}{2}}\frac{1}{x-2}+4m-4=0$ (với m là tham số). Gọi $S=[a;b]$ là tập các giá trị của m để phương trình có nghiệm trên đoạn $\left[\frac{5}{2};4\right]$. Tính $a+b$

A. $\frac{7}{3}$ B. $-\frac{2}{3}$ C. -3 D. $\frac{1034}{237}$

Câu 23: Họ các nguyên hàm của hàm số $f(x)=\frac{2x+3}{x-1}$ là

A. $2x+5\ln|x-1|+C$ B. $2x^2-5\ln|x-1|+C$ C. $2x^2+\ln|x-1|+C$ D. $2x+5\ln(x-1)+C$

Câu 24: Cho tích phân $\int_2^3 \frac{1}{x^3+x^2}dx=a\ln 3+b\ln 2+c$ với $a,b,c\in\mathbb{Q}$. Tính tổng $S=a+b+c$

A. $S=-\frac{2}{3}$ B. $S=-\frac{7}{6}$ C. $S=\frac{2}{3}$ D. $S=\frac{7}{6}$

Câu 25: Tính mô-đun của số phức z thỏa mãn $(1+i)z+(3-i)\bar{z}=2-6i$

A. $|z|=\sqrt{13}$ B. $|z|=\sqrt{15}$ C. $|z|=\sqrt{5}$ D. $|z|=\sqrt{3}$

Câu 26: Gọi *r, h, l* lần lượt là bán kính đáy, chiều cao và đường sinh của hình nón (N). S_{xq}, S_{tp}, V lần lượt là diện tích xung quanh, diện tích toàn phần của hình nón và thể tích của khối nón. Chọn phát biểu sai

A. $V=\frac{1}{3}\pi rh$ B. $l^2=h^2+r^2$ C. $S_{tp}=\pi r(l+r)$ D. $S_{xq}=\pi rl$

Câu 27: Cho hình trụ có bán kính đáy bằng a, chu vi của thiết diện qua trục bằng $12a$. Thể tích của khối trụ đã cho bằng

A. $4\pi a^3$ B. $5\pi a^3$ C. πa^3 D. $6\pi a^3$

Câu 28: Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho $\vec{u}=(-1;3;2)$ và $\vec{v}=(-3;-1;2)$. Khi đó $\vec{u}.\vec{v}$ bằng

A. 10 B. 2 C. 3 D. 4

Câu 29: Tìm m để phương trình $2\sin^2 x-\sin x\cos x-\cos^2 x=m$ có nghiệm

A. $\left[\begin{array}{l} m\le \dfrac{1-\sqrt{10}}{2} \\ m\ge \dfrac{1+\sqrt{10}}{2}\end{array}\right.$ B. $\left[\begin{array}{l} m< \dfrac{1-\sqrt{10}}{2} \\ m> \dfrac{1+\sqrt{10}}{2}\end{array}\right.$

C. $\dfrac{1-\sqrt{10}}{2}\le m\le \dfrac{1+\sqrt{10}}{2}$ D. $\dfrac{1-\sqrt{10}}{2}< m< \dfrac{1+\sqrt{10}}{2}$

Câu 30: Phương trình $\tan 3x=\tan x$ có bao nhiêu nghiệm thuộc khoảng $(0;2018\pi)$?

A. 2018 B. 4036 C. 2017 D. 4034

Câu 31: Gọi A là tập hợp tất cả các số tự nhiên có 5 chữ số. Chọn ngẫu nhiên 1 số từ tập A. Tính xác suất để số được chọn chia hết cho 7 và chữ số hàng đơn vị bằng 1

A. 0,015 B. 0,02 C. 0,15 D. 0,2

Câu 32: Cho hình vuông $A_1B_1C_1D_1$ có cạnh bằng 1. Gọi $A_{k+1},B_{k+1},C_{k+1},D_{k+1}$ theo thứ tự là trung điểm của các cạnh $A_kB_k,B_kC_k,C_kD_k,D_kA_k$ (với $k=1,2,...$). Chu vi của hình vuông $A_{2018}B_{2018}C_{2018}D_{2018}$ bằng

A. $\dfrac{\sqrt{2}}{2^{1007}}$ B. $\dfrac{\sqrt{2}}{2^{2006}}$ C. $\dfrac{\sqrt{2}}{2^{2017}}$ D. $\dfrac{\sqrt{2}}{2^{2018}}$

Câu 33: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh A. Hình chiếu vuông góc của S lên mặt phẳng $(ABCD)$ là điểm I thuộc đoạn AB sao cho $BI=2AI$. Góc giữa mặt bên (SCD) và mặt đáy $(ABCD)$ bằng $60°$. Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng AD và SC.

A. $\dfrac{\sqrt{93}}{31}a$ B. $\dfrac{3\sqrt{93}}{31}a$ C. $\sqrt{\dfrac{93}{31}}a$ D. $3\sqrt{\dfrac{93}{31}}a$

Câu 34: Cho hàm số $f(x)=ax^4+bx^2+c$ với $a>0,c>2017$ và $a+b+c<2017$. Số cực trị của hàm số $y=|f(x)-2017|$ là

A. 1 B. 5 C. 3 D. 7

Câu 35: Tìm tất cả các giá trị của m để đường thẳng $d:y=x+4$ cắt đồ thị hàm số $y=x^3+2mx^2+(m+3)x+4$ tại 3 điểm phân biệt $A(0;4),B$ và C sao cho diện tích ΔMBC bằng 4, với $M(1;3)$

A. $\left[\begin{array}{l} m=2 \\ m=3\end{array}\right.$ B. $\left[\begin{array}{l} m=-2 \\ m=3\end{array}\right.$ C. $m=3$ D. $\left[\begin{array}{l} m=-3 \\ m=-2\end{array}\right.$

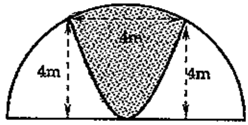
Câu 36: Cho x, y là các số thực dương thỏa mãn điều kiện $5^{x+2y}+\dfrac{3}{3^{xy}}+x+1=\dfrac{5^{xy}}{5}+3^{-x-2y}+y(x-2)$. Tính giá trị nhỏ nhất của biểu thức $T=x+y$

A. $T_{min}=2+3\sqrt{2}$ B. $T_{min}=3+2\sqrt{3}$ C. $T_{min}=1+\sqrt{5}$ D. $T_{min}=5+3\sqrt{2}$

Câu 37: Tìm tổng tất cả các giá trị nguyên của m để phương trình $4^{1+x}+4^{1-x}=(m+1)(2^{2+x}-2^{2-x})+16-8m$ có nghiệm trên $[0;1]$

A. 2 B. 5 C. 4 D. 3

Câu 38: Một khuôn viên dạng nửa hình tròn có đường kính bằng $4\sqrt{5}\left(m\right)$. Trên đó người thiết kế hai phần để trồng hoa có dạng của một cánh hoa hình parabol có đỉnh trùng với tâm nửa hình tròn và hai đầu mút của cánh hoa nằm trên nửa đường tròn (phần tô màu), cách nhau một khoảng bằng $4\left(m\right)$, phần còn lại của khuôn viên (phần không tô màu) dành để trồng cỏ Nhật Bản. Biết các kích thước cho như hình vẽ và kinh phí để trồng cỏ Nhật Bản là 100.000 đồng/m^2. Hỏi cần bao nhiêu tiền để trồng cỏ Nhật Bản trên phần đất đó? (Số tiền được làm tròn đến hàng nghìn)



A. 3.895.000 đồng B. 1.948.000 đồng .C. 2.388.000 đồng D. 1.194.000 đồng

Câu 39: Trong các số phức z thỏa mãn $\left|z+4-3i\right|+\left|z-8-5i\right|=2\sqrt{38}$. Tìm giá trị nhỏ nhất của $\left|z-2-4i\right|$.

A. $\frac{1}{2}$ B. $\frac{5}{2}$ C. 2 D. 1

Câu 40: Cho hình chóp *S.ABCD* có đáy là hình vuông cạnh bằng 4. Mặt bên *SAB* là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Gọi *M, N, P* lần lượt là trung điểm của các cạnh *SD, CD, BC*. Thể tích khối chóp *S.ABPN* là *x*, thể tích khối tứ diện *CMNP* là *y*. Giá trị của *x, y* thỏa mãn các bất đẳng thức nào dưới đây?

A. $x^2+2xy-y^2>160$ B. $x^2-2xy+2y^2<109$ C. $x^2+xy-y^4<145$ D. $x^2-xy+y^4>125$

Câu 41: Cho hình cầu $\left(S\right)$ tâm *O*, bán kính *R*. Hình cầu $\left(S\right)$ ngoại tiếp một hình trụ tròn xoay $\left(T\right)$ có đường cao bằng đường kính đáy và hình cầu $\left(S\right)$ lại nội tiếp trong một hình nón tròn xoay $\left(N\right)$ có góc ở đỉnh bằng 60°. Tính tỉ số thể tích của hình trụ $\left(N\right)$ và hình nón $\left(T\right)$.

A. $\frac{V_{(T)}}{V_{(N)}}=\frac{\sqrt{2}}{6}$ B. $\frac{V_{(T)}}{V_{(N)}}=\frac{\sqrt{2}}{3}$ C. $\frac{V_{(T)}}{V_{(N)}}=3\sqrt{2}$ D. Đáp án khác

Câu 42: Trong không gian với hệ tọa độ *Oxyz*, mặt phẳng $\left(P\right):ax+by+cz+d=0,\left(a^2+b^2+c^2>0\right)$ đi qua điểm $B\left(1;0;2\right),C\left(-1;-1;0\right)$ và cách $A\left(2;5;3\right)$ một khoảng lớn nhất. Khi đó giá trị của biểu thức $M=\frac{a+c}{b+d}$ là

A. $M=1$ B. $M=\frac{3}{4}$ C. $M=-\frac{2}{7}$ D. $M=-\frac{3}{2}$

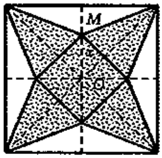
Câu 43: Trong không gian với hệ trục tọa độ *Oxyz*, cho mặt cầu $\left(S\right):x^2+\left(y-4\right)^2+z^2=5$. Tìm tọa độ điểm *A* thuộc trục *Oy*, biết rằng ba mặt phẳng phân biệt qua *A* có các vec-tơ pháp tuyến lần lượt là các vec-tơ đơn vị của các trục tọa độ cắt mặt cầu theo thiết diện là ba hình tròn có tổng diện tích là 11π

A. $\left[\begin{array}{l}A\left(0;2;0\right)\\A\left(0;6;0\right)\end{array}\right.$ B. $\left[\begin{array}{l}A\left(0;0;0\right)\\A\left(0;8;0\right)\end{array}\right.$ C. $\left[\begin{array}{l}A\left(0;0;0\right)\\A\left(0;6;0\right)\end{array}\right.$ D. $\left[\begin{array}{l}A\left(0;2;0\right)\\A\left(0;8;0\right)\end{array}\right.$

Câu 44: Trong không gian với hệ trục tọa độ *Oxyz*, cho đường thẳng $d:\frac{x+1}{1}=\frac{y-2}{-1}=\frac{z}{3}$. Điểm nào sau đây thuộc đường thẳng *d*?

A. $Q\left(1;0;2\right)$ B. $N\left(1;-2;0\right)$ C. $P\left(1;-1;3\right)$ D. $M\left(-1;2;0\right)$

Câu 45: Cắt một miếng giấy hình vuông và xếp thành một hình chóp tứ giác đều (hình vẽ). Biết cạnh hình vuông bằng $20\left(cm\right)$, $OM=x\left(cm\right)$. Tìm *x* để hình chóp đều ấy có thể tích lớn nhất.



A. $x=9(\text{cm})$ B. $x=8(\text{cm})$ C. $x=6(\text{cm})$ D. $x=7(\text{cm})$

Câu 46: Cô Huyền gửi tổng cộng 320 triệu đồng ở hai ngân hàng X và Y theo phương thức lãi kép. Số tiền thứ nhất gửi ở ngân hàng X với lãi suất 2,1% một quý trong thời gian 15 tháng. Số tiền còn lại gửi ở ngân hàng Y với lãi suất 0,73% một tháng trong thời gian 9 tháng. Tổng tiền lãi đạt được ở hai ngân hàng là 27.507.768,13 đồng (chưa làm tròn). Hỏi số tiền cô Huyền gửi lần lượt ở ngân hàng X và Y là bao nhiêu?

A. 140 triệu và 180 triệu B. 120 triệu và 200 triệu

C. 200 triệu và 120 triệu D. 180 triệu và 140 triệu

Câu 47: Gọi V là thể tích khối tròn xoay tạo thành do quay xung quanh trục hoành một elip có phương trình $\frac{x^2}{25}+\frac{y^2}{16}=1$. V có giá trị gần nhất với giá trị nào sau đây?

A. 550 B. 400 C. 670 D. 335

Câu 48: Cho các số phức z thỏa mãn $|z-i|=|z-1+2i|$. Tập hợp các điểm biểu diễn số phức $w=(2-i)z+1$ trên mặt phẳng tọa độ là một đường thẳng. Phương trình đường thẳng đó là

A. $x-7y-9=0$ B. $x+7y-9=0$ C. $x+7y+9=0$ D. $x-7y+9=0$

Câu 49: Hình lăng trụ có thể có số cạnh là số nào sau đây?

A. 2015 B. 2016 C. 2017 D. 2018

Câu 50: Tìm tất cả các số tự nhiên k sao cho $C_{14}^{k}, C_{14}^{k+1}, C_{14}^{k+2}$ theo thứ tự lập thành một cấp số cộng

A. $\left[\begin{array}{l}k=4\\k=5\end{array}\right.$ B. $\left[\begin{array}{l}k=3\\k=9\end{array}\right.$ C. $\left[\begin{array}{l}k=7\\k=8\end{array}\right.$ D. $\left[\begin{array}{l}k=4\\k=8\end{array}\right.$

ĐÁP ÁN

1.B	2.C	3.D	4.C	5.B	6.B	7.D	8.D	9.B	10.C
11.C	12.A	13.D	14.A	15.D	16.D	17.C	18.A	19.D	20.C
21.B	22.B	23.A	24.D	25.A	26.A	27.A	28.D	29.C	30.C
31.A	32.A	33.B	34.D	35.C	36.B	37.D	38.B	39.D	40.C
41.A	42.C	43.A	44.D	45.B	46.A	47.C	48.C	49.B	50.D

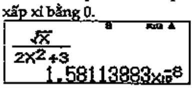
HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

Câu 1: Đáp án B.

Ta có $\lim\frac{\sqrt{n}}{2n^2+3}=\lim\frac{\frac{1}{n\sqrt{n}}}{2+\frac{3}{n^2}}=\frac{0}{2}=0$.

STUDY TIPS

Cũng có thể sử dụng máy tính cầm tay để tính giới hạn dãy số. Nhập vào màn hình $\frac{\sqrt{X}}{2X^2+3}$. Ấn CALC $X=10^5$. Ấn =, máy hiện kết quả xấp xỉ bằng 0.



Câu 2: Đáp án C.

Tập xác định: $D=\mathbb{R}\setminus\{1\}$.

Đạo hàm $y'=\frac{1}{(x-1)^2}>0,\forall x\neq 1$.

Vậy hàm số đồng biến trên mỗi khoảng $(-\infty;1)$ và $(1;+\infty)$.

Chỉ có mệnh đề 3 đúng.

STUDY TIPS

Xét hàm số $y=\frac{ax+b}{cx+d}$ có tập xác định $D=\mathbb{R}\setminus\left\{-\frac{d}{c}\right\}$ và đạo hàm $y'=\frac{ad-bc}{(cx+d)^2}$.

Hàm số này luôn đơn điệu (đồng biến hoặc nghịch biến) trên từng khoảng xác định.

Câu 3: Đáp án D.

Phương trình hoành độ giao điểm:

$x^3-x+3=2x+1\Leftrightarrow x^3-3x+2=0$

$\Leftrightarrow (x-1)^2(x+2)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=-2\\x=1\end{array}\right.$

Do $x_A>x_B$ nên $x_A=1,x_B=-2\to y_B=2(-2)+1=-3$.

Vậy $x_B+y_B=-2+(-3)=-5$.

STUDY TIPS

Hoành độ giao điểm của hai đồ thị hàm số $y=f(x)$ và $y=g(x)$ là nghiệm của phương trình $f(x)=g(x)$.

Câu 4: Đáp án C.

Ta có $P=\sqrt[6]{x.\sqrt[4]{x^5.\sqrt{x^3}}}=\left[x\left(x^5.x^{\frac{3}{2}}\right)^{\frac{1}{4}}\right]^{\frac{1}{6}}=\left[x\left(x^{\frac{13}{2}}\right)^{\frac{1}{4}}\right]^{\frac{1}{6}}=\left(x^{\frac{21}{8}}\right)^{\frac{1}{6}}=x^{\frac{7}{16}}$.

Câu 5: Đáp án B.

* *Phương án A:* $\frac{z_1}{z_2}=\frac{1+i}{1-i}=\frac{(1+i)^2}{(1-i)(1+i)}=\frac{1+2i+i^2}{1-i^2}=\frac{2i}{2}=i$. Vậy A đúng.

* *Phương án B:* $|z_1-z_2|=|(1+i)-(1-i)|=|0+2i|=\sqrt{0^2+2^2}=2$. Vậy B sai.

* *Phương án C:* $z_1+z_2=(1+i)+(1-i)=2$. Vậy C đúng.

* *Phương án D:* $|z_1z_2|=|(1+i)(1-i)|=|1-i^2|=|2+0i|=\sqrt{2^2+0^2}=2$. Vậy D đúng.

Câu 6: Đáp án B.

Khối đa diện đều		Số đỉnh	Số cạnh	Số mặt	Loại	MPĐX
Tứ diện đều		4	6	4	$\{3;3\}$	6
Lập phương		8	12	6	$\{4;3\}$	9
8 mặt đều		6	12	8	$\{3;4\}$	9
12 mặt đều		20	30	12	$\{5;3\}$	15
20 mặt đều		12	30	20	$\{3;5\}$	15

STUDY TIPS
Khối đa diện loại $\{n,p\}$ có D đỉnh, C cạnh và M mặt thì $\begin{cases} n.M = p.D = 2.C \\ D + M = 2 + C \end{cases}$

Như vậy, khối lập phương và khối bát diện đều có số cạnh bằng nhau (12 cạnh).

Câu 7: Đáp án D.

Hàm số xác định $\Leftrightarrow \begin{cases} \cos\left(2x+\frac{\pi}{3}\right) \neq 0 \\ \sin\left(2x+\frac{\pi}{3}\right) \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \sin\left(4x+\frac{2\pi}{3}\right) \neq 0 \Leftrightarrow 4x+\frac{2\pi}{3} \neq k\pi$

$\Leftrightarrow x = -\frac{\pi}{6}+k\frac{\pi}{4}, (k \in \mathbb{Z})$.

STUDY TIPS
Hàm số $y=\tan u(x)$ xác định khi $\cos u(x) \neq 0$ và hàm số $y=\cot u(x)$ xác định khi $\sin u(x) \neq 0$. Hàm số $y=f(\tan u(x), \cot u(x))$ xác định khi $\begin{cases} \sin u(x) \neq 0 \\ \cos u(x) \neq 0 \end{cases}$ $\Leftrightarrow \sin(2u(x)) \neq 0$.

Câu 8: Đáp án D.

Ta có $y=\sin x=\cos\left(\frac{\pi}{2}-x\right)=\cos\left(x-\frac{\pi}{2}\right)$.

* Tịnh tiến đồ thị $y=\cos x+1$ sang phải $\frac{\pi}{2}$ đơn vị ta được đồ thị hàm số $y=\cos\left(x-\frac{\pi}{2}\right)+1$.

* Tiếp theo, tịnh tiến đồ thị $y=\cos\left(x-\frac{\pi}{2}\right)+1$ xuống dưới 1 đơn vị ta được đồ thị hàm số $y=\cos\left(x-\frac{\pi}{2}\right)=\sin x$.

STUDY TIPS
Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho đồ thị (C) của hàm số $y=f(x)$, p và q là hai số dương tùy ý:
* Tịnh tiến (C) lên trên q đơn vị thì ta được đồ thị của hàm số $y=f(x)+q$.
* Tịnh tiến (C) xuống dưới q đơn vị thì ta được đồ thị của hàm số $y=f(x)-q$.
* Tịnh tiến (C) sang trái p đơn vị thì ta được đồ thị của hàm số $y=f(x+p)$.
* Tịnh tiến (C) sang phải p đơn vị thì ta được đồ thị của hàm số $y=f(x-p)$.

Câu 9: Đáp án B.

Số phần tử của E là $n(E)=A_5^3 \to |\Omega|=A_5^3$.

Từ 5 chữ số đã cho ta có 4 bộ gồm 3 chữ số có tổng chia hết cho 3 là $(1;2;3)$, $(1;4;7)$, $(2;3;4)$, $(2;3;7)$. Mỗi bộ 3 chữ số này ta lập được $3!=6$ số thuộc tập hợp E. Vậy trong tập hợp E có $6.4=24$ số chia hết cho 3.

Gọi A là biến cố "Số được chọn từ E chia hết cho 3" thì $|\Omega_A|=24$.

STUDY TIPS
Một số chia hết cho 3 nếu tổng các chữ số của nó chia hết cho 3.

Vậy xác suất cần tính là $P(A)=\frac{|\Omega_A|}{|\Omega|}=\frac{24}{A_5^3}=\frac{2}{5}$.

Câu 10: Đáp án C.

Sắp xếp bộ ba số 1, 2, 3 sao cho 2 đứng giữa 1,3 có 2 cách.

Số số tự nhiên có 7 chữ số khác nhau từng đôi một, trong đó chữ số 2 đứng liền giữa hai chữ số 1 và 3 kể cả trường hợp số 0 đứng đầu là $2.C_7^4.5!$ số.

Số số tự nhiên có 7 chữ số khác nhau từng đôi một, trong đó chữ số 2 đứng liền giữa hai chữ số 1 và 3, có số 0 đứng đầu là $2.C_6^3.4!$ số.

Suy ra số số tự nhiên thỏa yêu cầu bài toán là $2.C_7^4.5!-2.C_6^3.4!=7440$ (số).

Câu 11: Đáp án C.

Ta có $P(x)=(1+2x)^{12}=\sum_{k=0}^{12}C_{12}^k 1^{12-k}(2x)^k=\sum_{k=0}^{12}C_{12}^k 2^k x^k$.

Gọi $a_k=C_{12}^k 2^k,(0\le k\le 12,k\in\mathbb{N})$ là hệ số lớn nhất trong khai triển.

Suy ra $\begin{cases}a_k\ge a_{k+1}\\ a_k\ge a_{k-1}\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}C_{12}^k2^k\ge C_{12}^{k+1}2^{k+1}\\ C_{12}^k2^k\ge C_{12}^{k-1}2^{k-1}\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}\frac{12!}{(12-k)!k!}.2^k\ge\frac{12!}{(11-k)!(k+1)!}.2^{k+1}\\ \frac{12!}{(12-k)!k!}.2^k\ge\frac{12!}{(13-k)!(k-1)!}.2^{k-1}\end{cases}$

$\Leftrightarrow\begin{cases}\frac{1}{12-k}\ge\frac{2}{k+1}\\ \frac{1}{k}\ge\frac{1}{2(13-k)}\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}k+1\ge 2(12-k)\\ 2(13-k)\ge k\end{cases}\Leftrightarrow\frac{23}{3}\le k\le\frac{26}{3}\to k=8$.

Vậy hệ số lớn nhất trong khai triển đã cho là $a_8=2^8C_{12}^8=126720$.

STUDY TIPS

Xét khai triển $(a+bx)^n=C_n^k a^{n-k}b^k x^k$.

Nếu $u_k=C_n^k a^{n-k}b^k$ là hệ số lớn nhất trong khai triển nhị thức thì $\begin{cases}u_k\ge u_{k+1}\\ u_k\ge u_{k-1}\end{cases}$. Giải hệ bất phương trình này, ta tìm được $k=k_0,(k_0\in\mathbb{Z})$. Khi đó hệ số lớn nhất trong khai triển là $u_{k_0}=C_n^{k_0}a^{n-k_0}b^{k_0}$.

Câu 12: Đáp án A.

Tập xác định: $D=\mathbb{R}\setminus\{1\}$. Đạo hàm $y'=\frac{-4}{(x-1)^2}$.

Ta có $A=Oy\cap(C)\to A(0;1)$. Suy ra tiếp tuyến của (C) tại A có hệ số góc là $k=y'(0)=-4$. Phương trình tiếp tuyến là $y=-4(x-0)+1\Leftrightarrow y=-4x+1$.

STUDY TIPS

Tiếp tuyến tại điểm $M(x_0;y_0)$ của đồ thị hàm số $y=f(x)$ có hệ số góc là $k=f'(x_0)$.

Khi đó phương trình tiếp tuyến là:

$y=f'(x).(x-x_0)+y_0$

Câu 13: Đáp án D.

Câu 14: Đáp án A.

Gọi $K(a;b)$ là tâm đường tròn ngoại tiếp ΔABC.

Ta có:

$AK^2=(a-1)^2+(b-2)^2$; $BK^2=(a-5)^2+(b-4)^2$ và $CK^2=(a-3)^2+(b+2)^2$.

Từ $AK^2=BK^2=CK^2$, ta có $\begin{cases}(a-1)^2+(b-2)^2=(a-5)^2+(b-4)^2\\ (a-1)^2+(b-2)^2=(a-3)^2+(b+2)^2\end{cases}$

$\Leftrightarrow\begin{cases}-2a-4b+5=-10a-8b+41\\ -2a-4b+5=-6a+4b+13\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}2a+b=9\\ a-2b=2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=4\\ b=1\end{cases}\to K(4;1)$.

Bán kính đường tròn ngoại tiếp ΔABC là $R=AK=\sqrt{(4-1)^2+(1-2)^2}=\sqrt{10}$.

STUDY TIPS

Đường tròn $(C),(C')$ lần lượt có tâm K,K' và bán kính R,R'.

Nếu $V_{(I,k)}(C)=(C')$ thì ta có $V_{(I,k)}(K)=K'$. Khi đó:

$\begin{cases}\overrightarrow{IK'}=k\overrightarrow{IK}\\ R'=|k|.R\end{cases}$

Gọi K' là tâm đường tròn ngoại tiếp $\Delta A'B'C'$, do $V_{(I,-3)}(\Delta ABC)=\Delta A'B'C'$ nên $V_{(I,-3)}(K)=K'\to\overrightarrow{IK'}=-3.\overrightarrow{IK}$. Mà $V_{(I,-3)}(A)=A'\to\overrightarrow{IA'}=-3.\overrightarrow{IA}$

Suy ra $\overrightarrow{IA'}-\overrightarrow{IK'}=-3\left(\overrightarrow{IA}-\overrightarrow{IK}\right)\Leftrightarrow\overrightarrow{K'A'}=-3.\overrightarrow{KA}$. Bán kính đường tròn ngoại tiếp $\Delta A'B'C'$ là $R'=K'A'=3KA=3R=3\sqrt{10}$.

Câu 15: Đáp án D.

Câu 16: Đáp án D.

Giả sử hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm trên $K=(a;b)$. Đạo hàm $f'(x)$ đổi dấu từ dương sang âm khi x đi qua giá trị x_0 có nghĩa là $f'(x)>0,\forall x\in(a;x_0)$ và $f'(x)<0,\forall x\in(x_0;b)$. Ta có bảng biến thiên sau:

x	a		x_0		b
$f'(x)$		+		−	
$f(x)$		↗	$f(x_0)$	↘	

Như vậy $x=x_0$ là điểm cực đại của hàm số.

Câu 17: Đáp án C.

Xét phương trình $x^2+x-2=0\Leftrightarrow(x-1)(x+2)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=-2\\x=1\end{array}\right.$

Suy ra đồ thị hàm số $y=\dfrac{x-3}{x^2+x-2}$ có hai đường tiệm cận đứng là $x=-2$ và $x=1$

Câu 18: Đáp án A.

Đồ thị có dạng hình chữ N nên hệ số $a>0$. Loại đáp án D.

Đồ thị hàm số có hai điểm cực trị là $(-2;-2)$ và $(0;-2)$ nên phương trình $y'=0$ có hai nghiệm là $x=-2$ và $x=0$.

Chỉ có đáp án A thỏa mãn vì $y'=3x^2+6x$

và $y'=0\Leftrightarrow 3x(x+2)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=-2\\x=0\end{array}\right.$

Câu 19: Đáp án D.

Ta có $\log_4 x^2>\log_2 y\Leftrightarrow\log_2|x|>\log_2 y\Leftrightarrow|x|>y>0$. Vậy D sai.

Câu 20: Đáp án C.

* *Phương án A:* Đạo hàm $y'=a^x.\ln a>0,\forall a>1$ nên hàm số $y=a^x$ chỉ đồng biến khi $a>1$. Vậy A sai.

STUDY TIPS

Giả sử hàm số f liên tục trên khoảng $(a;b)$ chứa điểm x_0 và có đạo hàm trên các khoảng $(a;x_0)$ và $(x_0;b)$:

* Nếu $f'(x)$ đổi dấu từ âm sang dương khi x qua điểm x_0 (theo chiều tăng) thì hàm số đạt cực tiểu tại điểm x_0.

* Nếu $f'(x)$ đổi dấu từ dương sang âm khi x qua điểm x_0 (theo chiều tăng) thì hàm số đạt cực đại tại điểm x_0.

STUDY TIPS

Cho hàm số $y=\dfrac{P(x)}{Q(x)}$. Nếu phương trình $Q(x)=0$ có các nghiệm $x=x_i$, tức $Q(x_i)=0$ và $P(x_i)\neq 0$ thì đồ thị hàm số có tiệm cận đứng là đường thẳng $x=x_i$

STUDY TIPS

Xét hàm số bậc ba có dạng $y=ax^3+bx^2+cx+d$. Nếu $a>0$ thì đồ thị hàm số có dạng chữ N và nếu $a<0$ thì đồ thị có dạng chữ N ngược.

STUDY TIPS

* Nếu $\log_a x>\log_a y$ và $0<a<1$ thì $0<x<y$.

* Nếu $\log_a x>\log_a y$ và $a>1$ thì $x>y>0$.

** Phương án B:* Đồ thị hàm số $y=a^x$ luôn cắt trục tung tại điểm $(0;1)$. Vậy B sai.

** Phương án C:* Trên đồ thị $y=a^x$ lấy điểm $(x_1;y_1)\to y_1=a^{x_1}$. Trên đồ thị $y=\left(\frac{1}{a}\right)^x$ lấy điểm $(x_2;y_2)\to y_2=\left(\frac{1}{a}\right)^{x_2}$. Nếu $x_1=-x_2$ thì $y_1=a^{-x_2}=\left(a^{-1}\right)^{x_2}=\left(\frac{1}{a}\right)^{x_2}=y_2$. Khi đó hai điểm $(x_1;y_1)$ và $(x_2;y_2)$ đối xứng nhau qua trục tung $\to$ Hai đồ thị $y=a^x$ và $y=\left(\frac{1}{a}\right)^x$ đối xứng nhau qua trục tung. Vậy C đúng, D sai.

STUDY TIPS

Hai điểm $A(x_1;y_1)$ và $B(x_2;y_2)$ đối xứng nhau qua trục tung khi và chỉ khi $\begin{cases}x_1=-x_2\\y_1=y_2\end{cases}$

Câu 21: Đáp án B.

Điều kiện: $x\neq 0$.

Phương trình $27^{\frac{x-1}{x}}.2^x=72\Leftrightarrow 3^{\frac{3(x-1)}{x}}.2^x=3^2.2^3\Leftrightarrow 3^{\frac{3x-3}{x}-2}.2^{x-3}=1\Leftrightarrow 3^{\frac{x-3}{x}}.2^{x-3}=1$

$$\Leftrightarrow \log_3\left(3^{\frac{x-3}{x}}.2^{x-3}\right)=0\Leftrightarrow \frac{x-3}{x}+(x-3).\log_3 2=0\Leftrightarrow (x-3)+x(x-3).\log_3 2=0$$

$$\Leftrightarrow (x-3)(1+x.\log_3 2)=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=3\\ x=-\dfrac{1}{\log_3 2}=-\log_2 3\end{array}\right.\to a=2,b=3.$$ Vậy $a+b=5$.

Câu 22: Đáp án B.

Với $x\in\left[\frac{5}{2};4\right]$ thì phương trình tương đương với:

$(m-1)\log_2^2(x-2)+(m-5)\log_2(x-2)+m-1=0 \qquad (1)$

Đặt $\log_2(x-2)=t$. Với $x\in\left[\frac{5}{2};4\right]$ thì $t\in[-1;1]$. Phương trình (1) trở thành:

$$(m-1)t^2+(m-5)t+m-1=0\Leftrightarrow m\left(t^2+t+1\right)=t^2+5t+1\Leftrightarrow m=\frac{t^2+5t+1}{t^2+t+1} \qquad (2)$$

Xét hàm số $f(t)=\dfrac{t^2+5t+1}{t^2+t+1}=1+\dfrac{4t}{t^2+t+1}$ trên đoạn $[-1;1]$.

Đạo hàm $f'(t)=\dfrac{-4\left(t^2-1\right)}{\left(t^2+t+1\right)^2}\geq 0,\forall t\in[-1;1]$; $f'(t)=0\Leftrightarrow t=\pm 1$. Khi đó hàm số $f(t)$ đồng biến trên $[-1;1]$. Suy ra $\min\limits_{[-1;1]}f(t)=f(-1)=-3;\max\limits_{[-1;1]}f(t)=f(1)=\dfrac{7}{3}$.

Phương trình (2) có nghiệm $\Leftrightarrow$ Đường thẳng $y=m$ cắt đồ thị hàm số $f(t)$

$\Leftrightarrow -3\leq m\leq \dfrac{7}{3}$. Vậy $S=\left[-3;\dfrac{7}{3}\right]\to a=-3,b=\dfrac{7}{3}\to a+b=-3+\dfrac{7}{3}=-\dfrac{2}{3}$.

STUDY TIPS

Số nghiệm của phương trình $f(x)=g(m)$ cũng chính là số giao điểm của đường thẳng $y=g(m)$ $(//Ox)$ và đồ thị hàm số $y=f(x)$.

Để phương trình có nghiệm trên $D\Leftrightarrow y=g(m)$ cắt đồ thị $y=f(x)$. Khi đó:

$\min\limits_D f(x)\leq g(m)\leq \max\limits_D f(x)$

Câu 23: Đáp án A.

Ta có $\int f(x)dx=\int\dfrac{2x+3}{x-1}dx=\int\dfrac{2(x-1)+5}{x-1}dx=\int\left(2+\dfrac{5}{x-1}\right)dx=2x+5\ln|x-1|+C$

Câu 24: Đáp án D.

Phân tích: $\dfrac{1}{x^3+x^2}=\dfrac{1}{x^2(x+1)}=\dfrac{A}{x}+\dfrac{B}{x^2}+\dfrac{C}{x+1}=\dfrac{Ax(x+1)+B(x+1)+Cx^2}{x^2(x+1)}$

$\to \frac{1}{x^2(x+1)}=\frac{(A+C)x^2+(A+B)x+B}{x^2(x+1)}$.

Đồng nhất hệ số, ta có hệ phương trình:

$\begin{cases}A+C=0\\A+B=0\\B=1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}A=-1\\B=1\\C=1\end{cases}$. Vậy $\frac{1}{x^3+x^2}=\frac{1}{x^2(x+1)}=-\frac{1}{x}+\frac{1}{x^2}+\frac{1}{x+1}$

Lời giải chi tiết:

Ta có $\int_2^3\frac{1}{x^3+x^2}dx=\int_2^3\left(\frac{1}{x^2}-\frac{1}{x}+\frac{1}{x+1}\right)dx=\left(\ln\left|\frac{x+1}{x}\right|-\frac{1}{x}\right)\Big|_2^3=3\ln2-2\ln3+\frac{1}{6}$.

Vậy $a=-2,b=3,c=\frac{1}{6}\to S=a+b+c=-2+3+\frac{1}{6}=\frac{7}{6}$.

Câu 25: Đáp án A.

STUDY TIPS
Số phức $z=a+bi,(a,b\in\mathbb{R})$ có mô-đun là:
$|z|=\sqrt{a^2+b^2}$

Gọi $z=x+yi,(x,y\in\mathbb{Z})\to\bar{z}=x-yi$.

Từ giả thiết ta có $(1+i)(x+yi)+(3-i)(x-yi)=2-6i$

$\Leftrightarrow x-y+(x+y)i+3x-y-(x+3y)i=2-6i\Leftrightarrow(4x-2y)-2y.i=2-6i$

$\Leftrightarrow\begin{cases}4x-2y=2\\-2y=-6\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=2\\y=3\end{cases}\longrightarrow z=2+3i\to|z|=\sqrt{2^2+3^2}=\sqrt{13}$.

Câu 26: Đáp án A.

Đường sinh của hình nón (N) là $l=\sqrt{h^2+r^2}\Leftrightarrow l^2=h^2+r^2$.

Diện tích xung quanh của hình nón (N) là $S_{xq}=\pi rl$.

Diện tích toàn phần của hình nón (N) là $S_{tp}=S_{xq}+S_{đáy}=\pi rl+\pi r^2=\pi r(l+r)$.

Thể tích của khối nón (N) là $V=\frac{1}{3}S_{đáy}.h=\frac{1}{3}\pi r^2h$.

Vậy A sai.

Câu 27: Đáp án A.

Gọi r và h lần lượt là bán kính đáy và chiều cao của hình trụ. Khi đó $r=a$.

Thiết diện qua trục của hình trụ là một hình chữ nhật có các kích thước lần lượt là h và $2r$. Từ giả thiết ta có $2(h+2r)=12a\Leftrightarrow h=6a-2r=4a$.

Vậy thể tích khối trụ là: $V=S_{đáy}.h=\pi r^2h=\pi.a^2.4a=4\pi a^3$ (đvtt).

STUDY TIPS
Tích vô hướng của véc-tơ $\vec{u}=(x_1;y_1;z_1)$ và véc-tơ $\vec{v}=(x_2;y_2;z_2)$ trong không gian *Oxyz* được tính theo công thức:
$\vec{u}.\vec{v}=x_1x_2+y_1y_2+z_1z_2$

Câu 28: Đáp án D.

Ta có $\vec{u}.\vec{v}=(-1).(-3)+3.(-1)+2.2=4$.

Câu 29: Đáp án C.

Phương trình tương đương với $2.\frac{1-\cos2x}{2}-\frac{1}{2}.2\sin x\cos x-\frac{1+\cos2x}{2}=m$

$\Leftrightarrow2(1-\cos2x)-\sin2x-(1+\cos2x)=2m\Leftrightarrow\sin2x+3\cos2x=1-2m$ $(*)$

STUDY TIPS
Điều kiện để phương trình $a.\sin u(x)+b.\cos u(x)=c$ có nghiệm là $a^2+b^2\geq c^2$.

Phương trình đã cho có nghiệm $\Leftrightarrow$ Phương trình $(*)$ có nghiệm

$\Leftrightarrow1^2+3^2\geq(1-2m)^2\Leftrightarrow(1-2m)^2\leq10\Leftrightarrow\frac{1-\sqrt{10}}{2}\leq m\leq\frac{1+\sqrt{10}}{2}$.

Câu 30: Đáp án C.

Điều kiện $\begin{cases}\cos 3x \neq 0\\ \cos x \neq 0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}3x \neq \dfrac{\pi}{2}+k\pi\\ x \neq \dfrac{\pi}{2}+k\pi\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}x \neq \dfrac{\pi}{6}+k\dfrac{\pi}{3}\\ x \neq \dfrac{\pi}{2}+k\pi\end{cases} \Leftrightarrow x \neq \dfrac{\pi}{6}+k\dfrac{\pi}{3},(k\in\mathbb{Z}).$

STUDY TIPS

$\sin a.\cos b - \cos a.\sin b = \sin(a-b)$.

Phương trình $\tan 3x = \tan x \Leftrightarrow \dfrac{\sin 3x}{\cos 3x} = \dfrac{\sin x}{\cos x} \Leftrightarrow \sin 3x.\cos x - \cos 3x.\sin x = 0$

$\Leftrightarrow \sin 2x = 0 \Leftrightarrow 2x = k\pi \Leftrightarrow x = k\dfrac{\pi}{2},(k\in\mathbb{Z})$. Do $x \neq \dfrac{\pi}{6}+k\dfrac{\pi}{3}$ nên $x = k\pi,(k\in\mathbb{Z})$.

Nếu $x\in(0;2018\pi)$ thì $0 < k\pi < 2018\pi \Leftrightarrow 0 < k < 2018 \xrightarrow{k\in\mathbb{Z}} k\in\{1;2;...;2017\}$. Vậy có $(2017-1)+1 = 2017$ giá trị k nguyên thỏa mãn nên phương trình có 2017 nghiệm.

STUDY TIPS

Một dãy số (u_n) là một cấp số cộng có số hạng đầu u_1, số hạng cuối u_n và công sai d thì số số hạng n của dãy số này được tính theo công thức:

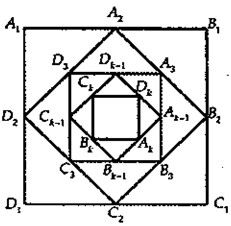
$$n = \frac{u_n - u_1}{d} + 1.$$

Câu 31: Đáp án A.

Các số tự nhiên chia hết cho 7 có 5 chữ số và chữ số hàng đơn vị bằng 1 là 10031, 10101, 10171,..., 99911, 99981. Chúng lập thành một cấp số cộng có số hạng đầu $u_1 = 10031$, số hạng cuối là $u_n = 99981$ và công sai $d = 70$.

Vậy có tất cả n số với $n = \dfrac{u_n - u_1}{70} + 1 = \dfrac{99981 - 10031}{70} + 1 = 1286$.

Câu 32: Đáp án A.



Từ giả thiết, ta có: $A_2B_2 = A_1B_1.\dfrac{\sqrt{2}}{2}$; $A_3B_3 = A_2B_2.\dfrac{\sqrt{2}}{2} = A_1B_1.\left(\dfrac{\sqrt{2}}{2}\right)^2$;

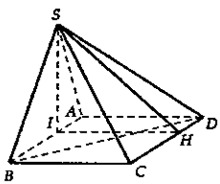
$A_4B_4 = A_3B_3.\dfrac{\sqrt{2}}{2} = A_1B_1.\left(\dfrac{\sqrt{2}}{2}\right)^3$;..........

Suy ra $A_kB_k = A_1B_1.\left(\dfrac{\sqrt{2}}{2}\right)^{k-1}$. Khi đó chu vi hình vuông $A_kB_kC_kD_k$ được tính theo công thức: $P_k = 4A_kB_k = 4A_1B_1.\left(\dfrac{\sqrt{2}}{2}\right)^{k-1}$.

Vậy chu vi hình vuông $A_{2018}B_{2018}C_{2018}D_{2018}$ là:

$$P_{2018} = 4A_1B_1.\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^{2017} = 2^2.\frac{\sqrt{2}.2^{1008}}{2^{2017}} = \frac{\sqrt{2}}{2^{1007}}.$$

Câu 33: Đáp án B.



Ta có $AD // BC, AD \not\subset (SBC), BC \subset (SBC) \Rightarrow AD // (SBC)$

$\Rightarrow d(AD;SC) = d(AD;(SBC)) = d(D;(SBC))$.

Qua I kẻ đường thẳng song song với AD, cắt CD tại H.

Suy ra $IH \perp CD$

Từ $CD \perp IH, CD \perp SI \Rightarrow CD \perp (SIH) \Rightarrow CD \perp SH$.

Suy ra $\left(\widehat{(SCD),(ABCD)}\right) = \left(\widehat{SH,IH}\right) = \widehat{SHI} \Rightarrow \widehat{SHI} = 60^\circ$

$\Rightarrow SI = HI.\tan\widehat{SHI} = a.\tan 60^\circ = a\sqrt{3} \Rightarrow V_{S.BCD} = \dfrac{1}{2}S_{ABCD} = \dfrac{a^3\sqrt{3}}{6}$.

Lại có $V_{S.BCD} = \dfrac{1}{3}S_{\Delta SBC}.d(D;(SBC)) \Rightarrow d(D;(SBC)) = \dfrac{3V_{S.BCD}}{S_{\Delta SBC}}$ (1)

Từ $IB=\frac{2}{3}AB=\frac{2}{3}a\Rightarrow SB=\sqrt{SI^2+IB^2}=\sqrt{\left(a\sqrt{3}\right)^2+\left(\frac{2a}{3}\right)^2}=\frac{a\sqrt{31}}{3}$.

Từ $BC\perp AB, BC\perp SI\Rightarrow BC\perp(SAB)\Rightarrow BC\perp SB\Rightarrow \Delta SBC$ vuông tại B.

Suy ra $S_{\Delta SBC}=\frac{1}{2}SB.BC=\frac{1}{2}.\frac{a\sqrt{31}}{3}.a=\frac{a^2\sqrt{31}}{6}$ (2)

Từ (1) và (2), suy ra $d(D;(SBC))=\dfrac{3.\frac{a^3\sqrt{3}}{6}}{\frac{a^2\sqrt{31}}{6}}=\frac{3a\sqrt{3}}{\sqrt{31}}=\frac{3\sqrt{93}}{31}a$.

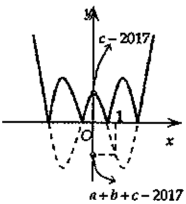
Vậy $d(AD;SC)=d(D;(SBC))=\frac{3\sqrt{93}}{31}a$.

Câu 34: Đáp án D.

STUDY TIPS

* Đồ thị hàm số trùng phương $y=ax^4+bx^2+c$ cắt Ox tại tối đa 4 điểm. Do đồ thị nhận Oy làm trục đối xứng nên khi đó 2 điểm nằm bên phải trục tung, 2 điểm còn lại nằm bên trái trục tung.

* Số điểm cực trị của hàm số $y=|f(x)|$ bằng $a+b$. Trong đó a là số điểm cực trị của hàm số $f(x)$ và b là số nghiệm của phương trình $f(x)=0$ (nghiệm chung chỉ tính 1 lần).

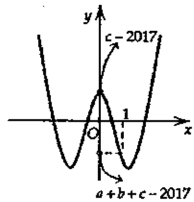


Xét hàm số $g(x)=f(x)-2017=ax^4+bx^2+c-2017$ là hàm trùng phương nên đồ thị hàm số nhận trục Oy làm trục đối xứng và luôn nhận $x=0$ là một điểm cực trị.

Ta có $\begin{cases}g(0)=c-2017>0\,(\text{do } x>2017)\\ g(1)=a+b+c-2017<0\,(\text{do } a+b+c<2017)\end{cases}\Rightarrow g(0).g(1)<0\Rightarrow$ Phương trình $g(x)=0$ có nghiệm trên $(0;1)$.

Lại có $\lim\limits_{x\to+\infty}g(x)=\lim\limits_{x\to+\infty}\left[x^4\left(a+\frac{b}{x^2}+\frac{c-2017}{x^4}\right)\right]=+\infty\,(\text{do } a>0)$ nên tồn tại $x=x_0$ đủ lớn $(x_0\to+\infty)$ sao cho $g(x_0)>0\Rightarrow g(1).g(x_0)<0\Rightarrow$ Phương trình $g(x)=0$ có nghiệm trên $(1;+\infty)$.

Như vậy, với $x>0$ thì phương trình $g(x)=0$ có ít nhất hai nghiệm nên đồ thị hàm số $g(x)$ cắt Ox tại ít nhất hai điểm nằm bên phải trục tung. Suy ra phương trình $g(x)$ có đúng 4 nghiệm hay đồ thị hàm số $g(x)$ cắt Ox tại đúng 4 điểm và có đồ thị như hình bên. Suy ra hàm số $y=g(x)$ có 3 điểm cực trị (1 cực đại, 2 cực tiểu).



Khi đó hàm số $y=|g(x)|$ có $3+4=7$ điểm cực trị.

Câu 35: Đáp án C.

Phương trình hoành độ giao điểm của d và (C):

$x^3+2mx^2+(m+3)x+4=x+4\Leftrightarrow x\left[x^2+2mx+(m+2)\right]=0$

$\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\ x^2+2mx+m+2=0\,(*)\end{array}\right.$

Để d cắt (C) tại 3 điểm phân biệt $A(0;4), B$ và C thì phương trình (*) phải có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 khác 0

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 0^2+2m.0+m+2\neq 0 \\ \Delta'=m^2-m-2>0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m+2\neq 0 \\ (m+1)(m-2)>0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m\neq -2 \\ \left[\begin{array}{l} m>2 \\ m<-1 \end{array}\right. \end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m>2 \\ \begin{cases} m<-1 \\ m\neq -2 \end{cases} \end{array}\right. \ (1)$$

Giả sử $B(x_1;x_1+4)$ và $B(x_2;x_2+4)$ với x_1,x_2 là hai nghiệm của $(*)$

Suy ra $BC=\sqrt{2}|x_1-x_2|$ và theo định lí Vi-ét: $\begin{cases} x_1+x_2=-2m \\ x_1x_2=m+2 \end{cases}$

Ta có $S_{\Delta MBC}=\frac{1}{2}d(M;BC).BC=\frac{1}{2}.\frac{|1-3+4|}{\sqrt{2}}.\sqrt{2}|x_1-x_2|=|x_1-x_2|$

Từ giả thiết ta có $S_{\Delta MBC}=4\Leftrightarrow |x_1-x_2|=4\Leftrightarrow (x_1-x_2)^2=16$

$\Leftrightarrow (x_1+x_2)^2-4x_1x_2=16\Leftrightarrow (-2m)^2-4(m+2)-16=0\Leftrightarrow 4m^2-4m-24=0$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m=-2 \\ m=3 \end{array}\right.$. Đối chiếu với điều kiện (1), chỉ có $m=3$ là thỏa mãn.

STUDY TIPS

* Khoảng cách từ điểm $M(x_0;y_0)$ đến đường thẳng $d: Ax+By+C=0$ được tính theo công thức:

$$d(M;d)=\frac{|Ax_0+By_0+C|}{\sqrt{A^2+B^2}}$$

* Diện tích của ΔABC được tính theo công thức:

$$S_{\Delta ABC}=\frac{1}{2}d(A;BC).BC$$

Câu 36: Đáp án B.

Từ giả tiết, suy ra $5^{x+2y}+\frac{1}{3^{xy-1}}+x+1=5^{xy-1}+\frac{1}{3^{x+2y}}+xy-2y$

$\Leftrightarrow 5^{x+2y}-\frac{1}{3^{x+2y}}+(x+2y)=5^{xy-1}-\frac{1}{3^{xy-1}}+(xy-1)\ (1)$

Xét hàm số $f(t)=5^t-\frac{1}{3^t}+t$ trên $\mathbb{R}$. Đạo hàm $f'(t)=5^t.\ln 5+\frac{\ln 3}{3^t}+1>0,\forall t\in\mathbb{R}$

$\Rightarrow$ Hàm số $f(t)$ luôn đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Suy ra $(1)\Leftrightarrow f(x+2y)=f(xy-1)\Leftrightarrow x+2y=xy-1\Leftrightarrow x+1=y(x-2)\Leftrightarrow y=\frac{x+1}{x-2}$

Do $y>0$ nên $\frac{x+1}{x-2}>0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x>2 \\ x<-1 \end{array}\right.$. Mà $x>0$ nên $x>2$.

Từ đó $T=x+y=x+\frac{x+1}{x-2}$. Xét hàm số $g(x)=x+\frac{x+1}{x-2}$ trên $(2;+\infty)$.

Đạo hàm $g'(x)=1-\frac{3}{(x-2)^2}>0, g'(x)=0\Leftrightarrow (x-2)^2=3\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=2+\sqrt{3}\ (\text{tm}) \\ x=2-\sqrt{3}\ (\text{L}) \end{array}\right.$. Lập bảng biến thiên của hàm số trên $(2;+\infty)$, ta thấy $\min g(x)=g(2+\sqrt{3})=3+2\sqrt{3}$.

Vậy $T_{\min}=3+2\sqrt{3}$ khi $x=2+\sqrt{3}$ và $y=1+\sqrt{3}$.

Câu 37: Lời giải chi tiết:

Phương trình tương đương với $4\left(4^x+\frac{1}{4^x}\right)=4(m+1)\left(2^x-\frac{1}{2^x}\right)+16-8m$

$\Leftrightarrow 4^x+\frac{1}{4^x}=(m+1)\left(2^x-\frac{1}{2^x}\right)+4-2m\ (1)$

Đặt $2^x-\frac{1}{2^x}=t\rightarrow 4^x+\frac{1}{4^x}=t^2+2$. Xét hàm số $t(x)=2^x-\frac{1}{2^x}$ trên $[0;1]$.

Đạo hàm $t'(x)=2^x.\ln 2+\frac{\ln 2}{2^x}>0,\forall x\in[0;1]\Rightarrow$ Hàm số $t(x)$ luôn đồng biến trên $[0;1]$. Suy ra $\min\limits_{x\in[0;1]} t(x)=t(0)=0$ và $\max\limits_{x\in[0;1]} t(x)=t(1)=\frac{3}{2}$. Như vậy $t\in\left[0;\frac{3}{2}\right]$.

Phương trình (1) có dạng: $t^2+2=(m+1)t+4-2m \Leftrightarrow t^2-(m+1)t+2m-2=0$

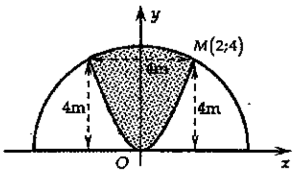
$$\Leftrightarrow (t-2)(t+1-m)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t=2\notin\left[0;\dfrac{3}{2}\right] \\ t=m-1 \end{array}\right.$$

Phương trình (1) có nghiệm $x\in[0;1] \Leftrightarrow$ Phương trình ẩn t có nghiệm $t\in\left[0;\dfrac{3}{2}\right]$

$\Leftrightarrow 0\le m-1\le\dfrac{3}{2}\Leftrightarrow 1\le m\le\dfrac{5}{2}$. Mà $m\in\mathbb{Z}$ nên $m\in\{1;2\}$. Tổng tất cả các giá trị nguyên của m bằng 3.

Đáp án D.

Câu 38: Đáp án B.



Đặt hệ trục tọa độ như hình vẽ. Khi đó phương trình nửa đường tròn là $y=\sqrt{R^2-x^2}=\sqrt{\left(2\sqrt{5}\right)^2-x^2}=\sqrt{20-x^2}$.

Phương trình parabol (P) có đỉnh là gốc O sẽ có dạng $y=ax^2$. Mặt khác (P) qua điểm $M(2;4)$ do đó $4=a.(-2)^2\Leftrightarrow a=1$.

Phần diện tích của hình phẳng giới hạn bởi (P) và nửa đường tròn (phần tô màu) là $S_1=\int_{-2}^{2}\left(\sqrt{20-x^2}-x^2\right)dx\approx 11,94\left(m^2\right)$.

Phần diện tích trồng cỏ là: $S_{trong\,co}=\dfrac{1}{2}S_{hinh\,tron}-S_1\approx 19,47592654\left(m^2\right)$

Vậy số tiền cần có là $S_{trong\,co}\times 100000\approx 1948000$ (đồng).

Câu 39: Đáp án D.

Đặt $z=x+yi,(x,y\in\mathbb{R})$.

Từ giả thiết ta có: $\left|(x+4)+(y-3)i\right|+\left|(x-8)+(y-5)i\right|=2\sqrt{38}$

$\Leftrightarrow\sqrt{(x+4)^2+(y-3)^2}+\sqrt{(x-8)^2+(y-5)^2}=2\sqrt{38}$

Áp dụng bất đẳng thức Bunyakovsky, ta có:

$1.\sqrt{(x+4)^2+(y-3)^2}+1.\sqrt{(x-8)^2+(y-5)^2}\le$

$\le\sqrt{\left(1^2+1^2\right)\left[(x+4)^2+(y-3)^2+(x-8)^2+(y-5)^2\right]}=2\sqrt{x^2-4x+y^2-8y+57}$

$\Leftrightarrow\sqrt{38}\le\sqrt{(x-2)^2+(y-4)^2+37}\Leftrightarrow(x-2)^2+(y-4)^2\ge 1$

Lại có $|z-2-4i|=\left|(x-2)+(y-4)i\right|=\sqrt{(x-2)^2+(y-4)^2}\ge\sqrt{1}=1$.

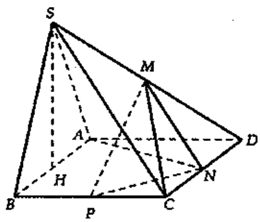
> **STUDY TIPS**
> Với các số a,b,x,y ta có:
> $(ax+by)^2\le$
> $\le\left(a^2+b^2\right)\left(x^2+y^2\right)$.
> Dấu "=" xảy ra khi và chỉ khi $\dfrac{a}{x}=\dfrac{b}{y}$ (Bất đẳng thức Bunyakovsky).

Câu 40: Đáp án C.

Gọi H là trung điểm của AB. Do ΔSAB đều nên $SH\perp AB$ và $SH=\dfrac{AB\sqrt{3}}{2}=2\sqrt{3}$

Mà $(SAB)\perp(ABCD)$ nên $SH\perp(ABCD)$.

Từ $\dfrac{d(S;(ABCD))}{d(M;(ABCD))}=\dfrac{SD}{MD}=2\Rightarrow d(M;ABCD)=\dfrac{d(S;(ABCD))}{2}=\dfrac{SH}{2}=\sqrt{3}$.



Ta có $S_{\Delta PCN}=\frac{1}{2}PC.CN=\frac{1}{2}.\frac{BC}{2}.\frac{CD}{2}=\frac{1}{2}.\frac{4}{2}.\frac{4}{2}=2$ (đvdt).

$\longrightarrow V_{M.PCN}=\frac{1}{3}.d\left(M;\left(ABCD\right)\right).S_{\Delta PCN}=\frac{1}{3}.\sqrt{3}.2=\frac{2\sqrt{3}}{3}$ (đvtt)

$\to y=\frac{2\sqrt{3}}{3}$.

Lại có $S_{ABPN}=S_{ABCD}-S_{\Delta PCN}-S_{\Delta ADN}=4^2-\frac{1}{2}.2.2-\frac{1}{2}.4.2=10$ (đvdt)

$\longrightarrow V_{S.ABPN}=\frac{1}{3}SH.S_{ABPN}=\frac{1}{3}.2\sqrt{3}.10=\frac{20\sqrt{3}}{3}$ (đvtt) $\to x=\frac{20\sqrt{3}}{3}$.

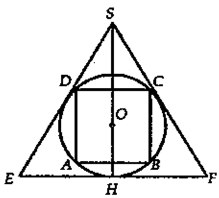
* *Phương án A:* $x^2+2xy-y^2=\left(\frac{20\sqrt{3}}{3}\right)^2+2.\frac{20\sqrt{3}}{3}.\frac{2\sqrt{3}}{3}-\left(\frac{2\sqrt{3}}{3}\right)^2=\frac{476}{3}<160$.

* *Phương án B:* $x^2-2xy+2y^2=\left(\frac{20\sqrt{3}}{3}\right)^2-2.\frac{20\sqrt{3}}{3}.\frac{2\sqrt{3}}{3}+2\left(\frac{2\sqrt{3}}{3}\right)^2=\frac{328}{3}>109$.

* *Phương án C:* $x^2+xy-y^4=\left(\frac{20\sqrt{3}}{3}\right)^2+\frac{20\sqrt{3}}{3}.\frac{2\sqrt{3}}{3}-\left(\frac{2\sqrt{3}}{3}\right)^4=\frac{1304}{9}<145$.

* *Phương án D:* $x^2-xy+y^4=\left(\frac{20\sqrt{3}}{3}\right)^2-\frac{20\sqrt{3}}{3}.\frac{2\sqrt{3}}{3}+\left(\frac{2\sqrt{3}}{3}\right)^4=\frac{1096}{9}<125$.

Câu 41: Đáp án A.



Gọi R là bán kính của hình cầu (S). Bài toán có thể quy về: "Cho đường tròn tâm O, bán kính R ngoại tiếp hình vuông $ABCD$ và nội tiếp ΔSEF đều" (hình vẽ).

Hình vuông $ABCD$ nội tiếp đường tròn (O) nên

$AC=BD=2R=AB\sqrt{2}\Leftrightarrow AB=\sqrt{2}R$

$\Rightarrow$ Bán kính đáy và chiều cao của hình trụ (T) lần lượt là $r=\frac{AB}{2}=\frac{\sqrt{2}R}{2}$ và $h=AB=\sqrt{2}R$.

Thể tích khối trụ là $V_{(T)}=\pi r^2h=\pi.\left(\frac{\sqrt{2}R}{2}\right)^2.\sqrt{2}R=\frac{\pi\sqrt{2}R^3}{2}$.

Ta có ΔSEF đều và ngoại tiếp đường tròn (O) nên O là trọng tâm của ΔSEF.

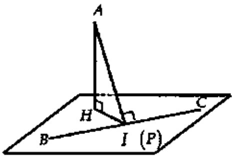
Gọi H là trung điểm của EF thì $SH=3OH=3R\Rightarrow HF=SH.\tan 30^\circ=R\sqrt{3}$

$\Rightarrow$ Bán kính đáy và chiều cao của hình nón (N) lần lượt là $HF=R\sqrt{3}$ và $SH=3R$. Thể tích khối nón là $V_{(N)}=\frac{1}{3}\pi.HF^2.SH=\frac{1}{3}\pi.\left(R\sqrt{3}\right)^2.3R=3\pi R^3$.

Vậy $\frac{V_{(T)}}{V_{(N)}}=\frac{\frac{\pi\sqrt{2}R^3}{2}}{3\pi R^3}=\frac{\sqrt{2}}{6}$.

Câu 42: Đáp án C.

Ta có $\overrightarrow{BC}=(-2;-1;-2)$ nên phương trình đường thẳng BC là $\begin{cases}x=1-2t\\y=-t\\z=2-2t\end{cases}\quad(t\in\mathbb{R})$.



Gọi I là hình chiếu vuông góc của A trên BC, H là hình chiếu vuông góc của A trên mặt phẳng (P). Khi đó $AH = d(A;(P)) \le AI$ và AH đạt giá trị lớn nhất khi $H \equiv I$. Suy ra mặt phẳng (P) qua I và vuông góc với AI.

Từ $I \in BC \Rightarrow I(1-2t;-t;2-2t)$ và $\overrightarrow{AI} = (-1-2t;-t-5;-1-2t)$.

Lại có $AI \perp BC \Leftrightarrow \overrightarrow{AI}.\overrightarrow{BC} = 0 \Leftrightarrow 2(1+2t)+(t+5)+2(1+2t)=0 \Leftrightarrow t=-1$.

Mặt phẳng (P) đi qua $I(3;1;4)$ và nhận VTPT là $\overrightarrow{AI} = (1;-4;1)$ nên có phương trình tổng quát là: $x-4y+z-3=0$.

Vậy $a=1, b=-4, c=1, d=-3 \to M = \dfrac{1+1}{-4-3} = -\dfrac{2}{7}$.

Câu 43: Đáp án A.

Mặt cầu (S) có tâm $I(0;4;0)$ và bán kính $R=\sqrt{5}$. Điểm $A \in Oy \to A(0;b;0)$. Khi đó ba mặt phẳng theo giả thiết đi qua A và có phương trình tổng quát lần lượt là $(\alpha_1): x=0$, $(\alpha_2): y-b=0$ và $(\alpha_3): z=0$.

STUDY TIPS

Nếu mặt cầu (S) tâm I, bán kính R cắt mặt phẳng (P) theo giao tuyến là đường tròn (C) tâm H, bán kính r thì ta có công thức:

$IH^2 = d^2(I;(P)) = R^2 - r^2$

Nhận thấy $d(I;(\alpha_1)) = d(I;(\alpha_3)) = 0$ nên mặt cầu (S) cắt các mặt phẳng $(\alpha_1),(\alpha_3)$ theo giao tuyến là đường tròn lớn có tâm I, bán kính $R=\sqrt{5}$. Tổng diện tích của hai hình tròn đó là $S_1+S_3 = 2\pi R^2 = 10\pi$.

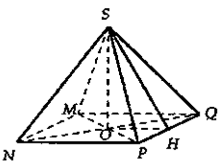
Suy ra mặt cầu (S) cắt (α_2) theo giao tuyến là một đường tròn có diện tích là $S_3 = 11\pi - (S_1+S_2) = 11\pi - 10\pi = \pi$. Bán kính đường tròn này là $r = \sqrt{\dfrac{S_3}{\pi}} = 1$.

$\to d(I;(\alpha_3)) = \sqrt{R^2-r^2} = 2 = |4-b| \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} b=2 \\ b=6 \end{array}\right.$. Vậy $\left[\begin{array}{l} A(0;2;0) \\ A(0;6;0) \end{array}\right.$.

Câu 44: Đáp án D.

Câu 45: Đáp án B.

Sau khi cắt miếng giấy hình vuông như hình vẽ, ta xếp lại được thành hình chóp tứ giác đều $S.MNPQ$ (hình bên).



Ta có $OM = x \Rightarrow MP = NQ = 2OM = 2x = MN\sqrt{2} \Rightarrow MN = \sqrt{2}x$ (cm).

Gọi H là trung điểm $PQ \Rightarrow OH = \dfrac{MN}{2} = \dfrac{\sqrt{2}x}{2}$ (cm) và $SH = 10\sqrt{2} - \dfrac{\sqrt{2}x}{2}$ (cm).

Suy ra $SO = \sqrt{SH^2 - OH^2} = \sqrt{\left(10\sqrt{2} - \dfrac{\sqrt{2}x}{2}\right)^2 - \left(\dfrac{\sqrt{2}x}{2}\right)^2} = \sqrt{20(10-x)}$.

Thể tích khối chóp $S.MNPQ$ là

$$V_{S.MNPQ} = \frac{1}{3}SO.S_{MNPQ} = \frac{1}{3}\sqrt{20(10-x)}.\left(\sqrt{2}x\right)^2 = \frac{\sqrt{20}}{3}\sqrt{(40-4x).x^4}$$

$$\to V_{S.MNPQ} = \frac{\sqrt{20}}{3}\sqrt{(40-4x).x.x.x.x} \le \frac{\sqrt{20}}{3}\sqrt{\left(\frac{40-4x+x+x+x+x}{5}\right)^5} = \frac{256\sqrt{10}}{3}$$

Dấu "=" xảy ra $\Leftrightarrow 40-4x = x \Leftrightarrow x = 8$ (cm).

Câu 46: Đáp án A.

Gọi số tiền cô Huyền gửi ở hai ngân hàng X và Y lần lượt là x đồng và y đồng.

Theo giả thiết ta có $x+y=320.10^6$ (1)

Tổng số tiền cả vốn lẫn lãi mà cô Huyền nhận được ở ngân hàng X sau 15 tháng (5 quý) là $A=x(1+2,1\%)^5=x.(1,021)^5$ (đồng). Suy ra số tiền lãi nhận được sau 15 tháng là $r_A=A-x=x(1,021)^5-x=x\left[(1,021)^5-1\right]$ (đồng).

Tổng số tiền cả vốn lẫn lãi mà cô Huyền nhận được ở ngân hàng Y sau 9 tháng là $B=y(1+0,73\%)^9=y(1,0073)^9$ (đồng). Suy ra số tiền lãi nhận được ở ngân hàng Y sau 9 tháng là $r_B=B-y=y(1,0073)^9-y=y\left[(1,0073)^9-1\right]$ (đồng).

Từ giả thiết, ta có:

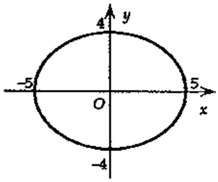
$r_A+r_B=27507768,13 \Leftrightarrow \left[(1,021)^5-1\right]x+\left[(1,0073)^9-1\right]y=27507768,13$ (2)

Từ (1) và (2) có hệ:

$$\begin{cases} x+y=320.10^6 \\ \left[(1,021)^5-1\right]x+\left[(1,0073)^9-1\right]y=27507768,13 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=140.10^6 \\ y=180.10^6 \end{cases}.$$

Vậy cô Huyền gửi ở ngân hàng X 140 triệu đồng và gửi ở ngân hàng Y 180 triệu đồng.

Câu 47: Đáp án C.



Ta có $\dfrac{x^2}{25}+\dfrac{y^2}{16}=1 \Leftrightarrow y=\pm\dfrac{4}{5}\sqrt{25-x^2}$.

Do elip nhận Ox, Oy làm các trục đối xứng nên thể tích V cần tính bằng 4 lần thể tích hình sinh bởi hình phẳng giới hạn bởi các đồ thị hàm số $y=\dfrac{4}{5}\sqrt{25-x^2}$, $y=0$ và các đường thẳng $x=0$, $x=5$ quay xung quanh Ox.

Ta có $V=4.\pi\displaystyle\int_0^5\left(\frac{4}{5}\sqrt{25-x^2}\right)^2 dx=\frac{640\pi}{3}\approx 670,2$ (đvtt).

Câu 48: Đáp án C.

Giả sử $w=x+yi,(x,y\in\mathbb{R})$.

Từ $w=(2-i)z+1 \Leftrightarrow z=\dfrac{(x-1)+yi}{2-i}$

$\Leftrightarrow z=\dfrac{\left[(x-1)+yi\right](2+i)}{(2-i)(2+i)}=\dfrac{2x-y-2}{5}+\dfrac{x+2y-1}{5}i$.

Từ $|z-i|=|z-1+2i| \Leftrightarrow \left|\dfrac{2x-y-2}{5}+\dfrac{x+2y-6}{5}i\right|=\left|\dfrac{2x-y-7}{5}+\dfrac{x+2y+9}{5}i\right|$

$\Leftrightarrow \sqrt{(2x-y-2)^2+(x+2y-6)^2}=\sqrt{(2x-y-7)^2+(x+2y+9)^2}$

$\Leftrightarrow 5x^2+5y^2-20x-20y+40=5x^2+5y^2-10x+50y+130 \Leftrightarrow x+7y+9=0$.

Câu 49: Đáp án B.

Số cạnh của hình lăng trụ là $3n$ luôn chia hết cho 3.

Chỉ có đáp án B thỏa mãn.

Câu 50: Đáp án D.

Điều kiện: $\begin{cases}0\le k\le 12\\ k\in\mathbb{N}\end{cases}$. Yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow C_{14}^{k}+C_{14}^{k+2}=2C_{14}^{k+1}$

$$\Leftrightarrow \frac{14!}{(14-k)!k!}+\frac{14!}{(12-k)!(k+2)!}=2.\frac{14!}{(13-k)!(k+1)!}$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{(14-k)(13-k)}+\frac{1}{(k+2)(k+1)}=\frac{2}{(13-k)(k+1)}$$

$$\Leftrightarrow (k+1)(k+2)+(14-k)(13-k)=2(14-k)(k+2)$$

$$\Leftrightarrow k^2+3k+2+182-27k+k^2=2\left(28+12k-k^2\right)$$

$$\Leftrightarrow 4k^2-48k+128=0$$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}k=4\\ k=8\end{array}\right.$$

STUDY TIPS

Trong một cấp số cộng (u_n) mỗi số hạng (trừ số hạng đầu và cuối) đều là trung bình cộng của hai số hạng đứng kề với nó, tức là:

$u_k=\frac{u_{k-1}+u_{k+1}}{2}$, với $k\ge 2$.

ĐỀ THỬ SỨC SỐ 15

Câu 1: Cho tập hợp S gồm 15 điểm, trong đó không có ba điểm nào thẳng hàng. Từ 15 điểm thuộc tập hợp S ta xác định được bao nhiêu tam giác có 3 đỉnh là 3 trong 15 điểm đã cho?

A. A_{15}^3. B. C_{15}^3. C. P_{15}. D. A_{15}^{12}.

Câu 2: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		0		4		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	5	$\searrow$	-3	$\nearrow$	$+\infty$

Hàm số đạt cực đại tại điểm nào trong các điểm dưới đây?

A. $x = -3$. B. $x = 5$. C. $x = 4$. D. $x = 0$.

Câu 3: Đồ thị hàm số nào dưới đây có đúng một đường tiệm cận ngang?

A. $y = \dfrac{2x-3}{\sqrt{x^2+1}}$. B. $y = \dfrac{3x+1}{x+\sqrt{2x^2-1}}$. C. $y = \dfrac{x^2}{2x+3}$. D. $y = \dfrac{4x-2}{x^2-3x+2}$.

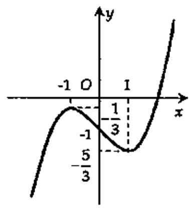
Câu 4: Đường cong trong hình vẽ bên là đồ thị của hàm số nào dưới đây?

A. $y = x^4 - 2x^2 - 3$.

B. $y = -x^3 + 3x - 2$.

C. $y = \dfrac{1}{3}x^3 - x - 1$.

D. $y = -\dfrac{1}{3}x^3 + x - 1$.



Câu 5: Tính $I = \lim\limits_{x \to -\infty} \dfrac{2x-1}{x+4}$.

A. $I = 2$. B. $I = -\dfrac{1}{4}$. C. $I = -4$. D. $I = \dfrac{1}{2}$.

Câu 6: Cắt một vật thể (T) bởi hai mặt phẳng (P) và (Q) vuông góc với trục Ox lần lượt tại $x = a, x = b$ $(a < b)$. Một mặt phẳng tùy ý vuông góc với trục Ox tại điểm x $(a \le x \le b)$ cắt (T) theo thiết diện có diện tích là $S(x)$. Giả sử $S(x)$ liên tục trên đoạn $[a;b]$. Thể tích V của phần vật thể (T) giới hạn bởi hai mặt phẳng (P) và (Q) được cho bởi công thức nào dưới đây?

A. $V = \int_a^b S(x)dx$. B. $V = \pi\int_a^b S(x)dx$. C. $V = \pi^2\int_a^b S(x)dx$. D. $V = \pi\int_a^b S^2(x)dx$.

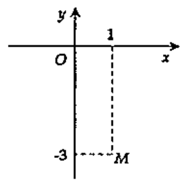
Câu 7: Điểm M trong hình vẽ bên là điểm biểu diễn của số phức nào dưới đây?

A. $z = 1 - 3i$.

B. $z = -3 + i$.

C. $z = 1 + 3i$.

D. $z = -3 - i$.



Câu 8: Trong các mệnh đề sau mệnh đề nào sai?

A. $\int_0^1 \frac{dx}{2x+1}=\frac{1}{2}\ln(2x+1)\Big|_0^1$.

B. $\int_0^4 \frac{dx}{\sqrt{2x+1}}=\sqrt{2x+1}\Big|_0^4$.

C. $\int_{-2}^{-1} \frac{dx}{x}=\ln x\Big|_{-2}^{-1}$.

D. $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{dx}{\cos^2 x}=\tan x\Big|_0^{\frac{\pi}{4}}$.

Câu 9: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(2;-1;1)$ và $B(1;1;3)$. Đường thẳng AB nhận vectơ nào dưới đây làm vectơ chỉ phương?

A. $\overrightarrow{u_1}=(1;-2;-2)$. B. $\overrightarrow{u_2}=(3;0;4)$. C. $\overrightarrow{u_3}=(-1;0;2)$. D. $\overrightarrow{u_4}=(-1;-2;2)$.

Câu 10: Với a là số thực dương bất kỳ, mệnh đề nào dưới đây là đúng?

A. $\lg(10a)=10\lg a$. B. $\lg(a^5)=5+\lg a$. C. $\lg(10a)=1+\lg a$. D. $\lg(a^5)=\frac{1}{5}\lg a$.

Câu 11: Cho mặt cầu (S) có tâm O và bán kính R. Diện tích mặt cầu (S) được cho bởi công thức nào trong các công thức dưới đây?

A. $4\pi R^2$. B. $4R^2$. C. $\frac{4}{3}\pi R^2$. D. πR^2.

Câu 12: Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy là hình vuông. Tính góc giữa hai đường thẳng $A'C'$ và BD.

A. 90°. B. 45°. C. 30°. D. 60°.

Câu 13: Tìm giá trị lớn nhất của hàm số $f(x)=x^3-3x^2-9x+17$ trên đoạn $[-2;4]$.

A. 22. B. 55. C. 15. D. 44.

Câu 14: Biết rằng tập nghiệm của bất phương trình $\log_3(x^2-3x+5)<2$ là khoảng $(a;b)$. Giá trị của biểu thức a^2+b^2 bằng

A. 15. B. 7. C. 11. D. 17.

Câu 15: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hình chóp có đỉnh $S(2;3;5)$ và đáy là một đa giác nằm trong mặt phẳng $(P):2x+y-2z-3=0$, có diện tích bằng 12. Tính thể tích của khối chóp đó.

A. 4. B. 24. C. 8. D. 72.

Câu 16: Cho hàm số $f(x)=(2x-1)\sin\frac{\pi x}{3}$. Giá trị của $f'\left(-\frac{1}{2}\right)$ bằng

A. $\frac{3-\pi\sqrt{3}}{3}$. B. $-1-\sqrt{3}$. C. $\frac{\pi\sqrt{3}}{3}$. D. $-\frac{3+\pi\sqrt{3}}{3}$.

Câu 17: Tìm giá trị lớn nhất M của hàm số $y=2\sin x-2\cos x-5$.

A. $M=9$. B. $M=2\sqrt{2}-5$. C. $M=7$. D. $M=-2\sqrt{2}-5$.

Câu 18: Trong không gian cho tam giác ABC vuông tại A có $AB=a$ và $BC=2a$. Quay tam giác ABC xung quanh cạnh AB ta thu được khối nón có thể tích bằng

A. πa^3. B. $3\pi a^3$. C. $\frac{\sqrt{3}}{3}\pi a^3$. D. $\frac{2}{3}\pi a^3$.

Câu 19: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a, cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA=3a$. Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ sao cho A trùng với O, điểm B thuộc tia Ox, điểm D thuộc tia Oy và điểm S thuộc tia Oz. Gọi G là trọng tâm của tam giác SBD. Mệnh đề nào dưới đây là đúng?

A. $G\left(\frac{a}{3};\frac{a}{3};a\right)$. B. $G(a;a;3a)$. C. $G\left(\frac{a}{2};\frac{a}{2};\frac{3a}{2}\right)$. D. $G\left(\frac{a}{3};a;\frac{a}{3}\right)$.

Câu 20: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(2;1;-3), B(1;0;-1)$ và đường thẳng $d: \frac{x+1}{2} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z}{1}$. Đường thẳng Δ vuông góc với cả hai đường thẳng AB và d thì có vectơ chỉ phương là vectơ nào trong các vectơ dưới đây?

A. $\overline{u_1} = (1;-5;3)$. B. $\overline{u_2} = (1;5;3)$.
C. $\overline{u_3} = (4;2;3)$. D. $\overline{u_4} = (3;11;5)$.

Câu 21: Tìm số giá trị nguyên của tham số thực m để hàm số $y = (x^2 + mx + 6)^{\sqrt{3}+\sqrt{2}}$ xác định trên $\mathbb{R}$.

