

ĐỀ CHÍNH THỨC

Bài 1: (4,0 điểm)

a) Tính bằng cách hợp lí: $A = \left(\frac{-3}{7} + \frac{4}{11}\right) : \frac{7}{11} + \left(\frac{-4}{7} + \frac{7}{11}\right) : \frac{7}{11}$

b) Tính: $B = 2^{2022} - 2^{2021} - 2^{2020} - \dots - 2 - 1$

c) Tính giá trị của biểu thức $C = \frac{2^{30} \cdot 5^7 + 2^{13} \cdot 5^{27}}{2^{10} \cdot 5^7 \cdot (2^{17} + 5^{20})}$

Bài 2: (4,0 điểm)

a) Tìm x, y, z biết $\frac{x-1}{2} = \frac{y-3}{4} = \frac{z-2}{3}$ và $x-3y+4z=4$.

b) Cho a, b, c thỏa mãn $\frac{b-c}{(a-b)(a-c)} + \frac{c-a}{(b-a)(b-c)} + \frac{a-b}{(c-a)(c-b)} = 2022$

Tính giá trị biểu thức $Q = \frac{1}{a-b} + \frac{1}{b-c} + \frac{1}{c-a}$

Bài 3: (4,0 điểm)

a) Tìm các cặp số nguyên $(x; y)$ thỏa mãn: $x^2 + xy - 3y - 5x + 3 = 0$

b) Cho các số nguyên tố p và q thỏa mãn: $p^2 - 2q^2 = 17$. Tính $(p+q)^4 + 15$

Bài 4: (6,0 điểm)

Cho tam giác ABC có góc $A = 60^\circ$ (góc B và góc C nhọn). Tia phân giác của góc B cắt AC tại D , tia phân giác của góc C cắt AB tại E . BD cắt CE tại I . Trên cạnh BC lấy F sao cho $BF = BE$. Trên tia IF lấy M sao cho $IM = IB + IC$.

a) Tính góc \widehat{BIC} và chứng minh $ID = IF$.

b) Chứng minh tam giác BCM là tam giác đều.

c) Tìm điều kiện của tam giác ΔABC để D và E cách đều đường thẳng BC .

Bài 5: (2,0 điểm)

Cho các số không âm x, y, z thỏa mãn: $x+3z=2022$ và $x+2y=2023$

Tính giá trị lớn nhất của biểu thức: $A = x + y + z + \frac{1}{2}$.

HẾT!

Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm

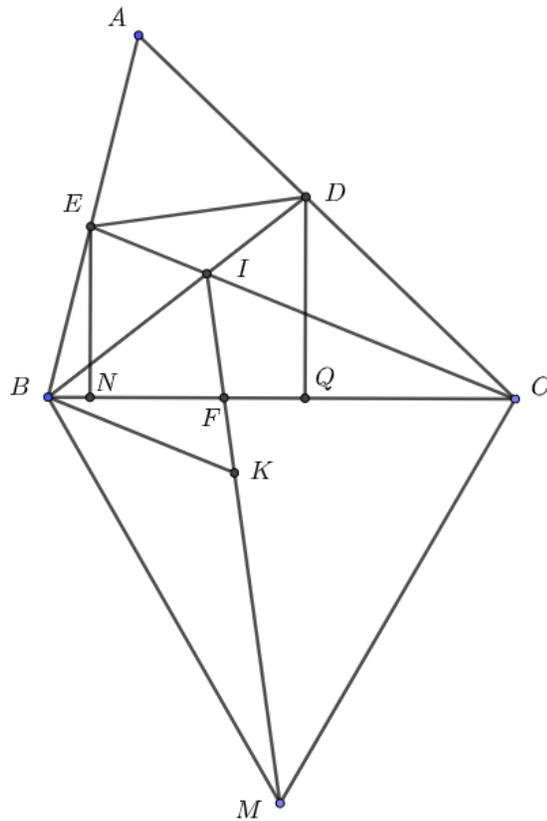
Họ và tên thí sinh: SBD.....

