

Câu 1. (6,5 điểm)

a) Tìm điểm cực trị của hàm số $y = |x^2 - 2023x + 2022| - 2021x$.

b) Có bao nhiêu số nguyên m bé hơn 2022 để bất phương trình $\sqrt[3]{m + \sqrt{x^3 - 3x^2}} + m \geq x^2(x - 3)$ nghiệm đúng với mọi $x \in [-1; 2]$?

Câu 2. (5,5 điểm)

Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, cạnh $BC = a$, tam giác SAB cân tại S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng (SCD) bằng $\frac{a}{\sqrt{2}}$ và đường thẳng SC tạo với mặt phẳng $(ABCD)$ một góc α với $\tan \alpha = \frac{1}{\sqrt{2}}$.

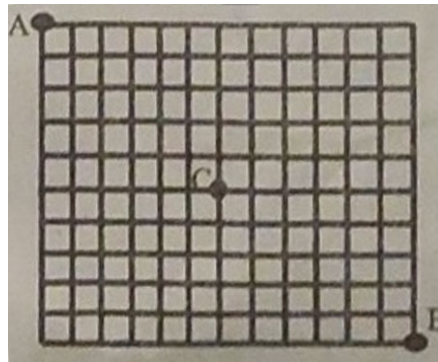
a) Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$ theo a .

b) Tính sin của góc giữa đường thẳng SC với mặt phẳng (SAD) .

Câu 3. (5,0 điểm)

a) Cho hàm số bậc ba $f(x) = x^3 + bx^2 + cx + 3$ thỏa mãn điều kiện $\min_{x \in (0; 2)} f(x) = f(1) = 1$. Tìm giá trị lớn nhất của hàm số $y = f(\sqrt{1-x} + \sqrt{1+x})$ trên đoạn $[-1; 1]$.

b) Mạng lưới giao thông trong một thành phố được bố trí dạng lưới chữ nhật kích thước 10×12 như hình vẽ. An lần đầu đến thành phố, muốn đi qua thành phố từ điểm xuất phát A đến điểm cuối B. An chỉ biết xác định các hướng đi để quãng đường đi là ngắn nhất. Giả sử tại các điểm giao nhau An có thể đi ngẫu nhiên theo một trong các hướng đã định. Tính xác suất để An không đi qua Quảng trường trung tâm C.

**Câu 4.** (1,5 điểm)

Cho tứ diện $ABCD$ có $AB = 10$, $AC = AD = 20$. Biết rằng $\widehat{BAC} + \widehat{CAD} + \widehat{DAB} = \widehat{ABC} + \widehat{CBD} + \widehat{DBA} = \widehat{ACB} + \widehat{BCD} + \widehat{DCA} = 180^\circ$. Tính chu vi tam giác BCD và tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = MA + MB + MC + MD$ khi điểm M thay đổi trong không gian.

Câu 5. (1,5 điểm)

Cho a, b, c là các số thực thuộc đoạn $[0;1]$ thỏa mãn điều kiện $a + b + c \geq 1$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức

$$P = \frac{24}{bc+1} + \frac{24}{ca+1} + \frac{24}{ab+1} - 5(3a+3b+3c-7)^2.$$

----- **HẾT** -----

Giám thị coi thi không giải thích gì thêm./.