UBND TỈNH BẮC NINH **SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO**	**ĐỀ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI CẤP TỈNH** **NĂM HỌC 2022 - 2023** **Môn thi: TOÁN - Lớp 9**
(Đề thi có 01 trang)	*Thời gian làm bài: 150 phút (không kể thời gian giao đề)*

Câu 1 *(4,0 điểm).*

1) Cho biểu thức $P=\left(\dfrac{1}{1-\sqrt{x}}-\dfrac{1}{\sqrt{x}}\right):\left(\dfrac{2x+\sqrt{x}-1}{1-x}+\dfrac{2x\sqrt{x}+x-\sqrt{x}}{1+x\sqrt{x}}\right)$ với $x\geq 0$, và $x\neq 1,\ x\neq\dfrac{1}{4}$. Rút gọn biểu thức P và tìm giá trị của x để $P=\dfrac{7}{3}$.

2) Gọi A và B là giao điểm của đường thẳng $d: y=-x+2$ với parabol $(P): y=x^2$. Tính diện tích tam giác OAB (O là gốc tọa độ).

Câu 2 *(4,0 điểm).*

1) Giải hệ phương trình $\begin{cases}2x^2+3xy-2y^2-5(2x-y)=0\\ x^2-2xy-3y^2+15=0.\end{cases}$

2) Giải phương trình $3\sqrt{4x+1}+4x\sqrt{3x-2}=3x^2+4x+5$.

Câu 3 *(3,0 điểm).*

1) Tìm các cặp số nguyên $(x;y)$ thỏa mãn $y(x-1)=x^2+2$.

2) Với mỗi số nguyên a, gọi x_1,x_2 là các nghiệm của phương trình $x^2+2ax-1=0$. Chứng minh $\left(x_1^{2n}-x_2^{2n}\right)\left(x_1^{4n}-x_2^{4n}\right)$ chia hết cho 48 với mọi số tự nhiên n.

Câu 4 *(6,0 điểm).*

1) Cho tam giác ABC nội tiếp đường tròn tâm O, D là điểm bất kì thuộc cạnh BC (D khác B và C). Gọi M, N lần lượt là trung điểm của các cạnh AB và AC. Đường thẳng MN cắt đường tròn (O) tại P, Q sao cho M nằm giữa P và N. Đường tròn ngoại tiếp tam giác BDP cắt AB tại I (khác B). Các đường thẳng DI và AC cắt nhau tại K.

a) Chứng minh $\widehat{PID}=\widehat{PAC}$. Từ đó suy ra 4 điểm A, I, P, K cùng thuộc một đường tròn.

b) Chứng minh $\triangle PBD$ đồng dạng với $\triangle PAK$ và $\dfrac{QA}{QB}=\dfrac{PD}{PK}$.

c) Đường thẳng CP cắt đường tròn ngoại tiếp tam giác BDP tại G (khác P). Đường thẳng IG cắt đường thẳng BC tại E. Chứng minh khi D di chuyển trên đoạn BC thì tỉ số $\dfrac{CD}{CE}$ không đổi.

2) Cho tứ giác nội tiếp $ABCD$. Chứng minh $AB\cdot CD+AD\cdot BC=AC\cdot BD$.

Câu 5 *(3,0 điểm).*

1) Cho 3 số thực a,b,c thỏa mãn $1\leq a\leq 3;1\leq b\leq 3;1\leq c\leq 3$ và $a+b+c=6$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $F=a^2+b^2+c^2$.

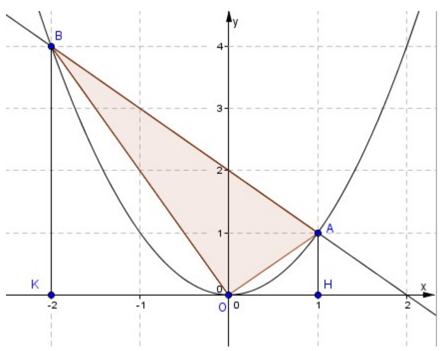
2) Cho đa giác lồi $A_1A_2\ldots A_{2024}$. Tại mỗi đỉnh A_k ($k=1,2,\ldots,2024$), người ta ghi một số thực a_k sao cho giá trị tuyệt đối của hiệu hai số trên hai đỉnh kề nhau bằng một số nguyên dương không lớn hơn 3. Tìm giá trị lớn nhất có thể được của giá trị tuyệt đối của hiệu giữa hai số ghi trên mỗi cặp đỉnh của đa giác đã cho, biết rằng các số ghi tại các đỉnh đã cho đôi một khác nhau.

