

Đề thi gồm 05 câu, trong 01 trang

**Câu 1:** (5.0 điểm)

1. Thực hiện phép tính

$$A = 53.39 + 47.39 - 53.21 - 47.21$$

$$B = 113113.114 - 114114.113 + \frac{113113}{114114}$$

2. Cho các biểu thức:

$$C = \frac{1}{1.2} + \frac{1}{2.3} + \frac{1}{3.4} + \frac{1}{4.5} + \dots + \frac{1}{99.100}; \quad D = \frac{1^2}{1.2} \cdot \frac{2^2}{2.3} \cdot \frac{3^2}{3.4} \cdot \frac{4^2}{4.5} \dots \frac{99^2}{99.100}$$

Tính  $C$  và  $D$ . So sánh  $(C - 1)^2$  với  $D^2$ .

**Câu 2:** (4.0 điểm)

1. Tìm các số tự nhiên  $x$  biết:  $\frac{1}{5} < \frac{x}{30} < \frac{1}{4}$ .

2. Cho phân số  $\frac{12}{17}$ . Biết rằng nếu cộng cả tử và mẫu của phân số đã cho với cùng một số tự nhiên  $n$  thì ta được phân số mới có giá trị bằng  $\frac{4}{5}$ . Tìm số tự nhiên  $n$ .

3. Tìm các số nguyên  $x, y$  thỏa mãn điều kiện:  $\frac{2}{2x+1} = \frac{y}{4}$ .

**Câu 3:** (4.0 điểm)

1. Cho  $E = 5 + 5^2 + 5^3 + 5^4 + \dots + 5^{100}$ . Tìm số dư khi chia  $E$  cho 6.

2. Chứng tỏ rằng với mọi số tự nhiên  $n$  thì  $n(n+2)(n+7) \div 3$ .

3. Tìm số nguyên tố nhỏ hơn 200, biết rằng khi chia số đó cho 60 thì số dư là hợp số.

**Câu 4:** (5.5 điểm)

1. Cho đoạn thẳng  $MN = 10 \text{ cm}$ . Lấy điểm  $P$  trên đoạn thẳng  $MN$  sao cho  $MP = 2 \text{ cm}$ .

a) Tính độ dài đoạn thẳng  $PN$ .

b) Lấy điểm  $Q$  bất kỳ trên đoạn thẳng  $PN$  ( $Q$  không trùng với  $P$  và  $N$ ). Gọi  $A$  và  $B$  lần lượt là trung điểm của các đoạn thẳng  $PQ$  và  $QN$ . Tính độ dài đoạn thẳng  $AB$ .

2. Cho  $\widehat{xOy} = 60^\circ$ . Vẽ  $\widehat{yOz}$  kề bù với  $\widehat{xOy}$ . Gọi  $Om$  là tia phân giác của  $\widehat{yOz}$ . Chứng tỏ rằng tia  $Oy$  là tia phân giác của  $\widehat{xOm}$ .

**Câu 5:** (1.5 điểm)

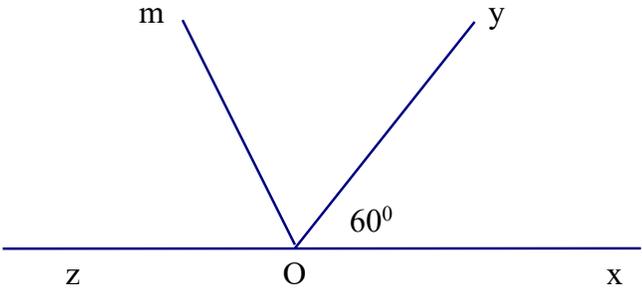
1. Cho  $a, b, c$  là các số tự nhiên khác 0. Chứng tỏ rằng phân số  $\frac{a(a+1)}{bc(b+c)}$  chưa tối giản.

2. Tìm ba số tự nhiên khác nhau có tổng các nghịch đảo của chúng bằng 1.

..... Hết .....

