

Bài 1. (5,0 điểm)

1. Cho biểu thức: $P = \frac{x^2 + x}{x^2 - 2x + 1} : \left(\frac{x+1}{x} - \frac{1}{1-x} - \frac{x^2-2}{x^2-x} \right)$ với $x \neq 0$; $x \neq \pm 1$

a. Rút gọn biểu thức P.

b. Cho $x > 1$, tìm giá trị nhỏ nhất của P.

2. Cho hai số $x \neq 0, y \neq 0, x \neq \pm y$ thoả mãn:

$$\frac{y}{x+y} + \frac{2y^2}{x^2+y^2} + \frac{4y^4}{x^4+y^4} + \frac{8y^8}{x^8-y^8} = 2022$$

Tính tỉ số $\frac{y}{x}$

Bài 2. (4,0 điểm)

1. Giải phương trình: $x^2 + \left(\frac{x}{x+1} \right)^2 = \frac{13}{36}$

2. Cho phương trình ẩn x: $m^2(x+1) = m(2-x)$

Tìm các giá trị nguyên của m để phương trình có nghiệm duy nhất là một số dương

Bài 3. (4,0 điểm)

1. Xác định đa thức P(x), biết P(x) chia cho đa thức x + 1 dư 4, P(x) chia cho đa thức x + 2 dư 6, P(x) chia cho đa thức $x^2 + 3x + 2$ được thương là x + 3 và còn dư.

2. Cho ba số dương a, b, c thoả mãn $a + b + c = 1$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu

thức: $M = \frac{1}{a} + \frac{1}{4b} + \frac{1}{16c}$

Bài 4. (3,0 điểm)

Cho tam giác ABC vuông tại A ($AB < AC$), đường cao AH. Trên tia HC lấy điểm M sao cho $HM = AH$. Vẽ hình bình hành AHMN, MN cắt AC tại E. Vẽ hình bình hành BAED. Chứng minh:

a. $AB = AE$

b. Ba đường thẳng AD, BE, HN đồng quy và $DM \parallel HN$

Bài 5. (4,0 điểm)

Cho tam giác ABC có góc $ABC = 120^\circ$, các đường phân giác BD, AE, CF.

a. Chứng minh rằng: $\frac{1}{BD} = \frac{1}{BA} + \frac{1}{BC}$

b. Tính góc EDF

.....Hết.....