

**I. TRẮC NGHIỆM (6,0 điểm). Chọn đáp án đúng nhất**

**Câu 1.** Cho hai số thực  $x; y$  thỏa mãn  $x^2 + y^2 - 2x - 4y + 6 = 1 - (x - y + 1)^2$ . Giá trị của biểu thức  $A = 2022x + 2023y$  bằng

- A. 4045.                      B. 1                      C. -1.                      D. 6068.

**Câu 2.** Cho  $3x - y = 3z; 2x + y = 7z$ . Giá trị biểu thức  $B = \frac{x^2 - 2xy}{x^2 + y^2} (x \neq 0; y \neq 0)$  là:

- A. -2.                      B.  $-\frac{5}{3}$ .                      C.  $\frac{3}{2}$ .                      D.  $-\frac{8}{13}$ .

**Câu 3.** Cho phương trình  $\frac{mx+5}{10} + \frac{x+m}{4} = \frac{m}{20}$ . Điều kiện của  $m$  để phương trình có nghiệm duy nhất là

- A.  $m \neq -2,5$ .                      B.  $m \neq 2,5$ .                      C.  $m = -2,5$ .                      D. mọi  $m \in \mathbb{R}$ .

**Câu 4.** Cho tam giác  $ABC$  vuông tại  $A$ , đường cao  $AH = 4(\text{cm})$ ,  $BC = 10(\text{cm})$ . Gọi  $D$  và  $E$  lần lượt là hình chiếu của  $H$  trên  $AB, AC$ . Diện tích tứ giác  $ADHE$  là

- A.  $1,6(\text{cm}^2)$                       B.  $6,4(\text{cm}^2)$                       C.  $20(\text{cm}^2)$                       D.  $3,2(\text{cm}^2)$

**Câu 5.** Cho  $C = \frac{a+3}{2a+1}$ .  $S$  là tập hợp các giá trị nguyên của  $a$  để  $C$  nhận giá trị nguyên. Khi đó

- A.  $S = \{-3; 0; 1; 2\}$                       B.  $S = \{-3; -2; -1; 0\}$                       C.  $S = \{-3; -1; 2\}$                       D.  $S = \{-3; -1; 0; 2\}$

**Câu 6.** Cho các số thực  $x, y, z$  thỏa mãn  $xy^2z = 7$ . Giá trị của biểu thức

$$D = \frac{x}{xz+x+7} + \frac{7y^2}{xy^2+7y^2+7} + \frac{z}{y^2z+z+1}$$
 là:

- A. 7.                      B. 1.                      C. 2.                      D. 5.

**Câu 7.** Cho tam giác  $ABC$  có  $BC = 8(\text{cm})$ . Gọi  $D, E, M, N$  theo thứ tự lần lượt là trung điểm của  $AC, AB, BE, CD$ . Độ dài đoạn thẳng  $MN$  là

- A. 4 cm.                      B. 12 cm.                      C. 6 cm.                      D. 2 cm.

**Câu 8.** Cho hình bình hành  $ABCD$  có  $AB = 12 \text{ cm}$ ,  $AD = 8 \text{ cm}$  và  $\widehat{ADC} = 45^\circ$ . Diện tích hình bình hành  $ABCD$  bằng:

- A.  $64 \text{ cm}^2$                       B.  $48 \text{ cm}^2$                       C.  $48\sqrt{2} \text{ cm}^2$                       D.  $24\sqrt{2} \text{ cm}^2$

**Câu 9.** Giá trị nhỏ nhất của biểu thức  $E = x^4 + 2x^2 + 2023$  là:

- A. 2021                      B. 2020                      C. 2022                      D. 2023

**Câu 10.** Rút gọn biểu thức  $F = 3(2^2 + 1)(2^4 + 1)(2^8 + 1)(2^{16} + 1)(2^{32} + 1) + 1$  ta được:

- A.  $2^{64}$                       B.  $2^{64} - 1$ .                      C.  $2^{64} + 1$ .                      D.  $1 - 2^{64}$ .

**Câu 11.** Phương trình  $\frac{x+1}{2019} + \frac{x-1}{2021} = \frac{x}{1010}$  có nghiệm duy nhất là

- A. 2019.                      B. 2020.                      C. -2020.                      D. 2021.

