

Câu 1. Cho x, y, z là các số thực dương thỏa mãn: $xy + yz + zx = 1$. Rút gọn biểu thức:

$$P = x \cdot \sqrt{\frac{(1+y^2)(1+z^2)}{1+x^2}} + y \cdot \sqrt{\frac{(1+z^2)(1+x^2)}{1+y^2}} + z \cdot \sqrt{\frac{(1+y^2)(1+x^2)}{1+z^2}}$$

Câu 2. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho đường thẳng $(d): y = (m-1)x - 2m + 1$.

a) Tìm tọa độ điểm cố định mà (d) luôn đi qua.

b) Tìm m để (d) tạo với hai trục tọa độ một tam giác có diện tích bằng 1.

Câu 3. Đa thức $f(x)$ với các hệ số là số nguyên thỏa mãn $(x-2023)f(x+1) = (2024-x)f(x) \forall x \in \mathbb{R}$

Chứng minh rằng $f(0) = 2025n, n \in \mathbb{Z}$.

Câu 4. Cho phương trình $(x^2 + mx + 2)(x^2 + 2x + m) = 0$ (m là tham số). Tìm điều kiện của m để phương trình có 4 nghiệm phân biệt.

Câu 5. Giải hệ phương trình
$$\begin{cases} x^2 + xy + 2y = 2y^2 + 2x \\ y\sqrt{x-y+1} + x = 2 \end{cases} \quad (x, y \in \mathbb{R})$$

Câu 6. Nhân ngày Tết Trung thu một rạp chiếu phim phục vụ khán giả một bộ phim hoạt hình với quy định về giá bán vé như sau:

+ Loại I (dành cho trẻ từ 6 đến 13 tuổi): 50.000đ một vé.

+ Loại II (dành cho người trên 13 tuổi): 100.000đ một vé.

Lãnh đạo rạp chiếu phim tính được rằng: Để không phải bù lỗ số tiền bán vé thu được phải đạt tối thiểu 20 triệu đồng. Hết thời gian bán vé, nhân viên báo cáo với lãnh đạo tổng số vé bán được là 500 vé. Lãnh đạo rạp chiếu phim khẳng định ngay là không phải bù lỗ. Em hãy giải thích khẳng định đó? Số tiền lãi rạp thu được tối thiểu là bao nhiêu, biết rằng mỗi trẻ em phải có ít nhất một người lớn đi kèm.

Câu 7. Cho ba điểm A, O, B thẳng hàng (O nằm giữa A và B). Kẻ 2 tia Ax, By cùng vuông góc và cùng phía với AB . Dựng góc vuông uOv , tia Ou cắt Ax tại C , tia Ov cắt By tại D . Cho $OA = a, OB = b, OC = 2a$. Tính theo a, b diện tích hình thang $ABDC$.

Câu 8. Cho tam giác đều ABC , E là điểm thuộc cạnh AC và không trùng với A , K là trung điểm của AE . Đường thẳng đi qua E và vuông góc với AB tại F cắt đường thẳng đi qua C và vuông góc với BC tại D .

a) Chứng minh $BCKF$ là hình thang cân.

b) Tìm vị trí của E sao cho đoạn KD ngắn nhất.

Câu 9. Trong một hình vuông cạnh $1m$ có 51 điểm phân biệt tùy ý. Chứng minh rằng có ít nhất 3 điểm nằm trong một hình tròn có bán kính bằng $\frac{1}{7}m$.

Câu 10. Tìm giá trị nguyên lớn nhất của k sao cho bất đẳng thức sau đúng với mọi giá trị của x :

$$(x+1)(x+2)^2(x+3) \geq k$$

----- Hết -----

*Thí sinh không được sử dụng tài liệu.
Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.*