

**Bài I (2 điểm):** Cho hai biểu thức:

$$A = \frac{x-3}{\sqrt{x+1}}; B = \frac{x-\sqrt{x}-7}{x+\sqrt{x}-6} + \frac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}+3} + \frac{\sqrt{x}-3}{2-\sqrt{x}} \text{ với } x \geq 0; x \neq 4$$

a) Tính giá trị của biểu thức A khi  $x = 9$

b) Chứng minh  $B = \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}+3}$

c) Cho biểu thức  $M = A.B$ . Tìm số nguyên  $x$  lớn nhất để M nhận giá trị nguyên

**Bài II (2,5 điểm):**

1) Giải bài toán bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình.

Nhân dịp kỷ niệm sinh nhật Bác Hồ tỉnh Lâm Đồng phát động phong trào trồng cây gây rừng, một lớp 9 của trường THCS được giao trồng 240 cây. Nhưng khi thực hiện có 8 bạn nghỉ nên mỗi học sinh còn lại của lớp phải trồng thêm 1 cây so với dự định. Hỏi lớp 9 đó có bao nhiêu học sinh? (biết số cây trồng của mỗi học sinh như nhau)

2) Quả bóng đá thi đấu chính thức SEA Games 31 chọn sắc đỏ và vàng trên quốc kỳ nước chủ nhà Việt Nam làm chủ đạo. Họa tiết trên bóng lấy cảm hứng từ tinh thần thi đấu rực lửa của các chiến binh sao vàng và tình yêu mãnh liệt của hàng triệu người dân Việt Nam dành cho môn thể thao vua. Quả bóng đá có đường kính 22cm. Để bơm căng quả bóng cần bao nhiêu ml khí? (Cho  $\pi \approx 3,14$ , làm tròn kết quả đến chữ số thập phân thứ nhất).

**Bài III (2 điểm):**

1) Giải hệ phương trình: 
$$\begin{cases} \frac{5}{\sqrt{x-2}} + |2y-3| = 6 \\ \frac{1}{\sqrt{x-2}} - 3|2y-3| = -2 \end{cases}$$

2) Cho hàm số  $y = mx - m + 4$  ( với  $m$  là tham số,  $m \neq 0$ ) có đồ thị là đường thẳng (d).

a) Vẽ đồ thị hàm số khi  $m = 2$

b) Tìm  $m$  để (d) tạo với hai trục tọa độ Ox, Oy một tam giác có diện tích bằng 1 (đvdt).

**Bài IV (3 điểm):** Cho đường tròn (O; R) đường kính AB. Lấy điểm C thuộc đường tròn sao cho  $AC = R$ . Trên cung nhỏ BC lấy điểm D (D khác B, C); AC cắt BD cắt tại E; hạ EH vuông góc với AB tại H, EH cắt AD tại I. Tia DH cắt (O; R) tại điểm thứ hai là F

1) Chứng minh tứ giác AHDE là tứ giác nội tiếp

2) Chứng minh  $\widehat{DHE} = \widehat{DFC}$  từ đó suy ra  $CF \perp AB$

3) Chứng minh  $\Delta BCF$  là tam giác đều. Xác định vị trí của D để chu vi tứ giác ABDC đạt giá trị lớn nhất.