**Câu 12.** Số nghiệm của phương trình  $3x^3(x^2+1)\left(1-\frac{4}{x^2}\right)=0$  là

A. 2.

B. 3.

C. 4.

D. 1.

**Câu 13.** Cho  $\frac{x}{a}=\frac{y}{b}=\frac{z}{c}\neq 0$ , rút gọn biểu thức  $M=\frac{x^2-y^2+z^2}{(ax-by+cz)^2}$  (với mẫu khác 0) ta được

A.  $M=\frac{1}{a-b+c}$ .      B.  $M=\frac{1}{a^2-b^2+c^2}$ .      C.  $M=\frac{1}{a^2+b^2-c^2}$ .      D.  $M=\frac{1}{2ax-2by-2cz}$ .

**Câu 14.** Cho  $a, b, c$  là các số thực sao cho  $\frac{1}{(x^2+1)(x-1)}=\frac{ax+b}{x^2+1}+\frac{c}{x-1}$ . Khi đó  $a+b+c$  bằng :

A.  $-\frac{3}{2}$

B.  $\frac{1}{2}$

C.  $-\frac{1}{2}$

D.  $\frac{3}{2}$

**Câu 15.** Cho tam giác  $ABC$  vuông tại  $A$  có  $AB=3, AC=4$  và phân giác  $AD$ . Giá trị  $DC-DB$  bằng:

A.  $\frac{1}{7}$

B.  $\frac{3}{7}$

C.  $\frac{4}{7}$

D.  $\frac{5}{7}$

**Câu 16.** Tam giác  $ABC$  vuông tại  $A$  có  $AC=8$  cm,  $BC=10$  cm. Tia phân giác của góc  $BAC$  cắt cạnh  $BC$  tại  $D$ . Tỉ số diện tích của tam giác  $ABD$  và tam giác  $ACD$  là:

A.  $\frac{4}{5}$

B.  $\frac{3}{4}$

C.  $\frac{3}{5}$

D.  $\frac{1}{4}$

**Câu 17.** Rút gọn biểu thức  $P=\frac{x^2-6x+9}{x^2-9}+\frac{6}{x+3}$  (với  $x\neq\pm 3$ ) ta được kết quả là

A.  $P=x$

B.  $P=-1$

C.  $P=1$ .

D.  $P=-x$ .

**Câu 18.** Đa thức  $G(x)=x^7+x^3+ax^2+x+b$  chia hết cho đa thức  $H(x)=x^2+x+1$  khi và chỉ khi

A.  $a=-2; b=1$ .

B.  $a=1; b=2$ .

C.  $a=2; b=1$ .

D.  $a=2; b=-1$ .

**Câu 19.** Biết đa thức  $P(x)$  chia cho  $x-1$  thì dư 1,  $P(x)$  chia cho  $x^3+1$  thì dư  $x^2+x+1$ . Đa thức dư của phép chia  $P(x)$  cho  $(x-1)(x^3+1)$  là:

A.  $-x^3-x^2-x$ .

B.  $x^3+x^2+x$ .

C.  $x^3-x^2-x$ .

D.  $-x^3+x^2+x$ .

**Câu 20.** Cho hình thoi  $ABCD$  có  $AB=20$ cm,  $AC=24$ cm. Diện tích hình thoi  $ABCD$  bằng

A.  $768$ cm<sup>2</sup>

B.  $192$ cm<sup>2</sup>

C.  $384$ cm<sup>2</sup>

D.  $480$ cm<sup>2</sup>

## B. TỰ LUẬN (14 điểm)

### Bài 1. (5.0 điểm)

1. Phân tích đa thức sau thành nhân tử :  $B=(3x^2-7x)^2+5(3x^2-7x)+4$ .

2. Cho biểu thức  $A=\left(\frac{a+1}{a-1}-\frac{a-1}{a+1}-\frac{2024a}{a^2-1}\right):\left(\frac{a^2+2a+12}{a^2-1}-\frac{3}{a-1}\right)$  (với  $a\neq-1; a\neq 1$ ).

a) Rút gọn biểu thức  $A$ .

b) Tìm giá trị nhỏ nhất của  $A$ .

### Bài 2. (4.0 điểm)

1. Giải phương trình :  $\left(\frac{x+3}{x-2}\right)^2+6\left(\frac{x-3}{x+2}\right)^2=\frac{7(x^2-9)}{x^2-4}$

2. Tìm các hằng số  $a, b$  để  $ax^4+bx^3+1$  chia hết cho  $(x-1)^2$ .

3. Tìm các số nguyên  $x, y, z$  thỏa mãn  $x^2+y^2+z^2\leq xy+3y+2z-4$

**Bài 3.** (4.0 điểm)

Cho hình vuông ABCD có 2 đường chéo AC và BD cắt nhau tại O. Trên cạnh BC lấy N ( $0 < NC < NB$ ), đường thẳng vuông góc với ON tại O cắt AB tại M. Gọi E là giao điểm của AN với DC, gọi K là giao điểm của ON với BE.

1. Chứng minh  $\triangle MON$  vuông cân.

2. Chứng minh  $MN \parallel BE$ .

3. Gọi H là giao điểm của KC và BD. Chứng minh:  $\frac{OB \cdot NC}{OH \cdot NB} + \frac{CH}{KH} = 1$ .

**Bài 4.** (1.0 điểm)

Cho các số  $a, b$  thỏa mãn  $4(1+a)(1-b) \geq 9$ .

Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức  $P = a^2 + 2b^2 + b$ .

-----**Hết**-----

*Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.*

Họ và tên thí sinh: .....Số báo danh:.....

Giám thị 1 (Họ tên và ký).....

Giám thị 2 (Họ tên và ký).....

**I. TRẮC NGHIỆM (6,0 điểm). Chọn đáp án đúng nhất**

**Câu 1.** Cho hai số thực  $x; y$  thỏa mãn  $x^2 + y^2 - 2x - 4y + 6 = 1 - (x - y + 1)^2$ . Giá trị của biểu thức  $A = 2022x + 2023y$  bằng

- A. 4045.                      B. 1                      C. -1.                      D. 6068.

**Câu 2.** Cho  $3x - y = 3z; 2x + y = 7z$ . Giá trị biểu thức  $B = \frac{x^2 - 2xy}{x^2 + y^2}$  ( $x \neq 0; y \neq 0$ ) là:

- A. -2.                      B.  $-\frac{5}{3}$ .                      C.  $\frac{3}{2}$ .                      D.  $-\frac{8}{13}$ .

**Câu 3.** Cho phương trình  $\frac{mx+5}{10} + \frac{x+m}{4} = \frac{m}{20}$ . Điều kiện của  $m$  để phương trình có nghiệm duy nhất là

- A.  $m \neq -2,5$ .                      B.  $m \neq 2,5$ .                      C.  $m = -2,5$ .                      D. mọi  $m \in \mathbb{R}$ .

**Câu 4.** Cho tam giác  $ABC$  vuông tại  $A$ , đường cao  $AH = 4(\text{cm})$ ,  $BC = 10(\text{cm})$ . Gọi  $D$  và  $E$  lần lượt là hình chiếu của  $H$  trên  $AB, AC$ . Diện tích tứ giác  $ADHE$  là

- A.  $1,6(\text{cm}^2)$                       B.  $6,4(\text{cm}^2)$                       C.  $20(\text{cm}^2)$                       D.  $3,2(\text{cm}^2)$

**Câu 5.** Cho  $C = \frac{a+3}{2a+1}$ .  $S$  là tập hợp các giá trị nguyên của  $a$  để  $C$  nhận giá trị nguyên. Khi đó

- A.  $S = \{-3; 0; 1; 2\}$                       B.  $S = \{-3; -2; -1; 0\}$                       C.  $S = \{-3; -1; 2\}$                       D.  $S = \{-3; -1; 0; 2\}$

**Câu 6.** Cho các số thực  $x, y, z$  thỏa mãn  $xy^2z = 7$ . Giá trị của biểu thức

$$D = \frac{x}{xz+x+7} + \frac{7y^2}{xy^2+7y^2+7} + \frac{z}{y^2z+z+1}$$
 là:

- A. 7.                      B. 1.                      C. 2.                      D. 5.

**Câu 7.** Cho tam giác  $ABC$  có  $BC = 8(\text{cm})$ . Gọi  $D, E, M, N$  theo thứ tự lần lượt là trung điểm của  $AC, AB, BE, CD$ . Độ dài đoạn thẳng  $MN$  là

- A. 4 cm.                      B. 12 cm.                      C. 6 cm.                      D. 2 cm.

**Câu 8.** Cho hình bình hành  $ABCD$  có  $AB = 12 \text{ cm}$ ,  $AD = 8 \text{ cm}$  và  $\widehat{ADC} = 45^\circ$ . Diện tích hình bình hành  $ABCD$  bằng:

- A.  $64 \text{ cm}^2$                       B.  $48 \text{ cm}^2$                       C.  $48\sqrt{2} \text{ cm}^2$                       D.  $24\sqrt{2} \text{ cm}^2$

**Câu 9.** Giá trị nhỏ nhất của biểu thức  $E = x^4 + 2x^2 + 2023$  là:

- A. 2021                      B. 2020                      C. 2022                      D. 2023

**Câu 10.** Rút gọn biểu thức  $F = 3(2^2 + 1)(2^4 + 1)(2^8 + 1)(2^{16} + 1)(2^{32} + 1) + 1$  ta được:

- A.  $2^{64}$                       B.  $2^{64} - 1$ .                      C.  $2^{64} + 1$ .                      D.  $1 - 2^{64}$ .

**Câu 11.** Phương trình  $\frac{x+1}{2019} + \frac{x-1}{2021} = \frac{x}{1010}$  có nghiệm duy nhất là

- A. 2019.                      B. 2020.                      C. -2020.                      D. 2021.

**Câu 12.** Số nghiệm của phương trình  $3x^3(x^2 + 1)\left(1 - \frac{4}{x^2}\right) = 0$  là

**A.** 2.

**B.** 3.

**C.** 4.

**D.** 1.

**Câu 13.** Cho  $\frac{x}{a} = \frac{y}{b} = \frac{z}{c} \neq 0$ , rút gọn biểu thức  $M = \frac{x^2 - y^2 + z^2}{(ax - by + cz)^2}$  (với mẫu khác 0) ta được

**A.**  $M = \frac{1}{a - b + c}$  .      **B.**  $M = \frac{1}{a^2 - b^2 + c^2}$  .      **C.**  $M = \frac{1}{a^2 + b^2 - c^2}$  .      **D.**  $M = \frac{1}{2ax - 2by - 2cz}$  .

**Câu 14.** Cho  $a, b, c$  là các số thực sao cho  $\frac{1}{(x^2 + 1)(x - 1)} = \frac{ax + b}{x^2 + 1} + \frac{c}{x - 1}$ . Khi đó  $a + b + c$  bằng :

**A.**  $-\frac{3}{2}$       **B.**  $\frac{1}{2}$       **C.**  $-\frac{1}{2}$       **D.**  $\frac{3}{2}$

**Câu 15.** Cho tam giác  $ABC$  vuông tại  $A$  có  $AB = 3$ ,  $AC = 4$  và phân giác  $AD$ . Giá trị  $DC - DB$  bằng:

**A.**  $\frac{1}{7}$       **B.**  $\frac{3}{7}$       **C.**  $\frac{4}{7}$       **D.**  $\frac{5}{7}$

**Câu 16.** Tam giác  $ABC$  vuông tại  $A$  có  $AC = 8$  cm,  $BC = 10$  cm. Tia phân giác của góc  $BAC$  cắt cạnh  $BC$  tại  $D$ . Tỉ số diện tích của tam giác  $ABD$  và tam giác  $ACD$  là:

**A.**  $\frac{4}{5}$       **B.**  $\frac{3}{4}$       **C.**  $\frac{3}{5}$       **D.**  $\frac{1}{4}$

**Câu 17.** Rút gọn biểu thức  $P = \frac{x^2 - 6x + 9}{x^2 - 9} + \frac{6}{x + 3}$  (với  $x \neq \pm 3$ ) ta được kết quả là