Câu	Nội dung	Điểm
<b>Câu 1 (5.0 điểm)</b>	<b>1. (2.25 điểm)</b>	
	$A = 39.(53 + 47) - 21(53 + 47) = 39.100 - 21.100$	<b>0.5</b>
	$= 39.100 - 21.100 = 100(39 - 21) = 1800$	<b>0.75</b>
	$B = 113.114.1001 - 113.114.1001 + \frac{113.1001}{114.1001} = \frac{113}{114}$	<b>1.0</b>
	<b>2. ( 2.75 điểm)</b>	
	$C = 1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{99} - \frac{1}{100} = 1 - \frac{1}{100} = \frac{99}{100}$	<b>1.0</b>
$D = \frac{1^2}{1.2} \cdot \frac{2^2}{2.3} \cdot \frac{3^2}{3.4} \cdot \frac{4^2}{4.5} \dots \frac{99^2}{99.100} = \frac{(1.2.3\dots 99)(1.2.3\dots 99)}{(1.2.3\dots 99)(1.2.3\dots 99.100)} = \frac{1}{100}$	<b>1.0</b>	
Ta có $(C - 1)^2 = \left(1 - \frac{1}{100} - 1\right)^2 = \left(-\frac{1}{100}\right)^2 = \left(\frac{1}{100}\right)^2 = D^2$	<b>0.75</b>	
<b>Câu 2 (4.0 điểm)</b>	<b>1. (1.25 điểm)</b>	
	Từ $\frac{1}{5} < \frac{x}{30} < \frac{1}{4} \Rightarrow \frac{12}{60} < \frac{2x}{60} < \frac{15}{60} \Rightarrow 12 < 2x < 15$	<b>0.75</b>
	Suy ra $2x = 14 \Rightarrow x = 7$ . Vậy $x = 7$ .	<b>0.5</b>
	<b>2. (1.25 điểm)</b>	
	Theo đề bài ta có $\frac{12+n}{17+n} = \frac{4}{5} \Rightarrow 5(12+n) = 4(17+n) \Rightarrow 60+5n = 68+4n$	<b>0.75</b>
	$\Rightarrow 5n - 4n = 68 - 60 \Rightarrow n = 8$	<b>0.5</b>
	<b>3. (1.5 điểm)</b>	
$\frac{2}{2x+1} = \frac{y}{4} \Rightarrow y(2x+1) = 8$	<b>0.25</b>	
Do $2x+1$ là số lẻ nên $2x+1 \in \{-1;1\}$	<b>0.5</b>	

	TH1: Nếu $2x + 1 = -1; y = -8 \Rightarrow x = -1; y = -8$	0.25
	TH2: Nếu $2x + 1 = 1; y = 8 \Rightarrow x = 0; y = 8$	0.25
	Vậy $(x; y) \in \{(-1; -8); (0; 8)\}$	0.25
<b>Câu 3</b> <b>(4.0 điểm)</b>	<b>1. (2.0 điểm)</b>	
	$E = 5.(1 + 5) + 5^3(1 + 5) + 5^5(1 + 5) + \dots + 5^{99}(1 + 5).$	0.5
	$E = 6.5 + 6.5^2 + 6.5^4 + \dots + 6.5^{99}.$	0.5
	$E = 6.5 + 6.5^2 + 6.5^4 + \dots + 6.5^{99} : 6$	0.75
	Do đó E chia hết cho 6.	0.25
	<b>2. (1.0 điểm)</b>	
	Xét các trường hợp $n = 3k; n = 3k + 1; n = 3k + 2; k \in N$ Nếu $n = 3k \Rightarrow n : 3 \Rightarrow n(n + 2)(n + 7) : 3$	0.25
	Nếu $n = 3k + 1 \Rightarrow n + 2 = 3k + 3 : 3 \Rightarrow n(n + 2)(n + 7) : 3$	0.25
	Nếu $n = 3k + 2 \Rightarrow n + 7 = 3k + 9 : 3 \Rightarrow n(n + 2)(n + 7) : 3$	0.25
	Vậy mọi số tự nhiên $n$ thì $n(n + 2)(n + 7) : 3.$	0.25
	<b>3. (1.0 điểm)</b>	
	Gọi $p$ là số nguyên tố cần tìm. Ta có $p = 60k + r = 2^2.3.5.k + r; k, r \in N; 0 < r < 60$ và $r$ là hợp số.	0.25
	Do $p$ là số nguyên tố nên $r$ không chia hết cho 2, 3, 5.	0.25
Chọn các hợp số nhỏ hơn 60, loại đi các số chia hết cho 2,3,5 ta được $r = 49$	0.25	
Suy ra $p = 60k + 49$ . Do $p < 200$ nên $p = 109$ hoặc $p = 169$ $p = 169 = 13^2$ ( loại). Vậy $p = 109$ .	0.25	
<b>Câu 4</b> <b>(5.5 điểm)</b>		0.25
<b>1. a. ( 1.0 điểm)</b>		
Vì P thuộc đoạn thẳng MN nên P nằm giữa M và N Suy ra $MP + PN = MN$	0.5	
Hay $2 + PN = 10 \Rightarrow PN = 8$ cm.	0.5	