**Bài V (0,5 điểm):** Giải phương trình  $x^2 - 6x + 11 = \sqrt{x-2} + \sqrt{4-x}$ .

**ĐÁP ÁN**

<b>Bài I.</b> <b>(2điểm)</b>	<p>+ <math>x = 9</math> (TMĐK)</p> <p>+ Thay <math>x = 9</math> vào biểu thức A ta có:</p> $A = \frac{x-3}{\sqrt{x}+1} = \frac{9-3}{3+1} = \frac{6}{4} = \frac{3}{2}$ <p>+ KL: Vậy <math>A = 3/2</math> khi <math>x = 9</math></p>	0.25 0.25
	$B = \frac{x-\sqrt{x}-7}{x+\sqrt{x}-6} + \frac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}+3} + \frac{\sqrt{x}-3}{2-\sqrt{x}} \text{ với } x \geq 0; x \neq 4$ <p>* <math>x + \sqrt{x} - 6 = (\sqrt{x} + 3)(\sqrt{x} - 2)</math></p> $B = \frac{x-\sqrt{x}-7}{(\sqrt{x}+3)(\sqrt{x}-2)} + \frac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}+3} - \frac{\sqrt{x}-3}{\sqrt{x}-2}$ $B = \frac{x-\sqrt{x}-7+(\sqrt{x}+2)(\sqrt{x}-2)-(\sqrt{x}-3)(\sqrt{x}+3)}{(\sqrt{x}+3)(\sqrt{x}-2)}$	0.25
	$B = \frac{x-2\sqrt{x}-2}{(\sqrt{x}+3)(\sqrt{x}-2)}$	0.25
	$B = \frac{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+1)}{(\sqrt{x}+3)(\sqrt{x}-2)}$	0.25
	$B = \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}+3}$ <p>+ KL</p>	0.25 0.25
	$M = A.B = \frac{x-3}{\sqrt{x}+1} \cdot \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}+3} = \frac{x-3}{\sqrt{x}+3} \quad (x \geq 0; x \neq 4)$ <p>* TH1: <math>x - 3 = 0 \Rightarrow x = 3</math> (tmdk) <math>\Rightarrow M = 0 \in \mathbb{Z}</math></p> <p>Vậy <math>x = 3</math> thì M nguyên (1)</p> <p>* TH2: <math>x - 3 \neq 0 \Rightarrow x \neq 3</math></p> $M = \frac{x-3}{\sqrt{x}+3} = \sqrt{x} - 3 + \frac{6}{\sqrt{x}+3}$ $M \in \mathbb{Z} \Rightarrow \sqrt{x} - 3 + \frac{6}{\sqrt{x}+3} \in \mathbb{Z}$ <p><math>\Rightarrow x</math> là số chính phương và <math>\sqrt{x} + 3 \in U(6) = \{\pm 1; \pm 6; \pm 2; \pm 3\}</math></p> <p>Mà: <math>x \geq 0 \Rightarrow \sqrt{x} \geq 0</math></p> <p><math>\Rightarrow \sqrt{x} + 3 \geq 3</math></p> <p><math>\Rightarrow \sqrt{x} + 3</math> thuộc <math>\{3; 6\}</math></p> <p><math>\Rightarrow x</math> thuộc <math>\{0; 9\}</math> (tmdk) (2)</p> <p>+ Từ (1) và (2): <math>x</math> thuộc <math>\{0; 3; 9\}</math> thì M nguyên</p> <p>Vì <math>x</math> là số nguyên lớn nhất <math>\Rightarrow x = 9</math></p>	0.25 0.25
<b>Bài II.</b> <b>(2,5điểm)</b>	1) Gọi số học sinh lớp 9 đó là $x$ (học sinh) ( $x \in \mathbb{N}^*, x > 8$ )	0,25
	Theo kế hoạch mỗi học sinh phải trồng là: $\frac{240}{x}$ (cây)	0,25

