

Bài I (2 điểm) Cho hai biểu thức: $A = \frac{x - \sqrt{x} + 1}{3 - \sqrt{x}}$ và $B = \frac{x+3}{x-9} + \frac{2}{\sqrt{x}+3} - \frac{1}{3-\sqrt{x}}$ ($x > 0; x \neq 9$)

a) Tìm giá trị của biểu thức A khi $x = 25$.

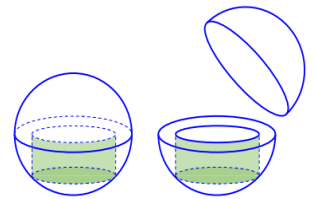
b) Rút gọn B.

c) Đặt $P = A : B$. So sánh P và $|P|$

Bài II (2,5 điểm) 1) Giải bài toán bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình

Một đội xe dự định chở 40 tấn hàng. Lúc sắp khởi hành, đội được giao thêm 14 tấn hàng nữa. Do đó phải điều thêm 2 xe cùng loại và mỗi xe phải chở thêm 0,5 tấn hàng so với dự định. Tính số xe dự định lúc ban đầu và số hàng chở thực tế của mỗi xe (biết mỗi xe đều chở số hàng như nhau và số xe ban đầu không quá 15 xe)

2) Một công ty mỹ phẩm chuẩn bị ra một mẫu sản phẩm dưỡng da mới mang tên Ngọc Trai với thiết kế một khối cầu bán kính là 3cm, như viên ngọc trai. Bên trong là một khối trụ nằm trong nửa khối cầu để đựng kem dưỡng như hình vẽ có đường cao bằng 2,5 cm và đường kính đáy hình trụ bằng đúng bán kính hình cầu. Tính thể tích của phần khối cầu còn lại nằm ngoài hình trụ đó.



Bài III (2 điểm) 1) Giải hệ phương trình:
$$\begin{cases} \frac{8}{\sqrt{x-3}} + \frac{1}{|2y-1|} = 5 \\ \frac{4}{\sqrt{x-3}} + \frac{1}{|2y-1|} = 3 \end{cases}$$

2) Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho parabol (P): $y = \frac{1}{2}x^2$ và đường thẳng (d): $y = mx + 2$

a) Chứng minh rằng (d) luôn cắt (P) tại hai điểm phân biệt A; B.

b) Gọi M là giao điểm của đường thẳng (d) và trục tung, H và K là hình chiếu của A và B trên trục hoành. Tìm m để tam giác MHK có diện tích bằng 4.

Bài IV (3,0 điểm)

Cho đường tròn (O; R) đường kính AB = 2R. Gọi C là trung điểm của OA. Dây MN vuông góc với AB tại C. Trên cung MB nhỏ lấy điểm K. Nối AK cắt MN tại H.

a) Chứng minh tứ giác : BCHK nội tiếp.

b) Chứng minh tích AH.AK không đổi khi K chuyển động trên cung nhỏ MB. Chứng minh MA là tiếp tuyến của đường tròn ngoại tiếp tam giác MHK.

c) Tìm vị trí của K để tổng KM + KN + KB lớn nhất.

Bài V (0,5 điểm) Tìm GTNN của biểu thức $P = \frac{(x^3 + y^3) - (x^2 + y^2)}{(x-1)(y-1)}$ với x và y là các số thực lớn hơn 1.

*** Hết ***

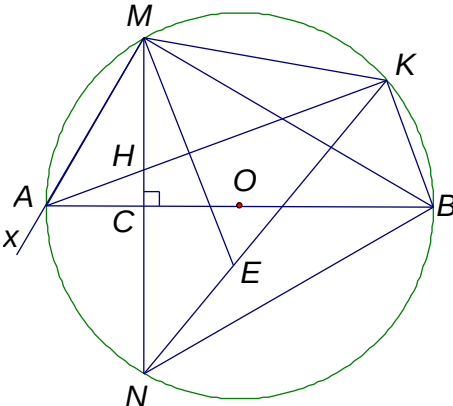
Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm!

