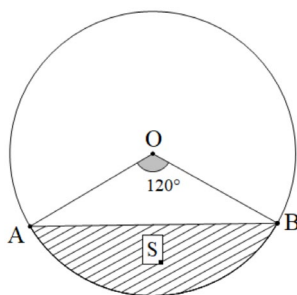


PHẦN I: TRẮC NGHIỆM (6,0 điểm)

Câu 1: Cho đường tròn tâm O bán kính R có dây cung $AB = 6$. Biết $\widehat{AOB} = 120^\circ$ (như hình vẽ).



Diện tích S của phần hình tròn giới hạn bởi cung nhỏ AB và dây cung AB bằng:

- A. $S = 3(3\pi - \sqrt{3})$ B. $S = 2(3\pi - \sqrt{3})$
C. $S = 4\pi - 3\sqrt{3}$ D. $S = 3(3\pi - \sqrt{2})$

Câu 2: Có tất cả bao nhiêu số nguyên m để hàm số $y = (7 - m)x + \sqrt{m + 2}$ đồng biến trên R.

- A. 11 B. 8 C. 9 D. 12

Câu 3: Cho hệ phương trình $\begin{cases} x + my = 3m \\ mx - y = m^2 - 2 \end{cases}$ (m là tham số). Có bao nhiêu giá trị nguyên của

m với $-2023 < m \leq 2023$ để hệ có nghiệm duy nhất $(x_0; y_0)$ thỏa mãn $x_0^2 - 2x_0 - y_0 > 0$?

- A. 2023 B. 4043 C. 2022 D. 4044

Câu 4: Tính tổng tất cả các giá trị của tham số m, biết rằng phương trình $x^2 - 3mx - 2m = 0$ có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn $\frac{x_1^2 + 3mx_2 + 6m}{m^2} + \frac{m^2}{x_2^2 + 3mx_1 + 6m} = 4$.

- A. -3 B. $-\frac{56}{23}$ C. $\frac{2}{17}$ D. $\frac{256}{153}$

Câu 5: Khi $x = 1 + \sqrt[3]{2}$ thì biểu thức $P = x^4 - 5x^3 + 9x^2 - 12x + 6$ có giá trị bằng $a + \sqrt[3]{b}$ với $a, b \in \mathbb{Z}$. Giá trị của biểu thức $2a - b$ là:

- A. 48 B. 6 C. 36 D. 0

Câu 6: Cho hai điểm B, C thuộc đường tròn (O) với $\widehat{BOC} = 100^\circ$. Các tiếp tuyến của đường tròn (O) tại B và C cắt nhau tại A. Số đo góc ABC bằng:

- A. 50° B. 45° C. 40° D. 55°

Câu 7: Cho biểu thức $f(x) = (2x^3 - 21x + 2022)^{2023}$. Tính giá trị của biểu thức $f(x)$ khi

$$x = \sqrt[3]{7 + \sqrt{\frac{49}{8}}} + \sqrt[3]{7 - \sqrt{\frac{49}{8}}}$$

- A. 2025^{2023} B. -1 C. 1 D. 2050^{2023}

Câu 8: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, gọi $M(x_0; y_0)$ là hình chiếu vuông góc của điểm O lên đường thẳng d: $y = mx - m - 2$ (với m là tham số). Khi độ dài đoạn thẳng OM đạt giá trị lớn nhất, tính $P = x_0 + 2y_0$.

- A. $P = -3$ B. $P = 1$ C. $P = 2$ D. $P = -2$

Câu 9: Biết hệ phương trình $\begin{cases} x + my = m + 1 \\ mx + y = 3m - 1 \end{cases}$ (m là tham số) vô nghiệm. Giá trị của m là

- A. $m = \pm 1$ B. $m = 0$ C. $m = -1$ D. $m = 1$

Câu 10: Cho tam giác ABC vuông tại A, $AC = 10\sqrt{3}$ cm. Gọi M là trung điểm của đoạn BC. Khi tam giác AMB là tam giác đều, tính chiều cao của tam giác ABC kẻ từ A.

- A. 10cm B. $6\sqrt{3}$ cm C. 9cm D. $5\sqrt{3}$ cm

Câu 11: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, gọi A, B là hai điểm thay đổi thuộc hai tia Ox, Oy tương ứng sao cho ba điểm A, B, và $M(2; 1)$ luôn thẳng hàng. Diện tích của tam giác OAB có giá trị nhỏ nhất là

- A. 6 B. 4 C. 8 D. 2

Câu 12: Biết rằng $A = \frac{59}{\sqrt{3} + \sqrt{5} + \sqrt{7}} = (a\sqrt{3} + b\sqrt{5} + c\sqrt{7})(d\sqrt{15} - 1)$, với a, b, c, d là các số nguyên. Tính giá trị biểu thức $a + b + c + d$.

- A. 2 B. 1 C. 3 D. 0

Câu 13: Cho tam giác ABC cân tại A với $AB = 9$, $BC = 12$ và M là trung điểm của đoạn BC. Gọi H là chân đường cao của tam giác AMB kẻ từ M; I, K lần lượt là trung điểm của đoạn MH, BH. Đường thẳng AI cắt MK tại E, giá trị của $AI \cdot AE$ bằng:

- A. 32 B. 34 C. 33 D. 35

Câu 14: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, gọi $M(x_0; y_0)$ là giao điểm của hai đường thẳng $y = 2x + 3$ và $y = -x + 1$. Giá trị của biểu thức $x_0 + 4y_0$ bằng

- A. -2 B. 6 C. -1 D. $\frac{7}{3}$

Câu 15: Cho đường tròn tâm O bán kính $R = 16$ cm có dây cung $AB = 20$ cm. Trên dây AB lấy điểm C sao cho $AC = 8$ cm. Gọi D là hình chiếu vuông góc của C lên đường kính AE của đường tròn (O). Tính độ dài đoạn thẳng AD.

