

ĐỀ CHÍNH THỨC
(Đề thi có 02 trang)

Môn thi: TOÁN
Thời gian làm bài: 180 phút
Ngày thi: 26/01/2024

Câu 1. (4.5 điểm)

1.1. Cho hàm số $y = f(x) = \frac{mx - 4m - 5}{x - m}$. Tìm tất cả giá trị thực của tham số m để hàm số đồng biến trên khoảng $(3; +\infty)$.

1.2. Cho hàm số $y = f(x) = x^3 - 3mx^2 + 3(m^2 - 1)x - 1$. Tìm tất cả giá trị thực của tham số m để hàm số có hai điểm cực trị x_1, x_2 thỏa $x_1^2 + x_2^2 = 12 + x_1x_2$.

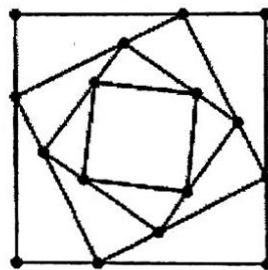
Câu 2. (4.5 điểm)

2.1. Cho $a = \log_2 3$; $b = \log_2 5$. Tính $\log_{15} 900$ theo a và b .

2.2. Cho tập hợp $A = \{1; 2; 3; \dots; 20\}$. Chọn ngẫu nhiên 3 phần tử của A . Tính xác suất để 3 phần tử được chọn lập thành cấp số cộng.

Câu 3. (4.0 điểm)

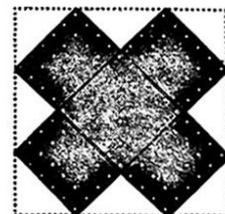
3.1. Cho hình vuông H_1 có cạnh bằng a ($a > 0$). Người ta chia mỗi cạnh hình vuông H_1 thành ba phần bằng nhau và nối các điểm chia một cách thích hợp để có hình vuông H_2 . Từ hình vuông H_2 tiếp tục làm như trên ta nhận được hình vuông H_3 . Lặp lại cách chia như trên ta được dãy các hình vuông $H_1, H_2, H_3, \dots, H_n, \dots$ (tham khảo hình vẽ ở bên). Gọi S_k là diện tích của hình vuông H_k ($k \in \{1; 2; 3; \dots; n; \dots\}$). Đặt $T = S_1 + S_2 + S_3 + \dots + S_n + \dots$. Tìm a biết $T = 16$.



3.2. Giải phương trình sau trên tập số thực: $\sqrt{2x^2 + 3x - 19} - x + 1 = 2\sqrt{x - 3}$.

Câu 4. (4.0 điểm)

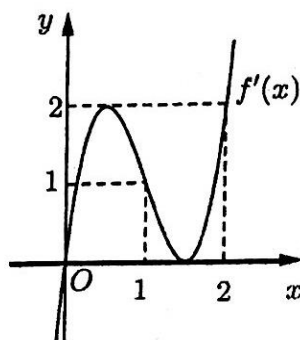
4.1. Từ một tấm tôn hình vuông có cạnh bằng 12 (dm) người ta cắt bỏ các tam giác vuông cân tạo thành hình tô đậm như hình vẽ ở bên. Sau đó người ta gấp lại và hàn thành hình hộp chữ nhật (H) không nắp. Tính thể tích nước tối đa mà khối hộp chữ nhật (H) có thể chứa được.



4.2. Cho khối lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có $\widehat{BAC} = 60^\circ$, $AB = 4a$ và $AC = 3a$. Gọi M là trung điểm của $B'C'$, khoảng cách từ M đến mặt phẳng $(B'AC)$ bằng a . Tính thể tích khối chóp $B'.ACC'A'$.

Câu 5. (3.0 điểm)

5.1. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị $f'(x)$ như hình vẽ, biết $f(1) = \frac{5}{2}$. Tìm điều kiện của tham số thực m để bất phương trình $f(2\sin x) + \cos 2x \leq 2m + 1$ nghiệm đúng với mọi $x \in \left(0; \frac{\pi}{2}\right)$.



5.2. Cho các số thực $x, y, z \in (0; 1]$ thỏa mãn $x + y \geq 1 + z$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức: $P = \frac{x}{y+z} + \frac{y}{z+x} + \frac{z}{xy+z^2}$.

----- Hết -----

(Thí sinh không được sử dụng máy tính cầm tay)