Họ và tên thí sinh: Số báo danh:

ĐÁP ÁN ĐỀ THI THỬ VÀO LỚP 10 LẦN NĂM 2021 MÔN TOÁN

Bài	Các bước cho điểm	Điểm
Bài I (2 điểm)	Học sinh làm cách khác đúng tính điểm Cho hai biểu thức: $A = \frac{x - \sqrt{x} + 1}{3 - \sqrt{x}}$ và $B = \frac{x+3}{x-9} + \frac{2}{\sqrt{x}+3} - \frac{1}{3-\sqrt{x}}$ ($x > 0; x \neq 9$) a) Tìm giá trị của biểu thức A khi $x = 25$. b) Rút gọn B c) Đặt $P = A : B$. So sánh P và P	
Ý 1(0,5 đ)	Thay $x = 25$ (tmđk) vào A:	
	$A = \frac{25 - \sqrt{25} + 1}{3 - \sqrt{25}} = \frac{25 - 5 + 1}{3 - 5} = \frac{-21}{-2} = \frac{21}{2}$	0,25
	$A = \frac{-21}{2}$ khi $x = 25$	0,25
Ý 2(1đ)	$B = \frac{x+3}{x-9} + \frac{2}{\sqrt{x}+3} - \frac{1}{3-\sqrt{x}}$ ($x > 0; x \neq 9$)	
	$B = \frac{x+3}{x-9} + \frac{2}{\sqrt{x}+3} + \frac{1}{\sqrt{x}-3}$	0,25
	$B = \frac{x+3}{(\sqrt{x}+3)(\sqrt{x}-3)} + \frac{2(\sqrt{x}-3)}{(\sqrt{x}+3)(\sqrt{x}-3)} + \frac{\sqrt{x}+3}{(\sqrt{x}+3)(\sqrt{x}-3)}$	0,25
	$B = \frac{x+3\sqrt{x}}{(\sqrt{x}+3)(\sqrt{x}-3)}$	0,25
	$B = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-3}$	0,25
Ý 3(0,5đ)	Ta có $P = A : B = \frac{x - \sqrt{x} + 1}{3 - \sqrt{x}} : \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-3} = \frac{x - \sqrt{x} + 1}{-\sqrt{x}}$	
	*C/m: $x - \sqrt{x} + 1 = \left(\sqrt{x} - \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{3}{4} > 0$ Mà: $-\sqrt{x} < 0 \Rightarrow P < 0$	0,25
	$\Rightarrow P > P$	0,25
Bài II (2,5 điểm)	Học sinh làm cách khác đúng tính điểm 1) Một đội xe dự định chở 40 tấn hàng. Lúc sắp khởi hành, đội được giao thêm 14 tấn hàng nữa. Do đó phải điều thêm 2 xe cùng loại và mỗi xe phải chở thêm 0,5 tấn hàng so với dự định. Tính số xe dự định lúc ban đầu và số hàng chở thực tế của mỗi xe (biết mỗi xe đều chở số hàng như nhau và số xe ban đầu không quá 15 xe)	
Ý 1(2đ)	Gọi số xe dự định lúc đầu là x (chiếc); ĐK: $x \in \mathbb{N}^*; x \leq 15$.	0,25
	Số xe thực tế là: $x + 2$ (chiếc);	0,25

