PHÒNG GD & ĐT NGHĨA ĐÀN

ĐỀ CHÍNH THỨC

(*Đề thi gồm 01 trang*)

ĐỀ THI CHỌN ĐỘI TUYỂN DỰ THI HSG TỈNH
NĂM HỌC 2022 – 2023
Môn thi: Toán
Thời gian: 150 phút(Không kể thời gian giao đề)

Bài 1:(3,0 điểm)

a) Cho hai số tự nhiên a, b thỏa mãn $3a^2 + a = 4b^2 + b$. Chứng minh a-b và $4a+4b+1$ đều là số chính phương.

b) Tìm tất cả các nghiệm nguyên của phương trình $x^2y^2 - 2x^2y + 2xy + 6x - 16 = 0$.

Bài 2:(6,0 điểm)

a) Giải phương trình: $\sqrt{x+\frac{3}{x}} = \frac{x^2+7}{2(x+1)}$.

b) Giải hệ phương trình $\begin{cases} x^2 + x = 5 + y^2 + y \\ x^3 + y^3 = x^2y + xy^2 + 6 \end{cases}$.

Bài 3:(2,0 điểm) Cho a, b, c là các số thực dương thỏa mãn $ab + bc + ca = 1$.

Chứng minh rằng: $\frac{a^3}{9ab^2c+1} + \frac{b^3}{9abc^2+1} + \frac{c^3}{9a^2bc+1} \geq \frac{(a+b+c)^3}{18}$

Bài 4:(7,0 điểm) Cho tam giác ABC nhọn $(AB < AC)$. Đường tròn tâm I nội tiếp tam giác ABC lần lượt tiếp xúc với BC, CA, AB tại D, E, F. Gọi M là trung điểm của BC, Gọi N là giao điểm của ID và EF. Qua N kẻ đường thẳng song song với BC cắt AB, AC tại Q và P. Qua A kẻ đường thẳng song song với BC cắt EF tại K.

a) Chứng minh IP=IQ.

b) Chứng minh $\widehat{IAM} = \widehat{FKI}$.

c) Gọi S, L, V lần lượt là giao điểm của AI, BI, CI với BC, CA vàAB.

Chứng minh: $\sqrt{\frac{SI}{AI}} + \sqrt{\frac{IL}{BI}} + \sqrt{\frac{IV}{CI}} > 2$

Bài 5:(2,0 điểm) Cho p là số nguyên tố lớn hơn 5. Chứng minh rằng tồn tại một số có dạng 111...11 chia hết cho p.

……………………… *Hết* ……………………………