

Môn: **TOÁN**

Ngày kiểm tra: 14/01/2022

Thời gian làm bài: 120 phút

Bài I (2 điểm) Cho hai biểu thức:

$$A = \frac{x-4}{\sqrt{x}-3} \text{ và } B = \frac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}-2} + \frac{4}{\sqrt{x}+2} - \frac{8\sqrt{x}+1}{x-4} \text{ với } x \geq 0; x \neq 4; x \neq 9$$

- 1) Tính giá trị của biểu thức A khi $x = 25$.
- 2) Rút gọn biểu thức B.
- 3) Cho $P = A.B$. Tìm tất cả các giá trị của x để $P > 2$.

Bài II (2 điểm) Giải bài toán bằng cách lập hệ phương trình.

Hai vòi nước cùng chảy vào một cái bể không có nước thì sau 6 giờ bể sẽ đầy nước. Nếu để riêng vòi thứ nhất chảy trong 2 giờ, sau đó đóng lại và mở vòi thứ hai chảy tiếp trong 3 giờ nữa thì được $\frac{2}{5}$ bể.

Hỏi nếu chảy riêng thì mỗi vòi chảy đầy bể trong bao lâu.

Bài III (2 điểm)

$$1) \text{ Giải hệ phương trình: } \begin{cases} \frac{1}{x+2} + \frac{1}{\sqrt{y}-1} = 1 \\ \frac{3}{x+2} + \frac{2}{\sqrt{y}-1} = 1 \end{cases}$$

2) Cho hai hàm số $y = (m-3)x + m+1$ và $y = 2x-3$ có đồ thị lần lượt là (d_1) và (d_2)

- a) Với $m = 1$, tìm tọa độ giao điểm của hai đường thẳng trên.
- b) Chứng minh rằng điểm cố định mà đường thẳng (d_1) luôn đi qua thuộc đường thẳng (d) có phương trình: $y = -3x + 1$.

Bài IV (3,5 điểm) Cho $\triangle ABC$ có ba góc nhọn nội tiếp đường tròn (O). Hai đường cao BD, CE cắt nhau tại H.

- 1) Chứng minh rằng: 4 điểm B, E, D, C cùng thuộc một đường tròn.
- 2) Chứng minh rằng: $AE.AB = AD.AC$.
- 3) Vẽ đường kính AK của đường tròn (O). Gọi I là trung điểm của BC.
 - a) Chứng minh rằng: ba điểm H, I, K thẳng hàng.
 - b) Chứng minh rằng: $ED < 2OI$.

Bài V (0,5 điểm): Cho hàm số bậc nhất: $y = (m-1)x + m$ có đồ thị hàm số là d.

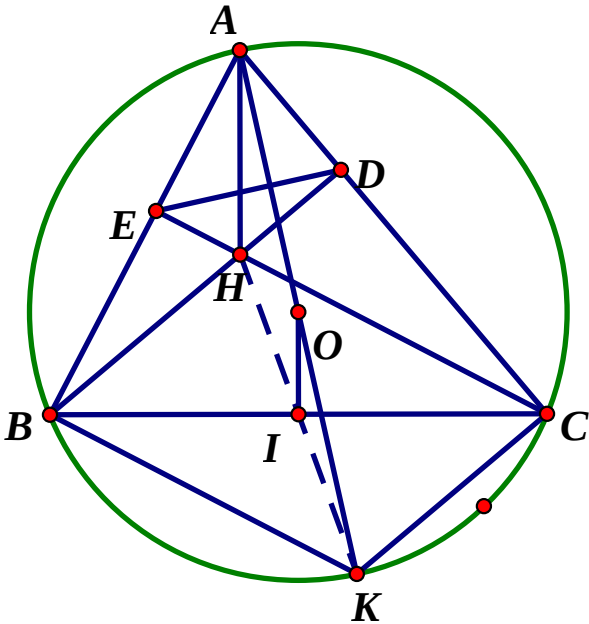
Tìm giá trị của m để khoảng cách từ gốc tọa độ đến đường thẳng d lớn nhất.

----- **Chúc các em làm bài tốt!** -----

ĐÁP ÁN KIỂM TRA TOÁN 9 - TS (14/01/2022)