A. 9. B. 5. C. 10. D. 6.

Câu 22: Biết rằng phương trình $3^{x^2-3x+4} = 27$ có hai nghiệm phân biệt x_1 và x_2. Giá trị của biểu thức $\log_{\sqrt{2}}|x_1^3 + x_2^3 - 2|$ bằng

A. 4. B. 8. C. $4 + 2\log_2 5$. D. $2 + \log_2 1225$.

Câu 23: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Gọi α là góc giữa đường thẳng AC' với mặt phẳng $(ABCD)$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $\frac{2\pi}{9} \le \alpha \le \frac{\pi}{4}$. B. $\frac{\pi}{4} < \alpha < \frac{\pi}{3}$. C. $\frac{\pi}{6} < \alpha < \frac{2\pi}{9}$. D. $\frac{\pi}{9} \le \alpha \le \frac{\pi}{6}$.

Câu 24: Gọi z_1 và z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $9z^2 + 6z + 4 = 0$. Giá trị của biểu thức $\frac{1}{|z_1|} + \frac{1}{|z_2|}$ bằng

A. $\frac{4}{3}$. B. 3. C. $\frac{3}{2}$. D. $\frac{9}{2}$.

Câu 25: Tính nguyên hàm $I = \int \frac{dx}{x\sqrt{x^2+4}}$ bằng cách đặt $t = \sqrt{x^2+4}$, mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $I = \int \frac{dt}{t^2 - 4}$. B. $I = \frac{1}{2}\int \frac{dt}{t^2 - 4}$.
C. $I = \int \frac{dt}{t - 4}$. D. $I = \int \frac{tdt}{t^2 - 4}$.

Câu 26: Cho $\int_0^3 f(x)dx = 5; \int_0^2 f(t)dt = 2; \int_2^3 g(x)dx = 11$. Tính $I = \int_2^3 [2f(x) + 6g(x)]dx$.

A. $I = 72$. B. $I = 80$. C. $I = 60$. D. $I = 63$.

Câu 27: Người ta xây dựng một cái tháp gồm 11 tầng. Diện tích bề mặt của mỗi tầng bằng nửa diện tích bề mặt của tầng ngay bên dưới và diện tích bề mặt của tầng một bằng $\frac{3}{4}$ diện tích đế tháp. Biết đế tháp có diện tích bằng $12288\,m^2$. Diện tích bề mặt của tầng trên cùng là

A. $4,5\,m^2$. B. $18\,m^2$. C. $9\,m^2$. D. $16\,m^2$.

Câu 28: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B và cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng (ABC). Biết rằng $AB = a, AC = a\sqrt{3}$ và $\widehat{SBA} = 60^0$. Gọi H là hình chiếu vuông góc của A trên cạnh SC. Tính tỷ số thể tích của hai khối $SABH$ và $HABC$.

A. $\frac{3}{4}$. B. $\frac{1}{12}$. C. $\frac{3}{2}$. D. $\frac{7}{4}$.

Câu 29: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		0		4		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	5	$\searrow$	-3	$\nearrow$	$+\infty$

Số nghiệm của phương trình $f(x)-3=0$ là

A. 3. B. 0. C. 2. D. 1.

Câu 30: Cho n là số nguyên dương thỏa mãn $5C_n^{n-1}-C_n^3=0$. Tìm hệ số của số hạng chứa x^5 trong khai triển nhị thức Niu-tơn của $\left(\frac{x^2}{2}-\frac{1}{x}\right)^n, x\neq 0$.

A. $-\frac{35}{16}x^5$. B. $-\frac{35}{16}$. C. $-\frac{35}{2}x^2$. D. $\frac{35}{16}x^5$.

Câu 31: Gọi S là tập hợp các nghiệm thuộc đoạn $[-2\pi;2\pi]$ của phương trình

$$5\left(\sin x+\frac{\cos 3x+\sin 3x}{1+2\sin 2x}\right)=\cos 2x+3.$$

Giả sử M,m là phần tử lớn nhất và nhỏ nhất của tập hợp S. Tính $H=M-m$.

A. $H=2\pi$. B. $H=\frac{10\pi}{3}$. C. $H=\frac{11\pi}{3}$. D. $H=\frac{7\pi}{3}$.

Câu 32: Để kiểm tra chất lượng sản phẩm từ một công ty sữa, người ta đã gửi đến bộ phận kiểm nghiệm 5 hộp sữa cam, 4 hộp sữa dâu và 3 hộp sữa nho. Tính xác suất để ba hộp sữa được chọn có cả ba loại.

A. $\frac{8}{11}$. B. $\frac{3}{7}$. C. $\frac{3}{11}$. D. $\frac{4}{11}$.

Câu 33: Cho cấp số cộng (u_n) có công sai $d=-3$ và $u_2^2+u_3^2+u_4^2$ đạt giá trị nhỏ nhất. Tính tổng S_{100} của 100 số hạng đầu tiên của cấp số cộng đó.

A. $S_{100}=-14550$. B. $S_{100}=-14400$.

C. $S_{100}=-14250$. D. $S_{100}=-15450$.

Câu 34: Gọi S là tập tất cả các giá trị nguyên của tham số m để đồ thị hàm số $y=-x^3+3x^2+3(m^2-1)x-3m^2-1$ có điểm cực đại và điểm cực tiểu, đồng thời khoảng cách giữa các điểm cực trị đó không vượt quá $30\sqrt{13}$. Số phần tử của tập hợp S là

A. 7. B. 4. C. 6. D. 5.

Câu 35: Cho hình lăng trụ đều $ABC.A'B'C'$ có góc giữa đường thẳng $A'B$ với mặt phẳng (ABC) bằng 60^0 và khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng $(A'BC)$ bằng $\frac{a\sqrt{5}}{2}$. Tính theo a thể tích V của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$.

A. $V=\frac{125\sqrt{3}}{96}a^3$. B. $V=\frac{125\sqrt{3}}{288}a^3$. C. $V=\frac{125\sqrt{3}}{384}a^3$. D. $V=\frac{125\sqrt{3}}{48}a^3$.

Câu 36: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P):2x+2y+z-3=0$ và ba điểm $A(0;1;2), B(2;-2;1), C(-2;0;1)$. Biết rằng tồn tại điểm $M(a;b;c)$ thuộc mặt phẳng (P) và cách đều ba điểm A,B,C. Tính giá trị của biểu thức $T=a^3+b^3+c^3$.

A. $T=308$. B. $T=378$. C. $T=-308$. D. $T=27$.

Câu 37: Biết $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)=\dfrac{10x^2-7x+2}{\sqrt{2x-1}}$ thỏa mãn $F(1)=5$. Giả sử rằng $F(3)=a+b\sqrt{5}$, trong đó a,b là các số nguyên. Tính tổng bình phương của a và b.

A. 121. B. 73. C. 265. D. 361.

Câu 38: Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng a và cạnh bên bằng $a\sqrt{3}$. Gọi V_1,V_2 lần lượt thể tích khối cầu và khối nón ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$. Tính tỷ số $\dfrac{V_1}{V_2}$.

A. $\dfrac{V_1}{V_2}=\dfrac{324}{25}$. B. $\dfrac{V_1}{V_2}=\dfrac{18\sqrt{30}}{25}$. C. $\dfrac{V_1}{V_2}=\dfrac{36}{25}$. D. $\dfrac{V_1}{V_2}=\dfrac{108}{25}$.

Câu 39: Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $\sqrt[3]{m+3\sqrt[3]{m+3\sin x}}=\sin x$ có nghiệm thực?

A. 5 B. 7 C. 3 D. 2

Câu 40: Tìm số giá trị nguyên của tham số m thuộc khoảng $(-2;2018)$ để hàm số

$$y=\frac{1}{3}mx^3-(m-1)x^2+3(m-2)x+\frac{1}{3}$$

đồng biến trên nửa khoảng $[2;+\infty)$.

A. 2018. B. 2017. C. 2019. D. 2016.

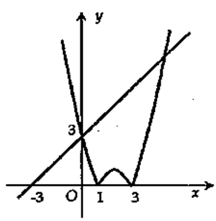
Câu 41: Cho z là số phức thỏa mãn điều kiện $(2z-1)(1+i)+(\bar{z}+1)(1-i)=2-2i$. Tính tổng bình phương phần thực và phần ảo của số phức $w=9z^2+6z+1$.

A. 25. B. 1. C. 49. D. 41.

Câu 42: Cho hình phẳng (H) giới hạn bởi đường cong có phương trình $y=\left|x^2-4x+3\right|$ và đường thẳng $y=x+3$ (phần tô đậm trong hình vẽ). Tính diện tích S của hình phẳng (H).

A. $S=\dfrac{47}{2}$. B. $S=\dfrac{39}{2}$.

C. $S=\dfrac{169}{6}$. D. $S=\dfrac{109}{6}$.



Câu 43: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M\left(\dfrac{59}{9};-\dfrac{32}{9};\dfrac{2}{9}\right)$ và mặt cầu (S) có phương trình $x^2+y^2+z^2-2x-4y-6z-11=0$. Từ điểm M kẻ các tiếp tuyến MA,MB,MC đến mặt cầu (S), trong đó A,B,C là các tiếp điểm. Mặt phẳng (ABC) có phương trình là $px+qy+z+r=0$. Giá trị của biểu thức $p+q+r$ bằng

A. -4. B. 4. C. 1. D. 36.

Câu 44: Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$, với $f(x)>0,\forall x\in\mathbb{R}$ và $f(0)=1$. Biết rằng $f'(x)+3x(x-2)f(x)=0,\forall x\in\mathbb{R}$. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $f(|x|)+m=0$ có bốn nghiệm thực phân biệt.

A. $1<m<e^4$. B. $-e^6<m<-1$. C. $-e^4<m<-1$. D. $0<m<e^4$.

Câu 45: Cho các số phức z_1 và z_2 thỏa mãn điều kiện $|z_1|=|z_2|=\frac{\sqrt{3}}{3}|z_1+z_2|=1$. Giả sử $\frac{z_1}{z_2}=a+bi$, với $a,b\in\mathbb{R}$ và $b>0$. Tính giá trị của biểu thức $P=22a-6\sqrt{3}b+2018$.

A. $P=2038$. B. $P=8\sqrt{3}+2018$. C. $P=2020$. D. $P=\frac{4049}{2}$.

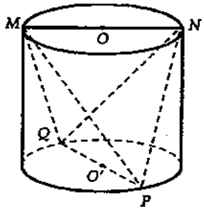
Câu 46: Một người thợ có một khối đá hình trụ có bán kính đáy bằng $30cm$. Kẻ hai đường kính MN,PQ của hai đáy sao cho $MN\perp PQ$. Người thợ đó cắt khối đá theo các mặt cắt đi qua ba trong bốn điểm M,N,P,Q để được một khối đá có hình tứ diện (như hình vẽ dưới). Biết rằng khối tứ diện $MNPQ$ có thể tích bằng $30dm^3$. Thể tích của lượng đá bị cắt bỏ gần với kết quả nào dưới đây nhất?

A. $111,40\ dm^3$.

B. $111,39\ dm^3$.

C. $111,30\ dm^3$.

D. $111,35\ dm^3$.



Câu 47: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên đoạn $[1;2]$ thỏa mãn $f(2)=0$, $\int_1^2[f'(x)]^2dx=\frac{1}{45}$ và $\int_1^2(x-1)f(x)dx=-\frac{1}{30}$. Tính $I=\int_1^2 f(x)dx$.

A. $I=-\frac{1}{12}$. B. $I=-\frac{1}{15}$. C. $I=-\frac{1}{36}$. D. $I=\frac{1}{12}$.

Câu 48: Đầu mỗi tháng bác An gửi tiết kiệm vào ngân hàng HD Bank một số tiền như nhau với lãi suất 0,45%/tháng. Giả sử rằng lãi suất hàng tháng không thay đổi trong 3 năm liền kể từ khi bác An gửi tiết kiệm. Hỏi bác An cần gửi một lượng tiền tối thiểu T (đồng) bằng bao nhiêu vào ngân hàng HD Bank để sau 3 năm gửi tiết kiệm số tiền lãi đủ để mua được chiếc xe máy có trị giá 30 triệu đồng?

A. $T=10050000$. B. $T=25523000$. C. $T=9493000$. D. $T=9492000$.

Câu 49: Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho tam giác ABC có $A(2;3;1),B(-1;2;0),C(1;1;-2)$. Đường thẳng d đi qua trực tâm của tam giác ABC và vuông góc với mặt phẳng (ABC) có phương trình là

A. $\frac{x-1}{1}=\frac{y+5}{-8}=\frac{z-4}{5}$. B. $\frac{x-2}{1}=\frac{y+13}{-8}=\frac{z-9}{5}$.

C. $\frac{x+1}{1}=\frac{y-11}{-8}=\frac{z+6}{5}$. D. $\frac{x-3}{1}=\frac{y+21}{-8}=\frac{z-14}{5}$.

Câu 50: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật với $AB=2,AD=2\sqrt{3}$. Mặt bên SAB là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$. Gọi M,N,P lần lượt là trung điểm của các cạnh SA,CD,CB. Tính côsin góc tạo bởi hai mặt phẳng (MNP) và (SCD).

A. $\frac{2\sqrt{435}}{145}$. B. $\frac{11\sqrt{145}}{145}$. C. $\frac{2\sqrt{870}}{145}$. D. $\frac{3\sqrt{145}}{145}$.

ĐÁP ÁN

1.B	6.A	11.A	16.C	21.A	26.A	31.B	36.C	41.A	46.B
2.D	7.A	12.A	17.B	22.B	27.C	32.C	37.C	42.D	47.A
3.D	8.C	13.A	18.A	23.C	28.A	33.C	38.D	43.B	48.C
4.C	9.A	14.C	19.A	24.B	29.A	34.C	39.A	44.C	49.B
5.A	10.C	15.D	20.B	25.A	30.A	35.A	40.B	45.C	50.B

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

Câu 1: Đáp án B.

Số tam giác có 3 đỉnh là 3 trong 15 điểm đã cho bằng số cách chọn 3 điểm trong 15 điểm đã cho và bằng C_{15}^3. (không quan tâm đến thứ tự đỉnh).

STUDY TIPS

Nếu hàm số $f(x)$ đạt cực đại (cực tiểu) tại x_0 thì x_0 được gọi là **điểm cực đại (điểm cực tiểu)** của hàm số; $f(x_0)$ được gọi là giá trị cực đại (giá trị cực tiểu) của hàm số, kí hiệu là $f_{CĐ}(f_{CT})$, còn điểm $M(x_0;f(x_0))$ được gọi là **điểm cực đại (điểm cực tiểu)** của đồ thị hàm số.

Câu 2: Đáp án D.

Từ bảng biến thiên của hàm số ta có hàm số đạt cực đại tại $x=0, y_{CĐ}=5$; hàm số đạt cực tiểu tại $x=4, y_{CT}=-3$. Do đó phương án đúng là D.

Phân tích phương án nhiễu.

Phương án A: Sai do HS nhầm với giá trị cực tiểu của hàm số.

Phương án B: Sai do HS nhầm với giá trị cực đại của hàm số.

Phương án C: Sai do HS nhầm với điểm cực tiểu của hàm số.

Câu 3: Đáp án D.

Ta có $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{4x-2}{x^2-3x+2}=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{4x-2}{x^2-3x+2}=0$ nên đường thẳng $y=0$ là đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{4x-2}{x^2-3x+2}$.

Phân tích phương án nhiễu.

STUDY TIPS

Cho hàm số $y=f(x)$ xác định trên một khoảng vô hạn (là khoảng dạn $(a;+\infty),(-\infty;b)$ hoặc $(-\infty;+\infty)$). Đường thẳng $y=y_0$ là đường tiệm cận ngang (hay tiệm cận ngang) của đồ thị hàm số $y=f(x)$ nếu ít nhất một trong các điều kiện sau được thỏa mãn

$\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)=y_0, \lim\limits_{x\to-\infty}f(x)=y_0$.

Phương án A: Sai do HS hiểu rằng $\lim\limits_{x\to-\infty}y=\lim\limits_{x\to+\infty}y=2$. Nhưng thực chất $\lim\limits_{x\to-\infty}y=\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{2x-3}{\sqrt{x^2+1}}=-2$ và $\lim\limits_{x\to+\infty}y=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{2x-3}{\sqrt{x^2+1}}=2$ nên đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x-3}{\sqrt{x^2+1}}$ có hai đường tiệm cận ngang.

Phương án B: Sai do HS hiểu rằng $\lim\limits_{x\to-\infty}y=\lim\limits_{x\to+\infty}y=\dfrac{3}{1+\sqrt{2}}$. Nhưng thực chất $\lim\limits_{x\to-\infty}y=\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{3x+1}{x+\sqrt{2x^2-1}}=\dfrac{-3}{1+\sqrt{2}}$ và $\lim\limits_{x\to+\infty}y=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{3x+1}{x+\sqrt{2x^2-1}}=\dfrac{3}{1+\sqrt{2}}$ nên đồ thị hàm số $y=\dfrac{3x+1}{x+\sqrt{2x^2-1}}$ có hai đường tiệm cận ngang.

Phương án C: Sai do HS hiểu rằng $\lim\limits_{x\to-\infty}y=\lim\limits_{x\to+\infty}y=+\infty$. Nhưng thực chất $\lim\limits_{x\to-\infty}y=-\infty; \lim\limits_{x\to+\infty}y=+\infty$ nên đồ thị hàm số không có đường tiệm cận ngang.

Câu 4: Đáp án C.

Câu 5: Đáp án A.

Ta có $I=\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{2x-1}{x+4}=\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{2-\frac{1}{x}}{1+\frac{4}{x}}=2$.

STUDY TIPS
Đồ thị hàm số $y=\frac{ax+b}{cx+d},(c\neq 0;ad-bc\neq 0)$ có đường tiệm cận đứng $x=-\frac{d}{c}$; đường tiệm cận ngang $y=\frac{a}{c}$.

STUDY TIPS
$\int\frac{dx}{x}=\ln|x|+C$.

Phân tích phương án nhiễu.

Phương án B: Sai do HS tìm sai giới hạn $l=\lim\limits_{x\to-\infty}\frac{2x-1}{x+4}=\frac{2.0-1}{0+4}=-\frac{1}{4}$.

Phương án C: Sai do HS nhầm với tiệm cận đứng.

Phương án D: Sai do HS nhầm với nghiệm của phương trình $\frac{2x-1}{x+4}=0$.

Câu 6: Đáp án A.

Câu 7: Đáp án A.

Câu 8: Đáp án C.

Ta có $\int_{-2}^{-1}\frac{dx}{x}=\ln|x|\Big|_{-2}^{-1}$. Hơn nữa trên đoạn $[-2;-1]$ thì $x<0$ nên một nguyên hàm của $\frac{1}{x}$ phải là $\ln(-x)$. Do vậy phương án sai là C.

Phân tích phương án nhiễu.

Phương án A: Sai do HS hiểu rằng $\int_0^1\frac{dx}{2x+1}=\ln|2x+1|\Big|_0^1$. Nhưng thực chất trên đoạn $[0;1]$ thì $2x+1>0$ nên một nguyên hàm của $\frac{1}{2x+1}$ là $\frac{1}{2}\ln(2x+1)$.

Phương án B: Sai do HS hiểu rằng $\int_0^4\frac{dx}{\sqrt{2x+1}}=2\sqrt{2x+1}\Big|_0^4$ (vì HS hiểu rằng $\left(\sqrt{2x+1}\right)'=\frac{1}{2\sqrt{2x+1}}$). Nhưng thực chất $\left(\sqrt{2x+1}\right)'=\frac{(2x+1)'}{2\sqrt{2x+1}}=\frac{1}{\sqrt{2x+1}}$ nên $\int_0^4\frac{dx}{\sqrt{2x+1}}=\sqrt{2x+1}\Big|_0^4$.

Phương án D: Sai do HS nhớ nhầm rằng $\int_0^{\frac{\pi}{4}}\frac{dx}{\cos^2 x}=\cot x\Big|_0^{\frac{\pi}{4}}$.

Câu 9: Đáp án A.

Đường thẳng AB nhận vectơ $\overrightarrow{AB}=(-1;2;2)$ làm một vectơ chỉ phương. Do đó đường thẳng AB nhận vectơ $\overrightarrow{u_1}=-\overrightarrow{AB}=(1;-2;-2)$ làm vectơ chỉ phương.

Phân tích phương án nhiễu.

Phương án B: Sai do HS tìm sai tọa độ của vectơ $\overrightarrow{AB}=(3;0;4)$.

Phương án C: Sai do HS tìm sai tọa độ của vectơ $\overrightarrow{AB}=(-1;0;2)$.

Phương án D: Sai do HS tìm sai tọa độ của vectơ $\overrightarrow{AB}=(-1;-2;2)$.

Câu 10: Đáp án C.

Câu 11: Đáp án A.

Câu 12: Đáp án A.

Câu 13: Đáp án A.

Ta có hàm số $f(x)$ liên tục trên đoạn $[-2;4]$.

$f'(x)=3x^2-6x-9; f'(x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=-1\in[-2;4]\\ x=3\in[-2;4]\end{array}\right.$.

Ta có $f(-2)=15; f(-1)=22; f(3)=-20; f(4)=-3$. Suy ra $\max\limits_{[-2;4]}f(x)=22$.

Phân tích phương án nhiễu.

Phương án B: Sai do HS tính sai $f(-2)=55$ nên $\max\limits_{[-2;4]} f(x)=55$.

Phương án C: Sai do HS tính sai $f(-1)=4$ nên $\max\limits_{[-2;4]} f(x)=15$.

Phương án D: Sai do HS tính sai $f(3)=44$ nên $\max\limits_{[-2;4]} f(x)=44$.

Câu 14: Đáp án D.

Ta có $\log_3\left(x^2-3x+5\right)<2 \Leftrightarrow x^2-3x+5<9 \Leftrightarrow x^2-3x-4<0 \Leftrightarrow -1<x<4$.

Suy ra $a=-1;b=4$. Do đó $a^2+b^2=17$.

Phân tích phương án nhiễu.

Phương án A: Sai do HS giải đúng được $a=-1,b=4$ nhưng lại tính sai $a^2+b^2=15$ hoặc do HS giải sai bất phương trình. Cụ thể:

$\log_3\left(x^2-3x+5\right)<2 \Leftrightarrow x^2-3x+5<8$

$\Leftrightarrow x^2-3x-3<0 \Leftrightarrow \frac{3-\sqrt{21}}{2}<x<\frac{3+\sqrt{21}}{3}$.

Suy ra $a=\frac{3-\sqrt{21}}{2}, b=\frac{3+\sqrt{21}}{2}$. Do đó tính được $a^2+b^2=15$.

Phương án B: Sai do HS giải sai bất phương trình. Cụ thể:

$\log_3\left(x^2-3x+5\right)<2 \Leftrightarrow x^2-3x+5<6$

$\Leftrightarrow x^2-3x+1<0 \Leftrightarrow \frac{3-\sqrt{5}}{2}<x<\frac{3+\sqrt{5}}{2}$.

Suy ra $a=\frac{3-\sqrt{5}}{2}, b=\frac{3+\sqrt{5}}{2}$. Do đó tính được $a^2+b^2=7$.

Phương án C: Sai do HS giải sai bất phương trình. Cụ thể:

$\log_3\left(x^2-3x+5\right)<2 \Leftrightarrow x^2-3x+5<6$

$\Leftrightarrow x^2-3x-1<0 \Leftrightarrow \frac{3-\sqrt{13}}{2}<x<\frac{3+\sqrt{13}}{2}$.

Suy ra $a=\frac{3-\sqrt{13}}{2}, b=\frac{3+\sqrt{13}}{2}$. Do đó tính được $a^2+b^2=11$.

Câu 15: Đáp án C.

Chiều cao của khối chóp có độ dài bằng $d\left(S,(P)\right)=2$.

Suy ra thể tích khối chóp đã cho là $V=\frac{1}{3}.12.2=8$.

Phân tích phương án nhiễu.

Phương án A: Sai do HS tính sai độ dài chiều cao của hình chóp. Cụ thể:

$$h=d\left(S,(P)\right)=\frac{|2.2+3-2.5-3|}{2^2+1^2+(-2)^2}=1.$$

Suy ra thể tích khối chóp bằng $\frac{1}{3}.12.1=4$.

Phương án B: Sai do HS tính đúng độ dài chiều cao nhưng thiếu $\frac{1}{3}$ trong công thức tính thể tích của khối chóp.

Phương án D: Sai do HS tính sai độ dài chiều cao của hình chóp và thiếu $\frac{1}{3}$ trong công thức tính thể tích của khối chóp. Cụ thể:

$$h = d(S,(P)) = \frac{|2.2+3-2.5-3|}{2^2+1^2-2^2} = 6 \text{ và } V = S.h = 72.$$

Câu 16: Đáp án D.

Ta có $f'(x) = 2\sin\frac{\pi x}{3} + \frac{\pi(2x-1)}{3}\cos\frac{\pi x}{3}$

$\Rightarrow f'\left(-\frac{1}{2}\right) = 2\sin\left(-\frac{\pi}{6}\right) + \frac{\pi(-1-1)}{3}\cos\left(-\frac{\pi}{6}\right) = -\frac{3+\pi\sqrt{3}}{3}.$

Phân tích phương án nhiễu.

Phương án A: Sai do HS tính đúng $f'(x)$ nhưng lại tính sai giá trị lượng giác $\sin\left(-\frac{\pi}{6}\right) = \frac{1}{2}$.

Do đó tính được $f'\left(-\frac{1}{2}\right) = \frac{3-\pi\sqrt{3}}{3}$.

Phương án B: Sai do HS tính sai $f'(x) = 2\sin\frac{\pi x}{3} + (2x-1)\cos\frac{\pi x}{3}$ nên tính được $f'(x) = -1-\sqrt{3}$.

Phương án C: Sai do HS tính sai $f'(x) = (2x-1)'.\left(\sin\frac{\pi x}{3}\right)' = \frac{2\pi}{3}\cos\frac{\pi x}{3}$ nên tính được $f'\left(-\frac{1}{2}\right) = \frac{\pi\sqrt{3}}{3}$.

Câu 17: Đáp án B.

Ta có $y = 2\sqrt{2}\sin\left(x-\frac{\pi}{4}\right) - 5$ nên $-2\sqrt{2}-5 \le y \le 2\sqrt{2}-5, \forall x \in \mathbb{R}$.

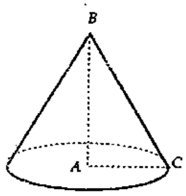
Hơn nữa $y = 2\sqrt{2}-5 \Leftrightarrow x = \frac{3\pi}{4} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$. Suy ra giá trị lớn nhất của hàm số là $M = 2\sqrt{2}-5$.

Phân tích phương án nhiễu.

Phương án A: Sai do HS cho rằng M đạt giá trị lớn nhất khi $\sin x = 1; \cos x = -1$ nên tìm được $M = 9$.

Phương án C: Sai do HS cho rằng M đạt giá trị lớn nhất khi $\sin x = 1, \cos x = 0$ hoặc $\sin x = 0, \cos x = -1$ nên tìm được $M = 7$.

Phương án D: Sai do HS nhầm với giá trị nhỏ nhất.



Câu 18: Đáp án A.

Ta có chiều cao của khối nón bán kính đường tròn đáy lần lượt là

$$h = AB = a; \text{ và } r = AC = \sqrt{BC^2 - AB^2} = a\sqrt{3}.$$

Suy ra thể tích của khối nón là $\frac{1}{3}\pi r^2 h = \pi a^3$.

Phân tích phương án nhiễu.

Phương án B: Sai do HS thiếu $\frac{1}{3}$ trong công thức tính thể tích.

Phương án C: Sai do HS xác định $h = a\sqrt{3}$ và bán kính đáy $r = a$ nên

$$V = \frac{\sqrt{3}}{3}\pi a^3.$$

Phương án D: Sai do HS nhớ sai công thức tính thể tích khối nón

$$V = \frac{1}{3}\pi r^2 l = \frac{2}{3}\pi a^3.$$

Câu 19: Đáp án A.

Câu 20: Đáp án B.

Ta có $\overrightarrow{AB} = (-1;-1;2)$ và đường thẳng d có vectơ chỉ phương là $\vec{u} = (2;-1;1)$.

Ta có $\left[\overrightarrow{AB}, \vec{u}\right] = (1;5;3)$ là một vec tơ chỉ phương của đường thẳng Δ.

Phân tích phương án nhiễu.

Phương án A: Sai do HS tính sai $\left[\overrightarrow{AB}, \vec{u}\right] = (1;-5;3)$ do sắp xếp sai thứ tự trong công thức tính tích có hướng của hai vectơ.

Phương án C: Sai do HS xác định sai vectơ chỉ phương của d nên tính sai tọa độ vectơ chỉ phương của Δ. Cụ thể: $\vec{u} = (-1;2;0)$ là một vectơ chỉ phương của d. Suy ra Δ nhận vectơ $-\left[\overrightarrow{AB}, \vec{u}\right] = (4;2;3)$ làm một vectơ chỉ phương.

Phương án D: Sai do HS xác định sai tọa độ của vec tơ $\overrightarrow{AB} = (3;1;-4)$ nên tính sai tọa độ vectơ chỉ phương của Δ. Cụ thể: Δ nhận vectơ $-\left[\overrightarrow{AB}, \vec{u}\right] = (3;11;5)$ làm một vectơ chỉ phương.

STUDY TIPS

Đường thẳng Δ vuông góc với hai đường thẳng d_1 và d_2 có vtcp lần lượt là $\overrightarrow{u_1}; \overrightarrow{u_2}$. Lúc này đường thẳng Δ có vtcp $\vec{u}_\Delta = \left[\overrightarrow{u_1}, \overrightarrow{u_2}\right]$.

Câu 21: Đáp án A.

Hàm số $y = \left(x^2 + mx + 6\right)^{\sqrt{3}+\sqrt{2}}$ xác định trên $\mathbb{R}$ khi và chỉ khi

$x^2 + mx + 6 > 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow m^2 - 4.1.6 < 0 \Leftrightarrow -2\sqrt{6} < m < 2\sqrt{6}.$

Suy ra các giá trị nguyên của tham số m thỏa mãn yêu cầu bài toán là $-4;-3;-2;-1;0;1;2;3;4$. Vậy có 9 giá trị nguyên của tham số m.

Phân tích phương án nhiễu.

Phương án B: Sai do HS tính sai biệt thức $\Delta = m^2 - 6 < 0 \Leftrightarrow -\sqrt{6} < m < \sqrt{6}$ nên tìm được 5 giá trị.

Phương án C: Sai do HS đếm sai. Cụ thể là có 5 số nguyên thuộc $\left[0;2\sqrt{6}\right)$, khoảng $\left(-2\sqrt{6};2\sqrt{6}\right)$ là khoảng đối xứng nên trong khoảng $\left(-2\sqrt{6};2\sqrt{6}\right)$ có 10 số nguyên.

Phương án D: Sai do HS giải sai như phương án B nhưng đếm sai như phương án C.

STUDY TIPS

Tập xác định của hàm số lũy thừa $y = x^\alpha$ tùy thuộc vào giá trị của α. Cụ thể

- Với α nguyên dương, tập xác định là $\mathbb{R}$;
- Với α nguyên âm hoặc bằng 0, tập xác định là $\mathbb{R}\setminus\{0\}$;
- Với α không nguyên, tập xác định là $(0;+\infty)$.

Câu 22: Đáp án B.

Ta có $3^{x^2-3x+4} = 27 \Leftrightarrow x^2 - 3x + 4 = 3 \Leftrightarrow x^2 - 3x + 1 = 0.$

Suy ra $x_1 + x_2 = 3; x_1x_2 = 1$ và $x_1^3 + x_2^3 = \left(x_1 + x_2\right)^3 - 3x_1x_2\left(x_1 + x_2\right) = 18.$

Do đó $\log_{\sqrt{2}}\left|x_1^3 + x_2^3 - 2\right| = \log_{\sqrt{2}} 16 = 8.$

Phân tích phương án nhiễu.

Phương án A: Sai do HS tính đúng $x_1^3+x_1^3-2=16$ nhưng lại tính sai $\log_{\sqrt{2}}\left(x_1^3+x_2^3-2\right)=\log_{\sqrt{2}}16=4$.

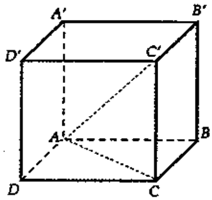
Phương án C: Sai do HS tính sai $x_1+x_2=-3$ nên $x_1^3+x_2^3-2=-20$. Do đó $\log_{\sqrt{2}}\left|x_1^3+x_2^3-2\right|=\log_2 400$.

Phương án D: Sai do HS biến đổi sai

$$3^{x^2-3x+4}=27\Leftrightarrow x^2-3x+4=9\Leftrightarrow x^2-3x-5=0.$$

Do đó dẫn đến tính sai $x_1^3+x_2^3-2=70$.

Suy ra $\log_{\sqrt{2}}\left|x_1^3+x_2^3-2\right|=2+\log_2 1225$.



Câu 23: Đáp án C.

Ta có AC là hình chiếu vuông góc của AC' trên mặt phẳng $(ABCD)$.

Lại do $CC'\perp(ABCD)$ nên tam giác $C'AC$ vuông tại C.

Suy ra $\left(\widehat{AC',(ABCD)}\right)=\left(\widehat{AC',AC}\right)=\widehat{C'AC}=\alpha$.

Ta có $\tan\alpha=\dfrac{CC'}{AC}=\dfrac{\sqrt{2}}{2}\Rightarrow\dfrac{\pi}{6}<\alpha<\dfrac{2\pi}{9}$.

Phân tích phương án nhiễu.

Phương án A: Sai do HS tính được $\tan\alpha=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$ và cho rằng $\alpha=\dfrac{\pi}{4}$.

Phương án B: Sai do HS tính sai $\tan\alpha=\dfrac{AC}{AC'}=\sqrt{2}$ nên suy ra $\dfrac{\pi}{4}<\alpha<\dfrac{\pi}{3}$.

Phương án D: Sai do HS tính sai $\tan\alpha=\dfrac{CC'}{AC'}=\dfrac{\sqrt{3}}{3}$ nên suy ra $\alpha=\dfrac{\pi}{6}$.

Câu 24: Đáp án B.

Cách 1: Ta có $9z^2+6z+4=0\Leftrightarrow(3z+1)^2=-3\Leftrightarrow z=\dfrac{-1+i\sqrt{3}}{3}$ hoặc $z=\dfrac{-1-i\sqrt{3}}{3}$.

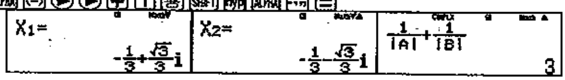
Do vậy, ta có $|z_1|=|z_2|=\left|\dfrac{-1+i\sqrt{3}}{3}\right|=\dfrac{2}{3}\Rightarrow\dfrac{1}{|z_1|}+\dfrac{1}{|z_2|}=\dfrac{3}{2}+\dfrac{3}{2}=3.$

STUDY TIPS

Với bài toán giải phương trình này lưu ý sau khi gán nghiệm vào các biến A và B, để quay về màn hình chính ta ấn MODE 2 chứ không ấn MODE 1 hoặc ON vì khi các biến A; B sẽ chỉ lưu phần thực thay vì nghiệm phức vừa tìm được dẫn đến kết quả sai.

Cách 2: Sử dụng máy tính Casio.

MODE 5 3 9 = 6 = 4 = = SHIFT RCL (−) ▼ SHIFT RCL °'" MODE 2 1 □/□ SHIFT hyp ALPHA (−) ▶ ▶ + 1 □/□ SHIFT hyp ALPHA °'" =



Phân tích phương án nhiễu.

Phương án A: Sai do HS tính đúng môđun nhưng lại tính sai

$$\frac{1}{|z_1|}+\frac{1}{|z_2|}=\frac{2}{3}+\frac{2}{3}=\frac{4}{3}.$$

Phương án C: Sai do HS giải sai nghiệm của phương trình. Cụ thể:

$$9z^2+6z+4=0\Leftrightarrow z=\frac{-6\pm6\sqrt{3}i}{9}=\frac{-2\pm2\sqrt{3}i}{3}.$$

Suy ra $|z_1|=|z_2|=\left|\dfrac{-2+2\sqrt{3}i}{3}\right|=\dfrac{4}{3}\Rightarrow\dfrac{1}{|z_1|}+\dfrac{1}{|z_2|}=\dfrac{3}{4}+\dfrac{3}{4}=\dfrac{3}{2}.$

Phương án D: Sai do HS giải đúng nghiệm nhưng tính sai môđun. Cụ thể:

$$|z_1|=|z_2|=\left(\frac{1}{3}\right)^2+\left(\frac{\sqrt{3}}{3}\right)^2=\frac{4}{9}\Rightarrow\frac{1}{|z_1|}+\frac{1}{|z_2|}=\frac{9}{2}.$$

Câu 25: Đáp án A.

Ta có $t=\sqrt{x^2+4}\Rightarrow\begin{cases}x^2=t^2-4\\ x\mathrm{d}x=t\mathrm{d}t\end{cases}$.

Suy ra $I=\int\frac{x\mathrm{d}x}{x^2.\sqrt{x^2+4}}=\int\frac{t\mathrm{d}t}{\left(t^2-4\right)t}=\int\frac{\mathrm{d}t}{t^2-4}$.

Phân tích phương án nhiễu.

Phương án B: Sai do HS tính sai vi phân. Cụ thể $\mathrm{d}t=\frac{2x}{\sqrt{x^2+4}}\mathrm{d}x\Rightarrow x\mathrm{d}x=\frac{1}{2}t\mathrm{d}t$.

Phương án C: Sai do HS biến đổi sai $I=\int\frac{x\mathrm{d}x}{x^2.\sqrt{x^2+4}}=\int\frac{t\mathrm{d}t}{t^2-4t}=\int\frac{\mathrm{d}t}{t-4}$.

Phương án D: Sai do HS biến đổi sai $I=\int\frac{x\mathrm{d}x}{x^2.\sqrt{x^2+4}}=\int\frac{t\mathrm{d}t}{t^2-4}$.

Câu 26: Đáp án A.

Từ giả thiết, ta có $\int_2^3 f(x)dx=\int_0^3 f(x)dx-\int_0^2 f(x)dx=5-2=3$.

Suy ra $I=2\int_2^3 f(x)dx+6\int_2^3 g(x)dx=2.3+6.11=72$.

STUDY TIPS

Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $[a;b]$.

+ $\int_a^a f(x)\mathrm{d}x=0$.

+ Nếu $f(x)>0\ \forall x\in(a;b)$ thì $\int_a^b f(x)\mathrm{d}x>0$.

+ Nếu $f(x)<0\ \forall x\in(a;b)$ thì $\int_a^b f(x)\mathrm{d}x<0$.

Phân tích phương án nhiễu.

Phương án B: Sai do HS tính sai $\int_2^3 f(x)dx=\int_0^3 f(x)dx+\int_0^2 f(x)dx=7$.

Suy ra $I=2\int_2^3 f(x)dx+6\int_2^3 g(x)dx=2.7+6.11=80$.

Phương án C: Sai do HS tính sai $\int_2^3 f(x)dx=\int_0^2 f(x)dx-\int_0^3 f(x)dx=-3$.

Suy ra $I=2\int_2^3 f(x)dx+6\int_2^3 g(x)dx=2.(-3)+6.11=60$.

Phương án D: Sai do HS viết $I=\int_2^3 f(x)dx+6\int_2^3 g(x)dx=3+6.11=63$.

Câu 27: Đáp án C.

Đặt $s_0=12288\,m^2$.

Gọi s_i là diện tích bề mặt của tầng thứ $i, 1\le i\le 11, i\in\mathbb{N}$.

Theo giả thiết ta có $s_{i+1}=\frac{1}{2}s_i, 1\le i\le 10$ và $s_1=\frac{3}{4}s_0=9216$.

Ta có (s_n) là cấp số nhân gồm 11 số hạng với số hạng đầu $s_1=9216$ và công bội $q=\frac{1}{2}$. Suy ra $s_{11}=s_1.q^{10}=\frac{9216}{2^{10}}=9$.

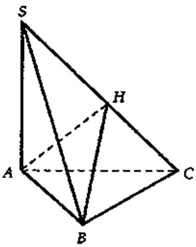
Phân tích phương án nhiễu.

Phương án A: Sai do HS xác định sai số hạng tổng quát $s_n = s_1 q^n$ nên tính được $s_{11} = 4,5m^2$.

Phương án B: Sai do HS xác định sai số hạng tổng quát $s_n = s_1 q^{n-2}$ nên tính được $s_{11} = 18m^2$.

Phương án D: Sai do HS xác định sai $s_1 = 12288 : \frac{3}{4} = 16384$ nên $s_{11} = 16m^2$.

Câu 28: Đáp án A.



Ta có $SA = AB\tan\widehat{SBA} = a\sqrt{3}; AC = \sqrt{AB^2 + BC^2} = 2a$.

Tam giác SAC vuông tại A có đường cao AH nên

$$SC = \sqrt{SA^2 + AC^2} = a\sqrt{7} \text{ và } SH.SC = SA^2.$$

Do đó $\frac{SH}{SC} = \frac{SA^2}{SC^2} = \frac{3}{7}$.

Mặt khác $\frac{V_{SABH}}{V_{SABC}} = \frac{SA}{SA} \cdot \frac{SB}{SB} \cdot \frac{SH}{SC} = \frac{SH}{SC} = \frac{3}{7}$.

Suy ra $\frac{V_{HABC}}{V_{SABC}} = \frac{4}{7}$. Do đó $\frac{V_{SABH}}{V_{HABC}} = \frac{3}{4}$.

Phân tích phương án nhiễu.

STUDY TIPS

Khối chóp $S.ABC$ và các điểm $A_1; B_1; C_1$ lần lượt thuộc các đường thẳng SA, SB, SC. Khi đó $\frac{V_{S.A_1B_1C_1}}{V_{S.ABC}} = \frac{SA_1}{SA} \cdot \frac{SB_1}{SB} \cdot \frac{SC_1}{SC}$.

Phương án B: Sai do HS tính sai $SA = AB\tan\widehat{SBA} = \frac{a\sqrt{3}}{3}$. Do đó tính được

$$\frac{V_{SABH}}{V_{SABC}} = \frac{1}{13} \Rightarrow \frac{V_{SABH}}{V_{HABC}} = \frac{1}{12}.$$

Phương án C: Sai do HS tính được $SC = \sqrt{SA^2 + AC^2} = a\sqrt{5}$ nên

$$\frac{V_{SABH}}{V_{SABC}} = \frac{3}{5} \Rightarrow \frac{V_{SABH}}{V_{HABC}} = \frac{3}{2}.$$

Phương án D: Sai do HS nhầm với tỷ số thể tích của hai khối $SABC$ và $HABC$.

Câu 29: Đáp án A.

Câu 30: Đáp án A.

Ta có $5C_n^{n-1} - C_n^3 = 0 \Leftrightarrow 5n - \frac{n(n-1)(n-2)}{6} = 0 \Leftrightarrow n = 7$.

Do đó ta có khai triển nhị thức Niu-tơn của $\left(\frac{x^2}{2} - \frac{1}{x}\right)^7$.

Số hạng chứa x^5 trong khai triển trên là $C_7^3\left(\frac{x^2}{2}\right)^4\left(-\frac{1}{x}\right)^3 = -\frac{35}{16}x^5$.

Phân tích phương án nhiễu.

Phương án B: Sai do HS nhầm yêu cầu số hạng chứa x^5 với hệ số của số hạng chứa x^5.

Phương án C: Sai do HS viết sai số hạng chứa x^5. Cụ thể là

$$C_7^3\frac{(x^2)^4}{2}\left(-\frac{1}{x}\right)^3 = -\frac{35}{2}x^5.$$

Phương án D: Sai do HS viết sai số hạng chứa x^5. Cụ thể là

$$C_7^3\left(\frac{x^2}{2}\right)^4\left(\frac{1}{x}\right)^3=\frac{35}{16}x^5.$$

Câu 31: Đáp án B.

Điều kiện $1+2\sin 2x\neq 0.$

Với điều kiện trên, ta có $5\left(\sin x+\frac{\cos 3x+\sin 3x}{1+2\sin 2x}\right)=\cos 2x+3$

$\Leftrightarrow 5.\frac{\sin x\left(1+2\sin 2x\right)+\cos 3x+\sin 3x}{1+2\sin 2x}=\cos 2x+3$

$\Leftrightarrow 5\cos x=\cos 2x+3\Leftrightarrow 2\cos^2 x-5\cos x+3=0$

$\Leftrightarrow \cos x=\frac{1}{2}\Leftrightarrow x=\pm\frac{\pi}{3}+k2\pi,k\in\mathbb{Z}.$

Vì $x\in\left[-2\pi;2\pi\right]$ nên ta tìm được các nghiệm là $-\frac{5\pi}{3};-\frac{\pi}{3};\frac{\pi}{3};\frac{5\pi}{3}.$

Suy ra $M=\frac{5\pi}{3};m=-\frac{5\pi}{3}$. Do đó $H=\frac{10\pi}{3}.$

Phân tích phương án nhiễu.

Phương án A: Sai do HS xác định sai $m=-\frac{\pi}{3}$ nên $H=2\pi.$

Phương án C: Sai do HS giải sai $\cos x=\frac{1}{2}\Leftrightarrow x=\pm\frac{\pi}{6}+k2\pi,k\in\mathbb{Z}$ nên tìm được các nghiệm $-\frac{11\pi}{6};-\frac{\pi}{6};\frac{\pi}{6};\frac{11\pi}{6}$. Suy ra $H=\frac{11\pi}{3}.$

Phương án D: Sai do HS giải sai

$$\cos x=\frac{1}{2}\Leftrightarrow x=\frac{\pi}{3}+k2\pi \text{ hoặc } x=\frac{2\pi}{3}+k2\pi,k\in\mathbb{Z}.$$

Do đó tìm được các nghiệm là $-\frac{5\pi}{3};-\frac{4\pi}{3};\frac{\pi}{3};\frac{2\pi}{3}$. Suy ra $H=\frac{7\pi}{3}.$

Câu 32: Đáp án C.

STUDY TIPS
Để ba hộp sữa được chọn có cả ba loại thì ta sẽ chọn mỗi loại 1 một sữa, như lời giải bên.

Số phần tử của không gian mẫu bằng số cách lấy 3 hộp sữa từ 12 hộp và bằng $C_{12}^3=220.$

Số kết quả thuận lợi cho biến cố bằng số cách lấy 3 hộp sữa từ 12 hộp sao cho có đủ cả ba loại và bằng $C_5^1.C_4^1.C_3^1=60.$

Do đó xác suất để ba hộp sữa được chọn có cả ba loại là $\frac{60}{220}=\frac{3}{11}.$

Câu 33: Đáp án C.

Đặt $u_1=a$ thì

$$u_2^2+u_3^2+u_4^2=\left(a+d\right)^2+\left(a+2d\right)^2+\left(a+3d\right)^2=3\left(a-6\right)^2+18\geq 18,\forall a.$$

Dấu bằng xảy ra khi $a-6=0\Leftrightarrow a=6$. Suy ra $u_1=6.$

Do đó $S_{100}=\frac{100.\left[2u_1+\left(100-1\right)d\right]}{2}=-14250$. Vậy phương án đúng là C.

Phân tích phương án nhiễu.

Phương án A: Sai do HS biến đổi sai biểu thức $u_2^2+u_3^2+u_4^2$ và giải ra được $a=3$ hoặc do HS giải đúng $a=6$ nhưng lại nhớ sai công thức tính

$$S_{100} = \frac{100.\left[u_1 + (100-1)d\right]}{2}.$$

Phương án B: Sai do HS giải đúng $u_1 = 6$ nhưng nhớ sai công thức tính

$$S_{100} = \frac{100.\left[2u_1 + 100d\right]}{2}.$$

Phương án D: Sai do HS giải được $a = -6$.

Câu 34: Đáp án C.

Ta có $y' = -3x^2 + 6x + 3(m^2 - 1)$.

Đồ thị hàm số có điểm cực đại và điểm cực tiểu khi và chỉ khi phương trình $y' = 0$ có hai nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow m \neq 0$.

Gọi A, B là các điểm cực trị của đồ thị hàm số thì

$$A\left(1-m;-2-2m^3\right), B\left(1+m;-2+2m^3\right).$$

Từ giả thiết ta có $AB \le 30\sqrt{13} \Leftrightarrow 2\sqrt{m^2+4m^6} \le 30\sqrt{13} \Leftrightarrow 4m^6 + m^2 - 2925 \le 0$

$\Leftrightarrow m^2 \le 9 \Leftrightarrow -3 \le m \le 3.$

Kết hợp với điều kiện ta có $S = \{-3;-2;-1;1;2;3\}$.

Do đó phương án đúng là C.

STUDY TIPS

Nhiều độc giả hiểu sai đề bài như sau:

Không vượt quá $30\sqrt{13}$ thì tính là $AB < 30\sqrt{13}$. Như vậy sẽ bị tính thiếu hai phần tử và chọn B.

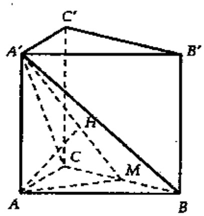
Phân tích phương án nhiễu.

Phương án A: Sai do HS không đối chiếu điều kiện $m \neq 0$.

Phương án B: Sai do HS giải sai bất phương trình $m^2 \le 9 \Leftrightarrow 0 \le m \le 3$ và không đối chiếu với điều kiện $m \neq 0$ nên tìm ra được 4 phần tử. Hoặc sai do HS hiểu sai điều kiện không vượt quá thành $AB < 30\sqrt{13}$ và có đối chiếu với điều kiện $m \neq 0$

Phương án D: Sai do HS hiểu sai điều kiện không vượt quá thành $AB < 30\sqrt{13}$ và không đối chiếu với điều kiện $m \neq 0$.

Câu 35: Đáp án A.



Gọi M là trung điểm của BC thì $BC \perp (A'AM)$.

Từ A kẻ $AH \perp A'M, H \in A'M$. Khi đó $AH \perp (A'BC)$.

Suy ra $d\left(A,(A'BC)\right) = AH = \frac{a\sqrt{5}}{2}$.

Góc giữa đường thẳng $A'B$ và mặt phẳng (ABC) bằng góc $\widehat{A'MA}$.

Theo giả thiết ta có $\widehat{A'MA} = 60^0$.

Đặt $AB = 2x$ thì $AM = x\sqrt{3}; A'A = 2x\sqrt{3}$.

Suy ra $AH = \frac{A'A.AM}{\sqrt{A'A^2 + AM^2}} = \frac{2x\sqrt{15}}{5}$.

Từ giả thiết ta có $\frac{2x\sqrt{15}}{5} = \frac{a\sqrt{5}}{2} \Rightarrow x = \frac{5a\sqrt{3}}{12}$. Do đó $A'A = \frac{5a}{2}; S_{ABC} = \frac{25a^2\sqrt{3}}{48}$.

Vậy thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ là $V = \frac{125\sqrt{3}}{96}a^3$.

Phân tích phương án nhiễu.

Phương án B: Sai do HS tính đúng như trên nhưng nhớ nhầm công thức tính thể tích khối lăng trụ sang công thức tính thể tích khối chóp.

Cụ thể $V = \frac{1}{3}AA'.S_{ABC} = \frac{125\sqrt{3}}{288}a^3$.

Phương án C: Sai do HS giải như trên và tìm được $x = \frac{5a\sqrt{3}}{12}$ nhưng lại tính sai diện tích tam giác ABC. Cụ thể $S_{ABC} = \frac{\sqrt{3}}{4}x^2 = \frac{25\sqrt{3}}{192}a^2$.

Do đó tính được $V = \frac{125\sqrt{3}}{384}a^3$.

Phương án D: Sai do HS tính đúng như trên nhưng tính sai diện tích tam giác ABC. Cụ thể: $S_{ABC} = 2\sqrt{3}x^2 = \frac{25\sqrt{3}}{24}a^2$. Do đó tính được $V = \frac{125\sqrt{3}}{48}a^3$.

Câu 36: Đáp án C.

Ta có $M \in (P) \Leftrightarrow 2a + 2b + c - 3 = 0$.

$$MA = MB = MC \Leftrightarrow \begin{cases} a^2 + (b-1)^2 + (c-2)^2 = (a-2)^2 + (b+2)^2 + (c-1)^2 \\ a^2 + (b-1)^2 + (c-2)^2 = (a+2)^2 + b^2 + (c-1)^2 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2a - 3b - c = 2 \\ 2a + b + c = 0 \end{cases}.$$

Do đó ta có hệ phương trình $\begin{cases} 2a + 2b + c = 3 \\ 2a - 3b - c = 2 \\ 2a + b + c = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 2 \\ b = 3 \\ c = -7 \end{cases}$. Suy ra $T = -308$.

Phân tích phương án nhiễu.

Phương án A: Sai do HS giải sai nghiệm của hệ phương trình $a = -2, b = -3, c = 7$.

Phương án B: Sai do HS tính sai giá trị của $T = 2^3 + 3^3 + 7^3 = 378$.

Phương án D: Sai do HS biến đổi sai dẫn đến hệ phương trình $\begin{cases} 2a + 2b + c = 3 \\ a - 2b = 2 \\ a + b = 0 \end{cases} \Leftrightarrow (a;b;c) = \left(\frac{2}{3}; -\frac{2}{3}; 3\right)$.

Suy ra $T = 27$.

Câu 37: Đáp án C.

Đặt $t = \sqrt{2x-1} \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{1}{2}(t^2 + 1) \\ dx = t dt \end{cases}$.

Do đó $10x^2 - 7x + 2 = \frac{1}{2}(5t^4 + 3t^2 + 2)$.

$$\int f(x)dx = \frac{1}{2}\int \frac{5t^4 + 3t^2 + 2}{t} t dt = \frac{1}{2}(t^5 + t^3 + 2t) + C$$

$$= \frac{1}{2}\left[\left(\sqrt{2x-1}\right)^5 + \left(\sqrt{2x-1}\right)^3 + 2\sqrt{2x-1}\right] + C.$$

Suy ra $F(x) = \frac{1}{2}\left[\left(\sqrt{2x-1}\right)^5 + \left(\sqrt{2x-1}\right)^3 + 2\sqrt{2x-1}\right] + C$.

$F(1)=5 \Leftrightarrow \frac{1}{2}(1+1+2)+C=5 \Leftrightarrow C=3.$

$\Rightarrow F(x)=\frac{1}{2}\left[\left(\sqrt{2x-1}\right)^5+\left(\sqrt{2x-1}\right)^3+2\sqrt{2x-1}\right]+3.$

$\Rightarrow F(3)=3+16\sqrt{5}$. Suy ra $a=3;b=16$. Do đó $a^2+b^2=265.$

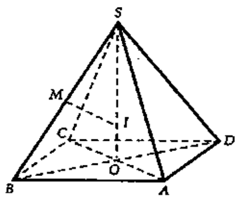
Phân tích phương án nhiễu.

Phương án A: Sai do HS tính sai $F(3)=3+8\sqrt{5}$ và hiểu sai tổng bình của 3 và 8 bằng $(3+8)^2=121.$

Phương án B: Sai do HS tính sai $F(3)=3+8\sqrt{5}$ nên tính được kết quả là 73.

Phương án D: Sai do HS tính đúng nhưng hiểu sai tổng bình phương của 3 và 16 bằng $(3+16)^2=361.$

Câu 38: Đáp án D.



Gọi O là tâm của hình vuông $ABCD$. Vì $S.ABCD$ là hình chóp đều nên $SO\perp(ABCD)$.

Theo giả thiết, ta có $SO=\sqrt{SA^2-OA^2}=\frac{a\sqrt{10}}{2}.$

Khối nón ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$ có chiều cao $h=SO=\frac{a\sqrt{10}}{2}$ và bán kính đáy là $r=OA=\frac{a\sqrt{2}}{2}.$

Suy ra $V_2=\frac{1}{3}\pi r^2h=\frac{\pi a^3\sqrt{10}}{12}.$

Ta có SO là trục đường tròn ngoại tiếp hình vuông $ABCD$. Đường trung trực của SB nằm trong mặt phẳng (SBD) cắt SB,SO lần lượt tại M,I. Ta có $IS=IB=IA=IC=ID$ nên I là tâm mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$.

Ta có $SI.SO=SM.SB\Rightarrow SI=\frac{SB^2}{2SO}=\frac{3a\sqrt{10}}{10}.$

Suy ra $V_1=\frac{4}{3}\pi.(SI)^3=\frac{9\pi a^3\sqrt{10}}{25}$. Do đó $\frac{V_1}{V_2}=\frac{108}{25}.$

Phân tích phương án nhiễu.

Phương án A: Sai do HS nhớ nhầm công thức tính thể tích khối cầu là

$$V_1=4\pi(SI)^3=\frac{27\pi a^3\sqrt{10}}{25}.$$

Do đó tính được $\frac{V_1}{V_2}=\frac{324}{25}.$

Phương án B: Sai do HS nhớ nhầm công thức tính thể tích khối nón là

$$V_2=\frac{1}{3}\pi r^2l=\frac{\pi a^3\sqrt{3}}{6}.$$

Do đó tính được $\frac{V_1}{V_2}=\frac{18\sqrt{30}}{25}.$

Phương án C: Sai do HS nhớ sai công thức tính thể tích khối nón là

$$V_2 = \pi r^2 h = \frac{\pi a^3\sqrt{10}}{4}.$$

Do đó tính được $\frac{V_1}{V_2} = \frac{36}{25}$.

Câu 39: Đáp án A.

* Phương trình $\sqrt[3]{m+3\sqrt[3]{m+3\sin x}} = \sin x \Leftrightarrow m+3\sqrt[3]{m+3\sin x} = \sin^3 x$

$\Leftrightarrow (m+3\sin x)+3\sqrt[3]{m+3\sin x} = \sin^3 x + 3\sin x \qquad (1)$

* Xét hàm số $f(t)=t^3+3t$ trên $\mathbb{R}$. Ta có $f'(t)=3t^2+3>0, \forall t\in\mathbb{R}$ nên hàm số $f(t)$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Suy ra $(1)\Leftrightarrow f\left(\sqrt[3]{m+3\sin x}\right) = f(\sin x) \Leftrightarrow \sqrt[3]{m+3\sin x} = \sin x$

$\Leftrightarrow \sin^3 x - 3\sin x = m$. Đặt $\sin x = t, t\in[-1;1]$. Phương trình trở thành $t^3-3t=m$

* Xét hàm số $g(t)=t^3-3t$ trên $t\in[-1;1]$. Ta có $g'(t)=3t^2-3\le 0, \forall t\in[-1;1]$ và $g'(t)=0 \Leftrightarrow t=\pm 1$. Suy ra hàm số $g(t)$ nghịch biến trên $[-1;1]$.

* Để phương trình đã cho có nghiệm thực $\Leftrightarrow$ Phương trình $t^3-3t=m$ có nghiệm trên $[-1;1] \Leftrightarrow \min\limits_{[-1;1]} g(t) \le m \le \max\limits_{[-1;1]} g(t) \Leftrightarrow g(1)\le m\le g(-1) \Leftrightarrow -2\le m\le 2$.

Vậy có 5 giá trị nguyên của m thỏa mãn là $m\in\{-2;-1;0;1;2\}$.

> **STUDY TIPS**
> Điều kiện để phương trình $f(x)=g(m)$ có nghiệm trên đoạn $[a;b]$ là đường thẳng $y=g(m)$ cắt đồ thị hàm số $y=f(x)$ với $x\in[a;b]$.
> Khi đó: $\min\limits_{[a;b]} f(x) \le g(m) \le \max\limits_{[a;b]} f(x)$.

Câu 40: Đáp án B.

Hàm số đồng biến trên $[2;+\infty)$ khi và chỉ khi

$y' = mx^2 - 2(m-1)x + 3(m-2) \ge 0, \forall x\ge 2$

$\Leftrightarrow m(x^2-2x+3) \ge -2x+6, \forall x\ge 2 \Leftrightarrow \frac{6-2x}{x^2-2x+3} \le m, \forall x \ge 2.$

Lập bảng biến thiên của hàm số $g(x)=\frac{6-2x}{x^2-2x+3}$ trên $[2;+\infty)$ ta tìm được $\max\limits_{[2;+\infty)} g(x) = g(2) = \frac{2}{3}$.

Suy ra các giá trị của tham số m để hàm số đồng biến trên $[2;+\infty)$ là $m\ge\frac{2}{3}$.

Do đó các giá trị nguyên thuộc khoảng $(-2;2018)$ để hàm số đồng biến trên $[2;+\infty)$ là $1;2;3;...;2017$.

Vậy, phương án đúng là B.

> **STUDY TIPS**
> Để bất phương trình $f(x)\le m$ thỏa mãn với mọi $x\in D$ thì $m\ge \max\limits_{D} f(x)$.

Phân tích phương án nhiễu.

Phương án A: Sai do HS giải đúng như trên nhưng tính cả phần tử 2018.

Phương án C: Sai do HS đếm số số nguyên thuộc khoảng $(-2;2018)$.

Phương án D: Sai do HS giải như trên nhưng tính từ phần tử 2 trở đi đến 2017.

Câu 41: Đáp án A.

Đặt $z=a+bi, (a,b\in\mathbb{R})$. Suy ra $\bar{z}=a-bi$.

Ta có $(2z-1)(1+i)+(\bar{z}+1)(1-i)=2-2i$

$\Leftrightarrow [(2a-1)+2bi](1+i)+[a+1-bi](1-i)=2-2i$

$\Leftrightarrow (3a-3b)+(a+b-2)i=2-2i$

$\Leftrightarrow \begin{cases}3a-3b=2\\ a+b-2=-2\end{cases} \Leftrightarrow a=\dfrac{1}{3}, b=-\dfrac{1}{3}.$

Suy ra $z=\dfrac{1}{3}-\dfrac{1}{3}i$. Do đó $w=(3z+1)^2=(2-i)^2=3-4i.$

Số phức w có phần thực bằng 3 và phần ảo bằng -4 nên tổng bình phương phần thực và phần ảo của w là $3^2+(-4)^2=25$.

Phân tích phương án nhiễu.

Phương án B: Sai do HS hiểu sai tổng bình phương của phần thực và phần ảo là $(3+(-4))^2=1$.

Phương án C: Sai do HS xác định sai phần ảo và hiểu sai về tổng bình phương. Cụ thể: HS xác định được w có phần ảo bằng 4 và tổng bình phương của phần thực và phần ảo là $(3+4)^2=49$.

Phương án D: Sai do HS biến đổi sai $w=(3z+1)^2=(2-i)^2=5-4i$. Do đó tính được kết quả $5^2+(-4)^2=41$.

Câu 42: Đáp án D.

Hoành độ giao điểm của hai đường là nghiệm của phương trình

$|x^2-4x+3|=x+3 \Leftrightarrow \begin{cases}x+3\geq 0\\ x^2-4x+3=x+3\end{cases}$ hoặc $\begin{cases}x+3\geq 0\\ x^2-4x+3=-(x+3)\end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases}x\geq -3\\ x^2-5x=0\end{cases}$ hoặc $\begin{cases}x\geq -3\\ x^2-3x+6=0\end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=0\\ x=5\end{array}\right.$.

Hoành độ giao điểm của đồ thị hàm số $y=x^2-4x+3$ với trục hoành là $x=1; x=3$.

Từ hình minh họa, ta có $S=\int_0^5\left[(x+3)-(x^2-4x+3)\right]dx+2\int_1^3(x^2-4x+3)dx$

$=-\int_0^5(x^2-5x)dx+2\int_1^3(x^2-4x+3)dx=\dfrac{125}{6}-\dfrac{8}{3}=\dfrac{109}{6}.$

Phân tích phương án nhiễu.

Phương án A: Sai do HS viết sai công thức tính diện tích. Cụ thể:

$S=\int_0^5\left[(x+3)-(x^2-4x+3)\right]dx-2\int_1^3(x^2-4x+3)dx$

$=-\int_0^5(x^2-5x)dx-2\int_1^3(x^2-4x+3)dx=\dfrac{125}{6}+\dfrac{8}{3}=\dfrac{47}{2}.$

Phương án B: Sai do HS viết sai công thức tính diện tích. Cụ thể:

$S=\int_0^5\left[(x+3)-(x^2-4x+3)\right]dx+\int_1^3(x^2-4x+3)dx$

$=-\int_0^5(x^2-5x)dx+\int_1^3(x^2-4x+3)dx=\dfrac{125}{6}-\dfrac{4}{3}=\dfrac{39}{2}.$

Phương án C: Sai do HS viết đúng công thức tính diện tích nhưng lại tính sai tích phân. Cụ thể:

$S=\int\limits_0^5\left[(x+3)-\left(x^2-4x+3\right)\right]\mathrm{d}x+2\int\limits_1^3\left(x^2-4x+3\right)\mathrm{d}x$

$=-\int\limits_0^5\left(x^2-5x\right)\mathrm{d}x+2\int\limits_1^3\left(x^2-4x+3\right)\mathrm{d}x$

$=-\frac{x^3}{3}\Big|_0^5+\frac{5}{2}x^2\Big|_0^5+\frac{2}{3}x^3\Big|_1^3-2x^2\Big|_1^3+3x\Big|_1^3=\frac{169}{6}.$

Câu 43: Đáp án B.

Mặt cầu (S) có tâm $I(1;2;3)$ và bán kính $R=5$.

Ta có $\overrightarrow{IM}=\left(\frac{50}{9};-\frac{50}{9};-\frac{25}{9}\right)\Rightarrow IM=\frac{25}{3}.$

Do đó $MA=MB=MC=\sqrt{IM^2-R^2}=\frac{20}{3}.$

Suy ra tọa độ của A,B,C thỏa mãn phương trình

$\left(x-\frac{59}{9}\right)^2+\left(y+\frac{32}{9}\right)^2+\left(z-\frac{2}{9}\right)^2=\frac{400}{9}$

$\Leftrightarrow x^2+y^2+z^2-\frac{118}{9}x+\frac{64}{9}y-\frac{4}{9}z+\frac{101}{9}=0.$

Do vậy tọa độ của A,B,C thỏa mãn hệ phương trình

$$\begin{cases}x^2+y^2+z^2-\frac{118}{9}x+\frac{64}{9}y-\frac{4}{9}z+\frac{101}{9}=0\\x^2+y^2+z^2-2x-4y-6z-11=0\end{cases}$$

$$\Leftrightarrow\begin{cases}-2x+2y+z+4=0\\x^2+y^2+z^2-2x-4y-6z-11=0\end{cases}.$$

Như vậy tọa độ của A,B,C thỏa mãn phương trình $-2x+2y+z+4=0$ nên mặt phẳng (ABC) có phương trình là $-2x+2y+z+4=0$.

Suy ra $p=-2;q=2;r=4$. Vậy $p+q+r=4$.

Phân tích phương án nhiễu.

Phương án A: Sai do HS viết được phương trình $2x-2y-z-4=0$ nên suy ra $p=2;q=-2;r=-4$.

Phương án C: Sai do HS xác định $p=-2;q=2;r=1$.

Phương án D: Sai do HS xác định sai hình chiếu vuông góc H của M trên mặt phẳng (ABC).

Cụ thể H được xác định dựa vào hệ thức vectơ $\overrightarrow{IH}=-\frac{R^2}{IM}\overrightarrow{IM}$ nên $H\left(\frac{91}{9};-\frac{64}{9};-\frac{14}{9}\right)$.

Do đó viết được phương trình mặt phẳng (ABC) là $-2x+2y+z+36=0$.

Suy ra $p=-2;q=2;r=36$.

Câu 44: Đáp án C.

Ta có $f'(x)+3x(x-2)f(x)=0,\forall x\in\mathbb{R}\Leftrightarrow\frac{f'(x)}{f(x)}=6x-3x^2,\forall x\in\mathbb{R}$

$\Leftrightarrow (\ln f(x))' = 6x - 3x^2, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \ln f(x) = 3x^2 - x^3 + C \Leftrightarrow f(x) = e^{3x^2 - x^3 + C}$.

Do $f(0) = 1$ nên $e^C = 1 \Leftrightarrow C = 0$. Suy ra $f(x) = e^{3x^2 - x^3}$.

Ta có $f'(x) = (6x - 3x^2)e^{3x^2 - x^3}; f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 0; x = 2$.

Bảng biến thiên của hàm số $f(x)$ là

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	1	$\nearrow$	e^4	$\searrow$	0

Hàm số $f(|x|)$ là hàm số chẵn trên $\mathbb{R}$ nên đồ thị của hàm số nhận trục tung làm trục đối xứng. Do đó phương trình $f(|x|) + m = 0$ có bốn nghiệm thực phân biệt khi và chỉ khi phương trình $f(x) + m = 0$ có hai nghiệm dương phân biệt hay phương trình $f(x) = -m$ có hai nghiệm dương phân biệt

$$\Leftrightarrow 1 < -m < e^4 \Leftrightarrow -e^4 < m < -1.$$

Phân tích phương án nhiễu.

Phương án A: Sai do HS biến đổi sai $f(x) + m = 0 \Leftrightarrow f(x) = m$ nên tìm được $1 < m < e^4$.

Phương án B: Sai do HS tính sai $f(2) = e^6$ nên tìm được $-e^6 < m < -1$.

Phương án D: Sai do HS biến đổi sai $f(x) + m = 0 \Leftrightarrow f(x) = m$ và đọc sai bảng biến thiên.

Câu 45: Đáp án C.

Giả sử $z_1 = a_1 + b_1 i; z_2 = a_2 + b_2 i, (a_1, a_2, b_1, b_2 \in \mathbb{R})$.

Ta có +) $|z_1| = |z_2| = 1 \Leftrightarrow a_1^2 + b_1^2 = a_2^2 + b_2^2 = 1$.

+) $|z_1 + z_2| = \sqrt{3} \Leftrightarrow (a_1 + a_2)^2 + (b_1 + b_2)^2 = 3$.

Kết hợp với kết quả trên ta suy ra được $a_1a_2 + b_1b_2 = \frac{1}{2}$.

Mặt khác $(a_1a_2 + b_1b_2)^2 + (a_1b_2 - a_2b_1)^2 = (a_1^2 + b_1^2)(a_2^2 + b_2^2) = 1$ nên

$$a_1b_2 - a_2b_1 = \pm\frac{\sqrt{3}}{2}.$$

Lại có $\frac{z_1}{z_2} = \frac{z_1.\overline{z_2}}{|z_2|^2} = z_1.\overline{z_2} = (a_1a_2 + b_1b_2) + (b_1a_2 - b_2a_1)i = \frac{1}{2} \pm \frac{\sqrt{3}}{2}i$.

Theo giả thiết ta có $a = \frac{1}{2}; b = \frac{\sqrt{3}}{2}$. Do đó $P = 2020$.

Phân tích phương án nhiễu.

Phương án A: Sai do HS xác định sai $b = -\frac{\sqrt{3}}{2}$ nên $P = 2038$.

Phương án C: Sai do HS xác định nhầm $a = \frac{\sqrt{3}}{2}$ và $b = \frac{1}{2}$ nên $P = 8\sqrt{3} + 2018$.

Phương án D: Sai do HS xác định sai $b=\frac{\sqrt{3}}{4}$ nên $P=\frac{4049}{2}$.

Câu 46: Đáp án B.

Trước hết ta có kết quả: Khối tứ diện $ABCD$ có thể tích được tính theo công thức $V_{ABCD}=\frac{1}{6}AB.CD.d\left(AB;CD\right).\sin\left(\widehat{AB,CD}\right)$.

Áp dụng kết quả này, ta có $V_{MNPQ}=\frac{1}{6}MN.PQ.d\left(MN;PQ\right).\sin\left(\widehat{MN,PQ}\right)=6h$, trong đó $MN=PQ=6dm$ và $h=d\left(MN;PQ\right)$ là chiều cao của hình trụ.

Từ giả thiết ta có $h=5dm$.

Suy ra thể tích khối trụ là $V=\pi r^2h=45\pi\left(dm^3\right)$, với $r=3dm$.

Do đó thể tích của lượng đá bị cắt bỏ là

$$V_0=V-V_{MNPQ}=45\pi-30\approx 111,3716694dm^3.$$

Vậy phương án đúng là B.

Phân tích phương án nhiễu.

Phương án A và C: Sai do HS giải đúng nhưng làm tròn số bị sai hoặc lấy $\pi=3,14$.

Phương án D: Sai do HS chọn $\pi=3,141$.

Câu 47: Đáp án A.

Ta có $-\frac{1}{30}=\int_1^2(x-1)f(x)dx=\frac{1}{2}\int_1^2 f(x)d\left((x-1)^2\right)$

$=\frac{1}{2}(x-1)^2f(x)\Big|_1^2-\frac{1}{2}\int_1^2(x-1)^2f'(x)dx$

$\Leftrightarrow\int_1^2(x-1)^2f'(x)dx=\frac{1}{15}$.

Ta lại có $\int_1^2(x-1)^4dx=\frac{1}{5}(x-1)^5\Big|_1^2=\frac{1}{5}$.

Từ giả thiết và các kết quả trên ta có

$$9\int_1^2\left[f'(x)\right]^2dx-6\int_1^2(x-1)^2f'(x)dx+\int_1^2(x-1)^4dx=0.$$

Mặt khác

$$9\int_1^2\left[f'(x)\right]^2dx-6\int_1^2(x-1)^2f'(x)dx+\int_1^2(x-1)^4dx=\int_1^2\left[3f'(x)-(x-1)^2\right]^2dx\ge 0.$$

Do vậy, xét trên đoạn $[1;2]$, ta có

$$3f'(x)-(x-1)^2=0\Leftrightarrow f'(x)=\frac{1}{3}(x-1)^2\Rightarrow f(x)=\frac{1}{9}(x-1)^3+C.$$

Lại do $f(2)=0$ nên $C+\frac{1}{9}=0\Leftrightarrow C=-\frac{1}{9}\Rightarrow f(x)=\frac{1}{9}(x-1)^3-\frac{1}{9}$.

Suy ra $I=\frac{1}{9}\int_1^2\left[(x-1)^3-1\right]dx=\frac{1}{36}(x-1)^4\Big|_1^2-\frac{1}{9}(x-1)\Big|_1^2=-\frac{1}{12}$.

Phân tích phương án nhiễu.

Phương án B: Sai do HS sử dụng sai tính chất của tích phân. Cụ thể:

$$-\frac{1}{30}=\int_1^2(x-1)f(x)dx=\int_1^2(x-1)dx.\int_1^2 f(x)dx=\frac{1}{2}\int_1^2 f(x)dx\Rightarrow\int_1^2 f(x)dx=-\frac{1}{15}.$$

Phương án C: Sai do HS giải như trên nhưng khi tính I lại bị sai. Cụ thể:

$$I=\frac{1}{9}\int_1^2\left[(x-1)^3-1\right]dx=\frac{1}{36}(x-1)^4\Big|_1^2-\frac{1}{18}(x-1)\Big|_1^2=-\frac{1}{36}.$$

Phương án D: Sai do HS tìm sai hàm số $f(x)$. Cụ thể:

$$3f'(x)-(x-1)^2=0\Leftrightarrow f'(x)=\frac{1}{3}(1-x)^2\Rightarrow f(x)=\frac{1}{9}(1-x)^3+C.$$

Lại do $f(2)=0$ nên $C-\frac{1}{9}=0\Leftrightarrow C=\frac{1}{9}\Rightarrow f(x)=\frac{1}{9}(1-x)^3+\frac{1}{9}$. Do đó tính được $I=\frac{1}{12}$.

Câu 48: Đáp án C.

Giả sử bác An gửi số tiền tối thiểu hàng tháng là T (đồng). Đặt $r=0,45\%$.

Hết tháng thứ nhất bác An nhận được số tiền cả gốc và lãi là

$$T_1=T+T.r=T.(1+r).$$

Hết tháng thứ hai bác An nhận được số tiền cả gốc và lãi là

$$T_2=T.(2+r)+T.(2+r)r=T.\left[(r+1)^2+(r+1)\right].$$

Bằng phương pháp quy nạp toán học, ta chứng minh được rằng sau n tháng gửi tiết kiệm thì bác An nhận được số tiền cả gốc và lãi là

$$T_n=T\left[(1+r)^n+(1+r)^{n-1}+...+(1+r)\right].$$

Dễ dàng tính được $T_n=\frac{T}{r}.(1+r).\left[(1+r)^n-1\right]$.

Suy ra số tiền lãi sau n tháng gửi tiết kiệm là

$$L_n=T_n-Tn=\frac{T}{r}.(1+r).\left[(1+r)^n-1\right]-Tn.$$

Theo giả thiết, ta có $n=36, L_{36}\geq 30000000$. Suy ra $T\geq 9493000$.

Phân tích phương án nhiễu.

Phương án A: Sai do HS tính chỉ gửi 35 tháng.

Phương án B: Sai do HS sử dụng công thức của bài toán tính lãi kép và hiểu đề bài yêu cầu số tiền thu được sau 3 năm đủ để mua xe máy có trị giá 30 triệu đồng nên tìm được $T=25523000$.

Phương án D: Sai do HS giải đúng như trên nhưng lại làm tròn $T=9492000$.

Câu 49: Đáp án B.

Ta có $\overrightarrow{AB}=(-3;-1;-1),\overrightarrow{AC}=(-1;-2;-3)$ nên mặt phẳng (ABC) có một vectơ pháp tuyến là $\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right]=(1;-8;5)$.

Suy ra (ABC) có phương trình là $x-8y+5z+17=0$.

Gọi $H(x;y;z)$ là trực tâm của tam giác ABC. Ta có

$$\overrightarrow{CH}=(x-1;y-1;z+2);\overrightarrow{BH}=(x+1;y-2;z).$$

Vì H là trực tâm của tam giác ABC nên

$$\begin{cases}BH\perp AC\\CH\perp AB\\H\in(ABC)\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}\overrightarrow{BH}.\overrightarrow{AC}=0\\\overrightarrow{CH}.\overrightarrow{AB}=0\\H\in(ABC)\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x+2y+3z=3\\3x+y+z=2\\x-8y+5z=-17\end{cases}\Leftrightarrow(x;y;z)=\left(\frac{2}{15};\frac{29}{15};-\frac{1}{3}\right).$$

Suy ra $H\left(\frac{2}{15};\frac{29}{15};-\frac{1}{3}\right)$.

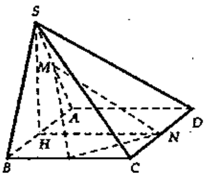
Đường thẳng d vuông góc với mặt phẳng (ABC) nên nhận $\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right]=(1;-8;5)$ làm một vectơ chỉ phương. Suy ra phương trình đường thẳng d là $\frac{x-\frac{2}{15}}{1}=\frac{y-\frac{29}{15}}{-8}=\frac{z+\frac{1}{3}}{5}$.

Dễ thấy điểm $M(2;-13;9)$ thuộc đường thẳng d nên phương án đúng là B.

Phân tích phương án nhiễu.

Phương án A, C và D: Sai do HS tìm tọa độ trực tâm H thiếu điều kiện $H\in(ABC)$ và chỉ kiểm tra hai điều kiện $BH\perp AC;CH\perp AB$.

Câu 50: Đáp án B.



Gọi H là trung điểm của cạnh AB. Khi đó $SH\perp(ABCD)$.

