

Bài I: (2,0 điểm)

Cho biểu thức $A = \frac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}-1}$ và $B = \frac{1}{\sqrt{x}+1} - \frac{\sqrt{x}}{1-\sqrt{x}} + \frac{2}{x-1}$ (với $x \geq 0; x \neq 1$)

- Tính giá trị của A khi $x = 16$.
- Rút gọn B
- Đặt $P = A:B$, tìm giá trị nguyên của x để $|P| > P$

Bài II: (2,5 điểm)

1) Giải bài toán sau bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình:

Bạn Bình mua một quyền từ điển và một món đồ chơi với tổng giá tiền theo niêm yết là 750 nghìn đồng. Vì Bình mua đúng dịp cửa hàng có chương trình khuyến mãi nên khi thanh toán giá quyền từ điển được giảm 20%, giá món đồ chơi được giảm 10%. Do đó Bình chỉ phải trả 630 nghìn đồng. Hỏi Bình mua mỗi thứ giá bao nhiêu tiền.

2) Một bồn nước inox có dạng hình trụ chiều cao 2m, bán kính đáy 0,3m. Hỏi bồn nước này đựng đầy được bao nhiêu lít nước. (lấy $\pi \approx 3,14$)

Bài III: (2,0 điểm)

$$1) \text{ Giải hệ phương trình } \begin{cases} 2|x-1| - \frac{5}{y-1} = -3 \\ |x-1| + \frac{2}{y-1} = 3 \end{cases}$$

2) Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho parabol (P): $y = x^2$ và đường thẳng (d) $y = 2mx - m^2 + 4$

- Chứng minh rằng đường thẳng (d) luôn cắt (P) tại hai điểm phân biệt A ($x_1; y_1$); B ($x_2; y_2$)
- Tìm m để tọa độ hai điểm A, B thỏa mãn $x_1 < x_2$ và $y_1 - y_2 > 1$

Bài IV: (3 điểm)

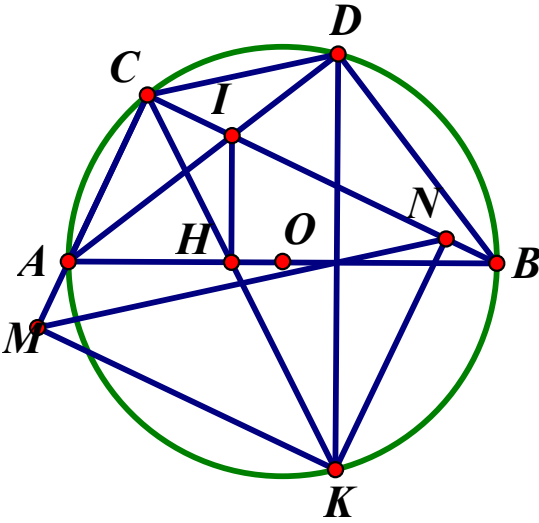
Cho đường tròn (O) đường kính AB. C là một điểm thuộc đường tròn sao cho $AC < BC$. Lấy điểm I thuộc BC (I khác B và C). AI cắt đường tròn tại điểm thứ hai là D. Gọi H là hình chiếu của I trên AB.

- Chứng minh tứ giác BDIH nội tiếp;
- Đường thẳng CH cắt đường tròn tại điểm thứ hai là K. Chứng minh rằng $BI \cdot BC = BH \cdot BA$ và $IH \parallel DK$;
- Kẻ KM vuông góc với AC tại M, KN vuông góc với BC tại N. Chứng minh các đường thẳng AB, DK và MN đồng quy.

Bài V: (0,5 điểm)

Cho $a \geq ab + 1$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $M = \frac{ab}{a^2 + b^2}$

Bài	Ý	Nội dung	Điểm
Bài I 2,0 điểm	1) 0,5đ	Với $x = 16$ (TMĐK), thay được vào biểu thức A	0,25
		Tính đúng $A = \frac{2}{3}$	0,25
	2) 1đ	$B = \frac{1}{\sqrt{x}+1} - \frac{\sqrt{x}}{1-\sqrt{x}} + \frac{2}{x-1}$ $B = \frac{1}{\sqrt{x}+1} + \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1} + \frac{2}{(\sqrt{x}+1)(\sqrt{x}-1)} = \frac{\sqrt{x}-1+\sqrt{x}(\sqrt{x}+1)+2}{(\sqrt{x}+1)(\sqrt{x}-1)}$	0,5
		$B = \frac{x+2\sqrt{x}+1}{(\sqrt{x}+1)(\sqrt{x}-1)} = \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-1}$	0,5
	3)	$P = A : B = \frac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}-1} : \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-1} = \frac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}+1}; x \geq 0; x \neq 1$ $ P > P \Leftrightarrow P < 0$	0,25
		$\frac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}+1} < 0$ tìm được $0 \leq x < 4; x \neq 1$. Vì x nguyên nên $x \in \{0; 2; 3\}$	0,25
Bài II 2,5 điểm	1)		2,0
		- Gọi giá gốc của quyền từ điển và món đồ chơi lần lượt là x; y (nghìn đồng); $x, y > 0$	0,25
		-Lập luận được $x + y = 750$	0,25
		-Lập luận được $0,8x + 0,9y = 630$	0,25
		Từ đó ra được hệ phương trình	0,25
		-Giải hệ PT tìm được $x = 450; y = 300$	0,5
		-Tìm được giá quyền từ điển là 0,8. $450 = 360$ (nghìn đồng) Giá món đồ chơi là 0,9. $300 = 270$ (nghìn đồng)	0,25 0,25
	2)	- Thể tích bồn nước $V = \pi r^2 h = 3,14 \cdot (0,3)^2 \cdot 2 = 0,2512 (m^3)$	0,25
		- Đổi $0,2512 (m^3) = 251,2 dm^3 = 251,2$ lít	0,25
Bài III 2,0 điểm	1)		1,0
		Điều kiện $y \neq 1$ Biến đổi phương trình về dạng $\begin{cases} 2 x-1 - \frac{5}{y-1} = -3 \\ 2 x-1 + \frac{4}{y-1} = 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{9}{y-1} = 9 \\ 2 x-1 + \frac{4}{y-1} = 6 \end{cases}$	0,25
		$\begin{cases} y-1=1 \\ x-1 =3-\frac{2}{1} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y=2(tmdk) \\ x-1 =1 \end{cases}$	0,25
		TH1: $\Leftrightarrow \begin{cases} y=2 \\ x-1=1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y=2 \\ x=2 \end{cases}$	0,25

