



**ĐỀ CHÍNH THỨC**

**Bài I. (5,0 điểm)**

1) Giải phương trình  $x^2 + 6x + 8 = 2(x + 2)\sqrt{x^2 + 5}$ .

2) Cho  $x, y$  là các số thực dương thỏa mãn  $x^3 + y^3 + \frac{12xy}{x+y} = 8$ . Chứng minh  $x + y = 2$ .

**Bài II. (5,0 điểm)**

1) Cho  $a, b$  là các số nguyên thỏa mãn  $a^2 + 2b + 3$  và  $b^2 + 2a + 3$  đều chia hết cho 5. Chứng minh  $a + b + 2023$  chia hết cho 5.

2) Tìm tất cả cặp số nguyên  $(x, y)$  thỏa mãn  $(x^2 + 3)y^2 - y^3 + 2x^2 = 2y(2x^2 - 1) + 3$ .

**Bài III. (2,0 điểm)**

Với  $a, b, c$  là các số thực không âm thỏa mãn  $a + b + c = 3$ , tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của biểu thức  $K = \frac{a}{b^2 + c^2 + 1} + \frac{b}{c^2 + a^2 + 1} + \frac{c}{a^2 + b^2 + 1}$ .

**Bài IV. (6,0 điểm)**

Cho tam giác  $ABC$  nhọn, cân tại  $A$ , đường cao  $AM$ . Đường thẳng qua  $B$  và vuông góc với  $AB$ , cắt tia  $AM$  tại  $D$ . Lấy điểm  $F$  bất kì nằm giữa hai điểm  $B$  và  $M$ . Gọi  $E$  là hình chiếu vuông góc của  $A$  trên đường thẳng  $DF$ .

1) Chứng minh  $DE \cdot DF = DM \cdot DA$  và  $\widehat{DBF} = \widehat{DEB}$ .

2) Gọi  $O$  là trung điểm của  $AD$ . Đường thẳng qua  $O$  và vuông góc với  $EC$ , cắt  $EA$  tại  $S$ . Chứng minh tam giác  $EBF$  đồng dạng với tam giác  $SOE$ .

3) Gọi  $K$  là trung điểm của  $EF$ . Chứng minh  $CK$  vuông góc với  $SD$ .

**Bài V. (2,0 điểm)**

1) Cho  $m, n, p, q$  là các số nguyên dương thỏa mãn  $mnp + npq + pqm + qmn$  chia hết cho  $m + n + p + q$ . Chứng minh  $m + n + p + q$  là hợp số.

2) Cho bảng ô vuông  $n \times n$ . Ta tiến hành điền vào mỗi ô vuông  $1 \times 1$  của bảng một số nguyên (các số được điền không nhất thiết phân biệt) thỏa mãn tổng các số trong mỗi mảng ô vuông  $3 \times 3$  luôn dương, đồng thời tổng các số trong mỗi mảng ô vuông  $4 \times 4$  luôn âm.

a) Chỉ ra một cách điền số thỏa mãn với  $n = 5$ .

b) Tìm điều kiện của  $n$  để tồn tại một cách điền số thỏa mãn.

-----HẾT-----

Giám thị không giải thích gì thêm.

Họ tên thí sinh : ..... Số báo danh : .....