	Số học sinh còn lại là: $x - 8$ (học sinh) Khi thực hiện mỗi học sinh còn lại phải trồng là: $\frac{240}{x-8}$ (cây)	0,25 0,25								
	Ta có phương trình: $\frac{240}{x-8} - \frac{240}{x} = 1$	0,25								
	Giải PT ta được: $x = 48$ (TMĐK)	0,5								
	Vậy số học sinh lớp 9 đó là 48 học sinh.	0,25								
	+ Bán kính của quả bóng là: $22: 2 = 11$ (cm) + Thể tích của quả bóng là: $V = \frac{4}{3}\pi \cdot R^3 = \frac{4}{3}\pi \cdot 11^3 \approx 5572,5$ (cm <sup>3</sup> ) $\approx 5572,5$ ml + KL: Cần 5572,5ml khí để bơm căng quả bóng.	0,25 0,25								
<b>Bài III.</b> <b>(2điểm)</b>	$\begin{cases} \frac{5}{\sqrt{x-2}} +  2y-3  = 6 \\ \frac{1}{\sqrt{x-2}} - 3 2y-3  = -2 \end{cases} \quad (I)$ <p>+ ĐK: <math>x - 2 &gt; 0 \Rightarrow x &gt; 2</math></p> $\begin{cases} \frac{15}{\sqrt{x-2}} + 3 2y-3  = 18 \\ \frac{1}{\sqrt{x-2}} - 3 2y-3  = -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{16}{\sqrt{x-2}} = 16 \\ \frac{1}{\sqrt{x-2}} - 3 2y-3  = -2 \end{cases}$ $\Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{x-2} = 1 \\ 1 - 3 2y-3  = -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\  2y-3  = 1 \end{cases}$ $\Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ \begin{cases} 2y-3 = 1 \\ 2y-3 = -1 \end{cases} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3(TM) \\ \begin{cases} y = 2 \\ y = 1 \end{cases} \end{cases}$ <p>+ KL: HPT có nghiệm là : <math>(x;y) \in \{(3 ; 2) ; (3 ; 1)\}</math></p>	0.25 0.25 0.25 0.25								
	2a) +) Lập bảng									
	<table border="1" style="display: inline-table; vertical-align: middle;"><tr><td>x</td><td>0</td><td></td><td>-1</td></tr><tr><td>y = 2x+2</td><td>2</td><td></td><td>0</td></tr></table>	x	0		-1	y = 2x+2	2		0	0.25 0.25
x	0		-1							
y = 2x+2	2		0							
	+) Vẽ đồ thị chính xác									
	2b) (d) tạo với hai trục tọa độ một tam giác $\Leftrightarrow$ (d) cắt hai trục tọa độ tại hai điểm phân biệt $\Leftrightarrow \begin{cases} m \neq 0 \\ 4-m \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \neq 0 \\ m \neq 4 \end{cases}$	0.25 điểm								
	Ta có bảng:									

x	0	$\frac{m-4}{m}$
y	$4-m$	0

$\Rightarrow$  Đường thẳng  $(d)$  cắt Ox tại  $A\left(\frac{m-4}{m}; 0\right)$ , cắt Oy tại  $B(0; 4-m)$ .

$$\Rightarrow OA = \left| \frac{m-4}{m} \right|; OB = |4-m|.$$

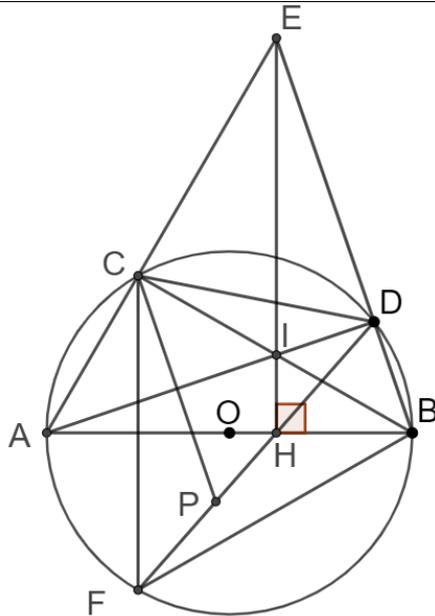
$$S_{OAB} = \frac{1}{2} OA \cdot OB = \frac{1}{2} \left| \frac{(m-4)^2}{m} \right| = 1$$

$$\Leftrightarrow (m-4)^2 = |2m| \Leftrightarrow \begin{cases} (m-4)^2 = 2m \\ (m-4)^2 = -2m \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow m^2 - 10m + 16 = 0 \Leftrightarrow (m-2)(m-8) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 2 \\ m = 8 \end{cases} \text{ (TMĐK).}$$

0.25

**Bài IV.**  
**(3 điểm)**



0.25

**1**  
**(0,75đ)**

Xét đường tròn  $(O)$  có:

$$EH \perp AB = \{H\} \Rightarrow EHA = EHB = 90^\circ.$$

Mặt khác:  $AB$  là đường kính của  $(O)$ .  $D \in (O)$ .

$$\Rightarrow \angle ADB = 90^\circ \text{ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn)}$$

$$\text{Mà } \angle ADB + \angle ADE = 180^\circ \text{ (kề bù)} \Rightarrow \angle ADE = 90^\circ.$$

Xét tứ giác  $AHDE$  có:  $\angle ADE = \angle AHE = 90^\circ$ .