Bài	Ý	Đáp án	Điểm
Bài I 2 điểm		Tính giá trị của biểu thức A khi $x = 25$.	0,5
	1)	Thay $x = 25$ (TMĐK) vào biểu thức A $A = \frac{25-4}{\sqrt{25}-3}$	0,25
		Tính được $A = \frac{21}{2}$	0,25
		Rút gọn biểu thức $B = \frac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}-2} + \frac{4}{\sqrt{x}+2} - \frac{8\sqrt{x}+1}{x-4}$	1
	2)	$B = \frac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}-2} + \frac{4}{\sqrt{x}+2} - \frac{8\sqrt{x}+1}{x-4} = \frac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}-2} + \frac{4}{\sqrt{x}+2} - \frac{8\sqrt{x}+1}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+2)}$	0,25
		$= \frac{x+4\sqrt{x}+4+4\sqrt{x}-8-8\sqrt{x}-1}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+2)}$	0,5
		$= \frac{x-5}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+2)}$	0,25
		Cho $P = A.B$. Tìm tất cả các giá trị của x để $P > 2$	0,5
	3)	$P = A.B = \frac{x-5}{\sqrt{x}-3}$ $P > 2 \Rightarrow \frac{x-5}{\sqrt{x}-3} > 2$ Từ đó suy ra: $\frac{(\sqrt{x}-1)^2}{\sqrt{x}-3} > 0$	
		$\forall x$ t/m ĐKXD có: $(\sqrt{x}-1)^2 \geq 0$ Từ đó suy ra cần có 2 điều kiện được thỏa mãn đồng thời : ĐK1 : $(\sqrt{x}-1)^2 > 0 \Leftrightarrow x \neq 1$	0,25
		ĐK2: $\sqrt{x}-3 > 0 \Leftrightarrow x > 9$ Mà $x \geq 0$; $x \neq 4$; $x \neq 9$ $\Rightarrow x > 9$ Kết luận: $x > 9$ thì $P > 2$	0,25
		Cách 2: $\forall x$ t/m ĐKXD có: $(\sqrt{x}-1)^2 \geq 0$ Từ đó suy ra: $\sqrt{x}-3 > 0 \Leftrightarrow x > 9$ Mà $x \geq 0$; $x \neq 4$; $x \neq 9$ $\Rightarrow x > 9$ Với $x > 9$ có $(\sqrt{x}-1)^2 > 0$; $\sqrt{x}-3 > 0$ $\Rightarrow \frac{(\sqrt{x}-1)^2}{\sqrt{x}-3} > 0 \Rightarrow x > 9 \text{ thỏa mãn}$ Kết luận: $x > 9$ thì $P > 2$	0,25 0,25

Bài II 2 điểm		Hai vòi nước cùng chảy vào một cái bể không có nước thì sau 6 giờ bể sẽ đầy nước. Nếu để riêng vòi thứ nhất chảy trong 2 giờ, sau đó đóng lại và mở vòi thứ hai chảy tiếp trong 3 giờ nữa thì được $\frac{2}{5}$ bể.	2
		Hỏi nếu chảy riêng thì mỗi vòi chảy đầy bể trong bao lâu.	
		Gọi thời gian vòi I chảy riêng để đầy bể là: x (giờ; x > 6) Gọi thời gian vòi II chảy riêng để đầy bể là: y (giờ; y > 6)	0,25
		1 giờ, vòi I chảy được số phần bể là: $\frac{1}{x}$ (bể) 1 giờ, vòi I chảy được số phần bể là: $\frac{1}{y}$ (bể) Vì 1 giờ, hai vòi chảy được: $\frac{1}{6}$ (bể) nên có phương trình: $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{6}$ (1)	0,25 0,25
		2 giờ, vòi I chảy được số phần bể là: $\frac{2}{x}$ (bể) 3 giờ, vòi I chảy được số phần bể là: $\frac{3}{y}$ (bể) Vì vòi I chảy trong 2 giờ, vòi II chảy trong 3 giờ thì được $\frac{2}{5}$ bể nên có phương trình: $\frac{2}{x} + \frac{3}{y} = \frac{2}{5}$ (2)	0,25
		(1), (2) có hệ phương trình: $\begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{6} \\ \frac{2}{x} + \frac{3}{y} = \frac{2}{5} \end{cases}$ Giải hệ phương trình, tìm được (x, y) = (10; 15) Nhận định kết quả, trả lời: Thời gian vòi I chảy riêng để đầy bể là 10 giờ Thời gian vòi II chảy riêng để đầy bể là 15 giờ	0,25 0,5 0,25
Bài III 2 điểm	1)	Giải hệ phương trình: $\begin{cases} \frac{1}{x+2} + \frac{1}{\sqrt{y}-1} = 1 \\ \frac{3}{x+2} + \frac{2}{\sqrt{y}-1} = 1 \end{cases}$	1
		ĐK: x ≠ -2 ; y ≥ 0 ; y ≠ 1 Đặt a = $\frac{1}{x+2}$; b = $\frac{1}{\sqrt{y}-1}$ Ta có hệ phương trình : $\begin{cases} a + b = 1 \\ 3a + 2b = 1 \end{cases}$	0,25
		Giải hpt ta được : (a, b) = (-1 ; 2)	0,25
		$\Rightarrow \begin{cases} \frac{1}{x+2} = -1 \\ \frac{1}{\sqrt{y}-1} = 2 \end{cases}, \text{ từ đó tìm được: } \begin{cases} x = -3 \\ y = \frac{9}{4} \end{cases}$	0,25

