

Câu 1 (2,0 điểm): Rút gọn các biểu thức sau:

1.1. (1,0 điểm) $A = \sqrt{27} - 12\sqrt{\frac{1}{3}} + \frac{2}{\sqrt{3}-1}$;

1.2. (1,0 điểm) $B = \left(\frac{2}{\sqrt{x}} - \frac{\sqrt{x}-2}{x-2\sqrt{x}}\right) \cdot \left(\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-2} + \frac{x}{4-x}\right)$ (với $x > 0; x \neq 4$).

Câu 2 (1,0 điểm): Giải hệ phương trình:
$$\begin{cases} 2x - y = 4,5 \\ x + 2y = 6 \end{cases}$$

Câu 3 (2,0 điểm): Cho hàm số bậc nhất $y = (m+1)x - 3$ (với x là biến số).

3.1. (0,5 điểm) Tìm m để đồ thị hàm số trên đi qua điểm $(-1; 1)$.

3.2. (1,0 điểm) Tìm m để đồ thị hàm số trên song song với đường thẳng $y = -x + 3$.

3.3. (0,5 điểm) Gọi A, B lần lượt là giao điểm của đồ thị hàm số với các trục Ox, Oy . Tìm m để tam giác OAB vuông cân.

Câu 4 (2,0 điểm): Cho tam giác ABC vuông tại A có đường cao AH . Gọi M, N lần lượt là hình chiếu vuông góc của H lên các cạnh AB, AC .

4.1. (1,0 điểm) Tính AH, AN và số đo góc B khi $AB = 3$ cm, $BC = 5$ cm. (độ dài làm tròn một chữ số thập phân, số đo góc làm tròn đến độ)

4.2. (0,5 điểm) Chứng minh $AMHN$ là hình chữ nhật.

4.3. (0,5 điểm) Chứng minh rằng $MN = MH \cdot \sin C + NH \cdot \sin B$.

Câu 5 (3,0 điểm): Cho nửa đường tròn $(O;R)$ đường kính AB . Lấy một điểm C trên nửa đường tròn sao cho $AC = R$. Tiếp tuyến tại A của nửa đường tròn cắt tia BC tại M .

5.1. (1,5 điểm) Chứng minh tam giác ACB vuông. Tính khoảng cách từ tâm O đến dây BC theo R .

5.2. (1,0 điểm) Qua M kẻ tiếp tuyến thứ hai MD của nửa đường tròn (D là tiếp điểm). Chứng minh OM vuông góc với AD .

5.3. (0,5 điểm) Đường thẳng qua O vuông góc với AB cắt tia BD tại N . Chứng minh MN song song với AB .