HƯỚNG DẪN CHẤM TOÁN 7 NĂM HỌC 2022-2023

Câu	Ý	Nội dung	Điểm
Bài 1: 4đ		<p>a). Tính bằng cách hợp lí: $A = \left(\frac{-3}{7} + \frac{4}{11}\right) : \frac{7}{11} + \left(\frac{-4}{7} + \frac{7}{11}\right) : \frac{7}{11}$</p> <p>b) Tính: $S = 2^{2022} - 2^{2021} - 2^{2020} - \dots - 2 - 1$</p> <p>c) Tính giá trị của biểu thức $C = \frac{2^{30} \cdot 5^7 + 2^{13} \cdot 5^{27}}{2^{10} \cdot 5^7 \cdot (2^{17} + 5^{20})}$</p>	4đ
	a 1đ	<p>a) $A = \left(\frac{-3}{7} + \frac{4}{11}\right) : \frac{7}{11} + \left(\frac{-4}{7} + \frac{7}{11}\right) : \frac{7}{11} = \left(\frac{-3}{7} + \frac{4}{11}\right) \cdot \frac{11}{7} + \left(\frac{-4}{7} + \frac{7}{11}\right) \cdot \frac{11}{7}$</p> $= \left(\frac{-3}{7} + \frac{4}{11} + \frac{-4}{7} + \frac{7}{11}\right) \cdot \frac{11}{7} = 0 \cdot \frac{11}{7} = 0$ <p>Vậy $A = 0$</p>	0,25 0,5 0,25
	b 1,5đ	<p>b) $S = 2^{2022} - 2^{2021} - 2^{2020} - \dots - 2 - 1$</p> $S = 2^{2022} - (2^{2021} + 2^{2020} + \dots + 2 + 1)$ <p>Đặt $P = 2^{2021} + 2^{2020} + \dots + 2 + 1$</p> $2P = 2^{2022} + 2^{2021} + 2^{2020} + \dots + 2$ $2P - P = (2^{2022} + 2^{2021} + 2^{2020} + \dots + 2) - (2^{2021} + 2^{2020} + \dots + 2 + 1)$ $2P - P = 2^{2022} - 1$ $P = 2^{2022} - 1$ <p>Do đó: $S = 2^{2022} - (2^{2022} - 1) = 1$</p> <p>Vậy $S = 1$</p>	0,5 0,5 0,25 0,25
	c 1,5đ	<p>c) Tính giá trị của biểu thức</p> $C = \frac{2^{30} \cdot 5^7 + 2^{13} \cdot 5^{27}}{2^{10} \cdot 5^7 \cdot (2^{17} + 5^{20})}$ $= \frac{2^{13} \cdot 5^7 \cdot (2^{17} + 5^{20})}{2^{10} \cdot 5^7 \cdot (2^{17} + 5^{20})}$ $= \frac{2^{13} \cdot 5^7}{2^{10} \cdot 5^7}$ $= 2^3 = 8$	0,5 0,5 0,25