Bài IV 3 điểm		Nhận định kết quả, kết luận : Hệ phương trình có nghiệm $\begin{cases} x = -3 \\ y = \frac{9}{4} \end{cases}$	0,25
		Cho hai hàm số $y = (m-3)x + m + 1$ và $y = 2x - 3$ có đồ thị lần lượt là (d_1) và (d_2)	0,5
		a) Với $m = 1$, tìm tọa độ giao điểm của hai đường thẳng trên.	
	2)	$m = 1$, hàm số (d_1) có dạng : $y = -2x + 2$	
		Tìm được hoành độ giao điểm của hai đường thẳng là $x = \frac{5}{4}$	0,25
		Tìm được tọa độ giao điểm của hai đường thẳng là : $\left(\frac{5}{4}; \frac{-1}{2}\right)$	0,25
		b) Chứng minh rằng điểm cố định mà đường thẳng (d_1) luôn đi qua thuộc đường thẳng (d) có phương trình: $y = -3x + 1$.	0,5
		Tìm được điểm cố định mà đường thẳng (d_1) luôn đi qua với mọi m là: $M(-1; 4)$	0,25
		$M(-1; 4) \Rightarrow x = -1; y = 4$, thay vào hàm số (d) $\Rightarrow 4 = -3 \cdot (-1) + 1$ (thỏa mãn)	
		Từ đó suy ra điều phải chứng minh	0,25
Bài IV 3 điểm	1)	Chứng minh: 4 điểm A, E, H, D cùng thuộc một đường tròn.	1,25
			0,25
		Vẽ hình đúng đến câu 1)	
		CM được 3 điểm B, E, C cùng thuộc đường tròn đường kính BC	0,5
		CM được 3 điểm B, D, C cùng thuộc đường tròn đường kính BC (CM đúng 1 trong 2 ý được 0,5 điểm)	0,25
		Từ đó suy ra 4 điểm B, E, D, C cùng thuộc đường tròn đường kính BC	0,25
	2)	Chứng minh rằng: $AE \cdot AB = AD \cdot AC$	1
		CM: $\widehat{AEC} = 90^\circ$; $\widehat{ADB} = 90^\circ$	0,25
		CM được: $\triangle AED \sim \triangle ADB$	0,5
		Từ đó suy ra được: $AE \cdot AB = AD \cdot AC$	0,25
	3a)	Chứng minh rằng: ba điểm H, I, K thẳng hàng.	0,75
		CM được BHCK là hình bình hành	0,25
		Từ đó suy ra được I là trung điểm HK	
		Nên 3 điểm H, I, K thẳng hàng	0,25
	3b)	Chứng minh rằng: $ED < 2OI$.	0,5

Bài V 0,5 điểm		CM được: OI là đường trung bình ΔAHK $\Rightarrow AH = 2OI$. CM: 4 điểm A, E, H, D cùng thuộc đường tròn đường kính AH $\Rightarrow AH > ED$ Từ đó suy ra: $ED < 2OI$.	0,25
		CM được: OI là đường trung bình ΔAHK $\Rightarrow AH = 2OI$. CM: 4 điểm A, E, H, D cùng thuộc đường tròn đường kính AH $\Rightarrow AH > ED$ Từ đó suy ra: $ED < 2OI$.	0,25
		Cho hàm số bậc nhất: $y = (m-1)x + m$ có đồ thị hàm số là d. Tìm giá trị của m để khoảng cách từ gốc tọa độ đến đường thẳng d lớn nhất.	0,5
		ĐK: $m \neq 1$ Tìm được tọa độ giao điểm A, B của đường thẳng d với trục hoành, trục tung: $A\left(\frac{-m}{m-1}; 0\right)$ và $B(0; m)$ $\Rightarrow OA = \left \frac{-m}{m-1}\right = \left \frac{m}{m-1}\right$ (đvdd); $OB = m$ (đvdd) Vẽ $OH \perp d \Rightarrow OH$ là khoảng cách từ O đến đường thẳng d ΔOAB vuông tại O, OH là đường cao $\Rightarrow \frac{1}{OH^2} = \frac{1}{OA^2} + \frac{1}{OB^2}$ (hệ thức lượng) $\Rightarrow \frac{1}{OH^2} = \frac{(m-1)^2}{m^2} + \frac{1}{m^2} = \frac{m^2 - 2m + 2}{m^2} = \frac{2}{m^2} - \frac{2}{m} + 1 = 2\left(\frac{1}{m} - \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{1}{2}$	0,25
		Chứng minh được: $\frac{1}{OH^2} \geq \frac{1}{2} \Rightarrow OH^2 \leq 2 \Rightarrow OH \leq \sqrt{2}$ Dấu “=” xảy ra khi $m = 2$ (t/m) Vậy khoảng cách từ gốc tọa độ đến đường thẳng d lớn nhất là $\sqrt{2}$ khi $m = 2$	0,25