======Hết======

Họ và tên thí sinh………………………………………………Số báo danh……………

UBND TỈNH BẮC NINH
SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO

HƯỚNG DẪN CHẤM
ĐỀ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI CẤP TỈNH
NĂM HỌC 2022 - 2023
Môn thi: TOÁN - Lớp 9

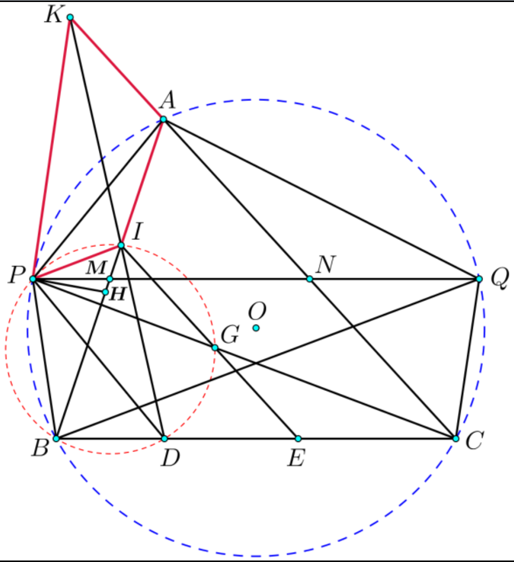
Câu	**Nội dung**	**Điểm**
Câu 1 (4,0 điểm)		
1.1. (2,0 điểm)		
	Cho biểu thức $P=\left(\dfrac{1}{1-\sqrt{x}}-\dfrac{1}{\sqrt{x}}\right):\left(\dfrac{2x+\sqrt{x}-1}{1-x}+\dfrac{2x\sqrt{x}+x-\sqrt{x}}{1+x\sqrt{x}}\right)$ với $x\ge 0$, và $x\ne 1$, $x\ne\dfrac{1}{4}$. Rút gọn biểu thức P và tìm giá trị của x để $P=\dfrac{7}{3}$.	
	Với $x\ge 0$, và $x\ne 1$, $x\ne\dfrac{1}{4}$ ta có $P=\left(\dfrac{\sqrt{x}-1+\sqrt{x}}{\sqrt{x}(1-\sqrt{x})}\right):\left(\dfrac{(2\sqrt{x}-1)(1+\sqrt{x})}{(1-\sqrt{x})(1+\sqrt{x})}+\dfrac{\sqrt{x}(2\sqrt{x}-1)(1+\sqrt{x})}{(1+\sqrt{x})(x-\sqrt{x}+1)}\right)$	0.25
	$P=\dfrac{\left(2\sqrt{x}-1\right)}{\sqrt{x}(1-\sqrt{x})}:\left(\dfrac{(2\sqrt{x}-1)}{(1-\sqrt{x})}+\dfrac{\sqrt{x}(2\sqrt{x}-1)}{(x-\sqrt{x}+1)}\right)$	0.25
	$P=\dfrac{2\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}\left(1-\sqrt{x}\right)}:\dfrac{\left(2\sqrt{x}-1\right)\left(x-\sqrt{x}+1+\sqrt{x}-x\right)}{\left(1-\sqrt{x}\right)\left(x-\sqrt{x}+1\right)}$	0.25
	$P=\dfrac{x-\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}}$.	0.25
	$P=\dfrac{7}{3}\Leftrightarrow\dfrac{x-\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}}=\dfrac{7}{3}\Leftrightarrow 3x-10\sqrt{x}+3=0$	0.5
	$\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\sqrt{x}=3\\ \sqrt{x}=\dfrac{1}{3}\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=9\\ x=\dfrac{1}{9}\end{array}\right.$ (thỏa mãn). Vậy $x\in\left\{9;\dfrac{1}{9}\right\}$.	0.5
1.2. (2,0 điểm)		
	Gọi A và B là giao điểm của đường thẳng $d: y=-x+2$ với parabol $\left(P\right): y=x^2$. Tính diện tích tam giác OAB (O là gốc tọa độ).	
	 Phương trình hoành độ giao điểm $-x+2=x^2\Leftrightarrow x^2+x-2=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=1\\ x=-2\end{array}\right.$.	0.5