			0,25
Bài 2: 4đ		<p>a) Tìm x, y, z biết $\frac{x-1}{2} = \frac{y-3}{4} = \frac{z-2}{3}$ và $x-3y+4z=4$.</p> <p>b) Cho a, b, c thỏa mãn $\frac{b-c}{(a-b)(a-c)} + \frac{c-a}{(b-a)(b-c)} + \frac{a-b}{(c-a)(c-b)} = 2022$</p> <p>Tính giá trị biểu thức $Q = \frac{1}{a-b} + \frac{1}{b-c} + \frac{1}{c-a}$</p>	4đ
	a 2đ	$\frac{x-1}{2} = \frac{y-3}{4} = \frac{z-2}{3} = \frac{x-1}{2} = \frac{3y-9}{12} = \frac{4z-8}{12} = \frac{x-1-3y+9+4z-8}{2-12+12} = 2$ $\frac{x-1}{2} = 2 \Rightarrow x=5; \frac{y-3}{4} = 2 \Rightarrow y=11; \frac{z-2}{3} = 2 \Rightarrow z=8$ <p>Vậy $x=5; y=11; z=8$</p>	0,75 0,75 0,5
	b 2đ	$\frac{b-c}{(a-b)(a-c)} + \frac{c-a}{(b-a)(b-c)} + \frac{a-b}{(c-a)(c-b)} = 2022$ $\Rightarrow \frac{(b-a)-(c-a)}{(a-b)(a-c)} + \frac{(c-b)-(a-b)}{(b-a)(b-c)} + \frac{(a-c)-(b-c)}{(c-a)(c-b)} = 2022$ $\Rightarrow \frac{1}{c-a} + \frac{1}{a-b} + \frac{1}{a-b} + \frac{1}{b-c} + \frac{1}{b-c} + \frac{1}{c-a} = 2022$ $\Rightarrow 2\left(\frac{1}{a-b} + \frac{1}{b-c} + \frac{1}{c-a}\right) = 2022$ <p>Vậy $\frac{1}{a-b} + \frac{1}{b-c} + \frac{1}{c-a} = 1011$</p>	0,75 0,5 0,5 0,25
Bài 3: (4đ)		<p>a) Tìm các cặp số nguyên $(x; y)$ thỏa mãn: $x^2 + xy - 3y - 5x + 3 = 0$</p> <p>b) Cho các số nguyên tố p và q thỏa mãn: $p^2 - 2q^2 = 17$. Tính $(p+q)^4 + 15$</p>	4đ
	a 2đ	<p>Ta có: $x^2 + xy - 3y - 5x + 3 = 0$</p> <p>Suy ra: $x^2 + xy - 2x - 3y - 3x + 6 = 3$</p> $\Rightarrow x(x+y-2) - 3(x+y-2) = 3$ $\Rightarrow (x-3)(x+y-2) = 3$ <p>Do x, y là số nguyên nên ta có:</p> $(x-3)(x+y-2) = 3 = 1.3 = 3.1 = (-1)(-3) = (-3)(-1)$ $\Rightarrow \begin{cases} x-3=1 \\ x+y-2=3 \end{cases} \text{ hoặc } \begin{cases} x-3=3 \\ x+y-2=1 \end{cases}$	0,5 0,5 0,5 0,25

		hoặc $\begin{cases} x-3=-1 \\ x+y-2=-3 \end{cases}$ hoặc $\begin{cases} x-3=-3 \\ x+y-2=-1 \end{cases}$ Từ đó tìm được các cặp (x;y) là: (4;1), (6;-3), (2; -3), (0; 1)	0,25
	b 2đ	Ta có: $p^2 - 2q^2 = 17$ $\Rightarrow p^2 - 1 = 2q^2 + 16$ $\Rightarrow (p-1)(p+1) = 2q^2 + 16 : 2$ Mà $p-1 + p+1 = 2 \Rightarrow (p-1)(p+1) : 2$ suy ra $p-1; p+1$ là hai số chẵn liên tiếp $\Rightarrow (p-1)(p+1) : 8$ $\Rightarrow 2q^2 + 16 : 8 \Rightarrow 2q^2 : 8 \Rightarrow q^2 : 4 \Rightarrow q : 2$ Mà q là số nguyên tố $\Rightarrow q = 2 \Rightarrow p^2 = 2 \cdot 2^2 + 17 = 25$ Mà p là số nguyên tố $\Rightarrow p = 5$. Ta có: $(p+q)^4 + 15 = (5+2)^4 + 15 = 2416$. Vậy: $(p+q)^4 + 15 = 2416$	0,5 0,5 0,25 0,25
Bài 4: (6đ)		Cho tam giác ABC có góc $A = 60^\circ$ (góc B và góc C nhọn). Tia phân giác của góc B cắt AC tại D , tia phân giác của góc C cắt AB tại E . BD cắt CE tại I . Trên cạnh BC lấy F sao cho $BF = BE$. Trên tia IF lấy M sao cho $IM = IB + IC$. a) Tính góc \widehat{BIC} và chứng minh $ID = IF$. b) Chứng minh tam giác BCM là tam giác đều. c) Tìm điều kiện của tam giác ΔABC để D và E cách đều đường thẳng BC .	6đ



a
2đ

$$\Delta ABC \text{ có } \widehat{A} = 60^\circ \Rightarrow \widehat{B} + \widehat{C} = 120^\circ$$