Ta có $SH\perp AB;AB\perp HN;HN\perp SH$ và $SH=\sqrt{3}$.

Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ sao cho H trùng với O, B thuộc tia Ox, N thuộc tia Oy và S thuộc tia Oz. Khi đó: $B(1;0;0),A(-1;0;0),N\left(0;2\sqrt{3};0\right)$,

$C\left(1;2\sqrt{3};0\right),D\left(-1;2\sqrt{3};0\right),S\left(0;0;\sqrt{3}\right)$, $M\left(-\frac{1}{2};0;\frac{\sqrt{3}}{2}\right),P\left(1;\sqrt{3};0\right)$

Mặt phẳng (SCD) nhận $\overrightarrow{n_1}=-\frac{\sqrt{3}}{6}\left[\overrightarrow{CD},\overrightarrow{SC}\right]=(0;1;2)$ làm một vectơ pháp tuyến; mặt phẳng (MNP) nhận $\overrightarrow{n_2}=-\frac{2\sqrt{3}}{3}\left[\overrightarrow{MN},\overrightarrow{MP}\right]=\left(\sqrt{3};1;5\right)$ làm một vectơ pháp tuyến.

Gọi φ là góc tạo bởi hai mặt phẳng (MNP) và (SCD) thì

$$\cos\varphi=\frac{\left|\overrightarrow{n_1}.\overrightarrow{n_2}\right|}{\left|\overrightarrow{n_1}\right|.\left|\overrightarrow{n_2}\right|}=\frac{11\sqrt{145}}{145}.$$

Phân tích phương án nhiễu.

Phương án A: Sai do HS tính đúng $\overrightarrow{n_1}=(0;1;2);\overrightarrow{n_2}=\left(\sqrt{3};1;5\right)$ nhưng lại tính sai $\left|\overrightarrow{n_1}.\overrightarrow{n_2}\right|=2\sqrt{3}$. Do đó tính được $\cos\varphi=\frac{2\sqrt{435}}{145}$.

Phương án C: Sai do HS tính đúng $\overrightarrow{n_1}=(0;1;2);\overrightarrow{n_2}=\left(\sqrt{3};1;5\right)$ nhưng lại tính sai

$$\left|\overrightarrow{n_1}.\overrightarrow{n_2}\right|=\left|\left[\overrightarrow{n_1},\overrightarrow{n_2}\right]\right|=\sqrt{3^2+\left(2\sqrt{3}\right)^2+\left(\sqrt{3}\right)^2}=2\sqrt{6}.$$

Do đó tính được $\cos\varphi=\frac{2\sqrt{870}}{145}$.

Phương án D: Sai do HS tính đúng $\overrightarrow{n_1}=(0;1;2);\overrightarrow{n_2}=\left(\sqrt{3};1;5\right)$ nhưng lại tính sai $\left|\overrightarrow{n_1}.\overrightarrow{n_2}\right|=3$. Do đó tính được $\cos\varphi=\frac{3\sqrt{145}}{145}$.

ĐỀ THỬ SỨC SỐ 16

Câu 1: Giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=\left|\sin^2 x-2\sin x-2\right|$ lần lượt là a và b thì giá trị $a+b$ là:

A. 3. B. 4. C. 0. D. 1.

Câu 2: Có bao nhiêu giá trị nguyên của m mà lớn hơn -2018 để phương trình $2m\sin x\cos x+4\cos^2 x=m+5$ có nghiệm?

A. 2016. B. 2017. C. 2018. D. 2019.

Câu 3: Tổng các nghiệm của phương trình $\sin^{2017} x+\cos^{2018} x=1$ trong $(0;2\pi)$ là:

A. π. B. $\frac{\pi}{2}$. C. $\frac{3\pi}{2}$. D. $\frac{7\pi}{2}$.

Câu 4: Một hộp đựng 10 thẻ đánh số từ 0 đến 9. Chọn ra 4 thẻ bất kì và sắp xếp thành 1 số tự nhiên có 4 chữ số sao cho chữ số đứng sau lớn hơn chữ số đứng trước thì số cách chọn là:

A. C_9^4. B. $A_{10}^4-A_9^4$. C. A_9^4. D. $C_{10}^4-C_9^4$.

Câu 5: Gieo ngẫu nhiên đồng xu n lần. Số lần gieo ít nhất để xác suất xuất hiện mặt ngửa nhỏ hơn $\frac{1}{100}$ là:

A. 4. B. 5. C. 6. D. 7.

Câu 6: Số đường chéo của đa giác lồi n đỉnh là:

A. A_n^2-n. B. C_n^2-n. C. C_n^2. D. $\frac{n(n+1)}{2}$.

Câu 7: Tổng các giá trị của x thỏa mãn $\frac{1}{2}A_{2x}^2-A_x^2\le\frac{6}{x}C_x^3+10$ là:

A. 10. B. 9. C. 8. D. 7.

Câu 8: Rút gọn $S=C_n^1+2\frac{C_n^2}{C_n^1}+3\frac{C_n^3}{C_n^2}+...+k\frac{C_n^k}{C_n^{k-1}}+...+n\frac{C_n^n}{C_n^{n-1}}$.

A. $S=\frac{n(n+1)}{2}$. B. $S=\frac{n(n+1)(n+2)}{2}$. C. $S=n$. D. $S=\frac{(n-1)n}{2}$.

Câu 9: Tìm số hạng không chứa x trong khai triển nhị thức Newton: $\left(2x-\frac{1}{x^3}\right)^{12}$.

A. 112640. B. −112640. C. 220. D. −220.

Câu 10: Để chứng minh $1+2+3+...+n=\frac{n(n+1)}{2}$ $\forall n\in\mathbb{N}^*$ (1), một học sinh làm như sau:

I. Với $n=1$, ta có $1=\frac{1(1+1)}{2}\Rightarrow$(1) đúng với $n=1$.

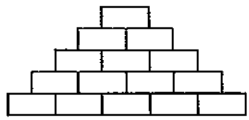
II. Giả sử (1) đúng với $n=k$ tức là $S_k=1+2+3+...+k=\frac{k(k+1)}{2}$. Ta cần chứng minh: (1) đúng với $n=k+1$.

III. Thật vậy, $S_{k+1}=1+2+3+...+k+(k+1)=\frac{k(k+1)}{2}+(k+1)=\frac{k(k+1)+2(k+1)}{2}=\frac{(k+1)(k+2)}{2}$.

Vậy (1) đúng.

Lập luận trên nếu sai thì sai ở bước nào?

A. I. B. II. C. III. D. Lập luận không sai.



Câu 11: Người ta xếp các viên gạch thành một bức tường như hình vẽ, biết hàng dưới cùng có 50 viên. Số gạch cần dùng để hoàn thành bức tường trên là:

A. 1275. B. 1225.

C. 1250. D. 2550.

Câu 12: Cho dãy (u_n) với $\begin{cases} u_1 = 1,\ u_2 = 3 \\ u_{n+2} = 2u_{n+1} - u_n + 1 \end{cases}$ với $n \in \mathbb{N}^*$. Tính u_{20}.

A. $u_{20} = 190$. B. $u_{20} = 420$. C. $u_{20} = 210$. D. $u_{20} = -210$.

Câu 13: $\lim\left(\sqrt{8 + \dfrac{n^2-1}{2+n^2}} - \left(-\dfrac{1}{2}\right)^n\right)$ có giá trị là:

A. $2\sqrt{2}$. B. 3. C. $\dfrac{5}{2}$. D. $\dfrac{7}{2}$.

Câu 14: Hàm số $f(x) = \begin{cases} \dfrac{2 - \sqrt{x^2+4}}{x} & \text{khi } x \neq 0 \\ 4m+1 & \text{khi } x = 0 \end{cases}$ liên tục tại $x = 0$ khi:

A. $m = -\dfrac{1}{4}$. B. $m = \dfrac{1}{4}$. C. $m = 0$. D. $m = 1$.

Câu 15: Cho $f(x) = x(x+1)(x+2)(x+3)...(x+n)$ với $n \in \mathbb{N}^*$. Tính $f'(0)$.

A. $f'(0) = n!$. B. $f'(0) = n$. C. $f'(0) = 0$. D. $f'(0) = \dfrac{n(n+1)}{2}$.

Câu 16: Cho hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 2x - 9$ có đồ thị (C). Gọi k là hệ số góc của các tiếp tuyến của (C) thì giá trị nhỏ nhất của k là:

A. không tồn tại. B. 1. C. –1. D. 0.

Câu 17: Cho hai parabol $(P_1): y = x^2 + 3x - 2$ và $(P_2): y = x^2 + 5x + 4$. Phép tịnh tiến theo $\vec{v} = (a; b)$ biến (P_1) thành (P_2) thì $a + b$ bằng:

A. 3. B. –3. C. –1. D. 1.

Câu 18: Cho hình chóp $S.ABCD$ đáy là hình bình hành tâm O. Gọi M, N, I là 3 điểm lấy trên AD, CD, SO. Thiết diện của hình chóp với mặt phẳng (MNI) là:

A. Một tam giác. B. Tứ giác. C. Ngũ giác. D. Lục giác.

Câu 19: Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ đáy ABC là tam giác đều, I là trung điểm của AB. Kí hiệu $d(AA', BC)$ là khoảng cách giữa 2 đường thẳng AA' và BC thì:

A. $d(AA', BC) = AB$. B. $d(AA', BC) = IC$. C. $d(AA', BC) = A'B$. D. $d(AA', BC) = AC$.

Câu 20: Cho tứ diện $ABCD$ và điểm G thỏa mãn $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD} = \vec{0}$ (G gọi là trọng tâm của tứ diện). Gọi $G_A = GA \cap (BCD)$. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng?

A. $\overrightarrow{GA} = -3\overrightarrow{G_AG}$. B. $\overrightarrow{GA} = 4\overrightarrow{G_AG}$. C. $\overrightarrow{GA} = 3\overrightarrow{G_AG}$. D. $\overrightarrow{GA} = 2\overrightarrow{G_AG}$.

Câu 21: Cho tứ diện $OABC$ trong đó OA, OB, OC đôi một vuông góc. Gọi H là hình chiếu của O lên (ABC). Xét các mệnh đề sau:

I. H là trực tâm của ΔABC.

II. H là trọng tâm của ΔABC.

III. $\dfrac{1}{OH^2} = \dfrac{1}{OA^2} + \dfrac{1}{OB^2} + \dfrac{1}{OC^2}$

Số mệnh đề đúng là:

A. 0. B. 1. C. 2. D. 3.

Câu 22: Cho hàm số $y=\dfrac{-2x-4}{x+1}$ có đồ thị (C) và đường thẳng $d: 2x-y+m=0$. Số giá trị m nguyên trong $[-10;10]$ để d cắt (C) tại hai điểm phân biệt là:

A. 8. B. 10. C. 12. D. 21.

Câu 23: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng xét dấu $y'=f'(x)$.

x	$-\infty$		a		b		c		$+\infty$
$f(x)$		+	0	+	0	+	0	+	

Mệnh đề nào sau đây là đúng?

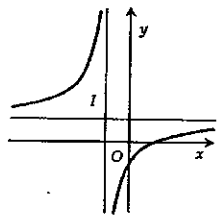
A. Hàm số có 3 điểm cực trị.

B. Phương trình $f(x)=0$ có 3 nghiệm.

C. Hàm số đồng biến trên $(-\infty;+\infty)$.

D. Hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty;a)\cup(a;b)\cup(b;c)\cup(c;+\infty)$.

Câu 24: Cho hàm số $y=\dfrac{ax+b}{cx+d}$ có đồ thị như hình vẽ. Khi đó mệnh đề nào sau đây là đúng?



A. $cd<0;\ bd>0$.

B. $ac<0;\ bd<0$.

C. $ac>0; ab<0$

D. $ad<0;\ bc>0$.

Câu 25: Giá trị lớn nhất của hàm số $y=\dfrac{mx-4}{x+m}$ trên $[2;6]$ là 5 khi $m=\overline{ab}$ thì $a+b$ là:

A. 6. B. 7. C. 8. D. 9.

Câu 26: Số tiệm cận của đồ thị hàm số $y=\dfrac{x^2-5x+6}{x^2-3x+2}$ là:

A. 2. B. 3. C. 4. D. 1.

Câu 27: Tập xác định của hàm số $y=\left(\log_2^x\right)^{\frac{1}{3}}$ là:

A. $D=(0;+\infty)$. B. $D=(-\infty;+\infty)$. C. $D=[1;+\infty)$. D. $D=(1;+\infty)$.

Câu 28: Cho a, b, c là các số cho biểu thức vế trái có nghĩa. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. $\log_a(b.c)=\log_a|b|+\log_a|c|$.

B. $\log_a(b.c)=\log_a b+\log_a c$.

C. $\log_a^\alpha b^2=2\log_a^\alpha|b|$.

D. $\log_a^\alpha b^2=2^\alpha\log_a b$.

Câu 29: Có bao nhiêu giá trị nguyên của x thỏa mãn bất phương trình: $2^{x-1}-2^{x^2-x}\ge(x-1)^2$.

A. 0. B. 1. C. 2018. D. Vô số.

Câu 30: Bạn Huyền gửi vào ngân hàng 10 triệu đồng trong 10 năm. Có 2 hình thức để lựa chọn.

Hình thức 1: Lãi suất là 5% 1 năm.

Hình thức 2: Lãi suất $\left(\dfrac{5}{12}\right)$% 1 tháng.

Biết rằng trong suốt thời gian 10 năm lãi suất ngân hàng luôn ổn định theo từng hình thức chọn gửi.Khẳng định nào sau đây là đúng? (số tiền làm tròn đến nghìn đồng)

A. Cả 2 hình thức có số tiền lãi như sau là 6.289.000 đồng.

B. Số tiền lãi của hình thức 2 cao hơn 181.000 đồng.

C. Số tiền lãi của hình thức 1 cao hơn 181.000 đồng.

D. Cả 2 hình thức có cùng số lãi là 6.470.000 đồng.

Câu 31: Nguyên hàm của hàm số $f(x)=2018^x$ là:

A. $\int f(x)\mathrm{d}x=\dfrac{2018^x}{\ln 2018}+C.$ **B.** $\int f(x)\mathrm{d}x=\dfrac{2018^{x+1}}{x+1}+C.$

C. $\int f(x)\mathrm{d}x=2018^x.\ln 2018+C.$ **D.** $\int f(x)\mathrm{d}x=\dfrac{x.2018^x}{\ln 2018}+C.$

Câu 32: Có $\int\limits_0^{\frac{\pi}{4}}\dfrac{\cos x}{\sin x+\cos x}\mathrm{d}x=\dfrac{\pi}{a}+\dfrac{1}{b}\ln c$ với $a,b,c\in\mathbb{Z}$ thì a^2+b+c là:

A. 14. **B.** 66. **C.** $66+\sqrt{2}$. **D.** 70.

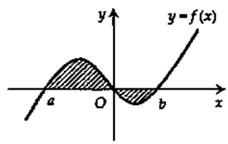
Câu 33: Cho hình phẳng (H) giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=x.e^x$, trục hoành, trục tung và đường thẳng $x=1$ thì diện tích hình (H) là:

A. $S=e-\dfrac{1}{2}$. **B.** $S=2e-1$. **C.** $S=1$. **D.** $S=\dfrac{e}{2}$.

Câu 34: Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị hình bên thì công thức tính diện tích hình phẳng phần tô đậm trong hình là:

A. $S=\int\limits_a^b f(x)\mathrm{d}x.$ **B.** $S=\int\limits_a^0 f(x)\mathrm{d}x+\int\limits_0^b f(x)\mathrm{d}x.$

C. $S=\int\limits_a^0 f(x)\mathrm{d}x-\int\limits_0^b f(x)\mathrm{d}x.$ **D.** $S=\int\limits_a^0 \left|f(x)\right|\mathrm{d}x-\int\limits_0^b \left|f(x)\right|\mathrm{d}x.$



Câu 35: Cho hai số phức $z_1=2-3i;\ z_2=1+i$ thì $\left|z_1+z_2\right|$ là:

A. $\sqrt{13}$. **B.** $\sqrt{5}$. **C.** $\sqrt{2}$. **D.** $\sqrt{10}$.

Câu 36: Tìm $|z|$ biết $z=C_{2018}^0+iC_{2018}^1+i^2C_{2018}^2+...+i^{2018}C_{2018}^{2018}$.

A. 2^{2018}. **B.** 2^{1009}. **C.** 2^{2017}. **D.** 2^{1008}.

Câu 37: Cho số phức z thỏa mãn $|z-1+2i|=2$. Tìm $|z|$ lớn nhất.

A. $\sqrt{5}$. **B.** $\sqrt{5}+2$. **C.** $\sqrt{5}-2$. **D.** $\sqrt{5}+4$.

Câu 38: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $\vec{a}=(0;3;-1)$; $\vec{b}=\vec{i}+2\vec{j}+2\vec{k}$. Trong các khẳng định sau khẳng định nào sai:

A. $\vec{a}\vec{b}=4$. **B.** $\vec{a}-\vec{b}=(-1;1;-3)$. **C.** $\vec{a}+\vec{b}=(1;5;1)$. **D.** $\left|\vec{a}\right|=\left|\vec{b}\right|$.

Câu 39: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $(P):2x-5y+z-1=0$ và $A(1;2;-1)$. Đường thẳng Δ qua A và vuông góc với (P) có phương trình là:

A. $\begin{cases}x=2+t\\ y=-5+2t\\ z=1-t\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}x=3+2t\\ y=-3-5t\\ z=1+t\end{cases}$. **C.** $\begin{cases}x=1+2t\\ y=2-5t\\ z=1+t\end{cases}$. **D.** $\begin{cases}x=3-2t\\ y=-3+5t\\ z=-t\end{cases}$.

Câu 40: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):(x-1)^2+(y-2)^2+(z-3)^2=9$. Đường thẳng d cắt mặt cầu (S) tại hai điểm A và B biết tiếp diện của (S) tại A và B vuông góc. Khi đó độ dài AB là:

A. $\frac{9}{2}$. B. 3. C. $3\sqrt{2}$. D. $\frac{3\sqrt{2}}{2}$.

Câu 41: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\frac{x-2}{1}=\frac{y+1}{1}=\frac{z+1}{-2}$ và $\Delta:\frac{x-3}{1}=\frac{y+1}{1}=\frac{z+3}{2}$. Viết phương trình mặt phẳng (P) chứa d và tạo với tam giác một góc $30°$. có dạng: $x+ay+bz+c=0$ với $a,b,c\in\mathbb{Z}$ khi đó giá trị $a+b+c$ là

A. 8 B. -8 C. 7 D. -7

Câu 42: Cho khối lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác cân tại B. $BC=a$, $\widehat{ABC}=60°$, $CC'=4a$. Tính thể tích khối $A'CC'B'B$.

A. $V=\frac{2a^3\sqrt{3}}{3}$. B. $V=\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$. C. $V=a^3\sqrt{3}$. D. $V=3a^3$.

Câu 43: Kim tự tháp Kê - ốp ở Ai Cập được xây dựng vào khoảng 2500 năm trước Công nguyên. Kim tự tháp này là một khối chóp tứ giác đều có chiều cao là 147 m, cạnh đáy là 230 m. Thể tích của nó là:

A. 2592100 m^3. B. 2952100 m^3. C. 2529100 m^3. D. 2591200 m^3.

Câu 44: Hình tứ diện đều có số mặt đối xứng là:

A. 3. B. 4. C. 6. D. 9.

Câu 45: Một khối trụ có đường kính đáy bằng chiều cao và nội tiếp trong mặt cầu bán kính R thì thể tích của khối trụ là:

A. $2\pi R^3$. B. $\frac{\pi R^3\sqrt{2}}{2}$. C. $\frac{\pi R^3\sqrt{2}}{6}$. D. $\frac{2}{3}\pi R^3$.

Câu 46: Cho hình chóp $S.ABCD$ đáy $ABCD$ là hình chữ nhật cạnh $AB=2a, AD=a, \Delta SAD$ đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Diện tích xung quanh của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$ là:

A. $\frac{16\pi}{3}a^2$. B. $\frac{57\pi}{18}a^2$. C. $\frac{48\pi}{9}a^2$. D. $\frac{24\pi}{9}a^2$.

Câu 47: Cho a,b,c thỏa mãn $\begin{cases}-1+a-b+c>0\\8+4a+2b+c<0\end{cases}$ thì số giao điểm của đồ thị hàm số $y=x^3+ax^2+bx+c$ với trục Ox là:

A. 1. B. 2. C. 3. D. 0.

Câu 48: Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để phương trình sau vô nghiệm:

$$x^6+3x^5+6x^4-mx^3+6x^2+3x+1=0.$$

A. Vô số. B. 26. C. 27. D. 28.

Câu 49: Cho hàm số $y=-x^4-2x^2+3$ có đồ thị (C). Nhận xét nào về đồ thị (C) là sai?

A. Có trục đối xứng là trục Oy. B. Có 3 cực trị.

C. (C) là đường parabol. D. Có đỉnh là $I(0;3)$.

Câu 50: Tất cả các giá trị của m để hàm số $y'=\frac{x^3}{3}+mx^2+4x$ đồng biến trên $\mathbb{R}$ là:

A. $m\le 2$. B. $m\ge 2$. C. $-2<m<2$. D. $-2\le m\le 2$.

ĐÁP ÁN

1.A	2.B	3.C	4.A	5.D	6.B	7.D	8.A	9.B	10.D
11.A	12.C	13.B	14.A	15.A	16.C	17.D	18.C	19.B	20.C
21.C	22.C	23.C	24.C	25.B	26.A	27.D	28.A	29.B	30.B
31.A	32.D	33.C	34.C	35.A	36.A	37.B	38.D	39.D	40.C
41.B	42.A	43.A	44.C	45.B	46.A	47.C	48.C	49.B	50.D

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

Câu 1: Đáp án A.

Đặt $\sin x = t \in [-1;1]$

t	-1		1
t^2-2t-2	1	$\searrow$	-3

$\Rightarrow -3 \le \sin^2 x - 2\sin x - 2 \le 1$

$\Leftrightarrow 0 \le \left|\sin^2 x - 2\sin x - 2\right| \le 3 \Rightarrow a + b = 3$

Câu 2: Đáp án B.

Phương trình $\Leftrightarrow m\sin 2x + 2\cos 2x = m + 3$ có nghiệm

$\Leftrightarrow m^2 + 4 \ge (m+3)^2 \Leftrightarrow m \le -\dfrac{5}{6}$

$\Rightarrow$ Có 2017 giá trị m thỏa mãn.

Câu 3: Đáp án C.

Có $\begin{cases} \sin^{2017} x \le \sin^2 x \\ \cos^{2018} x \le \cos^2 x \end{cases} \Rightarrow \sin^{2017} x + \cos^{2018} x \le 1$

$$\Rightarrow \sin^{2017} x + \cos^{2018} x = 1 \Leftrightarrow \begin{cases} \sin^{2017} x = \sin^2 x \\ \cos^{2018} x = \cos^2 x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \sin x = 0 \\ \sin x = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = k\pi \\ x = \dfrac{\pi}{2} + k2\pi \end{cases}$$

Vậy có $x \in \left\{\dfrac{\pi}{2};\pi\right\} \subset (0;2\pi)$

Tổng các nghiệm là $\dfrac{\pi}{2} + \pi = \dfrac{3\pi}{2}$

Câu 4: Đáp án A.

Mỗi cách chọn 4 thẻ từ 9 thẻ (từ thẻ có số 0) cho ta 1 cách sắp xếp thỏa mãn.

Vậy có C_9^4 cách chọn.

Câu 5: Đáp án D.

Giả sử gieo đồng xu n lần $(n \in \mathbb{N}^*)$

A là biến cố "Xuất hiện mặt ngửa"

$\Rightarrow n(\Omega) = 2^n$

$\Rightarrow P(A) = \dfrac{n(A)}{n(\Omega)} = \dfrac{1}{2^n}$

Yêu cầu bài toán $\Rightarrow \dfrac{1}{2^n} < \dfrac{1}{100} \Rightarrow n \ge 7$

Câu 6: Đáp án B.

- Số các đoạn thẳng tạo từ n đỉnh là C_n^2.

- Số các đoạn của đa giác là n, suy ra số đường chéo $C_n^2 - n$.

Câu 7: Đáp án D.

Phương trình $\Leftrightarrow \frac{1}{2}.\frac{(2x)!}{(2x-2)!} - \frac{x!}{(x-2)!} = \frac{6}{x}.\frac{x!}{3!(x-3)!} + 10$

$\Leftrightarrow \begin{cases} x \le 4 \\ x \ge 3 \\ x \in \mathbb{N}^* \end{cases} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} x = 3 \\ x = 4 \end{array}\right. \Rightarrow$ Tổng các giá trị của x là 7.

Câu 8: Đáp án A.

Ta có:

$C_n^1 = n$

$2\frac{C_n^2}{C_n^1} = n - 1$

$\vdots$

$k\frac{C_n^k}{C_{n-1}^{k-1}} = n - k + 1$

$n\frac{C_n^k}{C_n^{n-1}} = 1$

$\Rightarrow S = n + (n-1) + (n-2) + ... + 2 + 1 = 1 + 2 + 3 + ... + n = \frac{n(n+1)}{2}$

Câu 9: Đáp án B.

Số hạng tổng quát: $T_{k+1} = C_{12}^k (2x)^{12-k}\left(-\frac{1}{x^3}\right)^k = C_{12}^k.2^{12-k}(-1)^k.x^{12-4k}$

Yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow 12 - 4k = 0 \Leftrightarrow k = 3(TM)$

Suy ra, số hạng cần tìm là $C_{12}^3.2^9.(-1)^3 = -112640$.

Câu 10: Đáp án D.

Đó là phương pháp chứng minh quy nạp.

Câu 11: Đáp án A.

Số gạch các hàng lần lượt từ trên xuống dưới tạo thành 1 cấp số cộng có:

$\begin{cases} u_1 = 1 \\ d = 1 \end{cases}, u_{50} = 50$

$\Rightarrow S_{50} = nu_1 + \frac{n(n-1)}{2}d = 50 + \frac{50.49}{2} = 1275$

Hay $S_{50} = 1 + 2 + ... + 50 = \frac{50.51}{2}$ hay $S_{50} = \frac{n(u_1 + u_2)}{2} = \frac{50.51}{2}$

Câu 12: Đáp án C.

Cách 1: Tính được:

$u_1 = 1$

$u_2 = 3 = 1 + 2$

$u_3 = 6 = 1 + 2 + 3$

$u_4 = 10 = 1 + 2 + 3 + 4$

Dự đoán: $u_n = 1 + 2 + ... + n$ (chứng minh được)

$\Rightarrow u_{20}=1+2+...+20=\dfrac{20.21}{2}=210$

Cách 2: CASIO

Ghi vào màn hình $X=X+1:C=2B-A+1:A=B:B=C$

Bấm $\boxed{\text{CALC}}$ gán $X=2;B=3;A=1$

Lặp lại phím $\boxed{=}$ cho đến khi $X=X+1=20$ ta được

$\Rightarrow u_{20}=C=2B-A+1=210$

Câu 13: Đáp án B.

Cách 1: Ta có $\lim\sqrt{8+\dfrac{n^2-1}{2+n^2}}=\lim\sqrt{8+\dfrac{1-\dfrac{1}{n^2}}{\dfrac{2}{n^2}+1}}=\sqrt{9}=3$

$\lim\left(-\dfrac{1}{2}\right)^n=0\Rightarrow\lim\left(\sqrt{8+\dfrac{n^2-1}{2+n^2}}-\left(-\dfrac{1}{2}\right)^2\right)=3$

Cách 2: Sử dụng casio

Sử dụng MTCT nhập giá trị của bài toán

$\sqrt{8+\dfrac{X^2-1}{2+X^2}}-\left(-\dfrac{1}{2}\right)^X$ (tại một giá trị lớn của n do $n\to+\infty$)

Nhập $\boxed{\text{CALC}}$ gán $X=10^5$ ấn $\boxed{=}$ suy ra kết quả là 3.

STUDY TIPS

Hàm số liên tục tại x_0

$\Leftrightarrow\lim\limits_{x\to x_0}f(x)=f(x_0)=L$

Câu 14: Đáp án A.

+ Có $\lim\limits_{x\to0}f(x)=\lim\limits_{x\to0}\dfrac{2-\sqrt{x^2+4}}{x}=\lim\limits_{x\to0}\dfrac{-x^2}{x\left(2+\sqrt{x^2+4}\right)}=\lim\limits_{x\to0}\dfrac{-x}{2+\sqrt{x^2+4}}=0$

+ $f(0)=4m+1$

$\Rightarrow$ Hàm số liên tục tại $x=0\Leftrightarrow4m+1=0\Leftrightarrow m=-\dfrac{1}{4}$

STUDY TIPS

$f'(x_0)=\lim\limits_{x\to x_0}\dfrac{f(x)-f(x_0)}{x-x_0}$

Câu 15: Đáp án A.

Ta có

$$f'(0)=\lim_{x\to0}\frac{f(x)-f(0)}{x-0}=\lim_{x\to0}\frac{x(x+1)(x+2)...(x+n)-0}{x-0}$$
$$=\lim_{x\to0}\left[(x+1)(x+2)...(x+n)\right]=n!$$

STUDY TIPS

+ Hệ số góc $k_{min}\Rightarrow f'(x_0)$ min

+ Hệ số góc tiếp tuyến của (C) tại $M(x_0;y_0)$ là $f'(x_0)$.

Câu 16: Đáp án C.

Giả sử tiếp điểm là $M(x_0;y_0)$

$\Rightarrow$ Hệ số góc là $f'(x_0)=3x_0{}^2-6x_0+2$

Có

x_0	$-\infty$		1		$+\infty$
$3x_0^2-6x_0+2$	$+\infty$	↘	-1	↗	$+\infty$

$\Rightarrow f'(x_0)\ge-1\ \forall x\in\mathbb{R}\Rightarrow$ hệ số góc nhỏ nhất là -1

Cách khác: $f'(x_0)=3x^2-6x+2=3(x-1)^2-1\ge-1\ \forall x$

Câu 17: Đáp án D.

STUDY TIPS

$f(x;y)=0\xrightarrow[\vec{v}=(a;b)]{T_{\vec{v}}} f(x-a;y-b)=0$

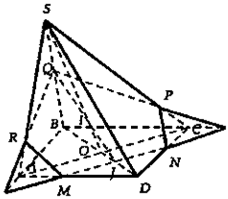
$(P_1): y=x^2+3x-2\xrightarrow[\vec{v}=(a;b)]{T_{\vec{v}}}(P_2): y-b=(x-a)^2+3(x-a)+2$

$\Rightarrow (P_2): y=x^2-(2a-3)x+a^2-3a+b-2$

Đồng nhất hệ số $\Rightarrow x^2-(2a-3)x+a^2-3a+b-2=x^2+5x+4$

$\Leftrightarrow \begin{cases}-2a+3=5\\ a^2-3a+b=6\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=-1\\ b=2\end{cases}\Rightarrow a+b=1$

Câu 18: Đáp án C.



Trong $(ABCD)$ gọi $\begin{cases}J=BD\cap MN\\ K=MN\cap AB\\ H=MN\cap BC\end{cases}$

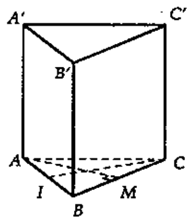
Trong (SBC) gọi $P=QH\cap SC$

Trong (SBD) gọi $Q=IJ\cap SB$

Trong (SBC) gọi $R=KQ\cap SA$

Suy ra, thiết diện là ngũ giác *MNPQR*.

Câu 19: Đáp án B.



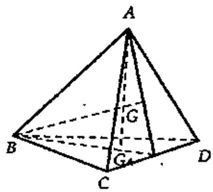
Gọi *M* là trung điểm của $BC\Rightarrow AM\perp BC$ (*ABC* là tam giác đều)

+ $AM\perp AA'$ (do $AA'\perp(ABC),(ABC)\supset AM$)

$AM=d_{(AA',BC)}=CI$ (tam giác *ABC* đều)

(*AM*: gọi là đường vuông góc chung của 2 đường thẳng chéo nhau *AA', BC*).

Câu 20: Đáp án C.



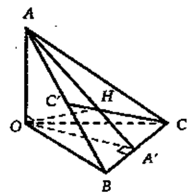
+ Gọi G_0 là trọng tâm tam giác *BCD* $\Rightarrow \overrightarrow{GB}+\overrightarrow{GC}+\overrightarrow{GD}=3\overrightarrow{GG_0}$

$\Rightarrow \overrightarrow{GA}+\overrightarrow{GB}+\overrightarrow{GC}+\overrightarrow{GD}=\vec{0}\Rightarrow \overrightarrow{GA}+3\overrightarrow{GG_0}=0$

$\Rightarrow A,G,G_0$ thẳng hàng $\Rightarrow G_0\equiv G_A$

+ Có A,G,G_A thẳng hàng mà $\overline{GA}=3\overline{GG_A}\Rightarrow \overrightarrow{GA}=3\overrightarrow{G_AG}$

Câu 21: Đáp án C.



$OA\perp(OBC)\Rightarrow OA\perp BC\ (1)$

$OH\perp(ABC)\Rightarrow OH\perp BC\ (2)$

Từ (1) và (2) suy ra $BC\perp(AOH)\Rightarrow BC\perp AH$

$\Rightarrow AH$ là đường cao trong tam giác *BCD*

Tương tự suy ra, *CH* là đường cao trong tam giác *BCD*

$\Rightarrow H$ là trực tâm $\Rightarrow I$ đúng $\Rightarrow II$ sai

+ Gọi $A'=AH\cap BC\Rightarrow OA'\perp BC$

$\Rightarrow \frac{1}{OH^2}=\frac{1}{OB^2}+\frac{1}{OC^2}\Rightarrow \frac{1}{OH^2}=\frac{1}{OA'^2}+\frac{1}{OA^2}=\frac{1}{OA^2}+\frac{1}{OB^2}+\frac{1}{OC^2}$

$\Rightarrow III$ đúng

STUDY TIPS

Tứ diện *OABC* có *OA, OB, OC* vuông góc. Gọi *h* là khoảng cách từ *O* đến (ABC)

$\Rightarrow \frac{1}{h^2}=\frac{1}{OA^2}+\frac{1}{OB^2}+\frac{1}{OC^2}$

Câu 22: Đáp án C.

+ Xét phương trình hoành độ giao điểm:

$\frac{-2x-4}{x+1}=2x+m$, điều kiện $x\neq -1$

STUDY TIPS

Số giao điểm của $(C_1): y=f(x)$ và $(C_2): y=g(x)$ là số nghiệm của phương trình $f(x)=g(x)$

$\Leftrightarrow g(x)=2x^2+(m+4)x+4+m=0$ (*)

+ Yêu cầu bài toán tương đương (*) có 2 nghiệm phân biệt $\neq -1$ $\Leftrightarrow \begin{cases}\Delta>0\\ a\neq 0\end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases}m^2-16>0\\ 2\neq 0\end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}m>4\\ m<-4\end{array}\right.$

$\Rightarrow$ Có 12 giá trị $m\in[-10;10]$ nguyên.

Câu 23: Đáp án C.

Câu 24: Đáp án C.

+ Đồ thị có tiệm cận ngang $y=\frac{a}{c}>0\Rightarrow ac>0\Rightarrow$ loại B

+ Đồ thị có tiệm cận đứng $x=-\frac{d}{c}<0\Rightarrow dc>0\Rightarrow$ loại A

+ Đồ thị giao Ox tại điểm có hoành độ $-\frac{b}{a}>0\Rightarrow a.b<0\Rightarrow$ C đúng

Câu 25: Đáp án B.

$y'=\frac{m^2+4}{(x+m)^2}>0\ \forall x\in\mathbb{R}\setminus\{-m\}$

$\Rightarrow\begin{cases}\max\limits_{[2;6]} y=y_{(6)}\\ -m\notin[2;6]\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}\frac{6m-4}{6+m}=5\\ m\in(-\infty;2)\cup(6;+\infty)\end{cases}\Leftrightarrow m=34\Rightarrow a+b=7$

Câu 26: Đáp án A.

$y=\frac{x^2-5x+6}{x^2-3x+2}\Rightarrow y=\frac{x-3}{x-1}\Rightarrow$ đồ thị hàm số có 2 tiệm cận

Câu 27: Đáp án D.

Ta có $\log_2^x>0\Leftrightarrow x>1$

Tập xác định: $D=(1;+\infty)$

Câu 28: Đáp án A.

Câu 29: Đáp án B.

$2^{x-1}-2^{x^2-x}\geq(x-1)^2\Leftrightarrow 2^{x-1}+(x-1)\geq 2^{x^2-x}+(x^2-x)(*)$

Xét $f(t)=2^t+t$ đồng biến trên $\mathbb{R}$

$\Rightarrow(*)\Leftrightarrow f(x-1)\geq f(x^2-x)\Leftrightarrow x-1\geq x^2-x$

$\Leftrightarrow(x-1)^2\leq 0\Leftrightarrow x=1$

Câu 30: Đáp án B.

- Số tiền sau 10 năm với lãi suất 5%/ năm là:

$$10000000(1+5\%)^{10}=16280000 \text{ đồng.}$$

- Số tiền sau 10 năm với lãi suất $\frac{5}{12}\%$/ tháng là:

$$10000000\left(1+\frac{5}{12}\%\right)^{120}=16470000 \text{ đồng.}$$

Câu 31: Đáp án A.

STUDY TIPS

Xét dấu các biểu thức chứa a, b, c, d trên $y=\frac{ax+b}{cx+d}$

Ta xét dấu:
1. Tiệm cận
2. Hoành độ giao điểm với Ox, tung độ giao điểm với Oy.
3. Sự đồng biến, nghịch biến (dấu của $ad-bc$).
4. Các yếu tố đặc biệt.

STUDY TIPS

Hàm số $y=x^\alpha$ có:
+ Tập xác định $D=\mathbb{R}$ nếu $\alpha\in\mathbb{N}^*$
+ Tập xác định $D=\mathbb{R}\setminus\{0\}$ nếu α nguyên âm hoặc bằng 0.
+ Tập xác định $D=(0;+\infty)$ nếu α không nguyên.

STUDY TIPS

Cho hàm số $y=f(x)$ đơn điệu trên $(a;b)$, $x_1, x_2\in(a;b)$ có $f(x_1)<f(x_2)\Leftrightarrow x_1\geq x_2$

STUDY TIPS

$\int a^x dx=\frac{a^x}{\ln a}+C$

Câu 32: Đáp án D.

$$\int_0^{\frac{\pi}{4}}\frac{\cos x}{\sin x+\cos x}dx=\int_0^{\frac{\pi}{4}}\frac{\frac{1}{2}(\sin x+\cos x)+\frac{1}{2}(\cos x-\sin x)}{\sin x+\cos x}dx$$

$$=\frac{1}{2}\int_0^{\frac{\pi}{4}}dx+\frac{1}{2}\int_0^{\frac{\pi}{4}}\frac{\cos x-\sin x}{\sin x+\cos x}dx=\frac{1}{2}x\Big|_0^{\frac{\pi}{4}}+\frac{1}{2}\int_0^{\frac{\pi}{4}}\frac{d(\sin x+\cos x)}{\sin x+\cos x}$$

$$=\frac{\pi}{8}+\frac{1}{2}\ln(\sin x+\cos x)\Big|_0^{\frac{\pi}{4}}=\frac{\pi}{8}+\frac{1}{2}\ln\sqrt{2}=\frac{\pi}{8}+\frac{1}{4}\ln 2$$

$\Rightarrow a^2+b+c=70.$

STUDY TIPS

Tính $\int_\alpha^\beta\frac{a\sin x+b\cos x}{a_1\sin x+b_1\cos x}dx$

Phân tích:

$a\sin x+b\cos x$
$=\alpha(a_1\sin x+b_1\cos x)$
$+\beta(a_1\sin x+b_1\cos x)'$

Câu 33: Đáp án C.

Ta có $x.e^x=0\Leftrightarrow x=0$

$\Rightarrow$ Diện tích hình (H) là $S=\int_0^1\left|x.e^x\right|dx=\int_0^1 x.e^x dx=1.$

STUDY TIPS

Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=f(x),x=a,x=b$ và trục Ox là: $S=\int_a^b\left|f(x)\right|dx$

Câu 34: Đáp án C.

Câu 35: Đáp án A.

$z_1+z_2=3-2i\Leftrightarrow\left|z_1+z_2\right|=\left|3-2i\right|=\sqrt{13}.$

Câu 36: Đáp án A.

Ta có $z=(1+i)^{2018}=\left[(1+i)^2\right]^{1009}=(2i)^{1009}=2^{1009}.i^{1009}=2^{1009}i$

$\Rightarrow|z|=\sqrt{0^2+\left(2^{1009}\right)^2}=2^{1009}.$

STUDY TIPS

$(1+x)^n=C_n^0+xC_n^1+x^2C_n^2+...+x^nC_n^n$

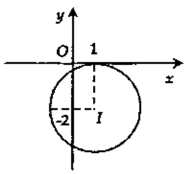
Câu 37: Đáp án B.

Đặt $z=x+yi$ $(x,y\in\mathbb{R})$

$\Rightarrow|z-1+2i|=2\Leftrightarrow|x+yi-1+2i|=2\Leftrightarrow(x-1)^2+(y+2)^2=4$

$\Rightarrow$ Tập hợp điểm biểu diễn số phức z là đường tròn tâm $I(1;-2)$ bán kính $R=2.$

$\Rightarrow|z|_{max}=OI+R=\sqrt{1^2+2^2}+2=2+\sqrt{5}.$



Câu 38: Đáp án D.

$\vec{a}=(0;3;-1)\Rightarrow|\vec{a}|=\sqrt{10}$

$\vec{b}=(1;2;2)\Rightarrow|\vec{b}|=3$. Vậy D sai.

STUDY TIPS

$\vec{a}=x\vec{i}+y\vec{j}+z\vec{k}\Rightarrow\vec{a}=(x;y;z)$

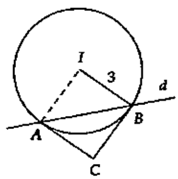
Câu 39: Đáp án D.

Đường thẳng Δ qua $A(1;2;-1)$ nhận $\overrightarrow{n_P}=(2;-5;1)$ làm vectơ pháp tuyến

$\Rightarrow\Delta:\begin{cases}x=1+2t\\y=2-5t\\z=-1+t\end{cases}$ trùng với đường thẳng $\begin{cases}x=3-2t\\y=-3+5t\\z=-t\end{cases}$.

Câu 40: Đáp án C.

Cắt mặt cầu và 2 tiếp diện bằng một mặt phẳng qua tâm và đường thẳng d. Thiết diện như hình vẽ bên.



$\Rightarrow ACIB$ là hình vuông (do $\widehat{IAC}=\widehat{IBC}=\widehat{ACB}=90°$ và $IA=IB=IC=R=3$)

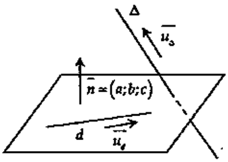
$\Rightarrow AB = 3\sqrt{2}.$

Câu 41: Đáp án B.

- Gọi vectơ pháp tuyến của (P) là $\vec{n} = (a;b;c) \neq \vec{0}$

- $d \subset (P) \Rightarrow \vec{n}.\vec{u_d} = 0 \Leftrightarrow a + b - c = 0 \Rightarrow c = a + b$ (1)

- Δ có vectơ chỉ phương $\vec{u_\Delta} = (1;1;2)$, góc giữa Δ và (P) là $30°$ nên



$$\sin 30° = \frac{\left|\vec{n}.\vec{u_\Delta}\right|}{\left|\vec{n}\right|.\left|\vec{u_\Delta}\right|} \Leftrightarrow \frac{1}{2} = \frac{|a+b+2c|}{\sqrt{a^2+b^2+c^2}.\sqrt{1^2+1^2+4}} \quad (2)$$

Thế (1) vào (2) $\Rightarrow \dfrac{3|a+b|}{\sqrt{6}.\sqrt{2a^2+2b^2+2ab}} = \dfrac{1}{2}$

$\Leftrightarrow 4.9\left(a^2+b^2+2ab\right) = 6\left(2a^2+2b^2+2ab\right)$

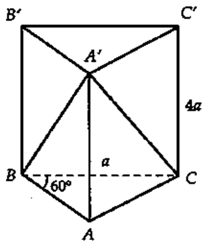
$\Leftrightarrow 24a^2+24b^2+60ab = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} a = -\frac{1}{2}b \\ a = -2 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} b = -2a \\ a = -2b \end{array}\right.$

- Với $b = -2a \Rightarrow c = a + b = -a$. Chọn $a = 1 \Rightarrow \vec{n} = (1;-2;-1)$

$\Rightarrow (P): x - 2y - z - 5 = 0$

- Với $a = -2b \Rightarrow c = -b$. Chọn $b = 1 \Rightarrow \vec{n} = (-2;1;-1)$

$\Rightarrow (P): 2x - y + z - 2 = 0$



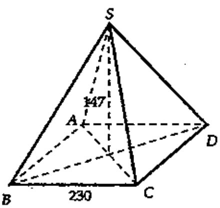
Câu 42: Đáp án A.

ΔABC cân có $\widehat{ABC} = 60° \Rightarrow \Delta ABC$ đều cạnh a

$\Rightarrow V_{ABC.A'B'C'} = S_{ABC}.CC' = \frac{1}{2}.a.a.\sin 60°.4a = a^3\sqrt{3}$

$V_{A'ABC} = \frac{1}{3}V_{ABC.A'B'C'} = \frac{a^3\sqrt{3}}{3}$

$\Rightarrow V_{A'CC'B'B} = V_{ABC.A'B'C'} - V_{A'.ABC} = a^3\sqrt{3} - \frac{a^3\sqrt{3}}{3} = \frac{2a^3\sqrt{3}}{3}.$



Câu 43: Đáp án A.

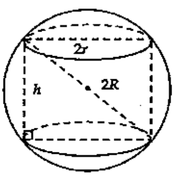
Ta có $V = \frac{1}{3}S_d.h = \frac{1}{3}.230^2.147 = 2592100\text{ m}^3.$

Câu 44: Đáp án C.

Mặt phẳng qua 1 cạnh và trung điểm cạnh đối diện là mặt phẳng đối xứng của hình tứ diện đều $\Rightarrow$ Có 6 mặt như vậy.

Câu 45: Đáp án B.

Gọi h là chiều cao của khối trụ, r là bán kính

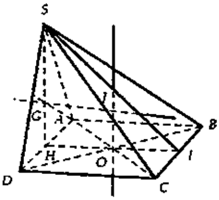


$\Rightarrow h^2 + h^2 = (2R)^2 \Rightarrow h^2 = 2R^2 \Rightarrow h = R\sqrt{2}$

$\Rightarrow r = \frac{1}{2}h = \frac{R\sqrt{2}}{2}$

$\Rightarrow V_{tru} = B.h = \pi r^2 h = \pi.\left(\frac{R\sqrt{2}}{2}\right)^2.R\sqrt{2} = \frac{\pi R^3\sqrt{2}}{2}.$

Câu 46: Đáp án A.



Trong mặt phẳng $(ABCD)$, gọi $O = AC \cap BD$, H là trung điểm AD.

Gọi I, J lần lượt là trung điểm của BC và G là trọng tâm ΔSAD.

Đường thẳng d qua O và vuông góc với $(ABCD)$ gọi là trục của đường tròn ngoại tiếp đáy $(ABCD)$.

Δ qua G và vuông góc với (SAD) là trục của đường tròn ngoại tiếp (SAD).

Trong mặt phẳng (SHI), gọi $J = \Delta \cap d$

$\Rightarrow J$ cách đều các đỉnh của hình chóp

$\Rightarrow J$ là tâm mặt cầu ngoại tiếp $S.ABCD$ có bán kính

$R = JD = \sqrt{OJ^2 + OD^2} = \sqrt{GH^2 + OD^2}$

Có $GH = \frac{1}{3}SH = \frac{1}{3}a\frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{a\sqrt{3}}{6}$;

$OD = \frac{1}{2}DB = \frac{a\sqrt{5}}{2}$

$\Rightarrow R = \sqrt{\frac{3a^2}{36} + \frac{5a^2}{4}} = \sqrt{\frac{4}{3}}a$

$\Rightarrow S_{mc} = 4\pi R^2 = \frac{16}{3}a^2.$

Câu 47: Đáp án C.

Đặt $y = f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$ liên tục trên $\mathbb{R}$ có

$$\begin{cases} \lim\limits_{x\to-\infty} y = -\infty & (1) \\ f(-1) = -1 + a^2 - b + c > 0 & (2) \\ f(2) = 8 + 4a^2 + 2a + c < 0 & (3) \\ \lim\limits_{x\to+\infty} y = +\infty & (4) \end{cases}$$

Từ (1) và (2) $\Rightarrow$ Phương trình $f(x) = 0$ có ít nhất một nghiệm trên $(-\infty;-1)$.

Từ (2) và (3) $\Rightarrow$ Phương trình $f(x) = 0$ có ít nhất một nghiệm trên $(-1;2)$.

Từ (3) và (4) $\Rightarrow$ Phương trình $f(x) = 0$ có ít nhất một nghiệm trên $(2;+\infty)$.

Do $f(x) = 0$ là phương trình bậc 3 $\Rightarrow$ Có nhiều nhất 3 nghiệm

$\Rightarrow$ Đường thẳng cắt trục Ox tại 3 điểm phân biệt.

STUDY TIPS

Hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $[a;b]$ và $f(a).f(b) < 0$ thì phương trình $f(x) = 0$ có ít nhất một nghiệm $x_0 \in (a;b)$.

Câu 48: Đáp án C.

Do $x = 0$ không thỏa mãn phương trình

$\Rightarrow$ Chia 2 vế phương trình cho x^3 ta được:

$$x^3 + \frac{1}{x^3} + 3\left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right) + 6\left(x + \frac{1}{x}\right) = m \quad (*)$$

Đặt $t = x + \frac{1}{x} \Rightarrow |t| \ge 2$, phương trình (*) $\Leftrightarrow m = t^3 + 3t^2 + t - 6$

Xét $f(t) = t^3 + 3t^2 + 3t - 6$ trên $(-\infty;-2] \cup [2;+\infty)$

$f'(t) = 0 \Leftrightarrow t = -1$

STUDY TIPS

$|t| = \left|x + \frac{1}{x}\right| = |x| + \left|\frac{1}{x}\right|$

Áp dụng BĐT Cô – si $\Rightarrow |t| \ge 2$

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$ -2		2 $+\infty$
$f'(t)$	+		+
$f(t)$	$-\infty \nearrow -8$		$20 \nearrow +\infty$

$\Rightarrow f(t) \in (-\infty;-8] \cup [20;+\infty)\ \forall t \in (-\infty;-2] \cup [2;+\infty)$

$\Rightarrow$ Phương trình $f(t) = m$ vô nghiệm $\Leftrightarrow m \in (-8;20)$

$\Rightarrow$ Có 27 giá trị m nguyên thỏa mãn.

STUDY TIPS

Xét $f(x) = ax^2 + bx + c$ $(a \neq 0)$

+ $f(x) \geq 0\ \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} \Delta \leq 0 \\ a > 0 \end{cases}$

+ $f(x) \leq 0\ \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} \Delta \leq 0 \\ a < 0 \end{cases}$

Câu 49: Đáp án B.

Do hệ số $a.b > 0 \Rightarrow$ Hàm số có 1 cực trị. Vậy B sai.

Câu 50: Đáp án D.

Ta có $y' = x^2 + 2mx + 4$

Hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$ $\Leftrightarrow y' \geq 0\ \forall x \in \mathbb{R}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta' \leq 0 \\ a > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m^2 - 4 \leq 0 \\ 1 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow -2 \leq m \leq 2$

ĐỀ THỬ SỨC SỐ 17

Câu 1: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho các điểm $A(1;-1)$, $A'(2;0)$ và $B(0;1)$, $B'(-2;1)$. Phép quay tâm $I(a;b)$ biến A thành A' và biến B thành B'. Tính $P=a.b$.

A. $P=4$. B. $P=1$. C. $P=-2$. D. $P=3$.

Câu 2: Cho hàm số $y=x^4+4x^2$ có đồ thị (C). Tìm số giao điểm của đồ thị (C) và trục hoành ?

A. 0. B. 3. C. 1. D. 2.

Câu 3: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Gọi I và I' lần lượt là tâm của $ABB'A'$ và $DCC'D'$. Mệnh đề nào sau đây là sai?

A. $\overrightarrow{II'}=\overrightarrow{AD}$. B. $II'//(ADD'A')$.

C. II' và BB' cùng nằm trong một mặt phẳng. D. II' và DC không có điểm chung.

Câu 4: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(0;0;0)$, $B(0;1;1)$, $C(1;0;1)$. Xét điểm D thuộc mặt phẳng Oxy sao cho tứ diện $ABCD$ là một tứ diện đều. Kí hiệu $D(x_0;y_0;z_0)$ là tọa độ của điểm D. Tổng x_0+y_0 bằng

A. 0. B. 1. C. 2. D. 3.

Câu 5: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông và $SA\perp(ABCD)$. Gọi M,N,P lần lượt là trung điểm AB,BC và SB. Mệnh đề nào sau đây là sai?

A. $(MNP)//(SAC)$. B. $BD\perp(MNP)$.

C. Góc giữa SC và BD là $60°$. D. $BC\perp MP$.

Câu 6: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Tính số đo góc giữa hai mặt phẳng $(BA'C)$ và $(DA'C)$. Tính số đo góc giữa hai mặt phẳng $(BA'C)$ và $(DA'C)$.

A. $60°$. B. $135°$. C. $150°$. D. $90°$.

Câu 7*: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác đều cạnh a. Hình chiếu vuông góc của S trên mặt phẳng (ABC) là điểm H thuộc cạnh AB sao cho $HA=3HB$. Góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng (ABC) bằng $60°$. Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng SA và BC theo a.

A. $\frac{a\sqrt{61}}{4}$. B. $\frac{4a\sqrt{17}}{3}$. C. $\frac{a\sqrt{35}}{\sqrt{51}}$. D. $\frac{4a\sqrt{351}}{3\sqrt{61}}$.

Câu 8: Nghiệm của phương trình $\cot(2x-40°)=-\frac{\sqrt{3}}{3}$ là

A. $-20°+k90°,(k\in\mathbb{Z})$. B. $80°+k180°,(k\in\mathbb{Z})$. C. $170°+k90°,(k\in\mathbb{Z})$. D. $75°+k90°,(k\in\mathbb{Z})$.

Câu 9: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, phương trình nào sau đây là phương trình chính tắc của đường thẳng đi qua hai điểm $A(1;2-3)$ và $B(3;-1;1)$?

A. $\frac{x+1}{2}=\frac{y+2}{-3}=\frac{z-3}{4}$. B. $\frac{x+3}{2}=\frac{y-1}{-3}=\frac{z+1}{4}$.

C. $\frac{x-1}{2}=\frac{y-2}{-3}=\frac{z+3}{4}$. D. $\frac{x+1}{-2}=\frac{y+2}{3}=\frac{z-3}{-4}$.

Câu 10: Tổng tất cả các nghiệm của phương trình: $\cos5x+\cos2x+2\sin3x.\sin2x=0$ trên đoạn $[0;3\pi]$ là

A. 6π. B. $\frac{16\pi}{3}$. C. $\frac{25\pi}{3}$. D. $\frac{11\pi}{3}$.

Câu 11: Có tất cả bao nhiêu số nguyên m để hàm số $y=\frac{(m+1)x-2}{x-m}$ đồng biến trên từng khoảng xác định của nó?

A. 1. B. 0. C. 2. D. 3.

Câu 12: Có bao nhiêu số tự nhiên có 4 chữ số khác nhau lấy từ tập $T=\{1,2,3,...,9\}$.

A. 126. B. 36. C. 3024. D. 5040.

Câu 13: Từ 20 câu hỏi trắc nghiệm gồm 8 câu dễ, 8 câu trung bình và 4 câu khó, người ta chọn ra 10 câu để làm đề kiểm tra sao cho phải có đủ 3 loại dễ, trung bình và khó. Hỏi có thể lập được bao nhiêu đề kiểm tra?

A. 184756. B. 8008. C. 43758. D. 176616.

Câu 14: Tính tổng các hệ số trong khai triển $(1-2x)^{2018}$.

A. –1. B. 1. C. –2018. D. 2018.

Câu 15*: Hai người hẹn gặp nhau tại thư viện từ 8 giờ đến 9 giờ. Người đến trước đợi quá 10 phút mà không gặp thì rời đi. Tìm xác suất để hai người đi ngẫu nhiên mà gặp nhau?

A. $\frac{7}{36}$. B. $\frac{11}{36}$. C. $\frac{10}{36}$. D. $\frac{13}{36}$.

Câu 16: Ba số x, y, z theo thứ tự lập thành cấp số nhân với công bội $q\neq 1$, đồng thời các số x, $2y$, $3z$ theo thứ tự lập thành một cấp số cộng với công sai $d\neq 0$. Tìm q?

A. $q=\frac{3}{4}$. B. $q=\frac{1}{4}$. C. $q=\frac{1}{3}$. D. $q=\frac{1}{2}$.

Câu 17: Cho m, n là các số thực khác 0. Nếu giới hạn $\lim\limits_{x\to 1}\frac{x^2+mx+n}{x-1}=3$ thì $m.n$ bằng:

A. –2. B. –1. C. 3. D. –3.

Câu 18: Hàm số $y=x^3-3x^2-9x+1$ đồng biến trên mỗi khoảng

A. $(-1;3)$ và $(3;+\infty)$. B. $(-\infty;-1)$ và $(1;3)$. C. $(-\infty;3)$ và $(3;+\infty)$. D. $(-\infty;-1)$ và $(3;+\infty)$.

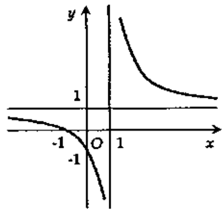
Câu 19*: Cho hàm số $y=f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$, thỏa mãn $f(x)>0,\ \forall x\in\mathbb{R}$ và $f'(x)+2f(x)=0$. Tính $f(-1)$, biết rằng $f(1)=1$.

A. e^{-2}. B. e^{3}. C. e^{4}. D. e.

Câu 20: Đồ thị hình dưới đây là của hàm số nào?

A. $y=\frac{x-1}{x+1}$. B. $y=\frac{x+1}{x-1}$.

C. $y=\frac{2x+1}{2x-2}$. D. $y=\frac{-x}{1-x}$.



Câu 21: Cho hàm số $y=f(x)$ xác định và liên tục trên $\mathbb{R}$. Ta có bảng biến thiên sau:

x	$-\infty$		-2		4		5		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	$\Vert$	$-$	0	$-$	
$f(x)$	$+\infty$	↘	-3	↗	2	↘	0	↘	$-\infty$

Mệnh đề nào sau đây là đúng?

A. Hàm số $y=f(x)$ có 1 cực đại và 2 cực tiểu.
B. Hàm số $y=f(x)$ có 1 cực đại và 1 cực tiểu.
C. Hàm số $y=f(x)$ có đúng 1 cực trị.
D. Hàm số $y=f(x)$ có 2 cực đại và 1 cực tiểu.

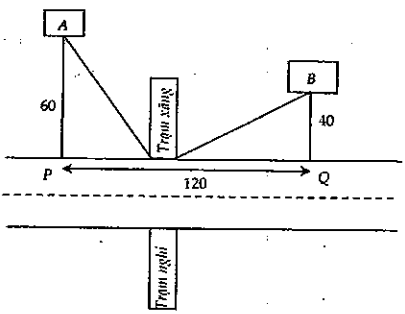
Câu 22: Biết rằng các đường tiệm cận của đường cong (C): $y=\dfrac{5x-1-\sqrt{x^2-1}}{x-4}$ và trục tung cắt nhau tạo thành một đa giác (H). Mệnh đề nào dưới đây là đúng?

A. (H) là một hình vuông có chu vi là 8 (đơn vị).
B. (H) là một hình chữ nhật có diện tích là 8 (đơn vị diện tích).
C. (H) là một hình chữ nhật có chu vi là 16 (đơn vị).
D. (H) là một hình vuông có diện tích là 16 (đơn vị diện tích).

Câu 23: Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=2x^3+3x^2-12x+2$ trên đoạn $[-1;2]$. Tính tổng bình phương của M và m.

A. 100. B. 225. C. 250. D. 200.

Câu 24: Đường cao tốc mới làm nối hai thành phố A và B, hai thành phố này muốn xây một trạm xăng và trạm dừng nghỉ như hình vẽ. Hỏi phải đặt trạm xăng và trạm dừng nghỉ ở vị trí nào để khoảng cách từ hai trung tâm thành phố đến trạm là ngắn nhất, biết rằng khoảng cách từ trung tâm thành phố A, B đến đường cao tốc lần lượt là là 60 *km* và 40 *km* và khoảng cách giữa hai trung tâm thành phố là 120 *km* (được tính theo khoảng cách của hình chiếu vuông góc của hai trung tâm thành phố lên đường cao tốc, tức là PQ kí hiệu như hình vẽ). Tìm vị trí của trạm xăng và trạm nghỉ?



A. 72 *km* kể từ P. B. 42 *km* kể từ Q. C. 48 *km* kể từ P. D. tại P.

Câu 25: Cho hàm số $y=\dfrac{2x-3}{x-2}$ (C). Gọi M là điểm bất kì trên (C), d là tổng khoảng cách từ M đến hai tiệm cận của đồ thị (C). Giá trị nhỏ nhất của d là

A. 2. B. 4. C. 6. D. 8.

Câu 26: Cho hàm số $y=\dfrac{1}{3}x^3-mx^2-x+m+\dfrac{2}{3}$ có đồ thị (C_m). Tất cả các giá trị của tham số m để (C_m) cắt Ox tại 3 điểm phân biệt có hoành độ x_1, x_2, x_3 thỏa mãn $x_1^2+x_2^2+x_3^2>15$ là

A. $m>1$ hoặc $m<-2$. B. $m<-1$. C. $m>0$. D. $m>1$.

Câu 27: Cho $\log_2 x=\dfrac{1}{2}$. Khi đó giá trị của biểu thức $P=\dfrac{\log_2(4x)+\log_2\dfrac{x}{2}}{x^2-\log_{\sqrt{2}}x}$ bằng:

A. $\dfrac{4}{7}$. B. 1. C. $\dfrac{8}{7}$. D. 2.

Câu 28: Cho hàm số $y=\ln\dfrac{1}{x+1}$. Đẳng thức nào sau đây đúng?

A. $xy'+1=e^y$. B. $xy'-1=-e^y$. C. $xy'+1=-e^y$. D. $xy'-1=e^y$.

Câu 29: Cho phương trình $3^{x^2-4x+5}=9$. Tổng lập phương các nghiệm thực của phương trình là

A. 28. B. 27. C. 26. D. 25.

Câu 30: Tập nghiệm của bất phương trình $\dfrac{2.3^x-2^{x+2}}{3^x-2^x}\le 1$ là

A. $x\in\left(0;\log_{\frac{3}{2}}3\right]$. B. $x\in(1;3)$. C. $x\in(1;3]$. D. $x\in\left[0;\log_{\frac{3}{2}}3\right]$.

Câu 31: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để bất phương trình $\log_2(5^x-1).\log_2(2.5^x-2)\ge m$ có nghiệm $x\ge 1$.

A. $m\ge 6$. B. $m>6$. C. $m\le 6$. D. $m<6$.

Câu 32: Một tỉnh A đưa ra nghị quyết về giảm biên chế cán bộ công chức trong 6 năm từ 2017 đến 2023 là 10,6% với số lượng hiện có năm 2017 theo phương thức "ra 2 vào 1" (tức là khi giảm đối tượng hưởng lương từ ngân sách Nhà nước 2 người thì được tuyển mới 1 người). Giả sử tỉ lệ giảm và tuyển mới hàng năm so với năm trước đó là như nhau. Tính tỉ lệ tuyển dụng mới hàng năm (làm tròn đến 0,01%) là

A. 1,13%. B. 1,72%. C. 2,02%. D. 1,85%.

Câu 33: Tìm họ nguyên hàm của hàm số $f(x)=2x+1$.

A. $\int f(x)\mathrm{d}x=(2x+1)^2+C$. B. $\int f(x)\mathrm{d}x=x^2+2x+C$.

C. $\int f(x)\mathrm{d}x=\frac{1}{4}(2x+1)^2+C$. D. $\int f(x)\mathrm{d}x=\frac{1}{2}(2x+1)^2+C$.

Câu 34: Tính đạo hàm của hàm số $F(x)=\int\limits_0^{x^2}\cos\sqrt{t}\,\mathrm{d}t$.

A. $F'(x)=x^2.\cos x$. B. $F'(x)=2x.\cos x$. C. $F'(x)=\cos x$. D. $F'(x)=\cos x-1$.

Câu 35: Cho hàm số $f(x)$ liên tục và $a>0$. Giả sử với mọi $x\in[0;a]$ ta có $f(x)>0$ và $f(x).f(a-x)=1$. Tính $I=\int\limits_0^a\frac{\mathrm{d}x}{1+f(x)}$.

A. $I=\frac{a}{2}$. B. $I=2a$. C. $I=\frac{a}{3}$. D. $I=a\ln(a+1)$.

Câu 36: Cho tam giác đều ABC có diện tích là $\sqrt{3}$ quay xung quanh cạnh AC của nó. Tính thể tích V của khối tròn xoay được tạo thành.

A. $V=2\pi$. B. $V=\pi$. C. $V=\frac{7}{4}\pi$. D. $V=\frac{7}{8}\pi$.

Câu 37: Một vật chuyển động nhanh dần đều với vận tốc $v_1(t)=5t$ (m/s) đi được 10 (s) thì vật đó lại chuyển động chậm dần đều với gia tốc $a=-50$ (m/s^2). Tính quãng đường S(m) đi được của vật đó từ lúc bắt đầu chuyển động cho đến khi dừng hẳn.

A. $S=285$ (m). B. $S=275$ (m). C. $S=250$ (m). D. $S=225$ (m).

Câu 38: Cho số phức z thỏa mãn $(2+i)z=7-3i$. Tính tổng phần thực và phần ảo của số phức $\bar{z}$.

A. $\frac{11}{5}$. B. $\frac{13}{5}$. C. $\frac{24}{5}$. D. $-\frac{12}{5}$.

Câu 39: Cho phương trình $4x^4-x^2-3=0$ trên tập số phức. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

A. Phương trình có 2 nghiệm phức.

B. Phương trình có 3 nghiệm phức.

C. Phương trình có 4 nghiệm phức.

D. Phương trình không có nghiệm phức.

Câu 40: Trong mặt phẳng phức, tập hợp các điểm $M(x;y)$ biểu diễn số phức $z=x+yi,\ x,y\in\mathbb{R}$ thỏa mãn $|z|=|\overline{z}-1+2i|$ là

A. Đường thẳng có phương trình $2x+4y+5=0$.

B. Đường thẳng có phương trình $2x+4y-5=0$.

C. Đường tròn có phương trình $(x-1)^2+(y-2)^2=1$.

D. Đường thẳng có phương trình $2x-4y+5=0$.

Câu 41: Với hai số phức $z_1,\ z_2$ thỏa mãn $z_1+z_2=8+6i$ và $|z_1-z_2|=2$. Tìm giá trị lớn nhất của $P=|z_1|+|z_2|$.

A. $P=5+3\sqrt{5}$. B. $P=2\sqrt{26}$. C. $P=4\sqrt{6}$. D. $P=34+3\sqrt{2}$.

Câu 42: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a, cạnh bên SA vuông góc với mặt đáy $(ABCD)$, $SC=a\sqrt{5}$. Tính thể tích khối chóp.

A. $V=\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$. B. $V=\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$. C. $V=a^3\sqrt{3}$. D. $V=\frac{a^3\sqrt{3}}{9}$.

Câu 43: Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh là 1. Hình chiếu vuông góc của điểm A' lên mặt phẳng (ABC) trùng với trọng tâm của tam giác ABC. Biết khoảng cách giữa hai đường thẳng AA' và BC bằng $\frac{\sqrt{3}}{4}$, tính thể tích V của khối lăng trụ.

A. $V=\frac{\sqrt{3}}{36}$. B. $V=\frac{\sqrt{3}}{3}$. C. $V=\frac{\sqrt{3}}{6}$. D. $V=\frac{\sqrt{3}}{12}$.

Câu 44: Cho một chiếc cốc thủy tinh có hình lăng trụ lục giác đều có chiều cao và độ dài cạnh đáy lần lượt là 20 cm và 5 cm. Người ta đặt cái cốc vào trong một hộp có dạng hình hộp chữ nhật sao cho cái cốc vừa khít trong hộp. Tính thể tích chiếc hộp đó.

A. $500\sqrt{3}$ cm^3. B. $1000\sqrt{3}$ cm^3. C. $750\sqrt{3}$ cm^3. D. $100\sqrt{3}$ cm^3.

Câu 45: Cắt khối nón bởi mặt phẳng qua trục tạo thành tam giác ABC đều cạnh a. Biết B,C thuộc đường tròn đáy. Thể tích của khối nón là

A. $\frac{3a^3\pi\sqrt{3}}{4}$. B. $\frac{a^3\pi\sqrt{3}}{12}$. C. $\frac{a^3\pi\sqrt{3}}{24}$. D. $\frac{a^3 2\sqrt{3}}{9}$.

Câu 46: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều có cạnh là a. Mặt bên SAB là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Tính thể tích của khối cầu ngoại tiếp hình chóp.

A. $\frac{\sqrt{15}\pi a^3}{9}$. B. $\frac{5\sqrt{15}\pi a^3}{54}$. C. $\frac{5\sqrt{15}\pi a^3}{18}$. D. $\frac{4\sqrt{3}\pi a^3}{27}$.

Câu 47: Một phễu đựng kem hình nón bằng bạc có thể tích 12π (cm^3) và chiều cao là 4 cm. Muốn tăng thể tích kem trong phễu hình nón lên 4 lần nhưng chiều cao không thay đổi thì diện tích miếng giấy bạc cần thêm là

A. $(12\sqrt{13}-15)\pi$ (cm^2). B. $12\pi\sqrt{13}$ (cm^2). C. $\frac{12\sqrt{13}}{15}$ (cm^2). D. $(12\sqrt{13}+15)\pi$ (cm^2).

Câu 48: Trong không với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(2;-1;1)$. Gọi M,N,P lần lượt là hình chiếu vuông góc của A lên các trục Ox,Oy,Oz. Mặt phẳng đi qua A và song song với (MNP) có phương trình:

A. $-x+2y-2z-2=0$. B. $x-2y+2z-6=0$.

C. $x-2y-z=0$. D. $x+2y+2z-4=0$.

Câu 49: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, viết phương trình đường thẳng (Δ) đi qua $A(2;1;-1)$ và cắt cả hai đường thẳng $d_1:\begin{cases}x=-t\\y=t\\z=2t\end{cases}$ và $d_2:\dfrac{x-1}{3}=\dfrac{y+2}{4}=\dfrac{z+3}{5}$.

A. $\begin{cases}x=2-t\\y=1-3t\\z=-1-2t\end{cases}$.

B. $\begin{cases}x=1+t\\y=2-t\\z=1-2t\end{cases}$.

C. $\begin{cases}x=2-3t\\y=1-t\\z=-1-2t\end{cases}$.

D. $\begin{cases}x=2-t\\y=1-2t\\z=-1-3t\end{cases}$.

Câu 50: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $A(2;11;-5)$ và mặt phẳng $(P):2mx+(m^2+1)y+(m^2-1)z-10=0$. Biết rằng khi m thay đổi, tồn tại hai mặt cầu cố định tiếp xúc với (P) và cùng đi qua A. Tìm tổng bán kính của hai mặt cầu đó.

A. $2\sqrt{2}$.

B. $5\sqrt{2}$.

C. $7\sqrt{2}$.

D. $12\sqrt{2}$.

ĐÁP ÁN

1.C	2.C	3.C	4.A	5.D	6.C	7.C	8.C	9.D	10.B
11.B	12.C	13.A	14.D	15.C	16.C	17.B	18.B	19.B	20.C
21.A	22.A	23.A	24.D	25.A	26.A	27.A	28.C	29.D	30.C
31.B	32.A	33.C	34.A	35.B	36.C	37.C	38.B	39.B	40.A
41.D	42.B	43.C	44.B	45.A	46.C	47.B	48.A	49.C	50.D

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

Câu 1: Đáp án C.

Giả sử phép quay $Q_{(I,\alpha)}$, khi đó:

$Q_{(I,\alpha)}(A)=A' \Rightarrow IA=IA'$ (1)

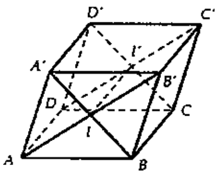
$Q_{(I,\alpha)}(B)=B' \Rightarrow IB=IB'$ (2)

Từ (1) và (2) $\Rightarrow \begin{cases}\sqrt{(1-a)^2+(-1-b)^2}=\sqrt{(2-a)^2+b^2}\\ \sqrt{a^2+(1-b)^2}=\sqrt{(-2-a)^2+(1-b)^2}\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}a=-1\\ a+b=1\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}a=-1\\ b=2\end{cases}$

STUDY TIPS

$Q_{(I,\alpha)}(M)=M'$

$\Leftrightarrow \begin{cases}IM=IM'\\ (IM,IM')=\alpha\end{cases}$



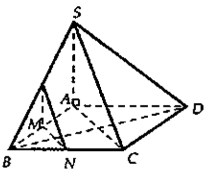
Câu 2: Đáp án C.

+ $ADC'B'$ là hình bình hành.

+ $II'//AD \Rightarrow II'//(ADD'A')$ và $\overrightarrow{II'}=\overrightarrow{AD}$ nên đáp án A, B là đúng.

+ $II'//(ABCD)$ nên II' và DC không có điểm chung nên đáp án D đúng.

+ $(ABB'A')//(BCC'B')=BB'$ và $(ADC'B')\cap(BCD'A')=II'$ tức là II' và BB' không cùng thuộc một mặt phẳng nên đáp án C sai.



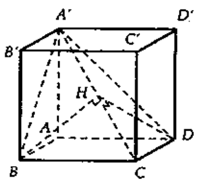
Câu 3: Đáp án C.

Ta có $MN//AC$ và $NP//SC \Rightarrow (MNP)//(SAC)$ nên đáp án A đúng.

Do $BD\perp SA$ và $BD\perp AC \Rightarrow BD\perp(SAC)$ nên đáp án B đúng.

Do $BC\perp AB$ và $BC\perp SA \Rightarrow BC\perp(SAB) \Rightarrow BC\perp MP$ nên đáp án D đúng.

Vậy đáp án C sai.



Câu 4: Đáp án A.

Vẽ $DH\perp A'C$.

Ta có: $\Delta A'DC=\Delta A'BC\ (c.g.c) \Rightarrow BH=HD$

$\Rightarrow \Delta BHC=\Delta DHC\ (c.c.c) \Rightarrow \widehat{BHC}=90°$

Vậy góc giữa hai mặt phẳng $(BA'C)$ và $(DA'C)$ là góc $\widehat{BHD}$

Trong $\Delta A'DC$ vuông tại D

$\Rightarrow DH=\dfrac{DA'.DC}{A'C}=\dfrac{a\sqrt{2}}{\sqrt{3}}=\dfrac{a\sqrt{6}}{3}$

Trong ΔHBD có $\cos\widehat{BHD}=\dfrac{BH^2+HD^2-BD^2}{2BH.HD}=-\dfrac{1}{2}$

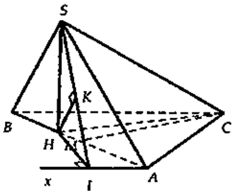
Suy ra góc giữa hai mặt phẳng $(BA'C)$ và $(DA'C)$ là góc $60°$

STUDY TIPS

Góc giữa hai mặt phẳng là góc giữa hai đường thẳng thuộc hai mặt phẳng cùng vuông góc với giao tuyến tại một điểm.

Câu 5: Đáp án D.

Kẻ $Ax//BC$, $HI\perp Ax$, $HK\perp SI$. Gọi M là trung điểm của AB



$$\Rightarrow d(BC,SA)=d(BC,(SAx))=d(B,(SAx))=\frac{4}{3}d(H,(SAx))$$

Ta có $AI\perp(SHI)\Rightarrow AI\perp HK\Rightarrow HK\perp(SAI)\Rightarrow d(H,(SAx))=HK$

Góc giữa SC và (ABC) là góc $\widehat{SCH}=60^\circ$

Ta có $HC=\sqrt{CM^2+MH^2}=\sqrt{\left(\frac{a\sqrt{3}}{2}\right)^2+\left(\frac{a}{4}\right)^2}=\frac{a\sqrt{13}}{4}$

$$\Rightarrow SH=HC.\tan 60^\circ=\frac{a\sqrt{39}}{4}$$

$$HI=AH.\sin 60^\circ=\frac{3}{4}a.\frac{\sqrt{3}}{2}=\frac{a.3\sqrt{3}}{8}$$

Ta có $HK^2=\frac{HI^2.SH^2}{HI^2+SH^2}=\frac{351a^2}{61}\Rightarrow HK=\frac{a\sqrt{351}}{\sqrt{61}}$

$$\Rightarrow d(BC,SA)=\frac{4}{3}d(H,(SAx))=\frac{4a\sqrt{351}}{3\sqrt{61}}$$

STUDY TIPS

$\cot x=\cot\beta^\circ$
$\Leftrightarrow x=\beta^\circ+k180^\circ, k\in\mathbb{Z}$

Câu 6: Đáp án C.

$$\cot(2x-40^\circ)=-\frac{\sqrt{3}}{3}\Leftrightarrow\cot(2x-40^\circ)=\cot 120^\circ$$

$$\Leftrightarrow 2x-40^\circ=120^\circ+k180^\circ$$

$$\Leftrightarrow x=80^\circ+k90^\circ\Leftrightarrow x=80^\circ+90^\circ+l90^\circ\Leftrightarrow x=170^\circ+l90^\circ\ (k,l\in\mathbb{Z})$$

Câu 7: Đáp án C.

Phương trình $\Leftrightarrow\cos 5x+\cos 2x-\cos 5x+\cos x=0$

$$2\cos^2 x+\cos x-1=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\cos x=-1\\ \cos x=\frac{1}{2}\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=\pi+k2\pi\\ x=\pm\frac{\pi}{3}+k2\pi\end{array}\right.$$

Vì $x\in[0;3\pi]\Rightarrow x\in\left\{\frac{\pi}{3};\pi;\frac{5\pi}{3};\frac{7\pi}{3};3\pi\right\}$

Vậy tổng các nghiệm là $\frac{25\pi}{3}$.

Câu 8: Đáp án C.

Gọi số cần lập là $\overline{abcd}; a,b,c,d\in\{1,2,3,...,9\}$ nên có $A_9^4=6.7.8.9=3024$ số.

Câu 9: Đáp án D.

- Loại 1: Chọn 10 câu tùy ý có C_{20}^{10} cách.
- Loại 2: Chọn 10 câu có không quá 2 trong 3 loại dễ, trung bình, khó.
  + Chọn 10 câu dễ và trung bình trong 16 câu có C_{16}^{10} cách.
  + Chọn 10 câu dễ và khó trong 12 câu có C_{12}^{10} cách.
  + Chọn 10 câu trung bình và khó trong 12 câu có C_{12}^{10} cách.