	Lúc đầu mỗi xe dự định chở : $\frac{40}{x}$ (tấn).	0,25
	Số hàng thực tế phải chở là: $40 + 14 = 54$ (tấn)	
	Thực tế mỗi xe chở : $\frac{54}{x+2}$ (tấn).	0,25
	Do thực tế mỗi xe chở hơn dự định là $0,5 = \frac{1}{2}$ (tấn), nên ta có phương trình: $\frac{54}{x+2} - \frac{40}{x} = \frac{1}{2}$	0,25
	=> phương trình $x^2 - 26x + 160 = 0$. Giải được $x_1 = 10$ và $x_2 = 16$	0,5
	Nhận định kết quả và trả lời: Số xe dự định lúc đầu là 10 xe và thực tế của mỗi xe chở 4,5 tấn hàng	0,25
	2) Một công ty mỹ phẩm chuẩn bị ra một mẫu sản phẩm dưỡng da mới mang tên Ngọc Trai với thiết kế một khối cầu bán kính là 3 cm, như viên ngọc trai. Bên trong là một khối trụ nằm trong nửa khối cầu để đựng kem dưỡng như hình vẽ có đường cao bằng 2,5 cm và đường kính đáy hình trụ bằng đúng bán kính hình cầu. Tính thể tích của phần khối cầu còn lại nằm ngoài hình trụ đó.	
Ý 2(0.5đ)	Tính được bán kính đáy hình trụ là: $r = 3:2 = 1,5$ cm Thể tích của hộp kem hình cầu là: $V_1 = \frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{4}{3}\pi 3^3 = 36\pi (cm^3)$ Thể tích hình trụ đựng kem là: $V_2 = \pi r^2 h = \pi \cdot 1,5^2 \cdot 2,5 = 5,625\pi (cm^3)$ Thể tích của phần khối cầu còn lại nằm ngoài hình trụ là: $V = V_1 - V_2 = 36\pi - 5,625\pi = 30,375\pi (cm^3)$	0,25
		0,25
Bài III (2 điểm) Ý 1(1đ)	1) $\begin{cases} \frac{8}{\sqrt{x-3}} + \frac{1}{ 2y-1 } = 5 \\ \frac{4}{\sqrt{x-3}} + \frac{1}{ 2y-1 } = 3 \end{cases}$	
	Đặt $\frac{1}{\sqrt{x-3}} = a$; $\frac{1}{ 2y-1 } = b$; hệ trở thành $\begin{cases} 8a + b = 5 \\ 4a + b = 3 \end{cases}$ ĐKXĐ: $x > 3; y \neq \frac{1}{2}$.	0,25
Bài III (2 điểm)	Giải hệ được $a = \frac{1}{2}$; $b = 1$	0,25
Ý 1(1đ) Ý 2(1đ)	Thay lại tìm được: $\begin{cases} x = 7 \\ y = 1 \text{ hoặc } y = 0 \end{cases} (t/m)$ KL các nghiệm của hpt (7; 1); (7; 0) Thiếu hoặc sai một nghiệm trừ 0,25 điểm. Không so sánh với đkxđ trừ 0,25 điểm	0,25
	2) Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho parabol (P): $y = \frac{1}{2}x^2$ và đường thẳng (d) : $y = mx + 2$	

	a) Chứng minh rằng (d) luôn cắt (P) tại hai điểm phân biệt A; B. b) Gọi M là giao điểm của đường thẳng (d) và trục tung, H và K là hình chiếu của A và B trên trục hoành. Tìm m để tam giác MHK có diện tích bằng 4.	
	Xét phương trình hoành độ giao điểm: $\frac{1}{2}x^2 = mx + 2 \Leftrightarrow x^2 - 2mx - 4 = 0(*)$	0,25
	a) $a.c = -4 < 0 \Rightarrow$ phương trình(*) luôn có hai nghiệm phân biệt trái dấu $\Rightarrow$ (P) luôn cắt (d) tại hai điểm phân biệt A; B với mọi m.	0,25
	b) $\forall m$ Theo định lý Viet $\begin{cases} x_1 + x_2 = 2m \\ x_1 x_2 = -4 \end{cases}$	
	M là giao điểm của đường thẳng (d) và trục tung $\Rightarrow M(0;2) \Rightarrow OM = 2 = 2$	
	$H(x_1;0); K(x_2;0) \Rightarrow OH = x_1 ; OK = x_2 \Rightarrow HK = x_1 + x_2$ $S_{MHK} = 4 \Leftrightarrow \frac{1}{2}HK \cdot OM = 4 \Leftrightarrow \frac{1}{2}(x_1 + x_2) \cdot 2 = 4$ $\Leftrightarrow (x_1 + x_2)^2 = 16$ $\Leftrightarrow (x_1 + x_2)^2 - 2x_1 x_2 + 2 x_1 x_2 = 16$	0,25
	Từ đó $\Rightarrow 4m^2 = 0 \Leftrightarrow m = 0$ KL: Vậy $m = 0$	0,25
	Cho đường tròn (O; R) đường kính AB = 2R. Gọi C là trung điểm của OA. Dây MN vuông góc với AB tại C. Trên cung MB nhỏ lấy điểm K. Nối AK cắt MN tại H. a) Chứng minh tứ giác : BCHK nội tiếp. b) Chứng minh tích AH.AK không đổi khi K chuyển động trên cung nhỏ MB. Chứng minh MA là tiếp tuyến của đường tròn ngoại tiếp tam giác MHK. c) Tìm vị trí của K để tổng KM + KN + KB lớn nhất.	
Bài IV (3 điểm)		
	Vẽ hình chính xác	0,25đ
	a)	