	Suy ra $A(1;1), B(-2;4)$.	0.5
	Gọi H, K lần lượt là hình chiếu vuông góc của A, B lên trục Ox. Có $S_{AHKB} = \dfrac{(AH+BK)\cdot HK}{2} = \dfrac{15}{2}$; $S_{OAH} = \dfrac{1}{2}OH\cdot AH = \dfrac{1}{2}$; $S_{OBK} = \dfrac{1}{2}OK\cdot BK = 4$. Vậy $S_{OAB} = S_{AHBK} - S_{OAH} - S_{OBK} = 3$.	1.0
Câu 2 (4,0 điểm)		
2.1. (2,0 điểm) Giải hệ phương trình $\begin{cases} 2x^2+3xy-2y^2-5(2x-y)=0 & (1) \\ x^2-2xy-3y^2+15=0 & (2) \end{cases}$.		
	Phương trình $(1) \Leftrightarrow (2x-y)(x+2y-5)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{aligned} &y=2x \\ &x=5-2y. \end{aligned}\right.$	1.0
	Với $y=2x$ thay vào (2) ta được $-15x^2+15=0 \Leftrightarrow \left[\begin{aligned} &x=1 \\ &x=-1. \end{aligned}\right.$ Với $x=1 \Rightarrow y=2$; với $x=-1 \Rightarrow y=-2$.	0.5
	Với $x=5-2y$ thay vào (2) ta được $5y^2-30y+40=0 \Leftrightarrow \left[\begin{aligned} &y=2 \\ &y=4. \end{aligned}\right.$ Với $y=2 \Rightarrow x=1$, với $y=4 \Rightarrow x=-3$. Vậy nghiệm $(x;y)$ của hệ là $(1;2), (-3;4), (-1;-2)$.	0.5
2.2. (2,0 điểm) Giải phương trình $3\sqrt{4x+1}+4x\sqrt{3x-2}=3x^2+4x+5 \ (1)$.		
	Điều kiện $x \ge \dfrac{2}{3}$. $(1) \Leftrightarrow \left[3\sqrt{4x+1}-(2x+5)\right]+x\left[4\sqrt{3x-2}-(3x+2)\right]=0.$ (2)	0.5
	Vì $x \ge \dfrac{2}{3}$ nên $\begin{cases} A=3\sqrt{4x+1}+(2x+5)>0 \\ B=4\sqrt{3x-2}+(3x+2)>0 \end{cases}$. $(2) \Leftrightarrow \dfrac{9(4x+1)-(2x+5)^2}{A}+\dfrac{x\left[16(3x-2)-(3x+2)^2\right]}{B}=0$	0.5
	$\Leftrightarrow \dfrac{-4x^2+16x-16}{A}+\dfrac{x(-9x^2+36x-36)}{B}=0 \Leftrightarrow -(x-2)^2\left(\dfrac{4}{A}+\dfrac{9x}{B}\right)=0$	0.5
	Vì $A>0, B>0, x \ge \dfrac{2}{3}$ nên $\dfrac{4}{A}+\dfrac{9x}{B}>0$. Do đó phương trình trên có nghiệm duy nhất $x=2$. **Lưu ý:** - Nếu học sinh phân tích về dạng $(x-2)\left(\dfrac{12}{\sqrt{4x+1}+3}+\dfrac{12x}{\sqrt{3x-2}+2}-3x-2\right)=0$ (hoặc các dạng tương tự) nhưng không giải được phương trình $\dfrac{12}{\sqrt{4x+1}+3}+\dfrac{12x}{\sqrt{3x-2}+2}-3x-2=0$ thì chỉ cho 0.5 điểm. - Học sinh có thể làm theo cách sử dụng bất đẳng thức.	0.5

