

Câu 1 (5,0 điểm).

1. Tính giá trị của các biểu thức sau:

a) $A = 44.82 - 20^2 + 18.44$

b) $C = \left(\frac{17}{28} + \frac{18}{29} - \frac{19}{30} - \frac{20}{31}\right) \cdot \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3} - \frac{1}{6}\right)$

c) $S = 3 + \frac{3}{2} + \frac{3}{2^2} + \dots + \frac{3}{2^{10}}$

d) $D = \frac{3^2}{1.4} + \frac{3^2}{4.7} + \frac{3^2}{7.10} + \frac{3^2}{10.13} + \frac{3^2}{13.16}$

2. So sánh hai số sau: $A = 3^{300}$ và $B = 5^{200}$.

3. Chứng minh rằng $Q = \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} + \frac{1}{4^2} + \dots + \frac{1}{(n-1)^2} + \frac{1}{n^2} < 1$, với $n \in \mathbb{N}, n \geq 2$.

Câu 2 (4,0 điểm).

1. Tìm x biết:

a) $72 : |x - 3| = 2^3$

b) $\frac{x-1}{12} + \frac{x-1}{20} + \frac{x-1}{30} + \frac{x-1}{42} + \frac{x-1}{56} + \frac{x-1}{72} = 224$

2. Tìm số tự nhiên có 4 chữ số, biết rằng khi chia số đó cho các số 30 ; 39 ; 42 thì được các số dư lần lượt là 11 ; 20 ; 23.

3. Tìm phân số tối giản biết giá trị của nó không thay đổi khi ta cộng tử số với 6 và cộng mẫu số với 8.

Câu 3 (4,0 điểm).

1. Cho biểu thức: $P = \frac{4n+1}{2n+3}$

a) Tìm số nguyên n để P nhận giá trị là số nguyên.

b) Tìm số nguyên n để P có giá trị nhỏ nhất.

2. Tìm số dư trong phép chia số $B = 8^{102} - 2^{102} + 2016^{2016}$ cho 5

Câu 4 (5,5 điểm).

Cho tam giác ABC có $BC = 6\text{ cm}$. Trên tia đối của tia BC lấy điểm D sao cho $BD = 3\text{ cm}$.

a) Tính độ dài CD .

b) Gọi M là trung điểm của CD . Tính độ dài BM .

c) Biết $\widehat{DAC} = 120^\circ$, Ax và Ay lần lượt là tia phân giác của \widehat{BAC} và \widehat{BAD} . Tính số đo \widehat{xAy} .

d) Trên nửa mặt phẳng bờ là đường thẳng AB không chứa điểm D , nếu vẽ thêm n tia gốc A phân biệt không trùng với các tia AB, AC, Ax thì có tất cả bao nhiêu góc đỉnh A được tạo thành? Vì sao?

Câu 5 (1,5 điểm).

Cho p là số nguyên tố lớn hơn 3. Chứng minh rằng biểu thức $C = (p-1)(p+1)$ chia hết cho 24.

-----Hết-----

Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.

Câu	Đáp án	Điểm
Câu 1 (5,0điểm)	1. (3,25 điểm)	
	a)	
	$A = 44.82 - 20^2 + 18.44$ $= 44(82+18) - 400$	0,25
	$= 44.100 - 400 = 4400 - 400 = 4000$	0,25
	b)	
	$C = \left(\frac{17}{28} + \frac{18}{29} - \frac{19}{30} - \frac{20}{31}\right) \cdot \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3} - \frac{1}{6}\right) = \left(\frac{17}{28} + \frac{18}{29} - \frac{19}{30} - \frac{20}{31}\right) \cdot \left(\frac{3}{6} - \frac{2}{6} - \frac{1}{6}\right)$ $= \left(\frac{17}{28} + \frac{18}{29} - \frac{19}{30} - \frac{20}{31}\right) \cdot 0 = 0$	0,5
	c) $S = 3 + \frac{3}{2} + \frac{3}{2^2} + \dots + \frac{3}{2^{10}} = 3 + \frac{1}{2} \left(3 + \frac{3}{2} + \frac{3}{2^2} + \dots + \frac{3}{2^9}\right)$	0,25
	Mà $3 + \frac{3}{2} + \frac{3}{2^2} + \dots + \frac{3}{2^9} = S - \frac{3}{2^{10}}$	0,25
	Suy ra $S = 3 + \frac{1}{2} \left(S - \frac{3}{2^{10}}\right)$ hay $2S = 6 + S - \frac{3}{2^{10}}$	0,5
	Suy ra $S = 6 - \frac{3}{2^{10}} = 6 - \frac{3}{1024} = \frac{6141}{1024}$	0,5
	d)	
	$\frac{3^2}{1.4} + \frac{3^2}{4.7} + \frac{3^2}{7.10} + \frac{3^2}{10.13} + \frac{3^2}{13.16} = 3 \cdot \left(\frac{3}{1.4} + \frac{3}{4.7} + \frac{3}{7.10} + \frac{3}{10.13} + \frac{3}{13.16}\right)$	0,25
	$= 3 \cdot \left(\frac{1}{1} - \frac{1}{4} + \frac{1}{4} - \frac{1}{7} + \frac{1}{7} - \frac{1}{10} + \frac{1}{10} - \frac{1}{13} + \frac{1}{13} - \frac{1}{16}\right)$	0,25
	$= 3 \cdot \left(\frac{1}{1} - \frac{1}{16}\right) = 3 \cdot \frac{15}{16} = \frac{45}{16}$	0,25
2. (0,75 điểm)		
$A = (3^3)^{100} = 27^{100}$	0,25	
$B = (5^2)^{100} = 25^{100}$	0,25	
$27^{100} > 25^{100}$ $\Rightarrow A > B$	0,25	
3. (1,0 điểm)		
$Q = \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} + \frac{1}{4^2} + \dots + \frac{1}{(n-1)^2} + \frac{1}{n^2}$ với $n \in N, n \geq 2$. Ta có:	0,25	
$Q = \frac{1}{2.2} + \frac{1}{3.3} + \frac{1}{4.4} + \dots + \frac{1}{(n-1).(n-1)} + \frac{1}{n.n}$		