	<b>1. b. ( 2.0 điểm)</b>	
	Do A là trung điểm của PQ nên $AQ = \frac{1}{2}PQ$ (1)	0.25
	Do B là trung điểm của NQ nên $BQ = \frac{1}{2}QN$ (2)	0.25
	Ta có $PA < PQ < PB$ và các điểm A, Q, B nằm cùng phía đối với điểm P nên Q nằm giữa A và B.	0.25
	Suy ra $AQ + QB = AB$ , kết hợp với (1) và (2) ta có	0.5
	$AB = AQ + QB = \frac{1}{2}PQ + \frac{1}{2}QN = \frac{1}{2}(PQ + QN) = \frac{1}{2}PN = \frac{1}{2}.8 = 4 \text{ cm.}$	0.75
		0.25
	<b>2. ( 2.0 điểm)</b>	
	Do $\widehat{xOy}$ và $\widehat{yOz}$ là hai góc kề bù nên $\widehat{xOy} + \widehat{yOz} = 180^\circ \Rightarrow \widehat{yOz} = 180^\circ - \widehat{xOy} = 180^\circ - 60^\circ = 120^\circ$	0.5
	Vì Om là tia phân giác của $\widehat{yOz}$ nên $\widehat{mOz} = \widehat{mOy} = \frac{1}{2}\widehat{yOz} = \frac{1}{2}.120^\circ = 60^\circ$	0.5
	Tính được $\widehat{xOm} = 180^\circ - \widehat{mOz} = 180^\circ - 60^\circ = 120^\circ \Rightarrow \widehat{xOy} < \widehat{xOm}$ Suy ra tia Oy nằm giữa hai tia Ox và Om (3)	0.5
	Mà $\widehat{xOy} = \widehat{yOm} = 60^\circ$ (4)	0.25
	Từ (3), (4) suy ra tia Oy là tia phân giác của $\widehat{xOm}$ .	0.25
<b>Câu 5 (1.5 điểm)</b>	<b>1. ( 0.75 điểm)</b>	
	Vì a và a + 1 là hai số tự nhiên liên tiếp nên có một số chia hết cho 2 $\Rightarrow a(a + 1) : 2$ (1)	0.25
	Mặt khác:	0.25

<p>Trong hai số <math>b, c</math> nếu có một số chẵn thì <math>bc(b+c):2</math></p> <p>Hai số <math>b, c</math> cùng lẻ thì <math>bc(b+c):2</math></p> <p>Do vậy <math>bc(b+c):2</math> với mọi số tự nhiên <math>b, c</math> khác 0. (2)</p>	
<p>Từ (1) và (2) suy ra phân số <math>\frac{a(a+1)}{bc(b+c)}</math> chưa tối giản.</p>	<b>0.25</b>
<b>2. ( 0.75 điểm)</b>	
<p>Gọi <math>a, b, c</math> là ba số tự nhiên cần tìm. Giả sử <math>1 \leq a &lt; b &lt; c</math></p> $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = 1 \quad (1).$ <p>Vì <math>\frac{1}{a} &gt; \frac{1}{b} &gt; \frac{1}{c}</math> nên <math>\frac{1}{a} &gt; \frac{1}{3} \Rightarrow a &lt; 3</math>. Mà <math>\frac{1}{a} &lt; 1 \Rightarrow a &gt; 1</math></p> <p>Vậy <math>a = 2</math>. Thay vào (1) ta được <math>\frac{1}{b} + \frac{1}{c} = \frac{1}{2}</math> (2)</p>	<b>0.25</b>
<p>Lại tìm khoảng giá trị của <math>b</math> ta được <math>2 &lt; b &lt; 4</math>. Suy ra <math>b = 3</math>. Thay vào (2) ta có <math>c = 6</math>. Vậy <math>\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{6} = 1</math></p>	<b>0.5</b>

**Lưu ý:**

- Học sinh làm bài các cách khác nhau mà đúng thì vẫn cho điểm tối đa.
- Câu 4, nếu không có hình vẽ hoặc hình vẽ sai thì không chấm toàn câu.
- Tổng điểm của bài thi không làm tròn.