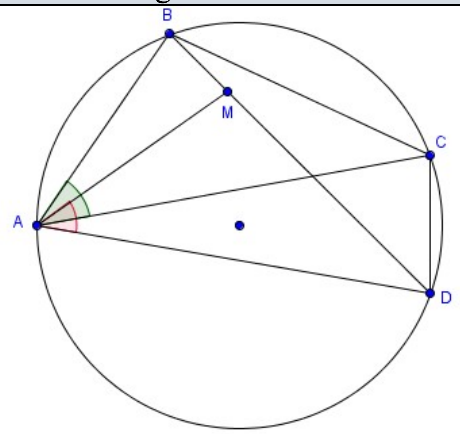
Câu 3 (3,0 điểm)		
3.1. (2,0 điểm) Tìm các cặp số nguyên $(x;y)$ thỏa mãn $y(x-1)=x^2+2\ (1)$.		
	Dễ thấy $x=1$ không thỏa mãn phương trình (1). Với $x\neq 1$ ta có $(1)\Leftrightarrow y=\dfrac{x^2+2}{x-1}\Leftrightarrow y=x+1+\dfrac{3}{x-1}$.	0.5
	Vì $x,y\in\mathbb{Z}$ nên $3\,\vdots\,(x-1)\Rightarrow x-1\in\{-3;-1;1;3\}$.	0.5
	Từ đó tìm được các cặp nghiệm $(x;y)$ là $(-2;-2),(0;-2),(2;6),(4;6)$.	1.0
3.2. (1,0 điểm) Với mỗi số nguyên a, gọi x_1,x_2 là các nghiệm của phương trình $x^2+2ax-1=0$. Chứng minh $\left(x_1^{2n}-x_2^{2n}\right)\left(x_1^{4n}-x_2^{4n}\right)$ chia hết cho 48 với mọi số tự nhiên n.		
	Với mọi a phương trình $x^2+2ax-1=0$ luôn có hai nghiệm phân biệt x_1,x_2 thỏa mãn $\begin{cases}x_1+x_x=-2a\\ x_1x_2=-1\end{cases}$.	0.25
	Đặt $S_n={x_1}^{2n}+{x_2}^{2n}$. Ta có $M=\dfrac{1}{8}\left({x_1}^{2n}-{x_2}^{2n}\right)\left({x_1}^{4n}-{x_2}^{4n}\right)=\dfrac{1}{8}\left({x_1}^{2n}-{x_2}^{2n}\right)^2\left({x_1}^{2n}+{x_2}^{2n}\right)$ $=\dfrac{1}{8}\left[\left({x_1}^{2n}+{x_2}^{2n}\right)^2-4{x_1}^{2n}{x_2}^{2n}\right]\left({x_1}^{2n}+{x_2}^{2n}\right)$ $=\dfrac{1}{8}\left(S_n^2-4\right)\cdot S_n=\dfrac{\left(S_n-2\right)\left(S_n+2\right)S_n}{8}=\left(\dfrac{S_n}{2}-1\right).\dfrac{S_n}{2}.\left(\dfrac{S_n}{2}+1\right)$.	0.25
	Ta chứng minh với mọi $n\in\mathbb{N}$ thì $S_n={x_1}^{2n}+{x_2}^{2n}$ luôn là số nguyên dương chẵn. (*) Thật vậy: Với $n=0$ thì $S_0=2$ là số nguyên dương chẵn. Với $n=1$ thì $S_1={x_1}^2+{x_2}^2=(x_1+x_2)^2-2x_1x_2=4a^2+2=2\left(2a^2+1\right)$ là số nguyên dương chẵn (do a là số nguyên). Giả sử (*) đúng đến $n=k$, tức là S_{k-1} và S_k là các số nguyên dương chẵn. Ta có $S_{k+1}={x_1}^{2(k+1)}+{x_2}^{2(k+1)}=({x_1}^2+{x_2}^2)({x_1}^{2k}+{x_2}^{2k})-{x_1}^2{x_2}^2\left[{x_1}^{2(k-1)}+{x_2}^{2(k-1)}\right]=S_1.S_k-S_{k-1}$ là một số nguyên dương chẵn. Vậy $S_n={x_1}^{2n}+{x_2}^{2n}$ là số nguyên dương chẵn với mọi số tự nhiên n.	0.25
	$M=\left(\dfrac{S_n}{2}-1\right).\dfrac{S_n}{2}.\left(\dfrac{S_n}{2}+1\right)$ là tích của ba số tự nhiên liên tiếp. Suy ra M chia hết cho 6. Vậy $\left(x_1^{2n}-x_2^{2n}\right)\left(x_1^{4n}-x_2^{4n}\right)=8M\,\vdots\,48$.	0.25
Câu 4 (6,0 điểm)		
4.1. (5,0 điểm) Cho tam giác ABC nội tiếp đường tròn tâm O, D là điểm bất kì thuộc cạnh BC (D khác B và C). Gọi M, N lần lượt là trung điểm của các cạnh AB và AC. Đường thẳng MN cắt đường tròn (O) tại P, Q sao cho M nằm giữa P và N. Đường tròn ngoại tiếp tam giác BDP cắt AB tại I (khác B). Các đường thẳng DI và AC cắt nhau tại K. a) Chứng minh $\widehat{PID}=\widehat{PAC}$. Từ đó suy ra 4 điểm A, I, P, K cùng thuộc một đường tròn.		