	* Chứng minh : $\angle HKB = 90^\circ$	0,25đ
	* Cm : $\angle HCB = 90^\circ$	0,25đ
	* Cm tứ giác BCHK nội tiếp được	0,25đ
	b) 1,5đ	
	* Cm $\triangle ACH$ và $\triangle AKB$ đồng dạng(gg)	0,5đ
	* Suy ra : $= \frac{AH}{AB} = \frac{AC}{AK} \Rightarrow AH.AK = AC.AB = R^2$	0,5đ
	* Chứng minh : $AM=AN$	
	* $C / m:MA=MK \Rightarrow \angle MAH = \angle MKA$	
	* Kẻ tiếp tuyến giả Mx của (MHK)	0,25đ
	* $C / m:HM=MK$	
Bài V (0,5 điểm)	* $\angle MAH = \angle MKA \Rightarrow$ Mx trùng MA $\Rightarrow$ MA là tiếp tuyến của (MHK)	0,25đ
	d) 0,5đ	
	* Chứng minh: $\triangle ACM$ đều $\Rightarrow \angle ACM = 60^\circ \Rightarrow \angle ABM = 30^\circ$ từ đó chứng minh $\triangle MBN$ đều	
	* Trên KN lấy điểm E sao cho $KE = KM$ từ đó chứng minh $\triangle BKM = \triangle NEM$ (cgc) $\Rightarrow BK = NE$	0,25đ
	* $KM + KN + KB = KE + EN + KN = 2KN$	
	* $KM + KN + KB$ lớn nhất khi KN lớn nhất, khi KN là đường kính của (O) $\Leftrightarrow N; O; K$ thẳng hàng.	0,25đ
	Tìm GTNN của biểu thức $P = \frac{(x^3 + y^3) - (x^2 + y^2)}{(x-1)(y-1)}$ với x và y là các số thực lớn hơn 1.	
	$P = \frac{(x^3 + y^3) - (x^2 + y^2)}{(x-1)(y-1)} = \frac{(x^3 - x^2) + (y^3 - y^2)}{(x-1)(y-1)} = \frac{x^2}{y-1} + \frac{y^2}{x-1}$	
	Áp dụng bất Cô-si cho 2 số dương ta có $\frac{x^2}{y-1} + \frac{y^2}{x-1} \geq \frac{2xy}{\sqrt{x-1}\sqrt{y-1}}$	
	Lại áp dụng bất Cô-si ta có $(x-1) + 1 \geq 2\sqrt{x-1}$ suy ra $\frac{x}{\sqrt{x-1}} \geq 2$	
	$(y-1) + 1 \geq 2\sqrt{y-1}$ suy ra $\frac{y}{\sqrt{y-1}} \geq 2$	
	Suy ra $\frac{2xy}{\sqrt{x-1}\sqrt{y-1}} \geq 8$ vậy $P \geq 8$	0,25
	Dấu “=”	
	xảy ra khi $\begin{cases} \frac{x^2}{y-1} = \frac{y^2}{x-1} \\ x-1=1 \\ y-1=1 \end{cases} \Leftrightarrow x=y=2$	
	MinP = 8 khi x = y = 2	0,25

Lưu ý: Các cách làm khác nếu đúng học sinh vẫn được điểm tương ứng với biểu điểm của Hướng dẫn chấm.