**A.**  $P = x$       **B.**  $P = -1$       **C.**  $P = 1$ .      **D.**  $P = -x$ .

**Câu 18.** Đa thức  $G(x) = x^7 + x^3 + ax^2 + x + b$  chia hết cho đa thức  $H(x) = x^2 + x + 1$  khi và chỉ khi

**A.**  $a = -2; b = 1$ .      **B.**  $a = 1; b = 2$ .      **C.**  $a = 2; b = 1$ .      **D.**  $a = 2; b = -1$ .

**Câu 19.** Biết đa thức  $P(x)$  chia cho  $x - 1$  thì dư 1,  $P(x)$  chia cho  $x^3 + 1$  thì dư  $x^2 + x + 1$ . Đa thức dư của phép chia  $P(x)$  cho  $(x - 1)(x^3 + 1)$  là:

**A.**  $-x^3 - x^2 - x$ .      **B.**  $x^3 + x^2 + x$ .      **C.**  $x^3 - x^2 - x$ .      **D.**  $-x^3 + x^2 + x$ .

**Câu 20.** Cho hình thoi  $ABCD$  có  $AB = 20$ cm,  $AC = 24$ cm. Diện tích hình thoi  $ABCD$  bằng

**A.**  $768$ cm<sup>2</sup>      **B.**  $192$ cm<sup>2</sup>      **C.**  $384$ cm<sup>2</sup>      **D.**  $480$ cm<sup>2</sup>

## **B. TỰ LUẬN (14 điểm)**

**Bài 1.** (5.0 điểm)

1. Phân tích đa thức sau thành nhân tử :  $B = (3x^2 - 7x)^2 + 5(3x^2 - 7x) + 4$ .

2. Cho biểu thức  $A = \left( \frac{a+1}{a-1} - \frac{a-1}{a+1} - \frac{2024a}{a^2-1} \right) : \left( \frac{a^2+2a+12}{a^2-1} - \frac{3}{a-1} \right)$  (với  $a \neq -1; a \neq 1$ ).

a) Rút gọn biểu thức  $A$ .

b) Tìm giá trị nhỏ nhất của  $A$ .

**Bài 2.** (4.0 điểm)

1. Giải phương trình :  $\left( \frac{x+3}{x-2} \right)^2 + 6 \left( \frac{x-3}{x+2} \right)^2 = \frac{7(x^2-9)}{x^2-4}$

2. Tìm các hằng số  $a, b$  để  $ax^4 + bx^3 + 1$  chia hết cho  $(x-1)^2$ .

3. Tìm các số nguyên  $x, y, z$  thỏa mãn  $x^2 + y^2 + z^2 \leq xy + 3y + 2z - 4$

**Bài 3.** (4.0 điểm)

Cho hình vuông ABCD có 2 đường chéo AC và BD cắt nhau tại O. Trên cạnh BC lấy N ( $0 < NC < NB$ ), đường thẳng vuông góc với ON tại O cắt AB tại M. Gọi E là giao điểm của AN với DC, gọi K là giao điểm của ON với BE.

1. Chứng minh  $\triangle MON$  vuông cân.

2. Chứng minh  $MN \parallel BE$ .

3. Gọi H là giao điểm của KC và BD. Chứng minh:  $\frac{OB \cdot NC}{OH \cdot NB} + \frac{CH}{KH} = 1$ .

**Bài 4.** (1.0 điểm)

Cho các số  $a, b$  thỏa mãn  $4(1+a)(1-b) \geq 9$ .

Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức  $P = a^2 + 2b^2 + b$ .

-----**Hết**-----

*Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.*

Họ và tên thí sinh: .....Số báo danh:.....

Giám thị 1 (Họ tên và ký).....

Giám thị 2 (Họ tên và ký).....

## A- TRẮC NGHIỆM

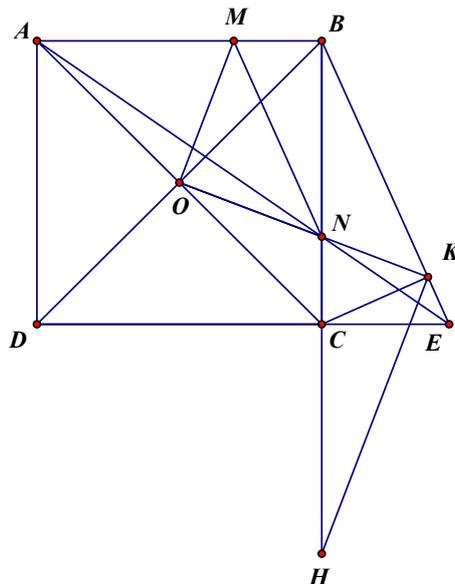
CÂU	ĐÁP ÁN	CÂU	ĐÁP ÁN
1	D	11	C
2	B	12	A
3	A	13	B
4	B	14	C
5	D	15	D
6	B	16	B
7	C	17	C
8	C	18	C
9	D	19	D
10	A	20	C