b) Chứng minh $\triangle PBD$ đồng dạng với $\triangle PAK$ và $\dfrac{QA}{QB}=\dfrac{PD}{PK}$.

c) Đường thẳng CP cắt đường tròn ngoại tiếp tam giác BDP tại G (khác P). Đường thẳng IG cắt đường thẳng BC tại E. Chứng minh khi D di chuyển trên đoạn BC thì tỉ số $\dfrac{CD}{CE}$ không đổi.



a) (2,0 điểm)	
Vì tứ giác $APBC$ nội tiếp $\Rightarrow \widehat{PAC}+\widehat{PBC}=180^\circ$ (1). Vì tứ giác $BDIP$ nội tiếp $\Rightarrow \widehat{PID}+\widehat{PBC}=180^\circ$ (2).	0.5
Từ (1) và (2), suy ra $\widehat{PID}=\widehat{PAC}$.	0.5
Lại có $\widehat{PID}+\widehat{PIK}=180^\circ$; $\widehat{PAC}+\widehat{PAK}=180^\circ$.	0.5
Do đó $\widehat{PIK}=\widehat{PAK}$; mà hai góc này cùng nhìn cạnh PK $\Rightarrow$ tứ giác $AIPK$ nội tiếp hay 4 điểm A, I, P, K nằm trên cùng một đường tròn.	0.5
b) (2,0 điểm)	
Ta có $\widehat{APK}=\widehat{AIK}=\widehat{BID}=\widehat{BPD}$ và $\widehat{PBD}=180^\circ-\widehat{PID}=180^\circ-\widehat{PAC}=\widehat{PAK}$. Suy ra $\triangle PBD$ đồng dạng với $\triangle PAK$ (g – g) $\Rightarrow \dfrac{PB}{PA}=\dfrac{PD}{PK}$ (3).	1.0
Vì tứ giác $APBQ$ nội tiếp nên tam giác PMB đồng dạng với tam giác AMQ (g-g) và tam giác QBM đồng dạng với tam giác APM (g-g). Do đó $\begin{cases}\dfrac{PB}{QA}=\dfrac{MP}{MA}\\ \dfrac{QB}{PA}=\dfrac{MB}{MP}\end{cases} \Rightarrow \dfrac{PB}{QA}\cdot\dfrac{QB}{PA}=1 \Rightarrow \dfrac{PB}{PA}=\dfrac{QA}{QB}$ (4). Từ (3) và (4), suy ra $\dfrac{QA}{QB}=\dfrac{PD}{PK}$.	1.0
c) (1,0 điểm)	
Trên đoạn AB xác định điểm H sao cho $\widehat{APH}=\widehat{KPI}$. Vì tứ giác $AIPK$ nội tiếp, nên $\widehat{KPI}=\widehat{BAC}$. Lại có A, P và $\widehat{BAC}$ không đổi nên H là điểm cố định.	0.5
$\triangle KPI$ đồng dạng với $\triangle APH$ (g – g) $\Rightarrow \dfrac{KI}{AH}=\dfrac{KP}{AP}$ (5).	0.25

