

Khóa ngày: 01/3/2023

Môn: TOÁN

Thời gian: 150 phút (không kể thời gian giao đề)

(Đề thi có 01 trang, gồm 04 câu)

**ĐỀ CHÍNH THỨC**

**Câu I (5,0 điểm)**

1) Cho biểu thức  $A = \left( \frac{2a+1}{\sqrt{a^3}-1} - \frac{\sqrt{a}}{a+\sqrt{a}+1} \right) \left( \frac{1+\sqrt{a^3}}{1+\sqrt{a}} - \sqrt{a} \right)$ .

a) Tìm điều kiện của  $a$  để biểu thức  $A$  có nghĩa và rút gọn biểu thức  $A$ .

b) Tìm các giá trị của  $a$  để  $|A| = \frac{3}{4}$ .

2) Cho số thực  $x$  thỏa mãn  $x^3 + \frac{1}{x^3} = 18$ . Tính giá trị của biểu thức  $P = x^2 + \frac{1}{x^2}$ .

**Câu II (5,0 điểm)**

1) Cho đa thức  $f(x) = x^4 - 3x^3 + mx + n$ , với  $m, n$  là các số thực.

a) Phân tích đa thức  $P(x) = x^2 - 4x + 3$  thành nhân tử.

b) Tìm  $m$  và  $n$  biết rằng  $f(x)$  chia hết cho  $P(x)$ .

2) Trong mặt phẳng  $Oxy$ , cho hàm số  $y = 2mx + m + 2$  (với  $m$  là tham số thực) có đồ thị là đường thẳng  $d$  và hàm số  $y = -x^2$  có đồ thị là parabol ( $P$ ). Tìm tất cả các giá trị của tham số  $m$  để đường thẳng  $d$  cắt parabol ( $P$ ) tại hai điểm phân biệt có hoành độ  $x_1, x_2$  thỏa mãn  $x_1 < -1 < x_2$ .

3) Tìm tất cả các số nguyên  $x, y$  thỏa mãn  $x < y$  và  $\sqrt{x} + \sqrt{y} = \sqrt{2023}$ .

**Câu III (5,0 điểm)**

1) Giải phương trình  $3x^2 - x + \sqrt[3]{3x^2 - 2} = x^3 + 2$ .

2) Giải hệ phương trình 
$$\begin{cases} (1-2y)\sqrt{x+3} - y + 8 = 0 \\ y(y - \sqrt{x+3}) + x - 1 = 0 \end{cases}$$

**Câu IV (5,0 điểm)**

Cho tam giác  $ABC$  vuông tại  $A$ . Trên cạnh  $AC$ , lấy điểm  $N$  khác  $C$  sao cho  $NC < AN$ . Vẽ đường tròn ( $O$ ) có tâm  $O$  và đường kính  $NC$ , đường tròn ( $O$ ) cắt  $BC$  tại  $E$  (với  $E$  khác  $C$ ) và cắt đường thẳng  $BN$  tại  $D$  (với  $D$  khác  $N$ ).

1) Chứng minh tứ giác  $ABCD$  nội tiếp.

2) Chứng minh  $\widehat{ABN} = \widehat{AEN}$  và  $NE$  là tia phân giác của  $\widehat{AED}$ .

3) Giả sử  $EN$  cắt  $CD$  tại  $F$ . Chứng minh ba điểm  $A, B$  và  $F$  thẳng hàng.

----- HẾT -----