

PHÒNG GIÁO DỤC & ĐÀO TẠO ĐỀ KHẢO SÁT CHỌN HỌC SINH GIỎI CẤP HUYỆN
HUYỆN VŨ THƯ

Môn: TOÁN 8

Năm học: 2022 – 2023

(Thời gian làm bài: 120 phút)

ĐỀ CHÍNH THỨC

Bài 1 (4,0 điểm).

Cho biểu thức $A = \left(\frac{x^2}{x^2 + xy} + \frac{y^2 - x^2}{xy} - \frac{y^2}{y^2 + xy} \right) : \frac{x^2 + xy + y^2}{x + y}$ với $x \neq 0, y \neq 0, x \neq -y$.

Rút gọn biểu thức A và tính giá trị của biểu thức A khi $x; y$ thỏa mãn đẳng thức $x^2 + y^2 + 5 = 2(x - 2y)$.

Bài 2 (4,0 điểm).

a) Giải phương trình: $(x + 1)(x + 2)(2x + 1)(2x + 3) = 6$.

b) Tìm m để phương trình (ẩn x): $\frac{x - 1}{x + 1} + \frac{x + m}{x - 2} = 2$ có nghiệm duy nhất.

Bài 3 (4,0 điểm).

a) Biết rằng đa thức $f(x)$ chia cho đa thức $g(x) = x - 2$ được dư là 21, chia cho đa thức $h(x) = x^2 + 2$ được đa thức dư là $2x - 1$. Tìm đa thức dư khi chia đa thức $f(x)$ cho đa thức $h(x) \cdot g(x)$.

b) Tìm các số nguyên $(x; y)$ thỏa mãn: $y^2 + 2xy = 3x^2 + 5$.

Bài 4 (4,0 điểm).

Cho hình vuông $ABCD$. Gọi K là điểm nằm giữa A và B , I là điểm nằm giữa B và C sao cho $CI = BK$. Đường thẳng AI cắt đường thẳng DC tại M .

a) Chứng minh: $IK \parallel BM$.

b) Gọi N là điểm thuộc tia đối của tia CB sao cho $CN = CM$, O là giao điểm hai đường chéo của hình vuông $ABCD$. Chứng minh $\triangle BOI$ đồng dạng $\triangle BND$.

Bài 5 (2,0 điểm).

Cho tam giác ABC vuông tại A . Lấy điểm D thuộc cạnh BC (D không trùng với B và C). Gọi E và F lần lượt là hình chiếu của D trên các cạnh AB và AC .

a) Chứng minh rằng: Nếu AD vuông góc BC thì $\triangle AFE$ đồng dạng $\triangle ABC$.

b) Cho biết $\frac{2}{AD^2} = \frac{1}{DB^2} + \frac{1}{DC^2}$. Chứng minh AD là trung tuyến hoặc AD là đường phân giác trong của $\triangle ABC$.

Bài 6 (2,0 điểm).

a) Các số tự nhiên từ 1 đến 10 được xếp xung quanh một đường tròn theo một thứ tự tùy ý. Chứng minh rằng với cách xếp đó, luôn tồn tại ba số theo thứ tự liên tiếp có tổng lớn hơn hoặc bằng 17.

b) Tìm tất cả các số nguyên tố a và b sao cho $a + b; 4ab - 4; 4ab - 3$ là độ dài ba cạnh của một tam giác vuông.

----- Hết -----

Họ và tên thí sinh:Số báo danh:

BÀI	NỘI DUNG	ĐIỂM
Bài 1	Cho biểu thức $A = \left(\frac{x^2}{x^2 + xy} + \frac{y^2 - x^2}{xy} - \frac{y^2}{y^2 + xy} \right) : \frac{x^2 + xy + y^2}{x + y}$ với $x \neq 0, y \neq 0, x \neq -y$. Rút gọn biểu thức A và tính giá trị của biểu thức A khi $x; y$ thỏa mãn đẳng thức $x^2 + y^2 + 5 = 2(x - 2y)$.	
	*) Rút gọn biểu thức A : $A = \left(\frac{x^2}{x^2 + xy} + \frac{y^2 - x^2}{xy} - \frac{y^2}{y^2 + xy} \right) : \frac{x^2 + xy + y^2}{x + y}$ $= \left[\frac{x^2}{x(x + y)} - \frac{x^2 - y^2}{xy} - \frac{y^2}{y(x + y)} \right] : \frac{x^2 + xy + y^2}{x + y}$	0,25
	$= \frac{x^2 y - (x^2 - y^2)(x + y) - xy^2}{xy(x + y)} \cdot \frac{x + y}{x^2 + xy + y^2}$	0,25
	$= \frac{xy(x - y) - (x - y)(x + y)^2}{xy} \cdot \frac{1}{x^2 + xy + y^2}$	0,5
	$= \frac{(x - y) [xy - (x + y)^2]}{xy} \cdot \frac{1}{x^2 + xy + y^2}$	0,25
	$= \frac{-(x - y)(x^2 + xy + y^2)}{xy} \cdot \frac{1}{x^2 + xy + y^2}$	0,25
	$= \frac{y - x}{xy}$	0,25
	Vậy với $x \neq 0, y \neq 0, x \neq -y$. thì ta có $A = \frac{y - x}{xy}$	0,25
	*) Tính giá trị của biểu thức A khi $x; y$ thỏa mãn đẳng thức $x^2 + y^2 + 5 = 2(x - 2y)$	0,75
	$x^2 + y^2 + 5 = 2(x - 2y) \Leftrightarrow (x - 1)^2 + (y + 2)^2 = 0$	
	$\Leftrightarrow (x - 1)^2 = (y + 2)^2 = 0 \text{ (Do } ((x - 1)^2 \geq 0; (y + 2)^2 \geq 0))$	0,5
	$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = -2 \end{cases} (t/m)$	0,25
	Khi đó: $A = \frac{y - x}{xy} = \frac{-2 - 1}{1(-2)} = \frac{3}{2}$.	0,25
	Kết luận: Khi $x; y$ thỏa mãn đẳng thức: $x^2 + y^2 + 5 = 2(x - 2y)$ thì $A = \frac{3}{2}$	0,25
Bài 2	a) Giải phương trình: $(x + 1)(x + 2)(2x + 1)(2x + 3) = 6$.	

	b) Tìm m để phương trình (ẩn x): $\frac{x-1}{x+1} + \frac{x+m}{x-2} = 2$ có nghiệm duy nhất.	
a) 2 điểm	Giải phương trình: $(x+1)(x+2)(2x+1)(2x+3) = 6$ $\Leftrightarrow (2x+2)(2x+4)(2x+1)(2x+3) = 24$	0,25
	Đặt $2x = y$. Phương trình trở thành: $(y+1)(y+2)(y+3)(y+4) = 24$ $\Leftrightarrow (y^2 + 5y + 4)(y^2 + 5y + 6) = 24$ $\Leftrightarrow (y^2 + 5y + 4)^2 + 2(y^2 + 5y + 4) + 1 = 25$ $\Leftrightarrow (y^2 + 5y + 5)^2 = 25$ $\Leftrightarrow \begin{cases} y^2 + 5y + 5 = 5(I) \\ y^2 + 5y + 5 = -5(II) \end{cases}$	0,5
	Giải phương trình (I): $y^2 + 5y + 5 = 5 \Leftrightarrow y(y+5) = 0$ $\Leftrightarrow \begin{cases} y = 0 \\ y = -5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x = 0 \\ 2x = -5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = -\frac{5}{2} \end{cases}$	0,5
	Giải phương trình (II) $y^2 + 5y + 5 = -5 \Leftrightarrow y^2 + 5y + 10 = 0$ $\Leftrightarrow \left(y + \frac{5}{2}\right)^2 + \frac{15}{4} = 0$ Phương trình vô nghiệm vì $\left(y + \frac{5}{2}\right)^2 + \frac{15}{4} > 0$ với mọi y	0,5
	Vậy phương trình đã cho có tập nghiệm $S = \left\{-\frac{5}{2}; 0\right\}$	0,25
b)	ĐKXD: $x \neq -1; x \neq 2$	0,25
	$\frac{x-1}{x+1} + \frac{x+m}{x-2} = 2$ $\Leftrightarrow \frac{(x-1)(x-2) + (x+1)(x+m)}{(x+1)(x-2)} = 2$	0,25
	$\Rightarrow x^2 - 3x + 2 + x^2 + mx + x + m = 2(x^2 - x - 2)$	0,25
	$\Leftrightarrow mx = -m - 6$	0,25
	*) Xét $m = 0$. Phương trình trở thành: $0x = -6$ (vô nghiệm)	0,25

	<p>*) Xét $m \neq 0$. Khi đó: $x = \frac{-m-6}{m}$.</p> <p>Phương trình có nghiệm duy nhất khi và chỉ khi:</p> $\begin{cases} \frac{-m-6}{m} \neq -1 \\ \frac{-m-6}{m} \neq 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -m-6 \neq 0 \\ -m-6 \neq 2m \end{cases} \Leftrightarrow m \neq -2$	0,5
	KL: Vậy với $\begin{cases} m \neq 0 \\ m \neq -2 \end{cases}$ thì phương trình có nghiệm duy nhất	0,25
Bài 3	<p>a) Biết rằng đa thức $f(x)$ chia cho đa thức $g(x) = x-2$ được dư là 21, chia cho đa thức $h(x) = x^2 + 2$ được đa thức dư là $2x-1$. Tìm đa thức dư khi chia đa thức $f(x)$ cho đa thức $h(x).g(x)$.</p> <p>b) Tìm các số nguyên $(x; y)$ thỏa mãn: $y^2 + 2xy = 3x^2 + 5$.</p>	
a)	<p>Xét phép chia $f(x)$ cho $h(x).g(x)$ ta có:</p> $f(x) = h(x).g(x) + ax^2 + bx + c$ $= (x-2)(x^2+2)q(x) + ax^2 + bx + c$	0,25
	<p>Trong đó $q(x)$ là đa thức ẩn x; a, b, c là các số xác định. Ta có:</p> <p>+) $f(x)$ chia cho $(x-2)$ dư 21 nên $f(2) = 21$. Suy ra $4a + 2b + c = 21$</p>	0,25
	<p>+) $f(x) = h(x).g(x).q(x) + ax^2 + bx + c$</p> $f(x) = (x-2)(x^2+2)q(x) + a(x^2+2) + bx + c - 2a$	0,25
	$f(x)$ chia cho $x^2 + 2$ dư $2x-1$ nên $\begin{cases} b = 2 \\ c - 2a = -1 \end{cases}$	0,5
	Khi đó ta có: $\begin{cases} 4a + 2b + c = 21 \\ b = 2 \\ c - 2a = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4a + c = 17 \\ b = 2 \\ c - 2a = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 3 \\ b = 2 \\ c = 5 \end{cases}$	0,5
	KL: Đa thức dư cần tìm là $3x^2 + 2x + 5$	0,25
b)	$y^2 + 2xy = 3x^2 + 5$ $\Leftrightarrow y^2 + 2xy - 3x^2 = 5$ $\Leftrightarrow (y-x)(y+3x) = 5$	0,5
	Vì $x, y \in Z$ nên $y-x$ và $y+3x$ là các số nguyên và là ước của 5	0,25
	Ta xét các trường hợp:	0,25