$\Rightarrow$  tứ giác  $AHDE$  nội tiếp (tứ giác có 2 đỉnh kề nhau cùng nhìn cạnh  $AE$  góc  $90^\circ$ ).

0,25

0,25

0,25

**2**

Tứ giác  $AHDE$  nội tiếp

<b>(1 điểm)</b>	$\Rightarrow EAD = EHD$ (hai góc nội tiếp cùng chắn cung ED) (1)	0,25
	Xét đường tròn (O) có:	
	$EAD = CFD$ (hai góc nội tiếp cùng chắn cung CD) (2)	0,25
	Từ (1) và (2) $\Rightarrow CFD = EHD$ . Mà hai góc ở vị trí đồng vị $\Rightarrow CF // EH$ .	0,25
<b>3 (1 điểm)</b>	Xét đường tròn (O) có: $CF \perp AB$ , CF là dây cung; AB là đường kính $\Rightarrow AB$ là trung trực của CF (quan hệ đường kính vuông góc với dây cung) $\Rightarrow BC = BF \Rightarrow \triangle BCF$ cân tại B. (3)	0,25
	$ACB = 90^\circ$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn) $\Rightarrow \triangle ACB$ vuông tại C. Xét $\triangle ACB$ vuông tại C có: $\cos CAB = \frac{AC}{AB} = \frac{R}{2R} = \frac{1}{2} \Rightarrow CAB = 60^\circ$ . Lại có: $CAB = CFB = 60^\circ$ (hai góc nội tiếp cùng chắn cung CB) (4) Từ (3), (4) $\Rightarrow \triangle BCF$ là tam giác đều.	0,25
	Trên cạnh DF lấy điểm P sao cho $DC = DP \Rightarrow \triangle DCP$ cân tại P. (5) Lại có: $CDF = CBF = 60^\circ$ (hai góc nội tiếp cùng chắn cung CF) $\Rightarrow CDP = 60^\circ$ (6) $\Rightarrow \triangle DCP$ là tam giác đều $\Rightarrow DC = CP$ . Do $\triangle BCF$ là tam giác đều $\Rightarrow CB = CF$ . Xét $\triangle CPF$ và $\triangle CDB$ có: $\left. \begin{array}{l} CD = CP \\ PCF = DCB (= 60^\circ - PCB) \\ CF = CB \end{array} \right\} \Rightarrow \triangle CPF = \triangle CDB (c.g.c) \Rightarrow PF = BD$	0,25
	Chu vi tứ giác ABDC bằng : $AB + BD + DC + CA = 3R + BD + DC = 3R + PF + DP = 3R + DF$ Chu vi tứ giác ABDC lớn nhất khi DF lớn nhất $\Rightarrow DF$ là đường kính của đường tròn (O; R) $\Rightarrow D$ là điểm chính giữa của cung nhỏ BC.	0,25
<b>Bài V. (0,5 điểm)</b>	ĐK: $2 \leq x \leq 4$ . Ta có: $x^2 - 6x + 11 = (x-3)^2 + 2 \geq 2$ $(\sqrt{x-2} + \sqrt{4-x})^2 \leq 2(x-3+5-x) = 4$ $\Rightarrow \sqrt{x-2} + \sqrt{4-x} \leq 2$ Dấu “=” xảy ra $\Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{x-2} + \sqrt{4-x} = 2 \\ x^2 - 6x + 11 = 2 \end{cases} \Leftrightarrow x = 3 \text{ (TM)}$ KL....	0,25