

Bài I (2,0 điểm)

Cho hai biểu thức $A = \frac{\sqrt{x} - 2}{\sqrt{x} + 1}$ và $B = \frac{2}{\sqrt{x}} - \frac{1 - x}{x + \sqrt{x}}$ với $x > 0$.

- 1) Tính giá trị của biểu thức A khi $x = 4$.
- 2) Rút gọn biểu thức B .
- 3) Tìm tất cả các giá trị của x để $A.B = A$.

Bài II (2,0 điểm)

1) Giải bài toán sau bằng cách lập phương trình hoặc lập hệ phương trình :

Bác An và bác Bình cùng gửi tiền tiết kiệm vào ngân hàng với tổng số tiền là 600 triệu đồng. Bác An gửi vào ngân hàng A với lãi suất 7% một năm, bác Bình gửi vào ngân hàng B với lãi suất 6% một năm. Sau một năm, tổng số tiền lãi mà hai bác nhận được là 40 triệu đồng. Hỏi ban đầu mỗi bác gửi tiết kiệm bao nhiêu tiền?

2) Một ly cocktail dạng hình nón có đường kính đáy là $9,2cm$ và chiều cao bằng $\frac{3}{2}$ bán kính đáy. Tính thể tích lượng rượu cocktail mà ly chứa đầy (cho biết $\pi \approx 3,14$ và coi thành cốc có độ dày không đáng kể).



Bài III (2,5 điểm)

1) Giải phương trình $x^2(x^2 - 3) = 4$.

2) Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho parabol $(P): y = x^2$

và đường thẳng $(d): y = 2mx + 1 - m^2$.

a. Chứng minh (d) luôn cắt (P) tại hai điểm phân biệt có hoành độ x_1, x_2 với mọi giá trị m .

b. Tìm m để x_1, x_2 là số đo độ dài hai đường chéo của một hình thoi có chu vi bằng $4\sqrt{5}$.

Bài IV (3,0 điểm)

Cho đường tròn (O) đường kính BC . Trên tia đối của tia CB lấy điểm D . Từ D kẻ tiếp tuyến DA tới (O) , A là tiếp điểm. Từ A kẻ dây AE của đường tròn (O) , vuông góc với BC tại M , kẻ đường cao AH của tam giác ABE , AH cắt BC tại F .

- 1) Chứng minh 4 điểm E, M, F, H cùng thuộc một đường tròn.
- 2) Chứng minh AC là phân giác của góc MAD và tứ giác $AFEC$ là hình thoi.
- 3) Gọi I là trung điểm của đoạn thẳng AH , kéo dài BI cắt (O) tại điểm thứ hai là K , AK cắt BD tại N . Chứng minh N là trung điểm của đoạn thẳng MD .

Bài V (0,5 điểm)

Với các số thực a, b, c thỏa mãn $-1 \leq a, b, c \leq 1$ và $a + b + c = 0$, tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $P = a^{2021} + b^{2022} + c^{2023}$.

----- HẾT -----

Ghi chú:

- Học sinh không sử dụng tài liệu, không trao đổi khi làm bài;
- Giáo viên làm nhiệm vụ coi thi không giải thích gì thêm.

Họ tên học sinh: Số báo danh: Trường THCS

HƯỚNG DẪN CHẤM

Bài	Ý	Đáp án	Điểm
Bài I 2,0 điểm	1)	Tính giá trị của biểu thức A khi $x = 4$.	0,5
		Thay $x = 4$ (tmđk) vào A	0,25
		Tính $A = \frac{\sqrt{4} - 2}{\sqrt{4} + 1} = 0$.	0,25
	2)	Rút gọn biểu thức B .	1,0
		$B = \frac{2}{\sqrt{x}} - \frac{(1 - \sqrt{x})(1 + \sqrt{x})}{\sqrt{x}(\sqrt{x} + 1)}$	0,25
		$B = \frac{2}{\sqrt{x}} - \frac{(1 - \sqrt{x})}{\sqrt{x}}$	0,25
		$= \frac{2 - (1 - \sqrt{x})}{x}$	0,25
		$= \frac{\sqrt{x} + 1}{\sqrt{x}}$	0,25
	3)	Tìm x để: $A.B = A$	0,5
		$A.B = A \Leftrightarrow A(B - 1) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} A = 0 \\ B = 1 \end{cases}$	
Bài II 2,0 điểm	1)	Tính số tiền tiết kiệm của mỗi người ...	1,5
		Gọi số tiền bác An gửi tiết kiệm ở ngân hàng A là x (triệu đồng, $0 < x < 600$)	0,25
		Tiền lãi sau 1 năm đầu bác Bình nhận được là : $7\%.x$ (tr đồng)	0,25
		Gọi số tiền bác Bình gửi tiết kiệm ở ngân hàng B là $600 - x$ (triệu đồng)	
		Tiền lãi sau 1 năm bác Bình nhận được là : $6\%.(600 - x)$ (triệu đồng)	0,25
		Vì tổng số tiền lãi hai bác nhận được sau 1 năm là 40 triệu nên Ta có phương trình : $7\%.x + 6\%(600 - x) = 40$ (1)	0,25
		Giải được $x = 400$ (tm)	0,25
		Vậy ban đầu bác An gửi 400 triệu đồng và bác Bình gửi $600 - 400 = 200$	0,25

		triệu đồng.	
	2)	Lượng rượu cocktail ?	0,5
		Đường kính đáy hình nón $d = 9,2\text{ cm}$ suy ra $R = 4,6\text{ cm}; h = 6,9\text{ cm}$	0,25
		Lượng rượu cocktail chính bằng thể tích của hình nón: $V = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot R^2 \cdot h \approx \frac{1}{3} \cdot 3,14 \cdot 4,6^2 \cdot 6,9 = 152,81752$.	0,25
Bài III 2,5 điểm	1)	Giải phương trình (hs chưa đưa về pt bậc hai mà dùng delta thì ko tính điểm)	1,0
		$x^2(x^2 - 3) = 4 \Leftrightarrow x^4 - 3x^2 - 4 = 0$	0,25
		Giải được $x^2 \in \{-1; 4\}$	0,25
		$x^2 = 4 \Leftrightarrow x = \pm 2$ và $x^2 = -1$ (loại)	0,25
		Vậy tập nghiệm của hệ phương trình $S = \{-2; 2\}$.	0,25
	2a)	Chứng minh (d) luôn cắt (P) ...(Hs có thể chỉ ra delta luôn dương)	0,5
		Xét phương trình hoành độ giao điểm của (P) và (d) $x^2 = 2mx + 1 - m^2 \Leftrightarrow x^2 - 2mx + m^2 - 1 = 0$	0,25
		Giải được 2 nghiệm $m - 1; m + 1$ và nhận xét $m - 1 \neq m + 1$ nên phương trình luôn có hai nghiệm phân biệt có hoành độ x_1, x_2 với mọi giá trị m . Vậy (d) cắt (P) tại hai điểm phân biệt.	0,25
	2b)	Tìm tất cả giá trị của m để ...(Hs có thể sử dụng định lý Vi-et để giải)	1,0
		Vì x_1, x_2 là độ dài hai đường chéo nên $0 < x_1, x_2$ suy ra $m > 1$,	0,25
		Hình thoi có chu vi $4\sqrt{5}$ nên độ dài cạnh là $\sqrt{5}$. Sử dụng định lý Pytago ta có hệ thức: $\left(\frac{x_1}{2}\right)^2 + \left(\frac{x_2}{2}\right)^2 = (\sqrt{5})^2$.	0,25
		Thay m vào ta giải được: $\left(\frac{m-1}{2}\right)^2 + \left(\frac{m+1}{2}\right)^2 = 5 \Leftrightarrow m = \pm 3$	0,25
		Đối chiếu $m = 3$ (tmđk) và $m = -3$ (ktm). Kết luận: $m = 3$.	0,25
Bài IV 3,0 điểm	1)	Chứng minh 4 điểm E, M, F, H cùng thuộc một đường tròn	1,0
		Vẽ đúng hình đến ý 1)	0,25
		$AE \perp BC$ tại M $\Rightarrow \angle EMF = 90^\circ$.	0,25
		Do AH là đường cao nên $AH \perp BE \Rightarrow \angle EHF = 90^\circ$.	
		$\Rightarrow \angle EMF + \angle EHF = 90^\circ + 90^\circ = 180^\circ$ và hai góc này ở vị trí đối nhau nên tứ giác $EMFH$ là tứ giác nội tiếp.	0,25

Cán bộ chấm thi lưu ý:

- Điểm toàn bài để lẻ đến 0,25 điểm.
- Các câu hoặc các ý có cách làm khác với hướng dẫn ở trên nếu đúng vẫn được điểm tối đa của câu hay ý đó.
- Bài IV: Thí sinh vẽ sai hình trong phạm vi câu nào thì không tính điểm câu đó.