Vậy số cách chọn đề kiểm tra theo yêu cầu đề bài là:

$$C_{20}^{10}-\left(C_{16}^{10}+C_{12}^{10}+C_{12}^{10}\right)=176616$$

Câu 10: Đáp án B.

Xét khai triển

$$(1-2x)^{2018}=C_{2018}^0+(-2x).C_{2018}^1+(-2x)^2.C_{2018}^2+(-2x)^3.C_{2018}^3+...+(-2x)^{2018}.C_{2018}^{2018}$$

Tổng các hệ số trong khai triển là

$$S=C_{2018}^0+(-2).C_{2018}^1+(-2)^2.C_{2018}^2+(-2)^3.C_{2018}^3+...+(-2)^{2018}.C_{2018}^{2018}$$

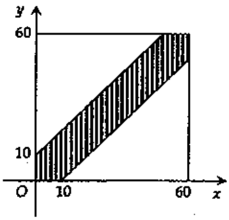
Cho $x=1$ ta có

$$(1-2.1)^{2018}=C_{2018}^0-2.1.C_{2018}^1+(-2.1)^2.C_{2018}^2+(-2.1)^3.C_{2018}^3+...+(-2.1)^{2018}.C_{2018}^{2018}$$
$$\Leftrightarrow(-1)^{2018}=S\Leftrightarrow S=1$$

Câu 11: Đáp án B.

Gọi x (phút) là thời gian mà bạn A đến chờ ở thư viện.

Gọi y (phút) là thời gian mà bạn B đến chờ ở thư viện.



Điều kiện: $0\le x\le 60,\ 0\le y\le 60$

$n(\Omega)=60^2=3600$ (là diện tích hình vuông cạnh 60)

Điều kiện gặp nhau là $|x-y|\le 10\ \Leftrightarrow -x+10\le y\le x+10$ (*)

Do điểm $M(x;y)$ thỏa điều kiện (*) thuộc lục giác gạch sọc giới hạn bởi 2 đường thẳng $y=x+10,\ y=-x+10$ và hình vuông của không gian mẫu.

Lục giác có diện tích $S'=S-50^2=60^2-50^2=1100$

Vậy xác suất để 2 người gặp nhau là: $P=\dfrac{S'}{S}=\dfrac{1100}{3600}=\dfrac{11}{36}$

Câu 12: Đáp án C.

Ta có: $x+3z=2.2y\Leftrightarrow x+3xq^2=4xq\Leftrightarrow 3q^2+4q-1=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}q=1\ (loai)\\ q=\dfrac{1}{3}\end{array}\right.$

Câu 13: Đáp án A.

STUDY TIPS

$\lim\limits_{x\to x_0}\dfrac{f(x)}{g(x)}$ dạng $\dfrac{0}{0}$ thì $f(x_0)=g(x_0)=0$

Xét $f(x)=x^2+mx+n$. Theo bài ra $f(1)=0\Leftrightarrow m+n+1=0\Leftrightarrow n=-1-m$

$$\Rightarrow f(x)=(x-1)(x+1+m)=0\ \Rightarrow\lim_{x\to1}\frac{f(x)}{x-1}=\lim_{x\to1}(x+1+m)=m+2$$

$$\Rightarrow\lim_{x\to1}\frac{x^2+mx+n}{x-1}=3\Leftrightarrow m+2=3\Leftrightarrow m=1\Rightarrow n=-2$$

Vậy $m.n=-2$.

Câu 14: Đáp án D.

Ta có $y'=3x^2-6x-9$ nên $y'=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=-1\\ x=3\end{array}\right.$.

Từ bảng xét dấu của y'

Ta suy ra hàm số đồng biến trên mỗi khoảng $(-\infty;-1)$ và $(3;+\infty)$.

Câu 15: Đáp án C.

\+ Xét phương trình $y=0\ \Rightarrow x^4+4x^2=0\ \Leftrightarrow x^2(x^2+4)=0\Leftrightarrow x=0$

\+ Vậy đồ thị (C) giao với trục hoành tại một điểm duy nhất.

Câu 16: Đáp án C.

TXĐ: $D=\mathbb{R}\setminus\{m\}$

Hàm số $y=\dfrac{(m+1)x-2}{x-m}$ đồng biến khi $(m+1).(-m)+2>0\Leftrightarrow -m^2-m+2>0$

$\Leftrightarrow -2 < m < 1 \Rightarrow m \in \{-1;0\}$

Câu 17: Đáp án B.

Ta có: $y' = \dfrac{-2}{(x-1)^2}$, hàm số nghịch biến trên từng khoảng của tập xác định.

Từ đồ thị ta có tiệm cận đứng $x=1$ và tiệm cận ngang $y=1$

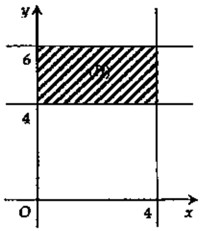
Đồ thị cắt Ox tại $(-1;0)$ và cắt Oy tại $(0;-1)$ nên chọn B.

STUDY TIPS
Hàm số có đạo hàm đổi dấu khi qua điểm x_0 thì hàm số có cực trị tại điểm x_0.

Câu 18: Đáp án B.

Từ bảng biến thiên hàm số có đạo hàm đổi dấu qua 2 điểm nên chọn B.

Câu 19: Đáp án B.



- Từ đề bài ra ta tìm được các đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số: $y=4$ và $y=6$.
- Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $x=4$
- Đa giác (H) là hình chữ nhật có diện tích là 8 (đơn vị diện tích).

Câu 20: Đáp án C.

Hàm số xác định và liên tục trên đoạn $[-1;2]$

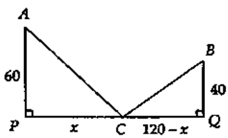
$y' = 6x^2 + 6x - 12$; $y' = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1 \\ x=-2 \text{ (loại)} \end{array}\right.$

$y(+1) = -5,\ y(-1) = 15,\ y(2) = 6$

$\Rightarrow M = 15,\ m = -5$

Vậy $M^2 + m^2 = 250$.

Câu 21: Đáp án A.



Gọi $x = PC,\ 0 < x < 120$

$AC = \sqrt{60^2 + x^2},\ BC = \sqrt{x^2 - 240x + 16000}$

$\Rightarrow f(x) = AC + BC = \sqrt{x^2 + 3600} + \sqrt{x^2 - 240x + 16000}$ với $x \in (0;120)$

$f'(x) = \dfrac{x}{\sqrt{x^2+3600}} + \dfrac{x-120}{\sqrt{x^2 - 240x + 16000}}$

$f'(x) = 0 \Rightarrow x = 72$

Hướng dẫn sử dụng MTCT Casio 570VNPlus

+ Nhập biểu thức $f(x)$

+ Ấn $\boxed{SHIFT}$ $\boxed{SLOVE}$ và chọn một số trong khoảng $(0;120)$ ta được nghiệm $x = 72$

+ Sử dụng chức năng $\boxed{TABLE}$ ta nhận thấy phương trình có duy nhất 1 nghiệm.

Do đó ta có bảng biến thiên:

x	0		72		120
$f'(x)$		−	0	+	
$f(x)$	$+\infty$	↘	Min	↗	$+\infty$

Vậy $CP = 72\ km$.

Câu 22: Đáp án A.

Tọa độ $M\left(x_0;\dfrac{2x_0-3}{x_0-2}\right)$ với $x_0\neq 2$ thuộc (C)

Phương trình tiệm cận đứng: $x-2=0\ (d_1)$

Phương trình tiệm cận ngang: $y-2=0\ (d_2)$

Ta có $d=d(M,d_1)+d(M,d_2)=|x_0-2|+\dfrac{1}{|x_0-2|}\geq 2$

STUDY TIPS
Với $a>0$ ta có hệ quả của bất đẳng thức Cauchy:
$a+\dfrac{1}{a}\geq 2$

Câu 23: Đáp án A.

Phương pháp tự luận:

Phương trình hoành độ giao điểm của (C_m) và trục Ox là:

$$\frac{1}{3}x^3-mx^2-x+m+\frac{2}{3}=0$$
$$\Leftrightarrow (x-1)\left[x^2+(-3m+1)x-3m-2\right]=0$$
$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=1\\ g(x)=x^2+(-3m+1)x-3m-2=0\ (1)\end{array}\right.$$

Theo bài ra $\Rightarrow$ Phương trình (1) có 2 nghiệm phân biệt khác 1

$$\Leftrightarrow \begin{cases}\Delta g>0\\ g(1)\neq 0\end{cases}\Leftrightarrow \begin{cases}9m^2+6m+9>0\\ -6m\neq 0\end{cases}\Leftrightarrow m\neq 0$$

Gọi $x_1=1,\ x_2,x_3$ là nghiệm phương trình (1): $\begin{cases}x_1+x_2=3m-1\\ x_1.x_2=-3m-2\end{cases}$

$$x_1^2+x_2^2+x_3^2>15\Leftrightarrow 1+(x_2+x_3)^2-2x_2x_3>15\ \Leftrightarrow 9m^2-9>0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}m<-1\\ m>1\end{array}\right.$$

STUDY TIPS
Định lí Vi-et:
$ax^2+bx+c=0$ có 2 nghiệm
$x_1,x_2:\begin{cases}x_1+x_2=-\dfrac{b}{a}\\ x_1.x_2=\dfrac{c}{a}\end{cases}$

Phương pháp trắc nghiệm:

Ta thử lại các đáp án:

+ Với $m=-2\Rightarrow$ Phương trình: $\frac{1}{3}x^3+2x^2-x-\frac{4}{3}=0$ được 3 nghiệm $x_1=-6,37...$, $x_2=1,\ x_3=-0,62$

Ta kiểm tra $x_1^2+x_2^2+x_3^2=42,3569...>15$ nên loại C, D.

+ Với $m=2,$ ta làm tương tự và loại được đáp án B.

Câu 24: Đáp án D.

Phương pháp tự luận: $\log_2 x=\dfrac{1}{2}\Leftrightarrow x=\sqrt{2}$

$$P=\frac{2+\log_2 x+\log_2 x-1}{x^2-2\log_2 x}=\frac{1+2\log_2 x}{x^2-2\log_2 x}=2$$

Phương pháp trắc nghiệm: Thay $x=\sqrt{2}$ và biểu thức $P=2.$

Câu 25: Đáp án A.

$$y=-\ln(x+1)\Rightarrow y'=-\frac{1}{x+1}$$

Ta có: $xy'+1=x\left(-\dfrac{1}{x+1}\right)+1=\dfrac{1}{x+1}$

$$e^y=e^{\ln\frac{1}{x+1}}=\frac{1}{x+1}$$

STUDY TIPS
+) $(\ln x)'=\dfrac{1}{x}$
+) $(\ln u)=\dfrac{u'}{u}$

Câu 26: Đáp án A.

Phương trình $\Leftrightarrow 3^{x^2-4x+5}=3^2 \Leftrightarrow x^2-4x+3=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1 \\ x=3 \end{array}\right. \Rightarrow 1^3+3^3=28.$

Câu 27: Đáp án A.

Phương trình $\Leftrightarrow \dfrac{2.\left(\frac{3}{2}\right)^x-4}{\left(\frac{3}{2}\right)^x-1}-1\le 0 \Leftrightarrow \dfrac{\left(\frac{3}{2}\right)^x-3}{\left(\frac{3}{2}\right)^x-1}\le 0$

$$\Leftrightarrow 1<\left(\frac{3}{2}\right)^x\le 3 \Leftrightarrow 0<x\le \log_{\frac{3}{2}}3$$

Câu 28: Đáp án C.

Bất phương trình $\Leftrightarrow \log_2\left(5^x-1\right)\left[1+\log_2\left(5^x-1\right)\right]\ge m$

Đặt $t=\log_2\left(5^x-1\right)$, do $x\ge 1 \Rightarrow t\in\left[2;+\infty\right)$

Bất phương trình $\Leftrightarrow t^2+t\ge m \Leftrightarrow f(t)\ge m$

Với $f(t)=t^2+t, f'(t)=2t+1>0$ với $t\in\left[2;+\infty\right)$ nên hàm số $f(t)$ đồng biến nên $\min(t)=f(2)=6$

Do đó theo bài ra để bất phương trình có nghiệm $x\ge 1$ thì $m\le \min f(t) \Leftrightarrow m\le 6$

Câu 29: Đáp án D.

STUDY TIPS
Tổng của n số hạng của cấp số nhân: $S_n=\dfrac{u_1\left(1-q^n\right)}{1-q}$

Gọi x là số cán bộ công chức tỉnh A năm 2017.

Gọi r là tỉ lệ giảm hàng năm.

Số người mất việc năm thứ nhất là $x.r$

Số người còn lại sau năm thứ nhất là $x-x.r=x(1-r)$

Tương tự số người mất việc sau năm thứ hai là $x.(1-r).r$

Số người còn lại sau năm thứ hai là $x(1-r)^2$

...

$\Rightarrow$ Số người mất việc sau năm thứ 6 là $x(1-r)^5.r$

Tổng số người mất việc là:

$x.r+x(1-r).r+x(1-r)^2.r+...+x(1-r)^5.r=10,6\%.x$

$\Leftrightarrow \dfrac{r\left[1-(1-r)^6\right]}{1-(1-r)}=0,106 \Rightarrow r\approx 0,0185$

Vậy tỉ lệ tuyển dụng mới hàng năm là 1,85%.

STUDY TIPS
$\int(ax+b)^\alpha dx=\dfrac{1}{a}.\dfrac{(ax+b)^{\alpha+1}}{\alpha+1}$
với $\alpha\ne -1$

Câu 30: Đáp án C.

$\int(2x+1)dx=\dfrac{1}{4}(2x+1)^2+C.$

Câu 31: Đáp án B.

Ta có $G(t)=\int\cos\sqrt{t}dt$

$\Rightarrow G'(t)=\cos\sqrt{t}$

$\Rightarrow F'(x)=\left[G\left(x^2\right)-G(0)\right]'=2x.\cos x$

Câu 32: Đáp án A.

STUDY TIPS
Tích phân không phụ thuộc vào biến:
$\int_a^b f(x)dx = \int_a^b f(t)dt$

Đặt $t = a - x \Rightarrow I = -\int_a^0 \frac{dt}{1+f(a-t)} = \int_0^a \frac{f(t)dt}{1+f(t)}$

$\Rightarrow 2I = \int_0^a dt \Leftrightarrow I = \frac{1}{2}\int_0^a dt = \frac{a}{2}.$

Câu 33: Đáp án C.

Ta có $f'(x) + 2f(x) = 0 \Leftrightarrow f'(x) = -2f(x) \Leftrightarrow \frac{f'(x)}{f(x)} = -2$ (do $f(x) > 0$).

Lấy tích phân hai vế, ta được $\int_{-1}^{1} \frac{f'(x)}{f(x)}dx = -2\int_{-1}^{1} dx \Leftrightarrow \ln[f(x)]\Big|_{-1}^{1} = -2x\Big|_{-1}^{1}$

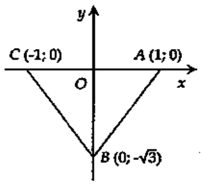
$\Leftrightarrow \ln[f(1)] - \ln[f(-1)] = -4 \Leftrightarrow \ln 1 - \ln[f(-1)] = -4$

$\Leftrightarrow \ln[f(-1)] = 4 \Leftrightarrow f(-1) = e^4.$

Câu 34: Đáp án A.

Do $S_{ABC} = \sqrt{3} \Rightarrow AB = BC = CA = 2$

Chọn hệ trục tọa độ Oxy như hình vẽ sao cho $O(0;0)$, $A(1;0)$, $C(-1;0)$, $B(0;-\sqrt{3})$ với O là trung điểm của AC. Phương trình đường thẳng $AB: y = \sqrt{3}(x-1)$



Thể tích khối tròn xoay khi quay ABO quanh AC là:

$V' = \pi\int_0^1 3(x-1)^2 dx = \pi \Rightarrow V = 2V' = 2\pi$

Câu 35: Đáp án B.

Quãng đường vật đó từ lúc chuyển động đến khi bắt đầu chuyển động chậm dần đều là: $S_1 = \int_0^{10} v_1(t)dt = \int_0^{10} 5t dt = \frac{5t^2}{2}\Big|_0^{10} = 250$ m.

STUDY TIPS
Ý nghĩa vật lý của đạo hàm:
+ Chuyển động: $s = s(t)$
+ Vận tốc: $v(t) = s'(t)$
+ Gia tốc: $a(t) = v'(t) = s''(t)$

Quãng đường $v_2(t)$ của vật di chuyển từ lúc chuyển động chậm dần đều đến khi dừng hẳn thỏa mãn:

$v_2(t) = \int(-50)dt = -50t + C$

$v_2(10) = v_1(10) = 50 \Rightarrow -500 + C = 50 \Rightarrow C = 550$

Vậy $v_2(t) = -50t + 550$

Quãng đường từ lúc chuyển động chậm dần đều đến khi dừng hẳn là:

$S_2 = \int_{10}^{11}(-50t + 550)dt = 25$ m.

Quãng đường cần tính: $S = S_1 + S_2 = 275$ m.

STUDY TIPS
Với $z = a + bi, a, b \in \mathbb{R}$:
+ $\overline{z} = a - bi$
+ $|z| = \sqrt{a^2 + b^2} = |\overline{z}|$

Câu 36: Đáp án C.

$z = \frac{7-3i}{2+i} = \frac{11}{5} - \frac{13}{5}i \Rightarrow \overline{z} = \frac{11}{5} + \frac{13}{5}i$

Vậy tổng của các phần thực và phần ảo của $\overline{z}$ là: $\frac{11}{5} + \frac{13}{5} = \frac{24}{5}$.

Câu 37: Đáp án C.

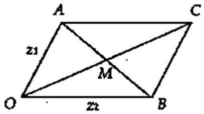
Đặt $t = z^2 \Rightarrow$ Phương trình: $4t^2 - t - 3 = 0 \Rightarrow \left[\begin{array}{l} t = 1 \\ t = -\frac{3}{4} \end{array}\right. \Rightarrow z = \pm 1, z = \pm\frac{\sqrt{3}i}{2}$

Câu 38: Đáp án B.

$z = x + yi;\ x, y \in \mathbb{R} \Rightarrow |x + yi| = |(x-1) + (2-y)i|$

$\Rightarrow x^2 + y^2 = (x-1)^2 + (2-y)^2 \Leftrightarrow -2x - 4y + 5 = 0$

Câu 39: Đáp án B.

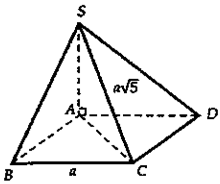


Đặt $OA = |z_1|, OB = |z_2|$, O là gốc tạo độ, A và B là hai điểm biểu diễn của z_1, z_2

Dựng hình bình hành $OACB$, khi đó $AB = |z_1 - z_2| = 2$

$OC = |z_1 + z_2| = 10 \Rightarrow OM = 5$

$$OM^2 = \frac{2(OA^2 + OB^2) - AB^2}{4} \Rightarrow OA^2 + OB^2 = 52 \Rightarrow |z_1|^2 + |z_2|^2 = 52$$



Ta có: $|z_1| \le |z_2| \le \sqrt{2\left(|z_1|^2 + |z_2|^2\right)} = 2\sqrt{26} \Rightarrow P_{max} = 2\sqrt{26}$

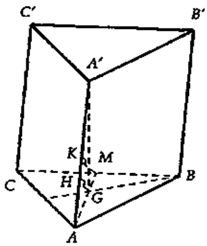
Câu 40: Đáp án A.

Ta có: $AC = a\sqrt{2} \Rightarrow SA = \sqrt{SC^2 - AC^2} = a\sqrt{3}$ (chiều cao của hình chóp)

Diện tích hình vuông $ABCD$: $S_{ABCD} = a^2$

Thể tích khối chóp $SABCD$ là: $V_{SABCD} = \frac{1}{3}.SA.S_{ABCD} = \frac{a^3\sqrt{3}}{3}$.

Câu 41: Đáp án D.



Gọi M là trung điểm BC, dựng $MK \perp AA'$ và $GH \perp AA'$

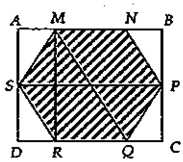
$\Rightarrow d(BC, AA') = KM = \frac{\sqrt{3}}{4}$

$\Delta AGH \backsim \Delta AMK \Rightarrow \frac{KM}{GH} = \frac{3}{2} \Rightarrow GH = \frac{2}{3}KN = \frac{\sqrt{3}}{6}$

$\Delta AA'G$ vuông tại G, GH là đường cao $\Rightarrow A'G = \frac{1}{3}$

Vậy $V_{ABC.A'B'C'} = S_{ABC}.A'G = \frac{\sqrt{3}}{12}$

Câu 42: Đáp án B.

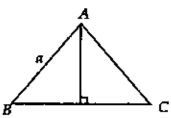


Ta có: $AB = 2MN = 10$ cm

$AD = MR = 5\sqrt{3}$ cm

$\Rightarrow V = S_{ABCD}.h = 10.5\sqrt{3}.20 = 1000\sqrt{3}\ (\text{cm}^3)$

Câu 43: Đáp án C.



Ta có bán kính đáy khối nón là $\frac{a}{2}$, chiều cao của khối nón là $h = \frac{a\sqrt{3}}{2}$

Vậy $V = \frac{1}{3}\pi.\left(\frac{a}{2}\right)^2.\frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{\pi a^3\sqrt{3}}{24}$

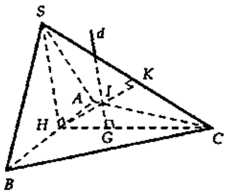
Câu 44: Đáp án B.

Gọi H là trung điểm AB, G là trọng tâm tam giác ABC, K là trung điểm SC.

Ta có: $SH \perp AB \Rightarrow SH \perp (ABC)$

$SH = SC \Rightarrow HK$ là trung trực SC. Qua O kẻ trục $d // SH \Rightarrow d \perp (ABC)$

Gọi $I = d \cap HK \Rightarrow \begin{cases} IA = IB = IC \\ IS = IC \end{cases} \Rightarrow I$ là tâm mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $SABC$

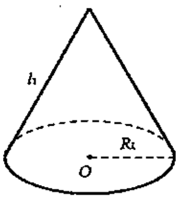


Ta có $CG = \frac{2}{3}CH = \frac{a\sqrt{3}}{3}$

Xét ΔHIG vuông tại G: $IG = HG = \frac{a\sqrt{3}}{6} \Rightarrow IC = \frac{a\sqrt{15}}{6}$

Vậy thể tích khối cầu ngoại tiếp hình chóp $V = \frac{4}{3}\pi(IC)^3 = \frac{5\pi\sqrt{15}a^3}{54}$

Câu 45: Đáp án A.



Gọi R_1, h_1 lần lượt là bán kính đường tròn đáy và chiều cao của hình nón lúc đầu; R_2, h_2 lần lượt là bán kính đường tròn đáy và chiều cao của hình nón sau khi tăng thể tích.

$V_1 = \frac{1}{3}\pi R_1^2.h_1 \Rightarrow 12\pi = \frac{1}{3}\pi R_1^2.4 \Rightarrow R_1 = 3\,\text{cm}$

$V_2 = \frac{1}{3}\pi R_2^2.h_2$ với $h_1 = h_2$ $\Rightarrow \frac{V_2}{V_1} = \frac{R_2^2}{R_1^2} = 4 \Leftrightarrow R_2 = 2R_1 = 6$

Diện tích xung quanh của hình nón lúc đầu: $S_{xq1} = \pi.R_1.l_1 = 15\pi$

Diện tích xung quanh hình nón khi tăng thể tích: $S_{xq2} = \pi.R_2.l_2 = 12\pi\sqrt{13}$

Diện tích phần giấy bạc cần tăng thêm: $S = \left(12\sqrt{13} - 15\right)\pi\,(\text{cm}^2)$.

Câu 46: Đáp án C.

Đường thẳng AB đi qua điểm $A(1;2-3)$ và có một VTCP là $\overrightarrow{AB} = (2;-3;4)$.

Do đó có phương trình $\frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{-3} = \frac{z+3}{4}$.

Câu 47: Đáp án B.

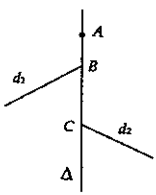
Ta có: $M(2;0;0), N(0;-1;0), P(0;0;1)$

$\Rightarrow$Phương trình mặt phẳng (MNP): $\frac{x}{2} - \frac{y}{1} + \frac{z}{1} = 1 \Leftrightarrow x - 2y + 2z - 2 = 0$

Vậy phương trình mặt phẳng qua A và song song với (MNP) là:

$$x - 2y + 2z - 6 = 0$$

Câu 48: Đáp án A.



Gọi $B = \Delta \cap d_1 \Rightarrow B(-b;b;2b)$

$C = \Delta \cap d_2 \Rightarrow C(1+3c;-2+4c;-3+5c)$

Vì A, B, C thẳng hàng $\Rightarrow \overrightarrow{AB} = k\overrightarrow{AC} \Leftrightarrow \begin{cases} -b-2 = 3kc - k \\ b-1 = 4kc - 3k \\ 2b+1 = 5kc - 2k \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = -\frac{5}{4} \\ c = 0 \end{cases}$

$\Rightarrow \overrightarrow{AC} = (-1;-3;-2)$

Vậy phương trình đường thẳng (Δ): $\begin{cases} x = 2 - t \\ y = 1 - 3t \\ z = -1 - 2t \end{cases}$.

Câu 49: Đáp án C.

Tính được $AB = BC = CA = \sqrt{2}$.

Do $D \in (Oxy) \Rightarrow D(x_0;y_0;0)$.

Yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow DA = DB = DC = \sqrt{2} \Leftrightarrow \begin{cases} DA = \sqrt{2} \\ DB = \sqrt{2} \\ DC = \sqrt{2} \end{cases}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{x_0^2 + y_0^2} = \sqrt{2} \\ \sqrt{x_0^2 + (y_0 - 1)^2 + 1} = \sqrt{2} \\ \sqrt{(x_0 - 1)^2 + y_0^2 + 1} = \sqrt{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_0^2 + y_0^2 = 2 \\ x_0^2 + (y_0 - 1)^2 = 1 \\ (x_0 - 1)^2 + y_0^2 = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_0 = 1 \\ y_0 = 1 \end{cases} \Rightarrow x_0 + y_0 = 2.$$

Câu 50: Đáp án D.

Gọi $I(a;b;c)$, r lần lượt là tâm và bán kính mặt cầu

$$\Rightarrow r = d(I;(P)) = \frac{|(b-c)m^2 + 2ma + b - c - 10|}{(m^2+1)\sqrt{2}}$$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} (b + c - r\sqrt{2})m^2 + 2ma + b - c - r\sqrt{2} - 10 = 0 \ (1) \\ (b + c + r\sqrt{2})m^2 + 2ma + b - c + r\sqrt{2} - 10 = 0 \ (2) \end{array}\right.$$

- Xét phương trình (1):

Do (P) luôn tiếp xúc với mặt cầu cố định với mọi m nên

$$\begin{cases} b + c - r\sqrt{2} = 0 \\ a = 0 \\ b - c - r\sqrt{2} - 10 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = r\sqrt{2} + 5 \\ a = 0 \\ c = -5 \end{cases} \Rightarrow (S): x^2 + (y - 5 - r\sqrt{2})^2 + (z+5)^2 = r^2$$

Do $A \in (S) \Rightarrow 4 + (-11 - 5 - r\sqrt{2})^2 = r^2 \Leftrightarrow r^2 - 12\sqrt{2}r + 40 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} r = 2\sqrt{2} \\ r = 10\sqrt{2} \end{array}\right.$

- Xét phương trình (2): ta làm tương tự như trên $\Rightarrow$ không thỏa đề bài.

Vậy tổng bán kính 2 mặt cầu là $12\sqrt{2}$.

ĐỀ THỬ SỨC SỐ 18

Câu 1: Cho ΔABC và điểm M thỏa mãn $\overline{BM} = 2\overline{CM}$. F là một phép dời hình. Gọi $A_1 = F(A)$, $B_1 = F(B)$, $C_1 = F(C)$, $M_1 = F(M)$. Biết $AB = 4, BC = 5, AC = 6$. Khi đó độ dài đoạn A_1M_1 bằng:

A. $\sqrt{106}$. B. $\sqrt{138}$. C. $\sqrt{122}$. D. $\sqrt{38}$.

Câu 2: Hình nào sau đây không phải là hình biểu diễn của một tứ diện trong không gian?

A.

B.

C.

D.

Câu 3: Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$. Gọi H là trung điểm của $A'B'$. Đường thẳng $B'C$ song song với mặt phẳng nào sau đây?

A. (AHC'). B. $(AA'H)$. C. (HAB). D. $(HA'C')$.

Câu 4: Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA = SB = SC = a$, $\widehat{ASB} = \widehat{BSC} = \widehat{CSA} = \alpha$. Gọi (β) là mặt phẳng đi qua A và các trung điểm của SB, SC. Tính diện tích thiết diện S của hình chóp cắt bởi mặt phẳng (β).

A. $S = \frac{a^2}{2}\sqrt{7\cos^2\alpha - 16\cos\alpha + 9}$. B. $S = \frac{a^2}{2}\sqrt{7\cos^2\alpha - 6\cos\alpha + 9}$.

C. $S = \frac{a^2}{8}\sqrt{7\cos^2\alpha - 6\cos\alpha + 9}$. D. $S = \frac{a^2}{8}\sqrt{7\cos^2\alpha - 16\cos\alpha + 9}$.

Câu 5: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật với $AB = a$, $AD = 2a$, tam giác SAB cân tại S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Khoảng cách từ D đến (SBC) bằng $\frac{2a}{3}$. Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng SB và AC.

A. $\frac{a\sqrt{10}}{10}$. B. $\frac{a\sqrt{10}}{5}$. C. $\frac{2a\sqrt{10}}{5}$. D. $\frac{2a\sqrt{5}}{5}$.

Câu 6: Phương trình nào sau đây có cùng tập nghiệm với phương trình $\sin x = 0$?

A. $\cos x = -1$. B. $\cos x = 1$. C. $\tan x = 0$. D. $\cot x = 1$.

Câu 7: Phương trình $\sin^4 x + \sin^4\left(x + \frac{\pi}{4}\right) + \sin^4\left(x - \frac{\pi}{4}\right) = \frac{5}{4}$ có bao nhiêu nghiệm thuộc khoảng $(0;2\pi)$?

A. 1. B. 2. C. 3. D. 4.

Câu 8: Từ thành phố A có 10 con đường đến thành phố B. Từ thành phố A có 9 con đường đến thành phố C. Từ thành phố B có 6 con đường đến thành phố D. Từ thành phố C có 11 con đường đến thành phố D. Không có con đường nào nối B với C. Hỏi có bao nhiêu cách đi từ A đến D?

A. 156. B. 157. C. 159. D. 176.

Câu 9: Tìm hệ số x^5 trong khai triển đa thức của $x(1-2x)^5 + x^2(1+3x)^{10}$.

A. 3310. B. 2130. C. 3210. D. 3320.

Câu 10: Một đoàn tàu gồm 3 toa đỗ ở sân ga. Có 5 hành khách lên tàu. Mỗi hành khách độc lập với nhau. Chọn ngẫu nhiên một toa. Tìm xác suất để mỗi toa có ít nhất một hành khách bước lên tàu.

A. $\frac{20}{81}$. B. $\frac{10}{27}$. C. $\frac{50}{81}$. D. $\frac{20}{243}$.

Câu 11: Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1 = 3, q = -\frac{1}{2}$. Số 222 là số hạng thứ mấy của (u_n)?

A. Số hạng thứ 11. B. Số hạng thứ 12.

C. Số hạng thứ 9. D. Không là số hạng của cấp số nhân (u_n).

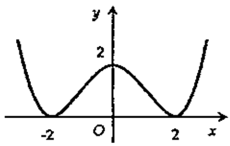
Câu 12: Biết $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sqrt{3x^2+2}-\sqrt{2-2x}}{x}=\dfrac{a\sqrt{2}}{b}$ ($\dfrac{a}{b}$ tối giản). Giá trị của $a+b$ bằng:

A. $-\dfrac{1}{\sqrt{2}}$. B. 3. C. $\dfrac{1}{\sqrt{2}}$. D. 2.

Câu 13: Cho hàm số $y=\cos^2 2x$. Kết quả của biểu thức $y'''+y''+16y'+16y-8$ là:

A. 0. B. 8. C. -8. D. 16.

Câu 14: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ. Mệnh đề nào sau đây là đúng?



A. Hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty;0)$ và $(0;+\infty)$.

B. Hàm số đồng biến trên các khoảng $(-2;0)\cup(2;+\infty)$.

C. Hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty;-2)$ và $(2;+\infty)$.

D. Hàm số đồng biến trên các khoảng $(-2;0)$ và $(2;+\infty)$.

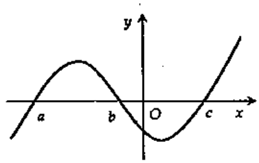
Câu 15: Gọi m,n lần lượt là số đường tiệm cận ngang và số đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{\sqrt{2-x}}{(x-2)\sqrt{x}}$. Đáp án nào sau đây là đúng?

A. $m=1,\ n=1$. B. $m=0,\ n=1$. C. $m=1,\ n=2$. D. $m=0,\ n=2$.

Câu 16: Tìm m để giá trị cực tiểu của hàm số $y=x^4-2(m^2+1)x^2+1$ đạt giá trị lớn nhất.

A. $m=-1$. B. $m=0$. C. $m=1$. D. $m=2$.

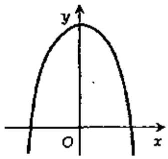
Câu 17: Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị $y=f'(x)$ như hình vẽ bên. Biết $f(a)>0$, hỏi đồ thị hàm số $y=f(x)$ cắt trục hoành tại nhiều nhất bao nhiêu điểm?



A. 1 điểm. B. 2 điểm.

C. 3 điểm. D. 4 điểm.

Câu 18: Cho hàm số $y=ax^4+bx^2+c,\ a\neq 0$ có đồ thị như hình bên. Kết luận nào sau đây là đúng?



A. $a<0,\ b\le 0,\ c>0$.

B. $a<0,\ b<0,\ c<0$.

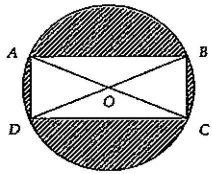
C. $a>0,\ b>0,\ c>0$.

D. $a<0,\ b>0,\ c\ge 0$.

Câu 19: Tìm tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y=\dfrac{\tan x-2}{\tan x-m+1}$ đồng biến trên khoảng $\left(0;\dfrac{\pi}{4}\right)$.

A. $m\ge 1$. B. $m>3$. C. $2\le m<3$. D. $\left[\begin{array}{l} m\le 1 \\ 2\le m<3 \end{array}\right.$.

Câu 20: Một mảnh vườn hình chữ nhật có diện tích $961m^2$, người ta muốn mở rộng thêm 4 phần đất sao cho tạo thành hình tròn ngoại tiếp mảnh vườn. Biết tâm hình tròn trùng với tâm hình chữ nhật. Tính diện tích nhỏ nhất của 4 phần đất được mở rộng.



A. $961\pi-961\,(m^2)$. B. $1922\pi-961\,(m^2)$.

C. $1892\pi-961\,(m^2)$. D. $480{,}5\pi-961\,(m^2)$.

Câu 21: Tập xác định D của hàm số $y=x^{-\frac{1}{3}}$ là:

A. $D=[0;+\infty)$. B. $D=\mathbb{R}\setminus\{0\}$. C. $D=(0;+\infty)$. D. $D=\mathbb{R}$.

Câu 22: Cho a, b là các số thực dương thỏa $a\neq 0, a\neq b$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $\log_{\sqrt{a}}\left(\sqrt[3]{b}\right)=\frac{2}{3}\log_b a$. B. $\log_{\sqrt{a}}\left(\sqrt[3]{b}\right)=\frac{3}{2}\log_a b$. C. $\log_{\sqrt{a}}\left(\sqrt[3]{b}\right)=\frac{3}{2}\log_b a$. D. $\log_{\sqrt{a}}\left(\sqrt[3]{b}\right)=\frac{2}{3}\log_a b$.

Câu 23: Tập nghiệm của bất phương trình $\left(\frac{\pi}{4}\right)^{\frac{1}{x}}>\left(\frac{\pi}{4}\right)^{\frac{3}{x}+5}$ là:

A. $S=\left(-\infty;-\frac{2}{5}\right)$. B. $S=\left(-\infty;-\frac{2}{5}\right)\cup(0;+\infty)$.

C. $S=(0;+\infty)$. D. $S=\left(-\frac{2}{5};+\infty\right)$.

Câu 24: Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho hình vuông $ABCD$ có diện tích là 36, đường thẳng chứa cạnh AB song song với Ox, các đỉnh A, B, C lần lượt nằm trên các đồ thị hàm số $y=\log_a x$, $y=\log_{\sqrt{a}} x$, $y=\log_{\sqrt[3]{a}} x$ với a là số thực lớn hơn 1. Tìm a.

A. $a=\sqrt{3}$. B. $a=\sqrt[3]{6}$. C. $a=\sqrt{6}$. D. $a=\sqrt[6]{3}$.

Câu 25: Cho hàm số $y=5^{-x^2+6x-8}$. Gọi m là giá trị thực để $y'(2)=6m\ln 5$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $m<\frac{1}{3}$. B. $0<m<\frac{1}{3}$. C. $m\geq\frac{1}{2}$. D. $m\leq 0$.

Câu 26: Anh Đông bắt đầu đi làm vào ngày 1/1/2018 ở một công ty với mức lương khởi điểm là m đồng/tháng, sau 2 năm lại được tăng thêm 10% và chi tiêu hàng tháng của anh Đông là 40% lương. Anh Đông dự định mua một căn nhà có giá trị tại thời điểm 1/1/2018 là 1 tỷ đồng, sau 2 năm giá trị căn nhà tăng thêm 5%. Với m bằng bao nhiêu thì sau đúng 10 năm anh Đông mua được ngôi nhà đó, biết rằng mức lương và mức tăng giá trị ngôi nhà là không đổi (kết quả quy tròn đến hàng đơn vị).

A. 21.776.219 đồng. B. 55.032.669 đồng. C. 14.517.479 đồng. D. 11.487.188 đồng.

Câu 27: Cho phương trình $4\log_9^2 x+m.\log_{\frac{1}{3}} x+\frac{1}{6}\log_{\frac{1}{\sqrt{3}}} x+m-\frac{2}{9}=0$. Tìm tham số m để phương trình có 2 nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn $x_1.x_2=3$.

A. $1<m<2$. B. $3<m<4$. C. $0<m<\frac{3}{2}$. D. $2<m<3$.

Câu 28: Biết nguyên hàm của hàm số $y=f(x)$ là $F(x)=x^2+4x+1$. Khi đó $f(3)$ bằng:

A. 6. B. 10. C. 22. D. 30.

Câu 29: Kí hiệu $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)=\frac{1}{e^x+1}$, biết $F(0)=-\ln 2$. Tìm tập nghiệm S của phương trình $F(x)+\ln(e^x+1)=3$.

A. $S=\{-3;3\}$. B. $S=\{3\}$. C. $S=\varnothing$. D. $S=\{-3\}$.

Câu 30: Cho số thực $a\neq 0$. Đặt $b=\int_{-a}^{a}\frac{1}{(2a+x)e^x}\mathrm{d}x$. Tính $I=\int_0^{2a}\frac{e^x}{3a-x}\mathrm{d}x$ theo a và b.

A. $I=\frac{b}{e^a}$. B. $I=\frac{b}{\sqrt{e^a}}$. C. $I=b.e^a$. D. $I=\frac{a}{\sqrt{e^b}}$.

Câu 31: Cho hình phẳng (H) giới hạn bởi các đường $y=\sqrt{x+2}$, $y=x+2$, $x=1$. Tính thể tích V của vật thể tròn xoay khi quay hình (H) quanh trục hoành.

A. $V=\frac{27\pi}{2}$. B. $V=\frac{9\pi}{2}$. C. $V=9\pi$. D. $V=\frac{55\pi}{6}$.

Câu 32: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên .. và thỏa mãn $2f(x)+3f(-x)=\frac{1}{4+x^2}$. Tính tích phân $I=\int_{-2}^{2}f(x)dx$.

A. $I=\frac{\pi}{10}$. B. $I=-\frac{\pi}{10}$. C. $I=\frac{\pi}{20}$. D. $I=-\frac{\pi}{20}$.

Câu 33: Người ta thay nước mới cho một bể bơi có dạng hình hộp chữ nhật có độ sâu là 280*cm*. Giả sử $h(t)$ là chiều cao tính bằng *cm* của mực nước bơm tại thời điểm *t* giây, biết rằng tốc độ tăng chiều cao mực nước tại giây thứ *t* là $h'(t)=\frac{1}{500}\sqrt[3]{t+3}$ và lúc đầu hồ bơi không có nước. Hỏi sau bao lâu thì nước bơm được $\frac{3}{4}$ độ sâu của hồ bơi?

A. 3 giờ 34 giây. B. 2 giờ 34 giây. C. 3 giờ 38 giây. D. 2 giờ 38 giây.

Câu 34: Cho số phức z thỏa mãn $\overline{z}=\left(i+\sqrt{2}\right)^2\left(1-\sqrt{2}i\right)$. Tìm phần ảo của số phức z.

A. 2. B. –2. C. $-\sqrt{2}$. D. $\sqrt{2}$.

Câu 35: Tổng môđun các nghiệm của phương trình $(iz-1)(z+3i)(\overline{z}-2+3i)=0$ bằng:

A. 1. B. $4+\sqrt{13}$. C. $\sqrt{13}$. D. 2.

Câu 36: Cho số phức *z* thỏa mãn tập hợp $|z-1|=3$. Biết rằng tập hợp các điểm biểu diễn số phức *w* với $(3-2i)w=iz+2$ là một đường tròn. Tìm tọa độ tâm *I* và bán kính *r* của đường tròn đó.

A. $I\left(\frac{8}{13};\frac{1}{13}\right)$, $r=\frac{3}{\sqrt{13}}$. B. $I(-2;3)$, $r=\sqrt{13}$. C. $I\left(\frac{4}{13};\frac{7}{13}\right)$, $r=\frac{3}{\sqrt{13}}$. D. $I\left(\frac{2}{3};-\frac{1}{2}\right)$, $r=3$.

Câu 37: Cho số phức *z* thỏa mãn $|z-4|+|z+4|=10$. Giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của $|z|$ lần lượt là:

A. 10 và 4. B. 5 và 4. C. 4 và 3. D. 5 và 3.

Câu 38: Hình lập phương có tất cả bao nhiêu mặt phẳng đối xứng?

A. 8. B. 9. C. 10. D. 12.

Câu 39: Cho hình chóp *S.ABC* có đáy là tam giác đều cạnh *a*, cạnh $SA\perp(ABC)$. Góc giữa đường thẳng *SB* và đáy (ABC) bằng 60°. Khi đó thể tích khối chóp tính theo *a* là

A. $\frac{a^3}{4}$. B. $\frac{a^3}{2}$. C. $\frac{3a^3}{4}$. D. $\frac{a^3}{3}$.

Câu 40: Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$. Gọi *M* là trung điểm $A'C'$, *I* là giao điểm của *AM* và $A'C$. Khi đó tỉ số thể tích của khối tứ diện *IABC* với khối lăng trụ đã cho bằng:

A. $\frac{2}{3}$. B. $\frac{2}{9}$. C. $\frac{4}{9}$. D. $\frac{1}{2}$.

Câu 41: Cho hình chóp *S.ABCD* có đáy *ABCD* là hình vuông cạnh *a*, cạnh bên $SA=y>0$ và vuông góc với đáy. Trên *AD* lấy điểm *M*, đặt $AM=x\,(0<x<a)$. Nếu $x^2+y^2=a^2$ thì giá trị lớn nhất của thể tích *S.ABCM* bằng:

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$. B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{8}$. C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{24}$. D. $\frac{3a^3\sqrt{3}}{8}$.

Câu 42: Cho hình nón có chiều cao h và góc ở đỉnh bằng $90°$. Thể tích của khối nón xác định bởi hình nói trên là:

A. $\frac{\pi h^3}{3}$. B. $\frac{\sqrt{6}\pi h^3}{3}$. C. $\frac{2\pi h^3}{3}$. D. $2\pi h^3$.

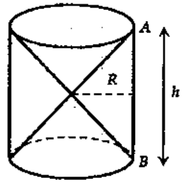
Câu 43: Một hình trụ có bán kính đáy $a\sqrt{3}$, chiều cao là $2a\sqrt{3}$. Diện tích của mặt cầu nội tiếp hình trụ bằng:

A. $4\sqrt{3}\pi a^3$. B. $24\pi a^2$. C. $8\sqrt{6}\pi a^2$. D. $12\pi a^2$.

Câu 44: Trong không gian cho hình thoi $ABCD$ có cạnh là $5cm$ và góc $\widehat{ABC}=60°$. Tính diện tích xung quanh S của hình thu được khi quay hình thoi quanh trục DB.

A. $S=\frac{25\pi\sqrt{3}}{3}cm^2$. B. $S=25\pi\, cm^2$. C. $S=\frac{25\pi\sqrt{3}}{4}cm^2$. D. $S=25\pi\sqrt{3}\, cm^2$.

Câu 45: Hình bên cho ta ảnh của một đồng hồ cát với kích thước kèm theo $OA=OB$. Khi đó tỉ số thể tích của hai hình nón V_n và thể tích hình trụ V_t bằng:



A. $\frac{1}{2}$. B. $\frac{1}{4}$.

C. $\frac{2}{5}$. D. $\frac{1}{3}$.

Câu 46: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\frac{x-1}{2}=\frac{3-y}{-1}=z+1$. Trong các phương trình sau, phương trình nào là phương trình tham số của đường thẳng d?

A. $\begin{cases}x=1+2t\\y=3-t\\z=-1\end{cases}$. B. $\begin{cases}x=1+2t\\y=-3+t\\z=-1+t\end{cases}$. C. $\begin{cases}x=1+2t\\y=-3-t\\z=-1+t\end{cases}$. D. $\begin{cases}x=-1+2t\\y=2+t\\z=-2+t\end{cases}$.

Câu 47: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho 4 điểm $A(6;0;0), B(0;6;0), C(2;1;0)$ và $D(4;3;-2)$. Hỏi có bao nhiêu mặt phẳng đi qua hai điểm A, B và cách đều hai điểm C, D.

A. 1. B. 2. C. 3. D. 4.

Câu 48: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta:\frac{x+2}{1}=\frac{y-2}{1}=\frac{z}{-1}$ và mặt phẳng $(P):x+2y-3z+4=0$. Đường thẳng d nằm trong (P) sao cho d cắt và vuông góc với Δ có phương trình là:

A. $\frac{x+3}{1}=\frac{y-1}{-1}=\frac{z-1}{2}$. B. $\frac{x+1}{-1}=\frac{y-3}{2}=\frac{z+1}{1}$. C. $\frac{x-3}{1}=\frac{y+1}{-1}=\frac{z+1}{2}$. D. $\frac{x+3}{-1}=\frac{y-1}{2}=\frac{z-1}{1}$.

Câu 49: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba mặt phẳng $(\alpha):2x+4y-5z+2=0$, $(\beta):x+2y-2z+1=0$ và $(\gamma):4x-my+z+n=0$. Để ba mặt phẳng đó có chung giao tuyến thì tổng $m+n$ bằng

A. -4 B. 8. C. -8 D. 4.

Câu 50: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho 4 điểm $A(3;0;0), B(0;2;0), C(0;0;6), D(1;1;1)$. Kí hiệu d là đường thẳng đi qua D sao cho tổng khoảng cách từ các điểm A, B, C đến d là lớn nhất. Hỏi đường thẳng d đi qua điểm nào dưới đây?

A. $M(-1;-2;1)$. B. $N(5;7;3)$. C. $P(3;4;3)$. D. $Q(7;13;5)$.

ĐÁP ÁN

1.A	2.D	3.A	4.D	5.B	6.C	7.D	8.C	9.D	10.C
11.D	12.B	13.A	14.D	15.D	16.B	17.B	18.A	19.D	20.D
21.C	22.D	23.B	24.D	25.B	26.C	27.C	28.B	29.B	30.C
31.D	32.C	33.B	34.C	35.B	36.C	37.D	38.B	39.A	40.B
41.B	42.A	43.D	44.B	45.D	46.D	47.B	48.D	49.A	50.B

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

Câu 1: Đáp án A.

Ta có $AM = A_1M_1$.

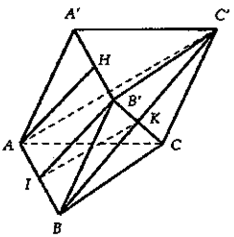
Từ $\overrightarrow{BM} = 2\overrightarrow{CM} \Leftrightarrow \overrightarrow{AM} - \overrightarrow{AB} = 2\left(\overrightarrow{AM} - \overrightarrow{AC}\right) \Leftrightarrow \overrightarrow{AM} = 2\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AB}$

$\Rightarrow AM^2 = 4AC^2 + AB^2 - 4.\overrightarrow{AC}.\overrightarrow{AB}$ (*)

Ta có $\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AB} \Rightarrow BC^2 = AC^2 + AB^2 - 2.\overrightarrow{AC}.\overrightarrow{AB}$

$\Rightarrow 2.\overrightarrow{AC}.\overrightarrow{AB} = AC^2 + AB^2 - BC^2$ thế vào (*)

$\Rightarrow AM^2 = 106 \Rightarrow AM = \sqrt{106}$



Câu 2: Đáp án D.

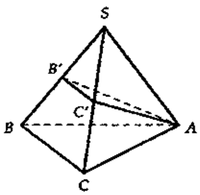
Câu 3: Đáp án A.

Gọi $K = B'C \cap BC'$ và I là trung điểm của AB

Do $HB' = AI$, $HB' // AI \Rightarrow AHB'I$ là hình bình hành $\Rightarrow AH // B'I$

Mặt khác $KI // AC'$ nên $\left(AHC'\right) // \left(B'CI\right) \Rightarrow B'C // \left(AHC'\right)$

Câu 4: Đáp án D.



Gọi B', C' là trung điểm SB, SC $\Rightarrow$ Thiết diện là $\Delta AB'C'$

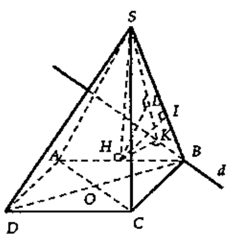
Ta có $S_{AB'C'} = \dfrac{1}{2}\sqrt{AB'^2.AC'^2 - \left(\overrightarrow{AB'}.\overrightarrow{AC'}\right)^2}$

$\overrightarrow{AB'} = \dfrac{1}{2}\overrightarrow{SB} - \overrightarrow{SA} \Rightarrow AB'^2 = \dfrac{1}{4}SB^2 + SA^2 - \overrightarrow{SA}.\overrightarrow{SB} = \dfrac{a^2}{4}\left(5 - 4\cos\alpha\right)$

Tương tự ta có $\overrightarrow{AB'}.\overrightarrow{AC'} = \dfrac{a^2}{4}\left(4 - 3\cos\alpha\right)$

Vậy $S_{AB'C'} = \dfrac{1}{2}\sqrt{\dfrac{a^4}{16}\left(5 - 4\cos\alpha\right)^2 - \dfrac{a^4}{16}\left(4 - 3\cos\alpha\right)^2} = \dfrac{a^2}{8}\sqrt{7\cos^2\alpha - 16\cos\alpha + 9}$

Câu 5: Đáp án B.



Vẽ đường thẳng d qua B và song song với AC.

Gọi K, I lần lượt là hình chiếu của H trên d và SB, L là hình chiếu của H trên SK.

$d\left(D;\left(SBC\right)\right) = \dfrac{2a}{3} \Leftrightarrow d\left(A;\left(SBC\right)\right) = \dfrac{2a}{3} \Leftrightarrow d\left(H;\left(SBC\right)\right) = \dfrac{a}{3} \Leftrightarrow HI = \dfrac{a}{3}$

$\dfrac{1}{SH^2} = \dfrac{1}{HI^2} - \dfrac{1}{HB^2} \Rightarrow SH = \dfrac{a\sqrt{5}}{5}$

$\sin\widehat{KBH} = \dfrac{HK}{HB} = \sin\widehat{CAB} = \dfrac{CB}{AC} \Rightarrow HK = \dfrac{HB.CB}{AC} = \dfrac{a\sqrt{5}}{5}$

$d\left(AC;SB\right) = d\left(A;\left(SBK\right)\right) = 2d\left(H;\left(SBK\right)\right) = 2HL = 2.\dfrac{SH.HK}{\sqrt{SH^2 + HK^2}} = \dfrac{a\sqrt{10}}{5}$

Câu 6: Đáp án C.

$\sin x = 0 \Leftrightarrow \tan x = 0$

Câu 7: Đáp án D.

STUDY TIPS

$+ \ a\sin x + b\cos x = \sqrt{a^2+b^2}.\sin(x+\alpha)$

$+ \ \cos^2 a = \dfrac{1+\cos 2a}{2}$

$+ \ \cos\left(\dfrac{\pi}{2}+\alpha\right) = -\sin\alpha$

$+ \ \cos\left(\dfrac{\pi}{2}-\alpha\right) = \sin\alpha$

Phương trình $\Leftrightarrow \dfrac{1}{4}(1-\cos 2x)^2 + \dfrac{1}{4}\left[1-\cos\left(2x+\dfrac{\pi}{2}\right)\right]^2 + \dfrac{1}{4}\left[1-\cos\left(2x-\dfrac{\pi}{2}\right)\right]^2 = \dfrac{5}{4}$

$\Leftrightarrow (1-\cos 2x)^2 + (1+\sin 2x)^2 + (1-\sin 2x)^2 = 5$

$\Leftrightarrow -2\cos 2x + \sin^2 2x - 1 = 0$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\cos 2x = 0 \\ \cos 2x = -2 \ (VN)\end{array}\right. \Leftrightarrow x = \dfrac{\pi}{4} + k\dfrac{\pi}{2}$

Số nghiệm $x \in (0;2\pi)$ là $x = \dfrac{\pi}{4}, x = \dfrac{3\pi}{4}, x = \dfrac{5\pi}{4}, x = \dfrac{7\pi}{4}$

Câu 8: Đáp án C.

Các cách đi: $A \to B \to D$: $10.6 = 60$ cách.

$A \to C \to D$: $9.11 = 99$ cách.

Vậy tất cả có 159 cách đi từ A đến D.

Câu 9: Đáp án D.

STUDY TIPS

$(a+b)^n = \sum\limits_{k=0}^{n} C_n^k a^{n-k} b^k$

Đặt $f(x) = x(1-2x)^5 + x^2(1+3x)^{10}$

Ta có $f(x) = x\sum\limits_{k=0}^{5} C_5^k.(-2)^k.x^k + x^2\sum\limits_{i=0}^{10} C_{10}^i.(3x)^i = \sum\limits_{k=0}^{5} C_5^k.(-2)^k.x^{k+1} + \sum\limits_{i=0}^{10} C_{10}^i.3^i.x^{i+2}$

Vậy hệ số của x^5 trong khai triển ứng với $k=4$ và $i=3$ là:

$C_5^4.(-2)^4 + C_{10}^3.3^3 = 3320$

Câu 10: Đáp án C.

Gọi Ω là tập tất cả các dãy số $\{x_1, x_2, x_3, x_4, x_5\}$ trong đó x_i là số toa mà hành khách thứ i lên $\Rightarrow n(\Omega) = 3.3.3.3.3 = 3^5 = 243$

+ A_1 là tập các cách lên tàu sao cho có 2 toa có 3 người và mỗi toa còn lại 1 người

$\Rightarrow n(A_1) = 3.C_5^3.C_2^1 = 60$

+ A_2 là tập các cách lên tàu sao cho có 2 toa có 2 người và 1 toa có 1 người

$\Rightarrow n(A_2) = 3.C_5^2.C_3^2 = 90$

$\Rightarrow A$ là biến cố "Mỗi toa đều có hành khách lên tàu"

$n(A) = n(A_1) + n(A_2) = 150 \Rightarrow P(A) = \dfrac{150}{243} = \dfrac{50}{81}$

Câu 11: Đáp án D.

Ta có $u_n = u_1.q^{n-1} \Rightarrow 222 = 3.\left(-\dfrac{1}{2}\right)^{n-1} \Leftrightarrow \left(-\dfrac{1}{2}\right)^{n-1} = 74$

Với $n \in \mathbb{N}^* \Rightarrow$ Không tìm được n.

Câu 12: Đáp án B.

$\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sqrt{3x^2+2}-\sqrt{2-2x}}{x} = \lim\limits_{x\to 0}\dfrac{3x^2+2x}{x\left(\sqrt{3x^2+2}+\sqrt{2-2x}\right)}$

$= \lim\limits_{x\to 0}\dfrac{3x+2}{\sqrt{3x^2+2}+\sqrt{2-2x}} = \dfrac{1}{\sqrt{2}} = \dfrac{\sqrt{2}}{2}$

$\Rightarrow a + b = 3$

Câu 13: Đáp án A.

$y' = -2\sin 4x,\ y'' = -8\cos 4x,\ y''' = 32\sin 4x$

$\Rightarrow y''' + y'' + 16y' + 16y - 8 = 0$

Câu 14: Đáp án D.

Câu 15: Đáp án D.

Xét $y = f(x) = \dfrac{\sqrt{2-x}}{(x-2)\sqrt{x}}$ có tập xác định $D = (0;2)$

Ta có $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ không tồn tại nên đồ thị hàm số không có tiệm cận ngang.

$\lim\limits_{x\to0} f(x) = \infty \Rightarrow x = 0$ là tiệm cận đứng.

$\lim\limits_{x\to2} f(x) = \infty \Rightarrow x = 2$ là tiệm cận đứng.

STUDY TIPS

+ $\left[\begin{array}{l}\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = y_0\\ \lim\limits_{x\to-\infty} f(x) = y_0\end{array}\right. \Rightarrow y = y_0$ là tiệm cận ngang

+ $\lim\limits_{x\to x_0} f(x) = \infty \Rightarrow x = x_0$ là tiệm cận đứng

Câu 16: Đáp án B.

$y' = 4x(x^2 - m^2 - 1);\ y' = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x = 0\\ x = m^2 + 1\end{array}\right.$

$m^2 + 1 > 0 \Rightarrow$ Hàm số luôn có 3 cực trị

Do hệ số x^4 chung $\Rightarrow x_{CT} = \pm\sqrt{m^2+1} \Rightarrow y_{CT} = -(m^2+1)^2 + 1 \Rightarrow y_{CT} \le 0$

Dấu "=" xảy ra $\Leftrightarrow m^2 + 1 = 1 \Leftrightarrow m = 0$

Câu 17: Đáp án B.

Từ đồ thị hàm số $y = f'(x)$ ta có bảng biến thiên:

x	$-\infty$		a		b		c		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	$\searrow$	$f(a)$	$\nearrow$	$f(b)$	$\searrow$	$f(c)$	$\nearrow$	$+\infty$

Từ bảng biến thiên ta có $f(b) > f(a) > 0$

Quan sát đồ thị $y = f'(x)$, dùng phương pháp tích phân để tính diện tích.

Ta có $\int\limits_a^b f'(x)\mathrm{d}x < \int\limits_b^c \left[0 - f'(x)\right]\mathrm{d}x \Rightarrow f(c) < f(a)$

Nếu $f(c) < 0$ thì đồ thị hàm số $y = f(x)$ cắt trục hoành tại 2 điểm phân biệt.

Nếu $f(c) = 0$ thì đồ thị hàm số $y = f(x)$ tiếp xúc với trục hoành tại 1 điểm.

Nếu $f(c) > 0$ thì đồ thị hàm số $y = f(x)$ không cắt trục hoành.

Vậy đồ thị hàm số $y = f(x)$ cắt trục hoành tại nhiều nhất 2 điểm.

Câu 18: Đáp án A.

Nhìn vào đồ thị bề lõm quay xuống dưới $\Rightarrow a < 0$

Do đồ thị chỉ có 1 cực trị nên a, b cùng dấu hoặc $b = 0 \Rightarrow b \le 0$

Tại $x = 0$ thì tung độ có giá trị dương $\Rightarrow c > 0$

Câu 19: Đáp án D.

Đặt $t = \tan x$, với $x \in \left(0;\dfrac{\pi}{4}\right) \Rightarrow t \in (0;1) \Rightarrow y(t) = \dfrac{t-2}{t-m+1},\ y'(t) = \dfrac{3-m}{(t-m+1)^2}$

Theo bài ra $\Rightarrow y(t)$ đồng biến trên khoảng $(0;1) \Leftrightarrow y'(t)>0\ \forall t\in(0;1)$

$$\Leftrightarrow \begin{cases}3-m>0\\ t-m+1\neq 0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}3-m>0\\ m-1\notin(0;1)\end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}m\le 1\\ 2\le m<3\end{array}\right.$$

Câu 20: Đáp án D.

Gọi x, y (m) lần lượt là hai kích thước của mảnh vườn $(x>0, y>0)$

R (m) là bán kính đường tròn ngoại tiếp mảnh vườn $\Rightarrow R^2 = OB^2 = \frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{4}$

Theo đề bài $xy = 961\,m^2$

Diện tích 4 phần đất mở rộng là:

$$S = S_{tròn} - S_{ABCD} = \pi R^2 - xy = \pi.\left(\frac{x^2+y^2}{4}\right) - xy \ge \pi.\frac{2xy}{4} - xy = 480{,}5\pi - 961$$

Câu 21: Đáp án C.

Câu 22: Đáp án D.

STUDY TIPS

$y = x^{\alpha}, \alpha \notin \mathbb{Z}: D = (0;+\infty)$

$$\log_{\sqrt{a}} \sqrt[3]{b} = \log_{a^{\frac{1}{2}}} b^{\frac{1}{3}} = \frac{2}{3}\log_a b$$

Câu 23: Đáp án B.

Do $\frac{\pi}{4}<1 \Rightarrow \frac{1}{x}<\frac{3}{x}+5 \Leftrightarrow \frac{5x+2}{x}>0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x>0\\ x<-\frac{2}{5}\end{array}\right.$

Câu 24: Đáp án D.

Do $AB//Ox \Rightarrow A, B$ nằm trên đường thẳng $y=m\,(m\neq 0)$ $\Rightarrow A(a^m;m), B\left(a^{\frac{m}{2}};m\right)$

Vì $ABCD$ là hình vuông $\Rightarrow C\left(a^{\frac{m}{2}};\frac{3m}{2}\right)$

$$\text{Do } S_{ABCD} = 36 \Leftrightarrow \begin{cases}AB=6\\ BC=6\end{cases} \Rightarrow \begin{cases}\left|a^m - a^{\frac{m}{2}}\right| = 6\\ \left|\frac{3m}{2}-m\right| = 6\end{cases} \Rightarrow m=12 \Rightarrow a=\sqrt[6]{3}$$

Câu 25: Đáp án B.

$y' = (-2x+6).5^{-x^2+6x-8}.\ln 5 \Rightarrow y'(2) = 2\ln 5$

$y'(2) = 6m\ln 5 \Leftrightarrow m = \frac{1}{3} \Rightarrow 0<m\le\frac{1}{3}$

Câu 26: Đáp án C.

Số tiền anh Đông tiết kiệm được sau 10 năm là:

$$S_1 = A\sum_{i=0}^{4}(1+0{,}1)^i = 0{,}6.24.m\sum_{i=0}^{4}(1{,}1)^i$$

Giá ngôi nhà đó sau 10 năm là: $S_2 = 10^9(1+0{,}05)^5$

Theo bài ra: $0{,}6.24.m\sum_{i=0}^{4}1{,}1^i = 10^9.(1{,}05)^5 \Leftrightarrow m \approx 14.517.479$ đồng

Câu 27: Đáp án C.

Phương trình viết lại: $9\log_3^2 x - (9m+3)\log_3 x + 9m - 2 = 0$

Đặt $t=\log_3 x \Rightarrow t_1+t_2=\log_3 x_1+\log_3 x_2=\log_3 x_1x_2=1$

$\Leftrightarrow \dfrac{9m+3}{9}=1 \Leftrightarrow m=\dfrac{2}{3}$ thỏa mãn điều kiện có nghiệm.

Câu 28: Đáp án B.

$f(x)=F'(x)=2x+4 \Rightarrow f(3)=10$

Câu 29: Đáp án B.

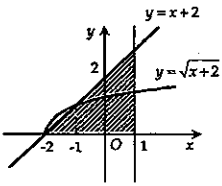
$\int \dfrac{1}{e^x+1}dx=\int dx-\int \dfrac{e^x}{e^x+1}dx=x-\ln\left(e^x+1\right)+C$

Vì $F(0)=-\ln 2 \Leftrightarrow C=0 \Rightarrow F(x)=x-\ln\left(e^x+1\right)$

Xét phương trình $F(x)+\ln\left(e^x+1\right)=3 \Leftrightarrow x=3$

Câu 30: Đáp án C.

Đặt $3a-x=2a+t \Rightarrow \begin{cases} dx=-dt \\ x=a-t \end{cases} \Rightarrow I=\int\limits_a^{-a}\dfrac{e^{a-t}}{2a+t}(-dt)=e^a.\int\limits_{-a}^{a}\dfrac{1}{(2a+t)e^t}dt=e^a.b$



STUDY TIPS

$V_{Ox}=\pi\int\limits_a^b\left|f^2(x)-g^2(x)\right|dx$

Câu 31: Đáp án D.

Xét phương trình $x+2=\sqrt{x+2} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-2 \\ x=-1 \end{array}\right.$

$V=V_1+V_2$ với $V_1=\pi\int\limits_{-2}^{1}(x+2)^2dx=9\pi$

$$V_2=\pi\int\limits_{-2}^{-1}\left[\left(\sqrt{x+2}\right)^2-(x+2)^2\right]dx=\frac{\pi}{6}$$

Vậy $V=9\pi+\dfrac{\pi}{6}=\dfrac{55\pi}{6}$

Câu 32: Đáp án C.

Lấy tích phân hai vế của biểu thức $2f(x)+3f(-x)=\dfrac{1}{4+x^2}$, ta được

$$2\int\limits_{-2}^{2}f(x)dx+3\int\limits_{-2}^{2}f(-x)dx=\int\limits_{-2}^{2}\frac{1}{4+x^2}dx \Leftrightarrow 2I+3\int\limits_{-2}^{2}f(-x)dx=\frac{\pi}{4}.$$

Xét $J=\int\limits_{-2}^{2}f(-x)dx$. Đặt $t=-x \Rightarrow dt=-dx$. Đổi cận: $\begin{cases} x=-2 \to t=2 \\ x=2 \to t=-2 \end{cases}$

Suy ra $J=-\int\limits_{2}^{-2}f(t)dt=\int\limits_{-2}^{2}f(t)dt=\int\limits_{-2}^{2}f(x)dx=I.$

Vậy $2I+3\int\limits_{-2}^{2}f(-x)dx=\dfrac{\pi}{4} \Leftrightarrow 2I+3I=\dfrac{\pi}{4} \Leftrightarrow I=\dfrac{\pi}{20}.$

Câu 33: Đáp án B.

Ta có $h(t)=\int h'(t)dt=\dfrac{3}{2000}(t+3)^{\frac{4}{3}}+C$

Lúc ban đầu $t=0$ hồ bơi không có nước tức là:

$h(t)=0 \Leftrightarrow \dfrac{3}{2000}(0+3)^{\frac{4}{3}}+C=0 \Leftrightarrow C=-\dfrac{3^{\frac{7}{3}}}{2000}$

$\Rightarrow$ Mực nước bơm tại thời điểm t là: $h(t)=\dfrac{3}{2000}(t+3)^{\frac{4}{3}}-\dfrac{3^{\frac{7}{3}}}{2000}$

Theo giả thiết $\Rightarrow h(t)=\dfrac{3}{4}.280 \Leftrightarrow \dfrac{3}{2000}(t+3)^{\frac{4}{3}}-\dfrac{3^{\frac{7}{3}}}{2000}=210$

$\Leftrightarrow (t+3)^{\frac{4}{3}} = 140004,33 \Leftrightarrow t = 7234\,(s) \Rightarrow t = 2$ giờ 34 giây.

Câu 34: Đáp án C.

Câu 35: Đáp án B.

Phương trình có các nghiệm $z=-i, z=-3i, z=2+3i$

$\Rightarrow$ Tổng môđun các nghiệm $T = 1+3+\sqrt{13} = 4+\sqrt{13}$

Câu 36: Đáp án C.

Từ giả thiết $\Rightarrow w = \frac{i}{3-2i}z + \frac{2}{3-2i} = \left(-\frac{2}{13}+\frac{3}{13}i\right)z + \frac{6}{13}+\frac{4}{13}i$

STUDY TIPS

$|z-(a+bi)| = r \Rightarrow$ Tập hợp biểu diễn là đường tròn tâm $(a;b)$ bán kính r.

$\Leftrightarrow w = \left(-\frac{2}{13}+\frac{3}{13}i\right)(z-1) + \frac{4}{13}+\frac{7}{13}i$

$\Rightarrow \left|w - \left(\frac{4}{13}+\frac{7}{13}i\right)\right| = \left|-\frac{2}{13}+\frac{3}{13}i\right|.|z-1| = \frac{1}{\sqrt{13}}.3 = \frac{3}{\sqrt{13}}$

Vậy tập hợp điểm biểu diễn số phức w thuộc đường tròn tâm $I\left(\frac{4}{13};\frac{7}{13}\right)$, bán kính $r = \frac{3}{\sqrt{13}}$.

Câu 37: Đáp án D.

Giả sử $z = a+bi,\ a,b \in \mathbb{R}$

Ta có $10 = |z+4| + |z-4| \ge |z+4+z-4| = 2z \Leftrightarrow |z| \le 5$

STUDY TIPS

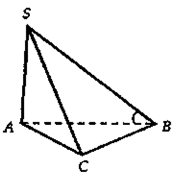
$|a| + |b| \ge |a+b|$

Áp dụng bất đẳng thức Bunhiacopxki ta có:

$100 = \left(|z+4|.1 + |z-4|.1\right)^2 \le 2\left(|z-4|^2 + |z+4|^2\right)$

$\Leftrightarrow (a+4)^2 + b^2 + (a-4)^2 + b^2 \ge 50 \Leftrightarrow a^2+b^2 \ge 9 \Leftrightarrow |z| \ge 3$

Vậy $\max|z| = 5,\ \min|z| = 3$.

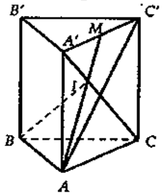


Câu 38: Đáp án B.

Câu 39: Đáp án A.

$60° = (SB;(ABC)) = (SB;AB) = \widehat{SBA}; S_{ABC} = \frac{a^2\sqrt{3}}{4},\ SA = AB.\tan 60° = a\sqrt{3}$

$\Rightarrow V = \frac{a^3}{4}$

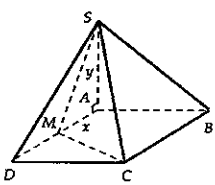


Câu 40: Đáp án B.

Xét $\Delta AA'C$ có I là trọng tâm, $d(I,(ABC)) = \frac{2}{3}d(M,(ABC))$

Ta có: $V_{ABC.A'B'C'} = S_{ABC}.AA' = S_{ABC}.d(A',(ABC))$

$V_{IABC} = \frac{1}{3}S_{\Delta ABC}.d(I,(ABC)) = \frac{1}{3}S_{\Delta ABC}.\frac{2}{3}d(M,(ABC)) = \frac{2}{9}S_{\Delta ABC}.d(A',(ABC))$



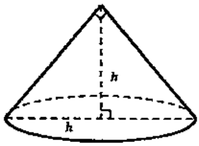
Câu 41: Đáp án B.

$SA = y = \sqrt{a^2-x^2};\ S_{ABCM} = \frac{BC+AM}{2}.AB = \frac{a+x}{2}.a$

$V_{SABCM} = \frac{1}{3}S_{ABCM}.SA = \frac{a}{6}(a+x)\sqrt{a^2-x^2}$

Xét hàm số $f(x) = (a+x)\sqrt{a^2-x^2}$ trên $(0;a)$ ta được:

$\max\limits_{(0;a)} f(x) = f\left(\frac{a}{2}\right) = \frac{3\sqrt{3}a^2}{4} \Rightarrow V_{max} = \frac{a^3\sqrt{3}}{8}$



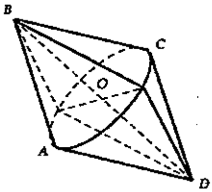
Câu 42: Đáp án A.

Do góc ở đỉnh bằng $90°$ nên thiết diện qua trục của hình nón là tam giác vuông cân $\Rightarrow$ Bán kính đáy của hình nón là $R = h$

$\Rightarrow V = \frac{1}{3}\pi R^2.h = \frac{\pi h^3}{3}$

Câu 43: Đáp án D.

Vì khối cầu nội tiếp khối trụ nên khối cầu có bán kính là $a\sqrt{3}$ nên diện tích của mặt cầu $S = 4\pi\left(a\sqrt{3}\right)^2 = 12\pi a^2$

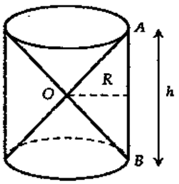


Câu 44: Đáp án B.

Do $\widehat{ABC} = 60° \Rightarrow \Delta ABC$ đều $\Rightarrow AC = 5\,cm$

Do đó diện tích của hình thu được: $S = 2\left(\pi.\frac{AC}{2}.BA\right) = 25\pi\,cm^2$

Câu 45: Đáp án D.



Do $OA = OB$ nên chiều cao của hình nón bằng $\frac{h}{2}$

Tổng thể tích của 2 hình nón là: $V_n = 2\left(\frac{1}{3}\pi R^2.\frac{h}{2}\right) = \frac{\pi R^2 h}{3}$

Thể tích hình trụ: $V_t = \pi R^2 h \Rightarrow \frac{V_n}{V_t} = \frac{1}{3}$

Câu 46: Đáp án D.

Chọn $t = -1 \Rightarrow$ Đường thẳng d đi qua điểm $(-1;2;-2)$ và có vecto chỉ phương $\vec{u} = (2;1;1)$

Câu 47: Đáp án B.

Kiểm tra ta được 4 điểm *A, B, C, D* không đồng phẳng nên tạo nên tứ diện.

- Một mặt phẳng đi qua *A, B* và song song với *CD*.
- Một mặt phẳng đi qua *A, B* và trung điểm *CD*.

Câu 48: Đáp án D.

Đường thẳng Δ có vectơ chỉ phương $\overrightarrow{u_\Delta} = (1;1;-1)$.

Một mặt phẳng (P) có vectơ pháp tuyến $\overrightarrow{n_P} = (1;2;3)$

Gọi $I = \Delta \cap (P)$, tọa độ I là nghiệm của hệ phương trình:

$$\begin{cases} \frac{x+2}{1} = \frac{y-2}{1} = \frac{z}{-1} \\ x + 2y - 3z + 4 = 0 \end{cases} \Rightarrow I(-3;1;1).$$

Do $\begin{cases} d \subset (P) \\ d \cap \Delta \neq \varnothing \end{cases} \Rightarrow I \in d$ và $\begin{cases} d \subset (P) \\ d \perp \Delta \end{cases}$

$\Rightarrow$ Đường thẳng d có một vectơ chỉ phương $\overrightarrow{u_d} = \left[\overrightarrow{u_\Delta}, \overrightarrow{n_P}\right] = (-1;2;1)$

Vậy $d: \frac{x+3}{-1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z-1}{1}$.

Câu 49: Đáp án A.

Nhìn vào phương trình (γ), để tính $m+n$ ta cần có $y=-1$.

Cho $y=-1 \Rightarrow \begin{cases} (\alpha): 2x-5z-2=0 \\ (\beta): x-2z-1=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ z=0 \end{cases}$.

Thay vào (γ), ta được $m+n=-4$.

Câu 50: Đáp án B.

Ta thấy $D \in (ABC): 2x+3y+z-6=0$

Ta có: $\begin{cases} d[A,d] \le AD \\ d[B,d] \le BD \\ d[C,d] \le CD \end{cases} \Rightarrow d[A,d]+d[B,d]+d[C,d] \le AD+BD+CD$

Dấu "=" xảy ra khi $d \perp (ABC)$ tại điểm $D \Rightarrow d: \begin{cases} x=1+2t \\ y=1+3t \\ z=z+t \end{cases} \Rightarrow N(5;7;3) \in d$

ĐỀ THỬ SỨC SỐ 19

Câu 1: Tế bào E. Coli trong điều kiện nuôi cấy thích hợp cứ 20 phút lại nhân đôi một lần. Vậy từ 1 tế bào sau 10 lần phân chia thì tổng số các tế bào có là:

A. 2^{10}. B. 2^{11}. C. $S_{10}=2^{10}-1$. D. $S_{10}=2^{11}-1$.

Câu 2: Số điểm có tọa độ nguyên của đồ thị hàm số $y=\dfrac{3x+1}{2x-1}$ là:

A. 2. B. 0. C. 4. D. 6.

Câu 3: Phương trình $x^3+ax+b=0$ có 3 nghiệm tạo thành 1 cấp số cộng khi:

A. $b=0,\ a<0$. B. $b=0,\ a=1$. C. $b=0,\ a>0$. D. $b>0,\ a>0$.

Câu 4: Cho đa giác đều 12 đỉnh. Gọi S là tập các hình tứ giác tạo từ 12 đỉnh trên. Chọn một phần tử từ tập S. Xác suất để tứ giác chọn được là hình chữ nhật.

A. $\dfrac{1}{165}$. B. $\dfrac{1}{33}$. C. $\dfrac{2}{15}$. D. $\dfrac{4}{195}$.

Câu 5: Cho A,B là các biến cố có liên quan đến một phép thử có hữu hạn kết quả đồng khả năng xuất hiện. Chọn mệnh đề sai.

A. $P(\varnothing)=0$. B. $P(\Omega)=1$.

C. $P(A\cup B)=P(A)+P(B)$. D. $P(\overline{A})=1-P(A)$.

Câu 6: Có 16 đội bóng chia thành 4 bảng A, B, C, D trong đó mỗi bảng có 4 đội. Hỏi có bao nhiêu cách chia?

A. $C_{16}^4.C_{12}^4.C_8^4.C_4^4$. B. $A_{16}^4.A_{12}^4.A_8^4.A_4^4$. C. $4!C_{16}^4.C_{12}^4.C_8^4.C_4^4$. D. C_{16}^4.

Câu 7: Cho $(1-2x)^{12}=a_0+a_1x+a_2x^2+...+a_{12}x^{12}$ thì giá trị $S=a_0-a_1+a_2-a_3+...+a_{12}$ là:

A. 3^{12}. B. 1. C. -1. D. 0.

Câu 8: Hàm số $y=\dfrac{\sin x+\cos x}{\sin x-\cos x+2}$ có bao nhiêu giá trị nguyên?