	$\Rightarrow Q < \frac{1}{1.2} + \frac{1}{2.3} + \frac{1}{3.4} + \dots + \frac{1}{(n-2)(n-1)} + \frac{1}{(n-1).n}$	0,25
	$\Rightarrow Q < 1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{n-1} - \frac{1}{n} \Rightarrow Q < 1 - \frac{1}{n} \Rightarrow Q < 1$	0,5
2. (2,0 điểm)		
	a) $72: x-3 =2^3 \Rightarrow x-3 =72:8 \Rightarrow x-3 =9$	0,5
	$x-3=9$ hoặc $x-3=-9 \Rightarrow x=12$ hoặc $x=-6$	0,5
	b) $\frac{x-1}{12} + \frac{x-1}{20} + \frac{x-1}{30} + \frac{x-1}{42} + \frac{x-1}{56} + \frac{x-1}{72} = 224$	
	$\Leftrightarrow (x-1)\left(\frac{1}{3.4} + \frac{1}{4.5} + \frac{1}{5.6} + \frac{1}{6.7} + \frac{1}{7.8} + \frac{1}{8.9}\right) = 224$	0,25
	$\Leftrightarrow (x-1)\left(\frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \frac{1}{4} - \frac{1}{5} + \frac{1}{5} - \frac{1}{6} + \frac{1}{6} - \frac{1}{7} + \frac{1}{7} - \frac{1}{8} + \frac{1}{8} - \frac{1}{9}\right) = 224$	0,25
	$\Leftrightarrow (x-1)\left(\frac{1}{3} - \frac{1}{9}\right) = 224 \Leftrightarrow (x-1) \cdot \frac{2}{9} = 224$	0,25
	$\Leftrightarrow (x-1) = 1008 \Leftrightarrow x = 1009$. Vậy $x = 1009$	0,25
2. (1,0 điểm)		
	Gọi số tự nhiên phải tìm là x. Từ giả thiết suy ra $(x+19) : 30$ và $(x+19) : 39$ và $(x+19) : 42$	0,25
	$\Rightarrow x+19$ là bội chung của 30; 39 và 42.	0,25
	Ta có BCNN (30; 39; 42) = 2730 suy ra $(x+19) = k \cdot 2730$ ($k \in \mathbb{N}$).	0,25
	Vì x là số tự nhiên có 4 chữ số suy ra $x \leq 9999$ suy ra $(x+19) \leq 10018$ $\Rightarrow k \cdot 2730 \leq 10018 \Rightarrow k = 1, 2, 3$ $\Rightarrow x = 2711, 5441, 8171$. Vậy số cần tìm là 2711, 5441, 8171	0,25
3. Gọi phân số cần tìm là $\frac{a}{b}$. Theo đầu bài ta có: $\frac{a}{b} = \frac{a+6}{b+8}$.		
	$\Rightarrow a(b+8) = b(a+6) \Rightarrow ab + 8a = ab + 6b \Rightarrow 8a = 6b$	0,5
	$\Rightarrow \frac{a}{b} = \frac{6}{8} = \frac{3}{4}$. Vậy phân số đã cho là $\frac{3}{4}$.	0,25
Câu 3 (4,0 điểm)	1.a. (1,5 điểm)	
	Ta có $P = \frac{4n+1}{2n+3} = \frac{2(2n+3)-5}{2n+3} = 2 - \frac{5}{2n+3}$	0,5
	Để P có giá trị là một số nguyên thì $\frac{5}{2n+3}$ phải có giá trị là số nguyên hay $2n+3$ là ước của 5	0,25
	$\Rightarrow 2n+3 \in \{-5; -1; 1; 5\}$	0,25
	$\Rightarrow n \in \{-4; -2; -1; 1\}$. Vậy $n \in \{-4; -2; -1; 1\}$ thì P nhận giá trị nguyên.	0,5
b. (1,0 điểm)		
Vì $P = 2 - \frac{5}{2n+3}$, để P có giá trị nhỏ nhất thì $\frac{5}{2n+3}$ phải có giá trị lớn nhất.	0,25	

