

**I. TRẮC NGHIỆM (2 điểm).** *Viết lại chữ cái in hoa đứng trước kết quả đúng.*

**Câu 1.** Điều kiện để giá trị phân thức  $\frac{2012x}{2-x}$  xác định là:

- A.  $x \neq 0$       B.  $x = 2$       C.  $x \neq 2$       D.  $x \neq \pm 2$

**Câu 2:** Giá trị của biểu thức  $x^3 - 3x^2 + 3x - 1$  tại  $x = -1$  là:

- A. 8      B. -8      C. -6      D. 0

**Câu 3:** Kết quả của phép nhân  $(1-2x)(1+2x)$  bằng:

- A.  $1-4x^2$       B.  $4x^2-1$       C.  $1-2x^2$       D.  $(1-2x)^2$

**Câu 4:** Rút gọn phân thức  $\frac{2(y-x)^2}{4(x-y)}$  ta được phân thức:

- A.  $\frac{y-x}{2}$       B.  $2(x-y)$       C.  $2(y-x)$       D.  $\frac{x-y}{2}$

**Câu 5.** Cho hàm số  $y = f(x) = 4x - 1$ . Tính  $f(0)$ .

- A.  $f(0) = 1$       B.  $f(0) = 3$       C.  $f(0) = 4$       D.  $f(0) = -1$

**Câu 6:** Trong các hàm số sau, hàm số bậc nhất là:

- A.  $y = 2$       B.  $y = -2x + 1$       C.  $y = 2x^2 + 3$       D.  $y = \frac{2}{x} + 1$

**Câu 7.** Tứ giác ABCD là hình bình hành nếu.

- A.  $A = C$       B.  $A = B; C = D$       C.  $AB \parallel CD; AB = AD$       D.  $AB \parallel CD, BC \parallel AD$

**Câu 8.** Hình nào sau đây là hình vuông ?

- A. Hình thang cân có một góc vuông      B. Hình chữ nhật có hai cạnh kề bằng nhau  
C. Tứ giác có 3 góc vuông      D. Hình bình hành có một góc vuông

**II. TỰ LUẬN (8 điểm).**

**Bài 1 (2,5 điểm).** Cho hai biểu thức:  $A = \frac{x}{x-2} - \frac{2x+1}{x+2} - \frac{x^2+8}{4-x^2}$  ( $x \neq 2; x \neq -2$ );  $B = \frac{5}{x+1}$  ( $x \neq -1$ )

- a) Rút gọn A.  
b) Tính giá trị của A biết  $x = -6$ .  
c) Tìm  $x$  để  $A = 2$ .  
d) Tìm giá trị nguyên của  $x$  để  $M = A : B$  nhận giá trị nguyên.

**Bài 2 (2,0 điểm).** Tìm  $x$  biết:

- a)  $x(3-2x) + 2x^2 = 12$       c)  $x^3 - 3x^2 + 3x - 1 = 0$   
b)  $x(x-3) - x + 3 = 0$       d)  $(3x-1)^2 - (x^2 - 2x + 1) = 0$

**Bài 3 (3 điểm).** Cho tam giác ABC vuông tại A ( $AB < AC$ ), đường cao AH. M là trung điểm BC. Vẽ MD song song với AC (D thuộc AB), ME song song với AB (E thuộc AC)

- a) Cho  $AB = 6\text{cm}$ ,  $BC = 10\text{cm}$ , tính AC.  
b) Chứng minh tứ giác ADME là hình chữ nhật.  
c) Chứng minh rằng BDEM là hình bình hành.  
d) Trên tia đối EB lấy K sao cho  $EB = EK$ ; Trên tia đối EM lấy I sao cho  $EM = EI$ . Chứng minh ba điểm A; I; K thẳng hàng.

**Bài 4 (0,5 điểm).**

- a) Tìm giá trị nhỏ nhất của:  $P = x^2 - 2xy + 2y^2 - 2x + 3y + 3$   
b) Cho ba số  $a, b, c$  đôi một khác nhau. Chứng minh rằng giá trị biểu thức B không phụ thuộc vào  $a, b, c$

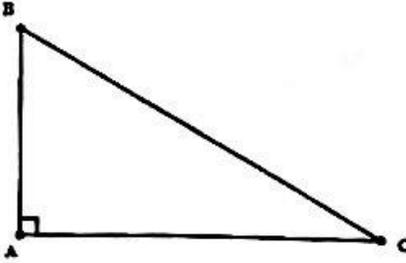
$$B = \frac{bc}{(a-b)(a-c)} + \frac{ac}{(b-a)(b-c)} + \frac{ab}{(c-a)(c-b)}$$