A. 0. B. Vô số. C. 2. D. 3.

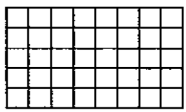
Câu 9: Dãy số cho bởi công thức nào sau đây không phải là cấp số nhân?

A. $u_n=2n+3$. B. $u_n=(-1)^n$. C. $u_n=\dfrac{3^n}{4}$. D. $u_n=\dfrac{2}{3^n}$.

Câu 10: Có bao nhiêu hình chữ nhật ở hình bên

A. 420. B. 540.

C. 360. D. 280.



Câu 11: Số giá trị nguyên dương của m mà nhỏ hơn 2018 để phương trình $(m+1)\cos x+1=0$ có nghiệm?

A. 2016. B. 2017. C. 2018. D. 2019.

Câu 12: Trong mặt phẳng Oxy, cho đường thẳng $d: y=3x-2$ để phép tịnh tiến theo $\vec{v}$ biến đường thẳng d thành chính nó thì:

A. $\vec{v}=(-1;-3)$. B. $\vec{v}=(-1;3)$. C. $\vec{v}=(3;1)$. D. $\vec{v}=(3;-1)$.

Câu 13: Cho ΔABC. Gọi B',C' lần lượt là trung điểm của AB và AC. Tam giác ABC biến thành tam giác $AB'C'$ qua phép vị tự nào?

A. $V_{(A;2)}$. B. $V_{\left(A;\frac{1}{2}\right)}$. C. $V_{(A;-2)}$. D. $V_{\left(A;-\frac{1}{2}\right)}$.

Câu 14: Trong không gian cho đường thẳng $a \subset (\alpha)$, $b \subset (\beta)$, $(\alpha)//(\beta)$. Kết quả nào sau đây là đúng?

A. $a//b$. B. a, b chéo nhau.

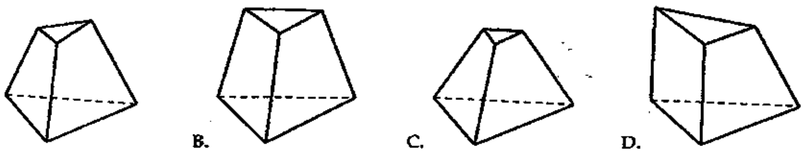
C. a, b cắt nhau. D. a, b không có điểm chung.

Câu 15: Cho lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại B, $AC = 2a$, hình chiếu vuông góc của A' lên ABC là trung điểm H của AC. Đường thẳng $A'B$ tạo với (ABC) một góc $45°$. Phát biểu nào sau đây là đúng?

A. $A'B \perp B'C$. B. Thể tích khối $ABC.A'B'C'$ là $\frac{a^3}{3}$.

C. $AH = \frac{a\sqrt{2}}{2}$. D. $\widehat{A'BA} = 45°$.

Câu 16: Trong các hình sau, hình nào là hình chóp cụt?



A. B. C. D.

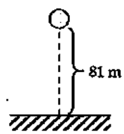
Câu 17: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật. Mặt bên SAB là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Gọi M là trung điểm của SA biết $AD = a\sqrt{3}$, $AB = a$. Khi đó khoảng cách từ C đến (MBD) là:

A. $\frac{2a\sqrt{15}}{10}$. B. $\frac{a\sqrt{39}}{13}$. C. $\frac{2a\sqrt{39}}{13}$. D. $\frac{a\sqrt{15}}{10}$.

Câu 18: Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} x^2 - 3 & \text{khi } x \geq 2 \\ x + 1 & \text{khi } x < 2 \end{cases}$ thì giá trị của $\lim\limits_{x \to 2} f(x)$ là:

A. 1. B. 3. C. –1. D. không tồn tại.

Câu 19: Một quả bóng cao su được thả từ độ cao 81 m. Mỗi lần chạm đất bóng lại nảy lên $\frac{2}{3}$ độ cao lần trước thì tổng khoảng cách rơi và nảy của quả bóng từ lúc thả bóng cho đến khi bóng không nảy nữa là:



A. 486 m. B. 324 m.

C. 405 m. D. 243 m.

Câu 20: Cho hàm số $f(x) = \sin 2x + 2\cos x$. Số điểm biểu diễn nghiệm của phương trình $f'(x) = 0$ trên đường tròn lượng giác là:

A. 2. B. 3. C. 4. D. Vô số.

Câu 21: Cho hàm số $y = \frac{x+1}{x-1}$ có đồ thị (C). Gọi I là giao điểm của hai tiệm cận, M là một điểm thuộc (C). Tiếp tuyến tại M của (C) cắt hai tiệm cận tại A và B. Phát biểu nào sau đây là sai?

A. M là trung điểm của AB.

B. Diện tích tam giác IAB là một số không đổi.

C. Tích khoảng cách từ M đến hai tiệm cận là một số không đổi.

D. Tổng khoảng cách từ M đến hai tiệm cận là một số không đổi.

Câu 22: Đồ thị hàm số $y=ax^3+bx^2+cx+d$ có hai điểm cực trị là $A(0;0)$ và $B(1;1)$. Khi đó $a^2+b^2+c^2+d^2$ là:

A. 13. B. 14. C. 11. D. 9.

Câu 23: Hàm số nào sau đây đồng biến trên $\mathbb{R}$?

A. $y=\log_{\sqrt{2}} x^2$. B. $y=(3x+1)^{\frac{1}{3}}$. C. $y=\sqrt[3]{x^3+x}$. D. $y=2^{-x}$.

Câu 24: Cho phương trình $\left|x^4-4x^2-5\right|-m=0$ có 6 nghiệm phân biệt thỏa mãn $a<m<b$ thì $a+b$ là:

A. -14. B. 9. C. 14. D. 5.

Câu 25: Cho hàm số $y=\dfrac{\sqrt{1-x^2}}{x}$. Tìm khẳng định đúng?

A. Đồ thị hàm số không có tiệm cận ngang. B. Đồ thị hàm số có 2 tiệm cận ngang.

C. Đồ thị hàm số có 1 tiệm cận ngang. D. Đồ thị hàm số không có tiệm cận.

Câu 26: Khẳng định nào sau đây là sai?

A. $\left(2-\sqrt{3}\right)^{2018}>\left(2-\sqrt{3}\right)^{2019}$. B. $\left(1-\dfrac{\sqrt{3}}{2}\right)^{2018}>\left(1-\dfrac{\sqrt{3}}{2}\right)^{2019}$.

C. $\left(1+\sqrt{2}\right)^{2018}>\left(1+\sqrt{2}\right)^{2019}$. D. $\pi^{2018}>e^{2018}$.

Câu 27: Giá trị của m để phương trình $4^{|x|}-2^{|x|+1}-m=0$ có nghiệm duy nhất là:

A. $m=2$. B. $m=0$. C. $m=1$. D. $m=-1$.

Câu 28: Tập nghiệm của bất phương trình $\log^2 x-\log x^3+2\geq 0$ là $S=(a;b]\cup[c;+\infty)$ thì $a+b+c$ là:

A. 10. B. 100. C. 110. D. 2018.

Câu 29: Cho hàm số $y=\ln\dfrac{1}{x}$. Hệ thức nào sau đây đúng?

A. $e^y+y'=0$. B. $e^y-y'=0$. C. $e^y.y'=0$. D. $e^y.y'=\dfrac{1}{x^2}$.

Câu 30: Ta có: $\int\limits_0^1 f(x)\mathrm{d}x=2$; $\int\limits_1^3 f(x)\mathrm{d}x=4$. Tính $\int\limits_0^1 f(3x)\mathrm{d}x$.

A. $\int\limits_0^1 f(3x)\mathrm{d}x=6$. B. $\int\limits_0^1 f(3x)\mathrm{d}x=12$. C. $\int\limits_0^1 f(3x)\mathrm{d}x=2$. D. $\int\limits_0^1 f(3x)\mathrm{d}x=\dfrac{2}{3}$.

Câu 31: Hàm số $f(x)=\dfrac{1}{x-2}-\dfrac{3}{2x+1}$ có nguyên hàm là:

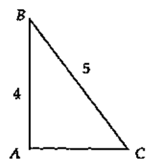
A. $\int f(x)\mathrm{d}x=\ln|x-2|-3\ln|2x+1|+C$. B. $\int f(x)\mathrm{d}x=\ln|x-2|-6\ln|2x+1|+C$.

C. $\int f(x)\mathrm{d}x=\ln|x-2|+\dfrac{3}{2}\ln|2x+1|+C$. D. $\int f(x)\mathrm{d}x=\ln|x-2|-\dfrac{3}{2}\ln|2x+1|+C$.

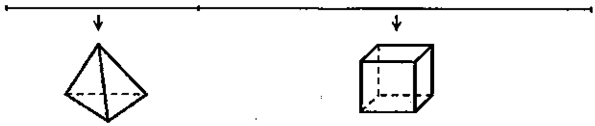
Câu 32: Cho ΔABC vuông tại A, cạnh $AB=4$, $BC=5$. Quay ΔABC quanh AB được khối nón có thể tích V_1, quay ΔABC quanh AC được khối nón có thể tích V_2 thì:

A. $V_1=V_2=12\pi$. B. $V_1>V_2$.

C. $V_1=V_2=16\pi$. D. $V_1<V_2$.



Câu 33: Người ta cắt đôi đoạn dây thép dài 10 m thành hai phần. Phần 1 lại cắt thành 6 phần bằng nhau và ghép thành một hình tứ diện, phần 2 lại cắt thành 12 phần bằng nhau và ghép thành một hình lập phương sao cho tổng diện tích xung quanh của hai hình là nhỏ nhất.



Gọi a là độ dài cạnh của hình tứ diện, b là độ dài cạnh của hình lập phương thì $a+b$ là:

A. $\frac{5+5\sqrt{3}}{3}$. B. $\frac{-5+5\sqrt{3}}{3}$. C. $\frac{-5+20\sqrt{3}}{6}$. D. $\frac{5+20\sqrt{3}}{6}$.

Câu 34: Cho $(E):\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$. Khi quay (E) quanh trục Ox ta được một khối tròn xoay (gọi là khối elipxoit). Thể tích của khối elipxoit là:

A. $\frac{4}{3}\pi a^2 b$. B. $\frac{4}{3}\pi ab^2$. C. $\frac{3}{4}\pi a^2 b$. D. $\frac{3}{4}\pi ab^2$.

Câu 35: Cho các mệnh đề sau:

(I) 3 vectơ gọi là đồng phẳng khi và chỉ khi chúng cùng nằm trong một mặt phẳng.

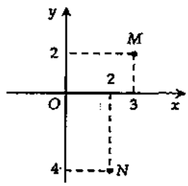
(II) 3 vectơ gọi là đồng phẳng khi và chỉ khi chúng có giá song song với một mặt phẳng.

(III) 3 vectơ $\vec{a},\vec{b},\vec{c}$ đồng phẳng nếu tồn tại duy nhất bộ số (m,n) sao cho $\vec{a}=m\vec{b}+n\vec{c}$.

Số mệnh đề đúng là:

A. 0. B. 1. C. 2. D. 3.

Câu 36: Gọi z_1, z_2 lần lượt có điểm biểu diễn là M và N trên mặt phẳng Oxy (hình bên). Khi đó số phức $z=\frac{z_1}{z_2}$ là:



A. $z=-\frac{1}{4}+\frac{4}{5}i$. B. $z=\frac{3}{2}-\frac{1}{2}i$.

C. $z=-\frac{1}{10}-\frac{4}{5}i$. D. $z=-\frac{2}{5}-\frac{7}{10}i$.

Câu 37: Cho hai số phức z_1, z_2 thỏa mãn $\frac{1}{z_1}+\frac{1}{z_2}=\frac{1}{z_1+z_2}$. Khi đó phần thực của số phức $w=\frac{z_1}{z_2}$ là:

A. $\frac{1}{2}$. B. $-\frac{1}{2}$. C. $\frac{\sqrt{3}}{2}$. D. $-\frac{\sqrt{3}}{2}$.

Câu 38: Cho hai số phức z_1, z_2 thỏa mãn $|z_1+2|=2$ và $|z_2-3i|=|z_2+1-6i|$. Tìm giá trị nhỏ nhất của $|z_1-z_2|$.

A. $\frac{-10+6\sqrt{10}}{5}$. B. $\frac{10+6\sqrt{10}}{5}$. C. 0. D. $\frac{12}{\sqrt{10}}$.

Câu 39: Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có cạnh bên $AA'=2a$, $AB=AC=a$, góc $\widehat{BAC}=120°$. Gọi M là trung điểm của BB' thì cosin của góc tạo bởi hai mặt phẳng (ABC) và $(AC'M)$ là:

A. $\frac{\sqrt{3}}{31}$. B. $\frac{\sqrt{5}}{5}$. C. $\frac{\sqrt{3}}{15}$. D. $\frac{\sqrt{93}}{31}$.

Câu 40: Cho khối trụ (T), AB và CD lần lượt là hai đường kính trên hai mặt đáy của (T). Biết góc giữa AB và CD là $30°$, $AB=6$ và thể tích khối $ABCD$ là 30. Khi đó thể tích khối trụ (T) là:

A. $\frac{90\pi\sqrt{3}}{270}\text{ cm}^3$. B. $30\pi\text{ cm}^3$. C. $90\pi\text{ cm}^3$. D. $45\pi\text{ cm}^3$.

Câu 41: Cho hình chóp $S.ABCD$ đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh $2a$, ΔSAB là vuông cân tại S, ΔSCD đều thì thể tích khối $S.ABCD$ là:

A. $\frac{4a^3\sqrt{3}}{3}$. B. $\frac{4}{3}a^3$. C. $2a^3\sqrt{3}$. D. $\frac{2a^3\sqrt{3}}{3}$.

Câu 42: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $A(-1;0;2)$, $B(0;-1;1)$, $C(2;-1;0)$. Điểm M thỏa mãn $3\overrightarrow{MA}+4\overrightarrow{MB}-\overrightarrow{MC}=\vec{0}$ thì điểm M có tọa độ là:

A. $M\left(-\frac{5}{6};\frac{1}{2};\frac{5}{3}\right)$. B. $M\left(-\frac{5}{6};-\frac{1}{2};\frac{5}{3}\right)$. C. $M\left(\frac{5}{6};-\frac{1}{2};\frac{5}{3}\right)$. D. $M\left(-\frac{5}{6};-\frac{1}{2};-\frac{5}{3}\right)$.

Câu 43: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $d_1:\begin{cases}x=1+t\\y=-3\\z=2-2t\end{cases}$ và $d_2:\frac{x+3}{1}=\frac{y-1}{-2}=\frac{z+4}{3}$. Viết phương trình mặt phẳng (P) cách đều hai đường thẳng d_1 và d_2.

A. $(P):2x-2y+z+1=0$. B. $(P):4x+5y+2z+11=0$.

C. $(P):3x-2y+z+2=0$. D. $(P):3x+2y+z+6=0$.

Câu 44: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P):2x-2y+z+3=0$ và mặt cầu $(S):(x-1)^2+(y+3)^2+z^2=9$ và đường thẳng $d:\frac{x}{-2}=\frac{y+2}{1}=\frac{z+1}{2}$. Cho các phát biểu sau đây:

I. Đường thẳng d cắt mặt cầu (S) tại 2 điểm phân biệt.

II. Mặt phẳng (P) tiếp xúc với mặt cầu (S).

III. Mặt phẳng (P) và mặt cầu (S) không có điểm chung.

IV. Đường thẳng d cắt mặt phẳng (P) tại 1 điểm.

Số phát biểu đúng là:

A. 4. B. 1. C. 2. D. 3.

Câu 45: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(8;1;1)$. Mặt phẳng (P) qua M cắt các tia Ox, Oy, Oz lần lượt tại A, B, C thỏa mãn $OA^2+OB^2+OC^2$ đạt giá trị nhỏ nhất có dạng là (P): $ax+by+cz-12=0$. Khi đó $a+b+c$ là:

A. 9. B. -9. C. 11. D. -11.

Câu 46: Cho hình chóp $S.ABCD$, đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh $2a$, SAD là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của BC và CD. Khi đó bán kính mặt cầu ngoại tiếp khối $SCMN$ là:

A. $\frac{3a}{2}$. B. $a\sqrt{3}$. C. $\frac{\sqrt{93}}{6}a$. D. $\frac{31}{12}a$.

Câu 47: Cho điểm A cố định trên đường tròn (O) và một điểm C di động trên đường tròn đó. Dựng hình vuông $ABCD$ (thứ tự các đỉnh theo chiều dương). Khi đó quỹ tích điểm D là ảnh của đường tròn (O) qua phép biến hình F có được bằng cách thực hiện liên tiếp:

A. $\begin{cases}V_{\left(A;\frac{\sqrt{2}}{2}\right)}\\Q_{(A;45^\circ)}\end{cases}$. B. $\begin{cases}V_{\left(A;-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)}\\Q_{(A;45^\circ)}\end{cases}$. C. $\begin{cases}V_{\left(A;-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)}\\Q_{(A;-45^\circ)}\end{cases}$. D. $\begin{cases}V_{\left(A;\frac{\sqrt{2}}{2}\right)}\\Q_{(A;-45^\circ)}\end{cases}$.

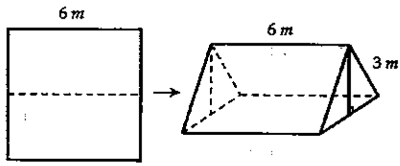
Câu 48: Cho các số thực dương x, y thỏa mãn: $x+y=\frac{5}{4}$ thì biểu thức $S=\frac{4}{x}+\frac{1}{4y}$ đạt giá trị nhỏ nhất khi $\begin{cases} x=a \\ y=b \end{cases}$ thì $a.b$ có giá trị là bao nhiêu?

A. $a.b=\frac{3}{8}$. B. $a.b=\frac{25}{64}$. C. $a.b=0$. D. $a.b=\frac{1}{4}$.

Câu 49: Cho tứ diện $ABCD$, có bao nhiêu mặt phẳng qua AB và cách đều CD?

A. 0. B. 1. C. 2. D. Vô số.

Câu 50: Một nhóm bạn đi du lịch dựng lều bằng cách gập đôi chiếc bạt hình vuông cạnh là 6 m (hình vẽ), sau đó dùng hai chiếc gậy có chiều dài bằng nhau chống theo phương thẳng đứng vào hai mép gấp để không gian trong lều là lớn nhất thì chiều dài của chiếc gậy là:



A. $\frac{3\sqrt{3}}{2}$ m. B. $\frac{3\sqrt{2}}{2}$ m. C. $\frac{3}{2}$ m. D. 1 m.

ĐÁP ÁN

1.A	2.C	3.A	4.B	5.C	6.A	7.A	8.D	9.A	10.B
11.B	12.A	13.B	14.D	15.A	16.C	17.B	18.D	19.C	20.B
21.D	22.A	23.C	24.C	25.A	26.C	27.D	28.C	29.A	30.C
31.D	32.D	33.C	34.B	35.C	36.C	37.B	38.A	39.D	40.C
41.D	42.B	43.B	44.D	45.A	46.C	47.A	48.D	49.C	50.B

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

STUDY TIPS
Cho cấp số nhân (u_n) có số hạng đầu u_1, công bội q
$S_n = u_1 + u_2 + ... + u_n$
$= \dfrac{u_n(1-q^n)}{1-q}$

Câu 1: Đáp án A.

Câu 2: Đáp án C.

$y = \dfrac{3x+1}{2x-1} \Leftrightarrow y = \dfrac{1}{2}\left(3 + \dfrac{5}{2x-1}\right)$

$y \in \mathbb{Z} \Leftrightarrow 3 + \dfrac{5}{2x-1}$ là số chẵn $\Rightarrow \dfrac{5}{2x-1}$ là số lẻ

Mà $x \in \mathbb{Z} \Rightarrow \dfrac{5}{2x-1}$ lẻ $\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 2x-1 = \pm 1 \\ 2x-1 = \pm 5 \end{array}\right.$

$\Rightarrow$ Đồ thị hàm số có 4 điểm có tọa độ nguyên.

Cách 2: Dùng máy tính cầm tay (MTCT)

Nhập $\boxed{MODE}$ $\boxed{7}$ nhập vào màn hình $f(x) = \dfrac{3x+1}{2x-1}$.

Ấn $\boxed{=}$ nhập Start -9

End 9

Step 1

Từ bảng giá trị của $f(x)$ $\Rightarrow$ Các điểm có tọa độ nguyên.

STUDY TIPS
Phương trình $ax^3 + bx^2 + cx + d = 0$ có 3 nghiệm x_1, x_2, x_3 thì
$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = -\dfrac{b}{a} \\ x_1x_2 + x_2x_3 + x_3x_1 = \dfrac{c}{a} \\ x_1x_2x_3 = -\dfrac{d}{a} \end{cases}$
(Vi-et bậc 3)

Câu 3: Đáp án A.

Giả sử phương trình có 3 nghiệm x_1, x_2, x_3 lập thành một cấp số cộng thì

$\begin{cases} x_2 = \dfrac{x_1 + x_3}{2} \\ x_1 + x_2 + x_3 = 0 \text{ (Vi-et bac 3)} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x_2 = x_1 + x_3 \\ 3x_2 = 0 \end{cases}$

$\Rightarrow x_2 = 0$ là nghiệm của phương trình $\Rightarrow x_2^3 + ax_2 + b = 0 \Rightarrow b = 0$

Phương trình $\Leftrightarrow x^3 + ax = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x^2 = -a \end{array}\right.$

Để 3 nghiệm là cấp số cộng $\Rightarrow -a > 0 \Leftrightarrow a < 0 \Rightarrow$ Điều kiện là $b = 0$, $a < 0$.

Chú ý: Bạn có thể thử từ đáp án tìm ra nghiệm kiểm tra rồi kết luận.

STUDY TIPS
Đa giác lồi n đỉnh thì số tứ giác tạo từ n đỉnh trên là C_n^4

Câu 4: Đáp án B.

+ Số các tứ giác tạo thành là $C_{12}^4 = 495$.

+ Đa giác đều này có 6 đường chéo qua tâm. Cứ 2 đường chéo qua tâm cho ta 1 hình chữ nhật $\Rightarrow$ Số hình chữ nhật tạo thành là $C_6^2 = 15$

$\Rightarrow$ Xác suất là $P = \dfrac{C_6^2}{C_{12}^4} = \dfrac{15}{495} = \dfrac{1}{33}$.

STUDY TIPS
A, B là 2 biến cố xung khắc thì $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$

Câu 5: Đáp án C.

$P(A \cup B) = P(A) + P(B)$ khi A, B là 2 biến cố xung khắc.

Câu 6: Đáp án A.

Cách chia thực hiện bởi 4 công đoạn:

- Công đoạn 1: Chia 4 đội cho bảng A có C_{16}^4 cách.
- Công đoạn 2: Chia 4 đội cho bảng B có C_{12}^4 cách.
- Công đoạn 3: Chia 4 đội cho bảng C có C_8^4 cách.
- Công đoạn 4: Chia 4 đội cho bảng D có C_4^4 cách.

$\Rightarrow$ Số cách chia bảng là $C_{16}^4.C_{12}^4.C_8^4.C_4^4$.

Câu 7: Đáp án A.

Chọn $x=-1 \Rightarrow (1+2)^{12} = a_0 - a_1 + a_2 - a_3 + ... + a_{12} \Rightarrow S = 3^{12}$.

Câu 8: Đáp án D.

STUDY TIPS
PT $a\sin x + b\cos x = c$ có nghiệm $\Leftrightarrow a^2+b^2 \ge c^2$

Giả sử $y_0 \in$ miền giá trị của hàm số $y=\dfrac{\sin x+\cos x}{\sin x-\cos x+2}$

$\Rightarrow$ Phương trình $y_0=\dfrac{\sin x+\cos x}{\sin x-\cos x+2}$ có nghiệm

$\Leftrightarrow (y_0-1)\sin x-(y_0+1)\cos x=-2y_0$ có nghiệm

$\Leftrightarrow (y_0-1)^2+(y_0+1)^2 \ge 4y_0^2 \Leftrightarrow -1 \le y_0 \le 1$

$\Rightarrow y_0$ có 3 giá trị nguyên.

Câu 9: Đáp án A.

STUDY TIPS
Dãy (u_n) là một cấp số nhân nếu $\frac{u_{n+1}}{u_n}$ là một số không đổi

Xét dãy $u_1 = 2n+3$.

Ta có: $\dfrac{u_{n+1}}{u_n}=\dfrac{2(n+1)+3}{2n+3}=\dfrac{2n+5}{2n+3}=1+\dfrac{2}{2n+3}$ không phải là một giá trị cố định nên chọn A.

Câu 10: Đáp án B.

Mỗi hình chữ nhật tạo từ 2 cạnh ngang và 2 cạnh đứng

$\Rightarrow$ Số hình chữ nhật tạo thành là $C_6^2.C_9^2=540$.

Câu 11: Đáp án B.

STUDY TIPS
+) $a\sin x+b=0$ có nghiệm $\Leftrightarrow a^2 \ge b^2$
+) $a\cos x+b=0$ có nghiệm $\Leftrightarrow a^2 \ge b^2$

Phương trình $(m+1)\cos x+1=0 \Leftrightarrow (m+1)\cos x+0.\sin x=-1$ có nghiệm

$\Leftrightarrow (m+1)^2 \ge (-1)^2 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m+1\ge 1 \\ m+1 \le -1\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m\ge 0 \\ m \le -2\end{array}\right.$

$\Rightarrow$ Có 2017 giá trị m thỏa mãn.

Câu 12: Đáp án A.

STUDY TIPS
Cho đường thẳng d có vectơ chỉ phương $\vec{u}$, phép $T_{\vec{v}}$ biến d thành chính nó $\Leftrightarrow \vec{v}=k\vec{u}$

$d: y=3x-2 \Rightarrow$ Có vectơ chỉ phương $\vec{u}=(1;3)$

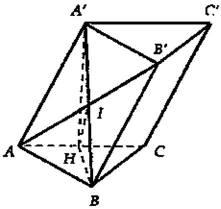
$\Rightarrow$ Phép $T_{\vec{v}}$ mà $\vec{v}=k\vec{u}$ biến d thành chính nó.

Câu 13: Đáp án B.

Ta có $\begin{cases} \overrightarrow{AB'}=\dfrac{1}{2}\overrightarrow{AB} \Rightarrow V_{\left(A;\frac{1}{2}\right)}(B)=B' \\ \overrightarrow{AC'}=\dfrac{1}{2}\overrightarrow{AC} \Rightarrow V_{\left(A;\frac{1}{2}\right)}(C)=C' \end{cases} \Rightarrow \Delta ABC \xrightarrow{V_{\left(A;\frac{1}{2}\right)}} \Delta AB'C'$

Câu 14: Đáp án D.

Câu 15: Đáp án A.



Ta có $\widehat{A'BH} = \widehat{(A'B;(ABC))} = 45° \Rightarrow A'H = BH = a$

Gọi $I = A'B \cap AB' \Rightarrow HI \perp A'B$

$HI // B'C$ (tính chất đường trung bình)

$\Rightarrow A'B \perp B'C$

Câu 16: Đáp án C.

STUDY TIPS
Hình chóp cụt có các mặt bên là các hình thang và các cạnh bên đồng quy

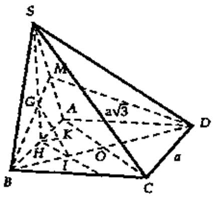
+ Hình A: Tồn tại mặt bên không phải hình thang.

+ Hình B: Các cạnh bên không đồng quy.

+ Hình D: Các cạnh bên không đồng quy.

+ Hình C: Các mặt bên là các hình thang và các cạnh bên đồng quy nên C là hình chóp cụt.

Câu 17: Đáp án B.



Gọi H là trung điểm AB, G là trọng tâm ΔSAB

Trong mặt phẳng $(ABCD)$, gọi $O = AC \cap BD$

Ta có: $d_{(C;(MBD))} = d_{(A;(MBD))} = 2d_{(H;(MBD))}$

Gọi I là hình chiếu của H lên BD, K là hình chiếu của H lên GI

$\Rightarrow HK \perp (MBD) \Rightarrow HK = d_{(H;(MBD))}$.

Ta có $SH = \dfrac{a\sqrt{3}}{2} \Rightarrow GH = \dfrac{a\sqrt{3}}{6}$

$$\Delta BIH \backsim \Delta BAD \Rightarrow \frac{IH}{AD} = \frac{BH}{BD} \Rightarrow IH = \frac{a\sqrt{3}.\frac{a}{2}}{2a} = \frac{a\sqrt{3}}{4}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{HK^2} = \frac{1}{HG^2} + \frac{1}{HI^2} = \frac{36}{3a^2} + \frac{16}{3a^2} = \frac{52}{3a^2} \Rightarrow HK = \frac{a\sqrt{3}}{\sqrt{52}}$$

$$d_{(C;(MBD))} = \frac{2\sqrt{3}a}{\sqrt{52}} = \frac{3a\sqrt{13}}{13} = \frac{a\sqrt{39}}{13}$$

Câu 18: Đáp án D.

STUDY TIPS
$\lim\limits_{x \to x_0} f(x) = 1$
$\Leftrightarrow \lim\limits_{x \to x_0^+} f(x) = \lim\limits_{x \to x_0^-} f(x)$

Ta có $\lim\limits_{x \to 2^+} f(x) = \lim\limits_{x \to 2^+} (x^2 - 3) = 1$

$\lim\limits_{x \to 2^-} f(x) = \lim\limits_{x \to 2^-} (x + 1) = 3$

Do $\lim\limits_{x \to 2^+} f(x) \neq \lim\limits_{x \to 2^-} f(x) \Rightarrow$ Không tồn tại $\lim\limits_{x \to 2} f(x)$.

Câu 19: Đáp án C.

STUDY TIPS
Cho cấp số nhân lùi vô hạn có số hạng đầu là u_1 công bội q $(|q| < 1)$ thì
$S = u_1 + u_2 + ... + u_n + ... = \dfrac{u_1}{1-q}$
tổng của cấp số nhân lùi vô hạn

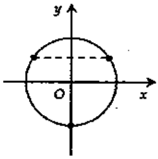
Tổng khoảng cách cần tìm là (với $n \in \mathbb{N}^*$)

$$S = 81 + 2.81.\frac{2}{3} + 2.81.\left(\frac{2}{3}\right)^2 + ... + 2.81.\left(\frac{2}{3}\right)^{n+1} + ...$$

$$= 81 + 2.\left[81.\frac{2}{3} + 81.\left(\frac{2}{3}\right)^2 + ... + 81.\left(\frac{2}{3}\right)^{n+1} + ...\right]$$

Do $81.\dfrac{2}{3} + 81.\left(\dfrac{2}{3}\right)^2 + ... + 81.\left(\dfrac{2}{3}\right)^{n+1} + ...$ là tổng của cấp số nhân lùi vô hạn với

$$\begin{cases} u_1 = 81.\dfrac{2}{3} = 54 \\ q = \dfrac{2}{3} \end{cases} \Rightarrow S = 81 + 2.\frac{u_1}{1-q} = 405 \text{ m}.$$



Câu 20: Đáp án B.

$f'(x)=0 \Leftrightarrow 2\cos 2x-2\sin x=0 \Leftrightarrow 1-2\sin^2 x-\sin x=0$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\sin x=-1\\ \sin x=\dfrac{1}{2}\end{array}\right. \Rightarrow$ Có 3 điểm biểu diễn nghiệm.

Câu 21: Đáp án D.

$y=\dfrac{x+1}{x-1}$ có tiệm cận đứng là $x=1$, tiệm cận ngang là $y=1$.

Khoảng cách từ $M\left(x_0;\dfrac{x_0+1}{x_0-1}\right)$ đến tiệm cận đứng là $d_1=|x_0-1|$

Khoảng cách từ $M\left(x_0;\dfrac{x_0+1}{x_0-1}\right)$ đến tiệm cận ngang là $d_2=|y_0-1|=\dfrac{2}{|x_0-1|}$

$\Rightarrow d_1.d_2=2$ nên C đúng.

$d_1+d_2=|x_0-1|+\dfrac{2}{|x_0-1|}$ phụ thuộc vào M nên D sai.

STUDY TIPS

Tích khoảng cách từ điểm M bất kì thuộc $(C): y=\dfrac{ax+b}{cx+d}$ $(ad-bc\neq 0)$ luôn là một số không đổi

Câu 22: Đáp án A.

Đường thẳng qua $A(0;0) \Rightarrow d=0$

Đường thẳng qua $B(1;1) \Rightarrow a+b+c+d=1 \Rightarrow a+b+c=1$ (1)

$y'=3ax^2+2bx+c \Rightarrow y'=0$ có 2 nghiệm là 0 và 1

$\Leftrightarrow \begin{cases}3a.0+2b.0+c=0\\ 3a.1+2b.1+c=0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}c=0\\ 3a+2b=0\end{cases}$ (2)

Từ (1) và (2) $\Rightarrow \begin{cases}a+b=1\\ 3a+2b=0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}a=-2\\ b=3\end{cases} \Rightarrow a^2+b^2+c^2+d^2=13$

STUDY TIPS

Hàm số $y=ax^3+bx^2+cx+d$ (*), phương trình $y'=0$ có 2 nghiệm phân biệt x_1,x_2 thì x_1,x_2 là điểm cực trị của hàm số (*)

Câu 23: Đáp án C.

A. Tập xác định là $D=(0;+\infty)$ loại.

B. Tập xác định là $D=\left(-\dfrac{1}{3};+\infty\right)$ loại.

D. $y=\left(\dfrac{1}{2}\right)^x \Rightarrow$ nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

C. $y'=\dfrac{3x^2+1}{5\sqrt[5]{\left(x^3+x\right)^4}}>0,\ \forall x\in\mathbb{R}\setminus\{0\}$

$y=\sqrt[5]{\left(x^3+x\right)}$ liên tục trên $\mathbb{R}$

Lưu ý: Bạn có thể dùng MTCT.

Câu 24: Đáp án C.

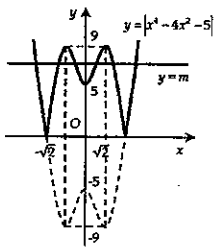
Xét hàm số $y=x^4-4x^2+5 \Rightarrow y'=0$

$\Leftrightarrow 4x^3-8x=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=0\\ x=\pm\sqrt{2}\end{array}\right.$

Bảng biến thiên:

STUDY TIPS

Từ đồ thị hàm số $y=f(x)$ ta giữ phần đồ thị phía trên trục Ox, bỏ phía dưới sau khi đã lấy đối xứng qua Ox ta được đồ thị hàm số $y=|f(x)|$



x	$-\infty$		$-\sqrt{2}$		0		$\sqrt{2}$		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	↘	-9	↗	-5	↘	-9	↗	$+\infty$

$\Rightarrow$ Đồ thị hàm số $y=x^4-4x^2-5$ (C)

Từ (C) giữ phần đồ thị phía trên, bỏ phía dưới sau khi lấy đối xứng qua Ox

$\Rightarrow$ Đồ thị hàm số $y=|x^4-4x^2-5|$ (hình vẽ)

$\Rightarrow$ Phương trình $|x^4-4x^2-5|=m$ có 6 nghiệm $\Leftrightarrow 5<m<9$ $\Rightarrow a+b=14$.

Câu 25: Đáp án A.

STUDY TIPS

Nếu $\left[\begin{array}{l}\lim\limits_{x\to+\infty} y=a\\ \lim\limits_{x\to-\infty} y=a\end{array}\right.$ thì đường thẳng $y=a$ được gọi là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

Cách 1: Tập xác định $D=[-1;1]\setminus\{0\}$

$\Rightarrow$ Không tồn tại $\lim\limits_{x\to+\infty} y$ và $\lim\limits_{x\to-\infty} y$ nên không có tiệm cận ngang.

Cách 2: Sử dụng MTCT

Tính $\lim\limits_{x\to+\infty} y$ và $\lim\limits_{x\to-\infty} y$ bằng cách nhập vào màn hình.

Biểu thức $\dfrac{\sqrt{1-x^2}}{x}$, sử dụng lệnh $\boxed{CALC}$ gán lần lượt $x=10^7$ và $x=-10^7$ (số rất lớn) $\Rightarrow$ không tồn tại $\lim\limits_{x\to\pm\infty} y$.

Câu 26: Đáp án C.

STUDY TIPS

Hàm số $y=a^x$ đồng $a>1$, nghịch biến nếu $0<a<1$

Hàm số $y=\left(1+\sqrt{2}\right)^x$ đồng biến do cơ số $a=1+\sqrt{2}>1$

$\Rightarrow\left(1+\sqrt{2}\right)^{2018}<\left(1+\sqrt{2}\right)^{2019}$ nên C sai.

Câu 27: Đáp án D.

STUDY TIPS

Điều kiện cần để phương trình $f(|x|)=0$ là $x=0$

Do thay x bởi $-x$ thì phương trình không đổi nên điều kiện cần để phương trình có nghiệm duy nhất là $x=0\Rightarrow m=-1$

Thử lại với $m=-1$ thỏa mãn nên D đúng.

Câu 28: Đáp án C.

Đặt $\log x=t$, bất phương trình $\Leftrightarrow t^2-3t+2\ge 0$

$$\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}t\ge 2\\ t\le 1\end{array}\right.\Rightarrow\left[\begin{array}{l}\log x\ge 2\\ \log x\le 1\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x\ge 100\\ 0<x\le 10\end{array}\right.\Rightarrow x\in(0;10]\cup[100;+\infty)\Rightarrow a+b+c=110$$

Câu 29: Đáp án A.

STUDY TIPS

$(\ln u)'=\dfrac{u'}{u}$

Ta có $y'=\dfrac{1}{\frac{1}{x}}=\left(\dfrac{1}{x}\right)'=x.\left(-\dfrac{1}{x^2}\right)=-\dfrac{1}{x}$

$e^y=\ln e^{\frac{1}{x}}=\dfrac{1}{x}\Rightarrow y'+e^y=0$

Câu 30: Đáp án C.

STUDY TIPS

$\int\limits_a^b f(x)dx=\int\limits_a^c f(x)dx+\int\limits_c^b f(x)dx$ với mọi $c\in(a;b)$

Đặt $3x=t\Rightarrow 3dx=dt\Rightarrow dx=\dfrac{1}{3}dt$

Đổi cận: $x=0\Rightarrow t=0$; $x=1\Rightarrow t=3$

$$\Rightarrow\int\limits_0^1 f(3x)dx=\frac{1}{3}\int\limits_0^3 f(t)dt=\frac{1}{3}\int\limits_0^3 f(x)dx=\frac{1}{3}\left[\int\limits_0^1 f(x)dx+\int\limits_1^3 f(x)dx\right]=\frac{1}{3}(2+4)=2$$

STUDY TIPS
$\int \frac{1}{ax+b}dx = \frac{1}{a}\ln|ax+b| + c$

STUDY TIPS
$V_{nón} = \frac{1}{3}\pi r^2 h$

STUDY TIPS
+ Diện tích xung quanh của tứ diện đều cạnh a là $S_1 = a^2\sqrt{3}$
+ Diện tích xung quanh của lập phương cạnh a là $S_2 = 6a^2$

STUDY TIPS
$f(x) = ax^2 + bx + c$ $(a>0)$ đạt giá trị nhỏ nhất tại $x_0 = -\frac{b}{2a}$

STUDY TIPS
- Thể tích khối tròn xoay khi quay Elip: $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ quanh trục Ox là $V = \frac{4}{3}\pi ab^2$
- Nếu $f(x)$ là hàm số chẵn trên $[-a;a]$ thì $\int_{-a}^{a} f(x)dx = 2\int_0^a f(x)dx$

STUDY TIPS
$\frac{a+bi}{c+di} = \frac{(a+bi)(c-di)}{(c+di)(c-di)} = \frac{ac-bd}{c^2+d^2} + \frac{ac+bd}{c^2+d^2}i$

Câu 31: Đáp án D.

Bạn có thể dùng MTCT để tính đạo hàm tại 1 điểm với từng đáp án. Tuy nhiên nếu nhớ bảng nguyên hàm biểu thức sẽ nhanh ra kết quả hơn.

Câu 32: Đáp án D.

$$\left.\begin{array}{l} V_1 = \frac{1}{3}\pi.3^2.4 = 12\pi \\ V_2 = \frac{1}{3}\pi.4^2.3 = 16\pi \end{array}\right\} \Rightarrow V_1 < V_2$$

Câu 33: Đáp án C.

Gọi x là chiều dài đoạn thép thứ nhất, $0 < x < 10$

$\Rightarrow$ Cạnh hình tứ diện là $\frac{x}{6}$ (tứ diện là đều)

$\Rightarrow$ Cạnh hình lập phương là $\frac{10-x}{12}$

Diện tích xung quanh của tứ diện là $S_1 = 4.\frac{1}{2}.\left(\frac{x}{6}\right)^2.\sin 60^\circ$

Diện tích xung quanh của lập phương là $S_2 = 6\left(\frac{10-x}{12}\right)^2$

Tổng $S_1 + S_2$ đạt giá trị nhỏ nhất khi $x = \dfrac{\frac{5}{6}}{2\left(\frac{\sqrt{3}}{36} + \frac{1}{24}\right)} = \frac{30}{2\sqrt{3}+3} = 20\sqrt{3} - 30$

$\Rightarrow a = \frac{20\sqrt{3}-30}{6};\ b = \frac{10-20\sqrt{3}+30}{12} \Rightarrow a+b = \frac{-5+5\sqrt{3}}{3}$

Câu 34: Đáp án B.

Từ $(E) \Rightarrow y^2 = b^2\left(1 - \frac{x^2}{a^2}\right)$

Gọi V là thể tích khối cần tìm

$\Rightarrow V = \pi\int_{-a}^{a} b^2\left(1 - \frac{x^2}{a^2}\right)dx = 2\pi b^2\int_0^a\left(1 - \frac{x^2}{a^2}\right)dx = 2\pi b^2\left(x - \frac{x^3}{3a^2}\right)\Big|_0^a = \frac{4}{3}\pi ab^2$

Câu 35: Đáp án C.

Mệnh đề 1 sai.

Câu 36: Đáp án C.

$z_1 = 3+2i;\ z_2 = 2-4i$

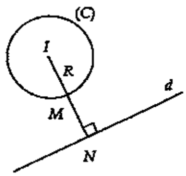
$\Rightarrow \frac{z_1}{z_2} = \frac{3+2i}{2-4i} = \frac{(3+2i)(2+4i)}{2^2+4^2} = \frac{-2+16i}{20} = -\frac{1}{10} + \frac{4}{5}i$

Câu 37: Đáp án B.

Ta có $\frac{1}{z_1} + \frac{1}{z_2} = \frac{1}{z_1+z_2} \Leftrightarrow z_1^2 + z_1z_2 + z_2^2 = 0$

$\Leftrightarrow \left(\frac{z_1}{z_2}\right)^2 + \left(\frac{z_1}{z_2}\right) + 1 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \frac{z_1}{z_2} = -\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i \\ \frac{z_1}{z_2} = -\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i \end{array}\right. \Rightarrow$ Phần thực của số phức $\frac{z_1}{z_2}$ là $-\frac{1}{2}$.

Câu 38: Đáp án A.



Đặt $z_1 = x + yi;\ z_2 = a + bi$ với $x, y, a, b \in \mathbb{R}$. Ta có:

+ $|z_1 + 2| = 2 \Leftrightarrow |x + 2 + yi| = 2 \Leftrightarrow (x+2)^2 + y^2 = 4$

$\Rightarrow$ Tập hợp điểm biểu diễn số phức z_1 là điểm $M(x;y)$ thuộc (C) có tâm $I(-2;0)$ và bán kính $R = 2$

+ $|z_2 - 3i| = |z_2 + 1 - 6i| \Leftrightarrow |a + (b-3)i| = |(a+1) + (b-6)i|$

$a^2 + (b-3)^2 = (a+1)^2 + (b-6)^2 \Leftrightarrow a - 3b + 14 = 0$

$\Rightarrow$ Điểm biểu diễn số phức z_2 là $N \in d: x - 3y + 14 = 0$

+ Có $|z_1 - z_2| = |(x-a) + (y-b)i| = \sqrt{(x-a)^2 + (y-b)^2} = MN \Rightarrow |z_1 - z_2|_{min} = MN_{min}$

$\Rightarrow$ Tìm M, N lần lượt thuộc (C) và d sao cho MN_{min}

Ta có $d_{(I,d)} = \dfrac{12}{\sqrt{10}} > R \Rightarrow d$ không cắt (C)

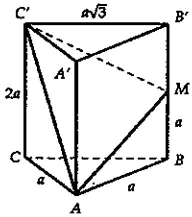
$\Rightarrow MN_{min} = d_{(I;d)} - R = \dfrac{12}{\sqrt{10}} - 2 = \dfrac{-10 + 6\sqrt{10}}{5}$

STUDY TIPS

M là tập hợp điểm biểu diễn z_1; N là tập hợp điểm biểu diễn z_2

$\Rightarrow |z_1 - z_2| = MN$

Câu 39: Đáp án D.



Nhận thấy ΔABC là hình chiếu của $\Delta AMC'$ lên mặt phẳng (ABC).

Gọi φ là góc giữa (AMC') và (ABC) $\Rightarrow S_{\Delta ABC} = S_{\Delta AMC'}.\cos\varphi \Rightarrow \cos\varphi = \dfrac{S_{\Delta ABC}}{S_{\Delta AMC'}}$

Ta có $S_{\Delta ABC} = \dfrac{1}{2}a^2.\sin 120^\circ = \dfrac{a^2\sqrt{3}}{4}$

$AC' = a\sqrt{5};\ AM = a\sqrt{2};\ BC = \sqrt{a^2 + a^2 - 2a\cos 120^\circ} = a\sqrt{3} \Rightarrow C'M = 2a$

Đặt $p = \dfrac{a\sqrt{5} + a\sqrt{2} + 2a}{2}$

$\Rightarrow S_{\Delta AMC'} = \sqrt{p(p - a\sqrt{2})(p - a\sqrt{5})(p - 2a)} = \dfrac{\sqrt{31}}{4}a^2$

$\Rightarrow \cos\varphi = \dfrac{a^2\sqrt{3}}{4}.\dfrac{4}{\sqrt{31a^2}} = \sqrt{\dfrac{3}{31}} = \dfrac{\sqrt{93}}{31}$

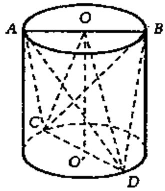
STUDY TIPS

+ Đa giác $(H) \subset (\alpha)$

+ Đa giác $(H)'$ là hình chiếu của (H) lên β

$S_{H'} = S_H.\cos\varphi$

Câu 40: Đáp án C.



Ta có $V_{ABCD} = \dfrac{1}{6}AB.CD.d_{(AB,CD)}.\sin\left(\widehat{AB,CD}\right)$

$\Rightarrow 30 = \dfrac{1}{6}6^2h.\sin 30^\circ \Leftrightarrow h = 10$ cm

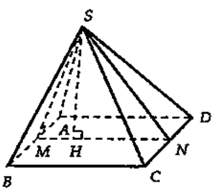
$\Rightarrow V_T = \pi r^2 h = \pi.3^2.10 = 90\pi$ cm^3

STUDY TIPS

$V_{ABCD} = \dfrac{1}{6}AB.CD$

$d_{(AB,CD)}.\sin\left(\widehat{AB,CD}\right)$

Câu 41: Đáp án D.



Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AB và CD

$\Rightarrow \begin{cases} SM \perp AB \\ MN \perp AB \end{cases} \Rightarrow AB \perp (SMN) \Rightarrow (ABCD) \perp (SMN)$

Gọi H là hình chiếu của S lên $MN \Rightarrow SH \perp (ABCD)$

Ta có $SM = \dfrac{1}{2}AB = a,\ SN = 2a.\dfrac{\sqrt{3}}{2} = a\sqrt{3},\ MN = 2a$

$$\Rightarrow S_{SMN} = \sqrt{p(p-a)\left(p-a\sqrt{3}\right)(p-2a)} = \frac{a^2\sqrt{3}}{2}$$

STUDY TIPS

$S = \frac{1}{2}ah \Rightarrow h = \frac{2S}{a}$

Mà $S_{SMN} = \frac{1}{2}MN.SH \Rightarrow SH = \dfrac{2.\frac{a^2\sqrt{3}}{2}}{2a} = \frac{a\sqrt{3}}{2}$

$$\Rightarrow V_{SABCD} = \frac{1}{3}.(2a)^2.\frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{2a^3\sqrt{3}}{3}.$$

Câu 42: Đáp án B.

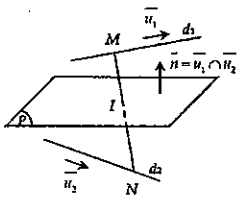
STUDY TIPS

$\alpha\overrightarrow{MA} + \beta\overrightarrow{MB} + \gamma\overrightarrow{MC} = \vec{0}$

$$\Rightarrow \begin{cases} x_M = \dfrac{\alpha x_A + \beta x_B + \gamma x_C}{\alpha+\beta+\gamma} \\ y_M = \dfrac{\alpha y_A + \beta y_B + \gamma y_C}{\alpha+\beta+\gamma} \\ z_M = \dfrac{\alpha z_A + \beta z_B + \gamma z_C}{\alpha+\beta+\gamma} \end{cases}$$

Gọi $M(x;y;z) \Rightarrow \begin{cases} x = \dfrac{3.(-1)+4.0+2(-1)}{3+4-1} \\ y = \dfrac{3.0+4.(-1)-1.(-1)}{3+4-1} \\ z = \dfrac{3.2+4.1-1.0}{3+4-1} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = -\dfrac{5}{6} \\ y = -\dfrac{1}{2} \\ z = \dfrac{5}{3} \end{cases} \Rightarrow M\left(-\dfrac{5}{6};-\dfrac{1}{2};\dfrac{5}{3}\right)$

Câu 43: Đáp án B.



Đường thẳng d_1 có vectơ chỉ phương $\overrightarrow{u_1} = (1;0;-2)$ và $M(1;-3;2) \in d_1$

Đường thẳng d_2 có vectơ chỉ phương $\overrightarrow{u_2} = (1;-2;3)$ và $N(-3;1;-4) \in d_2$

Trung điểm MN là $I(-1;-1;-1)$; $\overrightarrow{u_1} \wedge \overrightarrow{u_2} = (-4;-5;-2)$

Mặt phẳng (P) cách đều 2 đường thẳng d_1, d_2 khi (P) qua $I(-1;-1;-1)$ và có vectơ pháp tuyến $\vec{n} = \overrightarrow{n_1} \cap \overrightarrow{u_2}$

$\Rightarrow (P): -4(x+1) - 5(y+1) - 2z(z+1) = 0 \Leftrightarrow 4x + 5y + 2z + 11 = 0$

Câu 44: Đáp án D.

Mặt cầu (S) có tâm $I(1;-3;0)$ và bán kính $R = 3$

$d_{(I;(P))} = \dfrac{|2+6+3|}{\sqrt{2^2+2^2+1}} = \dfrac{11}{3} > R$ nên B sai.

STUDY TIPS

Cho đường thẳng d có vectơ chỉ phương $\vec{u}$ và $M \in d$ thì

$d_{(I;d)} = \dfrac{\left|\left[\vec{u}, \overrightarrow{IM}\right]\right|}{|\vec{u}|}$

Đường thẳng d có vectơ chỉ phương $\vec{u} = (-2;1;2)$ và $M(0;-2;-1) \in d$

$$\Rightarrow \overrightarrow{IM} = (-1;1;-1) \Rightarrow d_{(I;d)} = \frac{\left|\left[\vec{u}, \overrightarrow{IM}\right]\right|}{|\vec{u}|} = \frac{\sqrt{(-3)^2+0^2+(-1)^2}}{\sqrt{(-2)^2+1^2+2^2}} = \frac{\sqrt{10}}{3} < R$$

$\Rightarrow d$ cắt (S) tại hai điểm phân biệt.

Vectơ chỉ phương của (P) là $\vec{n} = (2;-2;1) \neq k\vec{u} \Rightarrow d$ cắt (P)

Vậy I, III, IV đúng.

Câu 45: Đáp án A.

STUDY TIPS

Phương trình mặt phẳng qua $A(a;0;0), B(0,b,0), C(0;0;c)$ với $a.b.c \neq 0$ là $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1$ gọi là phương trình mặt phẳng dạng đoạn chắn

Giả sử (P) cắt Ox, Oy, Oz lần lượt tại $a,b,c > 0$

$\Rightarrow (P): \dfrac{x}{a} + \dfrac{y}{b} + \dfrac{z}{c} = 1$ qua $M(8;1;1) \Rightarrow \dfrac{8}{a} + \dfrac{1}{b} + \dfrac{1}{c} = 1$

$$OA^2 + OB^2 + OC^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2x\left(\frac{8}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c}\right) - 2x$$

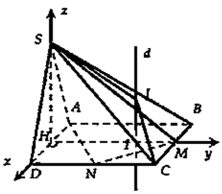
$$= a^2 + \frac{8x}{a} + \frac{8x}{a} + b^2 + \frac{x}{b} + \frac{x}{b} + c^2 + \frac{x}{c} + \frac{x}{c} \geq 3\sqrt[3]{(8x)^2} + 3\sqrt[3]{x^2} + 3\sqrt[3]{x^2} \text{ (Cô - si) (*)}$$

Dấu "=" xảy ra khi $\begin{cases} a^2 = \dfrac{8x}{a} \\ b^2 = \dfrac{x}{b} \\ c^2 = \dfrac{x}{c} \\ \dfrac{8}{a}+\dfrac{1}{b}+\dfrac{1}{c}=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 2\sqrt[3]{x} \\ b = \sqrt[3]{x} \\ c = \sqrt[3]{x} \\ \dfrac{4}{\sqrt[3]{x}}+\dfrac{1}{\sqrt[3]{x}}+\dfrac{1}{\sqrt[3]{x}}=1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt[3]{x}=6 \\ a=12 \\ b=6 \\ c=6 \end{cases}$

$\Rightarrow (P): \dfrac{x}{12}+\dfrac{y}{6}+\dfrac{z}{6}=1 \Leftrightarrow x+2y+2z-12=0$

Bạn có thể thế x vào (*) để tìm min.

Câu 46: Đáp án C.



Gọi H là trung điểm của $AD \Rightarrow SH \perp (ABCD) \Rightarrow SH = a\sqrt{3}$

Chọ hệ trục tọa độ như hình vẽ $\Rightarrow D(a;0;0), M(0;2a;0), N(a;a;0)$

$\Rightarrow$ Trung điểm MN là $I\left(\dfrac{a}{2};\dfrac{3a}{2};0\right)$ có $S(0;0;a\sqrt{3}), C(a;2a;0)$

Gọi d là đường thẳng đi qua I và vuông góc với $(ABCD)$

$\Rightarrow d$ có vectơ chỉ phương $\vec{k}=(0;0;1)$

ΔNCM vuông tại C $\Rightarrow I$ là tâm đường tròn ngoại tiếp

$\Rightarrow d$ là trục của đường tròn ngoại tiếp tam giác CMN

$\Rightarrow$ Tâm J của mặt cầu ngoại tiếp $SCMN$ thuộc d

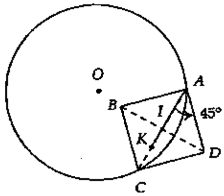
NHẬN XÉT
Một số bài toán dựng hình phức tạp thì bạn nên thử với phương pháp tọa độ hóa như bài toán này sẽ "sáng" hơn rất nhiều.

Ta có d qua $I\left(\dfrac{a}{2};\dfrac{3a}{2};0\right)$ và $\vec{k}=(0;0;1)$ là vectơ chỉ phương $\Rightarrow d: \begin{cases} x=\dfrac{a}{2} \\ y=\dfrac{3a}{2} \\ z=t \end{cases}$

$\Rightarrow J\left(\dfrac{a}{2};\dfrac{3a}{2};t\right)$ mà $JC = JS \Rightarrow \left(\dfrac{a}{2}\right)^2+\left(\dfrac{a}{2}\right)^2+t^2=\left(\dfrac{a}{2}\right)^2+\left(\dfrac{3a}{2}\right)^2+\left(a\sqrt{3}-t\right)^2$

$\Rightarrow t=\dfrac{5a\sqrt{3}}{6} \Rightarrow$ Bán kính $R = JC = \dfrac{\sqrt{93}}{6}a.$

Câu 47: Đáp án A.



$V_{\left(A;\frac{\sqrt{2}}{2}\right)}(A)=K \Rightarrow K$ nằm giữa AC và $AK = AD$

Từ hình vẽ $\Rightarrow Q_{(A;45^\circ)}(K)=D$

Câu 48: Đáp án D.

Từ $x+y=\dfrac{5}{4} \Rightarrow y=\dfrac{5}{4}-x$ vì $y>0 \Rightarrow 0<x<\dfrac{5}{4} \Rightarrow S=\dfrac{4}{x}+\dfrac{1}{5-4x} \forall x \in \left(0;\dfrac{5}{4}\right)$

Xét $f(x)=\dfrac{4}{x}-\dfrac{1}{5-4x}$

$f'(x)=0 \Leftrightarrow -\dfrac{4}{x^2}+\dfrac{4}{(5-4x)^2}=0 \Leftrightarrow x=1 \in \left(0;\dfrac{5}{4}\right)$

Bảng biến thiên:

x	0		1		5/4
$f'(x)$		$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	5	$\nearrow$	$+\infty$

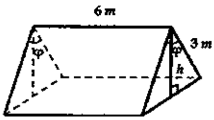
$$\Rightarrow \min S = \min_{\left(0;\frac{5}{4}\right)} f(x) = 5 \text{ khi } \begin{cases} x = 1 \\ y = \frac{1}{4} \end{cases} \Rightarrow ab = \frac{1}{4}$$

Câu 49: Đáp án C.

Mặt phẳng qua AB và song song với $CD \Rightarrow$ cách đều CD

Mặt phẳng qua AB và trung điểm của $CD \Rightarrow$ cách đều CD

Câu 50: Đáp án B.



STUDY TIPS

Cho tam giác cân có góc ở đỉnh φ thay đổi $\Rightarrow$ diện tích tam giác lớn nhất khi $\varphi = 90°$

Không gian lều là một khối lăng trụ đứng có chiều cao là 6 m, đáy là tam giác cân có cạnh bên là 3 m và góc ở đỉnh là $\varphi \in (0;180°)$.

Khi đó thể tích của khối lăng trụ là: $V = \frac{1}{3}.\frac{1}{2}.3.3.\sin\varphi.6 = 9\sin\varphi\,(m^3)$

$\Rightarrow V_{max} \Leftrightarrow \sin\varphi_{max} \Rightarrow \varphi = 90°$

Gọi chiều cao gậy là $h \Rightarrow h = \frac{3\sqrt{2}}{2}\,(m)$

ĐỀ THỬ SỨC SỐ 20

Câu 1: ΔABC có 2 điểm B, C cố định, A chạy trên đường tròn (C) tâm O bán kính R. Biết (C) không qua B, C. Gọi M là trung điểm của BC, G là trọng tâm ΔABC. Khi A chạy trên (C) thì G chạy trên đường tròn (C') là ảnh của (C) qua phép biến hình nào sau đây?

A. Phép tịnh tiến theo vectơ $\overrightarrow{AG}$.

B. Phép vị tự tâm A tỉ số $\frac{2}{3}$.

C. Phép vị tự tâm M tỉ số $\frac{1}{3}$.

D. Phép tịnh tiến theo vectơ $\overrightarrow{MG}$.

Câu 2: Cho hàm số $y=\sqrt{2x-x^2}$. Chọn đẳng thức đúng:

A. $y^3.y''+1=0$. B. $y^3.y'-1=0$. C. $y^2.y''+1=0$. D. $y^3.y''-1=0$.

Câu 3: Các cạnh của một đa giác theo thứ tự từ bé đến lớn thì cạnh sau lớn hơn cạnh trước 3 cm. Biết cạnh ngắn nhất là 25 cm và chu vi của đa giác đó là 155 cm. Đa giác đó là hình:

A. Lục giác. B. Ngũ giác. C. Tứ giác. D. Tam giác.

Câu 4: Có bao nhiêu cách sắp xếp 10 người vào 10 chỗ ngồi được sắp cách đều nhau bên bàn tròn mà em bé ngồi cạnh và ở giữa hai vợ chồng (trong 10 người thì có 2 vợ chồng và 1 em bé)?

A. 3.7! B. 9! C. 3!.7! D. 2.7!

Câu 5: Lớp 12A có 8 bạn giỏi toán, 7 bạn giỏi lý và 10 bạn giỏi hóa. Cần chọn 8 bạn bất kỳ trong đó để đi dự đại hội đoàn trường. Tính xác suất để 8 bạn được chọn có đủ cả 3 môn.

A. $\frac{74457}{1081575}$. B. $\frac{74549}{1081575}$. C. $\frac{1001118}{1081575}$. D. $\frac{1007118}{1081575}$.

Câu 6: Cho khai triển $\left(1-\frac{2x}{3}\right)^n=a_0+a_1x+a_2x^2+...+a_nx^n$. Tìm $\max\{a_0;a_1;a_2;...;a_n\}$ biết $A_{n-2}^2+C_n^{n-2}=188$.

A. $C_{13}^6.\left(-\frac{2}{3}\right)^6$. B. $C_{12}^8.\left(-\frac{2}{3}\right)^8$. C. $C_{13}^7.\left(-\frac{2}{3}\right)^7$. D. $C_{13}^8.\left(\frac{2}{3}\right)^7$.

Câu 7: Số nghiệm của phương trình $(\sin 5x+\cos 5x)^2+\sqrt{3}\cos 10x=-1$ trên $[0;10]$ là:

A. 1. B. 2. C. 15. D. 16.

Câu 8: Cho tứ diện đều $ABCD$ cạnh a. M là trung điểm của BC, K là điểm thuộc BD sao cho $BK=2KD$. I là trung điểm của AC. Tính diện tích thiết diện tạo bởi mặt phẳng (IMK) và hình chóp.

A. $\frac{a^2}{4}$. B. $\frac{a^2\sqrt{51}}{26}$. C. $\frac{5a^2\sqrt{51}}{144}$. D. $\frac{4a^2}{9}$.

Câu 9: Xét các mệnh đề sau:

(I) Có một và chỉ một đường thẳng đi qua 2 điểm phân biệt.

(II) Có một và chỉ một mặt phẳng đi qua 3 điểm phân biệt.

(III) Nếu 2 mặt phẳng có một điểm chung thì chúng có duy nhất một điểm chung khác nữa.

(IV) Nếu 1 đường thẳng có 2 điểm phân biệt thuộc mặt phẳng thì mọi điểm của đường thẳng đó đều thuộc mặt phẳng.

Số mệnh đề sai là:

A. 1. B. 2. C. 3. D. 4.

Câu 10: Cho dãy số $u_n=(-2)^n$. Chọn khẳng định đúng trong các khẳng định sau?

A. Dãy số (u_n) không bị chặn.

B. Dãy số (u_n) bị chặn.

C. Dãy số tăng.

D. Dãy số giảm.

Câu 11: Tính $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{\sqrt{x^2+x}+\sqrt[3]{3x^3+1}}{x}=\sqrt[a]{b}+c$ thì $a+b+c$ bằng:

A. 3. B. 4. C. 5. D. 6.

Câu 12: Đẳng thức $1+a+a^2+...+a^n+...=\dfrac{1}{1-a}$ đúng khi:

A. $a\neq 1$. B. $|a|<1$. C. $a<1$. D. $|a|\geq 1$.

Câu 13: Cho hàm số $y=\dfrac{2x+1}{x^3-4x}$. Kết luận nào sau đây đúng?

A. Hàm số liên tục tại điểm $x=2$.

B. Hàm số liên tục tại điểm $x=-2$.

C. Hàm số liên tục tại điểm $x=-\dfrac{1}{2}$.

D. Hàm số liên tục tại điểm $x=0$.

Câu 14: Một chất điểm chuyển động với phương trình quãng đường theo thời gian là $s=\dfrac{1}{3}t^3-2t^2+6t-1$ trong đó t tính bằng giây, s tính bằng mét. Gia tốc của chuyển động tại thời điểm giây thứ 3 là:

A. $1\ \text{m/s}^2$. B. $4\ \text{m/s}^2$. C. $3\ \text{m/s}^2$. D. $2\ \text{m/s}^2$.

Câu 15: Số tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y=\dfrac{x+2}{2x+3}$ mà cắt trục hoành, trục tung lần lượt tại A và B sao cho ΔOAB cân là:

A. 0. B. 1. C. 2. D. 4.

Câu 16: Cho $S_n=5+55+555+...+\underbrace{5555...}_{n\text{ số }5}$ thì giá trị của S_{2018} là:

A. $\dfrac{10}{9}.\dfrac{10^{2018}-1}{9}-\dfrac{2018}{9}$

B. $\dfrac{5}{9}.\dfrac{10^{2018}-1}{9}-\dfrac{2018}{9}$

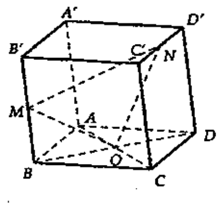
C. $\dfrac{5}{9}.\dfrac{10^{2019}-10}{9}-\dfrac{20180}{9}$

D. $\dfrac{50}{9}.\dfrac{10^{2018}+1}{9}-\dfrac{2018}{9}$

Câu 17: Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ độ dài cạnh bên là $2a$, đáy ABC là tam giác vuông tại A, $AB=a$, $AC=a\sqrt{3}$. Hình chiếu của A' lên (ABC) trùng với trung điểm I của BC. Khi đó $\cos(AA';B'C')$ là:

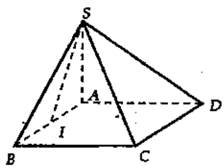
A. $\dfrac{1}{2}$. B. $\dfrac{1}{4}$. C. $\dfrac{\sqrt{2}}{2}$. D. $\dfrac{\sqrt{3}}{2}$.

Câu 18: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$, $O=AC\cap BD$, M, N lần lượt là trung điểm của BB' và $C'D'$. Mặt phẳng (MNO) cắt $B'C'$ tại E thì tỉ số $\dfrac{B'E}{EC'}$ là:



A. $\dfrac{7}{5}$. B. $\dfrac{2}{3}$. C. $\dfrac{1}{3}$. D. $\dfrac{1}{2}$.

Câu 19: Cho hình chóp $S.ABCD$, đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh $2a$, $SA=a\sqrt{3}$ và vuông góc với đáy, I là trung điểm của AB. Tính khoảng cách giữa SI và BC.



A. $d_{(SI;BC)}=a$. B. $d_{(SI;BC)}=\dfrac{a\sqrt{3}}{4}$.

C. $d_{(SI;BC)}=a\sqrt{3}$. D. $d_{(SI;BC)}=\dfrac{a\sqrt{3}}{2}$.

Câu 20: Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của BC và BD. Khi đó gọi V_1 là thể tích của $ABCD$ và V_2 là thể tích của $ABMN$ thì tỉ số $\frac{V_2}{V_1}$ là:

A. $\frac{1}{4}$. B. $\frac{1}{2}$. C. $\frac{1}{8}$. D. $\frac{1}{3}$.

Câu 21: Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để đồ thị hàm số $y=x^3-3x^2-9x+m$ cắt trục hoành tại 3 điểm phân biệt.

A. 30. B. 31. C. 32. D. Vô số.

Câu 22: Có bao nhiêu giá trị nguyên của m lớn hơn -2018 để hàm số $y=-x^3-3x^2+4mx-2018$ nghịch biến trên $(-\infty;0)$?

A. 2017. B. 2018. C. 2019. D. Vô số.

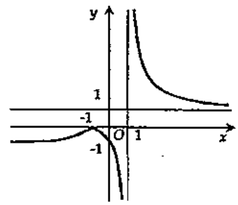
Câu 23: Cho hàm số $y=\frac{mx^3+3x}{x-1}$. Đồ thị (C) của hàm số có tiệm cận đứng là 1 khi:

A. $\forall m\in\mathbb{R}$. B. $m\in\mathbb{R}\setminus\{3\}$. C. $m\in\mathbb{R}\setminus\{-3\}$. D. $m\in\mathbb{R}\setminus\{\pm3\}$.

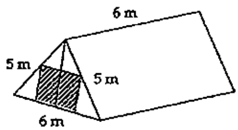
Câu 24: Đồ thị sau đây là của hàm số nào?

A. $y=\left|\frac{x+1}{x-1}\right|$. B. $y=\frac{|x|+1}{|x|-1}$.

C. $y=\frac{|x+1|}{x-1}$. D. $y=\frac{x+1}{|x-1|}$.



Câu 25: Mặt tiền của một ngôi nhà có hai mái chạm đến nền nhà (hình vẽ) là một tam giác, biết chiều dài mỗi mái là 5 m, bề ngang nền là 6 m. Người ta muốn lắp cửa vào một ô hình chữ nhật thì diện tích lớn nhất mà hình chữ nhật đó tạo thành là:



A. $3\,\text{m}^2$. B. $6\,\text{m}^2$. C. $9\,\text{m}^2$. D. $8\,\text{m}^2$.

Câu 26: Để thi học kỳ bằng hình thức vấn đáp, thầy giáo đã chuẩn bị 50 câu hỏi cho ngân hàng đề thi. Bạn A đã học và làm được 20 câu trong đó. Để hoàn thành bài thi thì bạn A phải rút và trả lời 4 câu trong ngân hàng đề. Tính xác suất để bạn đó rút được 4 câu mà trong đó có ít nhất 1 câu đã học.

A. $\frac{C_{20}^4}{C_{50}^4}$. B. $1-\frac{C_{30}^4}{C_{50}^4}$. C. $\frac{C_{30}^4}{C_{50}^4}$. D. $1-\frac{C_{20}^4}{C_{50}^4}$.

Câu 27: Trong các khối trụ có thể tích V không đổi thì hình trụ có diện tích toàn phần lớn nhất khi tỉ lệ giữa chiều cao h và bán kính đáy R là:

A. $\frac{h}{R}=1$. B. $\frac{h}{R}=2$. C. $\frac{h}{R}=\sqrt{2}$. D. $\frac{h}{R}=\frac{1}{2}$.

Câu 28: Với giá trị nào của m thì tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\frac{3x+2m}{mx+1}$ cùng với 2 trục tọa độ tạo thành 1 hình chữ nhật có diện tích là 12?

A. $m=2$. B. $m=\pm2$. C. $m=\pm\frac{1}{2}$. D. $m=-1$.

Câu 29: Cho x,y là các số thực không âm và $x+y=1$. Gọi M,m lần lượt là giá trị max, min của $P=\frac{x}{y+1}+\frac{y}{x+1}$. Khi đó $M+m$ bằng:

A. $\frac{1}{4}$. B. $\frac{2}{3}$. C. $\frac{5}{3}$. D. $\frac{7}{10}$.

Câu 30: Cho hàm số $y=\log_3(2x+1)$, ta có:

A. $y'=\frac{1}{2x+1}$. B. $y'=\frac{1}{(2x+1)\ln 3}$. C. $y'=\frac{2}{(2x+1)\ln 3}$. D. $y'=\frac{2}{2x+1}$.

Câu 31: Cho $\log_a c=\frac{1}{3}$; $\log_b c=5$ với a,b là các số thực lớn hơn 1. Khi đó $\log_{ab} c$ là:

A. $\log_{ab} c=\frac{16}{3}$. B. $\log_{ab} c=\frac{3}{5}$. C. $\log_{ab} c=\frac{3}{16}$. D. $\log_{ab} c=\frac{5}{16}$.

Câu 32: Hàm số $y=\ln(x^2-2x+m)$ có tập xác định là $\mathbb{R}$ khi:

A. $m>1$. B. $m\ge 1$. C. $m>0$. D. $m\ge 0$.

Câu 33: Số nghiệm của phương trình $9^x+2(x-2).3^x+2x-5=0$ là:

A. 0. B. 1. C. 2. D. Vô số.

Câu 34: Số nghiệm nguyên nhỏ hơn 2018 của bất phương trình: $(x+1)\log^2_{\frac{1}{2}} x+(2x+5)\log_{\frac{1}{2}} x+6\ge 0$ là:

A. 2016. B. 2017. C. 2018. D. Vô số.

Câu 35: Biết $\int_2^3 f(x)dx=5$. Khi đó $\int_2^3 [3-5f(x)]dx$ bằng:

A. -22. B. -28. C. -26. D. -15.

Câu 36: Nguyên hàm của hàm số $y=\frac{1}{x^2-a^2}$ $(a>0)$ là:

A. $\int\frac{1}{x^2-a^2}dx=\frac{1}{a}\ln\left|\frac{x-a}{x+a}\right|+C$.

B. $\int\frac{1}{x^2-a^2}dx=\frac{1}{2a}\ln\left|\frac{x-a}{x+a}\right|+C$.

C. $\int\frac{1}{x^2-a^2}dx=\ln\left|\frac{x-a}{x+a}\right|+C$.

D. $\int\frac{1}{x^2-a^2}dx=\frac{1}{2a}\ln\left|\frac{x+a}{x-a}\right|+C$.

Câu 37: Biết $f(3)=3$; $\int_0^3 f(x)dx=14$. Tính $I=\int_0^1 2x.f'(3x)dx$.

A. $I=\frac{2}{9}$. B. $I=\frac{10}{9}$. C. $I=-\frac{10}{9}$. D. $I=-\frac{2}{9}$.

Câu 38: Cho (H) là hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=x(x-1)^2$ và trục hoành. Khi quay (H) quanh trục Ox ta được một khối tròn xoay có thể tích là:

A. $\frac{1}{12}$. B. $\frac{\pi}{12}$. C. $\frac{1}{105}$. D. $\frac{\pi}{105}$.

Câu 39: Cho A,B,C lần lượt là 3 điểm biểu diễn các số phức $z_1=\frac{-4i}{1-i}$; $z_2=(1-i)(1+2i)$; $z_3=\frac{2+6i}{3-i}$. Biết A,B,C tạo thành một tam giác, diện tích của tam giác đó là:

A. $S=10$. B. $S=5$. C. $S=5\sqrt{2}$. D. $S=10\sqrt{2}$.

Câu 40: Cho z_1,z_2 là nghiệm phương trình $|6-3i+iz|=|2z-6-9i|$ và thỏa mãn $|z_1-z_2|=\frac{8}{5}$. Tìm giá trị lớn nhất của $|z_1+z_2|$.

A. $\frac{56}{5}$. B. $\frac{28}{5}$. C. 6. D. 5.

Câu 41: Có bao nhiêu số phức z thỏa mãn $|z|=\sqrt{2}$ và z^2 là số thuần ảo?

A. 1. B. 2. C. 3. D. 4.

Câu 42: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $\vec{a}=(-3;5;2)$, $\vec{b}=(0;-1;3)$, $\vec{c}=(1;-1;1)$ thì tọa độ $\vec{v}=2\vec{a}-3\vec{b}+15\vec{c}$ là:

A. $\vec{v}=(9;2;10)$. B. $\vec{v}=(9;-2;10)$. C. $\vec{v}=(-9;2;10)$. D. $\vec{v}=(9;-1;10)$.

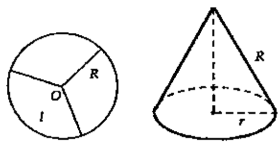
Câu 43: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $A(3;-1;-3)$, $B(-3;0;-1)$, $C(-1;-3;1)$ và mặt phẳng $(P): 2x+4y+3z-19=0$. Tọa độ điểm $M(a;b;c)$ thuộc (P) sao cho $\left|\overrightarrow{MA}+2\overrightarrow{MB}+5\overrightarrow{MC}\right|$ đạt giá trị nhỏ nhất. Khi đó $a+b+c$ bằng:

A. 4. B. 5. C. 6. D. 7.

Câu 44: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $(\alpha): 2x-2y-z+14=0$, mặt cầu $(S): x^2+y^2+z^2-2x-4y-6z-11=0$. Mặt phẳng $(P)//(\alpha)$ cắt (S) theo thiết diện là một hình tròn có diện tích 16π. Khi đó phương trình mặt phẳng (P) là:

A. $2x-2y-z+14=0$. B. $2x-2y-z+4=0$. C. $2x-2y-z+16=0$. D. $2x-2y-z-4=0$.

Câu 45: Chia tấm bìa hình tròn bán kính $R=30$ cm thành 3 phần (như hình vẽ). Lấy một phần và uốn thành một hình nón có đường sinh là bán kính của hình tròn trên. Khi đó thể tích của khối nón tạo thành là:



A. $\frac{2\pi R^3\sqrt{2}}{81}$. B. $\frac{\pi R^3}{27}$. C. $\frac{2\pi R^3\sqrt{2}}{27}$. D. $\frac{\pi R^3}{81}$.

Câu 46: Cho tứ diện $ABCD$ có $AB=3a$, $AC=5a$, $AD=4a$, các góc $\widehat{BAC}=\widehat{DAC}=\widehat{BAD}=60^\circ$. Khi đó thể tích khối $ABCD$ là:

A. $5a^3\sqrt{3}$. B. $5a^3\sqrt{2}$. C. $a^3\sqrt{2}$. D. $10a^3\sqrt{2}$.

Câu 47: Cho hình chóp đều $S.ABC$, đáy ABC cạnh a, $SA=\frac{2a\sqrt{3}}{3}$. Gọi D là điểm đối xứng với B qua C. Tính bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABD$.

A. $R=a$. B. $R=\frac{a\sqrt{2}}{2}$. C. $R=\frac{a\sqrt{37}}{6}$. D. $R=\frac{a\sqrt{35}}{6}$.

Câu 48: Thể tích khối tròn khối tròn xoay gây nên bởi hình tròn $x^2+(y-a)^2\le R^2\ (0<R<a)$ khi quay quanh trục Ox là:

A. $8\pi^2aR^2$. B. $4\pi^2aR^2$. C. π^2aR^2. D. $2\pi^2aR^2$.

Câu 49: Cho tứ diện $ABCD$ có đáy BCD là tam giác đều, trọng tâm G. Δ là đường thẳng qua G và vuông góc với (BCD). A chạy trên Δ sao cho mặt cầu ngoại tiếp $ABCD$ có thể tích nhỏ nhất. Khi đó thể tích khối $ABCD$ là:

A. $\frac{a^3}{12}$. B. $\frac{a^3\sqrt{2}}{12}$. C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$. D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$.

Câu 50: Số điểm cố định của đồ thị hàm số $y=x^3-3(m+1)x^2+2(m^2+4m+1)x-4m(m+1)$ khi m thay đổi là:

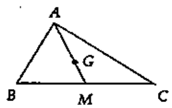
A. 0. B. 1. C. 2. D. 3.

ĐÁP ÁN

1.C	2.A	3.B	4.D	5.D	6.A	7.D	8.C	9.B	10.A
11.C	12.B	13.C	14.D	15.B	16.C	17.B	18.C	19.D	20.A
21.B	22.A	23.C	24.C	25.B	26.B	27.B	28.C	29.C	30.C
31.D	32.A	33.B	34.A	35.B	36.B	37.C	38.D	39.B	40.A
41.D	42.B	43.C	44.D	45.A	46.B	47.C	48.D	49.A	50.B

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

Câu 1: Đáp án C.