	$\triangle PKD$ đồng dạng với $\triangle PAB$ (g – g) $\Rightarrow \dfrac{KP}{AP}=\dfrac{KD}{AB}$ (6). Từ (5) và (6) suy ra $\dfrac{KD}{AB}=\dfrac{KI}{AH} \Rightarrow \dfrac{KD}{KI}=\dfrac{AB}{AH}$ (7).	
	Ta có $\widehat{PGI}=\widehat{PBI}=\widehat{PCA}$ nên $GI\ //\ AC$ hay $IE\ //\ AC \Rightarrow \dfrac{CD}{CE}=\dfrac{KD}{KI}$ (8). Từ (7) và (8) suy ra $\dfrac{CD}{CE}=\dfrac{AB}{AH}$ mà $\dfrac{AB}{AH}$ không đổi nên $\dfrac{CD}{CE}$ không đổi.	0.25
4.2. (1,0 điểm) Cho tứ giác nội tiếp $ABCD$. Chứng minh $AB\cdot CD+AD\cdot BC=AC\cdot BD$.		
	 Gọi M là điểm trên đoạn BD sao cho $\widehat{DAM}=\widehat{CAB}$.	0.25
	Hai tam giác $\triangle DAM$ và $\triangle CAB$ đồng dạng (g-g) nên $\dfrac{DA}{CA}=\dfrac{DM}{CB} \Rightarrow DA\cdot CB=CA\cdot DM$. (1)	0.25
	Hai tam giác $\triangle BAM$ và $\triangle CAD$ đồng dạng (g-g) nên $\dfrac{BA}{CA}=\dfrac{BM}{CD} \Rightarrow BA\cdot CD=CA\cdot BM$. (2)	0.25
	Từ (1) và (2) suy ra $DA\cdot CB+BA\cdot CD=CA\cdot DM+CA\cdot BM \Leftrightarrow AB\cdot CD+AD\cdot BC=AC\cdot BD$.	0.25
Câu 5 (3,0 điểm)		
5.1. (2,0 điểm) Cho 3 số thực a,b,c thỏa mãn $1\le a\le 3;1\le b\le 3;1\le c\le 3$ và $a+b+c=6$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $F=a^2+b^2+c^2$.		
	Ta có $F=a^2+b^2+c^2=(a+b+c)^2-2(ab+bc+ca)=36-2(ab+bc+ca)$.	0.5
	Vì $1\le a\le 3;1\le b\le 3;1\le c\le 3$ nên ta có $(a-3)(b-3)(c-3)\le 0 \Leftrightarrow abc-3(ab+bc+ca)+9(a+b+c)-27\le 0$ $\Leftrightarrow abc\le 3(ab+bc+ca)-27$ (1).	0.5
	Và $(a-1)(b-1)(c-1)\ge 0 \Leftrightarrow abc-(ab+bc+ca)+(a+b+c)-1\ge 0$ $\Leftrightarrow abc\ge (ab+bc+ca)-5$ (2).	0.5
	Từ (1) và (2) suy ra $(ab+bc+ca)-5\le abc\le 3(ab+bc+ca)-27$ $\Rightarrow ab+bc+ca\ge 11 \Rightarrow F=36-2\left(ab+bc+ca\right)\le 14$. Đẳng thức xảy ra khi $a=1;b=2;c=3$ và các hoán vị. Vậy giá trị lớn nhất của F bằng 14.	0.5
5.2. (1,0 điểm) Cho đa giác lồi $A_1A_2\ldots A_{2024}$. Tại mỗi đỉnh A_k ($k=1,2,\ldots,2024$), người ta ghi một số thực a_k sao cho giá trị tuyệt đối của hiệu hai số trên hai đỉnh kề nhau bằng một số nguyên dương không lớn hơn 3. Tìm giá trị lớn nhất có thể được của giá trị tuyệt đối của hiệu giữa hai số ghi trên mỗi cặp đỉnh của đa giác đã cho, biết rằng các số ghi tại các đỉnh đã cho đôi một khác nhau.		
	Xét đa giác lồi $A_1A_2\ldots A_{2024}$. Khi đó $\left\|a_k-a_{k+1}\right\|\in\{1;2;3\}$, ($k=1,2,\ldots,2023$). Không mất tính tổng	0.25