**Phần I. Trắc nghiệm (2 điểm): Mỗi ý đúng trả lời đúng được 0,25 điểm**

Câu	1	2	3	4	5	6	7	8
Đáp án	C	B	A	D	D	B	D	B

**Phần II. Tự luận (8 điểm).**

Bài	Ý	Đáp án	Điểm	
1 (2,5đ)	a) 1,0đ	$A = \frac{x}{x-2} - \frac{2x+1}{x+2} - \frac{x^2+8}{4-x^2}$ (ĐKXD: $x \neq \pm 2$ )	0,25	
		$= \frac{x}{x-2} - \frac{2x+1}{x+2} + \frac{x^2+8}{x^2-4} = \frac{x}{x-2} - \frac{2x+1}{x+2} + \frac{x^2+8}{(x-2)(x+2)}$		
		$= \frac{x(x+2)}{(x-2)(x+2)} - \frac{(2x+1)(x-2)}{(x-2)(x+2)} + \frac{x^2+8}{(x-2)(x+2)}$	0,25	
		$= \frac{x^2+2x}{(x-2)(x+2)} - \frac{2x^2-3x-2}{(x-2)(x+2)} + \frac{x^2+8}{(x-2)(x+2)}$		
		$= \frac{(x^2+2x) - (2x^2-3x-2) + (x^2+8)}{(x-2)(x+2)}$		
		$= \frac{x^2+2x-2x^2+3x+2+x^2+8}{(x-2)(x+2)}$	0,25	
		$= \frac{5x+10}{(x-2)(x+2)}$		
		$= \frac{5(x+2)}{(x-2)(x+2)} = \frac{5}{x-2}$	0,25	
	b) 0,5đ		Thay $x = -6$ (TM ĐKXD) vào A ta có	0,25
			$A = \frac{5}{-6-2} = -\frac{5}{8}$ Vậy với $x = -6$ thì $A = -\frac{5}{8}$ Học sinh không ghi kết luận không trừ điểm	0,25
c) 0,5đ		$A = \frac{5}{x-2} = 2 \Rightarrow 2(x-2) = 5$	0,25	
		$\Leftrightarrow 2x-4=5 \Leftrightarrow x = \frac{9}{2}$ (TMĐK)	0,25	
d) 0,5đ		ĐK: $x \neq \pm 2$ ; $x \neq -1$ $M = A : B = \frac{5}{x-2} : \frac{5}{x+1} = \frac{x+1}{x-2} = 1 + \frac{3}{x-2}$ Với $x \in \mathbb{Z}$ thì $x-2 \in \mathbb{Z}$ .	0,25	

		<p>Để <math>M \in Z</math> thì <math>3; x-2 \Rightarrow x-2</math> là ước nguyên của 3  <math>\Rightarrow x-2 \in \{1; -1; 3; -3\}</math></p> <p>Lập bảng:</p> <table border="1"> <tbody> <tr> <td><math>x-2</math></td> <td>1</td> <td>-1</td> <td>3</td> <td>-3</td> </tr> <tr> <td><math>x</math></td> <td>3</td> <td>1</td> <td>5</td> <td>-1</td> </tr> <tr> <td>Kết luận</td> <td>Nhận</td> <td>Nhận</td> <td>Nhận</td> <td>Loại</td> </tr> </tbody> </table> <p>Kết hợp ĐKXD: và yêu cầu đề bài ta có  <math>x \in \{3; 1; 5\}</math> thì <math>M \in Z</math> Học sinh không ghi kết luận không trừ điểm</p>	$x-2$	1	-1	3	-3	$x$	3	1	5	-1	Kết luận	Nhận	Nhận	Nhận	Loại	0,25
$x-2$	1	-1	3	-3														
$x$	3	1	5	-1														
Kết luận	Nhận	Nhận	Nhận	Loại														
2 (2đ)	a) 0,5đ	$x(3-x) + 2x^2 = 12$ $\Leftrightarrow 3x - 2x^2 + 2x^2 = 12$ $\Leftrightarrow 3x = 12 \Leftrightarrow x = 4$ Vậy $x = 4$ (Học sinh không ghi kết luận không trừ điểm)	0,25															
		$x(x-3) - x + 3 = 0 \Leftrightarrow x(x-3) - (x-3) = 0$ $\Leftrightarrow (x-3)(x-1) = 0$ $\Leftrightarrow \begin{cases} x-3=0 \\ x-1=0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=3 \\ x=1 \end{cases}$ Vậy $x \in \{3; 1\}$ (Học sinh không ghi kết luận không trừ điểm)	0,25															
	c) 0,5đ	$x^3 - 3x^2 + 3x - 1 = 0$ $\Leftrightarrow (x-1)^3 = 0$ $\Leftrightarrow x = 1$ Vậy $x = 1$ (Học sinh không ghi kết luận không trừ điểm)	0,25															
		$(3x-1)^2 - (x^2 - 2x + 1) = 0 \Leftrightarrow (3x-1)^2 - (x-1)^2$ $\Leftrightarrow [(3x-1) - (x-1)][(3x-1) + (x-1)] = 0$ $\Leftrightarrow (3x-1-x+1)(3x-1+x-1) = 0$ $\Leftrightarrow 3x(4x-2) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 3x=0 \\ 4x-2=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=0 \\ x=\frac{1}{2} \end{cases}$ Vậy $x \in \left\{0; \frac{1}{2}\right\}$ (Học sinh không ghi kết luận không trừ điểm)	0,25															
	d) 0,5đ	$(3x-1)^2 - (x^2 - 2x + 1) = 0 \Leftrightarrow (3x-1)^2 - (x-1)^2$ $\Leftrightarrow [(3x-1) - (x-1)][(3x-1) + (x-1)] = 0$ $\Leftrightarrow (3x-1-x+1)(3x-1+x-1) = 0$ $\Leftrightarrow 3x(4x-2) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 3x=0 \\ 4x-2=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=0 \\ x=\frac{1}{2} \end{cases}$ Vậy $x \in \left\{0; \frac{1}{2}\right\}$ (Học sinh không ghi kết luận không trừ điểm)	0,25															
3 (3đ)	a) 0,5đ	<p>Xét <math>\Delta ABC</math> (<math>\widehat{A} = 90^\circ</math>):</p> $AB^2 + AC^2 = BC^2$ (Pytago) $\Rightarrow AC^2 = BC^2 - AB^2 = 10^2 - 4^2 = 64$ $\Rightarrow AC = 8$ ( $AC > 0$ ) (HS không giải thích $AC > 0$ không trừ điểm)		0,5														