Ta có $\overrightarrow{MG}=\frac{1}{3}\overrightarrow{MA}\Rightarrow V_{\left(M;\frac{1}{3}\right)}(A)=G$ và $A\in(C)$

$\Rightarrow G\in(C')$ là ảnh của (C) qua $V_{\left(M;\frac{1}{3}\right)}$.

Câu 2: Đáp án A.

STUDY TIPS

$+\left(\sqrt{u}\right)'=\frac{u'}{2\sqrt{u}}$

$+\left(\frac{u}{v}\right)'=\frac{u'.v-u.v'}{v^2}$

Ta có $y'=\frac{1-x}{\sqrt{2x-x^2}}\Rightarrow y''=\frac{-1}{\sqrt{2x-x^2}\left(2x-x^2\right)}\Rightarrow y''=\frac{-1}{y^3}$

$\Rightarrow y^3.y''+1=y^3.\left(\frac{-1}{y^3}\right)+1=0.$

Câu 3: Đáp án B.

STUDY TIPS

Tổng n số hạng đầu của một cấp số cộng là:

$S_n=\frac{n}{2}(u_1+u_n)$

$S_n=nu_1+\frac{n(n-1)}{2}d$

(u_1 là số hạng đầu, u_n là số hạng thứ n, d là công sai)

Các cạnh từ bé đến lớn tạo thành một cấp số cộng có $u_1=25$ và cong sai $d=3$.

Gọi số cạnh của đa giác là $n\geq 3$

$\Rightarrow$ Chu vi là $S_n=u_1+u_2+...+u_n=nu_1+\frac{n(n-1)}{2}d$

$\Rightarrow 155=n.25+\frac{n(n-1)}{2}.3\Rightarrow\left[\begin{array}{l}n=5\\ n=-\frac{62}{3}\ (l)\end{array}\right.$. Vậy đa giác đó là ngũ giác.

Nhận xét: Độc giả có thể thử từng phương án vào để tìm kết quả.

Câu 4: Đáp án D.

STUDY TIPS

Sắp xếp bàn tròn thì phải cố định 1 vị trí và sắp xếp các đối tượng còn lại.

Cố định em bé $\Rightarrow$ Có 2 cách sắp xếp 2 vợ chồng và $7!$ cách sắp xếp 7 người còn lại $\Rightarrow$ Có $2.7!$ cách sắp xếp.

Câu 5: Đáp án D.

+ Số cách chọn 8 bạn bất kì: $n(\Omega)=C_{25}^8$

+ 8 bạn giỏi toán có C_8^8 cách chọn.

8 bạn giỏi hóa có C_{10}^8 cách chọn

8 bạn giỏi cả toán và lý có $C_{15}^8-C_8^8$ cách chọn.

8 bạn giỏi cả toán và hóa có $C_{18}^8-C_8^8-C_{10}^8$ cách chọn.

8 bạn giỏi cả lý và hóa có $C_{17}^8-C_{10}^8$ cách chọn.

$\Rightarrow$ 8 bạn giỏi cả toán, lý và hóa là:

$n(A)=C_{25}^8-\left(C_8^8+C_{10}^8+C_{15}^8-C_8^8+C_{18}^8-C_8^8-C_{10}^8+C_{17}^8-C_{10}^8\right)$

$\Rightarrow P(A)=\frac{1007118}{1081575}$.

Câu 6: Đáp án A.

STUDY TIPS

$+\ A_n^k=\dfrac{n!}{(n-k)!}$

$+\ C_n^k=\dfrac{n!}{k!(n-k)!}$

+ Ta có $A_{n-2}^2+C_n^{n-2}=188\Rightarrow\dfrac{(n-2)!}{(n-4)!}+\dfrac{n!}{(n-2)!2!}=188$

$\Leftrightarrow(n-2)(n-3)+\dfrac{n(n-1)}{2}=188\ \Leftrightarrow 3n^2-n-364=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}n=-\dfrac{28}{3}\ (l)\\ n=13\end{array}\right.$

+ Tìm hệ số lớn nhất trong các số hạng của khai triển $\left(1-\dfrac{2x}{3}\right)^{13}$.

Số hạng tổng quát $T_{k+1}=C_{13}^k1^{13-k}\left(-\dfrac{2x}{3}\right)^k$

$\Rightarrow a_k=C_{13}^k\left(-\dfrac{2}{3}\right)^k\ \Rightarrow a_k$ là giá trị lớn nhất $\Leftrightarrow\begin{cases}a_k\ge a_{k+1}\\ a_k\ge a_{k-1}\end{cases}$

$\Leftrightarrow\begin{cases}C_{13}^k\left(-\dfrac{2}{3}\right)^k\ge C_{13}^{k+1}\left(-\dfrac{2}{3}\right)^{k+1}\\ C_{13}^k\left(-\dfrac{2}{3}\right)^k\ge C_{13}^{k-1}\left(-\dfrac{2}{3}\right)^{k-1}\end{cases}$ với $\begin{cases}0\le k\le 13\\ k\in\mathbb{N}\end{cases}\Rightarrow k=6$

Vậy hệ số max là $a_6=C_{13}^6\left(-\dfrac{2}{3}\right)^6$.

Cách 2: Dùng MTCT

+ Dùng công cụ $\boxed{MODE}$ $\boxed{7}$ nhập $f(X)=(X-2)P2+XC(X-2)-188$

Start: 3	Bảng giá trị	x	$f(x)$
End: 23		$\vdots$	
Step: 1		13	0
		$\vdots$	

Từ bảng giá trị tìm x sao cho $f(x)=0\Rightarrow x=13$. Vậy $n=13$.

+ Có $\left(1-\dfrac{2x}{3}\right)^{13}=\sum\limits_{k=0}^{13}C_{13}^k.\left(-\dfrac{2}{3}\right)^k x^k\Rightarrow a_k=C_{13}^k.\left(-\dfrac{2}{3}\right)^k$

+ Nhập vào máy tính $f(x)=(13CX)\left(-\dfrac{2}{3}\right)^X$

Start: 0	Bảng giá trị	x	$f(x)$
End: 13		$\vdots$	
Step: 1		6	150.65 $\to$ max
		$\vdots$	

Từ bảng giá trị $f(x)$ chọn $f(x)$ lớn nhất $\Rightarrow$ Giá trị x cần tìm là k

$\Rightarrow k=x=6$ thì $f(x)=150.65$ là giá trị lớn nhất.

Câu 7: Đáp án D.

STUDY TIPS

$a\sin x+b\cos x=c$

$\Leftrightarrow\sin(x+\alpha)=\dfrac{c}{\sqrt{a^2+b^2}}$

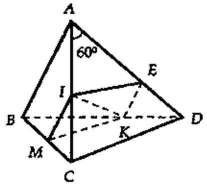
với $\begin{cases}\cos\alpha=\dfrac{a}{\sqrt{a^2+b^2}}\\ \sin\alpha=\dfrac{b}{\sqrt{a^2+b^2}}\end{cases}$

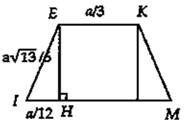
Ta có phương trình $\Leftrightarrow 1+2\sin 5x\cos 5x+\sqrt{3}\cos 10x=-1$

$\Leftrightarrow\sin 10x+\sqrt{3}\cos 10x=-2$

$\Leftrightarrow\sin\left(10x+\dfrac{\pi}{3}\right)=-1\Leftrightarrow x=-\dfrac{\pi}{12}+k\dfrac{\pi}{5}\ (k\in\mathbb{Z})$

Vì $x\in[0;10]\Rightarrow\begin{cases}k\in\mathbb{Z}\\ 0\le-\dfrac{\pi}{12}+k\dfrac{\pi}{5}\le 10\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}k\in\mathbb{Z}\\ \dfrac{5}{12}\le k\le\dfrac{10+\dfrac{\pi}{12}}{\dfrac{\pi}{5}}\end{cases}$





STUDY TIPS
+ Định lý hàm số cos:
$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\cos A$
+ Diện tích hình thang:
$S = \dfrac{(\text{đáy lớn+đáy bé})\text{x chiều cao}}{2}$

$\Leftrightarrow k \in \{1,2,3,...,16\} \Rightarrow$ Có 16 nghiệm thỏa mãn.

Câu 8: Đáp án C.

+ (ABD) và (IMK) có điểm chung là K và lần lượt chứa hai đường thẳng $AB // MI$ $\Rightarrow$ Giao tuyến của (ABD) và (IMK) là đường thẳng đi qua K song song với AB cắt AD tại $E \Rightarrow$ Thiết diện cần tìm là tứ giác $MKEI$ có $\begin{cases} MI // KE \\ MI > KE \end{cases}$ (1)

+ $\Delta BMK = \Delta AIE \Rightarrow IE = MK$ (2)

Từ (1) và (2) $\Rightarrow$ Tứ giác $MKEI$ là hình thang cân với đáy lớn là MI

+ Có $EK = \dfrac{1}{3}AB = \dfrac{a}{3}$; $MI = \dfrac{a}{2}$

Gọi H là hình chiếu vuông góc của E lên $IM \Rightarrow 2IH + EK = IM \Rightarrow IH = \dfrac{a}{12}$

+ $IE = \sqrt{AI^2 + AE^2 - 2AI.AE.\cos 60°} = \dfrac{a\sqrt{13}}{6} \Rightarrow EH = \sqrt{\dfrac{13a^2}{36} - \dfrac{a^2}{144}} = \dfrac{a\sqrt{51}}{12}$

$\Rightarrow S_{IMKE} = \dfrac{1}{2}(EK + IM).EH = \dfrac{5a^2\sqrt{51}}{144}$

Câu 9: Đáp án B.

Xét các mệnh đề sau: II và III sai.

Số mệnh đề sai là 2.

Câu 10: Đáp án A.

Câu 11: Đáp án C.

Ta có $\lim\limits_{x\to-\infty} \dfrac{\sqrt{x^2+x} + \sqrt[3]{3x^3+1}}{x} = \lim\limits_{x\to-\infty} \dfrac{|x|\sqrt{1+\dfrac{1}{x}} + x\sqrt[3]{3+\dfrac{1}{x^3}}}{x}$

$= \lim\limits_{x\to-\infty}\left(-\sqrt{1+\dfrac{1}{x}} + \sqrt[3]{3+\dfrac{1}{x^3}}\right) = \sqrt[3]{3} - 1$

$\Rightarrow a + b + c = 3 + 3 - 1 = 5$

Câu 12: Đáp án B.

Ta có $1 + a + a^2 + ... + a^n = \dfrac{1 - a^{n+1}}{1 - a}$

$|a| < 1 \Rightarrow a^{n+1} \to 0$ khi $n \to +\infty \Rightarrow 1 + a + a^2 + ... + a^n + ... = \dfrac{1}{1-a}$

STUDY TIPS
Hàm đa thức, hàm lượng giác và hàm phân thức thì liên tục trên tập xác định của chúng.

Câu 13: Đáp án C.

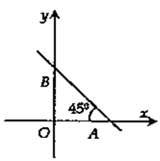
Hàm số $y = \dfrac{2x+1}{x^3 - 4x}$ có tập xác định $D = \mathbb{R} \setminus \{-2;0;2\}$ nên c là đáp án đúng.

Câu 14: Đáp án D.

Gia tốc của chuyển động khi $t = 3$ là $s''(3)$

Có $s'(t) = t^2 - 4t + 6 \Rightarrow s''(t) = 2t - 4 \Rightarrow s''(3) = 2$

$\Rightarrow$ Gia tốc cần tìm là $a = 2$ m/s^2



Câu 15: Đáp án B.

ΔOAB cân $\Rightarrow$ Tiếp tuyến tạo với Ox một góc 45°

$\Rightarrow$ Hệ số góc của tiếp tuyến tại $M(x_0;y_0) \in (C)$ là $y'(x_0) = \pm\tan 45°$

STUDY TIPS

Nếu bạn chỉ dừng lại ở nghiệm $\left[\begin{array}{l} x_0=-2 \\ x_0=-1 \end{array}\right.$ mà vội kết luận thì bạn sẽ bị sai.

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \dfrac{-1}{(2x_0+3)^2}=1\ (VN) \\ \dfrac{-1}{(2x_0+3)^2}=-1 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 2x_0+3=1 \\ 2x_0+3=-1 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x_0=-2 \\ x_0=-1 \end{array}\right.$$

- Với $x_0=-1 \Rightarrow y_0=1 \Rightarrow$ Phương trình tiếp tuyến: $y=-1(x+1)+1 \Rightarrow y=-x$
- Với $x_0=-2 \Rightarrow y_0=0 \Rightarrow$ Phương trình tiếp tuyến: $y=-1(x+2) \Rightarrow y=-x-2$

Do đường thẳng $y=-x$ qua gốc tọa độ nên loại $\Rightarrow$ có 1 tiếp tuyến.

Câu 16: Đáp án C.

Ta có $S_n=5(1+11+111+...+\underbrace{111...1}_{n\text{ số }1})$

Tính $A_n=1+11+111+...+\underbrace{111...1}_{n\text{ số }1}$

STUDY TIPS

$S_n=a+\overline{aa}+...+\overline{aaa...a}$
$=a.\dfrac{11}{9}\left(\dfrac{10^{n+1}-10}{9}-\dfrac{n}{9}\right)$

Xét $u_1=1$

$u_2=1+10$

$u_3=1+10+10^2$

$u_4=1+10+10^2+10^3$

$\vdots$

$u_n=1+10+10^2+10^3+...+10^{n-1}$

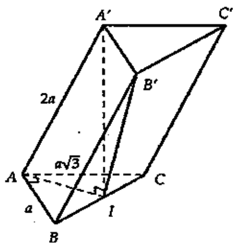
$\Rightarrow A_n=n.1+(n-1)10+(n-2).10^2+...+[n-(n-1)]10^{n-1}$

$\Rightarrow 10A_n=10n+10^2(n-1)+10^3(n-2)+...+[n-(n-1)]10^n$

$(2)-(1) \Rightarrow 9A_n=(-n+10+10^2+10^3+...+10^{n-1}+10^n)=\left(-n+10.\dfrac{1-10^n}{1-10}\right)$

$\Rightarrow A_n=\dfrac{1}{9}.\dfrac{10^{n+1}-10}{9}-\dfrac{n}{9} \Rightarrow S_{2018}=5.A_{2018}=\dfrac{5}{9}\left(\dfrac{10^{2019}-10}{9}-\dfrac{2018}{9}\right)$

Câu 17: Đáp án B.



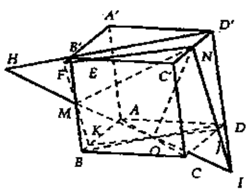
Ta có $AI=\dfrac{1}{2}BC=a \Rightarrow A'I=\sqrt{AA'^2-AI^2}=a\sqrt{3}$

$\Delta IA'B'$ vuông tại A' (do IA' vuông góc với đáy) $\Rightarrow IB'=\sqrt{IA'^2+A'B'^2}=2a$

Ta có $\left\{\begin{array}{l} AA'//BB' \\ BB'//BC \end{array}\right. \Rightarrow \widehat{(AA',B'C')}=\widehat{(BB',BC)}$

Xét $\Delta BB'I$ có $\cos\widehat{B'BI}=\dfrac{B'B^2+BI^2-B'I^2}{2BB'.BI}=\dfrac{4a^2+a^2-4a^2}{2.2a.a}=\dfrac{1}{4}>0$

Câu 18: Đáp án C.



+ Trong mặt phẳng $(BB'D'D)$ gọi $I=MO\cap DD'$, $H=MO\cap B'D'$

Trong mặt phẳng $(DD'C'C)$ gọi $J=NI\cap DC$

Trong mặt phẳng $(ABCD)$ gọi $K=JO\cap AB$

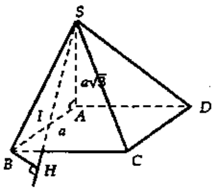
Trong mặt phẳng $(AA'B'B)$ gọi $F=MK\cap A'B'$

Trong mặt phẳng $(A'B'C'D')$ gọi $E=B'C'\cap FN \Rightarrow E=BC\cap(MNO)$

$BO=B'H=OD \Rightarrow \dfrac{CD}{HD'}=\dfrac{1}{3}$ $(OD//D'H) \Rightarrow \dfrac{ID}{ID'}=\dfrac{OD}{HD'}=\dfrac{1}{3}$

Mà $JD // ND' \Rightarrow \frac{JD}{ND'} = \frac{ID}{ID'} = \frac{1}{3}$

Có $ND' = NC'$; $JD = KB = FB'$ $\Rightarrow \frac{FB'}{CN} = \frac{1}{3} = \frac{B'E}{EC} = \frac{1}{3}$

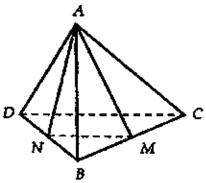


Câu 19: Đáp án D.

Ta có $\begin{cases} BC \perp AB \\ BC \perp SA \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SAB) \Rightarrow BC \perp SI$

Gọi H là hình chiếu của B lên SI $\Rightarrow \begin{cases} BH \perp SI \\ BH \perp BC \end{cases} \Rightarrow BH = d(BC;SI)$

$\Rightarrow \Delta BHI \backsim \Delta SAI \Rightarrow \frac{BH}{SA} = \frac{BI}{SI} \Rightarrow BH = \frac{SA.BI}{SI} = \frac{a\sqrt{3}.a}{2a} = \frac{a\sqrt{3}}{2}$



Câu 20: Đáp án A.

Ta có $V_1 = \frac{1}{3} S_{BCD}.d(A;(BCD))$; $V_2 = \frac{1}{3} S_{BMN}.d(A;(BCD))$

$\Rightarrow \frac{V_2}{V_1} = \frac{S_{BMN}}{S_{BCD}} = \frac{BM.BN.\sin\widehat{DBC}}{BC.BD.\sin\widehat{DBC}} = \frac{1}{4}$

Câu 21: Đáp án B.

Số giao điểm là số nghiệm của phương trình $x^3 - 3x^2 - 9x + m = 0$

$\Leftrightarrow m = -x^3 + 3x^2 + 9x$

Xét $f(x) = -x^3 + 3x^2 + 9x \Rightarrow f'(x) = -3x^2 + 6x + 9$; $f'(x) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = -1 \\ x = 3 \end{array}\right.$

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$		-1		3		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$+\infty$	↘	-5	↗	27	↘	$-\infty$

$y = m$

Từ bảng biến thiên $\Rightarrow -5 < m < 27$ thỏa mãn yêu cầu bài toán.

$\Rightarrow$ Có 31 giá trị m thỏa mãn.

Câu 22: Đáp án A.

Ta có $y' = -3x^2 - 6x + 4m$ $\Rightarrow$ Hàm số nghịch biến trên $(-\infty;0)$

$\Leftrightarrow y' \le 0\ \forall x \in (-\infty;0) \Leftrightarrow 4m \le 3x^2 + 6x\ \forall x \in (-\infty;0)$

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$		-1		0
$3x^2+6x$	$+\infty$	↘	-3	↗	0

$\Rightarrow 3x^2 + 6x \ge -3\ \forall x \in (-\infty;0) \Rightarrow 4m \le 3x^2 + 6x\ \forall x \in (-\infty;0)$

$\Leftrightarrow 4m \le -3 \Leftrightarrow m \le -\frac{3}{4} \Rightarrow \begin{cases} m \in \left(-2018; -\frac{3}{4}\right) \\ m \in \mathbb{Z} \end{cases}$

Vậy có 2017 giá trị của m thỏa mãn.

STUDY TIPS

$y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ $(a \ne 0)$ nghịch biến trên $(a;b)$ $\Leftrightarrow y' \le 0\ \forall x \in (a;b)$

Câu 23: Đáp án C.

Đồ thị hàm số nhận đường thẳng $x=1$ là tiệm cận đứng $\Leftrightarrow m.1^3+3.1\neq 0$

$\Leftrightarrow m\neq -3 \Rightarrow m\in\mathbb{R}\setminus\{-3\}$

Câu 24: Đáp án C.

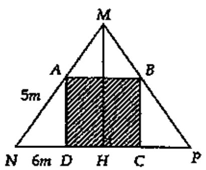
STUDY TIPS

Đồ thị hàm số $y=f(x)$ lấy đối xứng qua Ox được đồ thị hàm số $y=-f(x)$

Ta có $y=\dfrac{|x+1|}{x-1}\Leftrightarrow\begin{cases}\dfrac{x+1}{x-1} & \text{khi } x\geq -1 \ (1)\\ -\dfrac{x+1}{x-1} & \text{khi } x<-1 \ (2)\end{cases}$

Từ đồ thị hàm số $y=\dfrac{x+1}{x-1}$ giữ nguyên phần đồ thị thỏa mãn $x\geq -1$, bỏ phần đồ thị thỏa mãn $x<-1$ sau khi đã lấy qua trục Ox.

Câu 25: Đáp án B.



+ Gọi phần lắp cửa là hình chữ nhật $ABCD$ (hình vẽ) và mặt là ΔMNP

Đặt $DC=2x\Rightarrow ND=3-x$ (Điều kiện: $0<x<3$)

+ $\Delta NDA \backsim \Delta NHM \Rightarrow \dfrac{DA}{HM}=\dfrac{ND}{NH}\Rightarrow DA=\dfrac{HM.ND}{NH}\Rightarrow DA=\dfrac{4}{3}(3-x)$

$\Rightarrow$ Diện tích $ABCD$ là $S=DC.DA=2x.\dfrac{4}{3}(3-x)=-\dfrac{8}{3}x^2+8x$

Bảng biến thiên:

x	0	3/2	3
$-\dfrac{8}{3}x^2+8x$	0 ↗	6	↘ 0

$\Rightarrow S_{max}=6\text{ m}^2$

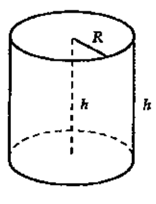
Câu 26: Đáp án B.

+ Rút ra 4 câu bất kì $\Rightarrow$ Có C_{50}^4 cách.

+ Rút ra 4 câu mà không có câu nào học thuộc $\Rightarrow$ Có C_{30}^4 cách.

$\Rightarrow$ Xác suất để bạn đó rút được 4 câu trong đó có ít nhất một câu đã học là $1-\dfrac{C_{30}^4}{C_{50}^4}$

Câu 27: Đáp án B.



Ta có: $V=\pi R^2h\Rightarrow h=\dfrac{V}{\pi R^2}$ (1)

$S_{xq}=2\pi Rh=2\pi.R.\dfrac{V}{\pi R^2}=\dfrac{2V}{R}$; $S_{tp}=S_{xq}+2S_d=\dfrac{2V}{R}+2\pi R^2$

Xét hàm số $f(R)=\dfrac{2V}{R}+2\pi R^2$ (V là hằng số)

$f'(R)=-\dfrac{2V}{R^2}+4\pi R=0\Leftrightarrow R=\sqrt[3]{\dfrac{V}{2\pi}}$

Bảng biến thiên:

R	0		$\sqrt[3]{\dfrac{V}{2\pi}}$		
$f'(R)$		$-$	0	$+$	
$f(R)$		↘		↗	

$\Rightarrow S_{tp\,min} = f(R_{min}) \Leftrightarrow R = \sqrt[3]{\dfrac{V}{2\pi}} \Rightarrow V = 2\pi R^3$

Từ (1) $\Rightarrow h = \dfrac{V}{\pi R^2} = \dfrac{2\pi R^3}{\pi R^2} = 2R \Rightarrow \dfrac{h}{R} = 2$

Câu 28: Đáp án C.

+ Tiệm cận đứng nếu có là $x = -\dfrac{1}{m}$

+ Tiệm cận ngang là $y = \dfrac{3}{m}$

+ Diện tích hình chữ nhật tạo thành là $S = \left|\dfrac{3}{m}\right| \cdot \left|-\dfrac{1}{m}\right|$

$\Leftrightarrow \dfrac{3}{m^2} = 12 \Leftrightarrow m^2 = \dfrac{1}{4} \Rightarrow m = \pm\dfrac{1}{2}$ (thỏa mãn)

Câu 29: Đáp án C.

Ta có $1 = x + y \geq 2\sqrt{xy} \Rightarrow \sqrt{xy} \leq \dfrac{1}{2} \Rightarrow 0 \leq xy \leq \dfrac{1}{4}$

$\Rightarrow P = \dfrac{x^2 + x + y^2 + y}{xy + x + y + 1} = \dfrac{(x+y)^2 - 2xy + 1}{xy + 1 + 1} = \dfrac{2 - 2xy}{xy + 2}$

Đặt $t = xy \Rightarrow t \in \left[0; \dfrac{1}{4}\right] \Rightarrow P = \dfrac{2 - 2t}{t + 2} = f(t)$

Bảng biến thiên:

t	0	1/4
$f'(t)$	–	
$f(t)$	1 ↘	2/3

$\Rightarrow M + m = \dfrac{5}{3}$

Câu 30: Đáp án C.

Câu 31: Đáp án D.

Ta có $\log_a c = \dfrac{1}{3} \Rightarrow \log_c a = 3;\ \log_b c = 5 \Rightarrow \log_c b = \dfrac{1}{5}$

$\Rightarrow \log_{a.b} c = \dfrac{1}{\log_c ab} = \dfrac{1}{\log_c a + \log_c b} = \dfrac{1}{3 + \dfrac{1}{5}} = \dfrac{5}{16}$

Câu 32: Đáp án A.

Hàm số xác định trên $\mathbb{R} \Rightarrow x^2 - 2x + m > 0\ \forall x \in \mathbb{R}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta' < 0 \\ a > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1^2 - m < 0 \\ 1 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow m > 1$

Câu 33: Đáp án B.

Đặt $3^x = t > 0$.

Phương trình $\Leftrightarrow t^2 + 2(x-2)t + 2x - 5 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t = -1\ (l) \\ t = -2x + 5 \end{array}\right. \Rightarrow 3^x = -2x + 5$ (*)

Có $f(x) = 3^x$ là hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$

$g(x) = -2x + 5$ là hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}$

$\Rightarrow$ Phương trình (*) $\Leftrightarrow f(x) = g(x)$ có nhiều nhất là 1 nghiệm

STUDY TIPS

$(\log_a u)' = \dfrac{1}{u \ln a} u'$

STUDY TIPS

Cho $a > 0; a \neq 1$.

$\log_a f(x)$ xác định khi $f(x) > 0$

STUDY TIPS

+ $y = f(x)$ đồng biến trên $(a;b)$

+ $y = f(x)$ nghịch biến trên $(a;b)$ (hoặc không đổi trên $(a;b)$)

$\Rightarrow f(x) = g(x)$ có nhiều nhất là 1 nghiệm

Có $f(1)=g(1)\Rightarrow x=1$ là nghiệm của phương trình.

Câu 34: Đáp án A.

+ Điều kiện: $x>0$

+ Đặt $\log_{\frac{1}{2}} x=t$. Bất phương trình $\Leftrightarrow (x+1)t^2+(2x+5)t+6\ge 0$

$\Delta=(2x+5)^2-4(x+1)+6=(2x-1)^2$

Bất phương trình $\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\log_{\frac{1}{2}} x\le -2\\ \log_{\frac{1}{2}} x\ge -\dfrac{3}{x+1}\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x\ge\left(\dfrac{1}{2}\right)^{-2}\\ 0<c\le\left(\dfrac{1}{2}\right)^{\frac{-3}{x+1}}\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x\ge 4\ (1)\\ 0<x\le 2^{\frac{3}{x+1}}\end{array}\right.$

+ Xét hàm số $f(x)=x-2^{\frac{3}{x+1}}$ có $f'(x)=1-2^{\frac{3}{x+1}}.\ln 2.\dfrac{-3}{(x+1)^2}>0\ \forall x>0$

$\Rightarrow$ Hàm số đồng biến trên $(0;+\infty)$

+ Có $f(2)=0\ \Rightarrow f(x)=0$ có nghiệm là $x=2$

Bảng biến thiên:

x	0		2		$+\infty$
$f'(x)$		+		+	
$f(x)$		↗	0	↗	

$\Rightarrow$ Bất phương trình $x\le 2^{\frac{3}{x+1}}\Leftrightarrow f(x)\le 0\Leftrightarrow 0<x\le 2$ (2)

Từ (1) và (2) $\Rightarrow$ Tập nghiệm của bất phương trình là $S=(0;2]\cup[4;+\infty)$

Vậy có 2016 nghiệm nguyên thỏa mãn.

STUDY TIPS

+ $\int kf(x)\mathrm{d}x=k\int f(x)\mathrm{d}x$

+ $\int[f(x)\pm g(x)]\mathrm{d}x$
$=\int f(x)\mathrm{d}x+\int g(x)\mathrm{d}x$

Câu 35: Đáp án B.

Ta có $\int_2^3[3-5f(x)]\mathrm{d}x=\int_2^3 3\mathrm{d}x-5\int_2^3 f(x)\mathrm{d}x\ =3x\Big|_2^3-5.5=9-6-25=-28$

STUDY TIPS

$\int\dfrac{\mathrm{d}x}{x^2-a^2}=\dfrac{1}{2a}\ln\left|\dfrac{x-a}{x+a}\right|+C$

Câu 36: Đáp án B.

Ta có $\int\dfrac{1}{x^2-a^2}\mathrm{d}x=\int\dfrac{1}{2a}\left(\dfrac{1}{x-a}-\dfrac{1}{x+a}\right)\mathrm{d}x$

$=\dfrac{1}{2a}\left(\ln|x-a|-\ln|x+a|\right)+C=\dfrac{1}{2a}\ln\left|\dfrac{x-a}{x+a}\right|+C$

STUDY TIPS

$\int_a^b f(x)\mathrm{d}x=\int_a^b f(t)\mathrm{d}t$

Giá trị của tích phân không phụ thuộc vào kí hiệu biến.

Câu 37: Đáp án C.

Đặt $3x=t\Rightarrow 3\mathrm{d}x=\mathrm{d}t\Rightarrow \mathrm{d}x=\dfrac{1}{3}\mathrm{d}t$

Đổi cận: $x=0\Rightarrow t=0;\ x=1\Rightarrow t=3$

$\Rightarrow I=\int_0^3\dfrac{2t}{3}.f'(t).\dfrac{1}{3}\mathrm{d}t=\dfrac{2}{9}\int_0^3 t\mathrm{d}(f(t))=\dfrac{2}{9}\left(t.f(t)\Big|_0^3-\int_0^3 f(t)\mathrm{d}t\right)$

$=\dfrac{2}{9}[3.f(3)-14]=\dfrac{2}{9}(3.3-14)=-\dfrac{10}{9}$

Câu 38: Đáp án D.

Ta có: $x(x-1)^2=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=1\end{array}\right.\Rightarrow$ Thể tích (H) là: $V=\pi\int_0^1\left[x(x-1)^2\right]^2\mathrm{d}x=\dfrac{\pi}{105}$

Câu 39: Đáp án B.

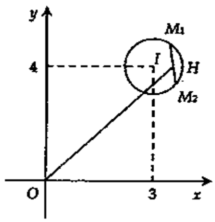
Ta có $\frac{-4i}{1-i}=2-2i\Rightarrow A(2;-2)$

$(1-i)(1+2i)=3+i\Rightarrow B(3;1)$; $\frac{2+6i}{3-i}=2i\Rightarrow C(0;2)$

$\Rightarrow AB=\sqrt{10},\ AC=\sqrt{20},\ BC=\sqrt{10}\ \Rightarrow AC^2=AB^2+BC^2$

$\Rightarrow$ Tam giác vuông cân tại $B\Rightarrow S_{ABC}=\frac{1}{2}BA.BC=5$

Câu 40: Đáp án A.



Đặt $z=x+yi$ với $x,y\in\mathbb{R}$; $z_1=x_1+y_1i$; $z_2=x_2+y_2i$

+ $|6-3i+iz|=|2z-6-9i|\Leftrightarrow x^2+y^2-6x+8y+24=0\ \Rightarrow$ Tập hợp điểm biểu diễn số phức z là đường tròn (C) tâm $I(3;4)$ và bán kính $R=1$.

+ Có $|z_1-z_2|=\sqrt{(x_1-x_2)^2+(y_1-y_2)^2}=\left|\overrightarrow{M_1M_2}\right|$ với $M_1(x_1;y_1)$ là điểm biểu diễn số phức z_1, $M_2(x_2;y_2)$ là điểm biểu diễn số phức z_2

$\Rightarrow M_1M_2=\frac{8}{5}$ (M_1, M_2 thuộc đường tròn (C))

+ $|z_1+z_2|=\sqrt{(x_1+x_2)^2+(y_1+y_2)^2}=\left|\overrightarrow{OM_1}+\overrightarrow{OM_2}\right|=2\left|\overrightarrow{OH}\right|$ với H là trung điểm của M_1, M_2 (hình vẽ)

$\Rightarrow |z_1+z_2|_{max}\Leftrightarrow OH_{max}$ mà $OH\le OI+IH$

$\Rightarrow OH_{max}=OI+IH=5+IH=5+\sqrt{1-\left(\frac{8}{10}\right)^2}=\frac{28}{5}\ \Rightarrow |z_1+z_2|_{max}=2OH_{max}=\frac{56}{5}$

Câu 41: Đáp án D.

Đặt $z=x+yi,\ x,y\in\mathbb{R}\ \Rightarrow |z|=\sqrt{2}\Leftrightarrow x^2+y^2=2$ (1)

$z^2=x^2-y^2+2xyi$ là số thuần ảo $\Leftrightarrow\begin{cases}x^2-y^2=0 & (2)\\ xy\ne 0\end{cases}$

Từ (1) và (2) ta có hệ $\begin{cases}x^2+y^2=2\\ x^2-y^2=0\end{cases}$ (ĐK: $xy\ne 0$)

$$\Leftrightarrow\begin{cases}2x^2=2\\ x^2-y^2=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}\left[\begin{array}{l}x=1\\ x=-1\end{array}\right.\\ y^2=1\end{cases}\Rightarrow\left[\begin{array}{l}\begin{cases}x=1\\ y=1\end{cases}\\ \begin{cases}x=1\\ y=-1\end{cases}\\ \begin{cases}x=-1\\ y=1\end{cases}\\ \begin{cases}x=-1\\ y=-1\end{cases}\end{array}\right.$$ $\Rightarrow$ Có 4 số phức z thỏa mãn.

Câu 42: Đáp án B.

Câu 43: Đáp án C.

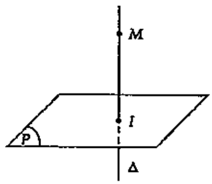
Gọi $I(x;y;z)$ thỏa mãn $\overrightarrow{IA}+2\overrightarrow{IB}+5\overrightarrow{IC}=\vec{0}\ \Rightarrow\begin{cases}x=\frac{3+2.(-3)+5.(-1)}{8}=-1\\ y=\frac{-1+2.0+5.(-3)}{8}=-2\\ z=\frac{-3+2.(-1)+5.1}{8}=0\end{cases}$

$\Rightarrow I=(-1;-2;0)$

Ta có $\overrightarrow{MA}+2\overrightarrow{MB}+5\overrightarrow{MC}=\overrightarrow{MI}+\overrightarrow{IA}+2\overrightarrow{MI}+2\overrightarrow{IB}+5\overrightarrow{MI}+5\overrightarrow{IC}$

$=8\overrightarrow{MI}+\overrightarrow{IA}+2\overrightarrow{IB}+5\overrightarrow{IC}=8\overrightarrow{MI}$

$\Rightarrow\left|\overrightarrow{MA}+2\overrightarrow{MB}+5\overrightarrow{MC}\right|$ min $\Leftrightarrow 8\left|\overrightarrow{MI}\right|$ min $\Leftrightarrow M$ là hình chiếu của I lên (P)



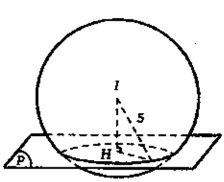
Gọi Δ là đường thẳng qua $I(-1;2;0)$ và vuông góc với $(P):2x+4y+3z-19=0$

có vectơ chỉ phương là $(2;4;3)\Rightarrow\Delta:\begin{cases}x=-1+2t\\y=-2+4t\\z=3t\end{cases}$

Thế vào $(P)\Rightarrow 2(-1+2t)+4(-2+4t)+3(3t)-19=0\Leftrightarrow t=1$

$\Rightarrow\begin{cases}x=1\\y=2\\z=3\end{cases}\Rightarrow M(1;2;3)\Rightarrow a+b+c=6$

Câu 44: Đáp án D.



$(P)//(\alpha)\Rightarrow(P):2x-2y-z+c=0\ (c\neq 14)$

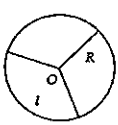
(S) có tâm $I(1;2;3)$, bán kính $R=5$

Hình tròn thiết diện (C) có $S=16\pi\Rightarrow$ Bán kính $r=4$

Gọi H là hình chiếu của I lên $(P)\Rightarrow H$ là tâm của $(C)\Rightarrow IH=d_{(I;(P))}=\sqrt{R^2-r^2}=3$

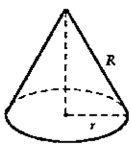
$\Rightarrow\dfrac{|2.1-2.2-3+c|}{\sqrt{2^2+2^2+1^2}}=3\Leftrightarrow|c-5|=9\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}c=14\ (\text{l})\\c=-4\end{array}\right.\Rightarrow(P):2x-2y-z-4=0$

Câu 45: Đáp án A.



Gọi hình nón tạo thành có bán kính là r

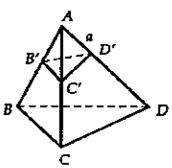
Chu vi đáy là $2\pi r=\dfrac{1}{3}.2\pi R$ (bằng $\dfrac{1}{3}$ chu vi của hình tròn đầu) $\Rightarrow r=\dfrac{1}{3}R$



Hình nón có đường sinh là $R\Rightarrow$ Chiều cao $h=\sqrt{R^2-r^2}=\sqrt{R^2-\dfrac{R^2}{9}}=\dfrac{2R\sqrt{2}}{3}$

Thể tích khối nón tạo thành là $V=\dfrac{1}{3}\pi r^2h=\dfrac{1}{3}.\pi.\dfrac{R^2}{9}.\dfrac{2R\sqrt{2}}{3}=\dfrac{2R^3\pi\sqrt{2}}{81}$

Câu 46: Đáp án B.

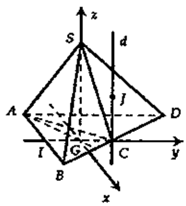


Gọi B', C', D' lần lượt thuộc AB, AC, AD sao cho $AB'=AC'=AD'=a$

$\Rightarrow$ Tứ diện $AB'C'D'$ là tứ diện đều cạnh $a\Rightarrow V_{AB'C'D'}=\dfrac{a^3\sqrt{2}}{12}$ (công thức cần nhớ)

Mà $\dfrac{V_{ABCD}}{V_{AB'C'D'}}=\dfrac{AB}{AB'}.\dfrac{AC}{AC'}.\dfrac{AD}{AD'}=3.4.5\Rightarrow V_{ABCD}=12.5.V_{AB'C'D'}=5a^3\sqrt{2}$ (đvtt)

Câu 47: Đáp án C.



Gọi G là trọng tâm $\Delta ABC\Rightarrow SG\perp(ABC)$, I là trung điểm AB

$AG=\dfrac{2}{3}.\dfrac{a\sqrt{3}}{2}=\dfrac{a\sqrt{3}}{3}\Rightarrow SG=\sqrt{SA^2-AG^2}=a$; $IG=\dfrac{1}{3}CI=\dfrac{a\sqrt{3}}{6}$; $CG=\dfrac{a\sqrt{3}}{3}$

Chọn hệ trục tọa độ như hình vẽ: Ox qua G và song song với AB

$\Rightarrow G(0;0;0)$, $S(0;0;a)$, $C\left(0;\dfrac{a\sqrt{3}}{3};0\right)$, $B\left(\dfrac{a}{2};-\dfrac{a\sqrt{3}}{6};0\right)$

$CA = CB = CD \Rightarrow C$ là tâm đường tròn ngoại tiếp ΔABD

Gọi d là đường thẳng qua $C\left(0;\frac{a\sqrt{3}}{3};0\right)$ và vuông góc với (ABD)

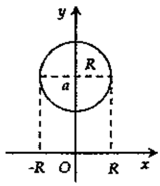
$$\Rightarrow \text{VTCP } \vec{k} = (0;0;1) \Rightarrow d: \begin{cases} x = 0 \\ y = \frac{a\sqrt{3}}{3} \\ z = t \end{cases}$$

Gọi tâm mặt cầu ngoại tiếp $SABD$ là $J \in d \Rightarrow J\left(0;\frac{a\sqrt{3}}{3};t\right)$

Mà $JS = JB \Leftrightarrow 0^2 + \left(-\frac{a\sqrt{3}}{3}\right)^2 + (a-t)^2 = \left(\frac{a}{2}\right)^2 + \left(-\frac{a\sqrt{3}}{6} - \frac{a\sqrt{3}}{3}\right)^2 + t^2 \Leftrightarrow t = \frac{1}{6}a$

$$\Rightarrow R = \sqrt{0^2 + \left(\frac{a\sqrt{3}}{3}\right)^2 + \left(a - \frac{1}{6}a\right)^2} = \frac{a\sqrt{37}}{6}$$

Câu 48: Đáp án D.



Ta có $x^2 + (y-a)^2 = R^2 \Leftrightarrow y = a \pm \sqrt{R^2 - x^2}$

$\Rightarrow$ Nửa trên hình tròn có phương trình là $y = a + \sqrt{R^2 - x^2}$

Nửa dưới hình tròn có phương trình là $y = a - \sqrt{R^2 - x^2}$

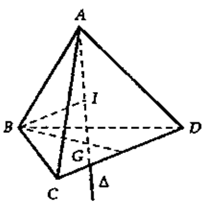
$\Rightarrow$ Thể tích của hình xuyến là

$$V = V_1 - V_2 = \pi\int_{-R}^{R}\left(a + \sqrt{R^2 - x^2}\right)^2 dx - \pi\int_{-R}^{R}\left(a - \sqrt{R^2 - x^2}\right)^2 dx = 4\pi a\int_{-R}^{R}\sqrt{R^2 - x^2}\,dx$$

Đặt $\begin{cases} x = R\sin t \Rightarrow dx = R\cos t dt \\ x = -R \Rightarrow t = -\frac{\pi}{2};\ x = R = t = \frac{\pi}{2} \end{cases}$

$$\Rightarrow V = 4\pi a\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}}\sqrt{R^2 - R^2\sin^2 t}.R\cos t dt = 4\pi a R^2\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}}\cos^2 t dt = 2\pi^2 a R^2$$

Câu 49: Đáp án A.



Gọi I là tâm mặt cầu ngoại tiếp $ABCD \Rightarrow I \in \Delta$ và $IA = IB = R$

$\Rightarrow$ Thể tích mặt cầu ngoại tiếp $ABCD$ nhỏ nhất $\Leftrightarrow IB$ nhỏ nhất

$\Leftrightarrow IB \perp \Delta \Leftrightarrow I \equiv G \Rightarrow IA = IB = BG = \frac{a\sqrt{3}}{3} = AG$

$$\Rightarrow V_{ABCD} = \frac{1}{3}S_{BCD}.AG = \frac{1}{3}.\frac{1}{2}.a.\frac{a\sqrt{3}}{2}.\frac{a\sqrt{3}}{3} = \frac{a^3}{12}$$

Câu 50: Đáp án B.

Gọi điểm cố định là $A(x_0;y_0)$

$\Rightarrow y_0 = x_0^3 - 3(m+1)x_0^2 + 2(m^2+4m+1)x_0 - 4m(m+1)\ \forall m$

$\Leftrightarrow 2(x_0-2)m^2 - (3x_0^2 - 8x_0 + 4)m + x_0^3 - 3x_0^2 + 2x_0 - y_0 = 0\ \forall m$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x_0 - 2 = 0 \\ 3x_0^2 - 8x_0 + 4 = 0 \\ x_0^3 - 3x_0^2 + 2x_0 - y_0 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_0 = 2 \\ y_0 = 0 \end{cases} \Rightarrow A(2;0) \Rightarrow \text{Có 1 điểm cố định}$$

STUDY TIPS

$+\ ax + b = 0\ \forall x \Leftrightarrow \begin{cases} a = 0 \\ b = 0 \end{cases}$

$+\ ax^2 + bx + c = 0\ \forall x \Leftrightarrow \begin{cases} a = 0 \\ b = 0 \\ c = 0 \end{cases}$

ĐỀ THỬ SỨC SỐ 21

Câu 1: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho điểm $M'(-4;2)$. Biết M' là ảnh của M qua phép tịnh tiến theo vectơ $\vec{v}(1;-5)$. Tìm tọa độ điểm M.

A. $M(-3;-5)$. B. $M(3;7)$. C. $M(-5;7)$. D. $M(-5;-3)$.

Câu 2: Cho ΔABC có trọng tâm G. Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm của các cạnh AB, BC, CA. Phép vị tự nào sau đây biến tam giác ABC thành tam giác NPM?

A. $V_{\left(A;-\frac{1}{2}\right)}$. B. $V_{\left(G;\frac{1}{2}\right)}$. C. $V_{(G;-2)}$. D. $V_{\left(G;-\frac{1}{2}\right)}$.

Câu 3*: Cho lăng trụ $ABC.A'B'C'$. Gọi M là trung điểm của $A'B'$. Điểm N thay đổi trên đoạn BB'. Gọi P là trung điểm của $C'N$, $B'P \cap CC' = Q$. Khi đó MP luôn thuộc mặt phẳng (α) cố định thỏa mãn:

A. (α) là mặt phẳng $(A'B'Q)$.

B. (α) qua trung điểm của $A'B', B'C', BC$ và AB.

C. (α) là mặt phẳng (MPB).

D. Không tồn tại (α).

Câu 4*: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thang $(AD//BC)$. Gọi M là trọng tâm của ΔSAD; N là điểm thuộc đoạn AC sao cho $NA = \frac{1}{2}NC$; P là điểm thuộc đoạn CD sao cho $PD = \frac{1}{2}PC$. Khi đó mệnh đề nào sau đây là đúng?

A. $MN//(SBC)$ và $(MNP)//(SBC)$.

B. MN cắt (SBC).

C. (MNP) cắt (SBC) theo giao tuyến là đường thẳng song song BC.

D. $(MNP)//(SAD)$.

Câu 5: Cho hình lập phương $ABCD.EFGH$ có cạnh bằng a. Tính $AB.EG$.

A. $a^2\sqrt{3}$. B. a^2. C. $a^2\sqrt{2}$. D. $2a^2$.

Câu 6*: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại B, $AB = BC = 2a$. Tam giác SAC cân tại S có đường cao $SO = a\sqrt{3}$ và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng đáy. Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng AB và SC theo a.

A. $\frac{a\sqrt{3}}{3}$. B. $2a\sqrt{3}$. C. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$. D. a.

Câu 7:** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông tâm O, cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy, $SA = AB = a$. Tính góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng (SBD).

A. $\arcsin\frac{1}{4}$. B. $\arcsin\frac{1}{\sqrt{3}}$. C. $\arcsin\frac{1}{3}$. D. $\arcsin\frac{2}{3}$.

Câu 8: Giá trị lớn nhất của biểu thức $P = \sin^4 x + \cos^4 x + \sin x.\cos x$ là:

A. 2. B. 1. C. $\frac{9}{8}$. D. $\sqrt{2}$.

Câu 9: Giá trị của biểu thức $Q = \frac{4\sin x + 3\cos x}{2\sin x - \cos x}$ biết $\tan x = 2$ là:

A. $\frac{11}{3}$. B. 2. C. $\frac{10}{3}$. D. 4.

Câu 10: Tổng tất cả các nghiệm thuộc khoảng $(0;11\pi)$ của phương trình $4\sin 3x+\sin 5x-2\sin x.\cos 2x=0$ là:

A. 328π. B. 176π. C. 209π. D. 352π.

Câu 11**: Nghiệm thuộc khoảng $\left(\frac{\pi}{2};\frac{3\pi}{2}\right)$ của phương trình $\sin 2x+3\sin x=0$ là $k\pi$. Khi đó k có giá trị là:

A. $k=0$. B. $k=-1$. C. $k=2$. D. $k=1$.

Câu 12: Tổng $S=\frac{1}{1}C_{2018}^{0}+\frac{1}{2}C_{2018}^{1}+\frac{1}{3}C_{2018}^{2}+...+\frac{1}{2019}C_{2018}^{2018}$ là:

A. $\frac{2^{2018}-1}{2018}$. B. $\frac{2^{2019}-1}{2019}$. C. $\frac{2^{2018}-1}{2019}$. D. $\frac{2^{2019}-1}{2018}$.

Câu 13: Một hộp đựng 4 viên bi đỏ, 3 viên bi đen và 2 viên bi trắng. Chọn ngẫu nhiên 2 viên bi. Xác suất để chọn được 2 viên bi khác màu là:

A. $\frac{5}{18}$. B. $\frac{13}{18}$. C. $\frac{13}{36}$. D. $\frac{10}{36}$.

Câu 14: Tổng $S=\frac{1}{2}+\frac{1}{2^2}+...$ là:

A. 1. B. $\frac{3}{2}$. C. 2. D. $\frac{5}{4}$.

Câu 15: Một cửa hàng kinh doanh, ban đầu bán mặt hàng A với giá 100 (nghìn đồng). Sau đó cửa hàng tăng giá mặt hàng A lên 10%. Nhưng sau một thời gian cửa hàng đó lại tăng tiếp 10% nữa. Hỏi mặt hàng A sau hai lần tăng giá có giá là bao nhiêu?

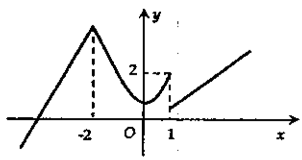
A. 120 (nghìn đồng). B. 121 (nghìn đồng). C. 122 (nghìn đồng). D. 200 (nghìn đồng).

Câu 16: $\lim\limits_{x\to 2}\frac{x^2-3x+2}{2x-4}$ có giá trị là bao nhiêu?

A. $+\infty$. B. $\frac{3}{2}$. C. $\frac{1}{2}$. D. $-\frac{1}{2}$.

Câu 17: Hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ không liên tục tại điểm có hoành độ bằng bao nhiêu?

A. -2. B. 0.
C. 1. D. 2.

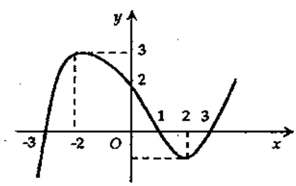


Câu 18: Đạo hàm của hàm số $y=\cot 2x$ là biểu thức nào sau đây?

A. $-\frac{1}{\sin^2 2x}$. B. $-\frac{2}{\cos^2 2x}$. C. $-\frac{2}{\sin^2 2x}$. D. $\frac{2}{\cos^2 2x}$.

Câu 19: Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Khi đó điểm cực trị của đồ thị hàm số $g(x)=\frac{f(x)}{1-f(x)}$ là:

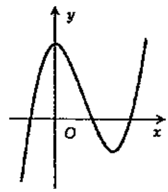
A. $(-3;0)$ và $(1;0)$. B. $(-2;0)$ và $(2;0)$.
C. $(-2;3)$ và $(2;-1)$. D. $\left(-2;-\frac{3}{2}\right)$ và $\left(2;-\frac{1}{2}\right)$.



Câu 20: Tìm m để đồ thị hàm số $y=\frac{(m+1)x-2m+1}{x-1}$ không có tiệm cận đứng?

A. $m=2$. B. $m=1$. C. $m=-1$. D. $m=\frac{1}{2}$.

Câu 21: Đường cong bên là đồ thị của một trong bốn hàm số dưới đây. Hàm số đó là hàm số nào?



A. $y=-x^4+x^2+1$.

B. $y=x^4-2x^2+1$.

C. $y=x^3-3x^2+3$.

D. $y=-x^3+3x^2+2$.

Câu 22: Tìm các giá trị thực của m để hàm số $y=\frac{1}{3}x^3-mx^2+(m^2-4)x+3$ đạt cực đại tại $x=3$.

A. $\left[\begin{array}{l}m=5\\m=1\end{array}\right.$. B. $1\le m\le 5$. C. $m=5$. D. $m=1$.

Câu 23: Số đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y=\frac{\sqrt{x^2+x-1}-x}{x^2-1}$ là:

A. 0. B. 1. C. 2. D. 3.

Câu 24: Cho $9^x+9^{-x}=23$. Tính 3^x+3^{-x}.

A. 5. B. ± 5. C. 3. D. 6.

Câu 25: Cho x, y là các số thực lớn hơn 1 thỏa mãn $x^2+9y^2=6xy$. Tính $M=\frac{1+\log_{12}x+\log_{12}y}{2.\log_{12}(x+3y)}$.

A. $M=1$. B. $M=\frac{1+\log_{12}3y}{\log_{12}6}$. C. $M=2$. D. $M=\log_{12}6$.

Câu 26: Phương trình $\log_2(x-1)=2$ có nghiệm là:

A. 4. B. 2. C. 5. D. 3.

Câu 27: Cho phương trình $\log_2(2x^2-4x+m)=\log_2(x^2-9)$. Tìm tất cả các giá trị của m để phương trình trên có nghiệm.

A. $m<-30$. B. $m<-6$. C. $m>30$. D. $m>6$.

Câu 28: Tập nghiệm của bất phương trình $\log_{0,3}\left[\log_{0,3}(2x-1)\right]>0$ là:

A. $x<2$. B. $x>1$. C. $1<x<2$. D. $x>\frac{1}{2}$.

Câu 29: Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục và chẵn trên $[-2;2]$ và $\int_{-2}^{2}f(x)\mathrm{d}x=4$. Tính $I=\int_{-2}^{2}\frac{f(x)}{1+2^x}\mathrm{d}x$.

A. 4. B. 2. C. 8. D. -2.

Câu 30: Nguyên hàm của hàm số $f(x)=\frac{1}{2x+1}$ là:

A. $F(x)=\frac{1}{2}\ln(2x+1)+C$. B. $F(x)=\frac{-1}{2(2x+1)^2}+C$.

C. $F(x)=\frac{1}{2}\ln|2x+1|+C$. D. $F(x)=\frac{1}{2}\log_2(2x+1)+C$.

Câu 31: Một ca nô đang chạy trên hồ với vận tốc 20 m/s thì hết xăng. Từ thời điểm đó, ca nô chuyển động chậm dần đều với vận tốc $v(t)=-5t+20$ (m/s) trong đó t là khoảng thời gian tính bằng giây kể từ lúc hết xăng. Hỏi từ lúc hết xăng đến lúc dừng hẳn thì ca nô đi được bao nhiêu mét?

A. 10 m. B. 20 m. C. 30 m. D. 40 m.

Câu 32: Cho $\int_0^1 f(x)dx = 4$. Giá trị của $I = \int_0^{\frac{\pi}{4}} f(\cos 2x).\sin x.\cos x dx$ bằng:

A. $\frac{1}{2}$. B. 1. C. 4. D. 2.

Câu 33: Cho hai số phức $z_1 = 1 - i$; $z_2 = 3 + 2i$. Phần thực và phần ảo của số phức $z_1 + z_2$ lần lượt là:

A. 4 và 1. B. 5 và 1. C. 5 và -1. D. 4 và i.

Câu 34: Giả sử z_1; z_2 là các nghiệm của phương trình $z^2 + 4z + 13 = 0$. Giá trị của biểu thức $A = |z_1|^2 + |z_2|^2$ là:

A. 18. B. 20. C. 26. D. 22.

Câu 35: Cho số phức $z = 1 + i$. Tính môđun của số phức $w = \frac{\overline{z} + 2i}{z - 1}$.

A. 2. B. 1. C. 0. D. $\sqrt{2}$.

Câu 36: Cho a, b, c là các số thực và $z = -\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i$. Giá trị của $(a + bz + cz^2)(a + bz^2 + cz)$ bằng:

A. $a + b + c$. B. $a^2 + b^2 + c^2 - ab - bc - ca$.

C. $a^2 + b^2 + c^2 + ab + bc + ca$. D. 0.

Câu 37: Cho lăng trụ tam giác đều có tất cả các cạnh bằng nhau, có thể tích là $\frac{1}{\sqrt{3}}$ thì độ dài mỗi cạnh bằng:

A. $\sqrt[3]{12}$. B. $\sqrt[3]{4}$. C. $\sqrt[3]{24}$. D. $\sqrt{8}$.

Câu 38: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ cạnh bằng a. Tính thể tích khối tứ diện $A'C'BD$ bằng:

A. $\frac{a^3}{\sqrt{2}}$. B. $\frac{a^3}{3}$. C. $\frac{a^3}{3\sqrt{2}}$. D. $\frac{a^3}{2\sqrt{3}}$.

Câu 39: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông tại A, $\widehat{ABC} = 30°$, SBC là tam giác đều cạnh a và mặt bên SBC vuông góc với mặt phẳng đáy. Tính thể tích của khối chóp $S.ABC$ theo a.

A. $\frac{3a^3}{16}$. B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{16}$. C. $\frac{a^3}{8}$. D. $\frac{a^3}{16}$.

Câu 40: Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh a. Hình chiếu vuông góc của A' lên (ABC) là trung điểm cạnh AB, góc giữa đường thẳng $A'C$ và mặt đáy bằng $60°$. Tính thể tích khối lăng trụ đã cho.

A. $\frac{3a^3\sqrt{3}}{8}$. B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{8}$. C. $\frac{3a^3\sqrt{3}}{16}$. D. $\frac{3a^3}{8}$.

Câu 41: Cho tam giác ABC vuông cân tại B, cạnh $AB = 2$. Quay đường gấp khúc ACB quanh cạnh AB ta được hình nón. Tính diện tích xung quanh của hình nón đó.

A. $8\pi\sqrt{2}$. B. $4\pi\sqrt{2}$. C. $4\pi\sqrt{3}$. D. $2\pi\sqrt{2}$.

Câu 42: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ cạnh bằng $2a$. Một hình trụ có hai đáy là hai hình tròn nội tiếp trong hai hình vuông $ABCD$ và $A'B'C'D'$. Tính thể tích của khối trụ tạo nên từ hình trụ trên.

A. $2\pi a^3$. B. πa^3. C. $2\sqrt{2}\pi a^3$. D. $4\pi a^3$.

Câu 43: Một thùng hình trụ có thể tích bằng 12π, chiều cao bằng 3. Diện tích xung quanh của thùng đó là:

A. 12π. B. 6π. C. 16π. D. 18π.

Câu 44: Một cái hộp hình lăng trụ đứng đáy là hình vuông cạnh bằng $4cm$. Chiều cao tối thiểu của hộp có thể đựng được 5 quả cầu bán kính $1cm$ là:

A. $3+\sqrt{2}$. B. $\dfrac{4+\sqrt{2}}{2}$. C. $2+\sqrt{2}$. D. $2+\sqrt{3}$.

Câu 45: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có phương trình:

$$x^2+y^2+z^2-2x+4y-6z-2=0.$$

Xác định tâm I và bán kính mặt cầu.

A. $I(1;2;3)$, $R=4$. B. $I(1;-2;3)$, $R=4$. C. $I(2;-4;6)$, $R=16$. D. $I(-2;4;6)$, $R=16$.

Câu 46: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(0;0;1)$, $B(1;2;3)$ và mặt phẳng (Q) có phương trình: $x+y-z=0$. Viết phương trình mặt phẳng (P).

A. $-4x+3y-z+1=0$. B. $4x+3y+z-1=0$. C. $3y-z+1=0$. D. $4x+3y+2=0$.

Câu 47: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho 3 điểm $A(0;1;3)$, $B(-1;2;1)$, $C(3;-1;-2)$. Điểm M nào dưới đây nằm trên cạnh BC để diện tích tam giác AMB gấp đôi diện tích tam giác AMC?

A. $M(-6;0;-3)$. B. $M\left(\dfrac{5}{3};0;1\right)$. C. $M\left(\dfrac{5}{3};\dfrac{4}{3};-1\right)$. D. $M\left(\dfrac{5}{3};0;-1\right)$.

Câu 48: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d_1:\begin{cases}x=1\\y=2+t\\z=2-t\end{cases}$ và đường thẳng d_2 là giao tuyến của hai mặt phẳng $(P):x+y+z+1=0$ và $(Q):x-2y+z+2=0$. Vị trí tương đối của hai đường thẳng d_1, d_2 là:

A. song song. B. cắt nhau. C. chéo nhau. D. trùng nhau.

Câu 49: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho 3 điểm $A(1;2;-3)$, $B(-1;1;2)$, $C(0;-3;-5)$. Xác định điểm M trên mặt phẳng Oxy sao cho: $\left|\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}\right|$ đạt giá trị nhỏ nhất. Giá trị nhỏ nhất đó là:

A. 0. B. $\sqrt{5}$. C. 5. D. 6.

Câu 50: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $H(2;-1;2)$ là hình chiếu vuông góc của gốc tọa độ O xuống mặt phẳng (P). Số đo góc giữa mặt phẳng (P) và mặt phẳng (Q) có phương trình $-y+z=0$ là:

A. $90°$. B. $60°$. C. $45°$. D. $30°$.

ĐÁP ÁN

1.C	2.D	3.B	4.A	5.C	6.C	7.C	8.C	9.A	10.B
11.D	12.B	13.B	14.A	15.B	16.D	17.C	18.C	19.D	20.A
21.C	22.C	23.B	24.A	25.A	26.C	27.A	28.C	29.B	30.C
31.D	32.B	33.A	34.C	35.D	36.B	37.B	38.B	39.D	40.A
41.B	42.A	43.A	44.C	45.B	46.A	47.D	48.C	49.D	50.C

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

STUDY TIPS

$T_{\vec{v}}(M)=M' \Leftrightarrow \overrightarrow{MM'}=\vec{v}$

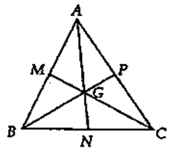
Câu 1: Đáp án C.

Ta có: $T_{\vec{v}}(M)=M' \Leftrightarrow \overrightarrow{MM'}=\vec{v} \Leftrightarrow \begin{cases} x_{M'}=x_M+x_{\vec{v}} \\ y_{M'}=y_M+y_{\vec{v}} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_M=-5 \\ y_M=7 \end{cases} \Rightarrow M(-5;7).$

STUDY TIPS

$V_{(I,k)}(M)=M' \Leftrightarrow \overrightarrow{IM'}=k\overrightarrow{IM}$

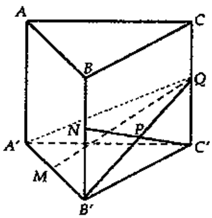
Câu 2: Đáp án D.



Có $\overrightarrow{GM}=-\frac{1}{2}\overrightarrow{GC},\ \overrightarrow{GP}=-\frac{1}{2}\overrightarrow{GB},\ \overrightarrow{GN}=-\frac{1}{2}\overrightarrow{GA}$

$V_{\left(G;-\frac{1}{2}\right)}(\Delta ABC)=\Delta NPM.$

Câu 3: Đáp án B.



Ta có: $B'C'QN$ là hình bình hành nên ta có $MP // A'Q \Rightarrow MP // (AA'C'C)$

$\Rightarrow MP$ đi qua M và song song với mặt phẳng $(AA'C'C)$.

Câu 4: Đáp án A.

Gọi I là trung điểm AD và K là giao điểm của IN với BC

$\Rightarrow \frac{IM}{MS}=\frac{1}{2}=\frac{NA}{NC}=\frac{NP}{NK}$

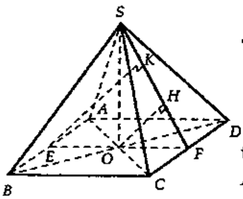
Do đó $MN // SK \Rightarrow MN // (SBC)$.

Lại có $\frac{NA}{NC}=\frac{1}{2}=\frac{PD}{PC} \Rightarrow NP // AD // BC \Rightarrow (MNP) // (SBC)$.

Câu 5: Đáp án C.

Ta có $AB=a,\ EG=a\sqrt{2} \Rightarrow AB.EG=a^2\sqrt{2}.$

Câu 6: Đáp án C.



Theo giả thiết ta có $SO \perp (ABC)$. Gọi D là điểm đối xứng với B qua O

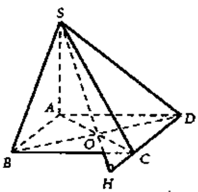
$\Rightarrow ABCD$ là hình vuông $\Rightarrow AB // CD$

$\Rightarrow d(AB;SC)=d(AB;(SCD))=d(E;(SCD))=2d(O;(SCD))$ (với E, F lần lượt là trung điểm của AB và CD)

Áp dụng tính chất tứ diện vuông cho tứ diện $OSCD$ ta có:

$$\frac{1}{d^2(O;(SCD))}=\frac{1}{OS^2}+\frac{1}{OC^2}+\frac{1}{OD^2} \Rightarrow d(O;(SCD))=\frac{a\sqrt{3}}{2} \Rightarrow d(AB,SC)=a\sqrt{3}$$

Câu 7: Đáp án C.



Gọi H là hình chiếu của C trên SO và góc $\widehat{SOC}$ tù nên H nằm ngoài đoạn SO

$\Rightarrow CH \perp (SBD) \Rightarrow$ Góc tạo bởi SC và (SBD) là $\widehat{CSO}$

Lại có $\Delta SAO \backsim \Delta CHO \Rightarrow \frac{SA}{CH}=\frac{SO}{CO}=\sqrt{3}$

$\Rightarrow CH = \frac{a}{\sqrt{3}} \Rightarrow \sin\widehat{CSO} = \frac{CH}{SC} = \frac{1}{3} \Rightarrow \widehat{CSO} = \arcsin\frac{1}{3}.$

Câu 8: Đáp án C.

Ta có $P = 1 - \frac{1}{2}\sin^2 2x + \frac{1}{2}\sin 2x$

Đặt $\sin 2x = t,\ t \in [-1;1] \Rightarrow P_{max} = \frac{9}{8}.$

Câu 9: Đáp án A.

Chia cả tử và mẫu cho $\cos x$ ta có: $Q = \frac{4\tan x + 3}{2\tan x - 1} = \frac{11}{3}.$

STUDY TIPS

$\sin a \cos b$

$= \frac{1}{2}\left[\sin(a+b) + \sin(a-b)\right]$

Câu 10: Đáp án B.

$4\sin 3x + \sin 5x - 2\sin x.\cos 2x = 0$

$\Leftrightarrow 4\sin 3x + 5\sin x - \sin 3x + \sin x = 0$

$\Leftrightarrow 3\sin 3x + 2\sin 3x.\cos 2x = 0$

$\Leftrightarrow \sin 3x(3 + 2\cos 2x) = 0$

$\Leftrightarrow x = k\frac{\pi}{3},\ k \in \mathbb{Z}$ vì $x \in (0; 11\pi)$

STUDY TIPS

Tổng n số hạng đầu của một cấp số cộng là:

$u_n = \frac{(u_1 + u_n)n}{2}$

$\Rightarrow$ Tổng các nghiệm là $S = \frac{\pi}{3} + \frac{2\pi}{3} + ... + \frac{32\pi}{3} = \frac{\pi}{3}(1 + 2 + ... + 32) = 176\pi.$

Câu 11: Đáp án D.

Nghiệm của phương trình là $x = k\pi \Rightarrow k = 1.$

Câu 12: Đáp án B.

Ta có số hạng tổng quát:

$\frac{1}{k+1}C_{2018}^{k} = \frac{1}{k+1}.\frac{2018!}{k!(2018-k)!} = \frac{1}{2019}.\frac{2019!}{(k+1)!(2018-k)!} = \frac{1}{2019}.C_{2019}^{k+1}$

Cho k chạy từ 0 đến 2018 ta được:

$S = \frac{1}{2019}\left(C_{2019}^{1} + C_{2019}^{2} + ... + C_{2019}^{2018} + C_{2019}^{2019}\right)$

STUDY TIPS

$C_n^0 + C_n^1 + ... + C_n^n = 2^n$

$= \frac{1}{2019}\left(C_{2019}^{0} + C_{2019}^{1} + C_{2019}^{2} + ... + C_{2019}^{2019}\right) - \frac{C_{2019}^{0}}{2019}$

$= \frac{1}{2019}\left(2^{2019} - 1\right).$

Câu 13: Đáp án B.

Gọi A là biến cố: "Chọn được hai viên bi khác màu"

STUDY TIPS

$P(A) = 1 - P(\overline{A})$

$\Rightarrow \overline{A}$ là biến cố: "Chọn được hai viên bi cùng màu"

$\Rightarrow P(\overline{A}) = \frac{C_4^2 + C_3^2 + C_2^2}{C_9^2} = \frac{5}{18} \Rightarrow P(A) = \frac{13}{18}.$

Câu 14: Đáp án A.

Ta có S là tổng của cấp số nhân lùi vô hạn theo công thức $S = \frac{u_1}{1-q} = 1.$

Câu 15: Đáp án B.

Câu 16: Đáp án D.

Câu 17: Đáp án C.

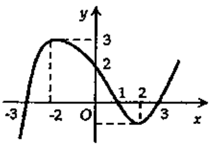
Câu 18: Đáp án C.

Câu 19: Đáp án D.

Điều kiện: $f(x)\neq 1$

$$\Rightarrow g'(x)=\frac{f'(x)[1-f(x)]+f(x).f'(x)}{[1-f(x)]^2}=\frac{f'(x)}{[1-f(x)]^2}$$

$$\Rightarrow g'(x)=0\Leftrightarrow f'(x)=0$$



Nhìn đồ thị hàm số ta thấy $f'(x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=-2\\x=2\end{array}\right.$

Có $g(-2)=\dfrac{f(-2)}{1-f(-2)}=\dfrac{3}{1-3}=-\dfrac{3}{2}$

$g(2)=\dfrac{f(2)}{1-f(2)}=\dfrac{-1}{1+1}=-\dfrac{1}{2}$

Vì $f'(x)$ đổi dấu qua $x=\pm 2$ nên $g'(x)$ cũng đổi dấu qua $x=\pm 2$ nên các điểm cực trị là $\left(-2;-\dfrac{3}{2}\right)$ và $\left(2;-\dfrac{1}{2}\right)$.

Câu 20: Đáp án A.

Nếu $x=1$ không là nghiệm của phương trình $(m+1)x-2m+1=0$ thì đồ thị hàm số có tiệm cận đứng. Khi $x=1$ là nghiệm của phương trình $(m+1)x-2m+1=0$ thì đồ thị không có tiệm cận đứng.

$\Rightarrow m+1-2m+1=0\Leftrightarrow m=2.$

Câu 21: Đáp án C.

Đồ thị đã cho không phải là đồ thị của hàm bậc bốn trùng phương nên đáp án A và B loại. Khi $x\to-\infty$ thì giá trị của hàm số cũng tiến tới $-\infty$ nên chọn C.

Câu 22: Đáp án C.

Có $y'=x^2-2mx+m^2-4$

Điều kiện cần để hàm số đạt cực đại tại $x=3$ là:

$y'(3)=0\Leftrightarrow 9-6m+m^2-4=0$

$\Leftrightarrow m^2-6m+5=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m=1\\m=5\end{array}\right.$

STUDY TIPS

Ta cũng có thể dùng dấu hiệu 2, điều kiện để hàm số đạt cực đại tại $x=3$ là $\begin{cases}y'(3)=0\\y''(3)<0\end{cases}$

- Với $m=1\Rightarrow y'=x^2-2x-3$

Lập bảng biến thiên ta thấy $x=3$ là điểm cực tiểu

- Với $m=5\Rightarrow y'=x^2-10x+21$

$y'=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=3\\x=7\end{array}\right.$. Lập bảng biến thiên ta thấy $x=3$ là điểm cực đại.

Vậy $m=5$.

Câu 23: Đáp án B.

Miền xác định của hàm số là $D=\left(-\infty;\dfrac{-1-\sqrt{5}}{2}\right]\cup\left[\dfrac{-1+\sqrt{5}}{2};+\infty\right)\setminus\{1\}$

Ta có $\lim\limits_{x\to1}\dfrac{\sqrt{x^2+x-1}-x}{x^2-1}=\dfrac{1}{4}$; $\lim\limits_{x\to-1}\dfrac{\sqrt{x^2+x-1}-x}{x^2-1}$ không tồn tại nên đồ thị hàm số không có tiệm cận đứng.

Vì $\lim\limits_{x\to\pm\infty}\dfrac{\sqrt{x^2+x-1}-x}{x^2-1}=0$ nên đồ thị hàm số có 1 tiệm cận ngang.

Câu 24: Đáp án A.

Ta có $\left(3^x+3^{-x}\right)^2=9^x+9^{-x}+2=23+2=25$

$\Rightarrow 3^x+3^{-x}=5$ vì $3^x+3^{-x}>0$.

STUDY TIPS

$\log_a f(x)=\log_a g(x)$

$\Leftrightarrow \begin{cases} f(x)=g(x) \\ g>0 \end{cases}$.

Câu 25: Đáp án A.

Ta có $x^2+9y^2=6xy \Leftrightarrow (x-3y)^2=0 \Leftrightarrow x=3y$

$\Rightarrow M=\dfrac{1+\log_{12}3y+\log_{12}y}{2.\log_{12}6y}=\dfrac{\log_{12}12+\log_{12}3y^2}{\log_{12}36y^2}=\dfrac{\log_{12}36y^2}{\log_{12}36y^2}=1.$

Câu 26: Đáp án C.

Câu 27: Đáp án A.

Phương trình $\Leftrightarrow \begin{cases} 2x^2-4x+m=x^2-9 \\ x^2-9>0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2-4x+9=-m \\ \left[\begin{array}{l} x>3 \\ x<-3 \end{array}\right. \end{cases}$

Thỏa mãn đề bài khi PT $x^2-4x+9=-m$ có nghiệm $\in(-\infty;-3)\cup(3;+\infty)$.

Xét hàm số $g(x)=x^2-4x+9$ trên $(-\infty;-3)\cup(3;+\infty)$.

$g(x)=2x-4 \Rightarrow g'(x)=0 \Leftrightarrow x=2.$

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$		-3		2		3		$+\infty$
$g'(x)$		$-$		$-$	0	$+$		$+$	
$g(x)$	$+\infty$	$\searrow$	30				6	$\nearrow$	$+\infty$

Căn cứ bảng biến thiên $\Rightarrow$ phương trình có nghiệm khi $-m>30 \Leftrightarrow m<-30$.

Câu 28: Đáp án C.

Bất phương trình $\Leftrightarrow 0<\log_{0,3}(2x-1)<1$

$\Leftrightarrow \begin{cases} 2x-1>1 \\ 2x-1<3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x>1 \\ x<2 \end{cases} \Leftrightarrow 1<x<2.$

Câu 29: Đáp án B.

Đặt $x=-t \Rightarrow dx=dt$

Đổi cận: $x=-2 \Rightarrow t=2$

$x=2 \Rightarrow t=-2$

$\Rightarrow I=-\int_2^{-2}\dfrac{f(-t)dt}{1+2^{-t}}=\int_{-2}^{2}\dfrac{2^t.f(t)dt}{1+2^t}=\int_{-2}^{2}\dfrac{2^x.f(x)dx}{1+2^x}$ (vì tích phân không phụ thuộc biến số)

$\Rightarrow I+I=\int_{-2}^{2}\dfrac{f(x)}{1+2^x}dx+\int_{-2}^{2}\dfrac{2^x.f(x)}{1+2^x}dx=\int_{-2}^{2}f(x)dx=4 \Rightarrow I=2.$

STUDY TIPS

Cho chuyển động có phương trình $S=f(t)$ thì

$\begin{cases} v(t)=f'(t) \\ a(t)=f''(t) \end{cases}$

Câu 30: Đáp án C.

Ta có $\int\dfrac{1}{2x+1}dx=\dfrac{1}{2}\int\dfrac{d(2x+1)}{2x+1}=\dfrac{1}{2}\ln|2x+1|+C.$

Câu 31: Đáp án D.

Khi ca nô dừng hẳn thì $v(t)=0 \Leftrightarrow -5t+20=0 \Leftrightarrow t=4$

$\Rightarrow S=\int_0^4(-5t+20)dt=\left(-\frac{5t^2}{2}+20t\right)\Big|_0^4=40$ m.

Câu 32: Đáp án B.

Đặt $x=\cos 2t \Rightarrow dx=-2\sin 2tdt=-4\sin t.\cos tdt$

Đổi cận: $x=0\Rightarrow t=\frac{\pi}{4}$

$x=1\Rightarrow t=0$

$$\Rightarrow 4=\int_0^1 f(x)dx=-4\int_{\frac{\pi}{4}}^0 f(\cos 2t).\sin t.\cos tdt$$

$$=4\int_0^{\frac{\pi}{4}} f(\cos 2t).\sin t.\cos tdt=4\int_0^{\frac{\pi}{4}} f(\cos 2x).\sin x.\cos xdx$$

$$\Rightarrow \int_0^{\frac{\pi}{4}} f(\cos 2x).\sin x.\cos xdx=1.$$

Câu 33: Đáp án A.

Vì $z_1+z_2=4+i$ nên chọn đáp án A.

Câu 34: Đáp án C.

STUDY TIPS

$z=a+bi,(a;b\in\mathbb{R})$

$\Rightarrow |z|=\sqrt{a^2+b^2}.$

Giải phương trình ta được $\left[\begin{array}{l} z_1=-2-3i\\ z_2=-2+3i\end{array}\right.$

$\Rightarrow |z_1|=|z_2|=\sqrt{13}\Rightarrow |z_1|^2+|z_2|^2=26.$

Câu 35: Đáp án D.

Ta có $w=\frac{\overline{z}+2i}{z-1}=\frac{1-i+2i}{1+i-1}=\frac{1+i}{i}=1-i \Rightarrow |w|=\sqrt{2}.$

Câu 36: Đáp án B.

Ta có $z=-\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}i\Rightarrow z^3=1,\ z^2+z+1=0$

$\Rightarrow (a+bz+cz^2)(a+bz^2+cz)$

$=a^2+b^2+c^2+(ab+bc+ca)z+(ab+bc+ca)z^2$

$=a^2+b^2+c^2+(ab+bc+ca)(z+z^2)$

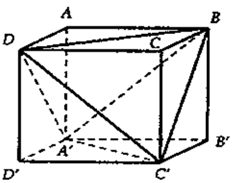
$=a^2+b^2+c^2-(ab+bc+ca).$

Câu 37: Đáp án B.

Gọi x là độ dài mỗi cạnh thì diện tích đáy là $\frac{x^2\sqrt{3}}{4}.$

Chiều cao bằng x nên thể tích $V=\frac{1}{3}.\frac{x^2\sqrt{3}}{4}.x=\frac{x^3\sqrt{3}}{12}$

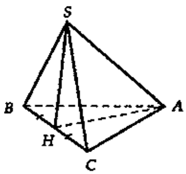
$\Rightarrow \frac{x^3\sqrt{3}}{12}=\frac{1}{\sqrt{3}}\Rightarrow x^3=4\Leftrightarrow x=\sqrt[3]{4}.$



Câu 38: Đáp án B.

Ta có $V_{A'C'BD}=V_{lp}-4V_{DD'A'C'}=a^3-4.\frac{1}{3}.\frac{a^2}{2}.a=a^3-\frac{2}{3}a^3=\frac{1}{3}a^3.$

Câu 39: Đáp án D.