	quát, coi a_1 là nhỏ nhất, a_n là lớn nhất (dễ thấy $n \geq 2$). Đặt $d = \max\limits_{i \neq j} \left\| a_i - a_j \right\|$ khi đó $d = a_n - a_1$ và là một số nguyên dương.	
	Giả sử theo chiều kim đồng hồ có $n-2$ đỉnh nằm giữa A_1, A_n. Suy ra theo chiều ngược với chiều quay của kim đồng hồ có $2024-n$ đỉnh nằm giữa A_1, A_n. Hơn nữa giá trị tuyệt đối của hiệu giữa hai số kề nhau không vượt quá 3. Do đó $d = \left\| a_1 - a_n \right\| \leq \left\| a_1 - a_2 \right\| + \left\| a_2 - a_3 \right\| + ... + \left\| a_{n-1} - a_n \right\| \leq 3\left(n-1\right)$. Tương tự ta có $d \leq 3\left(2024 - n + 1\right)$.	0.25
	Suy ra $d \leq \dfrac{3(n-1) + 3(2024-n+1)}{2} = 3036$. Nếu $d = 3036$ thì hiệu giữa hai số ghi trên hai đỉnh kề nhau đúng bằng 3 hay ta có $\left\| a_i - a_{i+1} \right\| = 3, \quad i = 1,2,...,2023 \Rightarrow \left\| a_i - a_{i+1} \right\| = \left\| a_{i+1} - a_{i+2} \right\| \Rightarrow \left[\begin{array}{l} a_i - a_{i+1} = a_{i+1} - a_{i+2} \\ a_i = a_{i+2} \end{array}\right. \left(i = 1,...,2022\right)$ $\Rightarrow a_i - a_{i+1} = a_{i+1} - a_{i+2} \Rightarrow a_1 - a_{2024} = a_1 - a_2 + a_2 - a_3 + ... + a_{2023} - a_{2024} = 2023\left(a_1 - a_2\right)$ $\Rightarrow \left\| a_1 - a_{2024} \right\| = \left\| 2023\left(a_1 - a_2\right) \right\|$ $\Rightarrow 3 = 2023 \times 3$. Điều này không xảy ra. Suy ra $d \leq 3035$.	0.25
	Ta xây dựng một trường hợp cho $d = 3035$ như sau: $a_1 = 0, a_2 = 2, a_k = a_{k-1} + 3 = 3k - 4$ với $k = 3,4,...,1013$; $a_{1014} = a_{1013} - 2 = 3033, a_k = a_{k-1} - 3 = 6075 - 3k$ với $k = 1015, 1016, \ldots, 2024$. Khi đó hiệu lớn nhất là $a_{1013} - a_1 = 3035$. Các số $a_2, a_3, \ldots, a_{1013}$ là các số nguyên dương tăng dần có dạng $3t-4$ chia cho 3 dư 2. Các số $a_{1014}, a_{1015}, \ldots, a_{2024}$ là các số nguyên dương giảm dần có dạng $6075 - 3h$ chia hết cho 3. Suy ra các số $a_1, a_2, \ldots, a_{2024}$ đôi một khác nhau. Vậy giá trị lớn nhất của giá trị tuyệt đối của hiệu giữa hai số ghi trên mỗi cặp đỉnh bằng 3035.	0.25

Chú ý: Nếu học sinh làm theo các đáp án khác thì giám khảo căn cứ vào các bước làm để cho điểm phù hợp.