

ĐỀ CHÍNH THỨC

Câu 1 (5 điểm)

a) Tính giá trị biểu thức: $A = \sqrt{4 + \sqrt{15}} + \sqrt{4 - \sqrt{15}} - 2\sqrt{3 - \sqrt{5}}$.

b) Rút gọn biểu thức: $B = \frac{x - 5 + 2\sqrt{x + 6\sqrt{x} + 9}}{x + 3\sqrt{x} + 2}$, ($x \geq 0$) và tìm x sao cho $B = \frac{2022}{2023}$.

Câu 2 (3 điểm)

Tìm tất cả các cặp số nguyên $(x; y)$ thỏa $\frac{x^2 + y^2}{x + y} = \frac{85}{13}$.

Câu 3 (3 điểm)

Giải phương trình: $9\left(\frac{x-2}{x+1}\right)^2 + \left(\frac{x+2}{x-1}\right)^2 - 10\left(\frac{x^2-4}{x^2-1}\right) = 0$.

Câu 4 (3 điểm)

Cho a, b, c là các số thực không âm. Chứng minh rằng:

$$a\sqrt{3a^2 + 6b^2} + b\sqrt{3b^2 + 6c^2} + c\sqrt{3c^2 + 6a^2} \geq (a + b + c)^2$$

Câu 5 (3 điểm)

Cho tam giác ABC biết $\widehat{ACB} = 45^\circ$, gọi O là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC và H là trực tâm của tam giác ABC . Đường thẳng qua O và vuông góc với CO cắt AC và BC lần lượt tại điểm K và điểm L . Chứng minh rằng: chu vi tam giác HKL bằng với đường kính của (O) .

Câu 6 (3 điểm)

Cho hai đường tròn (O_1) và (O_2) tiếp xúc ngoài nhau tại điểm T . Hai đường tròn này nằm trong đường tròn (O_3) và tiếp xúc với (O_3) lần lượt tại điểm $M (M \in (O_1))$ và điểm $N (N \in (O_2))$. Tiếp tuyến chung tại T của (O_1) và (O_2) cắt (O_3) tại điểm $P (P$ và O_3 nằm cùng phía của đường thẳng $MN)$. Đường thẳng PM cắt (O_1) tại $A (A \neq M)$, đường thẳng PN cắt (O_2) tại $D (D \neq N)$ và đường thẳng MN cắt (O_1) và (O_2) lần lượt tại $B (B \neq M)$ và $C (C \neq N)$. Gọi E là giao điểm của AB và CD .

a) Tứ giác $AEDP$ là hình gì? Giải thích.

b) Chứng minh rằng: $\widehat{EBC} = \widehat{EDA}$.