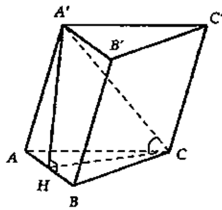
Gọi H là trung điểm BC $\Rightarrow SH \perp BC \Rightarrow SH \perp (ABC)$

ΔSBC đều cạnh bằng a nên

$SH = \frac{a\sqrt{3}}{2}$, $AC = BC.\sin 30° = \frac{a}{2}$, $AB = BC.\cos 30° = \frac{a\sqrt{3}}{2}$

$\Rightarrow V = \frac{1}{6}SH.AB.AC = \frac{1}{6}.\frac{a\sqrt{3}}{2}.\frac{a}{2}.\frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{a^3}{16}$.

Câu 40: Đáp án A.



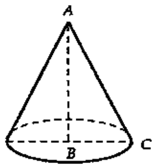
Gọi H là trung điểm của AB

$\Rightarrow A'H \perp (ABC)$ và $\widehat{A'CH} = 60°$

$\Rightarrow A'H = CH.\tan\widehat{A'CH} = \frac{a\sqrt{3}}{2}.\sqrt{3} = \frac{3a}{2}$

$S_{\Delta ABC} = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$

$V = A'H.S_{\Delta ABC} = \frac{3a}{2}.\frac{a^2\sqrt{3}}{4} = \frac{3a^3\sqrt{3}}{8}$.



Câu 41: Đáp án B.

Ta có: $l = AC = 2\sqrt{2}$; $r = 2$

$\Rightarrow S_{xq} = \pi rl = 4\pi\sqrt{2}$.

Câu 42: Đáp án A.

Hình trụ đó có chiều cao $h = 2a$, bán kính $r = a$

$\Rightarrow V = \pi r^2.h = \pi.a^2.2a = 2\pi a^3$.

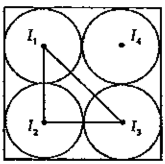
Câu 43: Đáp án A.

Gọi r là bán kính của hình trụ. Ta có $V = \pi r^2 h$.

Theo giả thiết $h = 3$, $V = 12\pi$. Ta có $12\pi = \pi r^2.3 \Rightarrow r = 2$.

$\Rightarrow$ Diện tích xung quanh là $S = 2\pi rl = 12\pi$.

Câu 44: Đáp án C.

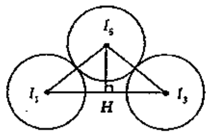


Hình 1

Để chiều cao của hộp nhỏ nhất để đựng được 5 quả cầu thì 4 quả phải tiếp xúc với nhau đôi một và cùng tiếp xúc với đáy hình trụ, còn quả thứ 5 tiếp xúc với cả 4 quả nói trên.

Giả sử 4 quả phía dưới có tâm là I_1, I_2, I_3, I_4, quả phía trên là I_5 theo hình 1.

Ta có: $I_1I_3 = \sqrt{I_1I_2^2 + I_2I_3^2} = \sqrt{2^2 + 2^2} = 2\sqrt{2}$.



Hình 2

Gọi H là hình chiếu của I_5 trên I_1I_3 (hình 2)

$\Rightarrow I_5H = \sqrt{I_1I_5^2 - I_1H^2} = \sqrt{2^2 - \left(\sqrt{2}\right)^2} = \sqrt{2}$

$\Rightarrow$ Chiều cao tối thiểu của hộp là $2 + \sqrt{2}$.

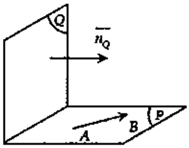
Câu 45: Đáp án B.

$x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y - 6z - 2 = 0 \Leftrightarrow (x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-3)^2 = 1 + 4 + 9 + 2 = 16$

$\Rightarrow I(1;-2;3)$, $R = 4$.

Câu 46: Đáp án A.

Vectơ pháp tuyến $\overrightarrow{n_P}$ vuông góc với hai vectơ $\begin{cases} \overrightarrow{AB} = (1;2;2) \\ \overrightarrow{n_Q} = (1;1;-1) \end{cases}$



Nên $\overrightarrow{n_P}=\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{n_Q}\right]=(-4;3;-1)$ qua A

$\Rightarrow$ Phương trình mặt phẳng (P) là:

$-4(x-0)+3(y-0)-1(z-1)=0\Leftrightarrow -4x+3y-z+1=0.$

Câu 47: Đáp án D.

Gọi $M(x;y;z)$ thỏa mãn đề bài $\Leftrightarrow \overrightarrow{MB}=-2\overrightarrow{MC}$

Có $\overrightarrow{MB}=(-1-x;2-y;1-z)$; $\overrightarrow{MC}=(3-x;-1-y;-2-z)$

Thỏa mãn $\overrightarrow{MB}=-2\overrightarrow{MC}\Leftrightarrow\begin{cases}-1-x=-2(3-x)\\2-y=-2(-1-y)\\1-z=-2(-2-z)\end{cases}$

$$\Leftrightarrow\begin{cases}3x=5\\y=0\\3z=-3\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=\dfrac{5}{3}\\y=0\\z=-1\end{cases}\Rightarrow M\left(\frac{5}{3};0;-1\right).$$

Câu 48: Đáp án C.

Vecto chỉ phương của đường thẳng d_1 là $\overrightarrow{u_1}(0;1;-1)$.

Vecto pháp tuyến của (P) và (Q) là $\begin{cases}\overrightarrow{n_P}=(1;1;1)\\\overrightarrow{n_Q}=(1;-2;1)\end{cases}$

$\Rightarrow$ Vecto chỉ phương của d_2 là $\overrightarrow{u_2}=\left[\overrightarrow{n_P},\overrightarrow{n_Q}\right]=(3;0;-3)$

Ta thấy $\overrightarrow{u_1}$ và $\overrightarrow{u_2}$ không cùng phương, vậy d_1 và d_2 cắt nhau hoặc chéo nhau.

Mặt khác thay x,y,z của đường thẳng d_1 vào phương trình mặt phẳng (P) và (Q) giải thấy vô nghiệm $\Rightarrow d_1$ và d_2 không có điểm chung.

Vậy d_1 và d_2 chéo nhau.

Câu 49: Đáp án D.

Gọi G là trọng tâm ΔABC, ta có: $G(0;0;-2)$.

$\left|\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}\right|=\left|3\overrightarrow{MG}\right|=3MG$ nhỏ nhất khi và chỉ khi M là hình chiếu của G trên (Oxy).

$\Rightarrow M(0;0;0)\Rightarrow MG=2\Rightarrow 3MG=6.$

Câu 50: Đáp án C.

$\overrightarrow{n_P}=\overrightarrow{OH}=(2;-1;2)$, $\overrightarrow{n_Q}=(0;-1;1)$

$$\Rightarrow\cos\varphi=\frac{\left|\overrightarrow{n_P}.\overrightarrow{n_Q}\right|}{\left|\overrightarrow{n_P}\right|.\left|\overrightarrow{n_Q}\right|}=\frac{3}{3\sqrt{2}}=\frac{1}{\sqrt{2}}\Rightarrow\varphi=45^\circ.$$

ĐỀ THỬ SỨC SỐ 22

Câu 1: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	2	$\searrow$	0	$\nearrow$	$+\infty$

Tìm giá trị cực đại $y_{CĐ}$ và giá trị cực tiểu y_{CT} của hàm số đã cho.

A. $y_{CĐ}=2,\ y_{CT}=1$. B. $y_{CĐ}=2,\ y_{CT}=0$. C. $y_{CĐ}=-1,\ y_{CT}=1$. D. $y_{CĐ}=2,\ y_{CT}=-1$.

Câu 2: Hàm số nào dưới đây nghịch biến trên khoảng $(-\infty;+\infty)$?

A. $y=-x^3-x$. B. $y=x^3+3x$. C. $y=\dfrac{2x-1}{x-2}$. D. $y=\dfrac{-x+3}{x-1}$.

Câu 3: Giá trị lớn nhất M của hàm số $y=x^4-2x^2+2$ trên đoạn $\left[0;\sqrt{3}\right]$ là:

A. $M=8$. B. $M=2$. C. $M=8\sqrt{3}$. D. $M=5$.

Câu 4: Cho hàm số $y=\dfrac{x+m}{x+1}$ (m là tham số thực) thỏa mãn $\min\limits_{[1;2]}y+\max\limits_{[1;2]}y=\dfrac{16}{3}$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $m\le 0$. B. $2<m\le 4$. C. $m>4$. D. $0<m\le 2$.

Câu 5: Cho hàm số $f(x)=-x^4+x^2+1$. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

A. $f\left(2^{2016}\right)>f\left(-2^{2017}\right)>f\left(2^{2018}\right)$. B. $f\left(2^{2018}\right)>f\left(2^{2016}\right)>f\left(-2^{2017}\right)$.

C. $f\left(2^{2018}\right)>f\left(-2^{2017}\right)>f\left(2^{2016}\right)$. D. $f\left(-2^{2017}\right)>f\left(2^{2016}\right)>f\left(2^{2018}\right)$.

Câu 6: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên khoảng $(0;+\infty)$, $f(x)>0\ \forall x\in(0;+\infty)$, $f(1)=1$; $f(x)=f'(x).\sqrt{3x+1}$. Nhận xét nào sau đây là đúng?

A. $1<f(5)<2$. B. $2<f(5)<3$. C. $3<f(5)<4$. D. $f(5)>4$.

Câu 7: Đạo hàm của hàm số $y=\log_2 x$ là:

A. $y'=\dfrac{1}{x\ln 2}$. B. $y'=\dfrac{1}{x}$. C. $y'=\dfrac{\ln 2}{x}$. D. $y'=x\ln 2$.

Câu 8: Tập nghiệm của bất phương trình $\log_{0,5}(x-1)>\log_{0,5}2$ là:

A. $(3;+\infty)$. B. $[3;+\infty)$. C. $(1;3)$. D. $(-\infty;1)$.

Câu 9: Cho các số thực dương a,b với $a\ne 1$ và $\log_a b<0$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $\left[\begin{array}{l}0<a<b<1\\0<b<1<a\end{array}\right.$. B. $\left[\begin{array}{l}0<a<1<b\\0<b<1<a\end{array}\right.$. C. $\left[\begin{array}{l}a>b>1\\a<b<1\end{array}\right.$. D. $\left[\begin{array}{l}0<a<1<b\\0<a<b<1\end{array}\right.$.

Câu 10: Người ta thả một cây bèo vào một hồ nước. Giả sử sau t giờ bèo sẽ sinh sôi kín cả mặt hồ. Biết rằng sau mỗi giờ lượng bèo tăng gấp 5 lần lượng bèo trước đó và tốc độ tăng không đổi. Hỏi sau mấy giờ lượng bèo phủ kín $\dfrac{2}{3}$ mặt hồ?

A. $\dfrac{2t}{3}$. B. $\dfrac{2.5^t}{3}$. C. $\dfrac{t}{\log_5\dfrac{2}{3}}$. D. $t+\log_5\dfrac{2}{3}$.

Câu 11: Giá trị nhỏ nhất của $P=\left(\log_a b^2\right)^2+6\left(\log_{\frac{\sqrt{b}}{a}}\frac{\sqrt{b}}{\sqrt{a}}\right)^2$ với a, b là các số thực thay đổi thỏa mãn $\sqrt{b}>a>1$ là:

A. 30. B. 40. C. 50. D. 60.

Câu 12: Hàm số nào dưới đây là nguyên hàm của hàm số $f(x)=\frac{1}{x}+\sin x$?

A. $F(x)=\ln|x|-\cos x+C.$ B. $F(x)=\ln|x|+\cos x+C.$

C. $F(x)=-\frac{1}{x^2}+\cos x+C.$ D. $F(x)=\frac{1}{x^2}-\cos x+C.$

Câu 13: Cho $\int_1^2 f(x)\mathrm{d}x=2$; $\int_1^2 g(x)\mathrm{d}x=3$. Tính: $I=\int_1^2(x+1)\mathrm{d}x+\int_1^2 2.f(x)\mathrm{d}x+\int_1^2 3.g(x)\mathrm{d}x.$

A. $I=\frac{31}{2}.$ B. $I=\frac{37}{2}.$ C. $I=17.$ D. $I=\frac{17}{2}.$

Câu 14: Cho đường tròn $(C):(x-2)^2+(y-4)^2=1$. Đường thẳng d có phương trình $3x-4y=0$. Tính thể tích V của hình xuyến tạo thành khi quay đường tròn (C) quanh đường thẳng d.

A. π^2. B. $2\pi^2$. C. 4π. D. $4\pi^2$.

Câu 15: Biết $\int_0^{\frac{\pi}{2}}\frac{(\sin x+2)\cos x}{\sin^2 x+4\sin x+7}\mathrm{d}x=a\ln\sqrt{12}+(b-1)\ln\sqrt{7}$ với a, b là các số nguyên. Tổng $a+b$ bằng:

A. 1. B. −1. C. 0. D. $\frac{1}{2}$.

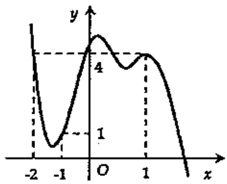
Câu 16: Cho $\int_0^1 x^n\mathrm{d}x=\frac{1}{10}$; $\int_0^4\frac{\mathrm{d}x}{2x+1}=\ln m$ với m, n là các số nguyên dương. Khi đó:

A. $m+n<12.$ B. $m>n.$ C. $n=3m.$ D. $m=n.$

Câu 17: Cho A, B, C là ba điểm trong mặt phẳng phức theo thứ tự biểu diễn các số phức $1+2i$; $7+10i$; $-3+5i$. Tam giác ABC có diện tích là:

A. $25\sqrt{5}$. B. $\frac{25\sqrt{5}}{2}$. C. 50. D. 25.

Câu 18: Cho hàm số $y=f(x)$. Đồ thị của hàm số $y=f'(x)$ như hình vẽ. Đặt $g(x)=3f(x)-x^3$. Mệnh đề nào sau đây đúng?



A. $g(-2)>g(2)>g(-1)$.

B. $g(2)>g(-2)>g(-1)$.

C. $g(-1)>g(-2)>g(2)$.

D. $g(-1)>g(2)>g(-2)$.

Câu 19: Cho số phức $z=\frac{m-1+2(m-1)i}{1-mi}$. Tất cả các giá trị của tham số m để z là số thực thì m thuộc khoảng nào trong các khoảng sau?

A. $(-3;2)$. B. $(0;6)$. C. $(6;+\infty)$. D. $(-\infty;-3)$.

Câu 20: Tính môđun của số phức $w=\frac{z+i}{\overline{z}-i}$, biết z thỏa mãn: $\frac{z-11}{z+2}=z-3$.

A. $|w|=1$. B. $|w|=\sqrt{2}$. C. $|w|=2$. D. $|w|=4$.

Câu 21: Tìm phần ảo của số phức $w=(2-i)z$ với z thỏa mãn $i\overline{z}=\left(\dfrac{2i}{1+i}\right)^8$.

A. 16. B. 2. C. 32. D. 18.

Câu 22: Tập hợp tất cả các điểm biểu diễn số phức z thỏa mãn: $(2-z)(\overline{z}+i)$ là số thuần ảo:

A. thuộc một đường tròn. B. thuộc một đường thẳng.
C. thuộc một hình chữ nhật. D. thuộc một elip.

Câu 23: Cho hình lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$ có thể tích là V. Khi đó thể tích của khối đa diện $B'C'ABC$ là:

A. $\dfrac{1}{3}V$. B. $\dfrac{1}{2}V$. C. $\dfrac{3}{4}V$. D. $\dfrac{2}{3}V$.

Câu 24: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có thể tích là V. Tính thể tích của khối tứ diện $ACB'D'$ theo V.

A. $\dfrac{1}{6}V$. B. $\dfrac{2}{3}V$. C. $\dfrac{1}{3}V$. D. $\dfrac{1}{2}V$.

Câu 25: Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh $3a$. Hình chiếu vuông góc của C' lên mặt phẳng (ABC) là điểm D thỏa mãn $\overrightarrow{DC}=-2\overrightarrow{DB}$. Góc giữa đường thẳng AC' và mặt phẳng $(A'B'C')$ bằng $45°$. Tính theo a thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$.

A. $\dfrac{9a^3\sqrt{21}}{4}$. B. $\dfrac{3a^3\sqrt{21}}{4}$. C. $\dfrac{27a^3\sqrt{21}}{4}$. D. $\dfrac{a^3\sqrt{21}}{4}$.

Câu 26: Cho hình chóp $S.ABC$ có mặt phẳng (SAC) vuông góc với đáy (ABC); $SA=AB=a$, $AC=2a$ và $\widehat{ASC}=\widehat{ABC}=90°$. Tính theo a thể tích khối chóp $S.ABC$.

A. $\dfrac{a^3\sqrt{2}}{4}$. B. $\dfrac{3a^3}{4}$. C. $\dfrac{a^3}{4}$. D. $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{4}$.

Câu 27: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật tâm O, $AD=a\sqrt{6}$, $AB=a\sqrt{3}$; M là trung điểm cạnh AD, hai mặt phẳng (SAC) và (SBM) cùng vuông góc với đáy; SA tạo với đáy góc $60°$. Tính theo a thể tích khối chóp $S.OMC$.

A. $\dfrac{a^3\sqrt{6}}{8}$. B. $\dfrac{3a^3\sqrt{6}}{8}$. C. $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{4}$. D. $\dfrac{3a^3\sqrt{3}}{4}$.

Câu 28: Một hình nón có đường cao 20, bán kính đáy $r=25$. Diện tích xung quanh của hình nón đó là:

A. $100\sqrt{41}$. B. $125\pi\sqrt{41}$. C. $250\pi\sqrt{41}$. D. $250\sqrt{41}$.

Câu 29: Tính thể tích của một khối cầu biết hình lập phương cạnh a nội tiếp trong mặt cầu tạo nên khối cầu đó.

A. $\dfrac{\pi a^3}{4}$. B. $\dfrac{\pi a^3}{2}$. C. $\dfrac{\pi a^3\sqrt{3}}{2}$. D. $\dfrac{\pi a^3\sqrt{3}}{4}$.

Câu 30: Cho hình nón có chiều cao bằng 2. Gọi (α) là mặt phẳng đi qua đỉnh S của hình nón và cắt mặt đáy hình nón theo một dây cung AB và tạo với mặt đáy hình nón một góc $\dfrac{\pi}{4}$. Tính diện tích của mặt cắt SAB. Biết dây cung AB có số đo $\dfrac{2\pi}{3}$.

A. $4\sqrt{6}$. B. $2\sqrt{6}$. C. $4\sqrt{3}$. D. $4\sqrt{2}$.

Câu 31: Cho hình trụ có đáy là hai đường tròn tâm O và O', bán kính R và chiều cao là $R\sqrt{2}$. Trên hai đường tròn (O) và (O') lần lượt lấy hai điểm A và B sao cho góc của hai đường thẳng OA và OB bằng α không đổi. Tính AB theo R và α.

A. $R\sqrt{1+4\sin^2\dfrac{\alpha}{2}}$. B. $R\sqrt{2+4\sin^2\dfrac{\alpha}{2}}$. C. $R\sqrt{2+4\sin^2\alpha}$. D. $R\sqrt{1+4\sin^2\alpha}$.

Câu 32: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(1;2;3)$. Tìm tọa độ hình chiếu vuông góc của điểm M trên mặt phẳng Oxy.

A. $(1;2;0)$. B. $(0;1;2)$. C. $(1;0;3)$. D. $(0;0;3)$.

Câu 33: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\frac{x+2}{1}=\frac{y-1}{-1}=\frac{z-2}{2}$ và mặt phẳng $(\alpha):x+2y+2z+3=0$. Tìm tọa độ giao điểm M của d và (α).

A. $\left(\frac{13}{3};-\frac{10}{3};\frac{8}{3}\right)$. B. $(1;-1;2)$. C. $(2;1;2)$. D. $\left(-\frac{13}{3};\frac{10}{3};-\frac{8}{3}\right)$.

Câu 34: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2+y^2+z^2-2x-4y+4z-16=0$ và mặt phẳng $(P):2x+2y+z-3=0$. Phương trình mặt phẳng (α) song song với (P) sao cho (α) giao với (S) tạo thành đường tròn có diện tích 16π là:

A. $\left[\begin{array}{l}2x+2y+z-1=0\\2x+2y+z-3=0\end{array}\right.$. B. $\left[\begin{array}{l}2x+2y+z+5=0\\2x+2y+z-13=0\end{array}\right.$. C. $\left[\begin{array}{l}2x+2y+z+5=0\\2x+2y+z-3=0\end{array}\right.$. D. $\left[\begin{array}{l}2x+2y+z-5=0\\2x+2y+z+13=0\end{array}\right.$.

Câu 35: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng (P) có phương trình $x+y-z+1=0$ và đường thẳng $d:\frac{x-2}{1}=\frac{y-1}{-1}=\frac{z-1}{-3}$. Khi đó đường thẳng Δ nằm trong (P) vuông góc với đường thẳng d có vectơ chỉ phương là:

A. $\overrightarrow{u_\Delta}=(1;2;4)$. B. $\overrightarrow{u_\Delta}=(1;-1;3)$. C. $\overrightarrow{u_\Delta}=(2;-1;1)$. D. $\overrightarrow{u_\Delta}=(0;3;3)$.

Câu 36: Cho phương trình $\sin 2x-\cos 2x=2\sin x-1$, các nghiệm của phương trình biểu diễn trên đường tròn lượng giác là một đa giác có diện tích là:

A. 1. B. $\frac{1}{2}$. C. $\frac{3}{2}$. D. $\frac{\sqrt{3}}{2}$.

Câu 37: Cho α,β thỏa mãn $\sin\alpha+\sin\beta=\frac{\sqrt{2}}{2}$ và $\cos\alpha+\cos\beta=\frac{\sqrt{6}}{2}$. Khi đó $\cos(\alpha-\beta)$ là:

A. -1. B. 0. C. 1. D. $\frac{1}{2}$.

Câu 38: Có 8 người khách bước ngẫu nhiên vào một cửa hàng có 3 quầy. Tính xác suất để 3 người cùng đến quầy thứ nhất.

A. $\frac{C_8^3.C_5^2}{A_8^3}$. B. $\frac{C_8^3.A_5^2}{A_8^3}$. C. $\frac{C_8^3.2^5}{3^8}$. D. $\frac{C_8^3.A_5^2}{3^8}$.

Câu 39: Tổng $P=C_{2018}^0.2^{2018}-C_{2018}^1.2^{2017}+C_{2018}^2.2^{2016}-...+C_{2018}^{2018}$ là:

A. $P=1$. B. $P=0$. C. $P=2^{2017}$. D. $P=2^{2018}$.

Câu 40: Tìm số hạng không chứa x trong khai triển: $\left(\frac{1}{\sqrt[3]{x^2}}+\sqrt[4]{x^3}\right)^{17}$ $(x\neq 0)$.

A. C_{17}^7. B. $C_{17}^8.x^8$. C. $C_{17}^7.x^7$. D. C_{17}^8.

Câu 41: Cho dãy số (u_n) xác định bởi $u_1=1$ và $u_{n+1}=\sqrt{1+u_n^2}$ $\forall n\in\mathbb{N}^*$. Tính tổng $S_n=\frac{1}{u_1+u_2}+\frac{1}{u_2+u_3}+...+\frac{1}{u_{n-1}+u_n}$, $n\geq 2$ ta được:

A. $S_n=\sqrt{n}+1$. B. $S_n=\sqrt{n}-1$. C. $S_n=\frac{n}{1+\sqrt{n}}$. D. $S_n=\frac{n}{\sqrt{n}-1}$.

Câu 42: Cho cấp số cộng $-2; x; 6; y$. Giá trị của biểu thức $P = x^2 + y^2$ là:

A. 12. B. 102. C. 104. D. 14.

Câu 43: Biết rằng m_1, m_2 là các giá trị của m để phương trình $x^3 - 7x^2 + 2\left(m^2 + 6m\right)x - 8 = 0$ có 3 nghiệm phân biệt tạo thành cấp số nhân. Khi đó $m_1 + m_2$ có giá trị là:

A. -6. B. 6. C. -7. D. 7.

Câu 44: Giả sử $\lim \dfrac{1+2+3+...+n}{2+4+6+...+2n} = I_1$, $\lim \dfrac{1+2+2^2+...+2^n}{1+5+5^2+...+5^n} = I_2$, $\lim\left[\left(1-\dfrac{1}{2^2}\right)\left(1-\dfrac{1}{3^2}\right)...\left(1-\dfrac{1}{n^2}\right)\right] = I_3$. Khi đó mệnh đề nào sau đây là đúng?

A. $I_1 = I_3 > I_2$. B. $I_1 > I_2 > I_3$. C. $I_1 > I_3 > I_2$. D. $I_3 > I_1 = I_2$.

Câu 45: Cho a, b là các số thực khác 0. Tìm hệ thức liên hệ giữa a và b để giới hạn $\lim\limits_{x \to 2^-}\left(\dfrac{a}{x^2-6x+8} - \dfrac{b}{x^2-5x+5}\right)$ là hữu hạn.

A. $a - 4b = 0$. B. $a - 3b = 0$. C. $a - 2b = 0$. D. $a - b = 0$.

Câu 46: Vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (α) chứa đường thẳng $d: \begin{cases} x = 1+2t \\ y = t \\ z = -2-t \end{cases}$ cách $A(1;2;5)$ một khoảng lớn nhất có tọa độ là:

A. $(10;17;37)$. B. $(9;-14;4)$. C. $(10;-17;37)$. D. $(9;14;4)$.

Câu 47: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(1;2;3)$. Gọi M, N lần lượt là hình chiếu của A trên trục Ox, Oy. Khi đó độ dài đoạn MN là:

A. $\sqrt{14}$. B. $\sqrt{3}$. C. $\sqrt{5}$. D. 3.

Câu 48: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, viết phương trình mặt phẳng (α) đi qua điểm $H(3;-4;1)$ và cắt các trục tọa độ tại các điểm M, N, P sao cho H là trực tâm của ΔMNP.

A. $3x - 4y + z - 26 = 0$. B. $2x + y - z - 1 = 0$. C. $4x - 3y - z + 1 = 0$. D. $x + 2y - z + 6 = 0$.

Câu 49: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(1;2;3)$ và đường thẳng $d: \dfrac{x-1}{2} = \dfrac{y-2}{-1} = \dfrac{z}{1}$. Mặt phẳng (P) chứa A và d. Phương trình mặt cầu tâm O tiếp xúc với mặt phẳng (P) là:

A. $x^2 + y^2 + z^2 = \dfrac{9}{5}$. B. $x^2 + y^2 + z^2 = 3$. C. $x^2 + y^2 + z^2 = 6$. D. $x^2 + y^2 + z^2 = \dfrac{24}{5}$.

Câu 50: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x+1)^2 + (y-1)^2 + (z+2)^2 = 2$ và hai đường thẳng $d: \dfrac{x-2}{1} = \dfrac{y}{2} = \dfrac{z-1}{-1}$, $\Delta: \dfrac{x}{1} = \dfrac{y}{1} = \dfrac{z-1}{-1}$. Phương trình nào dưới đây là phương trình của một mặt phẳng tiếp xúc với (S), song song với d và Δ?

A. $x + y + 1 = 0$. B. $x + z + 1 = 0$. C. $y + z + 3 = 0$. D. $x + z - 1 = 0$.

ĐÁP ÁN

1.B	2.A	3.D	4.C	5.A	6.C	7.A	8.C	9.B	10.D
11.D	12.A	13.A	14.D	15.A	16.C	17.D	18.B	19.A	20.A
21.C	22.A	23.D	24.C	25.A	26.C	27.A	28.B	29.C	30.A
31.B	32.A	33.D	34.B	35.C	36.A	37.B	38.C	39.A	40.D
41.B	42.C	43.A	44.A	45.C	46.A	47.C	48.A	49.A	50.B

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

Câu 1: Đáp án B.

Câu 2: Đáp án A.

Vì $y' = -3x^2 - 1 < 0\ \forall x \in \mathbb{R}$

Câu 3: Đáp án D.

Có $y' = 4x^3 - 4x = 4x\left(x^2 - 1\right)$

$$y' = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = \pm 1 \end{array}\right. \Rightarrow \begin{cases} y(0) = 2 \\ y(1) = 1 \\ y(-1) = 1 \\ y\left(\sqrt{3}\right) = 5 \end{cases} \Rightarrow M = 5.$$

Câu 4: Đáp án C.

Có $D = \mathbb{R} \setminus \{-1\}$

$y' = \dfrac{1-m}{(x+1)^2} \Rightarrow$ Hàm số đồng biến hoặc nghịch biến trên $[1;2]$

$\min\limits_{[1;2]} y + \max\limits_{[1;2]} y = \dfrac{16}{3} \Leftrightarrow y(1) + y(2) = \dfrac{16}{3}$

$\Leftrightarrow \dfrac{1+m}{2} + \dfrac{2+m}{3} = \dfrac{16}{3}$

$\Leftrightarrow 3 + 3m + 4 + 2m = 32 \Leftrightarrow 5m = 25 \Leftrightarrow m = 5.$

STUDY TIPS

$y = \dfrac{ax+b}{cx+d}$ có $y' = \dfrac{ad-bc}{(cx+d)^2}$

Câu 5: Đáp án A.

Hàm số $f(x) = -x^4 + x^2 + 1$ có tập xác định $D = \mathbb{R}$

$$f'(x) = -4x^3 + 2x = -2x\left(2x^2 - 1\right);\ f'(x) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = \pm\dfrac{1}{\sqrt{2}} \end{array}\right.$$

Ta có **bảng biến thiên:**

x	$-\infty$	$-1/\sqrt{2}$		0		$1/\sqrt{2}$		$+\infty$
$f'(x)$	+	0	−	0	+	0	−	
$f(x)$	↗		↘		↗		↘	

STUDY TIPS

Hàm số $y = -x^4 + x^2 + 1$ chẵn nên $f(-a) = f(a)$

Vì $f\left(-2^{2017}\right) = f\left(2^{2017}\right)$ và hàm số nghịch biến trên khoảng $\left(\dfrac{1}{\sqrt{2}}; +\infty\right)$ nên

$f\left(2^{2016}\right) > f\left(2^{2017}\right) > f\left(2^{2018}\right) \Rightarrow f\left(2^{2016}\right) > f\left(-2^{2017}\right) > f\left(2^{2018}\right).$

Câu 6: Đáp án C.

Ta có: $\frac{f'(x)}{f(x)}=\frac{1}{\sqrt{3x+1}} \Rightarrow \int \frac{f'(x)}{f(x)}dx=\int \frac{1}{\sqrt{3x+1}}dx$

$\Rightarrow \ln f(x)+C_1=\frac{2}{3}\sqrt{3x+1}+C_2 \Rightarrow \ln f(x)=\frac{2}{3}\sqrt{3x+1}+C_2-C_1$

Đặt $C=C_2-C_1 \Rightarrow \ln f(1)=\frac{2}{3}\sqrt{4}+C \Rightarrow C=-\frac{4}{3}$

$\Rightarrow f(x)=e^{\frac{2}{3}\sqrt{3x+1}-\frac{4}{3}} \Rightarrow f(5)=e^{\frac{4}{3}} \approx 3,79.$

Câu 7: Đáp án A.

Câu 8: Đáp án C.

$\log_{0,5}(x-1)>\log_{0,5}2 \Leftrightarrow \begin{cases} x-1<2 \\ x-1>0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x<3 \\ x>1 \end{cases}$

Câu 9: Đáp án B.

Vì $\log_a b<0$ khi $\left[\begin{array}{l} a<1<b \\ b<1<a \end{array}\right.$; $\log_a b>0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} a<b<1 \\ a>b>1 \end{array}\right.$.

Câu 10: Đáp án D.

Sau t giờ có 5^t cây bèo (đầy hồ)

Sau n giờ có 5^n cây bèo ($\frac{2}{3}$ hồ)

$\Rightarrow 5^n=\frac{2}{3}.5^t \Rightarrow n=\log_5\left(\frac{2}{3}.5^t\right)=t+\log_5\frac{2}{3}$

Câu 11: Đáp án D.

Đặt $\log_a b=t$ thì $t>\log_a a^2=2$. Ta có $b=a^t$, do đó:

$P=4t^2+6\left(\log_{\frac{1}{a^2}} a^{\frac{t-1}{2}}\right)^2=4t^2+6.\frac{(t-1)^2}{(t-2)^2}=f(t)$

Ta có $f'(t)=\frac{4(t-3)(2t^3-6t^2+6t-1)}{(t-2)^2}=0 \Leftrightarrow t=3$

Lập bảng biến thiên ta có $\min\limits_{(2;+\infty)} f(t)=60.$

Câu 12: Đáp án A.

Câu 13: Đáp án A.

$I=\left(\frac{x^2}{2}+x\right)\Bigg|_1^2+2.2+3.3=2+2-\frac{1}{2}-1+13=16-\frac{1}{2}=\frac{31}{2}.$

Câu 14: Đáp án D.

Đường tròn (C) có tâm $I(2;4)$, bán kính $R=1$

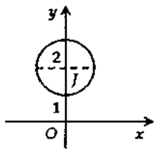
$d(I;d)=\frac{|3.2-4.4|}{\sqrt{3^2+4^2}}=\frac{10}{5}=2$

Thể tích của hình xuyến đã cho bằng thể tích của hình xuyến tâm $J(0;2)$, bán kính bằng 1.

Khi quay quanh trục hoành, phương trình đường tròn $(J;1)$ là $x^2+(y-2)^2=1$

STUDY TIPS

Khi quay hình tròn bán kính R quanh một đường thẳng mà khoảng cách từ tâm đường tròn đến đường thẳng đó không đổi ta được các hình xuyến có cùng thể tích.



$\Leftrightarrow \begin{cases} y-2=\pm\sqrt{1-x^2} \\ -1\le x\le 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y=2\pm\sqrt{1-x^2} \\ -1\le x\le 1 \end{cases}$

$\Rightarrow V=\pi\int_{-1}^{1}\left(2+\sqrt{1-x^2}\right)^2 dx-\pi\int_{-1}^{1}\left(2-\sqrt{1-x^2}\right)^2 dx=\pi\int_{-1}^{1}8\sqrt{1-x^2}dx$

Đặt $x=\sin t\Rightarrow dx=\cos t dt$

Đổi cận: $x=-1\Rightarrow t=-\frac{\pi}{2};\ x=1\Rightarrow t=\frac{\pi}{2}$

$V=8\pi\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}}\sqrt{1-\sin^2 t}.\cos t dt=4\pi\left(t+\frac{\sin 2t}{2}\right)\Bigg|_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}}=4\pi\left(\frac{\pi}{2}+0\right)-4\pi\left(-\frac{\pi}{2}+0\right)=4\pi^2$

Câu 15: Đáp án A.

Đặt $t=\sin^2 x+4\sin x+7\Rightarrow dt=\left(2\sin x.\cos x+4\cos x\right)dx$

$\Rightarrow \cos x\left(\sin x+2\right)dx=\frac{dt}{2}$. Đổi cận: $x=0\Rightarrow t=7;\ x=\frac{\pi}{2}\Rightarrow t=12$

$I=\frac{1}{2}\int_{7}^{12}\frac{dt}{t}=\frac{1}{2}(\ln 12-\ln 7)=\ln\sqrt{12}-\ln\sqrt{7}\Rightarrow \begin{cases} a=1 \\ b-1=-1 \end{cases}\Leftrightarrow \begin{cases} a=1 \\ b=0 \end{cases}\Rightarrow a+b=1.$

Câu 16: Đáp án C.

Ta có $\frac{1}{10}=\int_0^1 x^n dx=\frac{x^{n+1}}{n+1}\Bigg|_0^1=\frac{1}{n+1}\Rightarrow n=9$

$\int_0^4\frac{dx}{2x+1}=\frac{1}{2}\ln\left|2x+1\right|\Big|_0^4=\frac{1}{2}\ln 9-\ln 3\Rightarrow m=3\Rightarrow n=3m.$

Câu 17: Đáp án D.

Ta có $A(1;2),\ B(7;10),\ C(-3;5)$

STUDY TIPS

$AB=\sqrt{\left(x_B-x_A\right)^2+\left(y_B-y_A\right)^2}$

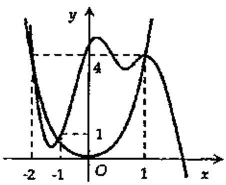
$AB=\sqrt{36+64}=10;\ BC=\sqrt{100+25}=5\sqrt{5};\ AC=\sqrt{16+9}=5$

Ta thấy $BC^2=AB^2+AC^2\Rightarrow \Delta ABC$ vuông tại A.

$S_{\Delta ABC}=\frac{1}{2}AB.AC=\frac{1}{2}.10.5=25$

Câu 18: Đáp án B.

Ta thấy đồ thị hàm số $y=x^2$ cắt đồ thị hàm số $y=f'(x)$ tại 3 điểm có tọa độ $(-2;4),(-1;1),(2;4)$. Căn cứ vào diện tích hình phẳng trên hình vẽ ta có:



$\int_{-2}^{-1}\left[x^2-f'(x)\right]dx<\int_{-1}^{2}\left[f'(x)-x^2\right]dx$

$\Leftrightarrow \left[\frac{x^3}{3}-f(x)\right]\Bigg|_{-2}^{-1}<\left[f(x)-\frac{x^3}{3}\right]\Bigg|_{-1}^{2}$

$\Leftrightarrow \frac{x^3-3f(x)}{3}\Bigg|_{-2}^{-1}<\frac{3f(x)-x^3}{3}\Bigg|_{-1}^{2}\Leftrightarrow -g(x)\Big|_{-2}^{-1}<g(x)\Big|_{-1}^{2}$

$\Leftrightarrow -g(-1)+g(-2)<g(2)-g(-1)\Leftrightarrow g(-2)<g(2)$ (1)

Mặt khác từ đồ thị ta có bảng biến thiên sau:

x	$-\infty$		-2		-1		2		$+\infty$
$g'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
$g(x)$		$\nearrow$	$g(-2)$	$\searrow$	$g(-1)$	$\nearrow$	$g(2)$	$\searrow$	

$\Rightarrow g(2) > g(-2) > g(-1)$.

Câu 19: Đáp án A.

STUDY TIPS
$z = a+bi$ là số thực $\Leftrightarrow b = 0$

$$z = \frac{m-1+2(m-1)i}{1-mi} = \frac{[m-1+2(m-1)i][1+mi]}{1+m^2} = \frac{-2m^2+3m-1}{1+m^2} + \frac{m^2+m-2}{1+m^2}i$$

z là số thực $\Leftrightarrow m^2+m-2=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m=1 \\ m=-2 \end{array}\right.$

Câu 20: Đáp án A.

STUDY TIPS
Số phức $w = x+yi$ thì $|w| = \sqrt{x^2+y^2}$

Ta có $\frac{z-11}{z+2} = z-3 \Leftrightarrow z-11 = (z-3)(z+2) \Leftrightarrow z^2-2z+5=0$

$\Delta' = 1-5 = -4 = (-2i)^2 \Rightarrow$ Phương trình có 2 nghiệm phức $\left[\begin{array}{l} z=1-2i \\ z=1+2i \end{array}\right.$

- Với $z = 1-2i \Rightarrow w = \frac{z+i}{\bar{z}-i} = \frac{1-2i+i}{1+2i-i} = \frac{1-i}{1+i} = -i \Rightarrow |w| = \sqrt{0+1} = 1$

- Với $z = 1+2i \Rightarrow w = \frac{z+i}{\bar{z}-i} = \frac{1+2i+i}{1-2i-i} = \frac{1+3i}{1-3i} = -\frac{4}{5}+\frac{3}{5}i \Rightarrow |w| = \sqrt{\frac{16}{25}+\frac{9}{25}} = 1.$

Vậy cả 2 trường hợp thì $|w| = 1$.

Câu 21: Đáp án C.

Ta có $\frac{2i}{i+1} = \frac{2i(1-i)}{2} = 1+i \Rightarrow \left(\frac{2i}{1+i}\right)^8 = (1+i)^8 = \left[(1+i)^2\right]^4 = (2i)^4 = 16$

Do đó $i\bar{z} = \left(\frac{2i}{1+i}\right)^8$; $i\bar{z} = 16 \Leftrightarrow \bar{z} = \frac{16}{i} \Leftrightarrow \bar{z} = -16i \Leftrightarrow z = 16i$.

Khi đó $w = (2-i).z = (2-i).16i = 16+32i \Rightarrow$ Phần ảo là 32.

Câu 22: Đáp án A.

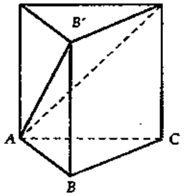
Đặt $z = x+yi$ $(x, y \in \mathbf{R}) \Rightarrow \bar{z} = x-yi$

Ta có $(2-z)(\bar{z}+i)$ là số thuần ảo

$$\Leftrightarrow \begin{cases} -x^2-y^2+2x+y=0 \\ -x-2y+2 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (x-1)^2+\left(y-\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{5}{4} \\ (x;y) \neq \{(2;0);(0;1)\} \end{cases}$$

Vậy tập hợp các điểm biểu diễn số phức z thuộc một đường tròn.

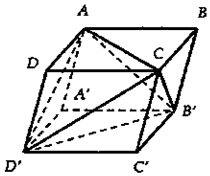
Câu 23: Đáp án D.

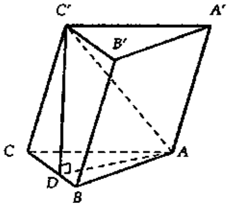


Gọi S là diện tích đáy, h là chiều cao của lăng trụ.

Khi đó $V_{A.A'B'C'} = \frac{1}{3}S.h = \frac{1}{3}V$

$\Rightarrow V_{B'CABC} = V_{ABC.A'B'C'} - V_{A.A'B'C'} = V - \frac{1}{3}V = \frac{2}{3}V$





STUDY TIPS
Góc giữa đường thẳng và mặt phẳng là góc giữa đường thẳng đó với hình chiếu của nó trên mặt phẳng kia

Câu 24: Đáp án C.

Ta có $V_{ACB'D'} = V_{ABCD.A'B'C'D'} - V_{B.ACB'} - V_{D.ACD'} - V_{A'.AB'D'} - V_{C'.B'CD'}$

$= V - \frac{1}{6}V - \frac{1}{6}V - \frac{1}{6}V - \frac{1}{6}V = V - \frac{2}{3}V = \frac{1}{3}V$

Câu 25: Đáp án A.

Theo giả thiết ta có $CD' \perp (ABC)$. Áp dụng định lý Cô-sin cho ΔABD ta được:

$AD = \sqrt{AB^2 + BD^2 - 2AB.BD.\cos 60^\circ}$

$= \sqrt{9a^2 + a^2 - 2.3a.a.\frac{1}{2}}$

$= \sqrt{10a^2 - 3a^2} = a\sqrt{7}$

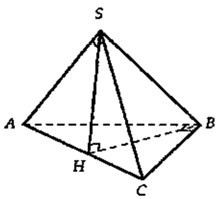
Hình chiếu vuông góc của AC' trên mặt phẳng (ABC) là AD, vì vậy ta có góc giữa AC' và mặt phẳng (ABC) là góc $\widehat{C'AD} = 45^\circ \Rightarrow \Delta C'AD$ vuông cân tại D

$\Rightarrow C'D = AD = a\sqrt{7}$

Diện tích ΔABC là $S_{\Delta ABC} = \frac{(3a)^2\sqrt{3}}{4} = \frac{9a^2\sqrt{3}}{4}$.

Do đó $V = S_{ABC}.C'D = \frac{9a^3\sqrt{21}}{4}$

Câu 26: Đáp án C.



Kẻ $SH \perp AC$, do $(SAC) \perp (ABC) \Rightarrow SH \perp (ABC)$

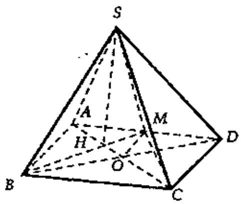
Có $BC = \sqrt{AC^2 - AB^2} = \sqrt{4a^2 - a^2} = a\sqrt{3}$;

$SC = \sqrt{AC^2 - SA^2} = a\sqrt{3}$; $SH = \frac{SA.SC}{AC} = \frac{a\sqrt{3}}{2}$;

$S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2}AB.BC = \frac{a^2\sqrt{3}}{2}$

$\Rightarrow V_{S.ABC} = \frac{1}{3}S_{\Delta ABC}.SH = \frac{a^3}{4}$.

Câu 27: Đáp án A.



STUDY TIPS
2 mặt phẳng cùng vuông góc với mặt phẳng thứ 3 thì giao tuyến nếu có cũng vuông góc với mặt phẳng đó.

Gọi $H = AC \cap BM$. Vì $(SAC) \perp (ABCD)$ và $(SBM) \perp (ABCD)$ nên $SH \perp (ABCD)$

Có $AC = \sqrt{AB^2 + BC^2} = \sqrt{3a^2 + 6a^2} = 3a$

$\Rightarrow AO = \frac{3a}{2} \Rightarrow AH = \frac{2}{3}AO = \frac{2}{3}.\frac{3a}{2} = a$

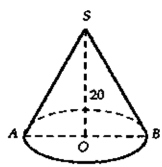
Vì $\widehat{SAH} = 60^\circ \Rightarrow SH = AH.\tan 60^\circ = a\sqrt{3}$

$S_{\Delta OMC} = \frac{1}{2}OM.d(C;OM) = \frac{1}{2}OM.MD = \frac{1}{2}.\frac{a\sqrt{3}}{2}.\frac{a\sqrt{6}}{2} = \frac{a^2\sqrt{18}}{8} = \frac{3a^2\sqrt{2}}{8}$

SH là đường cao của hình chóp $S.OMC$ nên:

$V_{S.OMC} = \frac{1}{3}.SH.S_{\Delta OMC} = \frac{1}{3}a\sqrt{3}.\frac{3a^2\sqrt{2}}{8} = \frac{a^3\sqrt{6}}{8}$

Câu 28: Đáp án B.



Gọi S là đỉnh của hình nón, AB là một đường kính, O là tâm của đường tròn đáy của hình nón.

Ta có:

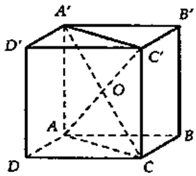
STUDY TIPS

$S_{xq} = \pi r l$

$l = SA = \sqrt{SO^2 + OA^2} = \sqrt{20^2 + 25^2} = \sqrt{400 + 625} = 5\sqrt{41}$

$S_{xq} = \pi r l = \pi.25.5\sqrt{41} = 125\pi\sqrt{41}$

Câu 29: Đáp án C.



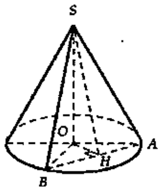
Gọi khối lập phương nội tiếp là $ABCD.A'B'C'D'$.

Gọi $O = A'C \cap AC'$ thì O cũng là tâm mặt cầu ngoại tiếp

$\Rightarrow$ Bán kính của mặt cầu là $r = A'O = \dfrac{1}{2}A'C = \dfrac{a\sqrt{3}}{2}$

$\Rightarrow V = \dfrac{4}{3}\pi r^3 = \dfrac{4}{3}\pi.\left(\dfrac{a\sqrt{3}}{2}\right)^3 = \dfrac{4}{3}\pi.\dfrac{3\sqrt{3}a^3}{8} = \dfrac{\pi a^3\sqrt{3}}{2}$

Câu 30: Đáp án A.



Gọi O là tâm của hình chóp. Kẻ $OH \perp AB \Rightarrow H$ là trung điểm AB và $SH \perp AB$

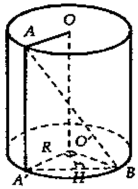
Ta có $\widehat{SHO} = \dfrac{\pi}{4}$, tam giác SHO vuông cân $\Rightarrow SH = SO\sqrt{2} = h\sqrt{2} = 2\sqrt{2} = OH$

Ta có $sđ\,\overset{\frown}{AB} = 120° \Rightarrow \widehat{BOH} = 60°$

ΔOBH vuông $\Rightarrow \tan 60° = \dfrac{BH}{OH}$

$\Rightarrow AB = 2BH = 2.OH.\tan 60° = 2.2\sqrt{2}.\sqrt{3} = 4\sqrt{6}$

Câu 31: Đáp án B.



Kẻ $O'A' \parallel OA$ thì $\widehat{A'O'B} = \alpha$

Vẽ $O'H \perp A'B$ thì H là trung điểm của $A'B$

$\Delta O'A'H$ vuông tại H nên

$A'H = O'A'.\sin\dfrac{\alpha}{2} = R.\sin\dfrac{\alpha}{2} \Rightarrow A'B = 2A'H = 2R\sin\dfrac{\alpha}{2}$

$\Rightarrow AB = \sqrt{AA'^2 + A'B^2} = \sqrt{2R^2 + 4R^2\sin^2\dfrac{\alpha}{2}} = R\sqrt{2 + 4\sin^2\dfrac{\alpha}{2}}$

Câu 32: Đáp án A.

Nếu M' là hình chiếu vuông góc của M lên mp Oxy thì cao độ của điểm M' bằng 0.

Câu 33: Đáp án D.

Gọi $M = d \cap (\alpha)$ khi đó tọa độ của M là nghiệm của hệ: $\begin{cases} \dfrac{x+2}{1} = \dfrac{y-1}{-1} = \dfrac{z-2}{2} \\ x + 2y + 2z + 3 = 0 \end{cases}$

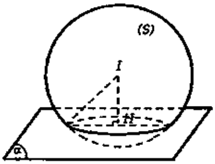
$$\Leftrightarrow \begin{cases} \dfrac{x+2}{1} = \dfrac{y-1}{-1} \\ \dfrac{x+2}{1} = \dfrac{z-2}{2} \\ x + 2y + 2z + 3 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x + y + 1 = 0 \\ 2x - z = -6 \\ x + 2y + 2z = -3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\dfrac{13}{3} \\ y = \dfrac{10}{3} \\ z = -\dfrac{8}{3} \end{cases}$$

Vậy $M\left(\dfrac{-13}{3}; \dfrac{10}{3}; \dfrac{-8}{3}\right)$

Câu 35: Đáp án B.

Mặt cầu (S) có tâm $I(1;2;-2)$, $R = 5$

Mặt phẳng (α) song song với mặt phẳng (P)



Nên $(\alpha): 2x+2y+z+D=0 (D\neq -3)$ đường tròn tạo bởi (α) và (S) bán kính r thỏa mãn $\pi r^2 = 16\pi \Rightarrow r = 4$

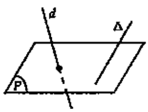
Gọi H là hình chiếu vuông góc của I trên (α)

Khi đó ta có: $d(I;(\alpha)) = IH = \sqrt{R^2 - r^2} = 3$

Mà $d(I;(\alpha)) = \dfrac{|2+4-2+D|}{\sqrt{4+4+1}} = 3 \Leftrightarrow |D+4| = 9 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} D=5 \\ D=-13 \end{array}\right.$

Vậy $(\alpha): \left[\begin{array}{l} 2x+2y+z+5=0 \\ 2x+2y+z-13=0 \end{array}\right.$

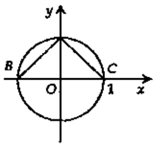
Câu 35: Đáp án C.



Mặt phẳng (P) có VTPT $\vec{n} = (1;1;-1)$. Đường thẳng d có VTCP là $\overrightarrow{u_d} = (1;-1;-3)$

Vì $\Delta \subset (P)$ và vuông góc với d nên Δ có VTCP $\overrightarrow{u_\Delta} = \left[\vec{n};\overrightarrow{n_\alpha}\right] = (-4;2;-2)$ hay $\overrightarrow{u_\Delta} = (2;-1;1)$

Câu 36: Đáp án A.



$\text{Pt} \Leftrightarrow 2\sin x\cos x + 1 - \cos 2x - 2\sin x = 0$

$\Leftrightarrow 2\sin x\cos x + 1 + 2\sin^2 x - 2\sin x = 0$

$\Leftrightarrow 2\sin x(\cos x + \sin x - 1) = 0$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \sin x = 0 \\ \sin\left(x+\dfrac{\pi}{4}\right) = \dfrac{1}{\sqrt{2}} \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = k\pi \\ x = \dfrac{\pi}{2} + k2\pi \end{array}\right.$

Suy ra, 3 điểm biểu diễn là $A(0;1); B(-1;0), C(1;0)$

Vậy diện tích $S = \dfrac{1}{2}OA.BC = 1$

Câu 37: Đáp án B.

Ta có: $\sin^2\alpha + \sin^2\beta + 2\sin\alpha.\sin\beta = \dfrac{1}{2}$

$\cos^2\alpha + \cos^2\beta + 2\cos\alpha.\cos\beta = \dfrac{3}{2}$

Cộng hai đẳng thức trên theo vế ta được

$$2 + 2(\sin\alpha.\sin\beta + \cos\alpha.\cos\beta) = 2 \Rightarrow \cos(\alpha - \beta) = 0$$

Câu 38: Đáp án C.

Có 8 người khách bước ngẫu nhiên vào một cửa hàng có 3 quầy. Tính xác suất để 3 người cùng đến quầy thứ nhất

Mỗi người khách có 3 cách chọn quầy nên có 3^8 khả năng xảy ra. Do đó số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega) = 3^8$

Gọi A là biến cố: "Có 3 người cùng đến quầy thứ nhất", năm người còn lại đến quầy thứ hai hoặc ba

Nên có 2^5 cách do đó $n(A) = C_8^3.2^5 \Rightarrow P(A) = \dfrac{C_8^3.2^5}{3^8}$

Câu 39: Đáp án A.

Xét các khai triển $(a+b)^{2018} = C_{2018}^0 a^{2018} + C_{2018}^1 a^{2017} b + C_{2018}^2 a^{2016} b^2 + \ldots + C_{2018}^{2018} b^{2018}$

Thay $a=2,b=-1$ ta có:

$1=C_{2018}^{0}2^{2018}-C_{2018}^{1}2^{2017}+C_{2018}^{2}2^{2016}+...+C_{2018}^{2018}=P$

Câu 40: Đáp án D.

Ta có $\left(\frac{1}{\sqrt[3]{x^2}}+\sqrt[4]{x^3}\right)^{17}=\sum_{k=0}^{17}C_{17}^{k}\left(x^{\frac{-2}{3}}\right)^{17-k}.\left(x^{\frac{3}{4}}\right)^{k}=\sum_{k=0}^{17}C_{17}^{k}.x^{\frac{2}{3}k-\frac{34}{3}+\frac{3k}{4}}$

Muốn số hạng đã cho không chứa x phải có:

$$\frac{2}{3}k-\frac{34}{3}+\frac{3k}{4}=0\Leftrightarrow\frac{17k}{12}-\frac{34}{3}=0\Leftrightarrow k=8$$

Vậy số hạng cần tìm là C_{17}^{8}

Câu 41: Đáp án B.

Ta có $U_2=\sqrt{1+u_1^2}=\sqrt{2};U_3=\sqrt{1+u_2^2}=\sqrt{3};U_4=\sqrt{1+u_3^2}=\sqrt{4}$

Dự đoán $U_n=\sqrt{n}$ (chứng minh bằng phương pháp quy nạp)

Khi đó:

$$\begin{aligned}S_n&=\frac{1}{1+\sqrt{2}}+\frac{1}{\sqrt{2}+\sqrt{3}}+\frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{4}}+...+\frac{1}{\sqrt{n-1}+\sqrt{n}}\\&=\sqrt{2}-1+\sqrt{3}-\sqrt{2}+\sqrt{4}-\sqrt{3}+...+\sqrt{n}-\sqrt{n-1}\\&=\left(\sqrt{2}+\sqrt{3}+\sqrt{4}+...+\sqrt{n}\right)-\left(1+\sqrt{2}+\sqrt{3}+...+\sqrt{n-1}\right)\\&=\sqrt{n}-1\end{aligned}$$

Câu 42: Đáp án C.

Theo tính chất của cấp số cộng ta có: $x=\frac{-2+6}{2}=2$

$6=\frac{x+y}{2}$ và $x=2\Rightarrow y=10\Rightarrow P=x^2+y^2=2^2+10^2=104$

Câu 43: Đáp án A.

Điều kiện cần: Giả sử phương trình đã cho có 3 nghiệm phân biệt $x_1;x_2;x_3$ lập thành cấp số nhân. Khi đó theo định lý Viet ta có: $x_1x_2x_3=8$.

Theo tính chất của cấp số nhân, ta có $x_1x_3={x_2}^2\Rightarrow {x_2}^3=8\Leftrightarrow x_2=2$

Thay $x_2=2$ vào phương trình ta được $m^2+6m-7=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m=1\\m=-7\end{array}\right.$

Điều kiện đủ với $m_1=1,m_2=-7$ ta đều có phương trình $x^3-7x^2+14x-8=0$

Giải phương trình ta được 3 nghiệm là 1; 2; 4 hiển nhiên 3 nghiệm này tạp thành cấp số nhân với công bội $q=2$

Vậy $m_1+m_2=-6$

STUDY TIPS
a, b, c tạo thành cấp số nhân thì $a.c=b^2$

Câu 44: Đáp án A.

Ta có: $I_1=\lim\frac{1+2+3+...+n}{2(1+2+3+...+n)}=\frac{1}{2}$

$$I_2=\lim\frac{\frac{1(1-2^n)}{1-2}}{\frac{1(1-5^n)}{1-5}}=\lim\frac{(2^n-1)(-4)}{1-5^n}=\lim\frac{\left[\left(\frac{2}{5}\right)^n-\frac{1}{5^n}\right](-4)}{\left(\frac{1}{5}\right)^n-1}=0$$

$I_3=\lim\left(\frac{2^2-1}{2^2}.\frac{3^2-1}{3^2}...\frac{n^2-1}{n^2}\right)$

$=\lim\frac{1.3}{2^2}.\frac{2.4}{3^2}...\frac{(n-1)(n+1)}{n}=\lim\frac{[1.2...(n-1)][3.4...(n+1)]}{(2.3....n)(2.3....n)}=\lim\frac{1}{n}.\frac{n+1}{2}=\frac{1}{2}$

Vậy $I_1=I_3>I_2$.

Câu 45: Đáp án C.

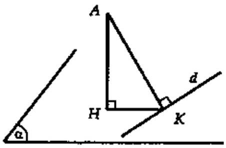
Ta có $\frac{a}{x^2-6x+8}+\frac{b}{x^2-5x+6}=\frac{a}{(x-2)(x-4)}-\frac{b}{(x-2)(x-3)}$

$=\frac{a(x-3)-b(x-4)}{(x-2)(x-3)(x-4)}=\frac{(a-b)x-3a+4b}{(x-2)(x-3)(x-4)}=\frac{g(x)}{(x-2)(x-3)(x-4)}$

Để giới hạn đã cho là hữu hạn thì

$\lim\limits_{x\to 2^-}g(x)=0\Leftrightarrow(a-b)2-3a+4b=0\Leftrightarrow -a+2b=0\Leftrightarrow a-2b=0$

Câu 46: Đáp án A.



Gọi H, K lần lượt là hình chiếu của A trên (α) và d ta có

$d(A;(\alpha))=AH\le AK\Rightarrow d(A;(\alpha))$ lớn nhất bằng AK

$\Rightarrow(\alpha)$ cần tìm chứa d và vuông góc với AK

Lập phương trình mặt phẳng (β) chứa A và vuông góc với d

$\Rightarrow\overrightarrow{n_\beta}=\overrightarrow{u_d}=(2;1;-1)$ qua A ta có phương trình

$2(x-1)+1(y-2)-1(z-5)=0\Leftrightarrow 2x+y-z+1=0(\beta)$

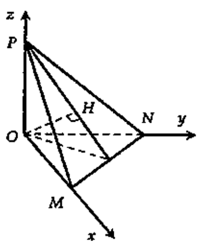
$k=d\cap(\beta)$

Giải phương trình: $2(1+2t)+t-(-2-t)+1=0\Leftrightarrow 6t+5=0\Leftrightarrow t=-\frac{5}{6}$

$\Rightarrow\begin{cases}x=1-\frac{10}{6}=-\frac{2}{3}\\ y=-\frac{5}{6}\\ z=-2+\frac{5}{6}=-\frac{7}{6}\end{cases}\Rightarrow K\left(-\frac{2}{3};-\frac{5}{6};-\frac{7}{6}\right)$

$\Rightarrow AK=\left(-\frac{2}{3}-1;-\frac{5}{6}-2;-\frac{7}{6}-5\right)=\left(\frac{-5}{3};\frac{-17}{6};\frac{-37}{6}\right)=-\frac{1}{6}(10;17;37)$

Câu 47: Đáp án C.



Ta có: $M(1;0;0),N(0;2;0)\Rightarrow MN=\sqrt{5}$

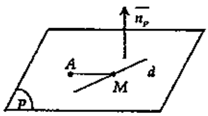
Câu 48: Đáp án A.

Ta có $\begin{cases}MN\perp PH\\ MN\perp OP\end{cases}\Rightarrow MN\perp(OPH)\Rightarrow MN\perp OH$

Tương tự $NP\perp OH\Rightarrow OH\perp(MNP)\Rightarrow$ mặt phẳng (α) nhận vecto $\overline{OH}(3;-4;1)$ làm vecto pháp tuyến ta có phương trình:

$3(x-3)-4(y-4)+1(z-1)=0\Leftrightarrow 3x-4y+z-26=0$

Câu 49: Đáp án A.



$$\begin{cases}\overrightarrow{n_P} \perp \overrightarrow{u_d} = (2;-1;1) \\ \overrightarrow{n_P} \perp \overrightarrow{AM} = (0;0;-3)\end{cases} \Rightarrow \overrightarrow{n_P} = \left[\overrightarrow{u_d}, \overrightarrow{AM}\right] = (3;-6;0) = 3(1;-2;0)$$

$$\Rightarrow (P): 1(x-1) - 2(y-2) = 0 \Leftrightarrow x - 2y + 3 = 0;\ R = d(O;(P)) = \frac{3}{\sqrt{1+4}} = \frac{3}{\sqrt{5}}$$

Phương trình: $x^2 + y^2 + z^2 = \dfrac{9}{5}$

Câu 50: Đáp án B.

Mặt cầu (S) có tâm $I(-1;1;-2)$, bán kính $R = \sqrt{2}$

Đường thẳng d có vecto chỉ phương $\overrightarrow{u_1} = (1;2;-1)$

Đường thẳng Δ có vecto chỉ phương $\overrightarrow{u_2} = (1;1;-1)$ ta có $\left[\overrightarrow{u_1}, \overrightarrow{u_2}\right] = (-1;0;-1)$

Gọi (P) là mặt phẳng cần tìm ta có $n_P = \left[\overrightarrow{u_1}; \overrightarrow{u_2}\right] = (-1;0;-1)$ hay $(1;0;1)$

$\Rightarrow (P)$ có dạng $x + z + m = 0$

Vì (P) tiếp xúc với mặt cầu (S) nên $d(I;(P)) = R \Leftrightarrow \dfrac{|-1-2+m|}{\sqrt{2}} = \sqrt{2} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m = 5 \\ m = 1 \end{array}\right.$

$$\Rightarrow (P): \left[\begin{array}{l} x + z + 5 = 0 \\ x + z + 1 = 0 \end{array}\right.$$

ĐỀ THỬ SỨC SỐ 23

Câu 1: Gọi m, M lần lượt là giá trị nhỏ nhất và giá trị lớn nhất của hàm số $y=2x+\sqrt{4-x^2}$. Khi đó tổng $\left(m^2+M^2\right)$ là:

A. 32. B. 36. C. 24. D. 40.

Câu 2: Hàm số nào sau đây không là nguyên hàm của hàm số $f(x)=\dfrac{x(2+x)}{(x+1)^2}$ trên khoảng $(-\infty;-1)\cup(-1;+\infty)$.

A. $y=\dfrac{x^2+x-1}{x+1}$. B. $y=\dfrac{x^2-x-1}{x+1}$. C. $y=\dfrac{x^2+x+1}{x+1}$. D. $y=\dfrac{x^2}{x+1}$.

Câu 3: Cho hàm số $y=-x^3+3mx^2-3\left(m^2-1\right)x+m$. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để hàm số đạt cực tiểu tại $x=2$.

A. $m=3$. B. $m=2$. C. $m=-1$. D. $\left[\begin{array}{l} m=3 \\ m=1 \end{array}\right.$.

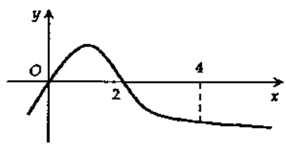
Câu 4: Tìm m để hàm số $y=\dfrac{x^2+4x}{2x+m}$ đồng biến trên khoảng $(1;+\infty)$.

A. $m>-2$. B. $m\le -2$. C. $m\ge -\dfrac{1}{3}$. D. $m\le -\dfrac{1}{3}$.

Câu 5: Cho hàm số $y=f(x)=2x^3+3x^2-1$ (C) và điểm $A(0;-1)$. Biết rằng d_1 và d_2 là hai tiếp tuyến kẻ từ A đến (C) và lần lượt có hệ số góc là k_1, k_2. Khi đó k_1+k_2 có giá trị là:

A. $-\dfrac{9}{8}$. B. 0. C. -1. D. 1.

Câu 6: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm là $f'(x)$. Đồ thị của hàm số $y=f'(x)$ cho như hình vẽ. Biết rằng $f(2)+f(4)=f(3)+f(0)$. Giá trị nhỏ nhất và giá trị lớn nhất của $f(x)$ trên đoạn $[0;4]$ lần lượt là:



A. $f(2);f(0)$. B. $f(4);f(2)$. C. $f(0);f(2)$. D. $f(2);f(4)$.

Câu 7: Cho các số a, b, c dương thỏa mãn $2^a=3^b=18^c$. Khi đó biểu thức $T=\dfrac{b}{c}-\dfrac{b}{a}$ có giá trị là:

A. 1. B. $\log_2 18$. C. 2. D. $\log_2 3$.

Câu 8: Trong các hàm số dưới đây, hàm số nào đồng biến trên $\mathbb{R}$.

A. $y=\left(\dfrac{1}{2}\right)^x$. B. $y=\log_2(x-1)$. C. $y=\log_2\left(x^2+1\right)$. D. $y=\log_2\left(2^x+1\right)$.

Câu 9: Cho các số thực dương a, b, c với $c\ne 1$. Khẳng định nào sau đây là sai?

A. $\log_c\dfrac{a}{b}=\log_c a-\log_c b$. B. $\log_{c^2}\dfrac{b}{a^2}=\dfrac{1}{2}\log_c b-\log_c a$.

C. $\log_c\dfrac{a}{b}=\dfrac{\ln a-\ln b}{\ln c}$. D. $\dfrac{1}{2}\log_c^2\left(\dfrac{b}{a}\right)^2=\log_c b-\log_c a$.

Câu 10: Cho $n>1$ là một số nguyên. Giá trị của biểu thức $\dfrac{1}{\log_2 n!}+\dfrac{1}{\log_3 n!}+\ldots+\dfrac{1}{\log_n n!}$ bằng:

A. 0. B. n. C. $n!$. D. 1.

Câu 11: Tập nghiệm S của bất phương trình $\left(17-12\sqrt{2}\right)^x \le \left(3+\sqrt{8}\right)^{x^2}$ là:

A. $(-\infty;0)\cup[2;+\infty)$. B. $[0;+\infty)$. C. $(-\infty;-2]\cup[0;+\infty)$. D. $[-2;0]$.

Câu 12: Cho biết $I=\int_0^{\frac{\pi}{4}}\frac{\sin x+3\cos x}{\sin x+\cos x}dx=\pi a+\ln b$ $(0<a<1,\ 1<b<3)$. Tích $a.b$ bằng bao nhiêu?

A. $\frac{1}{2}$. B. $\frac{1}{\sqrt{2}}$. C. $\sqrt{2}$. D. $\frac{1}{4}$.

Câu 13: Nếu $f(x)=\left(ax^2+bx+c\right)\sqrt{2x-1}$ là một nguyên hàm của hàm số $g(x)=\frac{10x^2-7x+2}{\sqrt{2x-1}}$ trên $\left(\frac{1}{2};+\infty\right)$ thì $a+b+c$ là:

A. 1. B. 2. C. 3. D. 4.

Câu 14: Cho biết $\int_0^{\sqrt{2}} x.f\left(x^2\right)dx=4$, $\int_2^3 f(z)dz=2$, $\int_9^{16}\frac{f\left(\sqrt{t}\right)}{\sqrt{t}}dt=2$. Tính $\int_0^4 f(x)dx$.

A. 1. B. 10. C. 9. D. 11.

Câu 15: Tích phân $\int_0^{\frac{\pi}{2}} x.(1+\cos x)dx=a\pi^2+b\pi-1$ với $a.b$ là:

A. $\frac{1}{16}$. B. $\frac{1}{8}$. C. $\frac{1}{4}\pi^3$. D. $\frac{1}{16}\pi^2$.

Câu 16: Tính diện tích hình phẳng được giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=x^3$, trục hoành và hai đường thẳng $x=-1$, $x=2$, biết rằng mỗi đơn vị dài trên các trục tọa độ là $2cm$.

A. $15\,cm^2$. B. $\frac{15}{4}cm^2$. C. $\frac{17}{4}cm^2$. D. $17\,cm^2$.

Câu 17: Tìm môđun của số phức z biết $\overline{z}=\left(\sqrt{2}+i\right)^2\left(1-\sqrt{2}i\right)$.

A. $|z|=3\sqrt{3}$. B. $|z|=3\sqrt{2}$. C. $|z|=\sqrt{29}$. D. $|z|=\sqrt{24}$.

Câu 18: Trong mặt phẳng Oxy, tìm tập hợp điểm biểu diễn các số phức z thỏa mãn: $|z-i|=|(1+i)z|$.

A. là đường thẳng.

B. là đường tròn tâm $(0;-1)$, bán kính bằng 2.

C. là đường tròn tâm $(0;-1)$, bán kính $\sqrt{2}$.

D. là elip.

Câu 19: Cho số phức $z=\frac{i-m}{1-m(m-2i)}$, $m\in\mathbb{R}$. Tìm giá trị nhỏ nhất của số thực k sao cho tồn tại m để $|z-1|\le k$.

A. $\frac{\sqrt{5}+1}{2}$. B. $\frac{3-\sqrt{5}}{2}$. C. $\frac{3+\sqrt{5}}{2}$. D. $\frac{\sqrt{5}-1}{2}$.

Câu 20: Gọi a là phần thực, b là phần ảo của số phức $z=i(2-i)(3+i)$. Khi đó $a+b$ là:

A. 8. B. 7. C. $2\sqrt{7}$. D. $1+\sqrt{7}$.

Câu 21: Một hình hộp chữ nhật có độ dài ba cạnh cùng xuất phát từ một đỉnh lần lượt là 2, 3, 4. Khi đó thể tích của hình hộp chữ nhật đó là:

A. 12. B. 24. C. 8. D. 4.

Câu 22: Cho hình chóp tam giác $S.ABC$ có đáy là tam giác đều cạnh a, cạnh bên SA vuông góc với đáy và $SA=a\sqrt{3}$. Thể tích V của khối chóp $S.ABC$ là:

A. $\frac{3}{8}a^3$. B. $\frac{1}{4}a^3$. C. $\frac{3}{2}a^3$. D. $\frac{\sqrt{3}}{2}a^3$.

Câu 23: Cho hình lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có góc giữa hai mặt phẳng $(A'BC)$ và (ABC) bằng $60°$, cạnh $AB = a$. Thể tích V của khối lăng trụ đó là:

A. $\frac{3\sqrt{3}}{8}a^3$. B. $\sqrt{3}a^3$. C. $\frac{\sqrt{3}}{4}a^3$. D. $\frac{3}{4}a^3$.

Câu 24: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a, cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy, cạnh bên SC tạo với mặt phẳng (SAB) một góc $30°$. Thể tích của khối chóp đó bằng:

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$. B. $\frac{a^3\sqrt{2}}{4}$. C. $\frac{a^3\sqrt{2}}{2}$. D. $\frac{a^3\sqrt{2}}{3}$.

Câu 25: Khối trụ tròn xoay có đường cao và bán kính đáy cùng bằng a thì thể tích bằng:

A. a^3. B. πa^3. C. $\sqrt{3}a^3$. D. $\frac{1}{3}\pi a^3$.

Câu 26: Cho hình trụ có khoảng cách giữa hai đáy bằng 10. Biết diện tích xung quanh của hình trụ bằng 80π, thể tích của khối trụ là:

A. 160π. B. 164π. C. 64π. D. 144π.

Câu 27: Giá trị lớn nhất của thể tích khối nón nội tiếp trong khối cầu có bán kính R là:

A. $\frac{1}{3}\pi R^3$. B. $\frac{4}{3}\pi R^3$. C. $\frac{4\sqrt{2}}{9}\pi R^3$. D. $\frac{32}{81}\pi R^3$.

Câu 28: Cho tam giác đều ABC cạnh 1 và hình vuông $MNPQ$ nội tiếp trong tam giác ABC ($M \in AB$; $N \in AC$; $P, Q \in BC$). Gọi S là phần mặt phẳng chứa các điểm thuộc tam giác ABC nhưng không chứa các điểm thuộc hình vuông $MNPQ$. Thể tích của vật thể tròn xoay khi quay S quanh trục là đường thẳng qua A vuông góc với BC là:

A. $\frac{810-467\sqrt{3}}{24}\pi$. B. $\frac{4\sqrt{3}-3}{96}\pi$. C. $\frac{4\sqrt{3}-3}{96}$. D. $\frac{54-31\sqrt{3}}{12}\pi$.

Câu 29: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 3x+y-3z+6=0$ và mặt cầu $(S): (x-4)^2+(y+5)^2+(z+2)^2=25$. Mặt phẳng (P) cắt mặt cầu (S) theo giao tuyến là một đường tròn. Đường tròn giao tuyến này có bán kính r bằng:

A. $r=6$. B. $r=5$. C. $r=\sqrt{6}$. D. $r=\sqrt{5}$.

Câu 30: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho 2 điểm $A(2;1;-1)$, $B(0;3;1)$ và mặt phẳng $(P): x+y-z+3=0$. Tìm tọa độ điểm M thuộc (P) sao cho $\left|2\overrightarrow{MA}-\overrightarrow{MB}\right|$ có giá trị nhỏ nhất.

A. $M(-4;-1;0)$. B. $M(-1;-4;0)$. C. $M(4;1;0)$. D. $M(1;-4;0)$.

Câu 31: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng d có phương trình $\begin{cases} x=-1-2t \\ y=t \\ z=1+t \end{cases}$ và điểm $A(1;2;3)$. Mặt phẳng (P) chứa d sao cho $d(A;(P))$ lớn nhất. Khi đó tọa độ vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) là:

A. $(1;2;3)$. B. $(1;-1;1)$. C. $(1;1;1)$. D. $(0;1;1)$.

Câu 32: Tìm tất cả các giá trị của tham số m để khoảng cách từ điểm $A(-1;2;3)$ đến mặt phẳng $(P): 2x+y-3z+m=0$ bằng $\sqrt{14}$.

A. $m=23$, $m=-5$. B. $m=-5$. C. $m=23$. D. $m=-23$, $m=5$.

Câu 33: Mặt cầu (S) có tâm thuộc trục Oz và đi qua hai điểm $C(0;1;2)$, $D(1;0;-1)$ có bán kính r là:

A. $\frac{13}{2}$. B. $\frac{13}{4}$. C. $\frac{\sqrt{13}}{4}$. D. $\frac{\sqrt{13}}{2}$.

Câu 34: Tổng các nghiệm của phương trình $\cos 5x+\cos 2x+2\sin 3x.\sin 2x=0$ trên đoạn $[0;2\pi]$ là:

A. 3π. B. 5π. C. 4π. D. 6π.

Câu 35: Cho $a=\sin x+\sin y$, $b=\cos x+\cos y$. Khi đó giá trị của $\cos(x+y)$ theo a, b là:

A. $\frac{2ab}{a^2+b^2}$. B. $\frac{2ab}{a+b}$. C. $\frac{a-b}{a+b}$. D. $\frac{b^2-a^2}{a^2+b^2}$.

Câu 36: Cho hàm số $y=\sin^4 x+\cos^4 x$. Giả sử m, M lần lượt là giá trị nhỏ nhất và giá trị lớn nhất của hàm số trên, khi đó tổng $m+M$ là:

A. 1. B. $\frac{3}{2}$. C. 0. D. $\frac{1}{2}$.

Câu 37: Trong hệ trục tọa độ Oxy, chọn ngẫu nhiên một điểm mà tọa độ là số nguyên có giá trị tuyệt đối nhỏ hơn hoặc bằng 4. Nếu các điểm đều có cùng xác suất được chọn như nhau thì khi đó xác suấT để chọn được một điểm mà khoảng cách đến gốc tọa độ nhỏ hơn hoặc bằng 2 là:

A. $\frac{13}{32}$. B. $\frac{11}{16}$. C. $\frac{15}{81}$. D. $\frac{13}{81}$.

Câu 38: Số hạng không chứa x trong khai triển nhị thức Niu-tơn: $\left(x+\frac{2}{x}\right)^{12}$ là:

A. $C_{12}^6.2^5$. B. $C_{12}^6.2^6$. C. $C_{12}^5.2^5$. D. $C_{12}^6.2^7$.

Câu 39: Gọi C_n^k và A_n^k lần lượt là tổ hợp chập k của n và chỉnh hợp chập k của n. Tìm khẳng định sai trong các khẳng định sau:

A. $C_n^k=C_n^{n-k}$. B. $C_{n-1}^{k-1}+C_{n-1}^k=C_n^k$. C. $A_n^k=A_n^{n-k}$. D. $A_n^k=k!C_n^k$.

Câu 40: Cho 4 số a, b, c, d theo thứ tự tạo thành cấp số nhân với $a.b.c.d\neq 0$. Khẳng định nào sau đây là sai?

A. $\frac{a}{d}=\left(\frac{b}{c}\right)^3$. B. $\frac{1}{ab}+\frac{1}{bc}+\frac{1}{cd}=\frac{3}{ac}$.

C. $(ab+bc+cd)^2=(a^2+b^2+c^2)(b^2+c^2+d^2)$. D. $\frac{b}{a}=\frac{d}{c}$.

Câu 41: Cho dãy số $C_{23}^0, C_{23}^1, C_{23}^2, ..., C_{23}^{23}$. Có bao nhiêu bộ gồm 3 số hạng liên tiếp trong dãy số trên lập thành cấp số cộng?

A. 0. B. 1. C. 2. D. 3.

Câu 42: Tính $I_1=\lim\limits_{n\to+\infty}\left(n-\sqrt{n^2+n+1}\right)$; $I_2=\lim\limits_{n\to+\infty}\left(n-\sqrt{4n^2+n+1}\right)$.

A. $I_1=-\frac{1}{2}$; $I_2=-\infty$. B. $I_1=I_2=-\frac{1}{2}$. C. $I_1=-\infty$; $I_2=-\infty$. D. $I_1=I_2=0$.

Câu 43: Cho $A=\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{a.3^x+b.4^{x+1}}{c.3^x+d.4^x}$ (a, b, c, d là hằng số). Khi đó A bằng:

A. $\frac{a+b}{c+d}$. B. $\frac{a+4b}{c+d}$. C. $\frac{3b}{4d}$. D. $\frac{4b}{d}$.

Câu 44: Hàm số nào sau đây có đạo hàm không là hàm số $f(x)=\frac{-5}{(x-2)^2}$.

