

Câu 1. (5.0 điểm) Cho biểu thức $A = \frac{3x + \sqrt{9x} - 3}{x + \sqrt{x} - 2} - \frac{\sqrt{x} + 1}{\sqrt{x} + 2} + \frac{\sqrt{x} - 2}{1 - \sqrt{x}}$.

a. Rút gọn biểu thức A.

b. Tính giá trị của biểu thức A khi $\frac{x}{12} = \frac{(\sqrt{5} + 2)\sqrt{17\sqrt{5} - 38}}{\sqrt{5} + \sqrt{14 - 6\sqrt{5}}}$.

c. Tìm x để $\frac{1}{A}$ có giá trị nguyên.

Câu 2. (6.0 điểm)

a. Giải phương trình $\frac{x+1}{x+2} + \frac{5}{x-2} = \frac{4}{x^2-4} + 1$.

b. Giải phương trình: $\sqrt{x-2\sqrt{x-1}} - \sqrt{x-1} = 1$

c. Giải bất phương trình: $\frac{2-x}{3x-1} > -1$.

Câu 3. (2.0 điểm)

a. Với a, b > 0. Chứng minh $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} \geq \frac{4}{a+b}$.

b. Cho ba số dương x, y, z thỏa điều kiện $x + y + z = 3$. Chứng minh $\frac{1}{xy} + \frac{1}{xz} \geq \frac{16}{9}$.

Câu 4. (2.0 điểm)

a. Chứng minh rằng $2^{70} + 3^{70}$ chia hết cho 13.

b. Tìm nghiệm nguyên của phương trình: $2(x+y)+1=3xy$.

Câu 5. (4.0 điểm)

Cho M bất kì trên đường tròn tâm O đường kính AB. Tiếp tuyến tại M và tại B của (O) cắt nhau tại D. Qua O kẻ đường thẳng vuông góc với OD cắt MD tại C và cắt BD tại N.

a. Chứng minh rằng B, D, M, O cùng thuộc một đường tròn.

b. Chứng minh $DC = DN$.

c. Chứng minh AC là tiếp tuyến của đường tròn tâm O.

d. Gọi H là chân đường vuông góc kẻ từ M xuống AB, I là trung điểm của MH.

Chứng minh B, C, I thẳng hàng.

Câu 6. (1.0 điểm) Cho các số thực dương x, y, z thỏa mãn $x+2y+3z \geq 20$. Tìm giá trị

nhỏ nhất của biểu thức $A = x + y + z + \frac{3}{x} + \frac{9}{2y} + \frac{4}{z}$

---Hết---