

**Câu 1. (4,0 điểm)**

a) Cho biểu thức  $A = \left[ \frac{\sqrt{x}(\sqrt{x}+2)^2}{x+2\sqrt{x}+4} - \frac{8\sqrt{x}+32}{x\sqrt{x}-8} + \frac{4}{\sqrt{x}-2} \right] : \frac{x+5\sqrt{x}+6}{x+4\sqrt{x}+3}$ , với  $x \geq 0$  và

$x \neq 4$ . Rút gọn biểu thức A và tìm x để  $A = x - 2\sqrt{x} + 3$ .

b) Tìm giá trị của tham số m để phương trình  $x^2 - 2x - m + 3 = 0$  có nghiệm  $x_1, x_2$  và tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức  $B = 2(x_1^2 + x_2^2) + x_1^2 x_2^2 + x_1 x_2$ .

**Câu 2. (4,0 điểm)**

a) Giải phương trình  $x^2 - 3x - 2 + 2\sqrt{3x+1} = 0$ .

b) Giải hệ phương trình 
$$\begin{cases} 3(x+y) = (x+2y)(2x+y) \\ \frac{1}{x+2y} + \frac{1}{(2x+y)^2} = 3 \end{cases}$$

**Câu 3. (3,0 điểm)**

Cho tam giác ABC nhọn ( $AB < AC$ ) có hai đường cao BE và CF, M là trung điểm của BC. Hạ MN vuông góc với EF tại N, hai đường thẳng MN và AB cắt nhau tại D.

a) Chứng minh N là trung điểm của EF và  $\widehat{DEF} = \widehat{MEC}$ .

b) Gọi K là giao điểm của hai đường thẳng AM và EF, L là giao điểm của hai đường thẳng AN và BC. Chứng minh KL vuông góc với BC.

**Câu 4. (4,0 điểm)**

Cho tam giác ABC nhọn ( $AB < AC$ ) nội tiếp trong đường tròn (O), đường phân giác trong AD (D thuộc BC) cắt đường tròn (O) tại E (E khác A). Hạ BH vuông góc với AE tại H, đường thẳng BH cắt đường tròn (O) tại F (F khác B). Đường thẳng EF cắt hai đường thẳng AC, BC lần lượt tại K, M; hai đường thẳng OE và HK cắt nhau tại L.

a) Chứng minh tứ giác AHKF nội tiếp trong đường tròn.

b) Chứng minh  $HB \cdot LE = HE \cdot LK$ .

c) Hai tiếp tuyến của đường tròn ngoại tiếp tam giác ADM tại A, M cắt nhau tại Q; tiếp tuyến của đường tròn (O) tại A cắt đường thẳng BC tại P. Chứng minh PQ song song với AD.

**Câu 5. (5,0 điểm)**

a) Tìm tất cả các cặp số nguyên tố  $(p; q)$  thỏa mãn:  $p^2 - 1$  chia hết cho  $q$  và  $q^2 - 4$  chia hết cho  $p$ .

b) Cho ba số thực không âm  $x, y, z$  thỏa mãn  $x + y + z = 1$ . Tìm giá trị lớn nhất của biểu

thức  $T = \frac{x^3 + x - 1}{x^2 + 1} + \frac{y^3 + y - 1}{y^2 + 1} + \frac{z^3 + z - 1}{z^2 + 1}$ .

----- HẾT -----