A. $y=\frac{2x+1}{x-2}$. B. $y=\frac{3x-1}{x-2}$. C. $y=\frac{2x+3}{x-2}$. D. $y=\frac{4x-3}{x-2}$.

Câu 45: Hệ số góc của tiếp tuyến với đường cong $y=x^3-3x^2+1$ tại điểm $A(0;1)$ là:

A. 1. B. 0. C. −1. D. 2.

Câu 46: Cho đường tròn $(C):(x-2)^2+(y-2)^2=4$. Phép quay tâm O góc quay $45°$ biến (C) thành (C'). Khi đó phương trình của (C') là:

A. $\left(x-2\sqrt{2}\right)^2+y^2=4$. B. $x^2+\left(y-2\sqrt{2}\right)^2=4$. C. $x^2+y^2=4$. D. $x^2+(y-2)^2=4$.

Câu 47: Cho tứ diện $ABCD$ với G là trọng tâm của tam giác ABD, M là điểm trên cạnh BC sao cho $BM=2MC$. Khi đó mệnh đề nào sau đây là đúng?

A. MG cắt CD. B. $MG//CD$. C. $MG//(ACD)$. D. MG cắt BD.

Câu 48: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B, $AB=3a$, $BC=4a$; mặt phẳng (SBC) vuông góc với mặt phẳng (ABC). Biết $SB=2a\sqrt{3}$ và $\widehat{SBC}=30°$. Tính khoảng cách từ B đến mặt phẳng (SAC) theo a.

A. $\frac{3a}{5}$. B. $\frac{a}{\sqrt{7}}$. C. $\frac{6a}{\sqrt{7}}$. D. $\frac{3a}{\sqrt{7}}$.

Câu 49: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông, cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy, $SA=AB=a$. Tính góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng (SBD).

A. $\arcsin\frac{1}{4}$. B. $\arcsin\frac{1}{\sqrt{3}}$. C. $\arcsin\frac{1}{3}$. D. $\arcsin\frac{2}{3}$.

Câu 50: Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác cân đỉnh A, $\widehat{ABC}=\alpha$, BC' tạo với (ABC) góc β. Gọi I là trung điểm AA', biết $\widehat{BIC}=90°$. Tính $\tan^2\alpha+\tan^2\beta$.

A. $\frac{1}{2}$. B. 2. C. $\sqrt{3}$. D. 1.

ĐÁP ÁN

1.B	2.A	3.A	4.C	5.A	6.B	7.C	8.D	9.D	10.D
11.C	12.B	13.B	14.D	15.A	16.D	17.A	18.C	19.D	20.A
21.B	22.B	23.A	24.D	25.B	26.A	27.D	28.A	29.C	30.D
31.C	32.A	33.D	34.A	35.D	36.B	37.D	38.B	39.C	40.B
41.C	42.A	43.D	44.C	45.B	46.B	47.C	48.C	49.C	50.D

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

Câu 1: Đáp án B.

Tập xác định: $D=\left[-2;\,2\right]$.

$$y'=2-\frac{x}{\sqrt{4-x^2}}=\frac{2\sqrt{4-x^2}-x}{\sqrt{4-x^2}}$$

$$y'=0\Leftrightarrow\begin{cases}4\left(4-x^2\right)=x^2\\x\geq 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}5x^2=16\\x\geq 0\end{cases}\Leftrightarrow x=\frac{4}{\sqrt{5}}$$

Ta có: $\begin{cases}y\left(-2\right)=-4\\y\left(2\right)=4\\y\left(\dfrac{4}{\sqrt{5}}\right)=2\sqrt{5}\end{cases}\Rightarrow m^2+M^2=\left(-4\right)^2+\left(2\sqrt{5}\right)^2=16+20=36$

Câu 2: Đáp án A.

Ta có $f\left(x\right)=1-\dfrac{1}{\left(x+1\right)^2}$

$$\Rightarrow\int f\left(x\right)\mathrm{d}x=x+\frac{1}{x+1}+c=\frac{x^2+x+1+cx+c}{x+1}=\frac{x^2+\left(1+c\right)x+c+1}{x+1}$$

Ta thấy đáp án A là sai.

Câu 3: Đáp án A.

Tập xác định: $D=\mathbb{R}$

$y'=-3x^2+6mx-3\left(m^2-1\right)$

$y''=-6x+6m$

$x=2$ là điểm cực tiểu của hàm số $\Rightarrow\begin{cases}y'\left(2\right)=0\\y''\left(2\right)>0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}-12+12m-3m^2+3=0\\-12+6m>0\end{cases}$

$$\Leftrightarrow\begin{cases}-3m^2+12m-9=0\\m>2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}\left[\begin{array}{l}m=1\\m=3\end{array}\right.\\m>2\end{cases}\Leftrightarrow m=3$$

STUDY TIPS

Điều kiện cần để $x_{CT}=2$ là $y'\left(2\right)=0$. Tìm m sau đó lập bảng biến thiên xem $x=2$ có là điểm cực tiểu hay không?

Câu 4: Đáp án C.

Tập xác định: $D=\mathbb{R}\setminus\left\{-\dfrac{m}{2}\right\}$

Ta có: $y'=\dfrac{2x^2+2mx+4m}{\left(2x+m\right)^2}$, hàm số đồng biến trên khoảng $\left(1;+\infty\right)$ khi

$y' \ge 0\ \forall x \in (1;+\infty) \Leftrightarrow \dfrac{2x^2+2mx+4m}{(2x+m)^2} \ge 0\ \forall x \in (1;+\infty)$

$\Leftrightarrow \begin{cases} 2x^2 \ge m(-2x-4) \\ -\dfrac{m}{2} \notin (1;+\infty) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \ge \dfrac{-x^2}{x+2} \\ -\dfrac{m}{2} \notin (1;+\infty) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \ge \dfrac{-x^2}{x+2} \\ m \ge -2 \end{cases}$

Đặt $g(x) = \dfrac{-x^2}{x+2} \Rightarrow g'(x) = \dfrac{-x^2-4x}{(x+2)^2} \Rightarrow g'(x) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=-4 \end{array}\right.$

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$		-4		-2		0	1	$+\infty$
$g'(x)$		$-$	0	$+$	||	$+$	0	$-$	
$g(x)$	$+\infty$	$\searrow$	8	$\nearrow$	$+\infty$ || $-\infty$	$\nearrow$	0	$\searrow$ $\frac{1}{3}$ $\searrow$	$-\infty$

$\Rightarrow m \ge -\dfrac{1}{3}.$

Câu 5: Đáp án A.

Phương trình đường thẳng qua $A(0;-1)$, hệ số góc k là $y = kx - 1$.

Để d là tiếp tuyến với (C) thì hệ sau phải có nghiệm: $\begin{cases} 2x^3+3x^2-1 = kx-1 & (1) \\ 6x^2+6x = k & (2) \end{cases}$

Thay (2) vào (1) $\Leftrightarrow 2x^3+3x^2-1 = (6x^2+6x)x - 1$

$\Leftrightarrow 4x^3+3x^2 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x_1 = 0 \\ x_2 = -\dfrac{3}{4} \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} k_1 = 0 \\ k_2 = -\dfrac{9}{8} \end{array}\right. \Rightarrow k_1 + k_2 = -\dfrac{9}{8}.$

Câu 6: Đáp án B.

Từ đồ thị hàm số $y = f'(x)$ ta có bảng biến thiên sau:

x	0		2		4
$f'(x)$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$f(0)$	$\nearrow$	$f(2)$	$\searrow$	$f(4)$

Dựa vào bảng biến thiên ta có $\max f(x) = f(2)$ và $f(3) > f(4)$ (do hàm số nghịch biến trên khoảng $(2;4)$).

Mà $f(2) + f(4) = f(3) + f(0) \Rightarrow f(2) - f(3) = f(0) - f(4) > 0$

$\Rightarrow f(0) > f(4) \Rightarrow \min f(x) = f(4).$

Câu 7: Đáp án C.

Đặt $2^a = 3^b = 18^c = t \Rightarrow a = \log_2 t, b = \log_3 t, c = \log_{18} t$

$\Rightarrow T = \dfrac{b}{c} - \dfrac{b}{a} = \dfrac{\log_3 t}{\log_{18} t} - \dfrac{\log_3 t}{\log_2 t} = \dfrac{\log_3 t}{\dfrac{\log_3 t}{\log_3 18}} - \dfrac{\log_3 t}{\dfrac{\log_3 t}{\log_3 2}} = \log_3 18 - \log_3 2 = \log_3 9 = 2$

STUDY TIPS

$\log_a b = \dfrac{\log_c b}{\log_c a}$

Câu 8: Đáp án D.

Tính đạo hàm và tìm tập xác định của 3 hàm số trong đáp án A, B, C đều sai.

Ta có $y=\log_2\left(2^x+1\right)$ có $y'=\dfrac{2^x}{2^x+1}>0\ \forall x\in\mathbb{R}$

Câu 9: Đáp án D.

Ta có $\dfrac{1}{2}\log_c^2\left(\dfrac{b}{a}\right)^2=\dfrac{1}{2}\left[\log_c\left(\dfrac{b}{a}\right)^2\right]^2=\dfrac{1}{2}\left(2\log_c\dfrac{b}{a}\right)^2=2\left(\log_c b-\log_c a\right)^2$ nên D sai.

Câu 10: Đáp án D.

$$\frac{1}{\log_2 n!}+\frac{1}{\log_3 n!}+...+\frac{1}{\log_n n!}=\log_{n!}2+\log_{n!}3+...+\log_{n!}n$$

$$=\log_{n!}(2.3.....n)=\log_{n!}n!=1.$$

Câu 11: Đáp án C.

$$\left(17-12\sqrt{2}\right)^x\le\left(3+\sqrt{8}\right)^{x^2}\Leftrightarrow\left(3-\sqrt{8}\right)^{2x}\le\left(3+\sqrt{8}\right)^{x^2}\Leftrightarrow\left(3+\sqrt{8}\right)^{-2x}\le\left(3+\sqrt{8}\right)^{x^2}$$

$$\Leftrightarrow x^2\ge-2x\Leftrightarrow x^2+2x\ge0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x\ge0\\x\le-2\end{array}\right.$$

Câu 12: Đáp án B.

$$I=\int_0^{\frac{\pi}{4}}\frac{\sin x+3\cos x}{\sin x+\cos x}dx=\int_0^{\frac{\pi}{4}}\frac{(\cos x-\sin x)+2(\sin x+\cos x)}{\sin x+\cos x}=\int_0^{\frac{\pi}{4}}\frac{d(\sin x+\cos x)}{\sin x+\cos x}+2\int_0^{\frac{\pi}{4}}dx$$

$$=\left(\ln\left|\sin x+\cos x\right|+2x\right)\Big|_0^{\frac{\pi}{4}}=\ln\sqrt{2}+\frac{\pi}{2}=\pi.\frac{1}{2}+\ln\sqrt{2}$$

$$\Rightarrow a=\frac{1}{2},\ b=\sqrt{2}\Rightarrow a.b=\frac{1}{\sqrt{2}}$$

Câu 13: Đáp án B.

STUDY TIPS

$F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)$ nếu $F'(x)=f(x)$

Nếu $f(x)=\left(ax^2+bx+c\right)\sqrt{2x-1}$ là một nguyên hàm của hàm số $g(x)=\dfrac{10x^2-7x+2}{\sqrt{2x-1}}$ trên $\left(\dfrac{1}{2};+\infty\right)$ thì $f'(x)=g(x)\Leftrightarrow\dfrac{5ax^2+(b-2a)x-b+c}{\sqrt{2x-1}}=\dfrac{10x^2-7x+2}{\sqrt{2x-1}}$

$$\Leftrightarrow\begin{cases}5a=10\\b-2a=-7\\-b+c=2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=2\\b=-1\Rightarrow a+b+c=2\\c=1\end{cases}$$

Câu 14: Đáp án D.

- Với $I_1=\displaystyle\int_0^{\sqrt{2}}x.f\left(x^2\right)dx=4$. Đặt $x^2=t\Rightarrow xdx=\dfrac{dt}{2}$

Đổi cận: $x=0\Rightarrow t=0,\ x=\sqrt{2}\Rightarrow t=2$

$$\Rightarrow I_1=\int_0^2 f(t).\frac{dt}{2}=4\Rightarrow\int_0^2 f(t)dt=8\text{ hay }\int_0^2 f(x)dx=8$$

- Với $I_2=\displaystyle\int_9^{16}\dfrac{f\left(\sqrt{t}\right)}{\sqrt{t}}dt$. Đặt $x=\sqrt{t}\Rightarrow\displaystyle\int_9^{16}\dfrac{f\left(\sqrt{t}\right)}{\sqrt{t}}=\int_3^4 f(x).2dx=2\Rightarrow\int_3^4 f(x)dx=1$

$$\Rightarrow I=\int_0^4 f(x)dx=\int_0^2 f(x)dx+\int_2^3 f(x)dx+\int_3^4 f(x)dx=8+2+1=11$$

Câu 15: Đáp án A.

Đặt $\begin{cases} u = x \\ dv = (1+\cos x)dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = dx \\ v = x+\sin x \end{cases}$

$\Rightarrow I = x(x+\sin x)\Big|_0^{\frac{\pi}{2}} - \int_0^{\frac{\pi}{2}}(x+\sin x)dx = \frac{\pi^2}{8}+\frac{\pi}{2}-1 \Rightarrow a=\frac{1}{8}, b=\frac{1}{2} \Rightarrow a.b=\frac{1}{16}$

Câu 16: Đáp án D.

Nếu đơn vị trên mỗi trục là 1 thì:

$S=\int_{-1}^{2}|x^3|dx=\int_{-1}^{0}-x^3dx+\int_0^2 x^3dx=\frac{-x^4}{4}\Big|_{-1}^{0}+\frac{x^4}{4}\Big|_0^2=\frac{1}{4}+4=\frac{17}{4}$

Vì đơn vị trên mỗi trục là $2cm \Rightarrow$ Một đơn vị diện tích là $2.2=4\,cm^2$

$\Rightarrow S=\frac{17}{4}.4=17\,cm^2.$

Câu 17: Đáp án A.

Ta có $\bar{z}=(1+2\sqrt{2}i)(1-\sqrt{2}i)=1-\sqrt{2}i+2\sqrt{2}i+4=5+\sqrt{2}i \Rightarrow z=5-\sqrt{2}i$

$\Rightarrow |z|=\sqrt{25+2}=\sqrt{27}=3\sqrt{3}$

Câu 18: Đáp án C.

Gọi $M(x;y)$ là điểm biểu diễn số phức $z=x+yi$

$\Rightarrow |z-i|=\sqrt{x^2+(y-1)^2}$ và $|(1+i)z|=|(1+i)(x+yi)|=\sqrt{(x-y)^2+(x+y)^2}$

nên $|z-i|=|(1+i)z| \Leftrightarrow x^2+(y-1)^2=(x-y)^2+(x+y)^2 \Leftrightarrow x^2+(y-1)^2=2$

Vậy quỹ tích là đường tròn tâm $(0;-1)$ bán kính $R=\sqrt{2}$

Câu 19: Đáp án D.

Ta có $z=\frac{i-m}{-i^2+2mi-m^2}=\frac{-1}{i-m} \Rightarrow z-1=\frac{1-m+i}{m-i}$

$|z-1|=\frac{|1-m+i|}{|m-i|}=\sqrt{\frac{m^2-2m+2}{m^2+1}} \Rightarrow |z-1|\le k \Leftrightarrow \begin{cases} k\ge 0 \\ \frac{m^2-2m+2}{m^2+1}\le k^2 \end{cases}$

Xét hàm số $f(m)=\frac{m^2-2m+2}{m^2+1} \Rightarrow f'(m)=\frac{2(m^2-m-1)}{(m^2+1)^2}$

$\Rightarrow f'(m)=0 \Leftrightarrow m=\frac{1\pm\sqrt{5}}{2}.$

Lập bảng biến thiên ta có $\min f(m)=f\left(\frac{1+\sqrt{5}}{2}\right)=\frac{3-\sqrt{5}}{2}$

$\Rightarrow$ Yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow k^2\ge\frac{3-\sqrt{5}}{2} \Leftrightarrow k\ge\sqrt{\frac{3-\sqrt{5}}{2}}=\frac{\sqrt{5}-1}{2}.$

Vậy $k=\frac{\sqrt{5}-1}{2}.$

Câu 20: Đáp án A.

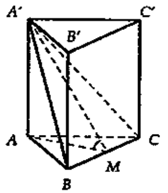
$z=i(2-i)(3+i)=(2i-i^2)(3+i)=(2i+1)(3+i)=7i+2i^2+3=1+7i$

$\Rightarrow a+b=8.$

Câu 21: Đáp án B.

Thể tích của hình hộp chữ nhật đó là: $V = 2.3.4 = 24$.

Câu 22: Đáp án B.



Diện tích đáy $S = \frac{a^2\sqrt{3}}{4} \Rightarrow V = \frac{1}{3}S.h = \frac{1}{3}.\frac{a^2\sqrt{3}}{4}.\sqrt{3}a = \frac{a^3}{4}$

Câu 23: Đáp án A.

Gọi M là trung điểm BC. Ta có $\widehat{A'MA} = 60°$.

AM là trung tuyến trong tam giác đều cạnh a nên $AM = \frac{a\sqrt{3}}{2}$

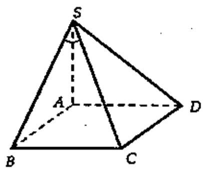
$\Rightarrow AA' = AM.\tan 60° = \frac{a\sqrt{3}}{2}.\sqrt{3} = \frac{3a}{2}$

$S_{\Delta ABC} = \frac{a^2\sqrt{3}}{4} \Rightarrow V = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}.\frac{3a}{2} = \frac{3\sqrt{3}a^3}{8}$.

STUDY TIPS

$V = S.h$

Câu 24: Đáp án D.



Ta có $\begin{cases} BC \perp AB \\ BC \perp SA \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SAB)$.

Vậy SB là hình chiếu vuông góc của SC lên mặt phẳng (SAB)

$\Rightarrow \widehat{BSC} = 30° \Rightarrow SB = BC.\cot 30° = a\sqrt{3}$;

$SA = \sqrt{SB^2 - AB^2} = \sqrt{3a^2 - a^2} = a\sqrt{2}$

$\Rightarrow V = \frac{1}{3}S_{ABCD}.SA = \frac{1}{3}a^2.a\sqrt{2} = \frac{a^3\sqrt{2}}{3}$

Câu 25: Đáp án B.

STUDY TIPS

$V = B.h$

$V = \pi r^2.h = \pi a^2.a = \pi a^3$

Câu 26: Đáp án A.

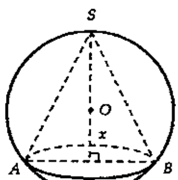
Từ công thức $S_{xq} = 2\pi rl \Rightarrow 80\pi = 2\pi.r.10 \Rightarrow r = \frac{80\pi}{20\pi} = 4$

$\Rightarrow V = \pi r^2 h = 160\pi$

Câu 27: Đáp án D.

Gọi khoảng cách từ tâm hình cầu đến mặt phẳng đáy của hình nón là x, $0 < x < R$. Ta có chiều cao của hình nón $h \le R + x$. Do vậy:

$$V_{nón} = \frac{1}{3}\pi\left(R^2 - x^2\right)h \le \frac{1}{3}\pi\left(R^2 - x^2\right)\left(R + x\right)$$

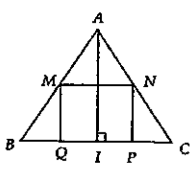


Đặt $f(x) = \frac{1}{3}\pi\left(R^2 - x^2\right)\left(R + x\right)$.

Ta có: $f'(x) = \frac{1}{3}\pi\left[(-2x)(R + x) + R^2 - x^2\right] = \frac{1}{3}\pi\left(-3x^2 - 2Rx + R^2\right)$

$f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = \frac{R}{3} \Rightarrow V_{nón} = \frac{32}{81}\pi R^3$

Câu 28: Đáp án A.



Gọi cạnh hình vuông là x. Ta có: $\cot 60° = \frac{BQ}{MQ} = \frac{1 - x}{2x}$

$\Rightarrow \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{1 - x}{2x} \Leftrightarrow 2x = \sqrt{3} - \sqrt{3}x \Rightarrow x = \frac{\sqrt{3}}{2 + \sqrt{3}} = \sqrt{3}\left(2 - \sqrt{3}\right) = 2\sqrt{3} - 3$

Gọi V_1 là thể tích hình nón khi quay tam giác ABC quanh trục là trung tuyến AI

V_2 là thể tích hình trụ khi quay hình vuông $MNPQ$ quanh trục AI thì

$$V = V_1 - V_2 = \frac{1}{3}\pi\left(\frac{1}{2}\right)^2.\frac{\sqrt{3}}{2} - \pi\left(\frac{2\sqrt{3}-3}{2}\right)^2\left(2\sqrt{3}-3\right) = \frac{810-467\sqrt{3}}{24}\pi$$

Câu 29: Đáp án C.

Mặt cầu (S) có tâm $I(4;-5;-2)$, bán kính $R=5$

Ta có $d(I;(P)) = \dfrac{\left|3.4+(-5)-3.(-2)+6\right|}{\sqrt{3^2+1^2+(-3)^2}} = \sqrt{19}$

Bán kính đường tròn giao tuyến là: $r = \sqrt{R^2 - d^2(I;(P))} = \sqrt{25-19} = \sqrt{6}$

Câu 30: Đáp án D.

Gọi $I(a;b;c)$ là điểm thỏa mãn $2\overrightarrow{IA} - \overrightarrow{IB} = \vec{0}$, suy ra $I(4;-1;-3)$.

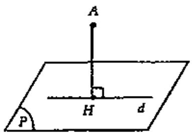
Ta có $2\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB} = 2\overrightarrow{MI} + 2\overrightarrow{IA} - \overrightarrow{MI} - \overrightarrow{IB} = \overrightarrow{MI} \Rightarrow \left|2\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB}\right| = \left|\overrightarrow{MI}\right| = MI.$

Do đó $\left|2\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB}\right|$ nhỏ nhất khi MI nhỏ nhất hay M là hình chiếu của I trên (P)

Đường thẳng đi qua I và vuông góc với (P) là $d: \dfrac{x-4}{1} = \dfrac{y+1}{1} = \dfrac{z+3}{-1}$

Tọa độ hình chiếu M của I trên (P) thỏa mãn: $\begin{cases} \dfrac{x-4}{1} = \dfrac{y+1}{1} = \dfrac{z+3}{-1} \\ x+y-z+3=0 \end{cases} \Rightarrow M(1;-4;0)$

Câu 31: Đáp án C.



Gọi H là hình chiếu vuông góc của A lên $d \Rightarrow d(A;(P)) \le AH$ (không đổi)

$\Rightarrow d(A;(P))$ lớn nhất bằng AH

Khi đó mặt phẳng (P) nhận $\overrightarrow{AH}$ làm vectơ pháp tuyến.

Vì $H \in d \Rightarrow H(-1-2t;t;1+t) \Rightarrow \overrightarrow{AH} = (-2-2t;t-2;t-2)$

$\overrightarrow{AH} \perp \overrightarrow{u_d} = (-2;1;1) \Leftrightarrow 6t = 0 \Leftrightarrow t = 0 \Rightarrow H(-1;0;1) \Rightarrow \overrightarrow{AH} = (2;2;2)$

$\Rightarrow$ Vectơ pháp tuyến của (P) cùng phương với $\overrightarrow{AH}$ nên $\overrightarrow{n_P} = (1;1;1)$

Câu 32: Đáp án A.

$d(A;(P)) = \sqrt{14} \Leftrightarrow \dfrac{\left|2.(-1)+2-3.3+m\right|}{\sqrt{4+1+9}} = \sqrt{14}$

$\Leftrightarrow |m-9| = 14 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m-9=14 \\ m-9=-14 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m=23 \\ m=-5 \end{array}\right.$

Câu 33: Đáp án D.

Gọi $I(0;0;z) \in Oz \Rightarrow IC = ID \Leftrightarrow \sqrt{1+(z-2)^2} = \sqrt{1+(z+1)^2}$

$\Leftrightarrow z^2 - 4z + 5 = z^2 + 2z + 2 \Leftrightarrow 6z = 3 \Leftrightarrow z = \dfrac{1}{2} \Rightarrow I\left(0;0;\dfrac{1}{2}\right)$

$\Rightarrow r = IC = \sqrt{1+\left(\dfrac{1}{2}-2\right)^2} = \sqrt{1+\dfrac{9}{4}} = \dfrac{\sqrt{13}}{2}$

Câu 34: Đáp án A.

$\cos 5x + \cos 2x + 2\sin 3x.\sin 2x = 0$

$\Leftrightarrow \cos 5x+\cos 2x+\left(\cos x-\cos 5x\right)=0$

$\Leftrightarrow \cos 2x+\cos x=0$

$\Leftrightarrow 2\cos^2 x+\cos x-1=0$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\cos x=-1\\ \cos x=\dfrac{1}{2}\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=\pi+k2\pi\\ x=\dfrac{\pi}{3}+k2\pi\\ x=-\dfrac{\pi}{3}+k2\pi\end{array}\right. \left(k\in\mathbb{Z}\right)$$

STUDY TIPS
$\cos x=\cos\alpha$
$\Leftrightarrow x=\pm\alpha+k2\pi$

Vì $x\in\left[0;2\pi\right]\Rightarrow x\in\left\{\pi;\dfrac{\pi}{3};\dfrac{5\pi}{3}\right\}$ $\Rightarrow$ Tổng các nghiệm là: $\pi+\dfrac{\pi}{3}+\dfrac{5\pi}{3}=3\pi$

Câu 35: Đáp án D.

Ta có: $a^2+b^2=2+2\cos\left(x-y\right)$

$$\begin{aligned}b^2-a^2&=2\cos\left(x+y\right)+\cos 2x+\cos 2y\\&=2\cos\left(x+y\right)+2\cos\left(x+y\right).\cos\left(x-y\right)\\&=2\cos\left(x+y\right)\left[1+\cos\left(x-y\right)\right]=\left(a^2+b^2\right)\cos\left(x+y\right)\end{aligned}$$

$\Rightarrow \cos\left(x+y\right)=\dfrac{b^2-a^2}{a^2+b^2}$

Câu 36: Đáp án B.

Ta có: $y=\sin^4 x+\cos^4 x=\left(\sin^2 x+\cos^2 x\right)^2-2\sin^2 x.\cos^2 x$

$=1-2\left(\dfrac{1}{2}\sin 2x\right)^2=1-\dfrac{1}{2}\sin^2 2x$

Mà $-\dfrac{1}{2}\le -\dfrac{1}{2}\sin^2 2x\le 0\Rightarrow \dfrac{1}{2}\le y\le 1$ $\Rightarrow y_{max}=1,\ y_{min}=\dfrac{1}{2}\Rightarrow m+M=\dfrac{3}{2}$

Câu 37: Đáp án D.

Giả sử $M\left(x;y\right)$ là điểm được chọn ta có: $\left|x\right|\le 4,\left|y\le 1\right|;\ x,y\in\mathbb{Z}$ $\Rightarrow n\left(\Omega\right)=9.9=81$

Gọi A là biến cố "Chọn được điểm mà khoảng cách đến gốc tọa độ nhỏ hơn hoặc bằng 2". Theo giả thiết ta có: $x^2+y^2\le 4$

- TH1: $x=0\Rightarrow y^2\le 4\Rightarrow y=0;\pm 1;\pm 2$ $\Rightarrow$ Có 5 điểm thỏa mãn.
- TH2: $x^2=1\Rightarrow y^2\le 3\Rightarrow y=0;\pm 1$ $\Rightarrow$ Có 6 điểm thỏa mãn.
- TH3: $x^2=4\Rightarrow y^2\le 0\Rightarrow y=0$ $\Rightarrow$ Có 2 điểm thỏa mãn.

$\Rightarrow n\left(A\right)=5+6+2=12\Rightarrow P\left(A\right)=\dfrac{13}{81}$

Câu 38: Đáp án B.

STUDY TIPS
$\left(a+b\right)^n=\sum\limits_{k=0}^{n}C_n^k a^{n-k}b^k$

Ta có $\left(x+\dfrac{2}{x}\right)^{12}=\sum\limits_{k=0}^{12}C_{12}^k.x^{12-k}.\left(\dfrac{2}{x}\right)^k=\sum\limits_{k=0}^{12}C_{12}^k.2^k.x^{12-2k}$ $\Rightarrow 12-2k=0\Rightarrow k=6$

$\Rightarrow$ Số hạng không chứa x trong khai triển là $C_{12}^0.2^6$

Câu 39: Đáp án C.

Các đáp án A, B, D đều đúng nên C là đáp án sai.

Câu 40: Đáp án B.

Ta có thể thử với cấp só nhân 1; 2; 4; 8 ta thấy đáp án B không thỏa mãn.

Câu 41: Đáp án C.

Ba số $C_{23}^{n}, C_{23}^{n+1}, C_{23}^{n+2}$ theo thứ tự lập thành cấp số cộng $\Leftrightarrow 2C_{23}^{n+1} = C_{23}^{n} + C_{23}^{n+2}$

$\Leftrightarrow 4C_{23}^{n+1} = \left(C_{23}^{n} + C_{23}^{n+1}\right) + \left(C_{23}^{n+1} + C_{23}^{n+2}\right)$

$\Leftrightarrow 4C_{23}^{n+1} = C_{24}^{n+1} + C_{24}^{n+2} \Leftrightarrow 4C_{23}^{n+1} = C_{25}^{n+2}$

$$\Leftrightarrow \frac{4.23!}{(n+1)!(22-n)!} = \frac{25!}{(n+2)!(23-n)!} \Leftrightarrow (n+2)(23-n) = 150 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} n=8 \\ n=13 \end{array}\right.$$

STUDY TIPS
a, b, c theo thứ tự tạo thành cấp số cộng $\Leftrightarrow a+c=2b$

Ta được số hạng liên tiếp lập thành cấp số cộng trong dãy số trên là $C_{23}^{8}, C_{23}^{9}, C_{23}^{10}$ và $C_{23}^{13}, C_{23}^{14}, C_{23}^{15}$.

Câu 42: Đáp án A.

$$I_1 = \lim_{n\to+\infty}\left(n - \sqrt{n^2+n+1}\right) = \lim_{n\to+\infty}\frac{-n-1}{n+\sqrt{n^2+n+1}} = \lim_{n\to+\infty}\frac{-1-\frac{1}{n}}{1+\sqrt{1+\frac{1}{n}+\frac{1}{n^2}}} = -\frac{1}{2}$$

$$I_2 = \lim_{n\to+\infty}\left(n - \sqrt{4n^2+n+1}\right) = \lim_{n\to+\infty}\frac{-3n^2-n-1}{n+\sqrt{4n^2+n+1}} = -\infty$$

Câu 43: Đáp án D.

STUDY TIPS
$\lim q^n = 0$ với $|q|<1$

$$A = \lim_{x\to+\infty}\frac{a.3^x + b.4^{x+1}}{c.3^x + d.4^x} = \lim_{x\to+\infty}\frac{a.\left(\frac{3}{4}\right)^x + 4b}{c.\left(\frac{3}{4}\right)^x + d} = \frac{4b}{d}$$

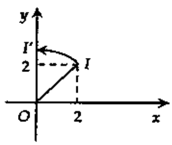
Câu 44: Đáp án C.

Ta có $\left(\dfrac{2x+3}{x-2}\right)' = \dfrac{-7}{(x-2)^2}$.

Câu 45: Đáp án B.

$y' = 3x^2 - 6x \Rightarrow y'(0) = 0$

Câu 46: Đáp án B.

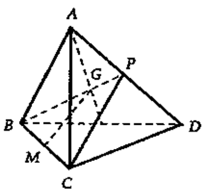


Ta có $I(2;2)$

$Q_{(O;\,45°)}(I) = I' \Rightarrow OI' = OI = 2\sqrt{2}$

$\Rightarrow I'\left(0; 2\sqrt{2}\right)$, $R = R'$ nên $(C'): x^2 + \left(y - 2\sqrt{2}\right)^2 = 4$

Câu 47: Đáp án C.

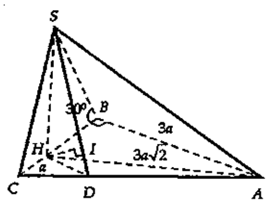


Gọi *P* là trung điểm của *AD*.

Ta có $\dfrac{BG}{BP} = \dfrac{BM}{BC} = \dfrac{2}{3}$

$\Rightarrow MG // CP \Rightarrow MG // (ACD)$

Câu 48: Đáp án C.



Dựng $SH \perp BC \Rightarrow SH \perp (ABC)$

$SH = SB.\sin 30° = a\sqrt{3};\ BH = SB.\cos 30° = 3a$

$\Rightarrow CH = a \Rightarrow BC = 4HC$

$AH = \sqrt{AB^2 + BH^2} = \sqrt{9a^2 + 9a^2} = 3a\sqrt{2}$

$AC = \sqrt{AB^2 + BC^2} = \sqrt{9a^2 + 16a^2} = 5a$

Dựng $HD \perp AC$, $HI \perp SD$.

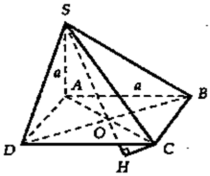
Từ $CH.CB = CD.CA \Rightarrow CD = \dfrac{CH.CB}{CA} = \dfrac{a.4a}{5a} = \dfrac{4a}{5}$

$\Rightarrow DH = \sqrt{CH^2 - CD^2} = \sqrt{a^2 - \dfrac{16a^2}{25}} = \dfrac{3a}{5}$

$\dfrac{1}{HI^2} = \dfrac{1}{SH^2} + \dfrac{1}{HD^2} = \dfrac{1}{3a^2} + \dfrac{25}{9a^2} = \dfrac{28}{9a^2} \Rightarrow HI = \dfrac{3a\sqrt{7}}{14}$

$\Rightarrow d\left(B;(SAC)\right) = 4a.\dfrac{3\sqrt{7}}{14} = \dfrac{6a\sqrt{7}}{7}$

Câu 49: Đáp án C.



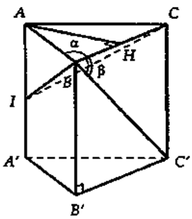
Gọi H là hình chiếu của C trên SO $(O = AC \cap BD)$, vì góc $\widehat{SOC}$ tù nên H nằm ngoài SO

$\begin{cases} CH \perp SO \\ CH \perp BD \end{cases} \Rightarrow CH \perp (SBD) \Rightarrow$ Góc tạo bởi SC và (SBD) là $\widehat{CSO}$

Ta có $\Delta SAO \backsim \Delta CHO \Rightarrow \dfrac{SA}{CH} = \dfrac{SO}{CO} = \dfrac{\frac{a\sqrt{6}}{2}}{\frac{a\sqrt{2}}{2}} = \sqrt{3}$

$\Rightarrow CH = \dfrac{a}{\sqrt{3}} \Rightarrow \sin\widehat{CSO} = \dfrac{CH}{SC} = \dfrac{1}{3} \Rightarrow \widehat{CSO} = \arcsin\dfrac{1}{3}$

Câu 50: Đáp án D.



Ta có $\tan\beta = \dfrac{BB'}{B'C'}$. Gọi H là trung điểm của BC.

ΔAHB vuông tại H $\Rightarrow \tan\alpha = \dfrac{AH}{BH} = \dfrac{2AH}{BC} \Rightarrow \tan^2\alpha + \tan^2\beta = \dfrac{4\left(AI^2 + AH^2\right)}{BC^2}$ (*)

Mà ΔBIC vuông tại I $\Rightarrow IH = \dfrac{BC}{2} \Rightarrow BC^2 = 4IH^2$

Thay vào (*) ta có: $\tan^2\alpha + \tan^2\beta = 1$.

ĐỀ THỬ SỨC SỐ 24

Câu 1: Tập xác định của các hàm số $y=\sqrt{\dfrac{1+\cos x}{1-\cos x}}$ là:

A. $D=\mathbb{R}\setminus\{k2\pi;k\in\mathbb{Z}\}$.

B. $D=\mathbb{R}\setminus\{k\pi;k\in\mathbb{Z}\}$.

C. $D=\mathbb{R}\setminus\left\{\dfrac{\pi}{2}+k2\pi;k\in\mathbb{Z}\right\}$.

D. $D=\varnothing$.

Câu 2: Trong các phương trình sau, phương trình nào có hai nghiệm thuộc khoảng $(0;\pi)$?

A. $\sqrt{3}\sin x-2=0$. B. $2\cos x+1=0$. C. $\sqrt{3}\tan x+1=0$. D. $\sqrt{2}\sin x-1=0$.

Câu 3: Tính tổng các nghiệm của phương trình $\sqrt{2}(\sin x+\cos x)=\tan x+\cot x$ trên khoảng $(0;1000)$.

A. $40\pi+\dfrac{(2\pi)^{160}-2\pi}{2\pi-1}$. B. $40\pi+\dfrac{(2\pi)^{1000}-2\pi}{2\pi-1}$. C. $\dfrac{159\pi}{4}+\dfrac{(2\pi)^{159}-2\pi}{2\pi-1}$. D. $\dfrac{159\pi}{4}+\dfrac{(2\pi)^{160}-2\pi}{2\pi-1}$.

Câu 4: Có 6 học sinh và 2 thầy giáo được xếp thành hàng ngang. Hỏi có bao nhiêu cách xếp sao cho hai thầy giáo không đứng cạnh nhau?

A. 30240. B. 720. C. 362880. D. 1440.

Câu 5: Tính giá trị của biểu thức: $A=\dfrac{A_{n+1}^4+3A_n^3}{(n+1)!}$. Biết rằng: $C_{n+1}^2+2C_{n+2}^2+2C_{n+3}^2+C_{n+4}^2=149$.

A. $\dfrac{4}{3}$. B. $\dfrac{3}{4}$. C. $\dfrac{5}{4}$. D. $\dfrac{4}{5}$.

Câu 6: Cho cấp số cộng (u_n) có $u_1=123$ và $u_3-u_{15}=84$. Số hạng u_{17} là:

A. 242. B. 235. C. 11. D. 4.

Câu 7: Cho cấp số nhân (u_n) có $u_1=24$ và $\dfrac{u_4}{u_{11}}=16384$. Số hạng u_{17} là:

A. $\dfrac{3}{67108864}$. B. $\dfrac{3}{268435456}$. C. $\dfrac{3}{536870912}$. D. $\dfrac{3}{2147483648}$.

Câu 8: Số tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y=\dfrac{x^3}{x-2}$ song song với trục hoành là:

A. 0. B. 1. C. 2. D. 3.

Câu 9: Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có tất cả các cạnh bằng d. Gọi M là trung điểm của SD. O là giao điểm của hai đường chéo AC và BD. Tang của góc tạo bởi hai đường thẳng BM và SO là:

A. $\dfrac{\sqrt{2}}{2}$. B. $\sqrt{3}$. C. $\dfrac{2}{3}$. D. 3.

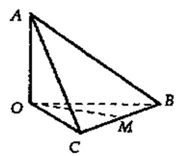
Câu 10: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng a. Khoảng cách giữa hai đường thẳng AA' và $B'C$ bằng:

A. $a\sqrt{3}$. B. $\dfrac{a\sqrt{3}}{2}$. C. a. D. $\dfrac{a\sqrt{3}}{3}$.

Câu 11: Cho tứ diện $O.ABC$ có OA,OB,OC đôi một vuông góc với nhau và $OA=OB=OC$. Gọi M là trung điểm BC (tham khảo hình vẽ bên). Góc giữa đường thẳng OM và AB bằng:

A. 90°. B. 30°.

C. 60°. D. 45°.



Câu 12: Tính $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\sqrt{4x^2+3x+1}-2x\right)$.

A. $\frac{1}{2}$. B. $+\infty$. C. 0. D. $\frac{3}{4}$.

Câu 13: Cho hàm số $y=x^2\left(6-x^2\right)$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. Đồ thị hàm số đồng biến trên khoảng $\left(-\infty;-\sqrt{3}\right)$ và $\left(0;\sqrt{3}\right)$.

B. Đồ thị hàm số nghịch biến trên khoảng $\left(-\sqrt{3};0\right)$ và $\left(\sqrt{3};+\infty\right)$.

C. Đồ thị hàm số đồng biến trên $(-\infty;-3)$ và $(0;3)$.

D. Đồ thị hàm số đồng biến trên khoảng $\left(-\infty;\sqrt{6}\right)$.

Câu 14: Cho đồ thị (C) của hàm số $y=\dfrac{1-2x}{\sqrt{x^2+1}}$. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

A. Đồ thị hàm số có một tiệm cận ngang. B. Đồ thị hàm số không có tiệm cận.

C. Đồ thị hàm số có hai tiệm cận ngang. D. Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng.

Câu 15: Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để đồ thị hàm số $y=x^4-2mx^2+2m^2-1$ có 3 điểm cực trị là 3 đỉnh của một tam giác vuông cân?

A. Không có. B. 1. C. 2. D. 4.

Câu 16: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ:

x	$-\infty$		1		3		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$+\infty$	$\searrow$	-1	$\nearrow$	2	$\searrow$	$-\infty$

Số nghiệm của phương trình $f(x)=0$ là:

A. 0. B. 1. C. 2. D. 3.

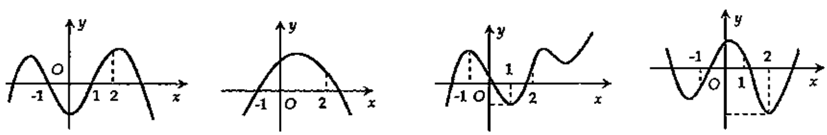
Câu 17: Giá trị lớn nhất của hàm số $y=x^4-2x^2$ trên đoạn $[-1;1]$ là:

A. 0. B. -1. C. 1. D. 2.

Câu 18: Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để hàm số $y=\left|3x^4-4x^3-12x^2+m\right|$ có 7 điểm cực trị?

A. 3. B. 5. C. 6. D. 4.

Câu 19: Một trong số các đồ thị dưới đây là đồ thị của hàm số $g(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và thỏa mãn $g'(0)=0$, $g''(0)>0\ \forall x\in(-1;2)$. Hỏi đó là đồ thị nào?



A. B. C. D.

Câu 20: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}^+$ thỏa mãn $f'(x)\ge x^2+1, \forall x\in\mathbb{R}^+$, $f(0)=1$. Tìm giá trị nhỏ nhất của $f(1)$?

A. $\frac{4}{3}$. B. $\frac{7}{3}$. C. 1. D. $\frac{3}{4}$.

Câu 21: Cho hàm số $y=\frac{2}{3}x^3+(m+1)x^2+(m^2+4m+3)x-3$. Tìm điều kiện của m để hàm số có cực đại, cực tiểu và các điểm cực trị của đồ thị hàm số nằm bên phải trục tung.

A. $m\in\varnothing$.
B. $m\in(-1;5)$.
C. $m\in(-5;-3)$.
D. $m\in(-3;-1)$.

Câu 22: Cho hàm số $y=x^3-3mx^2+2$ (1) và điểm $M(1;-2)$. Tìm m để đồ thị hàm số có hai điểm cực trị A, B sao cho A, B, M thẳng hàng. Khi đó tổng tất cả các giá trị của m tìm được là:

A. 0. B. $2\sqrt{2}$. C. $-2\sqrt{2}$. D. 2.

Câu 23: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng a. Khi đó thể tích của khối tứ diện $AA'C'D'$ bằng:

A. $\frac{1}{2}a^3$. B. a^3. C. $\frac{1}{6}a^3$. D. $\frac{1}{3}a^3$.

Câu 24: Cho tam giác ABC đều cạnh bằng a, trọng tâm G. Tam giác AGC quay quanh AG tạo thành một khối tròn xoay có thể tích là:

A. $\frac{\pi a^3\sqrt{3}}{36}$. B. $\frac{\pi a^3\sqrt{3}}{12}$. C. $\frac{\pi a^3\sqrt{3}}{24}$. D. $\frac{\pi a^3\sqrt{3}}{18}$.

Câu 25: Cho hình chóp $S.ABC$ có thể tích bằng V. Gọi I là trung điểm của SA. Thể tích của khối chóp $I.ABC$ là:

A. $\frac{1}{2}V$. B. $\frac{1}{3}V$. C. $\frac{2}{3}V$. D. $\frac{1}{6}V$.

Câu 26: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a, tam giác SAC cân tại S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy, góc $\widehat{SBC}=60°$. Tính theo a thể tích khối chóp $S.ABC$.

A. $\frac{a^3\sqrt{2}}{4}$. B. $\frac{a^3\sqrt{2}}{24}$. C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$. D. $\frac{a^3\sqrt{2}}{8}$.

Câu 27: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi cạnh a, $\widehat{BAD}=60°$. Hình chiếu vuông góc của S xuống mặt phẳng $ABCD$ là điểm H thuộc đoạn AC sao cho $\overrightarrow{AC}=3\overrightarrow{AH}$, mặt phẳng (SBD) tạo với đáy một góc $60°$. Tính theo a thể tích khối chóp $S.ABCD$.

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$. B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$. C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{8}$. D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{24}$.

Câu 28: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy $ABCD$ là hình thoi, cạnh $a\sqrt{3}$, $BD=3a$. Hình chiếu vuông góc của B' trên mặt phẳng $(ABCD)$ là trung điểm AC, mặt phẳng $(CDD'C')$ tạo với đáy góc $60°$. Tính theo a thể tích khối hộp $ABCD.A'B'C'D'$.

A. $\frac{9a^3}{8}$. B. $\frac{a^3}{8}$. C. $\frac{27a^3}{8}$. D. $\frac{2a^3\sqrt{3}}{9}$.

Câu 29: Một hình trụ có tâm các đáy là A, B. Biết rằng mặt cầu đường kính AB tiếp xúc với các mặt, đáy của hình trụ tại A, B và tiếp xúc với mặt xung quanh của hình trụ đó. Diện tích của mặt cầu này là 16π. Tính diện tích xung quanh của mặt trụ đã cho.

A. $\frac{16\pi}{3}$. B. 16π. C. 8π. D. $\frac{8\pi}{3}$.

Câu 30: Cho hai vectơ $\vec{u}=(3;m;0)$, $\vec{v}=(1;7-2m;0)$ lần lượt là hai vectơ pháp tuyến của hai mặt phẳng song song khi đó giá trị của m là:

A. 2. B. 1. C. 0. D. 3.

Câu 31: Vectơ nào sau đây là vectơ chỉ phương của đường thẳng $\Delta: \frac{x}{2}=\frac{y-1}{3}=\frac{z+1}{-1}$?

A. $\overrightarrow{u_1}=(2;3;-1)$. B. $\overrightarrow{u_2}=(0;1;-1)$. C. $\overrightarrow{u_3}=(0;-1;1)$. D. $\overrightarrow{u_4}=(-2;3;-1)$.

Câu 32: Trong không gian với hệ tọa độ *Oxyz*, cho đường thẳng $\Delta: \frac{x+2}{1}=\frac{y-2}{1}=\frac{z}{-1}$ và mặt phẳng $(P): x+2y-3z+4=0$. Đường thẳng *d* nằm trong mặt phẳng (P) sao cho *d* cắt và vuông góc với Δ thì *d* có phương trình là:

A. $\frac{x+3}{1}=\frac{y-1}{-1}=\frac{z-1}{2}$. B. $\frac{x+1}{-1}=\frac{y-3}{2}=\frac{z+1}{1}$.

C. $\frac{x-3}{1}=\frac{y+1}{-1}=\frac{z+1}{2}$. D. $\frac{x+3}{-1}=\frac{y-1}{2}=\frac{z-1}{1}$.

Câu 33: Trong không gian với hệ tọa độ *Oxyz*, cho đường thẳng $\Delta: \frac{x-1}{2}=\frac{y}{1}=\frac{z+2}{-1}$ và mặt phẳng $(P): x-2y+z=0$. Gọi C là giao điểm của Δ và (P), M là điểm thuộc Δ. Tính khoảng cách từ M đến (P), biết $MC=\sqrt{6}$.

A. $d(M,(P))=\sqrt{6}$. B. $d(M,(P))=\frac{1}{\sqrt{6}}$. C. $d(M,(P))=\sqrt{3}$. D. $d(M,(P))=\frac{1}{\sqrt{3}}$.

Câu 34: Trong không gian với hệ tọa độ *Oxyz*, cho các điểm $A(1;0;0), B(0;b;0), C(0;0;c)\ (b,c>0)$, mặt phẳng (P) có phương trình: $y-z+1=0$. Biết mặt phẳng (ABC) vuông góc với mặt phẳng (P) và khoảng cách từ gốc O đến mặt phẳng (ABC) bằng $\frac{1}{3}$. Tính $b+c$.

A. $\frac{1}{2}$. B. 2. C. 1. D. $\frac{3}{2}$.

Câu 35: Số nghiệm nguyên của bất phương trình $\log_2(x-1)\le 2$ là:

A. 4. B. 3. C. 5. D. Vô số.

Câu 36: Cho $\log_9 x=\log_{12} y=\log_{16}(x+y)$. Giá trị của tỉ số $\frac{x}{y}$ là:

A. $\frac{3-\sqrt{5}}{2}$. B. $\frac{3+\sqrt{5}}{2}$. C. $\frac{\sqrt{5}-1}{2}$. D. $\frac{-1-\sqrt{5}}{2}$.

Câu 37: Tổng các nghiệm của phương trình $\log_3(2x+1)-\log_{\frac{1}{3}}(3-x)=0$ là:

A. $\frac{5}{2}$. B. $\frac{5}{4}$. C. $\frac{\sqrt{41}}{4}$. D. $\frac{\sqrt{41}}{2}$.

Câu 38: Cho bất phương trình $\left(\sqrt{10}+1\right)^{\log_3 x}-\left(\sqrt{10}-1\right)^{\log_3 x}\ge\frac{2x}{3}$. Đặt $t=\left(\frac{\sqrt{10}+1}{3}\right)^{\log_3 x}$ ta được bất phương trình nào sau đây?

A. $3t^2-2t-1\ge 0$. B. $t^2-t-\frac{2}{3}\ge 0$. C. $3t^2-2t-3\ge 0$. D. $t+\frac{1}{t}\ge\frac{2}{3}$.

Câu 39: Giải bất phương trình $\log_4(x^2-x-8)<1+\log_3 x$ được tập nghiệm là một khoảng trên trục số có độ dài là:

A. $\frac{17+\sqrt{33}}{2}$. B. $\frac{17-\sqrt{33}}{2}$. C. $\frac{4}{5}$. D. $\frac{3}{5}$.

Câu 40: Cho $z=-\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}i$. Tính $|z|$.

A. $\frac{\sqrt{3}-1}{2}$. B. $\frac{\sqrt{3}+1}{2}$. C. 1. D. $\frac{3}{4}$.

Câu 41: Tập hợp những điểm M biểu diễn số phức z thỏa mãn: $|z-i|=|z+2+3i|$ là:

A. Đường tròn

B. Đường thẳng AB với $A(0;1), B(-2;-3)$.

C. Đường trung trực của đoạn AB với $A(0;1), B(-2;-3)$.

D. Đường tròn đường kính với $A(0;1), B(-2;-3)$.

Câu 42: Cho số phức z thỏa mãn $|z-3+4i|=4$. Giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của $|z|$ lần lượt là:

A. 9 và 1. B. 9 và 4. C. 4 và 1. D. 3 và $\sqrt{2}$.

Câu 43: Cho số phức $z=\frac{i-m}{1-m(m-2i)}, m\in\mathbb{R}$. Tìm giá trị nhỏ nhất của số thực k sao cho tồn tại m để $|z-1|\le k$.

A. $\frac{3-\sqrt{5}}{2}$. B. $\frac{1+\sqrt{5}}{2}$. C. $\frac{\sqrt{5}-1}{2}$. D. $\frac{\sqrt{5}+1}{4}$.

Câu 44: Tìm khẳng định sai trong các khẳng định sau:

A. $\int x^n dx = n.x^{n-1}+C$. B. $\int x^n dx=\frac{x^{n+1}}{n+1}+C$.

C. $\int e^x dx = e^x+C$. D. $\int \sin x dx = -\cos x + C$.

Câu 45: Cho $\int_a^b \frac{x.\cos x}{x.\sin x+\cos x}dx=m$. Tính $\int_a^b \frac{x.\sin x+(x+1)\cos x}{x.\sin x+\cos x}dx$.

A. $I=a+b+m$. B. $I=a-b+m$. C. $I=b+a-m$. D. $I=b-a+m$.

Câu 46: Cho các hàm số $f(x), g(x)$ có đạo hàm liên tục trên $[a;b]$. Khi đó:

A. $\int_a^b f(x).g'(x)dx=[f(x).g(x)]\Big|_a^b-\int_a^b f'(x).g(x)dx$.

B. $\int_a^b f(x).g'(x)dx=[f(x).g(x)]\Big|_a^b+\int_a^b f'(x).g(x)dx$.

C. $\int_a^b f(x).g'(x)dx=[f(x).g(x)]\Big|_a^b-\int_a^b f'(x).g'(x)dx$.

D. $\int_a^b f(x).g'(x)dx=f(x).g(x)-\int_a^b f'(x).g(x)dx$.

Câu 47: Cho $I=\int_1^e \ln x dx$. Khi đó:

A. $I=(x\ln x+x)\Big|_1^e$. B. $I=(x\ln x-1)\Big|_1^e$. C. $I=x(\ln x-1)\Big|_1^e$. D. $I=\frac{\ln^2 x}{2}\Big|_1^e$.

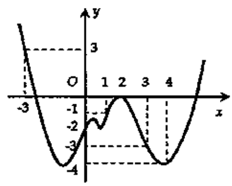
Câu 48: Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=x^2\sqrt{x^2+1}$, trục Ox và đường thẳng $x=1$ bằng $\frac{a\sqrt{b}-\ln(1+\sqrt{b})}{c}$ với a,b,c là các số nguyên dương. Khi đó giá trị của $a+b+c$ là:

A. 11. B. 12. C. 13. D. 14.

Câu 49: Cho $\int_0^{\frac{\pi}{2}} f(x).\sin x\mathrm{d}x = \int_0^{\frac{\pi}{2}} f''(x).\sin x\mathrm{d}x = f(0) = 1$. Tính $f'\left(\frac{\pi}{2}\right)$.

A. 1. B. 0. C. -1. D. 2.

Câu 50: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị của hàm số $y = f''(x)$ như hình vẽ, đặt $g(x) = 6f(x) + x^3$. Mệnh đề nào sau đây đúng?



A. $\begin{cases} g'(-3) > g'(3) \\ g'(4) > g'(1) \end{cases}$. B. $\begin{cases} g'(-3) > g'(3) \\ g'(4) < g'(1) \end{cases}$.

C. $\begin{cases} g'(-3) < g'(3) \\ g'(4) > g'(1) \end{cases}$. D. $\begin{cases} g'(-3) < g'(3) \\ g'(4) < g'(1) \end{cases}$.

ĐÁP ÁN

1.A	2.D	3.A	4.A	5.B	6.C	7.C	8.B	9.D	10.C
11.C	12.D	13.A	14.C	15.B	16.D	17.A	18.D	19.A	20.B
21.C	22.A	23.C	24.A	25.A	26.D	27.C	28.C	29.B	30.D
31.A	32.D	33.B	34.C	35.A	36.A	37.A	38.C	39.B	40.C
41.C	42.A	43.C	44.A	45.D	46.A	47.C	48.C	49.A	50.A

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

Câu 1: Đáp án A.

Vì $-1 \le \cos x \le 1\ \forall x$ nên điều kiện: $\cos x \ne 1 \Leftrightarrow x \ne k2\pi$

Câu 2: Đáp án D.

Chọn D vì có nghiệm $x = \frac{\pi}{4}$ và $x = \frac{3\pi}{4} \in (0;\pi)$

Câu 3: Đáp án A.

Điều kiện: $x \ne k\frac{\pi}{2}$

STUDY TIPS

$\sin x + \cos x = \sqrt{2}\cos\left(x - \frac{\pi}{4}\right)$

Phương trình $\Leftrightarrow \sqrt{2}(\sin x + \cos x) = \frac{\sin x}{\cos x} + \frac{\cos x}{\sin x}$

$\Leftrightarrow \sqrt{2}(\sin x + \cos x) = \frac{1}{\sin x.\cos x}$

Đặt $\sin x + \cos x = t, |t| \le \sqrt{2} \Rightarrow \sin x.\cos x = \frac{t^2-1}{2}$

Ta có phương trình: $\sqrt{2}t = \frac{2}{t^2-1} \Leftrightarrow (t-\sqrt{2})(t^2+\sqrt{2}t+1) = 0 \Leftrightarrow t = \sqrt{2}$

$\Rightarrow \cos\left(x - \frac{\pi}{4}\right) = 1 \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{4} + k2\pi$

Vì $0 < x < 1000 \Rightarrow 0 < \frac{\pi}{4} + k2\pi < 1000$

$\Leftrightarrow -\frac{\pi}{4} < k2\pi < 1000 - \frac{\pi}{4} \Leftrightarrow -\frac{1}{8} < k < \frac{500}{\pi} - \frac{1}{8}$

Vì $k \in \mathbb{Z} \Rightarrow k = 0;1;2;...;159$

Tổng $S = \frac{\pi}{4} + \left(\frac{\pi}{4} + 2\pi\right) + \left(\frac{\pi}{4} + 4\pi\right) + ... + \left(\frac{\pi}{4} + 320\pi\right)$

$= 160.\frac{\pi}{4} + (2\pi + 4\pi + ... + 320\pi) = 40\pi + \frac{2\pi\left[1-(2\pi)^{159}\right]}{1-2\pi}$

$= 40\pi + \frac{2\pi - (2\pi)^{160}}{1-2\pi} = 40\pi + \frac{(2\pi)^{160} - 2\pi}{2\pi - 1}$

Câu 4: Đáp án A.

Xếp 6 học sinh có $6!$ cách xếp.

Xếp 2 thầy giáo vào 2 trong 7 vị trí xen kẽ giữa các học sinh có A_7^2.

Vậy có $6!A_7^2 = 30240$ (cách xếp)

STUDY TIPS

$C_n^k = \frac{n!}{k!(n-k)!}$

Câu 5: Đáp án B.

Giải phương trình: $C_{n+1}^2 + 2C_{n+2}^2 + 2C_{n+3}^2 + C_{n+4}^2 = 149$.

Điều kiện: $n \ge 3$

Phương trình $\Leftrightarrow \dfrac{(n+1)!}{2!(n-1)!}+2.\dfrac{(n+2)!}{2!n!}+2.\dfrac{(n+3)!}{2!(n-1)!}+\dfrac{(n+4)!}{2!(n+2)!}=149$

$\Leftrightarrow n^2+4n-45=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} n=5 \\ n=-9 \end{array}\right.$

Vậy $A=\dfrac{A_6^4+3A_5^3}{6!}=\dfrac{3}{4}$.

Câu 6: Đáp án C.

Ta có: $\begin{cases} u_1=123 \\ u_3-u_{15}=84 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1=123 \\ (u_1+2d)-(u_1+14d)=84 \end{cases}$

Giải hệ tìm u_1, d sau đó tính $u_{17}=u_1+16d$ được $u_{17}=11$.

Câu 7: Đáp án C.

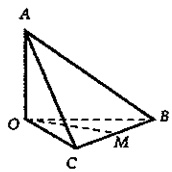
Từ giả thiết ta có:

$\begin{cases} u_1=24 \\ u_4=16384u_{11} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1=24 \\ u_1.q^3=16384.u_1.q^{10} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1=24 \\ q^7=\dfrac{1}{16384} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1=24 \\ q=\dfrac{1}{4} \end{cases}$

$\Rightarrow u_{17}=u_1.q^{16}=24.\left(\dfrac{1}{4}\right)^{16}=\dfrac{3}{536870912}$

Câu 8: Đáp án B.

Hệ số góc của tiếp tuyến song song với trục hoành nên $k=0$. Khảo sát hàm số đã cho thấy có một cực trị nên có 1 tiếp tuyến song song với trục hoành.



STUDY TIPS

$\sqrt{a}-b=\dfrac{(\sqrt{a}-b)(\sqrt{a}+b)}{\sqrt{a}+b}=\dfrac{a-b^2}{\sqrt{a}+b}$

Câu 9: Đáp án D.

Câu 10: Đáp án C.

Câu 11: Đáp án C.

Gọi K là trung điểm AC $\Rightarrow \Delta OKM$ đều $\Rightarrow \left(\widehat{OM,AB}\right)=\left(\widehat{OM,MK}\right)=60^\circ$

Câu 12: Đáp án D.

$\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\sqrt{4x^2+3x+1}-2x\right)=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{4x^2+3x+1-4x^2}{\sqrt{4x^2+3x+1}+2x}$

$=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{3x+1}{\sqrt{4x^2+3x+1}+2x}=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{3+\dfrac{1}{x}}{\sqrt{4+\dfrac{3}{x}+\dfrac{1}{x^2}}+2}=\dfrac{3}{4}$

Câu 13: Đáp án A.

$y'=2x(6-x^2)+x^2(-2x)=12x-2x^3-2x^3=-4x^3+12x=-4x(x^2-3)$

$y'=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=\pm\sqrt{3} \end{array}\right.$

Lập bảng biến thiên:

x	$-\infty$		$-\sqrt{3}$		0		$\sqrt{3}$		$+\infty$
y'		+	0	–	0	+	0	–	
y		↗		↘		↗		↘	

Vậy hàm số đồng biến trên khoảng $\left(-\infty;-\sqrt{3}\right)$ và $\left(0;\sqrt{3}\right)$

Câu 14: Đáp án C.

STUDY TIPS

- Nếu $\lim\limits_{x\to\pm\infty} f(x)=y_0$ thì $y=y_0$ là tiệm cận ngang.
- Nếu $\lim\limits_{x\to x_0^+} f(x)=\pm\infty$ hoặc $\lim\limits_{x\to x_0^-} f(x)=\pm\infty$ thì $x=x_0$ là tiệm cận đứng.

+ Ta có: $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{1-2x}{\sqrt{x^2+1}}=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{\frac{1}{x}-2}{\sqrt{1+\frac{1}{x^2}}}=-2 \Rightarrow y=-2$ là tiệm cận ngang.

+ $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{1-2x}{\sqrt{x^2+1}}=\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{\frac{1}{x}-2}{-\sqrt{1+\frac{1}{x^2}}}=2 \Rightarrow y=2$ là tiệm cận ngang.

+ Đồ thị không có tiệm cận đứng vì $x^2+1=0$ vô nghiệm.

Câu 15: Đáp án B.

Ta có $y'=4x^3-4mx=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=0\\x^2=m\end{array}\right.$

Để có 3 điểm cực trị thì phương trình $y'=0$ có 3 nghiệm phân biệt $\Rightarrow m>0$

Khi đó 3 điểm đó là: $A\left(0;2m^2-1\right), B\left(\sqrt{m};m^2-1\right), C\left(-\sqrt{m};m^2-1\right)$

Do tính đối xứng của đồ thị nên $AB=AC$, từ đó tam giác ABC vuông tại A

$\Leftrightarrow \overline{AB}.\overline{AC}=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}m=0\,(l)\\m=1\end{array}\right.$

Câu 16: Đáp án D.

Vì số nghiệm của phương trình $f(x)=0$ bằng số giao điểm của đồ thị hàm số $y=f(x)$ với trục hoành (vẽ đồ thị ta thấy nó cắt trục hoành tại 3 điểm)

Câu 17: Đáp án A.

$y'=4x^3-4x=4x\left(x^2-1\right) \Rightarrow y'=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=0\\x=\pm1\end{array}\right.$

$y(0)=0,\ y(\pm1)=-1 \Rightarrow y_{max}=0$

Câu 18: Đáp án D.

Xét hàm số $f(x)=3x^4-4x^3-12x^2+m$

Có $f'(x)=12x^3-12x^2-24x=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=0\\x=-1\\x=2\end{array}\right.$

Lập bảng biến thiên $\Rightarrow \begin{cases}f(0)>0\\f(-1)<0\\f(2)<0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}m>0\\-5+m<0\\-32+m<0\end{cases} \Leftrightarrow 0<m<5$

$\Rightarrow$ Có 4 giá trị nguyên của m thỏa mãn yêu cầu bài toán

Câu 19: Đáp án A.

Lập bảng biến thiên của 4 đồ thị $y=g(x)$ trong mỗi đáp án thì ta thấy chỉ có đáp án A thỏa mãn.

Câu 20: Đáp án B.

Ta có: $f(1)-f(0)=f(x)\Big|_0^1=\int_0^1 f'(x)\mathrm{d}x \ge \int_0^1 \left(x^2+1\right)\mathrm{d}x=\left(\frac{x^3}{3}+x\right)\Bigg|_0^1=\frac{1}{3}+1=\frac{4}{3}$

$\Rightarrow f(1)\ge \frac{4}{3}+1=\frac{7}{3}$

Câu 21: Đáp án C.

Ta có: $y'=2x^2+2(m+1)x+m^2+4m+3$

Điều kiện: $\begin{cases}\Delta'>0\\ S>0\\ P>0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}-m^2-6m-5>0\\ -m-1>0\\ m^2+4m+3>0\end{cases} \Leftrightarrow -5<m<-3$

Câu 22: Đáp án A.

$y'=3x^2-6mx,\ y'=0 \Leftrightarrow x=0$ hoặc $x=2m$

Đồ thị hàm số có 2 cực trị $\Leftrightarrow m\ne 0$

Đường thẳng qua 2 cực trị là $y=-2m^2x+2$ thỏa mãn yêu cầu

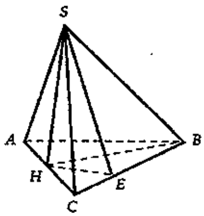
$\Leftrightarrow M\in d \Leftrightarrow m=\pm\sqrt{2}$

Câu 23: Đáp án C.

Câu 24: Đáp án A.

Câu 25: Đáp án A.

Câu 26: Đáp án D.



Đặt $SH=x$, tính SB, SC theo x. Sau đó áp dụng định lí cosin cho ΔSBC

Tìm được $x=\frac{a\sqrt{6}}{2} \Rightarrow V=\frac{a^3\sqrt{2}}{8}$

Câu 27: Đáp án C.

Gọi $O=AC\cap BD \Rightarrow \widehat{SOH}=60^\circ$, ΔABD đều.

Tính $SH=OH.\tan 60^\circ$

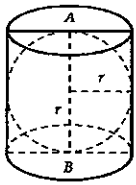
Câu 28: Đáp án C.

Chú ý ΔABC đều cạnh $a\sqrt{3}$. Kẻ $OH\perp AB \Rightarrow AB\perp (B'OH) \Rightarrow AB\perp B'H$

$\Rightarrow \left(\widehat{(CDD'C'),(ABCD)}\right)=\left(\widehat{(ABB'A'),(ABCD)}\right)=\left(\widehat{B'H,OH}\right)=\widehat{B'HO}$

$\Rightarrow \frac{1}{OH^2}=\frac{1}{OA^2}+\frac{1}{OB^2}=\frac{16}{9a^2} \Rightarrow OH=\frac{3a}{4}$

$\Rightarrow B'O=OH.\tan\widehat{B'HO}=\frac{3a\sqrt{3}}{4} \Rightarrow V=\frac{27a^3}{8}$



Câu 29: Đáp án B.

Gọi r là bán kính của mặt cầu nội tiếp

$\Rightarrow$ Diện tích xung quanh của mặt cầu là $S_{xq}=4\pi r^2 \Rightarrow 4\pi r^2=16\pi \Rightarrow r=2$

$\Rightarrow$ Chiều cao của hình trụ là 4

$\Rightarrow$ Diện tích của hình trụ là $S_{xq}=2\pi rl=16\pi$

STUDY TIPS
Diện tích xung quanh của mặt cầu: $S=4\pi r^2$, của hình trụ là $S=2\pi rl$

Câu 30: Đáp án D.

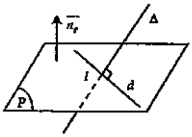
Thỏa mãn đề bài suy ra hai vectơ $\vec{u}$ và $\vec{v}$ phải cùng phương

$\Rightarrow \frac{3}{1}=\frac{m}{7-2m} \Rightarrow 21-6m=m \Leftrightarrow 7m=21 \Leftrightarrow m=3$

Câu 31: Đáp án A.

Câu 32: Đáp án D.

$I=\Delta\cap(P)$ thì $I(-3;1;1)$



Gọi $\vec{u}=(a;b;c)$ là vectơ chỉ phương của đường thẳng d. Ta có:

$$\begin{cases}d\subset(P)\\ d\perp\Delta\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}\vec{u}\perp\vec{n_P}\\ \vec{u}\perp\vec{u_\Delta}\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}-3+at+2(1+bt)-3(1+ct)+4=0\ \forall t\\ a+b-c=0\end{cases}$$

$$\Leftrightarrow\begin{cases}a+2b-3c=0\\ a+b-c=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=-c\\ b=2c\end{cases}\Rightarrow\vec{u}=(-c;2c;c)\text{ hay }\vec{u}=(-1;2;1)$$

Phương trình $d:\dfrac{x+3}{-1}=\dfrac{y-1}{2}=\dfrac{z-1}{1}$

Câu 33: Đáp án B.

Phương trình $\Delta:\begin{cases}x=1+2t\\ y=t\\ z=-2-t\end{cases}$. Tọa độ điểm $C=\Delta\cap(P)$ là $C(-1;-1;-1)$

Lấy điểm $M(1+2t;t;-2-t)\Rightarrow MC=\sqrt{6}\Leftrightarrow(2t+2)^2+(t+1)^2+(t+1)^2=6$

$$\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}t=0\Rightarrow M(1;0;-2)\Rightarrow d(M;(P))=\dfrac{1}{\sqrt{6}}\\ t=-2\Rightarrow M(-3;-2;0)\Rightarrow d(M;(P))=\dfrac{1}{\sqrt{6}}\end{array}\right.$$

Câu 34: Đáp án C.

STUDY TIPS

$d(M;(P))=\dfrac{|Ax_0+By_0+Cz_0+D|}{\sqrt{A^2+B^2+C^2}}$

Mặt phẳng $(ABC):\dfrac{x}{1}+\dfrac{y}{b}+\dfrac{z}{c}=1$ vì $(ABC)\perp(P)$

$\Rightarrow\dfrac{1}{b}-\dfrac{1}{c}=0\Leftrightarrow b=c\Rightarrow(ABC):bx+y+z-b=0$

$d(O;(ABC))=\dfrac{1}{3}\Leftrightarrow\dfrac{|b|}{\sqrt{b^2+2}}=\dfrac{1}{3}\Leftrightarrow b=\dfrac{1}{2}(b>0)\Rightarrow b=c=\dfrac{1}{2}\Rightarrow b+c=1$

Câu 35: Đáp án A.

Bất phương trình $\Leftrightarrow 0<x-1\le 4\Leftrightarrow 1<x\le 5$

Câu 36: Đáp án A.

Đặt $\log_9 x=\log_{12}y=\log_{16}(x+y)=a\ \Rightarrow x=9^a;\ y=12^a;\ x+y=16^a$

$$\Rightarrow 9^a+12^a=16^a\Leftrightarrow\left(\frac{3}{4}\right)^{2a}+\left(\frac{3}{4}\right)^a=1\Rightarrow\left(\frac{3}{4}\right)^a=\frac{\sqrt{5}-1}{2}$$

$$\Rightarrow\frac{x}{y}=\left(\frac{3}{4}\right)^{2a}=\left(\frac{\sqrt{5}-1}{2}\right)^2=\frac{3-\sqrt{5}}{2}$$

Câu 37: Đáp án A.

Điều kiện: $-\dfrac{1}{2}<x<3$

Phương trình $\Leftrightarrow\log_3(2x+1)=\log_3\dfrac{1}{3-x}\Leftrightarrow 2x+1=\dfrac{1}{3-x}$.

Giải phương trình chọn A.

Câu 38: Đáp án C.

Bất phương trình $\Leftrightarrow\left(\sqrt{10}+1\right)^{\log_3 x}-\left(\sqrt{10}-1\right)^{\log_3 x}\ge\dfrac{2}{3}.3^{\log_3 x}$

$$\Leftrightarrow\left(\frac{\sqrt{10}+1}{3}\right)^{\log_9 x}-\left(\frac{\sqrt{10}-1}{3}\right)^{\log_9 x}\ge\frac{2}{3}\Rightarrow t-\frac{1}{t}\ge\frac{2}{3}\Leftrightarrow t^2-1\ge\frac{2}{3}t\Leftrightarrow 3t^2-2t-3\ge 0$$

Câu 39: Đáp án B.

Điều kiện: $x>\frac{1+\sqrt{33}}{2}$. Đặt $t=\log_3 x\Leftrightarrow x=3^t$

Ta có bất phương trình: $9^t<4.4^t+3^t+8\Leftrightarrow 4.\left(\frac{4}{9}\right)^t+\left(\frac{1}{3}\right)^t+8.\left(\frac{1}{9}\right)^t>1$

Hàm số $f(t)=4.\left(\frac{4}{9}\right)^t+\left(\frac{1}{3}\right)^t+8.\left(\frac{1}{9}\right)^t$ nghịch biến và $f(2)=1$ nên ta có $t<2$ tìm được tập nghiệm là $\left(\frac{1+\sqrt{33}}{2};9\right)$ có độ dài trên trục số là $9-\frac{1+\sqrt{33}}{2}=\frac{17-\sqrt{33}}{2}$.

Câu 40: Đáp án C.

$$|z|=\sqrt{\left(-\frac{1}{2}\right)^2+\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2}=\sqrt{\frac{1}{4}+\frac{3}{4}}=1$$

Câu 41: Đáp án C.

Đặt $z=x+yi\ (x;y\in\mathbb{R})\Rightarrow|z-i|=|z+2+3i|\Leftrightarrow|x+yi-i|=|x+yi+2+3i|$

$\Leftrightarrow\sqrt{x^2+(y-1)^2}=\sqrt{(x+2)^2+(y+3)^2}\Leftrightarrow -2y+1=4x+6y+13$

$\Leftrightarrow 4x+8y+12=0\Leftrightarrow x+2y+3=0$ là trung trực của đoạn AB.

Câu 42: Đáp án A.

Đặt $z=x+yi\ (x;y\in\mathbb{R})$. Từ giả thiết ta có: $(x-3)^2+(y+4)^2=16$

$\Rightarrow z\in$ đường tròn tâm $I(3;-4)$, $R=4$.

Viết phương trình đường thẳng Δ qua O, I cắt đường tròn tại A và B.

Từ đó ta có: $\max|z|=9$ và $\min|z|=1$.

Câu 43: Đáp án C.

Ta có $z=\frac{i-m}{-i^2+2mi-m^2}=\frac{-1}{i-m}\Rightarrow z-1=\frac{1-m+i}{m-i}$

$$|z-1|=\frac{|1-m+i|}{|m-i|}=\sqrt{\frac{m^2-2m+2}{m^2+1}}\Rightarrow|z-1|\le k\Leftrightarrow\begin{cases}k\ge 0\\ \frac{m^2-2m+2}{m^2+1}\le k^2\end{cases}$$

Xét $f(m)=\frac{m^2-2m+2}{m^2+1}$. Khảo sát $\Rightarrow\min f(m)=\frac{3-\sqrt{5}}{2}\Rightarrow k=\frac{\sqrt{5}-1}{2}$

Câu 44: Đáp án A.

Câu 45: Đáp án D.

$$I=\int_a^b dx+\int_a^b\frac{x.\cos x}{x.\sin x+\cos x}dx=b-a+m.$$

STUDY TIPS
Công thức tính tích phân từng phần:
$\int uv'dx=uv-\int vu'dx$

Câu 46: Đáp án A.

Câu 47: Đáp án C.

Đặt $\begin{cases}u=\ln x\\ dv=dx\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}du=\frac{1}{x}dx\\ v=x\end{cases}$

Câu 48: Đáp án C.

$$S=\int_0^1 x^2\sqrt{x^2+1}dx=\int_0^1 (x^3+x)d\left(\sqrt{x^2+1}\right)=(x^3+x)\sqrt{x^2+1}\Big|_0^1-\int_0^1\sqrt{x^2+1}.(3x^2+1)dx$$

$$=2\sqrt{2}-3S-\int_0^1\sqrt{x^2+1}dx$$

Đặt $x=\tan x\Rightarrow a=3,b=2,c=8$

Câu 49: Đáp án A.

Đặt $\begin{cases}u=f(x)\\dv=\sin xdx\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}du=f'(x)dx\\v=-\cos x\end{cases}$

$$\Rightarrow\int_0^{\frac{\pi}{2}}f(x).\sin xdx=-f(x).\cos x\Big|_0^{\frac{\pi}{2}}+\int_0^{\frac{\pi}{2}}f'(x).\cos xdx\Leftrightarrow 1=f(0)+\int_0^{\frac{\pi}{2}}f'(x).\cos xdx$$

$$\Rightarrow\int_0^{\frac{\pi}{2}}f'(x).\cos xdx=0$$

Đặt $\begin{cases}u=f'(x)\\dv=\cos xdx\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}du=f''(x)dx\\v=\sin x\end{cases}$

$$\Rightarrow 0=\int_0^{\frac{\pi}{2}}f'(x).\cos xdx=f'(x).\sin x\Big|_0^{\frac{\pi}{2}}-\int_0^{\frac{\pi}{2}}f''(x).\sin xdx$$

$$\Rightarrow 0=f'\left(\frac{\pi}{2}\right)-1\Rightarrow f'\left(\frac{\pi}{2}\right)=1$$

Câu 50: Đáp án A.

$g(x)=6f(x)+x^3\Rightarrow g'(x)=6f'(x)+3x^2$

$g''(x)=6.f''(x)+6x=6\left[f''(x)+x\right]$

$$\Rightarrow g''(x)=0\Leftrightarrow f''(x)=-x\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=-3\\x=4\\x=3\\x=1\end{array}\right.$$

Theo hình vẽ ta có: $\int_{-3}^1\left[-x-f''(x)\right]dx>\int_1^3\left[f''(x)+x\right]dx>\int_3^4\left[-x-f''(x)\right]dx$

$$\Leftrightarrow\left[\frac{-x^2}{2}-f'(x)\right]\Big|_{-3}^1>\left[f'(x)+\frac{x^2}{2}\right]\Big|_1^3>\left[\frac{-x^2}{2}-f'(x)\right]\Big|_3^4$$

$$\Leftrightarrow-\left(\frac{3x^2+6f'(x)}{6}\right)\Big|_{-3}^1>\frac{6f'(x)+3x^2}{6}\Big|_{-3}^1>-\left(\frac{3x^2+6f'(x)}{6}\right)\Big|_3^4$$

$$\Leftrightarrow-g'(x)\Big|_{-3}^1>g'(x)\Big|_1^3>-g'(x)\Big|_3^4$$

$$\Leftrightarrow g'(-3)-g'(1)>g'(3)-g'(1)>g'(3)-g'(4)\Leftrightarrow\begin{cases}g'(-3)>g'(3)\\g'(4)>g'(1)\end{cases}$$