## B- TỰ LUẬN

Bài	Hướng dẫn giải	Điểm
Bài 1		(5 điểm)
1 (2.0 điểm)	1. Phân tích đa thức sau thành nhân tử: $B = (3x^2 - 7x)^2 + 5(3x^2 - 7x) + 4$ .	
	Đặt $3x^2 - 7x = t$ ta có $B = t^2 + 5t + 4$ $= t^2 + t + 4t + 4 = (t+1)(t+4)$	0.5 0.5
	Thay $3x^2 - 7x = t$ ta được $B = (3x^2 - 7x + 1)(3x^2 - 7x + 4) = (3x^2 - 7x + 1)(3x - 4)(x - 1)$	0.75
	Vậy...	0.25
2 (3 điểm)	$A = \left( \frac{a+1}{a-1} - \frac{a-1}{a+1} - \frac{2024a}{a^2-1} \right) : \left( \frac{a^2+2a+12}{a^2-1} - \frac{3}{a-1} \right)$ (với $a \neq -1; a \neq 1$ ).	
	a) Với $a \neq -1; a \neq 1$ , ta có	0.25
	$A = \left( \frac{a+1}{a-1} - \frac{a-1}{a+1} - \frac{2024a}{a^2-1} \right) : \left( \frac{a^2+2a+12}{a^2-1} - \frac{3}{a-1} \right)$	0.5
	$= \left[ \frac{(a+1)^2}{(a-1)(a+1)} - \frac{(a-1)^2}{(a-1)(a+1)} - \frac{2024a}{(a-1)(a+1)} \right] : \left( \frac{a^2+2a+12}{(a-1)(a+1)} - \frac{3(a+1)}{(a-1)(a+1)} \right)$	0.5
	$= \left[ \frac{a^2+2a+1-a^2+2a-1-2024a}{(a-1)(a+1)} \right] : \left( \frac{a^2+2a+12-3a-3}{(a-1)(a+1)} \right)$ $= \left[ \frac{2020a}{(a-1)(a+1)} \right] : \left( \frac{a^2-a+9}{(a-1)(a+1)} \right)$ $= \left[ \frac{-2020a}{(a-1)(a+1)} \right] \cdot \left( \frac{(a-1)(a+1)}{a^2-a+9} \right)$ $= \frac{-2020a}{a^2-a+9}$	0.5
	Vậy $A = \frac{-2020a}{a^2-a+9}$ (với $a \neq -1; a \neq 1$ ).	0.25
	b) Ta có $a^2 - a + 9 - 5a = (a-3)^2 \geq 0$	0.25