- A. $\frac{9}{2}$ cm B. $\frac{11}{2}$ cm C. 6cm D. 5cm

Câu 16: Phương trình $x^2 - 4x + m - 1 = 0$ (m là tham số) có hai nghiệm phân biệt lớn hơn 0 khi và chỉ khi

- A. $m > 0$ B. $1 < m < 5$ C. $1 < m \leq 5$ D. $m < 5$

Câu 17: Cho hai đường tròn $(O; 6\text{cm})$ và $(O'; 8\text{cm})$ cắt nhau tại hai điểm phân biệt A, B và $\widehat{OAO'} = 90^\circ$. Đường thẳng d qua A cắt đường tròn tâm O và đường tròn tâm O' lần lượt tại C và D (C, D đều khác A). Giá trị lớn nhất của độ dài đoạn thẳng CD là

- A. 20cm B. 30cm C. 24cm D. 25cm

Câu 18: Cho đường tròn tâm O, bán kính R và hai dây cung AB, CD vuông góc với nhau tại I. Biết $IC = 4$, $ID = 12$, $IB = 6$. Tính R.

- A. $R = 8$ B. $R = \sqrt{66}$ C. $R = \sqrt{63}$ D. $R = \sqrt{65}$

Câu 19: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho đường thẳng d: $y = mx$ và parabol (P): $y = x^2$ (m là tham số). Tính tích tất cả các giá trị của m để d cắt (P) tại hai điểm phân biệt sao cho khoảng cách giữa hai điểm đó bằng $\sqrt{6}$

- A. -4 B. 2 C. -2 D. -6

Câu 20: Cho các số thực x, y, z thỏa mãn: $(3x - y)^2 + \sqrt{x + 1} + 8\sqrt{x - 5} + |z + x - y| = 4$. Giá trị của biểu thức $P = |x + y + z|$ bằng:

- A. $P = 30$ B. $P = 31$ C. $P = 15$ D. $P = 20$

II. TỰ LUẬN (14,0 điểm)

Câu I. (6,0 điểm)

1. a) Rút gọn biểu thức $P = \left(\frac{\sqrt{x}}{2\sqrt{x}-1} - \frac{2x-\sqrt{x}+1}{4x-1} \right) \cdot \left(x\sqrt{x} + \frac{1}{\sqrt{x}} + \frac{x}{2} + 2 \right)$ với $x > 0; x \neq \frac{1}{4}$.

b) Cho hai số thực x, y thỏa mãn $(x + \sqrt{x^2 + 1})(y + \sqrt{y^2 + 1}) = 2$. Tính $Q = x\sqrt{y^2 + 1} + y\sqrt{x^2 + 1}$.

2. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $x^2 - 2x + m + 2 = 0$ có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn $x_1^2 = x_2$.

3. Giải phương trình: $4(x - 2)\sqrt{x + \sqrt{x^2 - 1}} = 9(x^2 - 3x + 2)\sqrt{2x - 2}$

Câu II. (3,0 điểm)

1. Cho hai đa thức $A(x) = 8x^3 - 4x^2 + 3x + 1$ và $B(x) = 2x^3 - 4x^2 + 5x + 4$. Biết $A(m) = 2$ và $B(n) = 5$ với m, n là hai số thực. Chứng minh rằng $2m + n = 1$.

2. Cho các số nguyên dương x, y thỏa mãn $\frac{x^2 + 2x - 1}{xy + y + 2}$ là số nguyên. Chứng minh rằng x.y là số chính phương.

Câu III. (4,0 điểm)

Cho hai đường tròn (O; R) và (O'; R') (với $R > R'$) cắt nhau tại hai điểm phân biệt A và B. Đường thẳng d thay đổi qua A cắt hai đường tròn (O; R) và (O'; R') lần lượt tại các điểm M, N (M, N khác A) và A thuộc đoạn MN. Các tiếp tuyến với đường tròn (O; R) tại M và đường tròn (O; R') tại N cắt nhau tại K.

1. Chứng minh tứ giác MBNK là tứ giác nội tiếp.

2. Gọi P, Q, H tương ứng là hình chiếu vuông góc của điểm B lên các đường thẳng KM, KN và MN. Chứng minh rằng ba điểm P, H, Q thẳng hàng và đường thẳng PQ luôn tiếp xúc với một đường tròn cố định.

3. Chứng minh rằng $PH = QH$ khi các đường phân giác trong của góc MKN và MBN cắt nhau tại một điểm nằm trên đường thẳng MN.

Câu IV. (1,0 điểm) Cho ba số dương a, b, c thỏa mãn $a^2 + b^2 + c^2 = 1$. Chứng minh rằng

$$\frac{a}{b^2 + c^2} + \frac{b}{c^2 + a^2} + \frac{c}{a^2 + b^2} \geq \frac{3\sqrt{3}}{2}$$

-----HẾT-----

Họ và tên thí sinh: Số báo danh:

Giám thị số 1: Giám thị số 2: