

*Thời gian làm bài: 90 phút.*

**Câu 1.** Giải bất phương trình :  $2x^2 - 5x + 3 \geq 0$ .

**Câu 2.** Giải phương trình :  $\sqrt{x^2 - 4x + 1} = x + 1$ .

**Câu 3.** Cho các số thực  $a, b, c$  thỏa mãn  $\begin{cases} a + b + c = 1 \\ a^2 + b^2 + c^2 = 3 \end{cases}$ . Chứng minh rằng

$$a, b, c \in \left[-1; \frac{5}{3}\right].$$

**Câu 4.** Cho  $0 < a < \frac{\pi}{2}$ ;  $\sin a = \frac{3}{5}$ . Hãy tính  $\cos a$ .

**Câu 5.** Biết rằng biểu thức:  $T = \frac{\sin x + \sin 2x + \sin 3x}{\sin 2x + \sin x}$  có nghĩa, hãy rút gọn biểu thức.

**Câu 6.** Xét tính chẵn lẻ của của hàm số:  $f(x) = \cos 2x + x^2$ .

**Câu 7.** Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức:  $f(x) = 2 \sin x + 5$ .

**Câu 8.** Tìm tập xác định của hàm số:  $f(x) = \sqrt{\frac{1 + \sin x}{1 - \sin x}}$ .

**Câu 9.** Tìm giá trị lớn nhất, nhỏ nhất của:  $f(x) = 2(1 + \sin x \cdot \cos 2x) - \sin x \cdot \sin 3x$ .

**Câu 10.** Giải phương trình:  $2 \sin x - \sqrt{3} = 0$ .

**Câu 11.** Giải phương trình:  $\sin x - \sqrt{3} \cos x - 2 = 0$ .

**Câu 12.** Giải phương trình:  $1 + \sin x + \cos x + \sin 2x + \cos 2x = 0$ .

**Câu 13.** Giải phương trình:  $4 \sin^2 x + \cos^2 x - 4\sqrt{3} \sin x + 2 \cos x + 4 = 0$ .

**Câu 14.** Trong mặt phẳng Oxy, cho đường tròn (C):  $x^2 + y^2 - 4x + 2y - 4 = 0$ . Hãy tìm tọa độ tâm và bán kính của đường tròn (C).

**Câu 15.** Trong mặt phẳng Oxy, viết phương trình đường thẳng  $\Delta$  đi qua điểm  $M(2; -3)$  và vuông góc với đường thẳng  $d: 3x + 4y - 5 = 0$ .

**Câu 16.** Trong mặt phẳng Oxy cho đường tròn (C):  $x^2 + y^2 - 4x - 2y + 1 = 0$  có tâm là điểm I, đường thẳng  $d: x + y + 1 = 0$ . Viết phương trình đường thẳng  $\Delta$  song song với đường thẳng  $d$  và  $\Delta$  cắt đường tròn (C) tại 2 điểm A, B phân biệt sao cho diện tích  $\Delta IAB$  lớn nhất.

**Câu 17.** Cho hình bình hành ABCD, hãy dựng ảnh của tam giác ACD qua phép tịnh tiến theo véc tơ  $\overline{AB}$ .

**Câu 18.** Trong mặt phẳng Oxy, cho đường tròn (C):  $x^2 + y^2 - 4x + 2y - 4 = 0$ , véc tơ  $\vec{u}(-3;4)$ . Hãy viết phương trình đường tròn (C') là ảnh của đường tròn (C) qua phép tịnh tiến theo véc tơ  $\vec{u}(-3;4)$ .

**Câu 19.** Cho hình vuông ABCD, dựng ảnh của tam giác BCD qua phép quay tâm A, góc quay là  $-90^\circ$ .

**Câu 20.** Trong mặt phẳng Oxy, cho đường thẳng  $\Delta : x - y + 2 = 0$ . Hãy viết phương trình đường thẳng d là ảnh của đường thẳng  $\Delta$  qua phép quay tâm O, góc quay  $90^\circ$ .

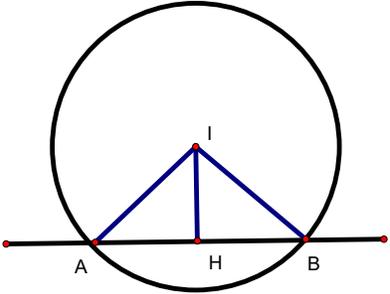
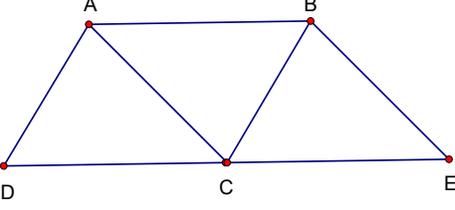
-----Hết-----

Họ và tên thí sinh : ..... SBD : .....

### HƯỚNG DẪN CHẤM ĐIỂM

Câu	Nội dung	Điểm
<b>1</b>	- BPT : $2x^2 - 5x + 3 \geq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq 1 \\ x \geq \frac{3}{2} \end{cases}$	0,25
	- Tập nghiệm $T = (-\infty; 1] \cup \left[\frac{3}{2}; +\infty\right)$	0,25
<b>2</b>	- PT : $\sqrt{x^2 - 4x + 1} = x + 1 \Leftrightarrow \begin{cases} x + 1 \geq 0 \\ x^2 - 4x + 1 = (x + 1)^2 \end{cases}$	0,25
	- $\Leftrightarrow \begin{cases} x \geq -1 \\ x = 0 \end{cases}$ . Vậy phương trình có nghiệm $x = 0$ .	0,25
<b>3</b>	- Coi $c$ như tham số, ta được hệ đối xứng loại (I) đối với $a, b$	0,25
	- $\begin{cases} a + b = 1 - c \\ a^2 + b^2 = 3 - c^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a + b = 1 - c \\ (a + b)^2 - 2ab = 3 - c^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a + b = 1 - c \\ ab = c^2 - c - 1 \end{cases}$	
	- $\exists a, b \Leftrightarrow (1 - c)^2 \geq 4(c^2 - c - 1) \Leftrightarrow 3c^2 - 2c - 5 \leq 0 \Leftrightarrow -1 \leq c \leq \frac{5}{3}$	0,25
	- Chứng minh tương tự ta được $a; b \in \left[-1; \frac{5}{3}\right]$ . Vậy $a; b; c \in \left[-1; \frac{5}{3}\right]$	
<b>4</b>	- Từ giả thiết $\Rightarrow \cos a > 0$ .	0,25
	- Ta có $\cos a = \sqrt{1 - \sin^2 a} = \frac{4}{5}$ .	0,25
<b>5</b>	- $T = \frac{\sin x + \sin 2x + \sin 3x}{\sin 2x + \sin x} \Leftrightarrow T = \frac{2 \sin 2x \cdot \cos x + \sin 2x}{2 \sin x \cdot \cos x + \sin x}$	0,25
	- $T = \frac{\sin 2x(2 \cos x + 1)}{\sin x(2 \cos x + 1)} \Leftrightarrow T = \frac{\sin 2x}{\sin x} = 2 \cos x$	0,25
<b>6</b>	- TXĐ là $\mathbb{R}$ nên $\forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow -x \in \mathbb{R}$ .	0,25
	- Xét $f(-x) = \cos -2x + (-x)^2 = \cos 2x + x^2 = f(x)$	0,25
	- Vậy hàm số là hàm chẵn	
<b>7</b>	- Do $\sin x \geq -1 \Leftrightarrow 2 \sin x + 5 \geq 3$ .	0,25
	- GTNN $f(x) = 3$ khi $x = \frac{-\pi}{2} + k2\pi$ .	0,25
<b>8</b>	- Nhận xét $-1 \leq \sin x \leq 1 \Rightarrow \begin{cases} 1 + \sin x \geq 0 \\ 1 - \sin x \geq 0 \end{cases} \Rightarrow \frac{1 + \sin x}{1 - \sin x} \geq 0$ .	0,25
	- Nên ĐK : $1 - \sin x \neq 0 \Leftrightarrow x \neq \frac{\pi}{2} + k2\pi$ .	0,25
	- TXĐ $T = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k2\pi \right\}$	