	$\Leftrightarrow 2n+3$ có giá trị nhỏ nhất mà $n \in \mathbb{Z} \Leftrightarrow 2n+3 \in \mathbb{Z}$ nên $2n+3$ là số nguyên dương nhỏ nhất	0,25
	$\Rightarrow 2n+3=1 \Leftrightarrow n=-1$	0,25
	Vậy với $n=-1$ thì P có giá trị nhỏ nhất và bằng -3	0,25
	2. Ta có: $8^{102} = (8^4)^{25} \cdot 8^2 = (\dots 6)^{25} \cdot 64 = (\dots 6) \cdot 64 = \dots 4$ (1)	0,5
	$2^{102} = (2^4)^{25} \cdot 2^2 = 16^{25} \cdot 4 = (\dots 6) \cdot 4 = \dots 4$ (2)	0,5
	Từ (1) và (2) ta có $8^{102} - 2^{102}$ có tận cùng là 0 nên chia hết cho 5.	0,25
	Số 2016 có chữ số hàng đơn vị là 6 nên 2016^{2016} có chữ số hàng đơn vị là 6. Vậy B chia cho 5 dư 1	0,25
	a) (1,0 điểm)	
		0,5
	Vì điểm D thuộc tia đối của tia BC nên điểm B nằm giữa hai điểm C và D, ta có: $CD = BC + BD = 6 + 3 = 9$ (cm)	0,5
	b) (1,5 điểm)	
	Vì M là trung điểm của đoạn CD nên $CM = MD = CD : 2 = 4,5$ (cm)	0,5
	$CM < CB$ nên điểm M nằm giữa hai điểm C và B	0,5
	Ta có: $BC = BM + CM \Rightarrow BM = BC - CM = 6 - 4,5 = 1,5$ (cm)	0,5
	c) (2,0 điểm)	
	Vì Ax là tia phân giác của góc BAC nên $\widehat{xAB} = \frac{1}{2} \widehat{BAC}$	0,25
	Vì Ay là tia phân giác của góc BAD nên $\widehat{yAB} = \frac{1}{2} \widehat{BAD}$	0,25
	Vì điểm B nằm giữa hai điểm C và D nên tia AB nằm giữa hai tia AC và AD $\Rightarrow \widehat{BAC} + \widehat{BAD} = \widehat{DAC} = 120^\circ$.	0,5
	Vì Ax là tia phân giác của góc BAC, Ay là tia phân giác của góc BAD nên tia AB nằm giữa hai tia Ax, Ay	0,5
	$\Rightarrow \widehat{xAy} = \widehat{xAB} + \widehat{BAy} = \frac{1}{2} \widehat{BAC} + \frac{1}{2} \widehat{BAD} = \frac{1}{2} (\widehat{BAC} + \widehat{BAD}) = \frac{1}{2} \widehat{DAC} = 60^\circ$	0,5
	d) (1,0 điểm)	
	Ta có $n+3$ tia gốc A phân biệt (kể cả các tia AB, AC, Ax)	0,25
	Mỗi tia trong $n+3$ tia hợp với $n+2$ tia còn lại một góc.	0,25
	Có $n+3$ tia như vậy nên có tất cả $(n+3)(n+2)$ góc.	0,25
	Tính như thế mỗi góc đã được tính hai lần nên có tất cả $(n+3)(n+2):2$ góc đỉnh A.	0,25
Câu 5 (1,5 điểm)	Vì p là số nguyên tố, $p > 3$ nên p là số lẻ và p không chia hết cho 3.	0,25
	p là số lẻ $\Rightarrow p-1; p+1$ là các số chẵn	0,25

	$\Rightarrow C = (p-1)(p+1)$ là tích hai số chẵn liên tiếp nên chia hết cho 8 (1)	0,25
	Mặt khác $p-1; p; p+1$ là 3 số tự nhiên liên tiếp nên có một số chia hết cho 3.	0,25
	Vì p không chia hết cho 3 $\Rightarrow \begin{cases} p-1:3 \\ p+1:3 \end{cases} \Rightarrow C = (p-1)(p+1):3$ (2)	0,25
	Vì $(3,8) = 1 \Rightarrow C:24$	0,25

Lưu ý khi chấm bài:

- Trên đây chỉ là sơ lược các bước giải, lời giải của học sinh cần lập luận chặt chẽ, hợp logic. Nếu học sinh trình bày cách làm khác mà đúng thì cho điểm các phần theo thang điểm tương ứng.
- Với bài 4, nếu học sinh vẽ hình sai hoặc không vẽ hình thì không chấm.