Bài IV 3,0 điểm		TH2: $\Leftrightarrow \begin{cases} y = 2 \\ x - 1 = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 2 \\ x = 0 \end{cases}$ Vậy hệ phương trình có 2 nghiệm $\begin{cases} x = 2 \\ y = 2 \end{cases}$; $\begin{cases} x = 0 \\ y = 2 \end{cases}$	0,25
		a)-Hoành độ giao điểm của d và (P) là nghiệm của PT $x^2 = 2mx - m^2 + 4 \Leftrightarrow x^2 - 2mx + m^2 - 4 = 0$	0,25
	2)	Tính $\Delta' = 4 > 0$ nên PT luôn có hai nghiệm phân biệt, hay d luôn cắt (P) tại hai điểm phân biệt với mọi m	0,25
		b)Từ câu a và giả thiết $x_1 < x_2$; tính được $x_1 = m - 2; x_2 = m + 2$ Ta có $y_1 - y_2 = 2m.(x_1 - x_2) = -8m$	0,25
		$y_1 - y_2 > 1 \Leftrightarrow -8m > 1 \Leftrightarrow m < \frac{-1}{8}$	0,25
	1) 1đ		0,25
		Lập luận được $\widehat{IDB} = 90^\circ$	0,25
		Lập luận được $\widehat{IDB} + \widehat{IHB} = 180^\circ$	0,25
		Mà hai góc ở vị trí đối $\Rightarrow$ tứ giác BDIH nội tiếp	0,25
		Chứng minh được $\triangle BHI$ đồng dạng với $\triangle BCA(g_g)$	0,25
		Từ đó suy ra $BI.BC = BH.BA$	0,25
	2) 1,25đ	Chứng minh được tứ giác ACIH nội tiếp Xét đường tròn ngoại tiếp tứ giác ACIH chứng minh được $\widehat{AIH} = \widehat{ACH} = \widehat{ACK}$	0,25
		Xét đường tròn (O) lập luận được $\widehat{ACK} = \widehat{ADK}$ từ đó suy ra $\widehat{AIH} = \widehat{ADK}$	0,25
		Mà hai góc này ở vị trí đồng vị $\Rightarrow IH \parallel DK$	0,25
	3) 0,75đ	-Ta có $IH \parallel DK$ mà IH vuông góc $AB \Rightarrow DK$ vuông góc với AB Mà AB là đường kính $\Rightarrow AB$ đi qua trung điểm của DK (1) - Chứng minh được tứ giác CMKN là hình chữ nhật $\Rightarrow MN$ cắt CK tại trung điểm của CK (2) và $\widehat{MNC} = \widehat{KCN}$ - Chứng minh được $\widehat{KCN} = \widehat{NCD} (= \widehat{DAB}) \Rightarrow \widehat{MNC} = \widehat{NCD} \Rightarrow CD \parallel MN$ (3) - Từ (2) và (3) suy ra MN đi qua trung điểm của CD (4) - Từ (1) và (4) $\Rightarrow$ điều phải chứng minh	0,25 0,25

Bài V 0,5 điểm		- Từ $a \geq ab + 1 \Rightarrow a$ khác 0 - Nếu $b = 0$ thì $M = 0$ (1) - Xét b khác 0. Khi đó + Nếu a và b trái dấu thì $M < 0$ (2) + Nếu a và b cùng dấu thì khi đó a và b phải cùng dương (Vì nếu a, b cùng âm thì $a.b + 1 > 0 > a$ mâu thuẫn với giả thiết) Khi đó ta có $a \geq ab + 1 \geq 2\sqrt{ab} \Rightarrow \frac{a}{b} \geq 4$	0,25
		$\frac{a^2 + b^2}{ab} = \frac{a}{b} + \frac{b}{a} = \frac{a}{16b} + \frac{b}{a} + \frac{15}{16} \cdot \frac{a}{b} \geq 2\sqrt{\frac{a}{16b} \cdot \frac{b}{a}} + \frac{15}{16} \cdot 4 = \frac{17}{4}.$ $\Rightarrow M \leq \frac{4}{17} \quad ; \text{ Dấu bằng xảy ra khi } a = 2; b = \frac{1}{2} \quad (3)$ Từ (1); (2); (3) $\Rightarrow$ GTLN của M bằng $4/17$ khi $a = 2$ và $b = 1/2$	0,25