	$\Rightarrow a^2 - a + 9 \geq 5a$	0.25
	$\Rightarrow \frac{a}{a^2 - a + 9} \leq \frac{1}{5}$	
	$\Rightarrow \frac{-2020a}{a^2 - a + 9} \geq \frac{-2020}{5} = -404$	0.25
	$\Rightarrow$ GTNN của A bằng -404, đẳng thức xảy ra khi a=3	0.25
<b>Bài 2</b>		<b>(4 điểm)</b>
<b>1 (1 điểm)</b>	1. Giải phương trình : $\left(\frac{x+3}{x-2}\right)^2 + 6\left(\frac{x-3}{x+2}\right)^2 = \frac{7(x^2-9)}{x^2-4}$ (1).	
	Đặt $u = \frac{x+3}{x-2}$ ; $v = \frac{x-3}{x+2} \Rightarrow u \cdot v = \frac{x^2-9}{x^2-4}$ Phương trình (1) có dạng $u^2 - 7uv + 6v^2 = 0$ (2)	0.25
	$\Leftrightarrow (u-v)(u-6v)=0$ $\Rightarrow \begin{cases} u = v \\ u = 6v \end{cases}$	0.25
	Nếu $u=v$ thì $\frac{x+3}{x-2} = \frac{x-3}{x+2}$ (3) $\Rightarrow x^2 + 5x + 6 = x^2 - 5x + 6$ $\Leftrightarrow 10x = 0$ $\Leftrightarrow x = 0$ (TM)	0.25
	Nếu $u=6v$ thì $\frac{x+3}{x-2} = \frac{6(x-3)}{x+2}$ (4) $\Rightarrow x^2 - 7x + 6 = 0$ $\Leftrightarrow (x-1)(x-6) = 0$ $\Rightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = 6 \end{cases}$ (TM)	
	Vậy tập nghiệm của phương trình (1) là $S = \{0; 1; 6\}$	0.25
<b>2 (1,5 điểm)</b>	2. Tìm các hằng số a, b để $ax^4 + bx^3 + 1$ chia hết cho $(x-1)^2$ .	
	Vì đa thức chia có bậc 4, đa thức chia có bậc 2 nên đa thức thương có bậc 2 Gọi đa thức thương là $cx^2 + dx + e$ Ta có : $ax^4 + bx^3 + 1 = (x-1)^2 (cx^2 + dx + e)$ $= cx^4 + dx^3 + ex^2 - 2cx^2 - 2dx^2 - 2ex + cx^2 + dx + e$ $= cx^4 + (d-2c)x^3 + (e-2d+c)x^2 + (d-2e)x + e$ .	0.75
	Để $ax^4 + bx^3 + 1$ chia hết cho $(x-1)^2$ thì	

	$\begin{cases} c = a \\ d - 2c = b \\ e - 2d + c = 0 \\ d - 2e = 0 \\ e = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 3 \\ b = -4 \\ c = 3 \\ d = 2 \\ e = 1 \end{cases}$	0,5
	Vậy a=3, b =-4	0,25
3 (1,5 điểm)	<p>3) Vì x,y,z nguyên nên ta có <math>x^2 + y^2 + z^2 \leq xy + 3y + 2z - 4</math></p> $\Leftrightarrow \left(x - \frac{y}{2}\right)^2 + 3\left(\frac{y}{2} - 1\right)^2 + (z - 1)^2 \leq 0 \quad (*)$ <p>Mà <math>\left(x - \frac{y}{2}\right)^2 + 3\left(\frac{y}{2} - 1\right)^2 + (z - 1)^2 \geq 0</math> với mọi x,y,z</p> $\Rightarrow \left(x - \frac{y}{2}\right)^2 + 3\left(\frac{y}{2} - 1\right)^2 + (z - 1)^2 = 0$ $\Rightarrow \begin{cases} x - \frac{y}{2} = 0 \\ \frac{y}{2} - 1 = 0 \\ z - 1 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = 2 \\ z = 1 \end{cases}$	0,75
	Vậy:...	0,5
	Vậy:...	0,25
Bài 3	<p><b>Bài 3. (4.0 điểm)</b></p> <p>Cho hình vuông ABCD có 2 đường chéo AC và BD cắt nhau tại O. Trên cạnh BC lấy N (<math>0 &lt; NC &lt; NB</math>), đường thẳng vuông góc với ON tại O cắt AB tại M. Gọi E là giao điểm của AN với DC, gọi K là giao điểm của ON với BE.</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Chứng minh <math>\triangle MON</math> vuông cân.</li> <li>2. Chứng minh <math>MN \parallel BE</math>.</li> <li>3. Gọi H là giao điểm của KC và BD. Chứng minh:</li> </ol> $\frac{OB \cdot NC}{OH \cdot NB} + \frac{CH}{KH} = 1.$	(4,0 điểm)



Ta có  $\widehat{BOC} = 90^\circ \Rightarrow \widehat{CON} + \widehat{BON} = 90^\circ$ ; vì  
 $\widehat{MON} = 90^\circ \Rightarrow \widehat{BOM} + \widehat{BON} = 90^\circ \Rightarrow \widehat{BOM} = \widehat{CON}$   
 -Ta có BD là phân giác góc ABC  $\Rightarrow \widehat{MBO} = \widehat{CBO} = \frac{\widehat{BOC}}{2} = 45^\circ$   
 Tương tự ta có  $\widehat{NCO} = \widehat{DCO} = \frac{\widehat{BOC}}{2} = 45^\circ$  Vậy ta có  $\widehat{MBO} = \widehat{NCO}$   
 -Xét  $\triangle OBM$  và  $\triangle OCN$  có  $OB=OC$ ;  $\widehat{BOM} = \widehat{CON}$ ;  $\widehat{MBO} = \widehat{NCO} \Rightarrow \triangle OBM = \triangle OCN \Rightarrow OM = ON$   
 \*Xét  $\triangle MON$  có  $\widehat{MON} = 90^\circ$ ;  $OM = ON \Rightarrow \triangle MON$  vuông cân

