

Môn: Toán

Thời gian: 150 phút (không kể thời gian giao đề)

**Câu 1 (6 điểm):** Cho biểu thức:  $P = \left( \frac{x+3}{x-9} + \frac{1}{\sqrt{x}+3} \right) : \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-3}$

a) Nêu ĐKXD; rút gọn P

b) Tính giá trị của P khi  $x = \sqrt{6+4\sqrt{2}} - \sqrt{3+2\sqrt{2}}$

c) Tìm giá trị của x để  $\frac{1}{P}$  nhận giá trị nguyên

**Câu 2 (3 điểm):**

a) Tìm nghiệm tự nhiên của phương trình :  $2xy - 8x - 3y + 9 = 0$

b) Cho hai số tự nhiên  $a, b$  thỏa mãn điều kiện:  $a^2 + a = 2b^2 + b$ .

Chứng minh rằng  $a - b$  và  $a + b + 1$  đều là các số chính phương.

**Câu 3 (2 điểm)**

Giai phương trình:  $9x^2 = (x^2 + x - 5)(\sqrt{3x+1} - 1)^2$ .

**Câu 4: (7,0 điểm)**

Cho tam giác ABC vuông tại A trên cạnh BC lấy điểm D bất kỳ. Gọi E và F lần lượt là hình chiếu của D trên cạnh AB và AC.

a) Chứng minh rằng  $DB \cdot DC = EA \cdot EB + FA \cdot FC$ .

b) Trên cạnh BC lấy điểm M sao cho  $\widehat{BAD} = \widehat{CAM}$ .

Chứng minh:  $\frac{DB}{DC} \cdot \frac{MB}{MC} = \frac{AB^2}{AC^2}$

c) Gọi P là điểm bất kỳ nằm trong tam giác ABC. Xác định vị trí điểm P để tổng bình phương khoảng cách từ P đến các cạnh BC; CA; AB đạt giá trị nhỏ nhất.

**Câu 5: (2,0 điểm)**

Cho a, b, c là các số thực dương.

Chứng minh rằng:  $\frac{a+b}{ab+c^2} + \frac{b+c}{bc+a^2} + \frac{c+a}{ca+b^2} \leq \frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c}$