

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
TỈNH THÁI NGUYÊN
ĐỀ THI CHÍNH THỨC
(Đề thi có 01 trang)

THI CHỌN HỌC SINH GIỎI CẤP TỈNH LỚP 12
NĂM HỌC: 2023 - 2024
Môn thi: TOÁN
Thời gian làm bài: 180 phút, không kể thời gian giao đề

Câu 1 (6,0 điểm).

- a. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - mx^2 + (m^3 - 4m)x + 1$ đạt cực đại tại $x = 0$.
- b. Tìm tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $x^3 + (7m^2 - 6m)x^2 - m^4x - 2m^2 - 8 = 0$ có nghiệm trong khoảng $(0; 2)$.

Câu 2 (5,0 điểm).

- a. Có 30 tấm thẻ được đánh số lần lượt từ 1 đến 30. Chọn ngẫu nhiên 2 tấm thẻ. Tính xác suất để tích của hai số được đánh trên hai tấm thẻ chọn ra là một số chia hết cho 4.
- b. Xét các số thực dương x, y, z thỏa mãn $x + y + z = 5$ và $xyz = 4$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức

$$P = (x + y)(y + z)(z + x).$$

Câu 3 (5,0 điểm). Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a , SA vuông góc với mặt phẳng đáy và góc giữa mặt phẳng (SBC) và mặt phẳng đáy bằng 60° .

- a. Tính thể tích khối chóp $S.ABC$.
- b. Tính cosin của góc tạo bởi đường thẳng AB và mặt phẳng (SBC) .

Câu 4 (2,0 điểm). Cho dãy số (a_n) xác định bởi $a_1 = \frac{2}{3}$ và

$$a_{n+1} = \frac{4}{3 + 4a_n - 3a_n^2}, \forall n \in \mathbb{N}^*.$$

- a. Chứng minh rằng dãy số (a_n) có giới hạn hữu hạn và tìm giới hạn của dãy số đó.
- b. Đặt $x_n = \prod_{k=1}^n a_k, \forall n \in \mathbb{N}^*$. Chứng minh rằng dãy số (x_n) có giới hạn hữu hạn và tìm giới hạn của dãy số đó.

Câu 5 (2,0 điểm).

- a. Chứng minh rằng tồn tại số nguyên dương m sao cho với mọi số nguyên x, y thì $3x^2 + 5xy + y^2 - m$ không chia hết cho 13.
- b. Tìm tất cả các số nguyên tố p sao cho với mọi số nguyên dương m đều tồn tại các số nguyên x, y thỏa mãn $3x^2 + 5xy + y^2 - m$ chia hết cho p .

———— Hết ————

Họ và tên thí sinh:.....Số báo danh:.....