2)  $\triangle OBM = \triangle OCN \Rightarrow MB = NC$ ; mà  $AB=BC$   
 $\Rightarrow AB - MB = BC - NC \Rightarrow AM = BM \Rightarrow \frac{AM}{MB} = \frac{BN}{NC}$   
 -Ta có  $AB \parallel CD \Rightarrow AM \parallel CE \Rightarrow \frac{AN}{NE} = \frac{BN}{NC}$   
 Vậy ta có  $\Rightarrow \frac{AM}{MB} = \frac{AN}{NE} \Rightarrow MN \parallel BE$  (theo định lý ta lét đảo)

d) Vì  $KH \parallel OM$  mà  $MK \perp OM \Rightarrow MK \perp KH \Rightarrow \widehat{NKH} = 90^\circ$ , mà  
 $\widehat{NKC} = 45^\circ \Rightarrow \widehat{CKH} = 45^\circ \Rightarrow \widehat{BKN} = \widehat{NKC} = \widehat{CKH} = 45^\circ$

Xét  $\triangle BKC$  có  $\widehat{BKN} = \widehat{NKC} \Rightarrow KN$  là phân giác trong của  $\triangle BKC$ ,  
 mà  $KH \perp KN \Rightarrow KH$  là phân giác ngoài của  $\triangle BKC \Rightarrow \frac{KC}{KB} = \frac{HC}{HB}$ .

Chúng minh tương tự ta có  $\Rightarrow \frac{KN}{KH} = \frac{BN}{BH}$

Vậy ta có  $\frac{KC}{KB} + \frac{KN}{KH} + \frac{NC}{BH} = \frac{HC}{HB} + \frac{BN}{BH} + \frac{CN}{BH} = \dots = \frac{BH}{BH} = 1$

	nhỏ nhất của biểu thức $P = a^2 + 2b^2 + b$ .	
	<p>Từ giả thiết <math>(1+a)(1-b) \geq \frac{9}{4} \Leftrightarrow a-b-ab \geq \frac{5}{4}</math></p> $P = (a^2 + b^2) + \left(b^2 + b + \frac{1}{4}\right) - \frac{1}{4} = (a^2 + b^2) + \left(b + \frac{1}{2}\right)^2 - \frac{1}{4}$	0.25
	<p>Ta có <math>a^2 + b^2 \geq -2ab</math>;</p> $2\left(a^2 + \frac{1}{4}\right) \geq 2a;$ $2\left(b^2 + \frac{1}{4}\right) \geq -2b$ <p>suy ra <math>3(a^2 + b^2) + 1 \geq 2(a - b - ab) \geq 2 \cdot \frac{5}{4} = \frac{5}{2} \Leftrightarrow a^2 + b^2 \geq \frac{1}{2}</math></p> <p>Từ đó ta có <math>P \geq \frac{1}{2} + 0 - \frac{1}{4} = \frac{1}{4}</math></p>	0.25
	Dấu "=" xảy ra khi $a = \frac{1}{2}, b = -\frac{1}{2}$	0.25
	Vậy $\min P = \frac{1}{4}$ khi $a = \frac{1}{2}, b = -\frac{1}{2}$ .	0.25
<b>Tổng</b>		<b>(14 điểm)</b>

**Lưu ý khi chấm bài:**

- Trên đây chỉ là sơ lược các bước giải, lời giải của học sinh cần lập luận chặt chẽ, hợp logic. Nếu học sinh trình bày cách làm khác mà đúng thì cho điểm các phần theo thang điểm tương ứng.
- Với bài 3, nếu học sinh vẽ hình sai hoặc không vẽ hình thì không chấm.