			Vẽ hình đến câu b	0,25
	b) 1,25đ		$MD \parallel AE$ ( $MD \parallel AC$ ) $ME \parallel AD$ ( $ME \parallel AB$ ) $\Rightarrow ADME$ là hình bình hành (DHNB)	0,5
	c) 0,75đ	<p>Xét <math>\triangle ABC</math> (<math>\widehat{A} = 90^\circ</math>): có AM trung tuyến nên <math>AM = BM (= \frac{1}{2} BC)</math></p> <p>Suy ra <math>\triangle AMB</math> cân tại M  <math>\Rightarrow MD</math> là trung đường cao đồng thời trung tuyến <math>\Rightarrow BD = AD</math>,  mà <math>\Rightarrow AD = ME</math> (cạnh đối HCN)  <math>\Rightarrow BD = ME</math></p> <p><b>Hoặc dùng: <math>\triangle DMB = \triangle ECM</math> (CH – GN) <math>BD = ME</math></b></p>		0,5
		Tứ giác BDEM có $DB \parallel EM$ và $DB = EM$ $\Rightarrow BDEM$ là hình bình hành (dấu hiệu nhận biết)		0,25
	d) 0,5đ		$AM$ là trung tuyến $\Rightarrow AM = MC (= \frac{1}{2} BC)$ $\triangle AMC$ cân $\Rightarrow E$ trung điểm $AC$ Lại có $E$ trung điểm $MI$ nên $AMCI$ là hình bình hành $\Rightarrow AI \parallel BC$ Tương tự: $ABCK$ là hình bình hành $\Rightarrow AK \parallel BC$ $\Rightarrow A, I, K$ thẳng hàng.	0,25
5 (0,5đ)	a) 0,25đ	$P = x^2 - 2xy + 2y^2 - 2x + 3y + 3$ $= x^2 - 2xy + y^2 + y^2 - 2x + 2y + y + 1 + 2$ $= (x^2 + y^2 + 1 - 2xy - 2x + 2y) + y^2 + y + \frac{1}{4} + \frac{7}{4}$ $= (x - y - 1)^2 + (y + \frac{1}{2})^2 + \frac{7}{4}$ <p>Vì: <math>(x - y - 1)^2 \geq 0; (y + \frac{1}{2})^2 \geq 0 \quad \forall x, y</math></p>		0,25

$$P = (x - y - 1)^2 + \frac{ac}{y} + \frac{1}{2} + \frac{7}{4} = \frac{7}{4}$$

Dấu "=" xảy ra khi: 
$$\begin{cases} (x - y - 1)^2 = 0 \\ (y + \frac{1}{2})^2 = 0 \end{cases} \hat{=} \begin{cases} x = \frac{1}{2} \\ y = -\frac{1}{2} \end{cases}$$

Vậy P nhỏ nhất bằng  $\frac{7}{4}$  khi 
$$\begin{cases} x = \frac{1}{2} \\ y = -\frac{1}{2} \end{cases}$$

$$\begin{aligned} B &= \frac{bc}{(a-b)(a-c)} + \frac{ac}{(b-a)(b-c)} + \frac{ab}{(c-a)(c-b)} \\ &= \frac{-bc}{(a-b)(c-a)} + \frac{-ac}{(a-b)(b-c)} + \frac{-ab}{(c-a)(b-c)} \\ &= \frac{-bc(b-c) - ac(c-a) - ab(a-b)}{(a-b)(b-c)(c-a)} \end{aligned}$$

Xét từ:  $-bc(b-c) - ac(c-a) - ab(a-b)$

$$= bc(c-b) - ac(c-b+b-a) + ab(b-a)$$

$$= bc(c-b) - ac(c-b) - ac(b-a) + ab(b-a)$$

$$= (c-b)(bc-ac) - (b-a)(ac-ab)$$

$$= (c-b).c.(b-a) - (b-a).a.(c-b)$$

$$= (c-b)(b-a)(c-a)$$

Vậy  $B = \frac{(c-b)(b-a)(c-a)}{(a-b)(b-c)(c-a)} = 1$  không phụ thuộc vào a, b, c.

b)  
0,25đ

0,25