	$+) \begin{cases} y-x=-5 \\ y+3x=-1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ y=-4 \end{cases}$	
	$+) \begin{cases} y-x=-1 \\ y+3x=-5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=-1 \\ y=-2 \end{cases}$	0,25
	$+) \begin{cases} y-x=1 \\ y+3x=5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ y=2 \end{cases}$	0,25
	$+) \begin{cases} y-x=5 \\ y+3x=1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=-1 \\ y=4 \end{cases}$	0,25
	vậy $(x; y) \in \{(1; -4); (-1; -2); (1; 2); (-1; 4)\}$.	0,25
Bài 4	<p>Cho hình vuông $ABCD$. Gọi K là điểm nằm giữa A và B, I là điểm nằm giữa B và C sao cho $CI = BK$. Đường thẳng AI cắt đường thẳng DC tại M.</p> <p>a) Chứng minh: $IK \parallel BM$.</p> <p>b) Gọi N là điểm thuộc tia đối của tia CB sao cho $CN = CM$, O là giao điểm hai đường chéo của hình vuông $ABCD$. Chứng minh $\triangle BOI$ đồng dạng $\triangle BND$.</p>	
a)	<p>Chứng minh $IK \parallel BM$</p> <p>Vì tứ giác $ABCD$ là hình vuông nên</p> <p>Góc $A =$ Góc $B =$ Góc $C =$ Góc $D = 90^\circ$; $AB = BC = CD = DA$.</p>	0,25

	Ta có: $IC \parallel AD$. Theo định lý Talet ta có: $\frac{IC}{AD} = \frac{MI}{MA}$	0,5
	Mà $AD = AB$; $IC = BK \Rightarrow \frac{KB}{BA} = \frac{IM}{MA}$.	1,0
	Theo định lý Talet đảo suy ra $IK \parallel BM$	0,25
b)	Gọi H là giao điểm của AM và BD . + C/m $OB.BD = AB^2$ (1)	0,25
	+ C/m $\frac{AB}{BI} = \frac{AD}{BI} = \frac{HD}{HB}$.	0,25
	+ C/m $\frac{DM}{AB} = \frac{DH}{HB} \Rightarrow \frac{AB}{BI} = \frac{DM}{AB} \Rightarrow AB^2 = BI.DM \Rightarrow AB^2 = BI.BN$ (2)	0,75
	Từ (1) và (2) suy ra: $OB.BD = BI.BN$.	0,25
	Suy ra $\frac{BO}{BI} = \frac{BN}{BD}$; $OBI = NBD$, Suy ra: $\triangle OBI$ đồng dạng $\triangle NBD$ (c-g-c)	0,5
Bài 5	Cho tam giác ABC vuông tại A . Lấy điểm D thuộc cạnh BC (D không trùng với B và C). Gọi E và F lần lượt là hình chiếu của D trên các cạnh AB và AC . a) Chứng minh rằng: Nếu AD vuông góc BC thì $\triangle AFE$ đồng dạng $\triangle ABC$. b) Cho biết $\frac{2}{AD^2} = \frac{1}{DB^2} + \frac{1}{DC^2}$. Chứng minh AD là trung tuyến hoặc AD là đường phân giác trong của $\triangle ABC$.	
a)	Khi AD vuông góc BC , C/m được $\triangle AED$ đồng dạng $\triangle ADB \Rightarrow AE.AB = AD^2$	0,25
	C/m tương tự ta có: $AF.AC = AD^2$	0,25
	Suy ra: $AE.AB = AF.AC \Rightarrow \triangle AFE$ đồng dạng $\triangle ABC$ (c-g-c)	0,25
b)	Đặt $DE = x$; $DF = y$; $AB = c$; $BC = a$; $CA = b$ ($x; y; a; b; c > 0$). Suy ra $AD^2 = x^2 + y^2$ (1). Với $DE \parallel AC$, $DF \parallel AB$, áp dụng định lý Talet ta có:	0,25

	$\frac{x}{b} = \frac{BD}{BC} \Rightarrow x = \frac{b \cdot BD}{a} \quad (2).$ <p>Tương tự: Ta c/m được: $y = \frac{c \cdot CD}{a} \quad (3)$</p>	