$$\Rightarrow \widehat{IBC} + \widehat{CCB} = \frac{1}{2}(\widehat{B} + \widehat{C}) = \frac{1}{2} \cdot 120^\circ = 60^\circ$$

$$\Rightarrow \widehat{BIC} = 120^\circ.$$

$$\text{Chứng minh } \Delta BIF = \Delta BIE \text{ (c-g-c)} \Rightarrow \widehat{BIF} = \widehat{BIE} = 60^\circ$$

$$\Rightarrow \widehat{FIC} = \widehat{DIC} = 60^\circ$$

$$\text{Chứng minh } \Delta FIC = \Delta DIC \text{ (g-c-g)} \Rightarrow ID = IF.$$

0,5

0,5

0,5

0,5

b
2đ

Trên đoạn thẳng IM lấy K sao cho $IK = IB \Rightarrow \Delta IBK$ đều
 $\Rightarrow IB = BK.$

$$\text{Chứng minh } \Delta IBC = \Delta KBM \text{ (c-g-c)} \Rightarrow BC = BM \text{ (1)}$$

$$\Delta IBK \text{ đều } \Rightarrow \widehat{IBK} = 60^\circ \text{ mà } \widehat{IBC} = \widehat{KBM} \Rightarrow \widehat{CBM} = 60^\circ \text{ (2)}$$

Từ (1) và (2) $\Rightarrow \Delta BCM$ là tam giác đều

0,5

0,5

0,5

0,5

c
2đ

$$\Delta BIF = \Delta BIE \Rightarrow IF = IE, \text{ mà } ID = IF \Rightarrow ID = IE.$$

$$\Rightarrow \Delta IDE \text{ cân tại } I, \text{ mà } \widehat{DIE} = 120^\circ \Rightarrow \widehat{IDE} = 30^\circ$$

0,5

0,5

		<p>Kẻ $EN \perp BC$ và $DQ \perp BC \Rightarrow EN \parallel DQ$</p> <p>$EN = DQ \Leftrightarrow ED \parallel BC \Leftrightarrow \widehat{DBC} = 30^\circ$ (vì $\widehat{IDE} = 30^\circ$)</p> <p>$\Leftrightarrow \widehat{ABC} = 60^\circ \Leftrightarrow \Delta ABC$ là tam giác đều.</p>	0,5
			0,5
Bài 5: 2đ		Cho các số không âm x, y, z thỏa mãn: $x + 3z = 2022$ và $x + 2y = 2023$. Tính trị lớn nhất của biểu thức: $A = x + y + z + \frac{1}{2}$.	2đ
		<p>Ta có: $x + 3z = 2022$ (1) và $x + 2y = 2023$ (2)</p> <p>Từ (1) $\Rightarrow x = 2022 - 3z$</p> <p>Trừ vế theo vế (2) cho (1), ta được: $2y - 3z = 1$</p> <p>$\Rightarrow y = \frac{1+3z}{2}$</p> <p>Khi đó:</p> $A = x + y + z + \frac{1}{2} = (2022 - 3z) + \frac{1+3z}{2} + z + \frac{1}{2}$ $= 2022 + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} - 3z + \frac{3}{2}z + z$ $= 2023 - \frac{1}{2}z$ <p>Vi $z \geq 0 \Rightarrow -\frac{1}{2}z \leq 0 \Rightarrow 2023 - \frac{1}{2}z \leq 2023$</p> <p>$\Rightarrow A \leq 2023$</p> <p>Dấu “=” xảy ra khi và chỉ khi:</p> $\begin{cases} z = 0 \\ x = 2022 \\ y = \frac{1}{2} \end{cases}$ <p>Vậy: GTLN của A bằng 2023 $\Leftrightarrow \begin{cases} z = 0 \\ x = 2022 \\ y = \frac{1}{2} \end{cases}$</p>	0,5
			0,5
			0,25
			0,25

Lưu ý:-Nếu HS làm theo cách khác đúng vẫn cho điểm tối đa.

-Bài hình vẽ hình sai hoặc không vẽ hình không chấm điểm. các trường hợp khác do tổ chấm thống nhất.