9	<p>- Ta có : <math>f(x) = 2(1 + \sin x \cdot \cos 2x) - \sin x \cdot \sin 3x</math></p> $\Leftrightarrow f(x) = 2(1 + \sin x \cdot \cos 2x) - \frac{1}{2}(\cos 2x - \cos 4x)$ $\Leftrightarrow f(x) = 2(1 + \sin x \cdot \cos 2x) - \frac{1}{2}(1 - 2\sin^2 x - 2\cos^2 2x + 1)$ $\Leftrightarrow f(x) = 1 + (\sin x + \cos 2x)^2 \Leftrightarrow f(x) = 1 + (-2\sin^2 x + \sin x + 1)^2$ <p>- Ta có <math>-1 \leq \sin x \leq 1 \Rightarrow -2 \leq -2\sin^2 x + \sin x + 1 \leq \frac{9}{8}</math></p> $\Rightarrow 0 \leq (-2\sin^2 x + \sin x + 1)^2 \leq 4 \Rightarrow 1 \leq f(x) \leq 5$	0,25
	<p>- GTLN của hàm số bằng 5 khi <math>\sin x = -1 \Leftrightarrow x = \frac{-\pi}{2} + k2\pi</math>.</p> <p>- GTNN của hàm số bằng 1 khi</p> $\begin{cases} \sin x = 1 \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{2} + k2\pi \\ \sin x = \frac{-1}{2} \Leftrightarrow x = \frac{-\pi}{6}; \frac{7\pi}{6} + k2\pi \end{cases}$	0,25
10	<p>- PT : <math>2\sin x - \sqrt{3} = 0 \Leftrightarrow \sin x = \frac{\sqrt{3}}{2}</math></p>	0,25
	<p>- <math>\Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{3} + k2\pi \\ x = \frac{2\pi}{3} + k2\pi \end{cases}</math></p>	0,25
11	<p>- PT : <math>\sin x - \sqrt{3} \cos x - 2 = 0 \Leftrightarrow \sin\left(x - \frac{\pi}{3}\right) = 1</math></p>	0,25
	<p>- <math>\Leftrightarrow \frac{5\pi}{6} + k2\pi</math></p>	0,25
12	<p>- PT <math>\Leftrightarrow (1 + 2\cos x)(\sin x + \cos x) = 0</math></p>	0,25
	<p>- <math>\Leftrightarrow \begin{cases} 1 + 2\cos x = 0 \\ \sin x + \cos x = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pm 2\pi}{3} + k2\pi \\ x = \frac{-\pi}{4} + k\pi \end{cases}</math></p>	0,25
13	<p>- Biến đổi PT <math>\Leftrightarrow (2\sin x - \sqrt{3})^2 + (\cos x + 1)^2 = 0</math>.</p>	0,25
	<p>- <math>\Leftrightarrow \begin{cases} \sin x = \frac{\sqrt{3}}{2} \\ \cos x = -1 \end{cases}</math> vô lý do <math>\sin^2 x + \cos^2 x \neq 1 \Rightarrow</math> PT vô nghiệm.</p>	0,25
14	<p>- Tâm đường tròn <math>I(2; -1)</math>.</p>	0,25
	<p>- Bán kính <math>R = 3</math>.</p>	0,25
15	<p>- Phương trình <math>\Delta: -4(x - 2) + 3(y + 3) = 0</math>.</p>	0,25

	- $\Leftrightarrow \Delta: -4x + 3y + 17 = 0$ .	0,25
<b>16</b>	 <p>- Đường tròn (C) có tâm <math>I(2;1)</math>; bán kính <math>R = 2</math>.</p> <p>- <math>S_{IAB} = \frac{1}{2} IA \cdot IB \cdot \sin \widehat{AIB} = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 2 \cdot \sin \widehat{AIB} = 2 \cdot \sin \widehat{AIB}</math>.</p> <p>- Nên diện tích lớn nhất khi <math>\sin \widehat{AIB}</math> lớn nhất bằng 1 khi <math>\widehat{AIB} = 90^\circ</math>.</p> <p>- Khi đó tính được <math>IH = \sqrt{2}</math>.</p>	0,25
	- Phương trình $\Delta$ có dạng $x + y + c = 0$ ( $c \neq 1$ ).	
	- Từ $d(I; \Delta) = \sqrt{2} \Rightarrow \begin{cases} c = -1 \\ c = -5 \end{cases}$ .	0,25
	- Vậy phương trình $\Delta$ là $x + y - 1 = 0$ hoặc $x + y - 5 = 0$ .	
<b>17</b>		0,25
	- $T_{AB} : \Delta ACD \rightarrow \Delta BEC$	0,25
<b>18</b>	- Đường tròn (C) có tâm $I(2;-1)$ , bán kính $R = 3$ .	0,25
	- $T_u : I \rightarrow I'$ thì $I'(-1;3)$ .	0,25
	- Phương trình (C') là : $(x+1)^2 + (y-3)^2 = 9$ .	0,25
<b>19</b>	- HS dựng được hình.	0,25
	- HS trả lời được ảnh.	0,25
<b>20</b>	- Lấy $A(-2;0) \in \Delta$ ; thì ảnh của A là điểm $A'(0;-2) \in d$ .	0,25
	- Góc quay là $90^\circ$ nên d vuông góc với $\Delta$ nên phương trình của đường thẳng d là $x + y + 2 = 0$ .	0,25